ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

METODOS NUMERICOS DE SIMULACION LINEAL EN EL DOMINIO DEL TIEMPO PARA CIRCUITOS RLC

TESIS PREVIA A LA OBTENCION DEL TITULO DE INGENIERO EN LA ESPECIALIZACION DE ELECTRONICA Y TELECOMUNICACIONES .

CARLOS MOSQUERA SOTOMAYOR

QUITO - NOVIEMBRE - 1979

C E R T I F I C A C I O N :

Certifico que el presente -- trabajo ha sido realizado por el Señor Carlos Mosquera S. , bajo mi dirección.

Ingeniera Helena Vass

AGRADECIMIENTO

A mis profesores en la Escuela Politécnica Nacional y en forma particular a la Ingeniera Helena Vass, Directora de Tesis que con su valiosa dirección hizo posible este trabajo, al igual que al Ing. Edgar Torres Proaño, quien gustosamente atendió mis inquietudes.

A mis padres, esposa e hijas.

I N D I C E

Pág.

CAPITULO PRIMERO

INTRODUCCION..... 1

CAPITULO SEGUNDO (2)

ESTUDIO TEORICO PARA RESOLVER CIRCUITOS EN GENERAL

2-1 Las leyes de Kirchhoff..... 7

2-1-1 Primera ley de Kirchhoff..... 7

2-1-2 Segunda ley de Kirchhoff..... 7

2-2 Análisis de circuitos..... 8

2-2-1 Método de las corrientes de malla..... 8

2-2-2 Elección de las mallas..... 11

2-2-3 Número mínimo de mallas independientes..... 12

2-2-4 Planteamiento directo del sistema de ecuaciones de malla..... 14

2-2-5 Método de las tensiones en los nudos..... 15

2-2-6 Número de ecuaciones de tensiones en los nudos..... 17

2-2-7 Planteamiento directo del sistema de ecuaciones de nudos..... 18

CAPITULO TERCERO (3)

ANALISIS DE CIRCUITOS RLC EN EL REGIMEN TRANSITORIO EN FORMA GENERAL

3-1 Introducción..... 20

3-2 Régimen transitorio en corriente contínua..... 20

3-2-1 Régimen transitorio en circuitos RL..... 20

Pág.

3-2-2 Régimen transitorio en circuitos RC..... 27

3-2-3 Régimen transitorio en circuitos RC referido a la carga..... 30

3-2-4 Régimen transitorio en circuitos RLC..... 32

3-2-4-1 Caso 1 $(R/2L)^2 > 1/LC$..... 33

3-2-4-2 Caso 2 $(R/2L)^2 = 1/LC$..... 34

3-2-4-3 Caso 3 $(R/2L)^2 < 1/LC$..... 34

3-3 Régimen transitorio en corriente alterna..... 36

3-3-1 Régimen transitorio en circuitos RL con alimentación senoidal..... 36

3-3-2 Régimen transitorio en circuitos RC con alimentación senoidal..... 39

3-3-3 Régimen transitorio en circuitos RLC con alimentación senoidal..... 40

3-3-3-1 Caso 1 $(R/2L)^2 > 1/LC$..... 41

3-3-3-2 Caso 2 $(R/2L)^2 = 1/LC$..... 42

3-3-3-3 Caso 3 $(R/2L)^2 < 1/LC$..... 42

3-3-4 Régimen transitorio en circuitos de dos mallas..... 43

CAPITULO CUARTO

ANALISIS DEL REGIMEN TRANSITORIO EN CIRCUITOS RLC POR EL METODO DE LA TRANSFORMADA DE LAPLACE

4-1 Introducción..... 45

4-2 La transformada de Laplace..... 45

4-3 Aplicación al análisis de circuitos..... 47

4-3-1 Circuitos RC..... 47

Pág.

4-3-2 Ejemplo de aplicación para un circuito RC..... 49

4-3-3 Circuitos RL..... 53

4-3-4 Ejemplo de aplicación para un circuito RL..... 55

4-3-5 Circuitos RLC..... 57

4-3-6 Ejemplo de aplicación para un circuito RLC..... 61

4-3-7 Fórmula del desarrollo de Heaviside..... 63

4-3-8 Circuitos RC con alimentación senoidal..... 65

4-3-9 Ejemplo de aplicación para un circuito RC con alimentación senoidal..... 68

4-3-10 Circuitos RL con alimentación senoidal..... 72

4-3-11 Ejemplo de aplicación para un circuito RL serie con alimentación senoidal..... 74

4-3-12 Circuito RLC con alimentación senoidal..... 78

4-3-13 Ejemplo de aplicación para circuitos RLC con alimentación senoidal..... 81

CAPITULO QUINTO → (1)

APLICACION DE METODOS NUMERICOS PARA RESOLVER REDES RLC E IMPLEMENTACION Y DESCRIPCION DEL SISTEMA DE PROGRAMAS DIGITALES PARA DETERMINAR SU SOLUCION

5-1 Método de Euler para integración numérica..... 86

5-2 Aplicación del método de integración numérica para el condensador..... 89

5-3 Aplicación del método de integración numérica para la bobina..... 90

Pág.

5-4 Implementación y descripción del sistema de programas para la simulación de circuitos RLC..... 91

5-4-1 Cálculo de los parámetros en el instante de tiempo t = 0^+..... 94

5-4-2 Resultados del análisis de circuitos por métodos numéricos..... 96

5-4-3 Programa principal del proceso..... 98

5-4-4 Subprograma TSCMS..... 100

5-4-5 Subprograma LECTU..... 105

5-4-6 Subprograma CORR..... 111

5-4-7 Subprograma GAUSS..... 115

5-4-8 Subprograma RESP..... 124

5-4-9 Subprograma ADMIT..... 127

5-4-10 Subprograma DTRAN..... 129

5-4-10-1 Valores de las escalas en los dos ejes del plano..... 131

5-4-10-2 Determinación del lugar que ocupa un punto en el eje-horizontal..... 132

5-4-10-3 Determinación del lugar que ocupa un punto en el eje-vertical..... 133

5-4-10-4 Determinación de los ejes del gráfico..... 134

5-4-10-5 Diagrama de flujo del subprograma DTRAN..... 135

CAPITULO SEXTO

EJEMPLOS DE APLICACION UTILIZANDO EL SISTEMA DE PROGRAMAS PARA SIMULACION DE REDES RLC

Pág.

6-1 Ejemplo 1: aplicación del método de simulación lineal en un circuito RC serie..... 143

6-1-1 Análisis del circuito pata $t = 0^+$..... 144

6-1-2 Análisis del circuito para $t > 0^+$..... 144

6-1-3 Ecuaciones que intervienen en los subprogramas CORR y RESP..... 145

6-1-4 Datos para la ejecución del sistema de programas..... 147

6-2 Ejemplo 2: aplicación del método de simulación lineal en un circuito RL serie..... 154

6-2-1 Análisis del circuito para $t = 0^+$..... 154

6-2-2 Análisis del circuito para $t > 0^+$..... 155

6-2-3 Ecuaciones que intervienen en los subprogramas CORR y RESP..... 155

6-2-4 Datos para la ejecución del sistema de programas..... 156

6-3 Ejemplo 3: aplicación del método de simulación lineal en un circuito RLC serie..... 162

6-3-1 Análisis del circuito para $t = 0^+$..... 162

6-3-2 Análisis del circuito para $t > 0^+$..... 163

6-3-3 Ecuaciones que intervienen en los subprogramas CORR y RESP..... 164

6-3-4 Datos para la ejecución del sistema de programas..... 165

6-4 Ejemplo 4: aplicación del método de simulación lineal en un circuito RC serie con alimentación senoidal.... 171

6-4-1 Análisis del circuito para $t = 0^+$..... 171

6-4-2 Análisis del circuito para $t > 0^+$..... 172

Pág.

6-4-3 Ecuaciones que intervienen en los subprogramas CORR y RESP..... 173

6-4-4 Datos para la ejecución del sistema de programas..... 174

6-5 Ejemplo 5: aplicación del método de simulación lineal en un circuito RL serie con alimentación senoidal.... 179

6-5-1 Análisis del circuito para $t = 0^+$..... 179

6-5-2 Análisis del circuito para $t > 0^+$..... 180

6-5-3 Ecuaciones que internienen en los subprogramas CORR y RESP..... 180

6-5-4 Datos para la ejecución del sistema de programas..... 181

6-6 Ejemplo 6: aplicación del método de simulación lineal en un circuito RLC serie con alimentación senoidal... 187

6-6-1 Análisis del circuito para $t = 0^+$..... 187

6-6-2 Análisis del circuito para las condiciones generales. 188

6-6-3 Ecuaciones que intervienen en los subprogramas CORR y RESP..... 189

6-6-4 Datos para la ejecución del sistema de programas..... 190

6-7 Ejemplo 7: aplicación del método de simulación lineal en un circuito RC de tres mallas..... 200

6-7-1 Análisis del circuito para $t = 0^+$..... 200

6-7-2 Análisis del circuito para las condiciones generales. 201

6-7-3 Ecuaciones que intervienen en los subprogramas CORR y RESP..... 202

6-7-4 Datos para la ejecución del sistema de programas..... 204

6-8 Ejemplo 8: aplicación del método de simulación lineal en un circuito RLCM de dos mallas..... 212

Pág.

6-8-1 Circuito equivalente con acoplo conductivo..... 212

6-8-2 Análisis del circuito para $t = 0^+$..... 214

6-8-3 Análisis del circuito para las condiciones generales. 215

6-8-4 Ecuaciones que intervienen en los subprogramas CORR y RESP..... 216

6-8-5 Datos para la ejecución del sistema de programas..... 217

CAPITULO SEPTIMO

CONCLUSIONES..... 228

APENDICES

APENDICE A: manual de uso del programa de simulación lineal en el dominio del tiempo para circuitos RLC..... 231

APENDICE B: Estudio de autoinducción e inducción en forma general..... 257

BIBLIOGRAFIA..... 268

CAPITULO PRIMERO

INTRODUCCION

Al aplicar las leyes de Kirchhoff a un circuito RLC cualquie - ra, formado por una o varias mallas, el resultado es, en general la presencia de ecuaciones integrodiferenciales, las cuales al ser derivadas, se transforman unicamente en ecuaciones diferenciales. Los métodos clásicos de resolución de ecuaciones diferenciales propor - cionan la solución del problema eléctrico. Ahora bien, si las incógnitas son las intensidades de corriente de las diferentes mallas - que componen el circuito debido a las tensiones aplicadas a cada una de ellas, se tendrá como resultado una función para cada una de las corrientes, la cual está definida por la suma de dos funciones. Una de ellas corresponde a la intensidad de corriente en el régimen transitorio que se determina por la solución de la ecuación homogénea o función complementaria y que normalmente se anula a las pocas fracciones de segundo. La otra función constituye la intensidad de corriente en el régimen permanente y que está determinada por la solución particular de la ecuación diferencial completa, la cual perdura mientras persiste la excitación.

Como se dijo anteriormente, el resultado de la aplicación de - las leyes de Kirchhoff a circuitos RLC es, la obtención de una o - más ecuaciones diferenciales en el dominio del tiempo, según la configuración del circuito. Estas ecuaciones como ya se habia dicho, - pueden ser resueltas utilizando los métodos clásicos para solución de ecuaciones diferenciales. Sin embargo, en muchas situaciones, no conviene emplear dichos métodos. En el análisis teórico se incluye otro método para la solución de ecuaciones diferenciales, que es el método de la Transformada de Laplace, que proporciona la solución -

directa de una ecuación diferencial en determinadas circunstancias. Además si se presenta el caso de algunas funciones de forma irregular, es dificil manejar los métodos clásicos, y el método de Laplace, en cambio proporciona un procedimiento de resolución más cómodo

Puntualizando un poco más sobre la forma como responde un circuito RLC al ser excitado, se había hablado sobre la existencia de dos estados distintos que son: el estado transitorio, y el estado permanente. El estado transitorio depende principalmente de la naturaleza del circuito, y en menor grado de las características de la fuente de excitación. En lo que respecta al estado permanente en cambio, depende principalmente de las características de la fuente de excitación y en grado menor, de la naturaleza del circuito. Ambos comportamientos se hacen presentes una vez que un cierto circuito ha sido alimentado por una fuente de excitación, pero, en un intervalo muy corto de tiempo, partiendo desde el instante en que el tiempo es igual a cero, la presencia del estado transitorio predomina sobre el estado permanente, y después de haber transcurrido una cierta cantidad de tiempo desaparece casi completamente, pasando el predominio del estado permanente sobre el estado transitorio.

Aún cuando se reduzcan las dificultades para determinar el comportamiento de circuitos RLC, utilizando métodos teóricos muy eficaces, cuando la complejidad del circuito es muy grande, al hacer el análisis correspondiente, aparecen varias ecuaciones diferenciales que definen dicho comportamiento y, la aplicacion de métodos teóricos exige un grán esfuerzo, y por consiguiente la determinación de la solución deseada, se hace muy pesada. La finalidad del presente-

trabajo es suplir las dificultades anteriormente mencionadas, desarrollando un sistema capaz de determinar el comportamiento de circuitos RLC, de una manera muy sencilla, fácil de aplicar y que no requiera de análisis muy complejos y profundos. Este sistema se denomina: Métodos numéricos de simulación lineal en el dominio del tiempo para circuitos RLC.

Utilizar métodos numéricos para la simulación lineal de circuitos RLC no es mas que, hacer uso de estos métodos para dar las facilidades necesarias que permitan establecer el comportamiento de dichos circuitos, como se verá en el transcurso del desarrollo del presente trabajo.

Al hablar del empleo de métodos numéricos para la solución lineal de circuitos, significa que se hace uso de algunos métodos numéricos en forma aislada, que lleven a un solo propósito, que es la determinación de la solución de un circuito RLC. Es así como interviene un método numérico de integración de funciones que es el método de integración numérica de Euler. Este método por ejemplo permite estblecer relaciones que definen el comportamiento, tanto del condensador como de la bobina de una manera sencilla y diferente a las relaciones teóricas.

Teoricamente la variación del voltaje en un condensador puro, así como la variación de la corriente en una bobina pura están determinadas por las siguientes ecuaciones:

$$V_C(t) = \frac{1}{C}\int i_C(t)dt \qquad (1\text{-}1)$$

para el condensador, e,

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int V_1(t)dt \qquad (1\text{-}2)$$

para la bobina.

Es decir que integrando las funciones que representan las e - cuaciones (1-1) y (1-2), se determina la función que define la variación del voltaje en el condensador y, la variación de la co -- rriente en la bibina.

El mismo objetivo puede obtenerse, como se verá más adelante, utilizando el método de integración numérica de Euler, el cual establece las siguientes ecuaciones para los dos casos anteriores:

$$V_C(t_{i+1}) = V_C(t_i) + \frac{h}{C}\, i_C(t_{i+1}) \qquad (1\text{-}3)$$

para el condensador, e,

$$i_L(t_{i+1}) = \frac{h}{L}\, V_L(t_{i+1}) + i_L(t_i) \qquad (1\text{-}4)$$

para la bobina.

Tanto la ecuación (1-3) como la ecuación (1-4), tienen un factor "h" que se denomina paso, y que es muy importante en la inte - gración numérica de funciones. Su explicación requiere de una cierta amplitud, razón por la cual será detallado en el desarrollo del método de integración numérica de Euler; en el capítulo Quinto.

Otro método numérico utilizado es el método para resolver un sistema de ecuaciones simultáneas, siendo el método de eliminación Gaussiana el que se ha tomado para tal efecto, ya que en un circuito formado por varias mallas, una vez que se ha hecho su análisis correspondiente aparece un sistema de n ecuaciones con n incógni - tas que definen el comportamiento del circuito.

Como un compendio de todo el trabajo presente, siendo este el

objetivo, se ha desarrollado un sistema de programas en el lenguaje de programación FORTRAN IV, para ser usado en un computador digital, siendo dicho sistema, una herramienta fundamental para la simulación lineal de circuitos RLC.

Principalmente el sistema de programas exige para su ejecución un análisis previo que determine las ecuaciones nodales de equilibrio, y que al final de su ejecución entregue como resultado la solución de un determinado circuito RLC.

La estructura del sistema de programas está hecha de tal manera que su utilización es fácil en todos sus aspectos.

El capítulo Primero, contiene una introducción general de todo el trabajo. El capítulo Segundo contiene un estudio teórico general de circuitos. El capítulo Tercero contiene un análisis de circuitos RLC en el régimen transitorio. En el capítulo Cuarto se hace un estudio de circuitos RLC en el régimen transitorio, con la aplicación del método de Laplace para la solución de ecuaciones diferenciales, completándolo con ejemplos de aplicación. El capítulo Quinto contiene un estudio de métodos numéricos para obtener la integral de una función, conteniendo además el desarrollo del sistema de programas en todas sus características, para la simulación lineal de circuitos RLC en el dominio del tiempo. En el capítulo Sexto se tiene el desarrollo de varios ejemplos, en los cuales se aplica los métodos de simulación lineal de circuitos RLC. El capítulo Séptimo contiene conclusiones y comentarios referentes, tanto al desarrollo del sistema de programas como a los resultados ob

tenidos. El apéndice A contiene el manual de utilización del sistema de programas. El apéndice B contiene un estudio de autoinducción e inducción mutua en forma general.

CAPITULO SEGUNDO

ESTUDIO TEORICO PARA RESOLVER CIRCUITOS EN GENERAL

2-1. Las leyes de Kirchhoff

2-1-1. Primera ley de Kirchhoff.-

La suma de las intensidades de corriente que llegan a un nudo es igual a la suma de las intensidades que salen de él.

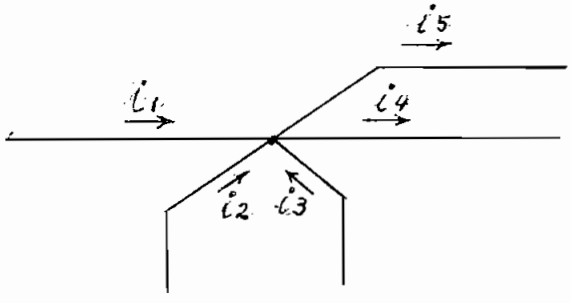


Fig. 2-1

Según la Fig. 2-1 se puede establecer que:

$$i_1 + i_2 + i_3 = i_4 + i_5 \qquad (2\text{-}1)$$

o bien $$i_1 + i_2 + i_3 - i_4 - i_5 = 0 \qquad (2\text{-}2)$$

2-1-2. Segunda ley de Kirchhoff.-

En un circuito cerrado o malla, la suma algebraica de la fuerzas electromotrices aplicadas, o subidas de tensión, es igual a la suma algebraica de las caídas de tensión en todos los elementos pasivos.

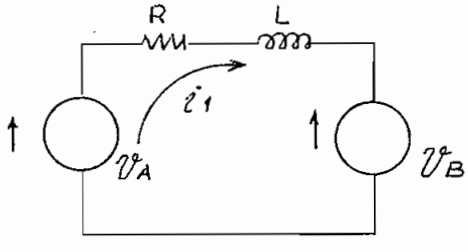


Fig. 2-2

En la Fi. 2-2 se puede ver que:

$$V_A - V_B = Ri + L(di/dt) \qquad (2\text{-}3)$$

o bien $$V_A - V_B - Ri - L(di/dt) = 0 \qquad (2\text{-}4)$$

2-2. Análisis de circuitos

2-2-1. Método de las corrientes de malla.-

Las fuentes de tensión en un circuito eléctrico originan unas corrientes en las ramas que, a su vez, dan lugar a unas caídas de tensión en los componentes del mismo. Resolver un circuito consiste en hallar las intensidades, en su sentido de circulación, en cada una de aquellas ramas, o bien determinar las caídas de tensión en cada uno de los componentes del circuito.

Para aplicar el método de las corrientes de malla se eligen, en primer lugar, lazos cerrados o mallas, asignándoles una corriente eléctrica. Estos lazos o mallas se llaman "Corrientes cíclicas de Maxwell" o simplemente, "Corrientes de malla", como se representa en la Fig. 2-3. Acto seguido se escriben las ecuaciones, utilizando la segunda ley de Kirchhoff, para cada malla tomando las intensidades de aquellas corrientes como variables desconocidas, i_1, i_2 e i_3, en el ejemplo, y se resuelve el sistema de ecuaciones así formado. La corriente en cada rama se halla mediante la primera ley de Kirchhoff y es o bien una corriente de malla (caso en que la rama pertenezca solo a una malla) o

bien una configuración algebraica de dos corrientes de malla (caso en que la rama sea común a dos mallas).

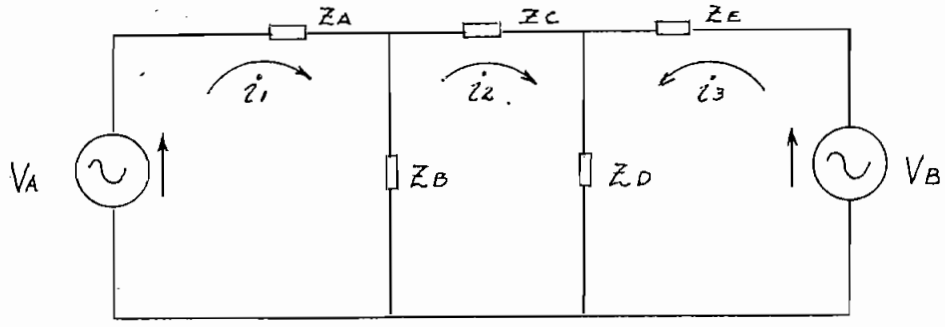


Fig. 2-3 Corrientes de mallas en un circuito.

Por ejemplo, la corriente en el elemento Z_A es i_1, y la corriente en Z_B es $i_1 - i_2$, si i_1 es mayor que i_2 o bien $i_2 - i_1$ encaso contrario (el sentido de circulación es el correspondiente a la mayor intensidad de las dos mallas contiguas). La caída de tensión en un elemento cualquiera del circuito es el producto de la impedancia compleja del mismo por el fasor de la intensidad de corriente que lo atravieza (el borne del elemento por donde entra la flecha del sentido de la intensidad está a más tensión que por donde sale).

Vamos a obtener el sistema de ecuaciones del circuito de tres mallas independientes de la Fig. 2-3 aplicando a cada malla la segunda ley de Kirchhoff. En la Fig. 2-4 aparece la primera malla aislada y se ha de verificar que la suma de las fuerzas electromotrices o subidas de tensión sea igual a la suma de las caídas de tensión.

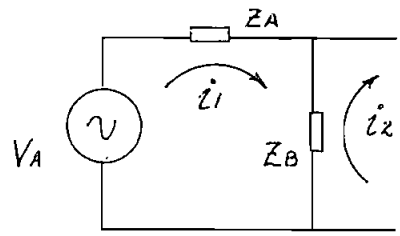


Fig. 2-4 Malla aislada

$$Z_A i_1 + Z_B(i_1 - i_2) = V_A \qquad (2\text{-}5)$$

La segunda malla no contiene fuente de tensión alguna; por tanto, la suma de las caídas de tensión a lo largo de ella es cero.

$$Z_C i_2 + Z_D(i_2 + i_3) + Z_B(i_2 - i_1) = 0 \qquad (2\text{-}6)$$

Para la tercera malla tendremos,

$$Z_E i_3 + Z_D(i_3 + i_2) = V_B \qquad (2\text{-}7)$$

es decir,

$$(Z_A + Z_B)i_1 - Z_B i_2 = V_A \qquad (2\text{-}8)$$

$$-Z_B i_1 + (Z_B + Z_C + Z_D)i_2 + Z_D i_3 = 0 \qquad (2\text{-}9)$$

$$Z_D i_2 + (Z_D + Z_E)i_3 = V_B \qquad (2\text{-}10)$$

Este sistema de ecuaciones se puede obtener directamente. Para ello, consideremos la primera malla, que aparece en la Fig. 2-4 en la cual, la corriente i_1 tiene el sentido de las agujas del reloj y las caídas de tensión en todos los elementos de esta malla son todas positivas. Ahora bien, por Z_B tambien circula la corriente i_2 de la segunda malla, pero con sentido opuesto a i_1. Por tanto, la caída de tensión en Z_B debido a i_2 es $-Z_B i_2$. La fuente de tensión V_A es positiva por tener el mismo sentido que i_1. En estas condiciones aplicando la segunda ley de Kirchhoff a la primera ma-

lla se obtiene la ecuación (2-8). Análogamente resultan las ecuaciones (2-9) y (2-10).

Los términos "caída y subida" de tensión o potencial son más propios de los circuitos de corriente contínua (C.C) en los que su significado es más claro que en los de corriente alterna (c.a.) en donde los valores instantáneos de tensión y de intensidad de corriente son unas veces positivos y otras negativos. La segunda ley de Kirchhoff en régimen permanente senoidal aplicada a una malla o lazo cerrado dice: la suma geométrica de los fasores de tensión de las fuentes activas de la malla es igual a la suma geométrica de los fasores de caídas de tensión en las impedancias de la malla.

2-2-2. Elección de las mallas.-

La solución de un circuito por el método de las corrientes de malla se simplifica extraordinariamente eligiendo bien las mallas a considerar. Por ejemplo, supongamos que en el circuito de la Fig. 2-3 solo es necesario conocer la corriente que circula por la impedancia Z_B; lo más cómodo será resolver el problema de forma que por Z_B no circule más que una corriente de malla, es decir, que dicha impedancia no pertenezca más que a una malla. En estas condiciones, solo habrá que determinar el valor de la corriente de malla i_1. En la Fig. 2-5 se puede observar las nuevas mallas elegidas.

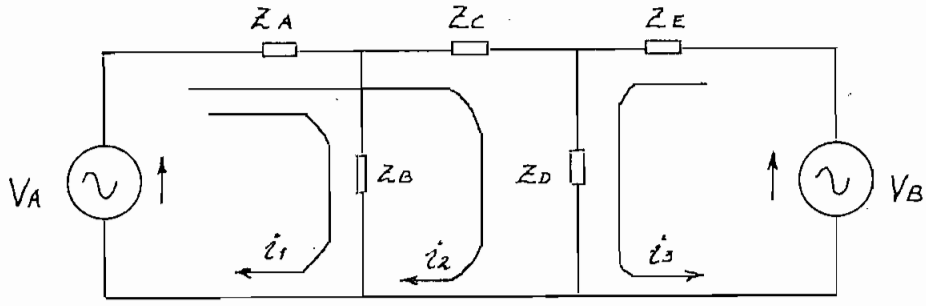


Fig. 2-5

El sistema de ecuaciones correspondientes a tal elección de mallas es:

$$(Z_A + Z_B)i_1 + Z_A i_2 = V_A \qquad (2\text{-}11)$$

$$Z_A\, i_1 + (Z_A + Z_C + Z_D)i_2 + Z_D i_3 = V_A \qquad (2\text{-}12)$$

$$Z_D\, i_2 + (Z_D + Z_E)i_3 = V_B \qquad (2\text{-}13)$$

En cualquier caso, por cada elemento debe circular al menos una corriente de malla y no tiene por qué haber dos ramas con la misma corriente o igual combinación algebraica de corriente. En al párrafo siguiente vamos a ver el criterio que permite saber la cantidad mínima de mallas independientes para resolver un circuito. Si la cantidad de mallas que se adoptan es menor que la necesaria, el sistema de ecuaciones no es válido.

2-2-3. Número mínimo de mallas independientes.-

Si el circuito es sencillo, el número de mallas necesarias se deduce facilmente a simple vista. Para circuitos más complejos es preciso tener algún criterio que proporcione el número de ecuaciones linealmente independientes, necesario para resolver el circuito en cuestión.

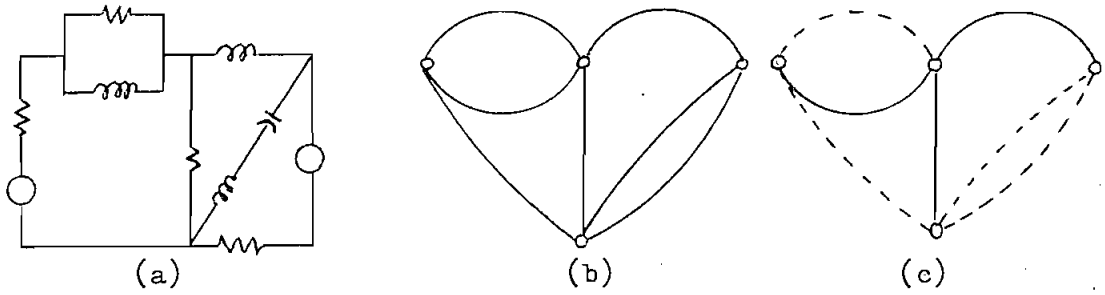


Fig. 2-6 Un circuito, su grafo y su árbol

En la Fig. 2-6(b) se representa el grafo del circuito que figura a su izquierda, (a); los nudos han sido sustituídos por pequeños círculos y las ramas por líneas. La Fig. 2-6(c) muestra un posible árbol del grafo que solo contiene ramas, las cuales no forman una malla o lazo cerrado. Sin embargo, este árbol no es único. Las líneas de trazo contínuo se llaman ramas del árbol y las de trazos, ramas de enlace. Cada una de las ramas de enlace forman una malla única con las ramas del árbol. La cantidad de mallas necesarias de un circuito es igual a la cantidad de ramas de enlace; en el ejemplo que consideramos, esta cantidad es igual a cuatro.

Se llega al mismo resultado anterior haciendo unos cortes en las ramas del circuito de manera que cada uno de ellos, abra una malla. Cuando no queda ninguna rama sin abrir, la cantidad de cortes efectuados corresponde a la cantidad de mallas independientes a considerar.

Otro criterio consiste en contar la cantidad de ramas y de nudos del circuito. La cantidad de mallas, o lo que es igual, la cantidad de ecuaciones independientes que pueden formarse es:

Num. de ecuaciones = Num. de ramas - (num. de nudos - 1)

Por ejemplo en el circuito de la Fig. 2-6(a), se tiene siete-ramas y cuatro nudos. Por tanto, el número de mallas independientes es 7-(4-1) = 4, tal como se había visto anteriormente.

2-2-4. Planteamiento directo del sistema de ecuaciones de malla.-

Las ecuaciones correspondientes a un circuito de tres-mallas son, en notación general,

$$Z_{11}i_1 \pm Z_{12}i_2 \pm Z_{13}i_3 = V_1 \qquad (2\text{-}14)$$

$$\pm Z_{21}i_1 + Z_{22}i_2 \pm Z_{23}i_3 = V_2 \qquad (2\text{-}15)$$

$$\pm Z_{31}i_1 \pm Z_{32}i_2 \pm Z_{33}i_3 = V_3 \qquad (2\text{-}16)$$

El coeficiente Z_{11} se llama impedancia propia de la - malla uno, y es la suma de todas las impedancias del lazo - por las que circula la corriente de intensidad i_1. Los coe-ficientes Z_{22} y Z_{33} son las impedancias propias de las ma - llas dos y tres respectivamente.

El coeficiente Z_{12} se llama copedancia de las mallas - uno y dos, es decir que se trata de la impedancia común a - las mallas uno y dos, y representa, la suma de las impedan-cias comunes a las dos mallas por las que circulan las in - tensidades de corriente i_1 e i_2, respectivamente. Es evi - dente que $Z_{12} = Z_{21}$. Los coeficientes $Z_{13} = Z_{31}$, $Z_{23} = Z_{32}$- son, análoga y respectivamente, las copedancias de las ma - llas uno y tres, y dos y tres. El signo de las copedancias-es positivo o negativo, según que las dos corrientes de ma-lla sean del mismo sentido o de sentido contrario.

El término independiente V_1 es la suma algebraica de-

las tensiones de las fuentes de la malla uno. Cada tensión de fuente se considera con un signo que es positivo si el sentido de la corriente que produce, del polo negativo al positivo, coincide con el de la corriente de malla, y negativo en caso contrario, los términos independientes V_2 y V_3 son la suma algebraica de las tensiones de fuente de las mallas dos y tres respectivamente.

2-2-5. Método de las tensiones en los nudos.-

Mediante la elección de lazos cerrados o mallas y la aplicación de la segunda ley de Kirchhoff ha sido establecido el método de las corrientes de malla para la solución de los problemas de circuitos. A continuación se planteará un nuevo método de solución de circuitos con el cual se llegará a la misma solución, planteando un sistema de ecuaciones determinado por la aplicación de la primera ley de Kirchhoff. Este método se llama, "el método de las tensiones en los nudos".

Un nudo es un punto de un circuito, que es común a dos o más elementos del mismo. A cada nudo del circuito se le puede asignar un número o letra. En la Fig. 2-7, se tiene que son nudos los puntos A,B,1,2 y 3, siendo los nudos 1,2 y 3 los nudos principales del circuito. La tensión en un nudo es la tensión en este nudo respecto de otro, denominado "nudo de referencia". En la Fig. 2-7 se ha elegido el nudo 3, como nudo de referencia. Entonces, V_{13} es la tensión entre los nudos 1 y 3, y V_{23} la tensión entre los nudos 2 y 3. Como quiera que las tensiones en los nudos se tomen siempre

respecto de un nudo de referencia dado, se empleará la notación V_1 en lugar de V_{13} y V_2 en lugar de V_{23}.

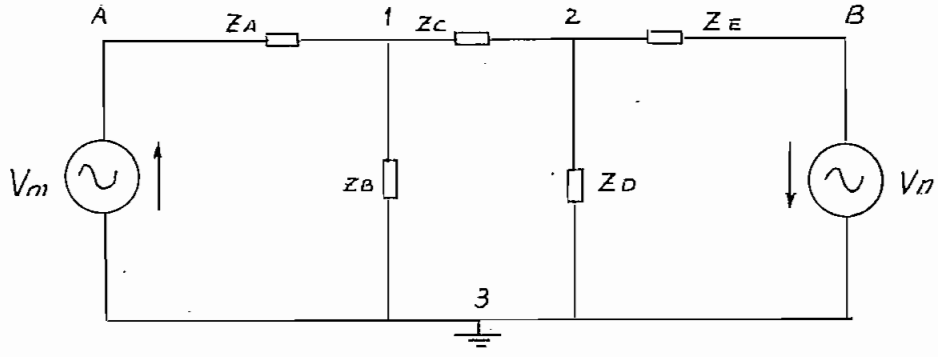


Fig. 2-7 Nudos de una red

El método de las tensiones en los nudos consiste en determinar las tensiones en todos los nudos principales respecto del nudo de referencia. La primera ley de Kirchhoff se aplica a los dos nudos principales 1 y 2 , obteniéndose así dos ecuaciones en las incógnitas V_1 y V_2. En la Fig. 2-8 se ha dibujado nuevamente el nudo 1 con todas las ramas de conexión. Se supone que todas las corrientes en las ramas salen del nudo. Como la suma de las corrientes que salen del nudo es igual a cero se tiene:

$$\frac{V_1 - V_m}{Z_A} + \frac{V_1}{Z_B} + \frac{V_1 - V_2}{Z_C} = 0 \qquad (2\text{-}17)$$

Al establecer la ecuación (2-17) la elección de los sentidos de las corrientes, es arbitraria.

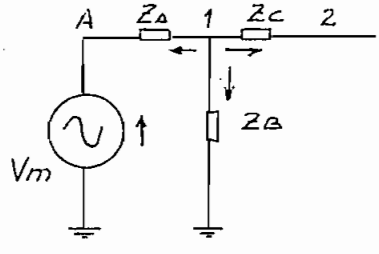


Fig. 2-8

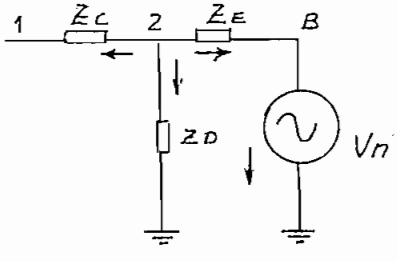


Fig. 2-9

Repitiendo el mismo proceso con el nudo 2 de la Fig. 2-9, la ecuación que resulta es:

$$\frac{V_2 - V_1}{Z_C} + \frac{V_2}{Z_D} + \frac{V_2 - V_n}{Z_E} = 0 \qquad (2\text{-}18)$$

Agrupando en la ecuaciones (2-17) y (2-18) los términos en V_1 y V_2, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C}\right)V_1 - \left(\frac{1}{Z_C}\right)V_2 &= V_m \left(\frac{1}{Z_A}\right) \\ -\left(\frac{1}{Z_C}\right)V_1 + \left(\frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_D} + \frac{1}{Z_E}\right)V_2 &= V_n \left(\frac{1}{Z_E}\right) \end{aligned} \qquad (2\text{-}19)$$

Teniendo en cuenta que $1/Z = Y$, el sistema (2-19) puede ser escrito en función de las admitancias, de tal manera que se transforma en el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} (Y_A + Y_B + Y_C)V_1 - Y_C V_2 &= Y_A V_m \\ - Y_C V_1 + (Y_C + Y_D + Y_E)V_2 &= Y_E V_n \end{aligned} \qquad (2\text{-}20)$$

2-2-6. Número de ecuaciones de tensiones en los nudos.-

Se puede escribir ecuaciones para cada uno de los nudos principales exceptuando los nudos de referencia. En consecuencia, "el número de ecuaciones es igual al número de nudos principales menos uno". Disponiendo del método de las corrientes de malla y el de las tensiones en los nudos, la elección de uno u otro en cada caso particular depende de la configuración del circuito. En un circuito con muchas ramas en paralelo tiene, normalmente, muchos más lazos que nudos, por lo tanto el método de las tensiones en los nudos es el más aplicable en este caso, ya que exige menos ecuaciones para resol-

verlo. En otros casos, puede haber el mismo número de mallas que de nudos o haber menos mallas que nudos. En todo caso debe elegirse siempre el método que proporcione menor número de ecuaciones.

2-2-7. Planteamiento directo del sistema de ecuaciones de nudos.-

Un circuito con cuatro nudos principales exige para su solución tres ecuaciones nodales. En notación general el sistema queda planteado así:

$$\begin{aligned} Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + Y_{13}V_3 &= i_1 \\ Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 + Y_{23}V_3 &= i_2 \\ Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2 + Y_{33}V_3 &= i_3 \end{aligned} \qquad (2\text{-}21)$$

El coeficiente Y_{11} se llama admitancia propia del nudo uno y es la suma de todas las admitancias conectadas al nudo uno. De igual forma, Y_{22} e Y_{33} son la dmitancias propias de los nudos dos y tres, respectivamente y representan la suma de todas las admitancias conectadas a los nudos dos y tres.

El coeficiente Y_{12} es la coadmitancia de los nudos uno y dos y es la suma de todas las admitancias que unen ambos nudos. Y_{12} tiene signo negativo, como puede verse en la primera de las ecuaciones del sistema (2-20). De igual forma, Y_{23} e Y_{13} son las coadmitancias de los elementos que unen los nudos dos y tres, y uno y tres respectivamente. Todas las coadmitancias tienen signo negativo. Obsérvese que $Y_{13} = Y_{31}$, e $Y_{23} = Y_{32}$.

La intensidad i_1 es la suma de todas las corrientes de fuentes que pasan por el nudo uno. Una corriente que entra-

en el nudo tiene signo positivo; a la que sale del nudo se le asigna el signo negativo. Las intensidades i_2 e i_3 son la suma de las corrientes que pasan por los nudos dos y tres, respectvamente.

Por último, las tres ecuaciones nodales (2-21) pueden escribirse de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}22)$$

Resolviendo el sistema (2-22) se puede determinar los valores de V_1, V_2 y V_3 .

CAPITULO TERCERO

ANALISIS DE CIRCUITOS RLC EN EL REGIMEN TRANSITORIO

EN FORMA GENERAL

3-1. Introducción.-

Cuando se hace pasar a un circuito de una condición a otra, sea por un cambio en la tensión aplicada o por modificación de uno de sus elementos, se produce un período de transición, durante el cual, las corrientes en las ramas y las caídas de tensión en los elementos varían desde sus valores iniciales hasta otros. Transcurrido este período de transición, llamado "régimen transitorio", el circuito pasa a un estado o "régimen permanente".

Aplicando la segunda ley de Kirchhoff a un circuito que contenga elementos que almacenen energía resulta una ecuación diferencial que se resuelve por los métodos conocidos. La solución está formada por dos partes: la solución de la ecuación homogénea o "función complementaria" y una "solución particular" de la ecuación completa. En el sistema de ecuaciones de análisis de circuitos, la función complementaria tiende a cero en un tiempo relativamente corto y es la parte transitoria de la solución. La solución particular es la respuesta en el régimen permanente. Los métodos aplicados en este caso por los cuales se obtiene la solución particular son, generalmente largos y engorrosos y nunca tan directos. Sin embargo la aplicación de dichos métodos permite profundizar en el sentido físico de la respuesta en régimen permanente como parte de la respuesta directa.

3-2. Régimen transitorio en corriente contínua

3-2-1. Régimen transitorio en circuitos RL.-

En el circuito serie RL de la Fig. 3-1, al cerrar el interruptor se le aplica una tensión constante V. La segunda ley de Kirchhoff conduce a la ecuación diferencial

$$Ri + L\frac{di}{dt} = V \qquad (3\text{-}1)$$

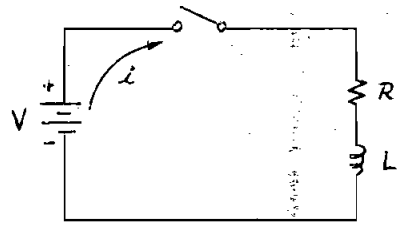


Fig. 3-1

Utilizando la notación del operador D = d/dt y despejando V/L se tiene:

$$\left(D + \frac{R}{L} \right) i = \frac{V}{L} \qquad (3\text{-}2)$$

La ecuación (3-2) es una ecuación diferencial lineal de primer grado de la forma:

$$\frac{dy}{dx} - ay = \mathcal{R} \quad \text{o bien} \quad (D-a)y = \mathcal{R} \qquad (3\text{-}3)$$

Siendo D = d/dx, a una constante y $\mathcal{R}$ una función de x, pero no de y. La solución completa de la ecuación (3-3) esta formada por una función complementaria y una solución particular, y es:

$$Y = Yc + Yp = Ce^{ax} + e^{ax}\int e^{-ax}\mathcal{R}\, dx \qquad (3\text{-}4)$$

en donde C es una constante arbitraria determinada por las condiciones iniciales del problema. Según la ecuación (3-4), la solución de la ecuación (3-2) es:

$$i = Ce^{-(R/L)t} + e^{-(R/L)t}\int e^{(R/L)t}\left(\frac{V}{L}\right) dt \qquad (3\text{-}5)$$

de donde se obtiene que:

$$i = Ce^{-(R/l)} + \frac{V}{L} \qquad (3\text{-}6)$$

Para hallar la constante C hacemos t=0 en la ecuación (3-5)-- y sustituímos la corriente i por el valor inicial io. Esta corriente inicial es la corriente que aparece inmediatamante después de - cerrar el interruptor. La autoinducción está relacionada con la tensión y la corriente por las expresiones

$$v = L\,\frac{di}{dt} \quad e \quad i = \frac{1}{L}\int v\,dt,$$

la segunda expresión nos dice que cualquiera que sea la tensión aplicada, la corriente que circula por una bobina ha de ser una función contínua. Por tanto, si la corriente es igual a cero para un tiempo t=0-, tiene que ser nula para un tiempo t = 0+, sustituyendo en la ecuación (3-6), se tiene el valor de la constante C.

$$io = 0 = C(1) + V/R \quad \text{o bien } C = -V/R \qquad (3\text{-}7)$$

y llevando el valor de la expresión (3-7) a la ecuación (3-6) resulta

$$i = -\frac{V}{R}\,e^{-(R/L)t} + \frac{V}{R} = \frac{V}{R}\left(1 - e^{-(R/L)t}\right) \qquad (3\text{-}8)$$

Esta expresión representa un crecimiento exponencial, como se observa en la Fig. 3-2. El gráfico muestra el período de transición durante el cual pasa la corriente desde su valor inicial nulo hasta el final V/R del régimen permanente.

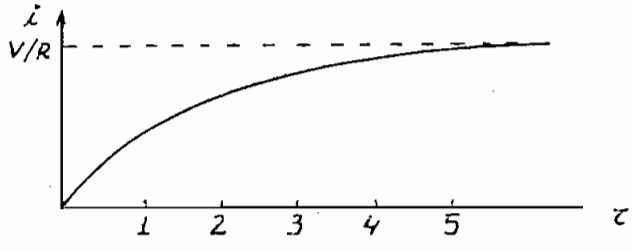


Fig. 3-2

La constante de tiempo τ de una función como la definida en la e - cuación (3-8) es el tiempo para el cual el exponente de 'e' es igual a la unidad. Así para el circuito RL, $\tau = L/R$ segundos. para 1τ - la cantidad dentro del paréntesis en (3-8) toma el valor $(1-e^{-1}) = (1 - 0,368) = (0,632)$. Para este tiempo, la corriente es el 63,2 % de su valor final. De igual forma para 2τ, $(1 - e^{-2}) = (1-0,135) = 0,865$, y la corriente es el 86,5 % de su valor final. Después de - 5τ, generalmente, se considera terminado el régimen transitorio.- Por conveniencia, la constante de tiempo es la unidad que se utiliza para representar graficamente la corriente dada por la expresión (3-8).

Otro ejemplo puede ser la caída exponencial, representada en- la Fig 3-3, con la consiguiente ecuación

$$f(t) = A\, e^{-\alpha t} \qquad (3\text{-}9)$$

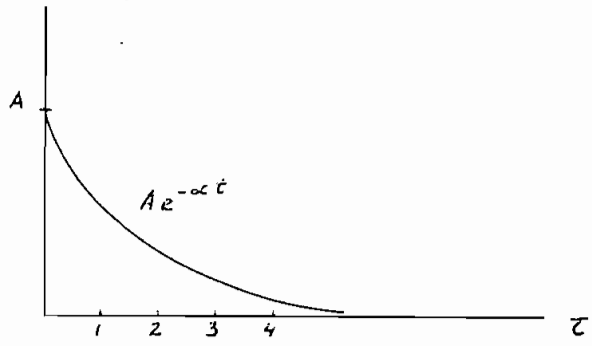


Fig. 3-3

En donde la constante de tiempo, con la definición dada, es $\tau = 1/\alpha$ - para el valor 1τ, $e^{-1} = 0,368$ y la función habrá caído al 36,8 % - de su valor inicial A. Para 2τ, $e^{-2} = 0,135$ y la función es ahora- el 13,5 % de A. Después de 5τ se considera terminado el régimen - transitorio.

La tensión transitoria en los elementos del circuito RL se obtiene a partir de la corriente. En estas condiciones, la tensión en bornes de la resistencia está dada por la expresión;

$$V_R = Ri = (1 - e^{-(R/L)t}) \qquad (3\text{-}10)$$

y en los bornes de la bobina:

$$V_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{d(}{dt} \quad \frac{V}{R}(1 - e^{-(R/L)t}) \qquad (3\text{-}11)$$

$$V_L = Ve^{-(R/L)t}$$

La tensión transitoria en la resistencia es una exponencial creciente con la misma constante de tiempo que la corriente, mientras que en la bobina es una exponencial decreciente, pero con la misma constante de tiempo. La suma de V_R y V_L satisface la ley de Kirchhoff en el período transitorio. (Véase Fig. 3-4)

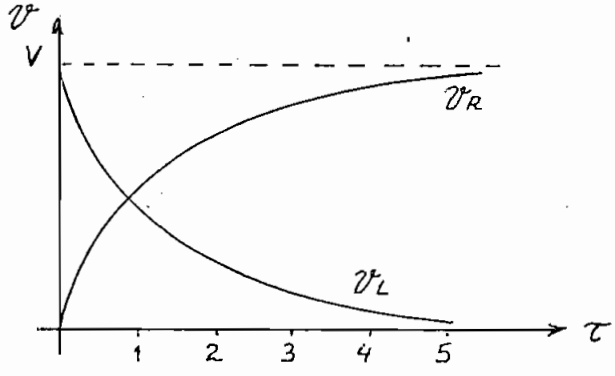


Fig. 3-4

$$V_R + V_L = V(1 - e^{(R/L)t}) + Ve^{-(R/L)t} = V \qquad (3\text{-}12)$$

La potencia instantanea en cualquier elemento del circuito viene dada por el producto de la tensión y la corriente. Así, la potencia discipada en la resistencia es:

$$P_R = V_R i = V(1-e^{-(R/L)t})\ \frac{V}{R}(1 - e^{-(R/L)t})$$

$$= \frac{V^2}{R}(1 - 2e^{-(R/L)t} + e^{-2(R/L)t}) \qquad (3\text{-}13)$$

y en la bobina:

$$P_L = V_L i = Ve^{-(R/L)t}\,\frac{V}{R}\,(1 - e^{-(R/L)t})$$

$$= \frac{V^2}{R}(e^{-(R/L)t} - e^{-2(R/L)t}) \qquad (3\text{-}14)$$

Por lo tanto la potencia total es:

$$P_T = P_R + P_L = \frac{V^2}{R}(1 - e^{-(R/L)t}) \qquad (3\text{-}15)$$

En la Fig. 3-5 se han representado las tres funciones potencia, siendo los valores en régimen permanente P_R y P_T, V^2/R y Ri^2, en donde i representa la intensidad de corriente en régimen permanente. La potencia transitoria en la bobina tiene su valor inicial y final nulos y es la potencia que corresponde a la energía almacenada en el campo magnético de la misma. Para demostrarlo, integramos P_L desde cero a infinito,

$$W = \int_0^\infty \frac{V^2}{R}(e^{-(R/L)t} - e^{-2(R/L)t})dt$$

$$W = \frac{V^2}{R}\left[-\frac{L}{R}e^{-(R/L)t} + \frac{L}{2R}e^{-2(R/L)t}\right]_0^\infty$$

$$W = \frac{1}{2}Li^2$$

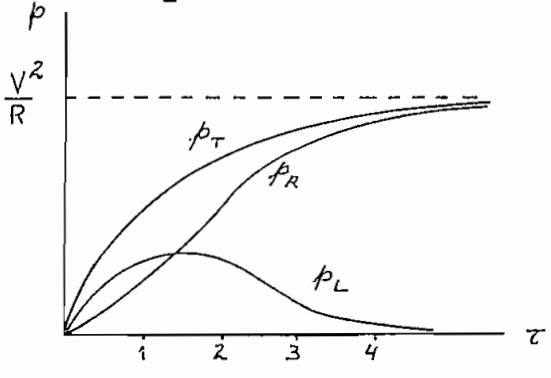


Fig. 3-5

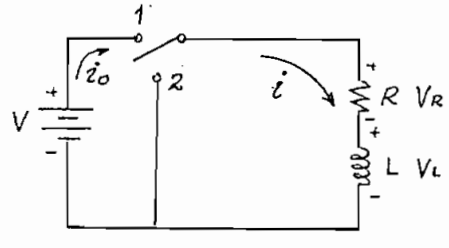


Fig. 3-6

001835

El circuito RL de la Fig. 3-6 tiene una corriente inicial $i_0 = V/R$.- En el instante $t = 0$ se conmuta el interruptor a la posisión 2 que elimina la fuente y pone en cortocircuito a la rama RL serie. Aplicando la segunda ley de Kirchhoff al circuito sin fuente tendremos la ecuación:

$$L\frac{di}{dt} + Ri = 0 \quad \text{o bien} \quad (D + \frac{R}{L})i = 0 \tag{3-16}$$

cuya solución es

$$i = Ce^{-(R/L)t} \tag{3-17}$$

Para $t = 0$, la corriente inicial es $i_0 = V/R$. Sustituyendo en la ecuación (3-17) $C = V/R$, con lo que la ecuación de intensidad de corriente queda:

$$i = \frac{V}{R} e^{-(R/L)t} \tag{3-18}$$

Este decrecimiento o caída exponencial se representa en la Fig. 3-7(a). Las tensiones correspondientes en bornes de la resistencia y de la bobina son:

$$V_R = Ri = Ve^{-(R/L)t} \tag{3-19}$$

$$V_L = L\frac{di}{dt} = -Ve^{-(R/L)t} \tag{3-20}$$

Representamos en la Fig. 3-7(b). La suma $V_R + V_L$ satisface la ley de Kirchhoff ya que, con el interruptor en la posisión 2, la tensión aplicada es igual a cero. Las potencias instantaneas estan dadas por: $p_R = \frac{V^2}{R}e^{-2(R/L)t}$ y $p_L = -\frac{V^2}{R}e^{-2(R/L)t}$.

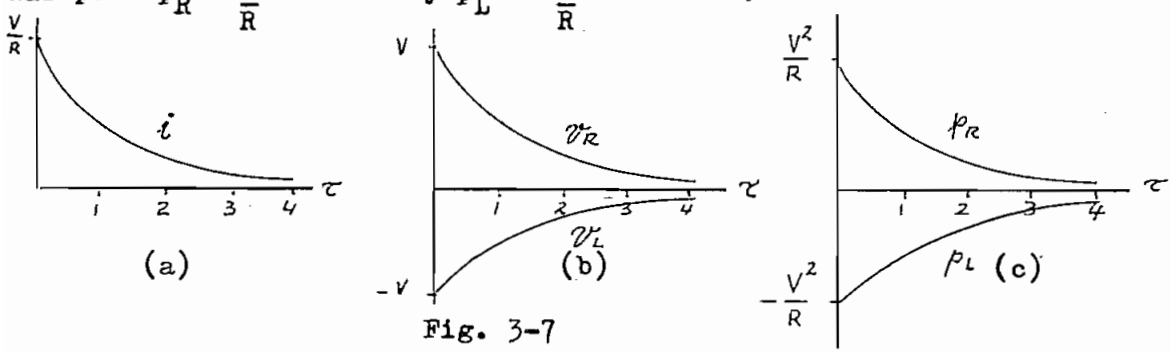


Fig. 3-7

La carga en régimen transitorio es una exponencial creciente hasta un valor final CV. Entonces, si se analiza un circuito como el de la Fig. 3-10, tomando como base la carga, el resultado es un decrecimiento de la carga desde el valor CV como representa la siguiente ecuación:

$$q = CV\ e^{-t/RC} \tag{3-42}$$

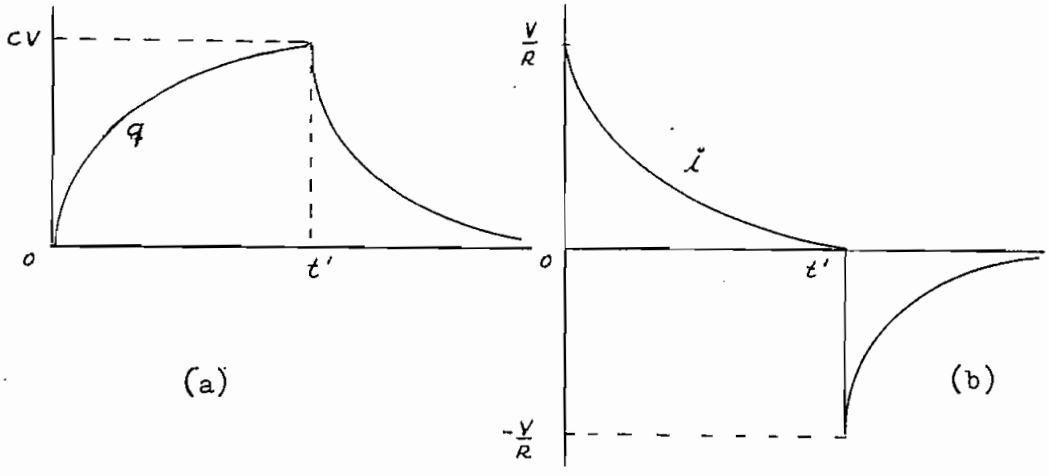


Fig 3-13

En la Fig. 3-13(a) se ha trazado la función 'q' en carga y descarga, representándose las funciones de intensidad correspondientes en la Fig. 3-13(b). Como la carga q tiene que ser una función contínua, q = CV para t' (-) y t' (+), mientras que i es igual a cero para t' (-), y vale - V/R para t' (+).

3-2-4. Régimen transitorio en circuitos RLC.-

Aplicando la segunda ley de Kirchhoff al circuito serie RLC de la Fig. 3-14 se obtiene la siguiente ecuación integrodiferencial.

$$Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = V \tag{3-43}$$

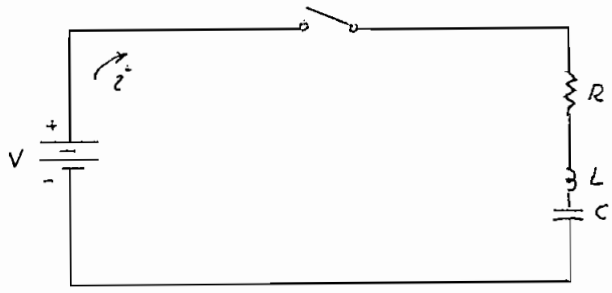


Fig. 3-14

derivando la ecuación (3-43) se obtiene;

$$L\frac{d^2i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0 \quad \text{o bien} \quad (D^2 + \frac{R}{L}D + \frac{1}{LC})i = 0 \qquad (3\text{-}44)$$

que es una ecuación lineal diferencial de segundo grado y homogenea cuya solución particular es igual a cero. La función complementaria puede ser de tres tipos segun los valores relativos de R, L y C. Los coeficientes de la ecuación característica $D^2+(R/L)D + \frac{1}{LC} = 0$, son constantes y las raíces son:

$$D_1 = \frac{-R/L + \quad (R/L)^2 - 4/LC}{2} \qquad (3\text{-}45)$$

$$D_2 = \frac{-R/L - \quad (R/L)^2 - 4/LC}{2} \qquad (3\text{-}46)$$

haciendo $\alpha = -R/2L$ y $\beta = \sqrt{(R/2L)^2 - 1/LC}$

entonces; $D_1 = \alpha + \beta$ y $D_2 = \alpha - \beta$ (3-47)

El subradical α , puede ser positivo, cero o negativo y la solución es, entonces, amortiguada: supercrítica, crítica y subcrítica (oscilatoria) respectivamente.

3-2-4-1. Caso 1 $(R/2L)^2 > 1/LC$.-

Las raices D_1 y D_2 son reales y distintas, dando lugar al caso de amortiguamiento super -

crítico. La ecuación (3-44) se puede escribir, entonces, en forma de producto

$$[D - (\alpha + \beta)][D - (\alpha - \beta)]\, i = 0 \qquad (3\text{-}48)$$

y la intensidad de corriente es:

$$i = C_1 e^{(\alpha + \beta)t} + C_2 e^{(\alpha - \beta)t} \quad ó$$

$$i = e^{\alpha t}(C_1 e^{\beta t} + C_2 e^{-\beta t}) \qquad (3\text{-}49)$$

3-2-4-2. Caso 2 $(R/2L)^2 = 1/LC$.-

Las raíces D_1 y D_2 son iguales y la solución corresponde al caso de amortiguamiento crítico. En forma de producto, la ecuación (3-44) se convierte en:

$$(D - \alpha)(D - \alpha)i = 0 \qquad (3\text{-}50)$$

cuya solución es

$$i = e^{\alpha t}(C_1 + C_2 t) \qquad (3\text{-}51)$$

3-2-4-3. Caso 3 $(R/2L)^2 < 1/LC$.-

Las raíces D_1 y D_2 son complejas-conjugadas y la solución corresponde al caso de amortiguamiento subcrítico u oscilatorio. Definiendo α igual como antes y $\beta = \sqrt{1/LC - (R/2L)^2}$, la forma de producto de la ecuación con operador es:

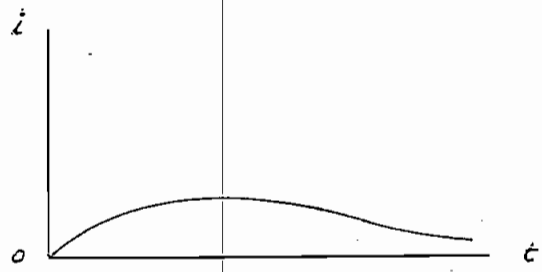
$$[D - (\alpha + j\beta)][D - (\alpha - j\beta)]i = 0 \qquad (3\text{-}52)$$

cuya solución viene dada por:

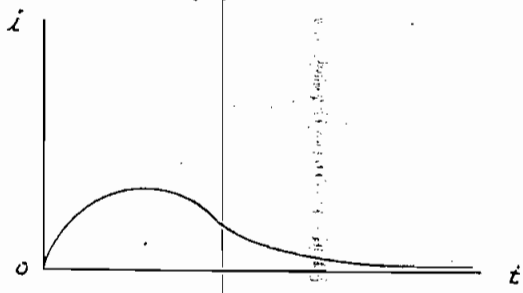
$$i = e^{\alpha t}(C_1 \operatorname{Cos}\beta t + C_2 \operatorname{Sen}\beta t) \qquad (3\text{-}53)$$

La intensidad de corriente contiene, en todos los casos el factor $e^{\alpha t}$, y como $\alpha = -2/RL$, el valor final es igual a cero. Garantizando que la función complementaria -

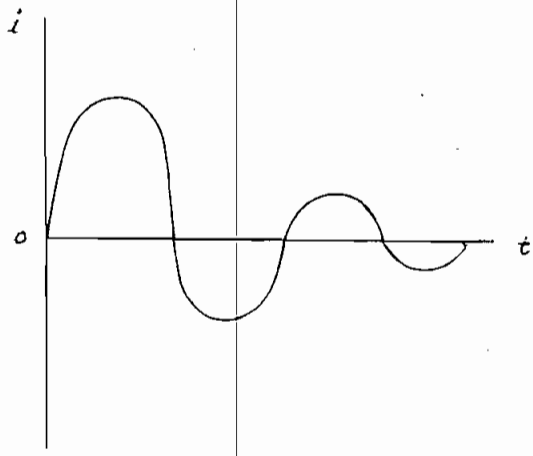
desaparece, en un tiempo relativamente corto. Los tres casos se esquematizan en la Fig. 3-15, cuando el valor inicial es cero y la pendiente inicial es positiva.



(a) Caso 1



(b) Caso 2



(c) Caso 3

Fig. 3-15

3-3. Régimen transitorio en corriente alterna

3-3-1. Régimen transitorio en circuitos RL con alimentación senoidal.-

En el circuito serie RL de la Fig. 3-16 al cerrar el interruptor se aplica una tensión senoidal. En dicho momento, la función de tensión puede estar en un punto cualquiera del período y, por tanto, el ángulo de fase ϕ puede tomar valores desde cero hasta 2π radianes por segundo, aplicando la segunda ley de Kirchhoff se obtiene la siguiente ecuación:

$$Ri + L\frac{di}{dt} = V_{máx}\,\mathrm{Sen}(wt + \phi) \text{ o bien,}$$

$$(D + \frac{R}{L})i = \frac{V_{máx}}{L}\,\mathrm{Sen}(wt + \phi) \qquad (3\text{-}54)$$

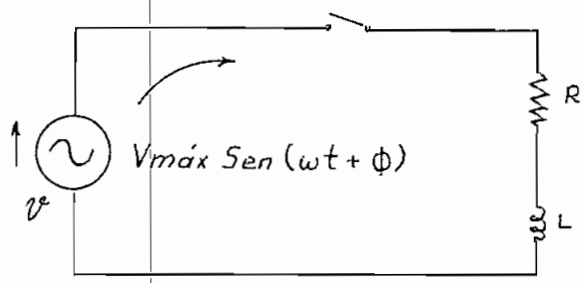


Fig. 3-16

La función complementaria es: $i_C = Ce^{-(R/L)t}$, y la solución particular es: $i_P = e^{-(R/L)t} \int e^{(R/L)t}\frac{V_{máx}}{L}\,\mathrm{Sen}(wt + \phi)dt = \frac{V_{máx}}{\sqrt{R^2 + w^2L^2}}\,\mathrm{Sen}(wt + \phi - \mathrm{arctg}\, wL/R)$, la solución completa, por tanto es:

$$i = i_C + i_P = Ce^{-(R/L)t} + \frac{V_{máx}}{\sqrt{R^2 + w^2L^2}}\,\mathrm{Sen}(wt + \phi - \mathrm{arctg}\, wL/R) \qquad (3\text{-}55)$$

La bobina impide cualquier cambio bruzco de corriente y, como antes de cerrar el circuito la intensidad es cero, se deduce que io es igual a cero. Por consiguiente, para t=0

$$io=0= C(1) + \frac{Vmáx}{\sqrt{R^2 + w^2L^2}} \operatorname{Sen}(\phi - \operatorname{arctg} wL/R)$$

y $$C = - \frac{Vmáx}{\sqrt{R^2 + w^2L^2}} \operatorname{Sen}(\phi - \operatorname{arctg} wL/R)$$

sustituyendo en (3-55), la intensidad es

$$i=e^{-(R/L)t} \frac{Vmáx}{\sqrt{R^2 + w^2L^2}} \operatorname{Sen}(\phi-\operatorname{arctg} wL/R) + \frac{Vmáx}{\sqrt{R^2 + w^2L^2}} \operatorname{Sen}(wt+\phi - \operatorname{arctg} wL/R) \qquad (3\text{-}56)$$

El primer sumando de la ecuación (3-56) contiene el factor $e^{-(R/L)}$ que se anula en un tiempo relativamente corto. La expresión entrecorchetes es, simplemente, una constante, cuyo valor depende del momento del ciclo ϕ en el que se ha producido el cierre del circuito. Si $(\phi - \operatorname{arctg} wL/R) = n\pi$, siendo n=1,2,3,.. la constante vale cero y la corriente pasa directamente al régimen permanente. Y si $(\phi - \operatorname{arctg} wL/R)$ es igual a $(1 + 2n)\pi/2$, el régimen transitorio tendrá la amplitud máxima posible.

El segundo sumando de la ecuación (3-56) es la intensidad de corriente en régimen permanente retrazada respecto a la tensión aplicada un ángulo arctg wL/R. Esta solución particular, obtenida anteriormente por integración, puede determinarse por el método de los coeficientes indeterminados. El método es aplicable, cuando la función de entrada es una función Seno, un Coseno o una exponencial, ya que en estas funciones las derivadas sucesivas repiten el mismo conjunto de funciones. Para aplicar el método a la ecuación-

(3-54), en la que el segundo miembro es Vmáx Sen(wt + ϕ), suponemos una intensidad particular,

$$i_p = A\ Cos(wt + \phi) + B\ Sen\ (wt + \phi) \qquad (3\text{-}57)$$

en la que A y B son constantes. La primera derivada vale

$$i'_p = -AwSen(wt + \phi) + BwCos(wt + \phi) \qquad (3\text{-}58)$$

Sustituyendo estas expresiones de i_p e i'_p en la ecuación (3-54) se obtiene:

$$-Aw\ Sen(wt + \phi) + Bw\ Cos(wt + \phi) + \frac{R}{L}\ A\ Cos(wt + \phi) + B\ Sen(wt + \phi) = \frac{Vmáx}{L}\ Sen(wt + \phi) \qquad (3\text{-}59)$$

agrupando términos semejantes,

$$(-Aw + B\ R/L)Sen(wt + \phi) + (Bw + A\ R/L)Cos(wt + \phi) = \frac{Vmáx}{L}\ Sen\ (wt + \phi) \qquad (3\text{-}60)$$

e igualando los coeficientes de dichos términos, se obtiene las ecuaciones en A y B

$$-Aw + B\ R/L = Vmáx/L \qquad (3\text{-}61)$$

y $$Bw + A\ R/L = 0$$

de donde $$A = \frac{-wLVmáx}{R^2 + w^2L^2} \quad y \quad B = \frac{RVmáx}{R^2 + w^2L^2} \qquad (3\text{-}62)$$

sustituyendo los valores encontrados de A y B, en la ecuación (3-57), se obtiene la intensidad de corriente

$$i_p = \frac{-wLVmáx}{R^2 + w^2L^2} Cos(wt + \phi) + \frac{RVmáx}{R^2 + w^2L^2} Sen(wt + \phi) \qquad (3\text{-}63)$$

o bien $$i_p = \frac{Vmáx}{\sqrt{R^2 + w^2L^2}} Sen(wt + \phi - arctg\ wL/R) \qquad (3\text{-}64)$$

que es la misma que la solución particular obtenida antes por integración.

3-3-2. Régimen transitorio en circuitos RC con alimentación senoidal.-

En el circuito serie RC de la Fig. 3-17, al cerrar el interruptor se tiene aplicada una tensión senoidal. La segunda ley de Kirchhoff conduce a la ecuación:

$$Ri + \frac{1}{C}\int idt = V_{máx}\ Sen(wt + \phi) \qquad (3\text{-}65)$$

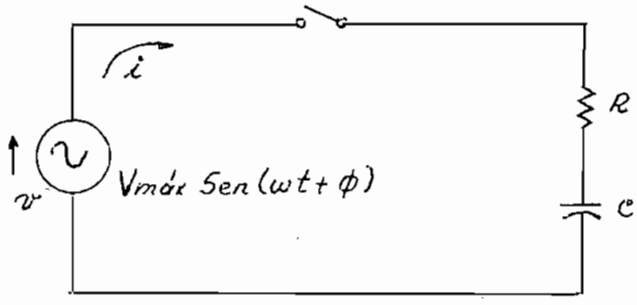


Fig. 3-17

Derivando la ecuación (3-65) teniendo en cuenta la notación del operador D, resulta

$$\left(D + \frac{1}{RC} \right) i = \frac{wV_{máx}}{R} Cos(wt + \phi) \qquad (3\text{-}66)$$

la función complementaria es $i_C = C\ e^{-t/RC}$ (3-67)

y la solución particular, obtenida por integración o por coeficientes indeterminados, es

$$i_P = \frac{V_{máx}}{\sqrt{R^2 + (1/wC)^2}} Sen(wt + \phi + arctg\ 1/wCR\ ) \qquad (3\text{-}68)$$

Por tanto, la solución completa es:

$$i = Ce^{-t/RC} + \frac{V_{máx}}{\sqrt{R^2 + (1/wC)^2}} Sen(wt + \phi + arctg\ 1/wCR\ ) \qquad (3\text{-}69)$$

para determinar la constante C hagamos t=0 en la ecuación (3-65); la corriente inicial es, entonces, $i_o = \frac{V_{máx}}{R} Sen\ \phi$.

Sustituyendo el valor de la corriente inicial en la ecuación (3--69) y haciendo t=0, resulta:

$$\frac{V_{máx}}{R}\,\text{Sen}\,\phi = C(1) + \frac{V_{máx}}{\sqrt{R^2 + (1/wC)^2}}\,\text{Sen}(\,\phi + \text{arctg}\ 1/wCR\,) \qquad (3\text{-}70)$$

o bien $C = \frac{V_{máx}}{R}\,\text{Sen}\phi - \frac{V_{máx}}{\sqrt{R^2 + (1/wC)^2}}\,\text{Sen}(\,\phi + \text{arctg}\ 1/wCR\,)$ (3-71)

llevando el valor de la ecuación (3-71) a la ecuación (3-69) se - obtiene el valor completo de la intensidad de corriente

$$i = e^{-t/RC}\left[\frac{V_{máx}}{R}\,\text{Sen}\phi - \frac{V_{máx}}{\sqrt{R^2 + (1/wC)^2}}\,\text{Sen}(\phi + \text{arctg}\ 1/wCR\,)\right] + \frac{V_{máx}}{\sqrt{R^2 + (1/wC)^2}}\,\text{Sen}(wt + \phi + \text{arctg}\ 1/wCR\,) \qquad (3\text{-}72)$$

El primer sumando es el transitorio con un factor de decrecimiento $e^{-t/RC}$. La magnitud entre corchetes es una constante. El segundo sumando representa la intensidad de corriente en el régimen-permanente que va en adelanto de fase, respecto de la tensión aplicada, en un ángulo arctg 1/wCR.

3-3-3. Régimen transitorio en circuitos RLC con alimentación senoidal.-

Al cerrar el interruptor en el circuito RLC de la Fig. 3-18, se le aplica una tensión senoidal. La ecuación resultante es:

$$Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = V_{máx}\,\text{Sen}(wt + \phi) \qquad (3\text{-}73)$$

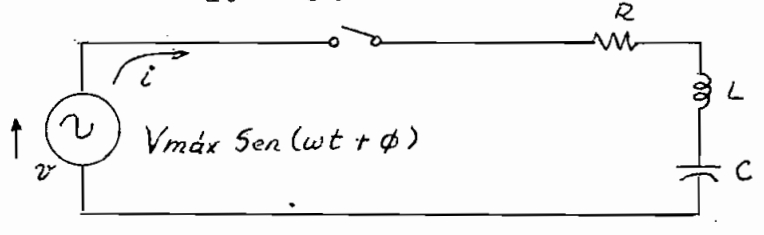


Fig. 3-18

Derivando la ecuación (3-73) y teniendo en cuenta la notación operacional resulta

$$\left(D^2 + \frac{R}{L} D + \frac{1}{LC} \right) i = \frac{w\ Vmáx}{L} \operatorname{Cos}(wt + \phi) \qquad (3\text{-}74)$$

La solución particular se obtiene por el método de los coeficientes indeterminados en la forma siguiente: suponemos $i_p = A\operatorname{Cos}(wt + \phi) + B\operatorname{Sen}(wt + \phi)$. Se calculan después i'_p e i''_p y se sustituye en la ecuación (3-73). Los valores de A y B se determinan entonces igualando los coeficientes de los términos semejantes, como se hizo en el caso del circuito serie RL. Expresando el resultado como función de un solo Seno, la solución particular es:

$$i_p = \frac{Vmáx}{\sqrt{R^2 + (1/wC - wL)^2}} \operatorname{Sen}\left(wt+\phi+\operatorname{arctg}\left(\frac{1/wC-wL}{R}\right)\right) \qquad (3\text{-}75)$$

La función complementaria es idéntica a la del circuito RLC en corriente contínua, que ya fue estudiada y cuyo amortiguamiento es crítico, supercrítico o subcrítico (oscilatorio), según los valores de R,L y C.

3-3-3-1. Caso 1 $(R/2L)^2 > 1/LC$.-

Las raices son reales y distintas, dando lugar al caso de amortiguamiento supercrítico. $D_1 = \alpha + \beta$, $D_2 = \alpha - \beta$, siendo $\alpha = -R/2L$ y $\beta = \sqrt{(R/2L)^2 - 1/LC}$.

$$i = e^{\alpha t}(C_1 e^{\beta t} + C_2 e^{-\beta t}) + \frac{Vmáx}{\sqrt{R^2 + (1/wC - wL)^2}} \qquad (3\text{-}76)$$

$$.\operatorname{Sen}\left(wt+\phi+\operatorname{arctg}\left(\frac{1/wC-wL}{R}\right)\right)$$

3-3-3-2. Caso 2 $(R/2L)^2 = 1/LC$.-

Las raíces son reales y distintas dando lugar al caso de amortiguamiento crítico. La intesidad de corriente es:

$$i=e^{\alpha t}(C_1 + C_2 t) + \frac{V_{máx}}{\sqrt{R^2 + (1/wC - wL)^2}} \cdot$$

$$\mathrm{Sen}\left(wt + \phi \ \mathrm{arctg}\left(\frac{1/wC - wL}{R}\right)\right) \qquad (3\text{-}77)$$

3-3-3-3. Caso 3 $(R/2l)^2 < 1/LC$.-

Las raices son complejas conjugadas resultando el caso de amortiguamiento supercrítico u oscilatorio, y la intensidad de corriente completa es:

$$i=e^{\alpha t}(C_1 \mathrm{Cos}\beta t + C_2 \mathrm{Sen}\beta t) \qquad (3\text{-}78)$$

$$+\frac{V_{máx}}{\sqrt{R^2 + (1/wC - wL)^2}} \mathrm{Sen}\left(wt+\phi+\mathrm{arctg}\left(\frac{1/wC-wL}{R}\right)\right)$$

siendo $\beta = \sqrt{1/LC - (R/2L)^2}$

Las soluciones particulares de las ecuaciones (3-76), (3-77) y (3-78) son idénticas, mientras que la corriente transitoria dada por la función complementaria es diferente en cada caso. Por ejemplo, en el caso 3 la parte transitoria contiene un conjunto de funciones senoidales de pulsación β radianes por segundo, que es, en general, distinta de w de la solución particular. En consecuencia, es imposible predecir la forma de intensidad de corriente durante el período transitorio, siendo muchas veces muy irregular. Una vez que el factor de decrecimiento ha anulado la parte transitoria, la corriente adelanta o retrasa en fase res -

pecto de la tensión aplicada, según los valores relativos de las reactancias $1/wC$ y wL, un ángulo arctg $(1/wC - wL)/R$.

3-3-4. Régimen transitorio en circuitos de dos mallas.-

Al aplicar las leyes de Kirchhoff al circuito de dos mallas de la Fig. 3-19 conducen al sistema de ecuaciones diferenciales:

$$R_1 i_1 + L_1\, di_1/dt + R_2 i_2 = V \qquad (3\text{-}79)$$

$$R_1 i_1 + (R_1 + R_2) i_2 + L_2\, di_2/dt = V$$

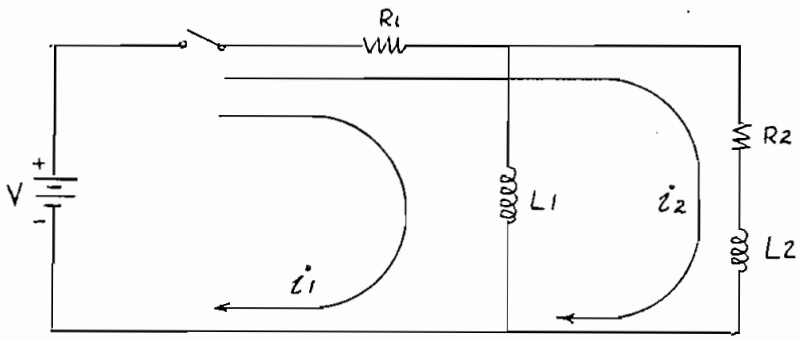


Fig 3-19

Utilizando la notación operacional y agrupando los términos semejantes se tiene:

$$(D + R_1/L_1) i_1 + (R_1/L_1) i_2 = V/L_1$$
$$(R_1/L_2) i_1 + \left(D + \frac{R_1 + R_2}{L_2}\right) i_2 = V/L_2$$

o bien en forma matricial,

$$\begin{bmatrix} D + R_1/L_1 & R_1/L_1 \\ R_1/L_2 & D + (R_1+R_2)/L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V/L_1 \\ V/L_2 \end{bmatrix} \qquad (3\text{-}80)$$

Con objeto de tener una ecuación de i_1 independiente de i_2, se puede resolver el problema por la regla de Cramer.

Una vez que ha sido aplicada dicha regla se obtiene la siguiente ecuación para i_1:

$$\left[D^2 + \frac{(R_1L_1 + R_2L_1 + R_1L_2)D}{L_1L_2} + \frac{R_1R_2}{L_1L_2}\right] i_1 = VR_2/L_1L_2 \qquad (3\text{-}81)$$

La ecuación característica es de la forma $D^2 + AD + B = 0$, pero como en este caso, $A^2 - 4B > 0$, para todos los valores de las constantes del circuito (siempre que ni L_1 ni L_2 sean nulos), la función complementaria es de la forma dada en la ecuación (3-49). Como la función de entrada es constante, una solución particular es la constante que satisface la ecuación:

$$\frac{R_1R_2}{L_1L_2} i_{1P} = VR_2/L_1L_2 \quad \text{o bien } i_{1P} = V/R_1 \qquad (3\text{-}82)$$

De igual forma si se aplica la regla de Cramer para obtener una ecuación de i_2 independiente de i_1, resultará la siguiente:

$$\left[D^2 + \frac{R_1L_1 + R_2L_1 + R_1L_2}{L_1L_2} \cdot D + \frac{R_1R_2}{L_1L_2}\right] i_2 = 0 \qquad (3\text{-}83)$$

La ecuación característica para este caso es la misma que la de (3-81) y, en consecuencia, las funciones complementarias son idénticas. Sin embargo, la solución particular de i_2 es cero, ya que la ecuación es homogenea.

El examen del circuito muestra que esto es perfectamente razonable ya que, en régimen permanente, L_1 aparece como un corto circuito de la rama R_2-L_2 derivando de este modo la corriente de esta rama. Entonces, R_1 es la única impedancia limitadora en el régimen permanente y, por tanto, la corriente es i_1=V/R, tal como se muestra en la ecuación (3-82).

CAPITULO CUARTO

ANALISIS DEL REGIMEN TRANSITORIO EN CIRCUITOS RLC

POR EL METODO DE LA TRANSFORMADA DE LAPLACE

4-1. Introducción.-

En el capítulo tres hemos estudiado la corriente en el régimen transitorio en circuitos que contienen elementos capaces de almacenar energía. Aplicando las leyes de Kirchhoff a dichos circuitos resultan una o más ecuaciones diferenciales en el dominio del tiempo, de acuerdo a la configuración que tenga el circuito. Estas ecuaciones pueden ser resueltas por los métodos clásicos. Sin embargo, en muchas situaciones, no es conveniente utilizar esos métodos, debido a la complejidad del proceso que lleva a la solución deseada, razón por la cual se verá otro método que se llama de la transformada de Laplace, que proporciona la solución, directa de una ecuación diferencial en determinadas circunstancias. Además en el caso de algunas funciones de forma irregular, no es posible manejarlas con facilidad por los métodos clásicos y el método de Laplace, en cambio, proporciona una solución muy viable.

4-2. La transformada de Laplace.-

Sea $f(t)$ una función de t, definida para todo $t > 0$; la transformada de Laplace, que se expresa con el símbolo $\mathcal{L}[f(t)]$, se define por:

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(S) = \int_0^{\infty} f(t)\, e^{-st} dt \qquad (4\text{-}1)$$

en donde el parámetro S puede ser un número real o complejo. en las aplicaciones a la teoría de circuitos, $S = \sigma + jw$. La operación $\mathcal{L}[f(t)]$ transforma una función $f(t)$, en el "dominio del tiempo", en una función $F(S)$, en el "dominio de la pulsación compleja o dominio de la variable S". Estas dos funcio-

nes f(t), forman un par de transformadas. Existen tablas en donde se encuentran estos pares de funciones. Las transformadas de la Tabla 4-1 son suficientes para los fines que se persiguen en el presente trabajo.

	f(t)	F(S)
1.	$A \quad t \geq 0$	$\frac{A}{S}$
2.	$At \quad t \geq 0$	$\frac{A}{S^2}$
3.	e^{-at}	$\frac{1}{S + a}$
4.	te^{-at}	$\frac{1}{(S + a)^2}$
5.	Sen wt	$\frac{w}{S^2 + a^2}$
6.	Cos wt	$\frac{S}{S^2 + w^2}$
7.	Sen (wt + θ)	$\frac{S \text{ Sen } \theta + w \text{ Cos } \theta}{S^2 + w^2}$
8.	Cos (wt + θ)	$\frac{S \text{ Cos } \theta - w \text{ Sen } \theta}{S^2 + w^2}$
9.	e^{-at}Sen wt	$\frac{w}{(S + a)^2 + w^2}$
10.	e^{-at}Cos wt	$\frac{(S + a)}{(S + a)^2 + w^2}$
11.	Senh wt	$\frac{w}{S^2 - w^2}$
12.	Cosh wt	$\frac{S}{S^2 - w^2}$
13.	df/dt	$S\,F(S) - f(0^+)$
14.	$\int f(t)\,dt$	$\frac{F(S)}{S} + \frac{f^{-1}(0^+)}{S}$
15.	f(t - t1)	$e^{-t1S}\,F(S)$
16.	f1(t) + f2(t)	F1(S) + F2(S)

Tabla 4-1. Transformadas de Laplace

Las condiciones suficientes para la existencia de la transformada de Laplace son que la función f(t) sea:

a).- Contínua a intervalos y,

b).- de orden exponencial.

La función f(t) es de orden exponencial si $|f(t)| < Ae^{\alpha t}$ para todo $t > to$, siendo A y to constantes positivas. Si cumplen estas condiciones, la integral de la transformada directa es convergente para todo $\sigma > \alpha$, y existe F(S). En el análisis de circuitos, todas las funciones cumplen con las condiciones (a) y (b).

4-3. Aplicación al análisis de circuitos

4-3-1. Circuitos RC.-

En el circuito serie RC representado en la Fig. 4-1 el condensador tiene una carga inicial q0 con la polaridad indicada en el esquema. Al cerrar el interruptor, debido al generador de tensión constante V, y a dicha carga inicial, circula una corriente de intensidad variable i, de manera que aplicando la segunda ley de Kirchhoff se obtiene la siguente ecuación diferencial:

$$Ri + \frac{1}{C}\int i\,dt \qquad (4\text{-}2)$$

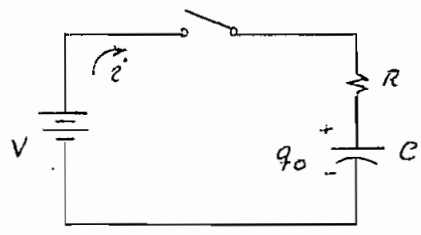


Fig. 4-1

LLamando I(S) a la intensidad de corriente en el dominio de S- y aplicando la transformada de Laplace a cada término de la ecua - ción (4-2) resulta:

$$\mathcal{L}\,[Ri] + \mathcal{L}\left[\frac{1}{C}\int idt\right] = \mathcal{L}V \qquad (4\text{-}3)$$

$$RI(S) + \frac{I(S)}{CS} + \frac{f^{-1}(0^+)}{CS} = \frac{V}{S} \qquad (4\text{-}4)$$

ahora bien $f^{-1}(0^+) = \int idt \Big/_{0^+} = q(0+)$. La carga inicial q0 es - positiva en la armadura superior del condensador, la misma que la- del borne superior del generador V. Por tanto el signo es positivo. Introduciendo q0 en la ecuación (4-4) queda:

$$R\,I(S) + \frac{I(S)}{CS} + \frac{q0}{CS} = \frac{V}{S} \qquad (4\text{-}5)$$

Agrupando términos y sacando factor común I(S), queda

$$I(S)\left(R + \frac{1}{CS}\right) = \frac{V}{S} - \frac{q0}{CS} \qquad (4\text{-}6)$$

con lo que $I(S) = \frac{1}{S}\,(V - q0/C)\,\frac{1}{(R + 1/SC)}$

$$= \frac{V - q0/C}{R}\;\frac{1}{(S + 1/RC)} \qquad (4\text{-}7)$$

La ecuación (4-7), en el dominio de la variable S, tiene su - correspondiente i en el dominio del tiempo, la operación por la - cual F(S) se convierte en f(t) se llama la transformada inversa de Laplace, y se representa por el símbolo $\mathcal{L}^{-1}[F(S)] = f(t)$. En la Tabla 4-1 se observa que la función F(S) del par de transformadas 3 equivale al término 1/(S + 1/RC) de la ecuación (4-7). Así, pues,- de la definición de la transformada inversa de Laplace y de la tabla se deduce:

$$\mathcal{L}^{-1}\left[F(S)\right] = i = \left(\frac{V - q_0/C}{R}\right) \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{S + 1/RC}\right]$$

$$= \frac{V - q_0/C}{R} \quad e^{-t/RC} \qquad (4\text{-}8)$$

La ecuación (4-8), en el dominio del tiempo, es la corriente-variable que circula por el circuito de la Fig. 4-1, que comienza-a circular en cuanto se cierra el interruptor de dicho circuito, - cuyo condensador contiene una carga inicial q_0.

En la ecuación (4-5), en el dominio de la variable S, ya se - había introducido las condiciones iniciales y, en consecuencia, la ecuación que resulta de la transformación inversa contiene dichas-constantes.

Obsérvese que por simples operaciones algebraicas en (4-6) y-(4-7), la función I(S) se ha reducido a uno de los dos tipos que aparecen en la tabla 4-1, facilitándose de este modo la obtención - de la transformada inversa de Laplace.

4-3-2. Ejemplo de aplicación para un circuito RC.-

En el circuito - serie RC representado en la Fig. 4-2 la carga inicial del - condensador es $q_0 = 2.500 \times 10^{-6}$ culombios. En el instante-$t = 0$ se cierra el interruptor, con lo que al circuito se - le aplica una fuente de tensión constante $V = 100$ voltios.- Hallar la intensidad de la corriente que circula aplicando-el método de la transformada de Laplace.

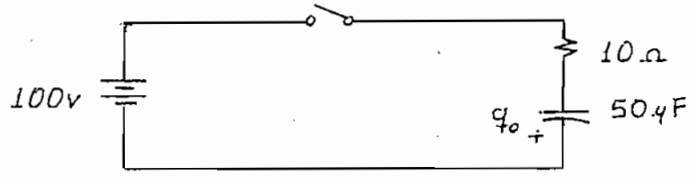


Fig 4-2

La ecuación del circuito en el dominio del tiempo, despues de cerrar el interruptor, es:

$$Ri + \frac{1}{C}\int i\,dt = V \qquad \text{o bien}$$

$$10i + \frac{1}{50x10^{-6}}\int i\,dt = 100 \qquad (4\text{-}9)$$

Aplicando la transformada de Laplace a los términos de la ecuación (4-9) se obtiene la ecuación en el dominio de la variable S,

$$10\,I(S) + \frac{I(S)}{50x10^{-6}S} + \frac{q_0}{50x10^{-6}S} = \frac{100}{S} \qquad (4\text{-}10)$$

Como se muestra en el circuito, la polaridad de la carga q_0 es opuesta a la correspondiente de la fuente; por tanto, la ecuación en el dominio de la variable S es:

$$10\,I(S) + \frac{I(S)}{50x10^{-6}S} - \frac{2.500x10^{-6}}{50x10^{-6}S} = \frac{100}{S} \qquad (4\text{-}11)$$

Agrupando términos $I(S)\left\{\frac{10S + 2x10^4}{S}\right\} = \frac{150}{S}$ (4-12)

o bien $$I(S) = \frac{15}{S + 2x10^3} \qquad (4\text{-}13)$$

aplicando ahora la transformada inversa de Laplace resulta la función del tiempo:

$$\mathcal{L}^{-1}[I(S)] = i = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{15}{S + 2x10^3}\right] = 15\,e^{-2x10^3 t}$$

$$i = 15\,e^{-2x10^3 t} \qquad (4\text{-}14)$$

Una vez que se ha determinado la ecuación (4-14) se puede dar valores a t con el fin de encontrar los distintos valores de la variación de corriente, para el circuito de la Fig. 4-2.

La forma como se va a determinar la variación de la corriente es tomando intervalos pequeños de tiempo y reemplazándolos en la e-

cuación (4-14).

Para el presente ejemplo se determina intervalos de tiempo:

$$t = \frac{1}{40.000} \qquad (4\text{-}15)$$

Con el intervalo de tiempo (4-15) se determina la siguiente - tabla para 65 diferentes valores de la corriente del circuito de la Fig. 4-2.

Para t = 0 i = 15 amp.

Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)
1	14.27	14	7.45	27	3.89	40	2.03	53	1.06
2	13.57	15	7.09	28	3.70	41	1.93	54	1.01
3	12.91	16	6.74	29	3.52	42	1.84	55	0.96
4	12.28	17	6.41	30	3.35	43	1.75	56	0.91
5	11.68	18	6.10	31	3.18	44	1.66	57	0.87
6	11.11	19	5.80	32	3.03	45	1.58	58	0.83
7	10.57	20	5.52	33	2.88	46	1.50	59	0.79
8	10.05	21	5.25	34	2.74	47	1.43	60	0.75
9	9.56	22	4.99	35	2.61	48	1.36	61	0.71
10	9.10	23	4.75	36	2.48	49	1.29	62	0.68
11	8.65	24	4.52	37	2.36	50	1.23	63	0.64
12	8.23	25	4.30	38	2.24	51	1.17	64	0.61
13	7.83	26	4.09	39	2.13	52	1.11	65	0.58

Tabla 4-2

VARIACION DE LA CORRIENTE EN UN CIRCUITO RC SERIE

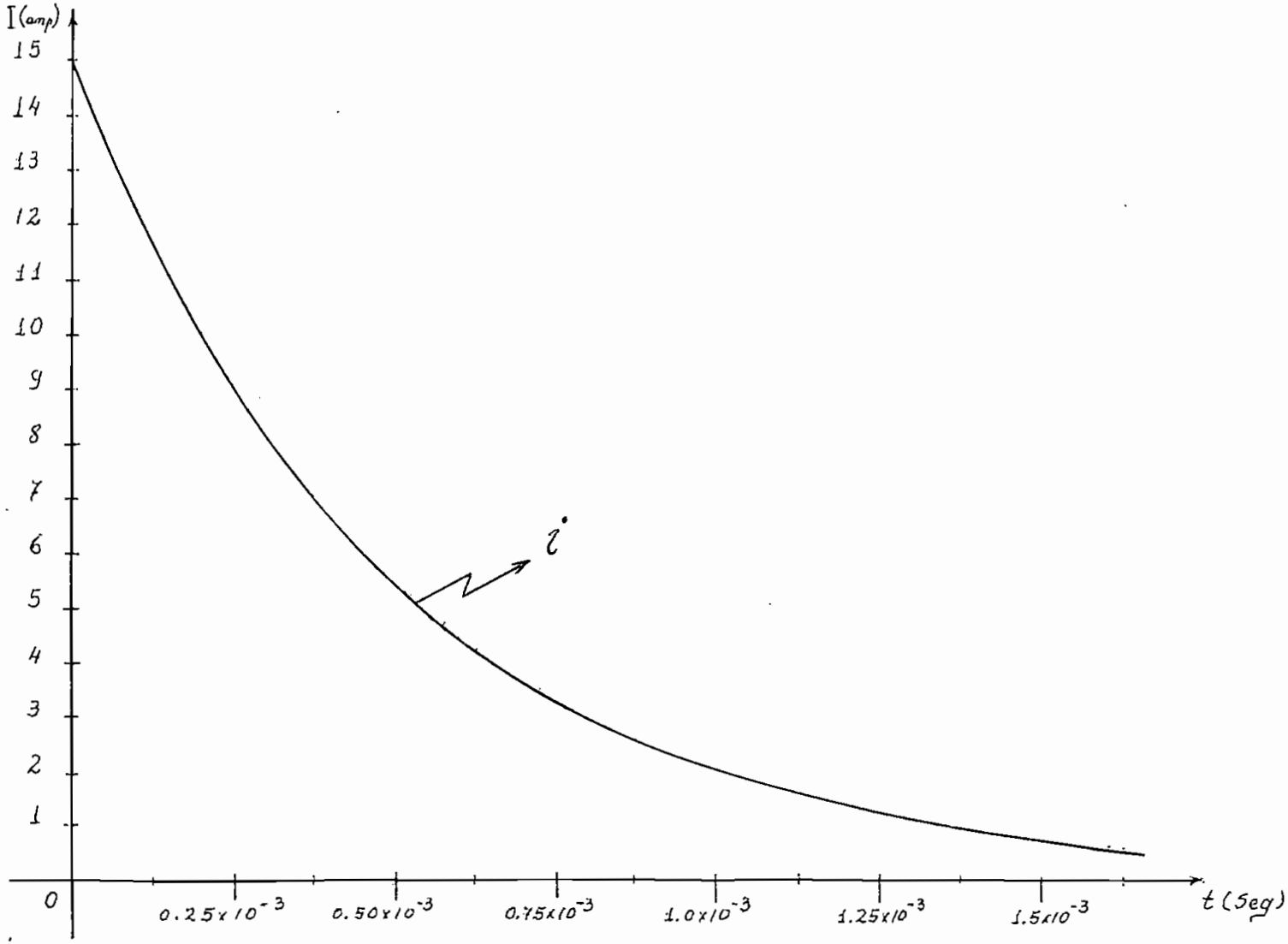


Fig. 4-3 Variación de la corriente para el circuito RC del ejmplo 4-3-2.

En la Fig. 4-3, se tiene la representación gráfica de la variación de la corriente para el circuito del ejemplo 4-3-2, de acuerdo a los valores que se encuentran en la tabla 4-2.

4-3-3. Circuitos RL.-

Al cerrar el interruptor en el circuito serie-RL de la Fig. 4-4, debido al generador de tensión constante-V, circula una corriente de intensidad variable i de manera que, según las leyes de Kirchhoff,

$$Ri + L\frac{di}{dt} = V \qquad (4\text{-}16)$$

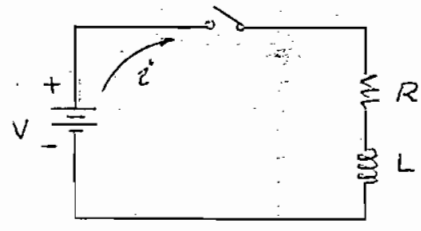


Fig. 4-4

Aplicando directamente la transformada de Laplace a cada término resulta:

$$\mathcal{L}\left[Ri\right] + \mathcal{L}\left[L\frac{di}{dt}\right] = \mathcal{L}\left[V\right] \qquad (4\text{-}17)$$

$$R\,I(S) + S\,LI(S) - Li(0^+) = \frac{V}{S} \qquad (4\text{-}18)$$

La corriente inicial $i(0^+)$ en un circuito RL, que es igual a cero antes de cerrar el interruptor, también lo es para el tiempo $t = 0^+$, sustituyendo $i(0^+) = 0$ en la ecuación (4-18) queda:

$$I(S)\,(R + SL) = V/S \qquad (4\text{-}19)$$

de donde, $I(S) = \frac{V}{S}\,\frac{1}{(R + SL)} = \frac{V}{L}\left(\frac{1}{S}\right)\frac{1}{S + R/L}$ (4-20)

La función en la variable S de la ecuación (4-20) no aparece directamente en la tabla 4-1; sin embargo si se escribe en la forma $A/S + B/(S + R/L)$, teniendo en cuenta los pares 1 y 3, tomando en cuenta también el par 16 que indica la función total en el tiempo, que es la suma de dos funciones de tiempo, es decir:

$$\mathcal{L}^{-1}[F1(S) + F2(S)] = f1(t) + f2(t).$$

Para obtener la suma deseada se descompone el segundo miembro de (4-20) prescindiendo de la constante V/L, en una suma de dos funciones;

$$\frac{1}{S(S + R/L)} = \frac{A}{S} + \frac{B}{S + R/L} = \frac{A(S + R/L) + BS}{S(S + R/L)} \qquad (4\text{-}21)$$

De los numeradores se deduce la siguiente ecuación en el dominio de la variable S;

$$1 = (A + B)S + AR/L \qquad (4\text{-}22)$$

igualando los coeficientes de los términos de igual grado en S resulta:

$$A + B = 0, \qquad A = L/R, \qquad B = -L/R \qquad (4\text{-}23)$$

Mediante las fracciones simples indicadas, con A y B determinados, la ecuación (4-20) se convierte en:

$$I(S) = \frac{V}{L}\left(\frac{L/R}{S} + \frac{-L/R}{S + R/L}\right) = \frac{V}{R}\left(\frac{1}{S} - \frac{1}{S + R/L}\right) \qquad (4\text{-}24)$$

Aplicando las transformacione 1 y 3 de la tabla 4-1 se obtiene la expresión de la transformada inversa, es decir,

$$\mathcal{L}^{-1}[I(S)] = i = \frac{V}{R}\left\{\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{S}\right] - \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{S + R/L}\right]\right\} \qquad (4\text{-}25)$$

con lo que $i = \frac{V}{R}\left(1 - e^{-(R/L)t}\right)$ (4-26)

La ecuación (4-26) es el conocido crecimiento exponencial de la intensidad de corriente al valor V/R del régimen permanente.

4-3-4. Ejemplo de aplicación para un circuito RL.-

En el circuito - serie RL representado en la Fig. 4-5 se cierra el interruptor en el instante t = 0, con lo que al circuito se le aplica una tensión constante de 50V. Hallar la intensidad de corriente que circula por el circuito.

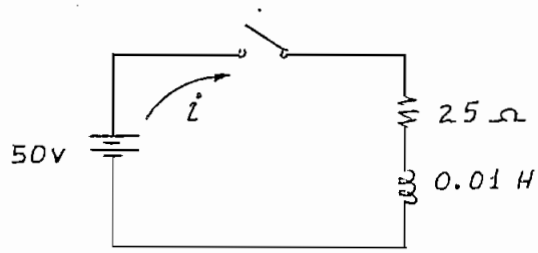


Fig. 4-5

La ecuación en el dominio del tiempo es:

$$25i + 0.01 \frac{di}{dt} = 50 \qquad (4\text{-}27)$$

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación (4-27) - se obtiene;

$$25\ I(S) + 0.01\ S\ F(S) - f(0^+) = 50/S \qquad (4\text{-}28)$$

en el instante $t = 0^+$ $f(0^+) = 0$. Por lo tanto la ecuación - (4-28) queda:

$$25\ I(S) + 0.01\ S\ I(S) = 50/S \qquad (4\text{-}29)$$

de donde $I(S) = 5000\left(\frac{1}{S(S + 2500)}\right)$ (4-30)

La ecuación (4-30) puede transformarse en:

$$I(S) = 5000\left(\frac{A}{S} + \frac{B}{S + 2500}\right) \qquad (4\text{-}31)$$

Tomando unicamente la parte interna de los paréntesis de la Ec. (4-31) y sacando factor común, e igualando a la -

parte interna de los paréntesis de la Ec. (4-30) se obtiene:

$$(A + B)S + 2500\ A = 1 \qquad (4\text{-}32)$$

igualando los coeficientes de los términos de igual grado en S, resulta;

$$A + B = 0, \quad A = 1/2500, \quad B = -1/2500 \qquad (4\text{-}33)$$

Mediante las fracciones simples indicadas, con A y B determinados, la Ec. (4-30) se convierte en:

$$I(S) = 5000\left(\frac{1}{2500S} - \frac{1}{2500(S + 2500)}\right) \qquad (4\text{-}34)$$

$$I(S) = 2\left(\frac{1}{S} - \frac{1}{S + 2500}\right) \qquad (4\text{-}35)$$

Aplicando las transformaciones 1 y 3 de la tabla 4-1 se obtiene la expresión de la transformada inversa, es decir,

$$\mathcal{L}^{-1}[I(S)] = i = 2\left\{\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{S}\right] - \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{S + 2500}\right]\right\} \qquad (4\text{-}36)$$

con lo que $i = 2(1 - e^{-2500t})$ (4-37)

Una vez que se ha determinado la función representada en la Ec. (4-37), la cual indica la variación de la corriente en el circuito serie RL de la Fig. 4-5, se determinarán diferentes valores instantáneos de corriente, a intervalos pequeños de tiempo, con el fin de determinar la tabla 4-3.

para el presente ejemplo se determina intervalos de tiempo:

$$t = 1/50000 \qquad (4\text{-}38)$$

Con el intervalo de tiempo (4-38) se determina la siguiente tabla con 65 diferentes valores instantáneos de corriente.

Para $t = 0$, $i = 0$ amp.

Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)
1	0.10	14	1.01	27	1.48	40	1.73	53	1.86
2	0.19	15	1.06	28	1.51	41	1.74	54	1.87
3	0.28	16	1.10	29	1.53	42	1.76	55	1.87
4	0.36	17	1.15	30	1.55	43	1.77	56	1.88
5	0.44	18	1.19	31	1.58	44	1.78	57	1.88
6	0.52	19	1.23	32	1.60	45	1.79	58	1.89
7	0.59	20	1.26	33	1.62	46	1.80	59	1.90
8	0.66	21	1.30	34	1.63	47	1.81	60	1.90
9	0.72	22	1.33	35	1.65	48	1.82	61	1.91
10	0.79	23	1.37	36	1.67	49	1.83	62	1.91
11	0.85	24	1.40	37	1.69	50	1.84	63	1.91
12	0.90	25	1.43	38	1.70	51	1.84	64	1.92
13	0.96	26	1.45	39	1.72	52	1.85	65	1.92

VARIACION DE LA CORRIENTE EN UN CIRCUITO RL SERIE

Tabla 4-3

En la Fig. 4-6, se tiene la representación de la respuesta del circuito serie RL del ejemplo 4-3-4, en forma gráfica, de acuerdo a los valores instantáneos de corriente indicados en la tabla 4-3.

4-3-5. Circuitos RLC.-

Al cerrar el interruptor en el circuito serie RLC representado en la Fig. 4-7, debido al generador de tensión constante V, circula una corriente de intensidad variable i de manera que;

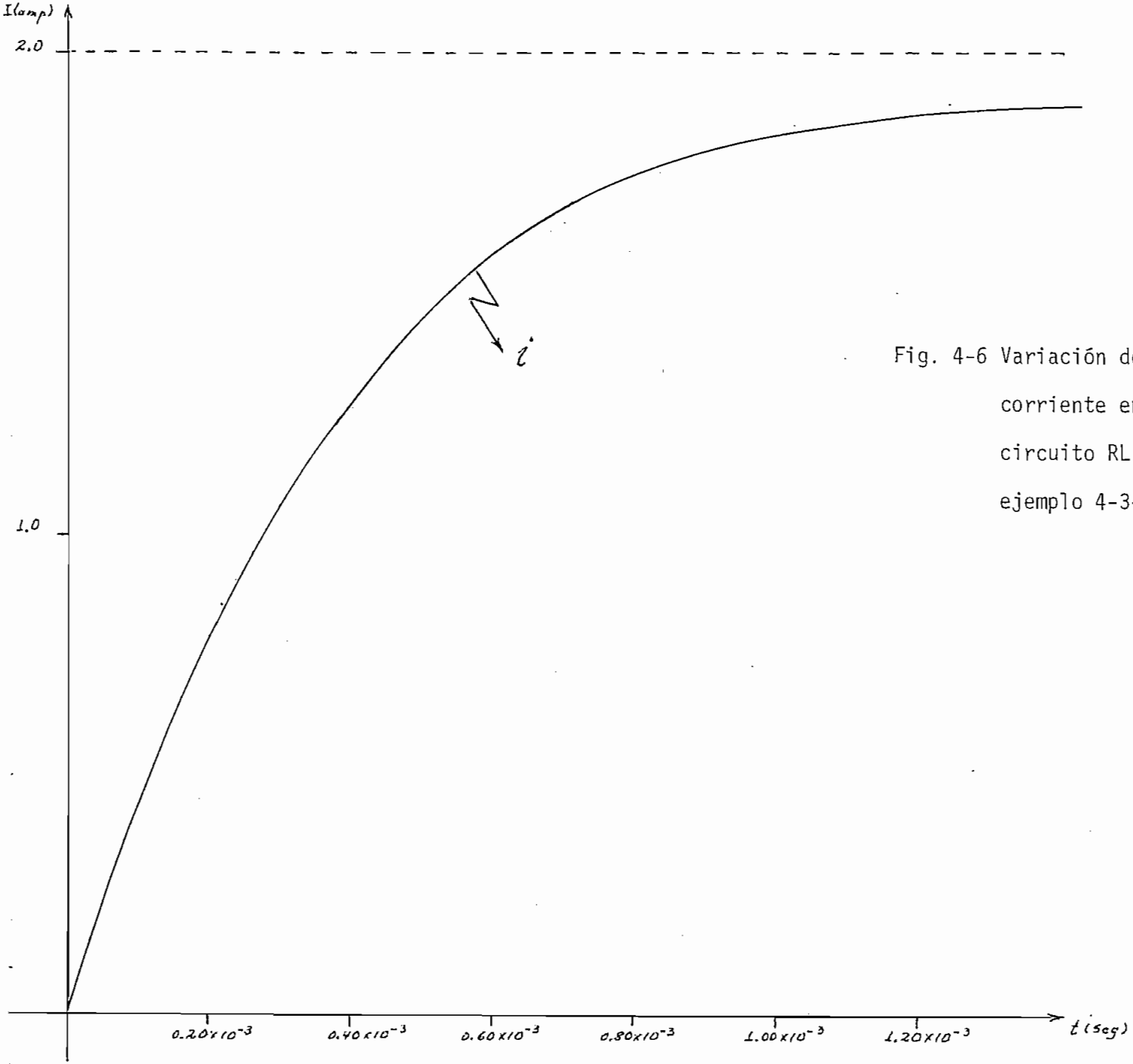


Fig. 4-6 Variación de la corriente en el circuito RL del ejemplo 4-3-4.

4-6

$$Ri + \frac{1}{C}\int idt + L\frac{di}{dt} = V \qquad (4\text{-}39)$$

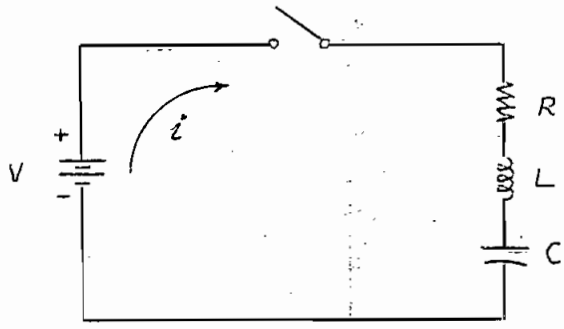


Fig. 4-7

Aplicando directamente la transformada de Laplace a cada término - resulta:

$$\mathcal{L}\left[Ri\right] + \mathcal{L}\left[\frac{1}{C}\int idt\right] + \mathcal{L}\left[L\frac{di}{dt}\right] = \mathcal{L}\left[V\right] \qquad (4\text{-}40)$$

$$RI(S) + \frac{I(S)}{CS} + \frac{f^{-1}(0^+)}{CS} + SLI(S) - Li(0^+) = \frac{V}{S} \qquad (4\text{-}41)$$

ahora bien, $f^{-1}(0^+) = \int idt\Big/_{0^+} = q(0^+)$, la carga inicial q_0 es positiva a la armadura superior del condensador, la misma que la del - borne superior del generador V, por lo tanto, el signo es positivo. La corriente inicial $i(0^+)$, que es igual a cero antes de cerrar el interruptor, también lo es para el tiempo $t = 0^+$, sustituyendo las dos condiciones iniciales, en la ecuación (4-41) queda:

$$RI(S) + \frac{I(S)}{CS} + \frac{q_0}{CS} + SLI(S) = \frac{V}{S} \qquad (4\text{-}42)$$

de donde;

$$I(S) = \frac{V - q_0/C}{L}\left(\frac{1}{S^2 + RS/L + 1/LC}\right) \qquad (4\text{-}43)$$

La función en la variable S de la ecuación (4-43) no aparece directamente en la tabla 4-1. Sin embargo, si se escribe de la forma :

$$A/\left[S - \left(-\frac{R}{L} + \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - 4/LC}\right)/2\right]$$

$$+ B/\left[S - \left(-\frac{R}{L} - \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - 4/LC}\right)/2\right],$$ teniendo en cuenta el par 3, y el par 16, indica que la función total de tiempo, es la suma de dos funciones del tiempo; esto es $\mathcal{L}^{-1}[F1(S) + F2(S)] = f1(t) + f2(t)$. Para obtener la suma deseada se descompone el segundo miembro de (4-43) prescindiendo de la constante $(V - q_0/C)/L$ en una suma de dos funciones.

$$\frac{1}{S^2 + \frac{RS}{L} + \frac{1}{LC}} = \frac{A}{S + \frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}} + \frac{B}{S + \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}} \qquad (4\text{-}44)$$

de los dos numeradores se saca la siguiente ecuación en la variable S;

$$1 = (A + B)S + A\left(R/2L + \sqrt{(R/2L)^2 - 1/LC}\right) + B\left(R/2L - \sqrt{(R/2L)^2 - 1/LC}\right) \qquad (4\text{-}45)$$

Igualando los coeficientes de igual grado en S,

$$A + B = 0 \qquad (4\text{-}46)$$

por lo tanto;

$$A = 1/\,2\sqrt{(R/2L)^2 - 1/LC}, \text{ y } B = 1/\,2\sqrt{(R/2L)^2 - 1/LC} \qquad (4\text{-}47)$$

Mediante las funciones simples indicadas, con A y B determinados en (4-47), la ecuación (4-43) se convierte en:

$$i(t) = \frac{V - q_0/C}{2L} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}} \cdot e^{-Rt/L}\left(e^{\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}} - e^{-\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}}\right) \qquad (4\text{-}48)$$

4-3-6. Ejemplo de aplicación para un circuito RLC.-

En el circuito-serie RLC representado en la Fig. 4-8, no existe carga inicial en el condensador. Si se cierra el interruptor en el instante t = 0, hallar la intensidad de corriente que circula por él.

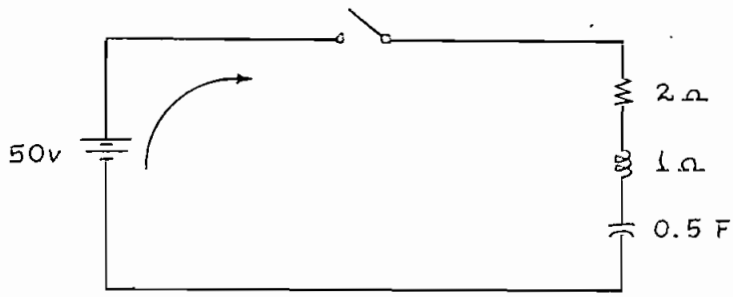


Fig. 4-8

La ecuación del circuito escrita en el dominio del tiempo es;

$$Ri + Ldi/dt + \frac{1}{C}\int i\,dt = V \qquad (4\text{-}49)$$

Aplicando la transformada de Laplace a cada uno de los términos de la Ec. (4-49), se obtiene la ecuación en el dominio de la variable S.

$$RI(S) + SLI(S) - Li(0^+) + \frac{I(S)}{SC} + \frac{q_0}{SC} = \frac{V}{S} \qquad (4\text{-}50)$$

Las condiciones iniciales son: $Li(0^+) = 0$, y $q_0/SC = 0$. Si se reemplazan las constantes del circuito en la Ec. (4-50), y los valores de los elementos resulta:

$$2I(S) + 1S\ I(S) + I(S)/0.5\ S = 50/S \qquad (4\text{-}51)$$

de donde:

$$I(S) = 50/(S^2 + 2S + 2) = 50/(S + 1 + j)(S+1-j) \qquad (4\text{-}52)$$

Desarrollando la Ec. (4-52), en fracciones simples;

$$I(S) = i25/(S + 1 + j) - j25/(S + 1 - j) \qquad (4\text{-}53)$$

Aplicando la transformada inversa de Laplace a (4-53) se deduce el valor de la intensidad de corriente en el dominio del tiempo.

$$i = j25(e^{(-1-j)} - e^{(-1+j)}) = 50\ e^{-t}\text{Sen}t \qquad (4\text{-}54)$$

Una vez determinada la función que representa la variación de la corriente en el circuito serie RLC, se determinarán algunos valores instantaneos de corriente, con el fin de representar grafi - camente dicha variación.

Debido a la función Sent, que aparece en la Ec. (4-54), se - grafizará toda la función que representa la Ec. (4-54), en un in - tervalo total de 4π seg, tomándose para llegar al objetivo deseado, 100 valores instantaneos de corriente. Por lo tanto, para cada valor instantaneo de corriente se considera intervalos pequeños de - tiempo, de valor:

$$t = 4\pi/100 \qquad (4\text{-}55)$$

Considerando el intervalo de tiempo (4-55) se determina la tabla - 4-4.

En el instante de tiempo t = 0, la función total de la Ec. - (4-54) es igual a cero.

Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)
1	5.527	9	14.600	17	4.985	25	0.000	33	-0.668
2	9,671	10	13.534	18	4.012	26	0.239	34	-0.631
3	12.625	11	12.328	19	3.144	27	-0.418	35	-0.585
4	14.571	12	11.046	20	2.381	28	-0.546	36	-0.533
5	15.679	13	9.742	21	1.721	29	-0.630	37	-0.477
6	16.104	14	8.456	22	1.160	30	-0.678	38	-0.421
7	15.985	15	7.220	23	0.691	31	-0.696	39	-0.365
8	15.448	16	6.058	24	0.307	32	-0.691	40	-0.312

Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)
41	-0.262	53	0.024	65	0.013	77	-0.001	89	-0.001
42	-0.215	54	0.027	66	0.011	78	-0.001	90	-0.001
43	-0.173	55	0.029	67	0.009	79	-0.001	91	-0.000
44	-0.136	56	0.030	68	0.007	80	-0.001	92	-0.000
45	-0.103	57	0.030	69	0.006	81	-0.001	93	0.000
46	-0.074	58	0.029	70	0.004	82	-0.001	94	0.000
47	-0.050	59	0.027	71	0.003	83	-0.001	95	0.000
48	-0.030	60	0.025	72	0.002	84	-0.001	96	0.000
49	-0.013	61	0.023	73	0.001	85	-0.001	97	0.000
50	0.000	62	0.021	74	0.001	86	-0.001	98	0.000
51	0.010	63	0.018	75	0.000	87	-0.001	99	0.000
52	0.018	64	0.016	76	0.000	88	-0.001	100	0.000

VARIACION DE LA CORRIENTE EN UN CIRCUITO RLC SERIE

Tabla 4-4

En la Fig. 4-9, se encuentra representada la variación de la corriente para un circuito serie RLC, correspondiente al Ejemplo-4-3-6.

4-3-7. Fórmula del desarrollo de Heaviside.-

La fórmula de Heaviside, establece que la transformada inversa de Laplace del Cociente $I(S) = P(S)/Q(S)$ es:

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{P(S)}{Q(S)}\right] = \sum_{K=1}^{n} \frac{P(ak)}{Q'(ak)} e^{akt} \qquad (4\text{-}56)$$

en donde los coeficientes ak son las n raices distintas de $Q(S)$.

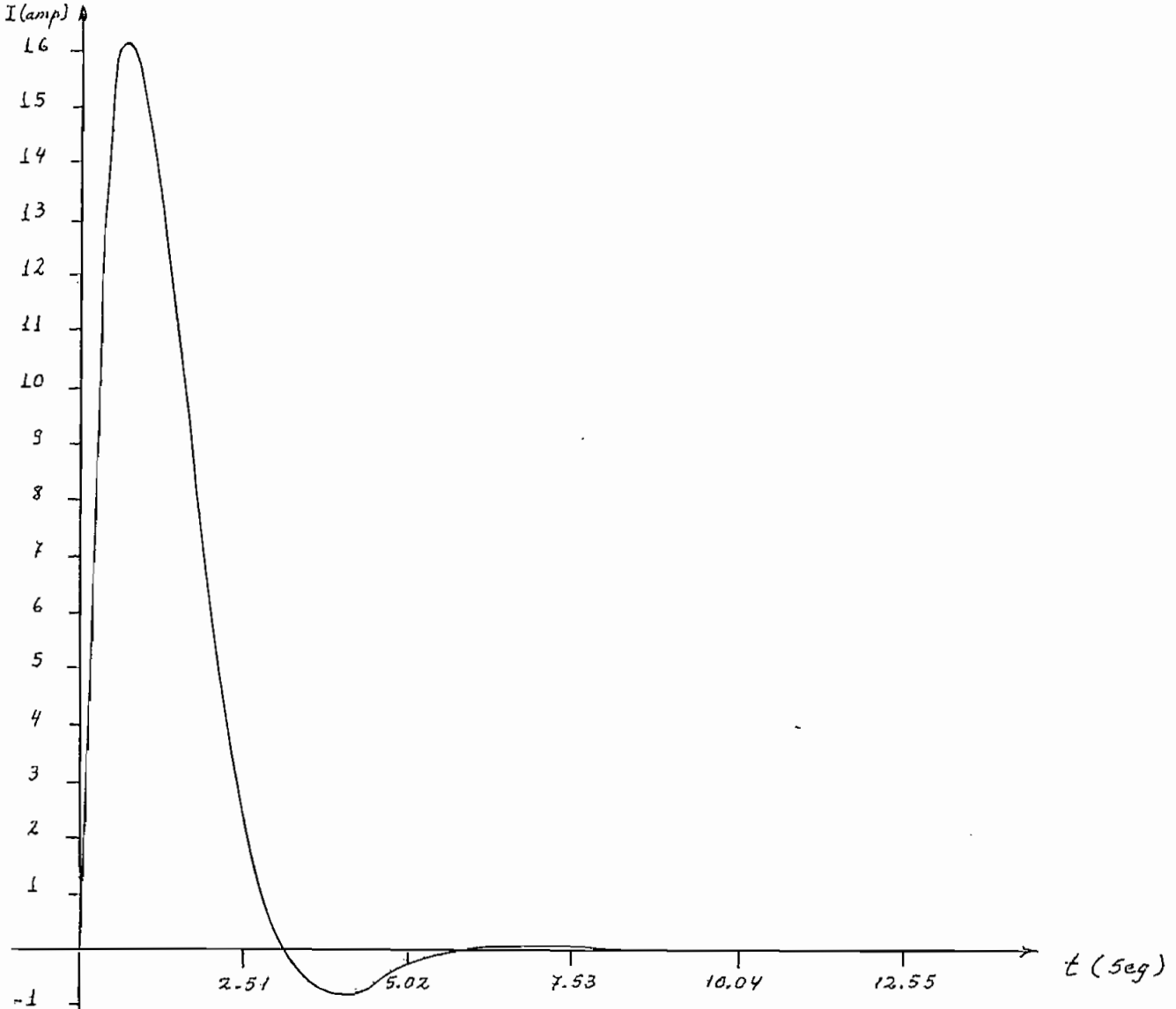


Fig. 4-9 Variación de la corriente en el circuito RLC del ejmplo 4-3-6.

4-9

Aplicando este desarrollo de Heaviside a la expresión de la intensidad de corriente en el dominio de la variable S al caso siguiente:

$$I(S) = \frac{P(S)}{Q(S)} = \frac{S - 1}{S^2 + 3S + 2} \qquad (4\text{-}57)$$

Encontrando las raices de Q(S) se tiene:

$$I(S) = \frac{S - 1}{(S + 2)(S + 1)} \qquad (4\text{-}58)$$

Ahora bien $P(S) = S-1$ y $Q(S) = S^2 + 3S + 2$, por lo tanto $Q'(S)$ es igual a $2S + 3$, y las raices de Q(S) son:

$$a_1 = -2 \quad y \quad a_2 = -1$$

De la ecuación (4-56) se obtiene;

$$i = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{P(S)}{Q(S)}\right] = \frac{P(-2)}{Q'(-2)} e^{-2t} + \frac{P(-1)}{Q'(-1)} e^{-t}$$

$$= 3e^{-2t} - 2e^{-t} \qquad (4\text{-}59)$$

4-3-8. Circuitos RC con alimentación Senoidal.-

En el circuito serie RC representado en la Fig. 4-10, el condensador tiene una carga inicial con la polaridad indicada en el esquema.- Al cerrar el interruptor, debido al generador de tensión Senoidal v, y a dicha carga inicial q_0 del condensador, circula una corriente de intensidad variable i, de modo que aplicando la segunda ley de Kirchhoff al circuito se obtiene la siguiente ecuación diferencial:

$$Ri + \frac{1}{C}\int i\, dt = A\, Sen(wt + \theta) \qquad (4\text{-}60)$$

En la Fig. 3-7(c) se representan las potencias instantaneas p_R y p_L. Si p_L se integra desde cero hasta infinito se ve que la energía discipada es igual a la energía almacenada en el campo magnético durante el régimen transitorio previo, $\frac{1}{2} Li^2$. Durante el transitorio, esta energía se transfiere a la resistencia.

3-2-2. Régimen transitorio en circuitos RC.-

Aplicando la segunda ley de Kirchhoff al circuito RC de la Fig. 3-8 resulta la ecuación diferencial siguiente:

$$\frac{1}{C}\int idt + Ri = V \qquad (3\text{-}21)$$

y derivando;

$$\frac{i}{C} + \frac{Rdi}{dt} = 0 \quad \text{o bien} \quad (D + \frac{1}{RC})i = 0 \qquad (3\text{-}22)$$

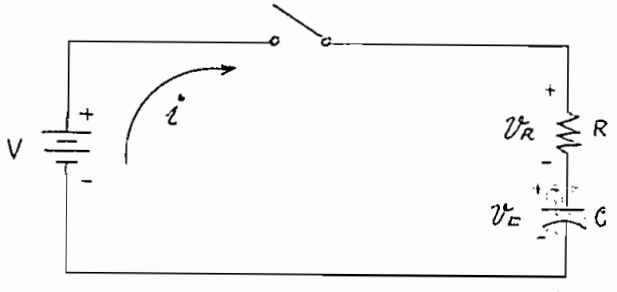


Fig. 3-8

La solución de esta ecuación homogenea solo contiene la función complementaria, ya que la solución particular es igual a cero. Por lo tanto,

$$i = Ce^{-t/RC} \qquad (3\text{-}23)$$

Para determinar la constante C, obsérvese que la ecuación (3-21) para t = 0 es $Ri_0 = V$ o bien $i_0 = V/R$. Sustituyendo el valor de i_0 en la ecuación (3-23) se obtiene el va

lor de C = V/R para t = 0. Entonces,

$$i = \frac{V}{R} e^{-t/RC} \tag{3-24}$$

La ecuación (3-24) tiene la forma de una caída exponencial, Fig. 3-9(a).

Las correspondientes tensiones transitorias son:

$$V_R = Ri = Ve^{-t/RC} \tag{3-25}$$

$$V_C = \frac{1}{C}\int idt = V(1 - e^{-t/RC}) \tag{3-26}$$

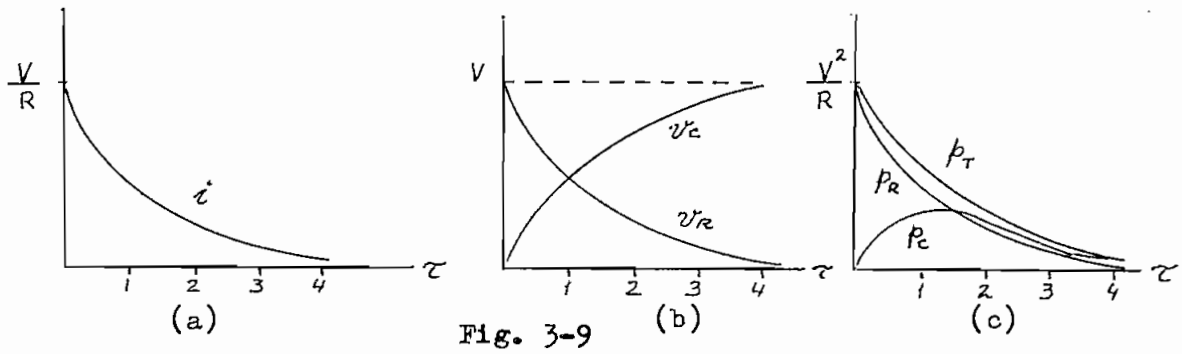


Fig. 3-9

y aparecen representadas en la Fig. 3-9(b). Las potencias instantaneas son:

$$p_R = V_R i = \frac{V^2}{R} e^{-2t/RC} \tag{3-27}$$

$$p_C = V_C i = \frac{V^2}{R}(e^{-t/RC} - e^{-2t/RC}) \tag{3-28}$$

Las potencias instantaneas p_R y p_C se encuentran representadas en la Fig. 3-9(c).

La potencia transitoria p_C, cuyos valores inicial y final son nulos, corresponde a la energía almacenada en el campo eléctrico del condensador con una tensión constante V entre sus placas. Puede comprobarse por integración de p_C desde cero hasta infinito.

$$\mathcal{E} = \int_0^{\infty} \frac{V^2}{R}(e^{-t/RC} - e^{-2t/RC})dt = \frac{1}{2} CV^2 \qquad (3\text{-}29)$$

En el circuito serie RC de la Fig. 3-10 se tiene puesto el interruptor en la posición 1 el tiempo suficiente para que se establezca el régimen permanente y, en el instante t = 0, se conmuta a la posición 2. Con el interruptor en esta posición la ecuación del circuito es:

$$\frac{1}{C}\int idt + Ri = 0 \quad ó \quad (D + \frac{1}{RC})i = 0 \qquad (3\text{-}30)$$

cuya solución es

$$i = Ce^{-t/RC} \qquad (3\text{-}31)$$

Para determinar la constante C se hace t = 0 en la ecuación (3-31) y se sustituye la corriente inicial io. Como el condensador se carga a una tensión V con la polaridad indicada en el esquema, la corriente inicial es opuesta a i; en consecuencia io = -V/R. Entonces C = - V/R y la intensidad de corriente es:

$$i = -\frac{V}{R} e^{-t/RC} \qquad (3\text{-}32)$$

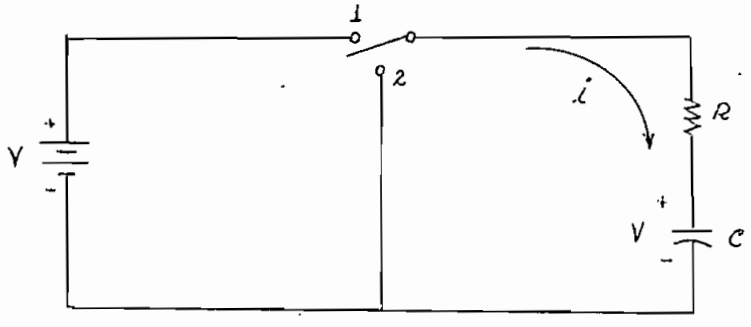


Fig. 3-10

Este decrecimiento transitorio se ha representado en la Fig. 3-11(a). Las tensiones transitorias correspondientes, en los elementos del circuito son:

$$V_R = Ri = -Ve^{-t/RC} \tag{3-33}$$

$$V_C = \frac{1}{C}\int idt = Ve^{-t/RC} \tag{3-34}$$

Se representan en la Fig 3-11(b). Obsérvese que $V_R + V_C = 0$ satisface a la ley de Kirchhoff ya que no hay ninguna tensión aplicada con el interruptor en la posisión 2. Las potencias transitorias son:

$$p_R = V_R i = \frac{V^2}{R} e^{-2t/RC} \tag{3-35}$$

$$p_C = V_C i = -\frac{V^2}{R} e^{-2t/RC} \tag{3-36}$$

Se representan en la Fig. 3-11(c). No hay ninguna fuente responsable de p_R, pero es evidente que la energía almacenada en el condensador se transfiere a la resistencia durante este régimen transitorio. Al realizar la integración de p_C entre cero e infinito se obtiene que es igual a $-\frac{1}{2}CV^2$.

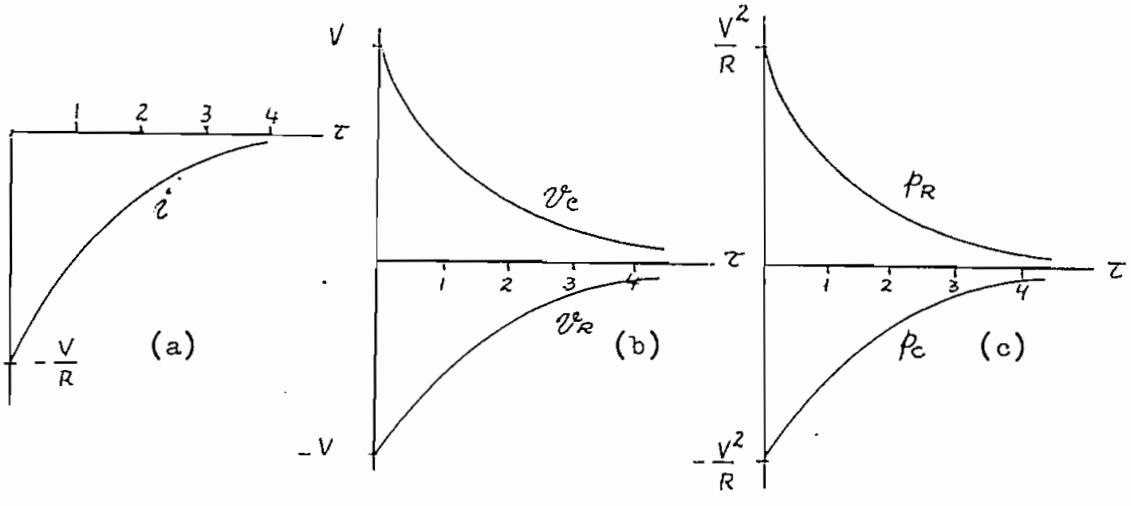


Fig. 3-11

3-2-3. Régimen transitorio en circuitos RC referido a la carga.-

En un circuito serie RC es conveniente, con frecuencia, como -

cer la ecuación que representa la carga transitoria q. Entonces, - puesto que la intensidad de corriente y la carga eléctrica están - relacionadas por $i = dq/dt$, se puede obtener dicha intensidad, por simple derivación respecto del tiempo.

En la Fig. 3-12 se ha cargado el condensador con la polaridad que se indica ya que 'q' tiene el mismo sentido que i en la Fig. 3-8 la ecuación referida en la intensidad de corriente es:

$$\frac{1}{C}\int idt + Ri = V \qquad (3\text{-}37)$$

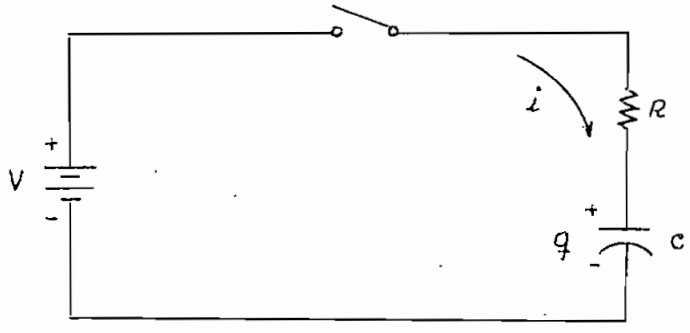


Fig. 3-12

y puede escribirse en la carga sustituyendo i por dq/dt. Por tanto,

$$\frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt} = V \text{ o bien } (D + \frac{1}{RC})q = V/R \qquad (3\text{-}38)$$

Utilizando el método seguido en la deducción de la ecuación - (3-5), la solución es

$$q = C\,e^{-t/RC} + CV \qquad (3\text{-}39)$$

Para t = 0, la carga inicial del condensador es qo = 0 y

$$q_o = 0 = C(1) + CV \text{ o bien } C = -CV \qquad (3\text{-}40)$$

llevando a la ecuación (3-39) este valor de C, se obtiene:

$$q = CV(1 - e^{-t/RC}) \qquad (3\text{-}41)$$

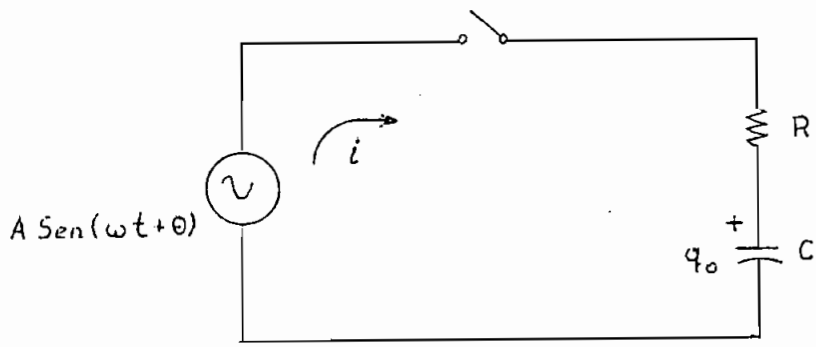


Fig. 4-10

Aplicando la transformada de Laplace a la Ec. (4-60) se obtiene:

$$R\,I(S) + I(S)/CS + q_0/CS = A\left(\frac{S\ \mathrm{Sen}\theta + w\mathrm{Cos}\theta}{S^2 + w^2}\right) \qquad (4\text{-}61)$$

Despejando I(S) de la ecuación (4-61) queda:

$$I(S) = \frac{1}{R}\left\{\left[A\left(\frac{S\ \mathrm{Sen}\theta + w\ \mathrm{Cos}\theta}{S^2 + w^2}\right) \cdot \frac{S}{S + 1/RC}\right] - \frac{q_0/C}{S + 1/RC}\right\} \qquad (4\text{-}62)$$

A una parte de la Ec. (4-62) se le puede aplicar la transformada inversa de Laplace en forma directa, de acuerdo a la Tabla (4-1 par 3.

La parte que no se puede aplicar directamente la transformada inversa de Laplace, según la tabla 4-1 es:

$$A\left(\frac{S\ \mathrm{Sen}\theta + w\ \mathrm{Cos}\theta}{S^2 + w^2}\right) \cdot \frac{S}{S + 1/RC} \qquad (4\text{-}63)$$

De acuerdo al desarrollo de Heaviside para encontrar la transformada inversa de Laplace, se tiene que;

$$P(S) = AS^2\mathrm{Sen}\theta + AS\ w\mathrm{Cos}\theta \qquad (4\text{-}64)$$

y, $$Q(S) = S^3 + S^2/RC + Sw^2 + w^2/RC \qquad (4\text{-}65)$$

De la ecuación (4-65) se puede determinar Q'(S) y es:

$$Q'(S) = 3S^2 + 2S/RC + w^2 \qquad (4\text{-}66)$$

Las raices de la Ec. (4-65) son:

$$S1 = jw$$
$$S2 = -jw \qquad (4\text{-}67)$$
$$S3 = -1/RC$$

Por o tanto la transformada inversa de Laplace para la Ec. (4-63) deberá contener tres partes, las cuales serán determinadas por las tres raices de Q(S), que aparecen en (4-67).

Para S = jw, la transformada es:

$$\frac{jAwRC\ \mathrm{Cos}\ \theta - AwRC\ \mathrm{Sen}\theta}{2j - 2wRC}\ e^{jwt} \qquad (4\text{-}68)$$

Para S = -jw, la transformada inversa es:

$$\frac{jAwRC\ \mathrm{Cos}\theta + AwRC\ \mathrm{Sen}\theta}{2j + 2wRC}\ e^{-jwt} \qquad (4\text{-}69)$$

Para S = -1/RC, la transformada inversa es:

$$\frac{A\ \mathrm{Sen}\theta - AwRC\ \mathrm{Cos}\theta}{1 + (wRC)^2}\ e^{-1/RC} \qquad (4\text{-}70)$$

Sumando algébricamente las ecuaciones (4-68) y (4-69) se obtiene:

$$\frac{A(wRC)^2\mathrm{Sen}(wt + \theta) + AwRC\ \mathrm{Cos}(wt + \theta)}{1 + (wRC)^2} \qquad (4\text{-}71)$$

En la Ec. (4-62) la transformada inversa de $(q_0/C)/(S + 1/RC)$ se obtiene directamente a partir de el par 3 de la tabla 4-1

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{q_0/C}{S + 1/RC}\right] = \frac{q_0}{C}\ e^{-1/RC} \qquad (4\text{-}72)$$

Sumando las ecuaciones (4-70), (4-71) y (4-72), se obtiene la expresión de la variación de la corriente del circuito RC.

$$i = \frac{1}{R}\left[\frac{A(wRC)^2\mathrm{Sen}(wt + \theta) + AwRC\ \mathrm{Cos}(wt + \theta)}{1 + (wRC)^2} + \frac{A\ \mathrm{Sen}\theta - AwRC\ \mathrm{Cos}\theta}{1 + (wRC)^2}\ e^{-1/RC} - \frac{q_0}{C}\ e^{-1/RC}\right] \qquad (4\text{-}73)$$

4-3-9. Ejemplo de aplicación para un circuito RC con alimentación-Senoidal.-

Al circuito serie RC representado en la Fig. 4-11 se le aplica una tensión senoidal $v = 180\ \mathrm{Sen}(2000t + \theta)$ - voltios y el condensador tiene una carga $q_0 = 1250\times10^{-6}$cu - lombios con la polaridad indicada. Hallar la intensidad de-la corriente que circula por el circuito si se cierra el interruptor en el instante en que $\theta = 90^{\circ}$.

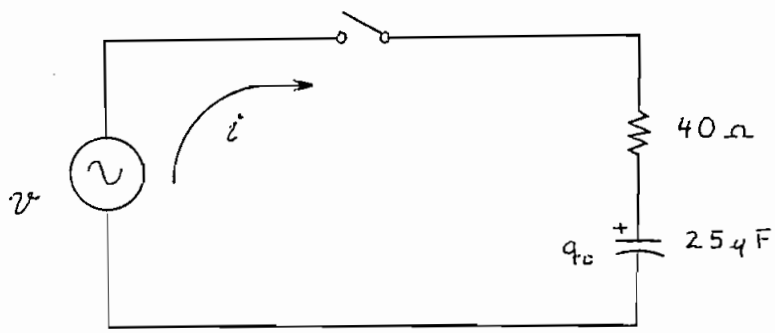


Fig. 4-11

La ecuación del circuito en el dominio del tiempo, es;

$$40i + \frac{1}{25\times10^{-6}}\int i\,dt = 180\ \mathrm{Sen}(2000t + 90^{\circ}) \qquad (4\text{-}74)$$

Aplicando la transformada de Laplace a la Ec. (4-74) - resulta la ecuación en el dominio de la variable S.

$$40\ I(S) + \frac{I(S)}{25\times10^{-6}S} + \frac{q_0}{25\times10^{-6}S} =$$

$$180\left[\frac{S\ \mathrm{Sen}\ 90^{\circ} - 2000\ \mathrm{Cos}\ 90^{\circ}}{S^2 + 4\times10^6}\right] \qquad (4\text{-}75)$$

Introduciendo en (4-75) el valor de la carga inicial q_0,

$$40\ I(S) + \frac{4\times10^4}{S}\ I(S) + \frac{50}{S} = 180S/(S^2 + 4\times10^6)$$

o bien $$I(S) = \frac{4.5\,S^2}{(S^2 + 4x10^6)(S + 10^3)} - \frac{1.25}{S + 10^3} \qquad (4\text{-}76)$$

Aplicando la fórmula del desarrollo de Heaviside al término- $4.5\,S^2/(S^2 + 4x10^6)(S + 10^3)$ resulta:

$P(S) = 4.5\,S^2$, $Q(S) = S^3 + 10^3S^2 + 4x10^6S + 4x10^9$, $Q'(S) = 3S^2 + 2x10^3S + 4x10^6$; de $Q(S)$ se obtiene $S1 = -j2x10^3$; $S2 = j2x10^3$, y $S3 = -10^3$. En estas condiciones,

$$i = \frac{P(-j2x10^3)}{Q'(-j2x10^3)}\,e^{-jx10^3t} + \frac{P(j2x10^3)}{Q'(j2x10^3)}\,e^{j2x10^3t} + \frac{P(-10^3)}{Q'(-10^3)}\,e^{-10^3t} - 1.25\,e^{-10^3t}$$

dando como resultado:

$$i = -1.8\,\text{Sen}2000t + 3.6\,\text{Cos}2000t - 0.35e^{-10^3t} \qquad (4\text{-}77)$$

Una vez que ha sido determinada la función que representa, la variación de la corriente, para el circuito serie RC, se determinarán varios valores instantáneos, para dicha corriente, puesto que de esta forma se podrá dibujar un gráfico, que demuestre claramente la forma de la variación de corriente.

Para el efecto, se han determinado intervalos de tiempo muy pequeños, siendo el intervalo total de la variación de la corriente igual a $4\pi/2000$, esto es para dos ciclos de variación.

El intervalo de tiempo que se ha tomado para determinar 100 diferentes valores instantáneos de la variación de corriente es:

$$t = 4\pi/200000 \qquad (4\text{-}78)$$

Con el intervalo de tiempo determinado en (4-78) se obtendrá la tabla 4-5.

La corriente en el instante t = 0 es i = 3.25 amp.

Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)
1	3.02	21	-4.12	41	3.13	61	-1.10	81	-1.39
2	2.73	22	-4.10	42	3.42	62	-1.58	82	-0.91
3	2.39	23	-4.02	43	3.66	63	-2.03	83	-0.41
4	2.02	24	-3.87	44	3.83	64	-2.45	84	0.09
5	1.60	25	-3.67	45	3.95	65	-2.83	85	0.60
6	1.15	26	-3.41	46	4.00	66	-3.17	86	1.09
7	0.68	27	-3.10	47	3.99	67	-3.45	87	1.57
8	0.20	28	-2.74	48	3.92	68	-3.69	88	2.02
9	-0.29	29	-2.34	49	3.78	69	-8.86	89	2.44
10	-0.79	30	-1.91	50	3.58	70	-3.97	90	2.82
11	-1.27	31	-1.44	51	3.33	71	-4.03	91	3.16
12	-1.74	32	-0.95	52	3.03	72	-4.01	92	3.43
13	-2.18	33	-0.45	53	2.67	73	-3.94	93	3.68
14	-2.59	34	0.05	54	2.28	74	-3.80	94	3.86
15	-2.96	35	0.56	55	1.84	75	-3.60	95	3.97
16	-3.29	36	1.06	56	1.38	76	-3.35	96	4.02
17	-3.57	37	1.54	57	0.90	77	-3.04	97	4.01
18	-3.79	38	1.99	58	0.40	78	-2.69	98	3.93
19	-3.96	39	2.41	59	-0.10	79	-2.29	99	3.80
20	-4.07	40	2.80	60	-0.61	80	-1.86	100	3.60

Tabla 4-5

En la Fig. 4-12, se encuentra representada la variación de la corriente para el circuito serie RC con alimentación senoidal del-ejemplo 4-3-9.

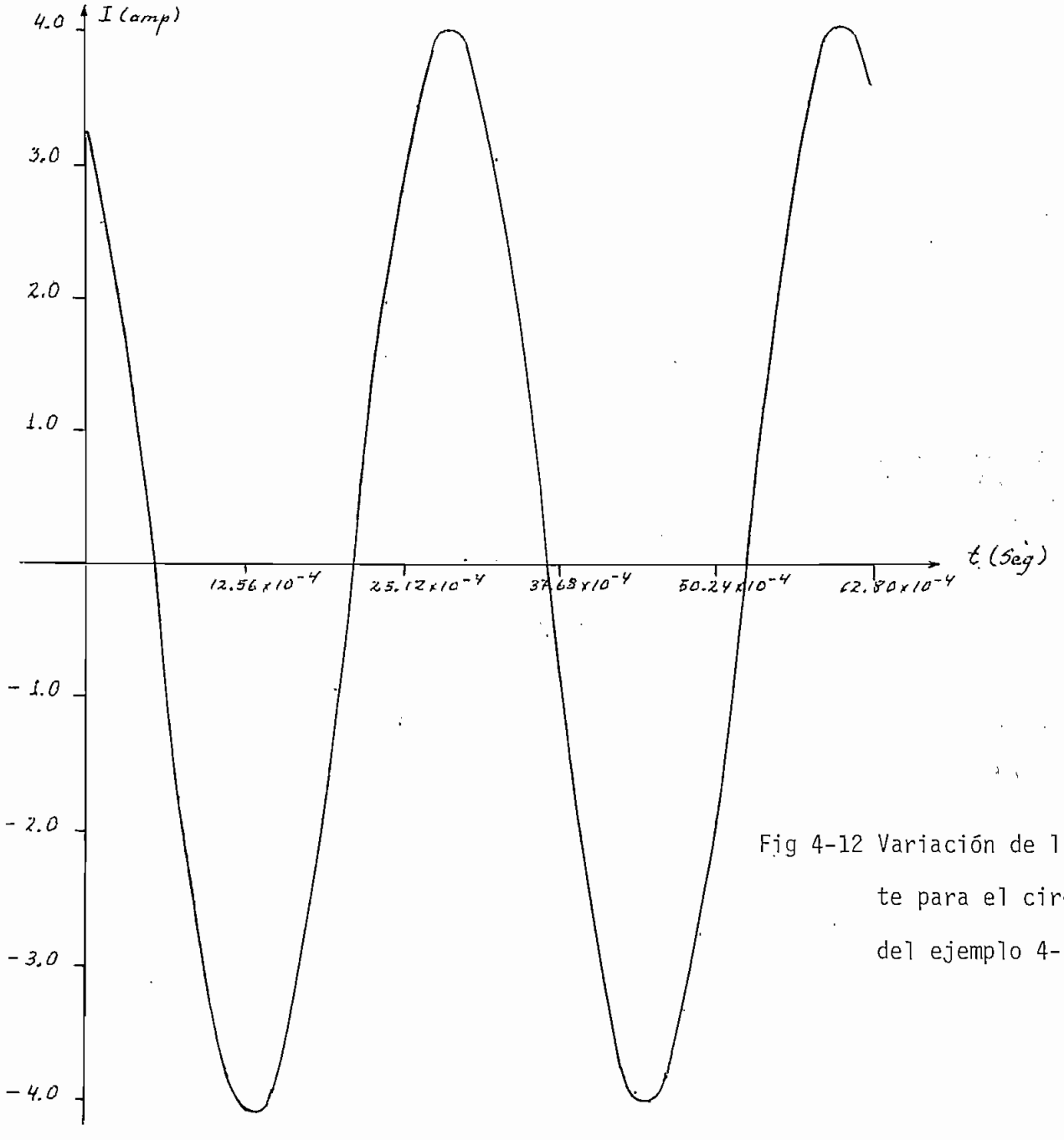


Fig 4-12 Variación de la corriente para el circuito RC- del ejemplo 4-3-9.

4-12

4-3-10. Circuitos RL con alimentación senoidal.-

En el circuito RL serie representado en la Fig. 4-13 al cerrar el interruptor debido al generador de tensión senoidal v, circula una corriente de intensidad variable i. Al aplicar la segunda ley de Kirchhoff se obtiene la siguiente ecuación:

$$Ri + Ldi/dt = ASen(wt + \theta) \qquad (4\text{-}79)$$

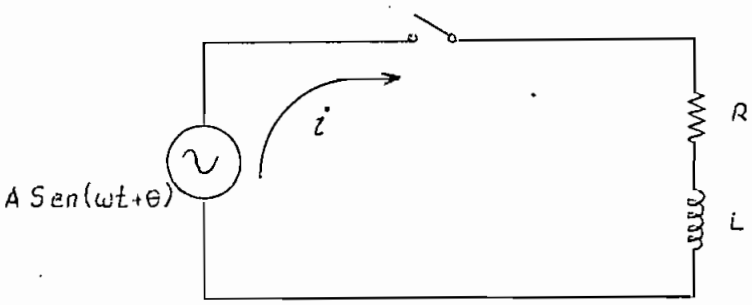


Fig. 4-13

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación (4-79), se obtiene:

$$RI(S) + LSI(S) = A\left[\frac{S\ Sen\theta + w\ Cos\theta}{S^2 + w^2}\right] \qquad (4\text{-}80)$$

Despejando I(S) de la Ec. (4-80) queda;

$$I(S) = \frac{A}{L} \cdot \frac{S\ Sen\ \theta + w\ Cos\theta}{S^2 + w^2} \cdot \frac{1}{S + R/L} \qquad (4\text{-}81)$$

Al aplicar el desarrollo de Heaviside a la Ec. (4-81) se tiene:

$$I(S) = \frac{A}{L}\frac{P(S)}{Q(S)} = \frac{A}{L}\left[\frac{S\ Sen\theta + w\ Cos\theta}{S^2 + w^2} \cdot \frac{1}{S + R/L}\right] \qquad (4\text{-}82)$$

Por lo tanto,

$$P(S) = S\ Sen\theta + w\ Cos\theta \qquad (4\text{-}83)$$

y $$Q(S) = S^3 + RS^2/L + Sw^2 + w^2R/L \qquad (4\text{-}84)$$

De la ecuación (4-84), se puede obtener Q'(S);

$$Q'(S) = 3S^2 + 2RS/L + w^2 \tag{4-85}$$

Las raices de la Ec. (4-84) son:

$$\begin{aligned} S1 &= jw \\ S2 &= -jw \\ S3 &= -R/L \end{aligned} \tag{4-86}$$

Por lo tanto la transformada inversa de Laplace, para la Ec.(4-81) se obtiene aplicando el desarrollo de Heaviside.

Para S = jw, la transformada inversa es:

$$\frac{(j\ \mathrm{Sen}\theta + \mathrm{Cos}\theta)\ e^{jwt}}{j2R/L - 2w} \tag{4-87}$$

Para S = -jw, la transformada inversa es:

$$\frac{j\ \mathrm{Sen}\theta - \mathrm{Cos}\theta}{j2R/L + 2w}\ e^{-jwt} \tag{4-88}$$

Para S = - R/L, la transformada inversa es:

$$\frac{w\ \mathrm{Cos}\theta - R\ \mathrm{Sen}\theta/L}{R^2/L^2 + w^2}\ e^{-Rt/L} \tag{4-89}$$

Sumando las ecuaciones (4-87) y (4-88) se tiene;

$$\frac{R\ \mathrm{Sen}(wt + \theta)/L - w\ \mathrm{Cos}(wt + \theta)}{R^2/L^2 + w^2} \tag{4-90}$$

Por lo tanto, la variación de corriente en el circuito serie RL de la Fig. 4-13 es:

$$i = \frac{A}{L}\left[\frac{R\ \mathrm{Sen}(wt + \theta)/L - w\ \mathrm{Cos}(wt + \theta)}{R^2/L^2 + w^2} - \frac{R\ \mathrm{Sen}\theta - w\ \mathrm{Cos}\theta}{R^2/L^2 + w^2}\right] e^{-Rt/L} \tag{4-91}$$

4-3-11. Ejemplo de aplicación para un circuito RL serie con alimentación senoidal.-

En el circuito serie Rl representado en la Fig. 4-14 la tensión senoidal del generador viene dada por $v = 100\ \mathrm{Sen}(500t + \theta)$ voltios. Hallar la intensidad de corriente que circula por el circuito si se cierra el interruptor en el instante en que θ es igual a cero.

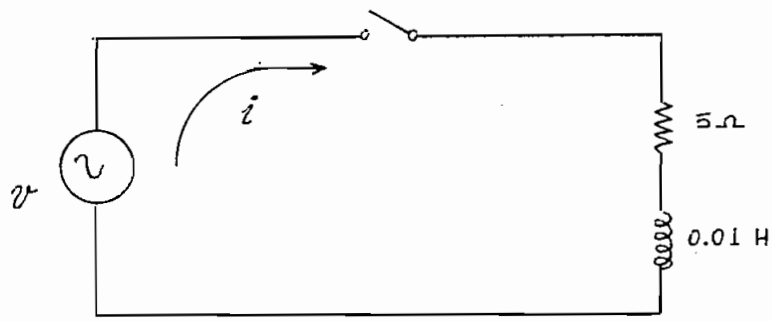


Fig. 4-14

La ecuación general de un circuito serie RL, en el dominio de la variable S es:

$$RI(S) + SLI(S) - Li(0^+) = V(S) \qquad (4\text{-}92)$$

La transformada de Laplace para la función de la fuente cuando $\theta = 0$ es:

$$V(S) = \frac{500(100)}{S^2 + (500)^2}$$, como no existe corriente inicial en la bobina, $Li(0^+) = 0$. Sustituyendo las constantes del circuito en la Ec. (4-92),

$$5I(S) + 0.01I(S) = \frac{5x10^4}{S^2 + 25x10^4} \qquad (4\text{-}93)$$

de donde

$$I(S) = \frac{5x10^6}{(S^2 + 25x10^4)(S + 500)} \qquad (4\text{-}94)$$

Desarrollando la Ec. (4-94) en fracciones simples;

$$I(S) = \frac{5(-1 + j)}{S + j500} + \frac{5(-1 - j)}{S - j500} + \frac{10}{S + 500} \qquad (4\text{-}95)$$

Entonces, la transformada inversa de (4-95) es:

$$i = 10\ \mathrm{Sen}500t - 10\ \mathrm{Cos}500t + 10e^{-500t} \qquad (4\text{-}96)$$

Una vez que la función de la variación de corriente ha sido determinada, se pasará ha encontrar algunos valores instantáneos de corriente con el fin de grafizar dicha función. Para lograr este propósito se tomarán intervalos de tiempo muy pequeños dentro de loscuales se determinarán los valores instantáneos de corriente deseados, de tal manera que se llega a la tabla 4-6.

El gráfico será considerado dentro de un intervalo total de tiempo igual a $4\pi/500$, y el número de valores obtenidos será de 100, siendo necesario para esto tomar instantes de tiempo con intervalos iguales a:

$$t = 4\pi/50000 \qquad (4\text{-}97)$$

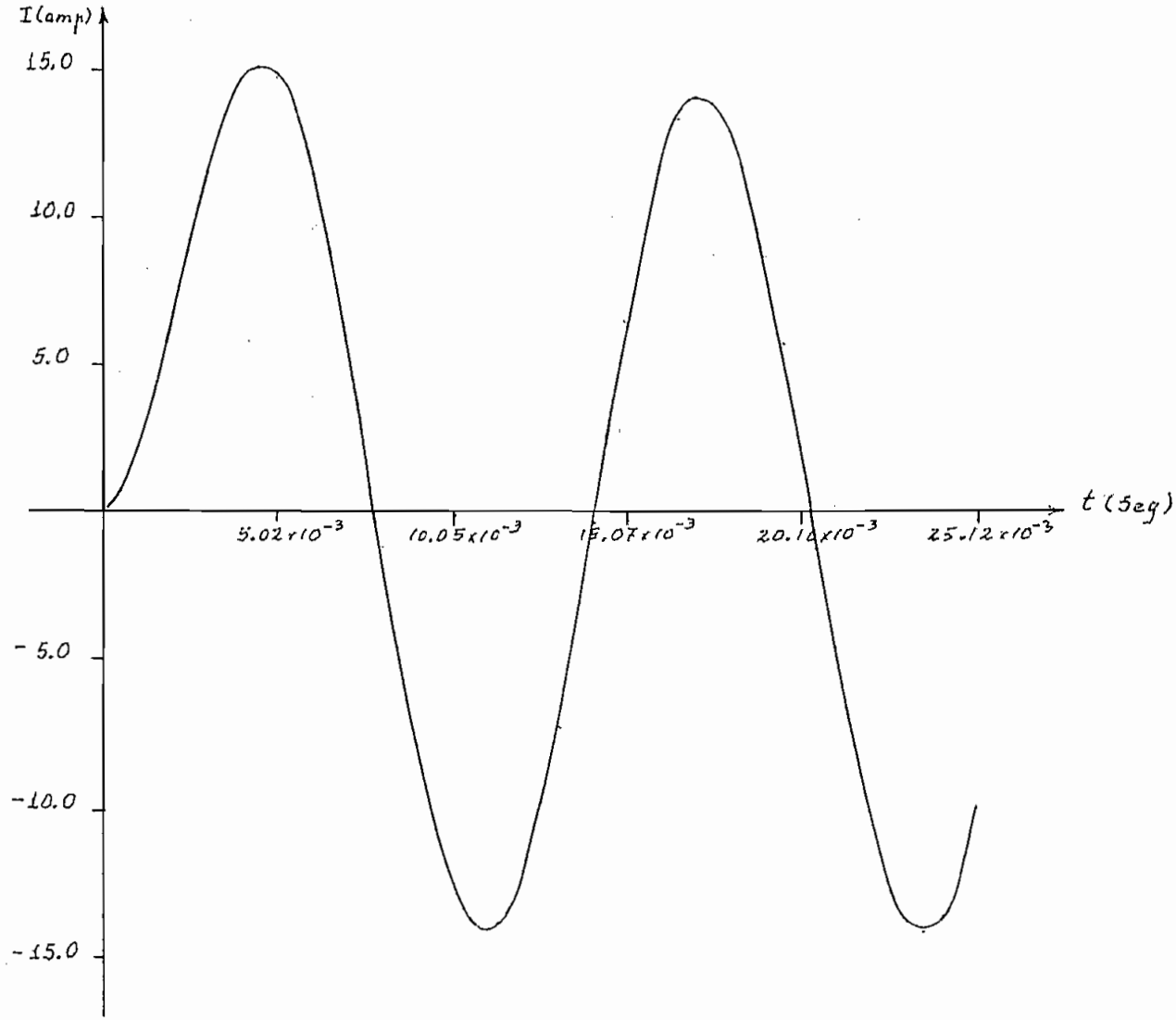
Para t = 0 seg. el valor de la corriente es i = 0 amp.

Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)
1	0.15	9	8.02	17	14.98	25	10.43	33	-2.93
2	0.58	10	9.27	18	15.12	26	9.05	34	-4.65
3	1.24	11	10.46	19	15.05	27	7.54	35	-6.30
4	2.10	12	11.57	20	14.78	28	5.91	36	-7.84
5	3.12	13	12.56	21	14.29	29	4.21	37	-9.26
6	4.26	14	13.42	22	13.61	30	2.44	38	-10.52
7	5.48	15	14.12	23	12.73	31	0.65	39	-11.62
8	6.74	16	14.65	24	11.66	32	-1.15	40	-12.54

Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)	Punt	Corrien (amp)
41	-13.25	53	-5.60	65	12.60	77	7.20	89	-11.70
42	-13.75	54	-3.93	66	13.31	78	5.62	90	-12.60
43	-14.03	55	-2.20	67	13.80	79	3.95	91	-13.31
44	-14.10	56	-0.44	68	14.08	80	2.21	92	-13.80
45	-13.93	57	1.34	69	14.14	81	0.44	93	-14.08
46	-13.55	58	3.09	70	13.97	82	-1.33	94	-14.14
47	-12.95	59	4.80	71	13.58	83	-3.08	95	-13.97
48	-12.15	60	6.43	72	12.98	84	-4.79	96	-13.58
49	-11.15	61	7.95	73	12.17	85	-6.42	97	-12.98
50	- 9.98	62	9.36	74	11.18	86	-7.95	98	-12.17
51	-8.65	63	10.61	75	10.00	87	-9.35	99	-11.17
52	-7.18	64	11.70	76	8.67	88	-10.61	100	-10.00

Tabla 4-6

En la Fig 4-15, ha sido determinada graficamente la variación de la corriente para el circuito serie RL, con alimentación senoidal del ejemplo 4-3-11.



4-15

Fig. 4-15 Variación de la corriente para el circuito RL del ejemplo 4-3-11.

4-3-12. Circuito RLC con alimentación senoidal.-

En al circuito serie RLC representado en la Fig. 4-16. Al cerrar el interruptor, debido al generador de tensión senoidal v, circula una corriente de intensidad variable i. Aplicando la segunda ley de Kirchhof, se obtiene la siguiente ecuación:

$$Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = ASen(wt + \theta) \qquad (4\text{-}98)$$

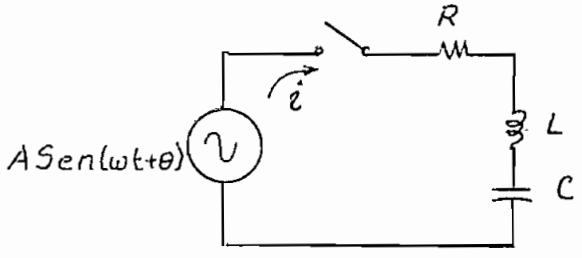


Fig. 4-16

Aplicando la transformada de Laplace a la Ec. (4-98) se tiene:

$$RI(S) + LSI(S) + \frac{I(S)}{CS} + \frac{q_0}{CS} = A\left[\frac{SSen\theta + wCos\theta}{S^2 + w^2}\right] \qquad (4\text{-}99)$$

Despejando I(S) de la Ec. (4-99), se obtiene la variación de la corriente en función de la variable S.

$$I(S) = \frac{1}{L}\left\{ A\left[\frac{S^2Sen\theta + SwCos\theta}{S^2 + w^2}\right] - \frac{q_0}{C} \right\} \cdot \frac{1}{S^2 + RS/L + 1/LC} \qquad (4\text{-}100)$$

Para aplicar el desarrollo de Heaviside a la Ec. (4-100) se separa la misma en dos partes;

$$I1(S) = \frac{1}{L} \; A \; \frac{(S^2 Sen\theta + SwCos\theta)}{S^2 + w^2} \cdot \frac{1}{S^2 + RS/L + 1/LC} \qquad (4\text{-}101)$$

y,

$$I2(S) = \frac{q_0}{LC} \cdot \frac{1}{S^2 + RS/L + 1/LC} \qquad (4\text{-}102)$$

Por lo tanto;

$$I(S) = I1(S) - I2(S) \qquad (4\text{-}103)$$

Aplicando el desarrollo de Heaviside a la Ec. (4-101) se tiene que;

$$P(S) = S^2 Sen\theta + SwCos\theta \qquad (4\text{-}104)$$

$$Q(S) = (S^2 + w^2)(S^2 + RS/L + 1/LC) \qquad (4\text{-}105)$$

La derivada de la Ec. (4-105) es:

$$Q'(S) = 4S^3 + 3RS^2/L + 2(1/LC + w^2)S + Rw^2/L \qquad (4\text{-}106)$$

Las raices del polinomio Q(S) de la Ec. (4-105) son:

$$\begin{aligned} S1 &= jw \\ S2 &= -jw \\ S3 &= \alpha + \beta \\ S4 &= \alpha - \beta \end{aligned} \qquad (4\text{-}107)$$

siendo;

$$\alpha = -R/2L \quad Y \quad \beta = \sqrt{(R/2L)^2 - 1/LC} \qquad (4\text{-}108)$$

Por lo tanto, la transformada inversa de Laplace para la Ec. (4-101) es:

para S = jw;

$$i_1 = \frac{A}{2L} \cdot \frac{wSen\theta - jwCos\theta}{Rw/L + j(w^2 - 1/LC)} e^{jwt} \qquad (4\text{-}109)$$

para S = -jw;

$$i_2 = \frac{A}{2L} \cdot \frac{wSen\theta + jwCos\theta}{Rw/L - j(w^2 - 1/LC)} e^{-jwt} \qquad (4\text{-}110)$$

para $S = \alpha + \beta$;

$$i_3 = \frac{A}{L}\left[\frac{(\alpha+\beta)^2 \mathrm{Sen}\theta + (\alpha+\beta)w\mathrm{Cos}\theta}{4(\alpha+\beta)^3 + 3R(\alpha+\beta)^2/L + 2(\alpha+\beta)(1/LC + w^2) + Rw^2/L} e^{(\alpha+\beta)t}\right] \tag{4-111}$$

para $S = \alpha - \beta$;

$$i_4 = \frac{A}{L}\left[\frac{(\alpha-\beta)^2 \mathrm{Sen}\theta + (\alpha-\beta)w\mathrm{Cos}\theta}{4(\alpha-\beta)^3 + 3R(\alpha-\beta)^2/L + 2(\alpha-\beta)(1/LC + w^2) + Rw^2/L} e^{(\alpha-\beta)t}\right] \tag{4-112}$$

Aplicando el desarrollo de Heaviside, para encontrar la transformada inversa de Laplace de la Ec. (4-102) se tiene que:

$$P(S) = 1 \tag{4-113}$$

y, $$Q(S) = S^2 + RS/L + 1/LC \tag{4-114}$$

La derivada de la ecuación (4-114) es:

$$Q'(S) = 2S + R/L$$

y las raices del polinomio Q(S) de la Ec. (4-114) son:

$$S1 = \alpha + \beta$$

$$S2 = \alpha - \beta$$

En (4-108) se tienen las expresiones de α y β . Por lo tanto, la transformada inversa de Laplace para la Ec. (4-102) es:

para $S = \alpha + \beta$;

$$i_5 = \frac{q_0}{LC} \cdot \frac{1}{2\sqrt{(R/2L)^2 - 1/LC}} e^{(-R/L + \sqrt{(R/2L)^2 - 1/LC})t} \tag{4-115}$$

para S = - ;

$$i_6 = -\frac{q_0}{LC} \cdot \frac{1}{2\sqrt{(R/2L)^2 - 1/LC}} e^{(-R/L - \sqrt{(R/2L)^2 - 1/LC})t} \tag{4-116}$$

Por lo tanto la variación de la corriente en el dominio del tiempo es:

$$i_T = i_1 + i_2 + i_3 + i_4 - i_5 - i_6 \qquad (4\text{-}117)$$

4-3-13. Ejemplo de aplicación para circuitos RLC con alimentación senoidal.-

El circuito seri RLC representado en la Fig. 4-17 no tiene carga inicial q_0 en el condensador. Al cerrar el interruptor en el instante en que $\theta = 0^o$, debido a la fuente de tensión v, aparece una variación de corriente i. Determinar dicha variación.

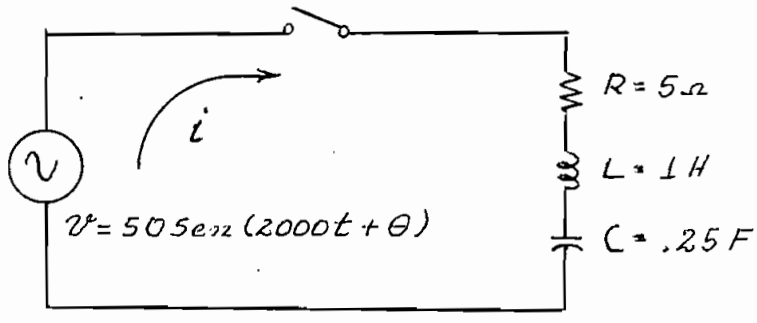


Fig. 4-17

Aplicando la segunda ley de Kirchhoff se obtiene la siguiente ecuación:

$$Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = v \qquad (4\text{-}118)$$

Al aplicar la transformada de Laplace a los términos de la Ec. (4-118) se transforma en una ecuación en el dominio de la variable S. Por lo tanto;

$$RI(S) + SLI(S) - Li(0^+) + I(S)/SC + \frac{q_0}{SC} = V(S) \qquad (4\text{-}119)$$

La transformada de la función de variación de la fuente de tensión es:

$$V(S) = \frac{2000(50)}{S^2 + (2000)^2} \tag{4-120}$$

Las condiciones iniciales son $Li(0^+) = 0$ y $q_0/SC = 0$ las cuales, - al se reemplazadas en la Ec. (4-119) resulta;

$$5I(S) + 1SI(S) + \frac{1}{0.25S} I(S) = \frac{10^5}{S^2 + 4x10^6} \tag{4-121}$$

de donde;

$$I(S) = \frac{Sx10^5}{S^2 + 4x10^6} \cdot \frac{1}{S^2 + 5S + 4} \tag{4-122}$$

Aplicando el desarrollo de Heaviside para obtener la transformada inversa de Laplace de la Ec. (4-122), se tiene;

$$P(S) = S \tag{4-123}$$

$$Q(S) = S^4 + 5S^3 + 4x10^6S^2 + 20x10^6S + 16x10^6 \tag{4-124}$$

Derivando la Ec. (4-124) se obtiene;

$$Q'(S) = 4S^3 + 15S^2 + 8x10^6S + 20x10^6 \tag{4-125}$$

Las raices del polinomio Q(S) son:

$$\begin{aligned} S1 &= j2000 \\ S2 &= -j2000 \\ S3 &= -1 \\ S4 &= -4 \end{aligned} \tag{4-126}$$

Determinando la variación de corriente para cada una de las - raices se tiene:

para S - j2000;

$$i_1 = 10^5 . \frac{j\, e^{j2000t}}{20x10^3 + j8x10^6} \tag{4-127}$$

para S = -j2000;

$$i_2 = 10^5 . \frac{j\, e^{-j2000t}}{20x10^3 - j8x10^6} \tag{4-128}$$

para S = -1;

$$i_3 = -\frac{e^{-t}}{120} \qquad (4\text{-}129)$$

para S = -4;

$$i_4 = \frac{e^{-4t}}{30} \qquad (4\text{-}130)$$

Sumando algébricamente las ecuaciones (4-127) y (4-128) resulta la siguiente expresión;

$$i_1 + i_2 = \frac{\text{Sen}2000t}{16000} - \frac{\text{Cos}2000t}{40}$$

Por lo tanto la función total que representa la variación de corriente para el circuito serie de la Fig. 4-17 es:

$$i_T = \frac{\text{Sen}2000t}{16000} - \frac{\text{Cos}2000t}{40} - \frac{e^{-t}}{120} + \frac{e^{-4t}}{30} \qquad (4\text{-}131)$$

Con el objeto de grafizar la función (4-131) dentro de un intervalo total de tiempo de valor $t = 4\pi/2000$, se han determinado 100 valores instantáneos de corriente, con incrementos de tiempo iguales a:

$$t = 4\pi/200000 \qquad (4\text{-}132)$$

Los valores instantáneos de corriente , determinados con el valor de incremento de tiempo (4-132) se encuentran en la Tabla 4-7.

Punt	Corrien (ma)	Punt	Corrien (ma)	Punt	Corrien (ma)	Punt	Corrien (ma)	Punt	Corrien (ma)
1	0.00	5	5.00	9	14.00	13	27.00	17	38.00
2	1.00	6	7.00	10	17.00	14	30.00	18	41.00
3	2.00	7	9.00	11	20.00	15	33.00	19	43.00
4	3.00	8	12.00	12	23.00	16	36.00	20	45.00

Punt	Corrien (ma)	Punt	Corrien (ma)	Punt	Corrien (ma)	Punt	Corrien (ma)	Punt	Corrien (ma)
21	47.00	37	26.00	53	1.00	69	43.00	85	32.00
22	48.00	38	23.00	54	3.00	70	45.00	86	29.00
23	49.00	39	20.00	55	4.00	71	46.00	87	26.00
24	50.00	40	17.00	56	6.00	72	48.00	88	23.00
25	50.00	41	14.00	57	9.00	73	49.00	89	20.00
26	50.00	42	11.00	58	11.00	74	49.00	90	17.00
27	49.00	43	9.00	59	14.00	75	49.00	91	14.00
28	48.00	44	6.00	60	17.00	76	49.00	92	11.00
29	47.00	45	4.00	61	20.00	77	49.00	93	8.00
30	45.00	46	3.00	62	23.00	78	48.00	94	6.00
31	43.00	47	1.00	63	26.00	79	46.00	95	4.00
32	41.00	48	0.40	64	29.00	80	45.00	96	2.00
33	38.00	49	-0.19	65	32.00	81	43.00	97	1.00
34	35.00	50	-0.39	66	35.00	82	40.00	98	0.00
35	32.00	51	-0.19	67	38.00	83	38.00	99	-1.00
36	29.00	52	0.40	68	40.00	84	35.00	100	-1.00

Tabla 4-7

El gráfico correspondiente a la variación de corriente para el circuito serie RLC, con alimentación senoidal, se encuentra representado en la Fig. 4-18.

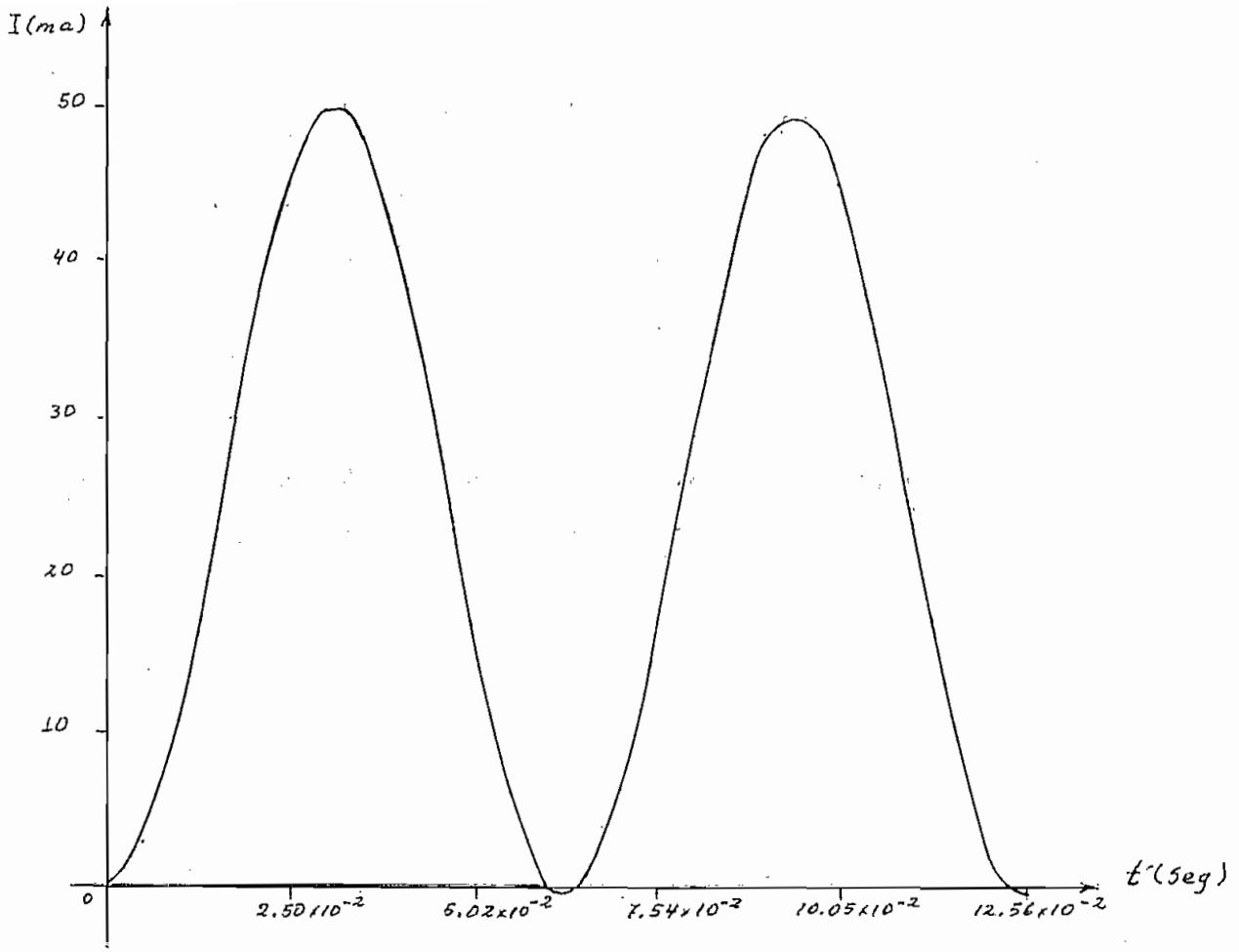


Fig. 4-18 Variación de la corriente en el circuito RLC del ejemplo 4-3-13.

CAPITULO QUINTO

APLICACION DE METODOS NUMERICOS PARA RESOLVER REDES RLC

E IMPLEMENTACION Y DESCRIPCION

DEL SISTEMA DE PROGRAMAS DIGITALES

PARA

DETERMINAR SU SOLUCION

5-1. Método de Euler para integración numérica.-

Las técnicas numéricas para la evaluación de $\int_a^b f(x)dx$ son escenciales en un gran-número de situaciones, tipicamente,

a).- Cuando la función no puede ser integrada analíticamente ;

b).- Cuando la función f, puede ser integrada analíticamente , pero la expresión resultante es tan complicada que la evaluación para x = a y x = b, consume mucho tiempo.

c).- Cuando la función f, está definida para una tabla de valores.

Considerando la curva definida por la siguiente función:

$$y = x^2 + 3x - 3 \qquad (5\text{-}1)$$

Diferenciando la ecuación (5-1) se obtiene:

$$\frac{dy}{dx} = 3x + 3 \qquad (5\text{-}2)$$

Suponiendo que se ha dado la ecuación (5-2) y se desea - obtener la función original, realizando la integración analítica se obtiene:

$$y = x^2 + 3x + C \qquad (5\text{-}3)$$

Como se podrá observar, la ecuación (5-3) contiene una - constane de integración y por lo tanto, representa una familia de curvas, que diferenciándolas, conduce a la ecuación (5-2). Grafizando la familia de curvas representadas por la ecuación (5-3), tomando varios valores de C, p. ej. -2,0,2,4,- como se muestra en la Fig. 5-1. La curva en particular puede-ser especificada, dando el punto por el cual esta pasa.

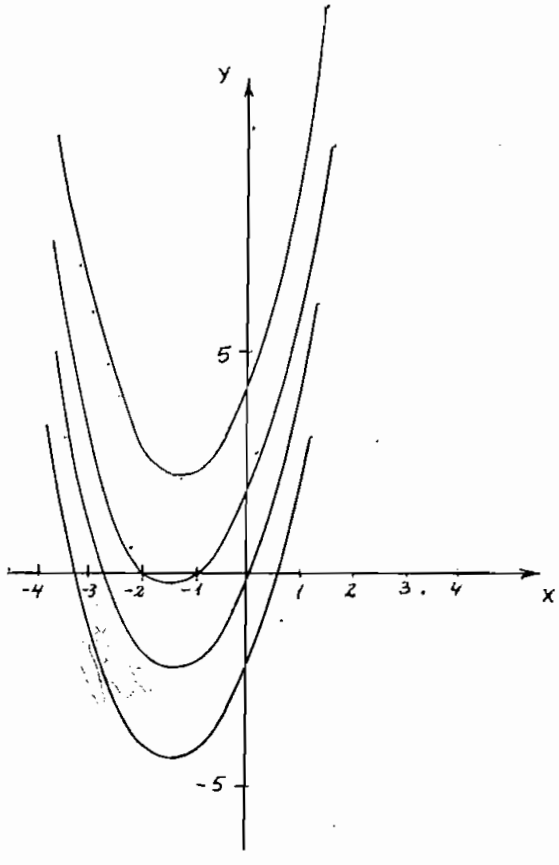


Fig 5-1

Grafizando la función representada en la ecuación 5-2, se tiene:

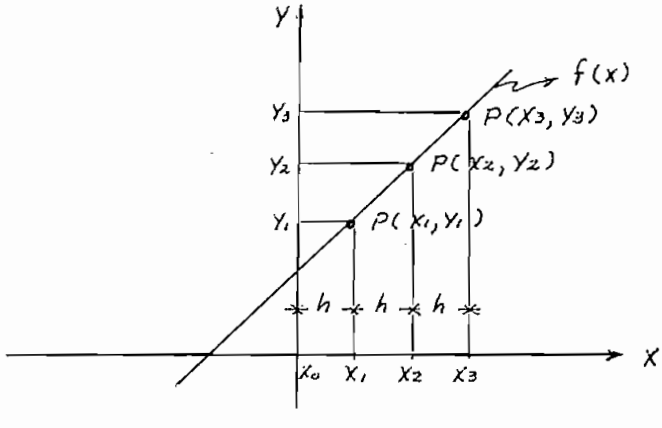


Fig. 5-2

La Fig. 5-2 representa la ecuación (5-2). Al realizar la integra - ción de la función f(x) dentro del intervalo $X_1 - X_0$ se tiene que,- aproximadamente es igual:

$$\int_{X_0}^{X_1} f(x)dx \simeq (X_1 - X_0)\ f(x_1) \qquad (5\text{-}4)$$

es decir que dicho valor representa el área del rectángulo formado- por los puntos y_1, $P(x_1,y_1)$, x_0, x_1, como se puede observar en la e cuación (5-3). Al realizar la integración, aparece una constante de integración, siendo esta constante el punto por el cual pasa la fun ción resultante. Para determinar una función en particular, es nece sario conocer dicha constante, la cual se determina al evaluar la - función resultante, en $x = x_0$. Por lo tanto, el valor que toma la - función resultante en el intervalo $x_1 - x_0$ está determinado por la- ecuación (5-5)

$$F(x_1) = F(x_0) + (x_1 - x_0)f(x_1) \qquad (5\text{-}5)$$

pero $\quad x_1 - x_0 = h \qquad (5\text{-}6)$

Reemplazando (5-6) en la ecuación (5-5) se tiene:

$$F(x_1) = F(x_0) + hf(x_1) \qquad (5\text{-}7)$$

Para evaluar el siguiente punto de la función resultante se - tiene la siguiente expresión:

$$F(x_2) = F(x_1) + hf(x_2) \qquad (5\text{-}8)$$

En general la evaluación de cualquier punto de la función o- riginal puede ser determinada por la siguiente expresión:

$$F(x_{k+1}) = F(x_k) + hf(x_{k+1}) \qquad (5\text{-}9)$$

Concluyendo el desarrollo del método, se ve que la evaluación de una función, dentro de un intervalo, se va realizando por pasos representado cada uno por la letra "h". Claramente se nota que en-

cada paso de integración se produce un error, el cual será más pequeño mientras la cantidad de pasos que se tome para la evaluación de un integral, sea mayor dentro de un intervalo de tiempo, y por consiguiente el valor del paso "h" sea muy pequeño.

Este método será utilizado en el transcurso del desarrollo, para la simulación lineal en el dominio del tiempo en circuitos RLC.

5-2. Aplicación del método de integración numérica para el condensador.-

La variación del voltaje en el condensador está determinada por la siguiente ecuación:

$$V_C = \frac{1}{C}\int i_C dt \qquad (5\text{-}10)$$

Aplicando el método de Euler para la integración numérica se tiene:

$$V_C(t_{k+1}) = V_C(t_k) + \frac{h}{C}\, i_C(t_{k+1}) \qquad (5\text{-}11)$$

La ecuación (5-11) puede ser interpretada como la representación de un circuito, el cual está formado por una resistencia en serie con una fuente de voltaje, el cual se encuentra representado en la Fig. 5-3

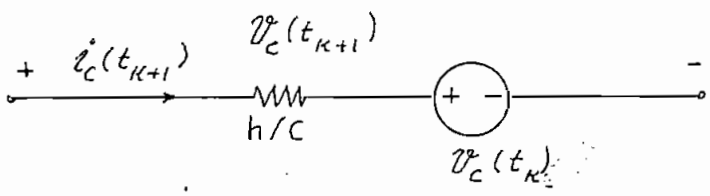


Fig. 5-3

Alternativamente la expresión (5-11) puede ser representada de la siguiente manera:

$$i_C(t_{k+1}) = \frac{C}{h}\, V_C(t_{k+1}) - \frac{C}{h}\, V_C(t_k) \qquad (5\text{-}12)$$

Por lo tanto, la interpretación que tiene la ecuación (5-12), es la presencia de un circuito formado por una resistencia en paralelo - con una fuente de corriente, mostrado en la Fig. 5-4.

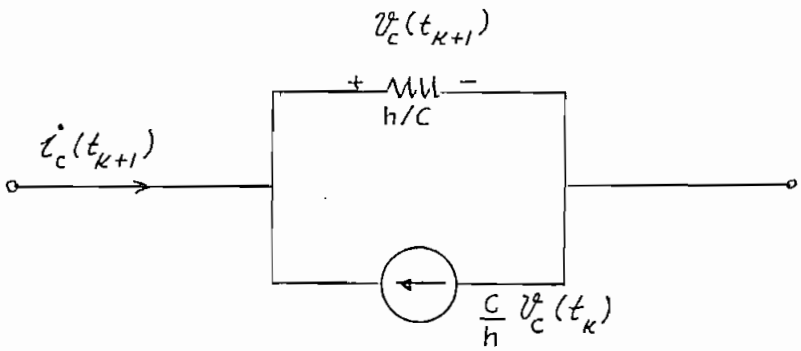


Fig. 5-4

Las Figuras 5-3 y 5-4, representan dos modelos de circuitos equivalentes para el condensador usando el método de integración de Euler.

5-3. <u>Aplicación del método de integración numérica para la bobina</u>.-

La variación de la corriente en la bobina está determinada por la siguiente ecuación:

$$i_L = \frac{1}{L} \int V_L dt \qquad (5\text{-}13)$$

Aplicando el método numérico para la integración se tiene:

$$i_L(t_{k+1}) = i_L(t_k) + \frac{h}{L} V_L(t_{k+1}) \qquad (5\text{-}14)$$

La interpretación que se puede dar a la ecuación (5-14),- es, que esta ecuación representa un circuito formado por una - resistencia en paralelo con una fuente de corriente, el cual - se encuentra representado en la Fig. 5-5.

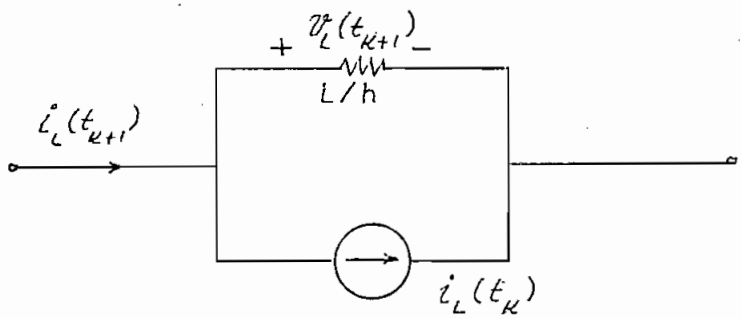


Fig. 5-5

La Fig. 5-5 representa un modelo de circuito equivalente para una bobina.

Como una conclusión lógica de los circuitos de la Figuras 5-3 5-4 y 5-5 se puede decir que si partimos el análisis desde el instante en que el tiempo t = 0, las fuentes de corriente $CV_C(t_i)/h$ para el circuito de la Fig. 5-4, e $i_L(t_i)$ de la Fig.5-5 vienen a ser las condiciones iniciales, para los elementos analizados en los puntos 5-2 y 5-3, respectivamente.

5-4. Implementación y descripción del sistema de programas para la simulación de circuitos RLC.-

Con la utización de métodos numéricos para la simulación de circuitos RLC, se plantean las ecuaciones nodales de equilibrio para el circuito de la Fig. 5-6, tomando en cuenta su equivalente mostrado en la Fig. 5-7.

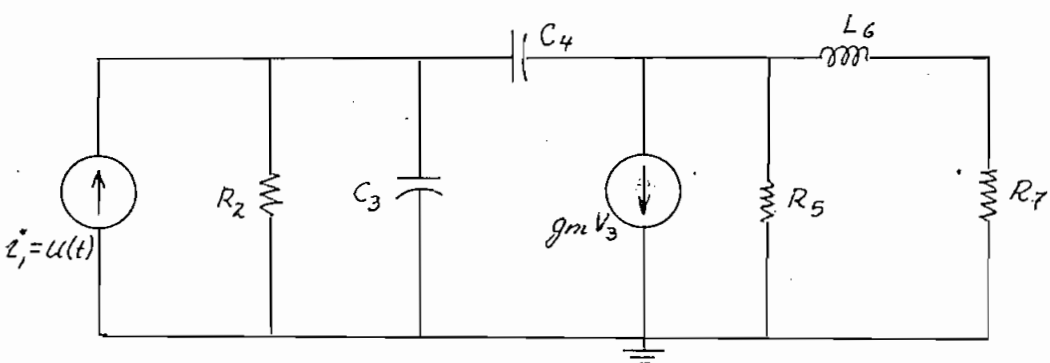


Fig. 5-6

Como se vió anteriormente, tanto, el condensador como la bobina tienen su circuito equivalente, por lo tanto, considerando esta situación, se tiene la Fig. 5-7, que viene a ser un circuito equivalente para el circuito de la Fig. 5-6.

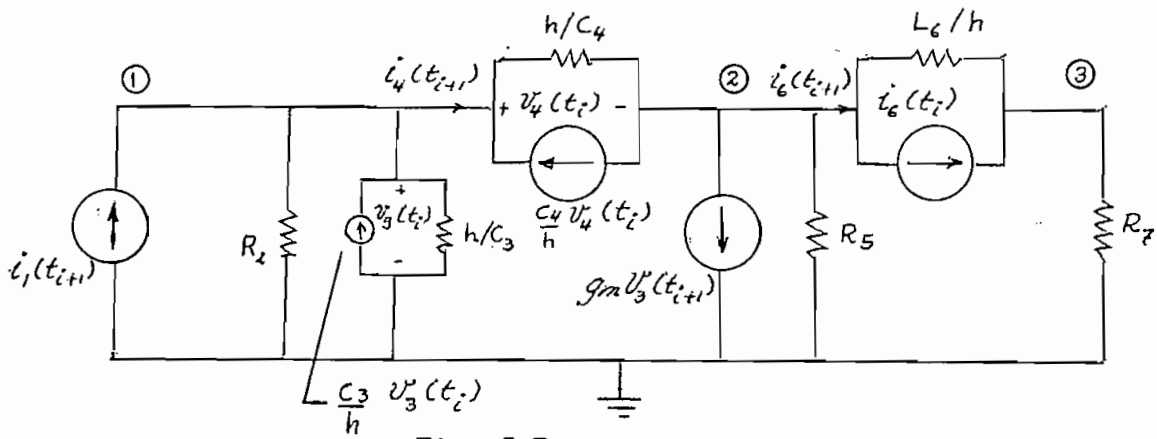


Fig. 5-7

Para el nudo 1

$$\frac{V_{①}(t_{i+1})}{R_2} + \frac{V_{①}(t_{i+1})}{h/C_3} + \frac{V_{①}(t_{i+1}) - V_{②}(t_{i+1})}{h/C_4}$$
$$= i_1(t_{i+1}) + \frac{C_3}{h} V_3(t_{i+1}) + \frac{C_4}{h} V_4(t_{i+1}) \qquad (5\text{-}15)$$

Par el nudo 2

$$\frac{V_{②}(t_{i+1}) - V_{①}(t_{i+1})}{h/C_4} + \frac{V_{②}(t_{i+1}) - V_{③}(t_{i+1})}{L_6/h} + \frac{V_{②}(t_{i+1})}{R_5}$$
$$= \frac{-C_4}{h} V_4(t_{i+1}) - gmV_3(t_{i+1}) - i_6(t_i) \qquad (5\text{-}16)$$

Para el nudo 3

$$\frac{V_{③}(t_{i+1}) - V_{②}(t_{i+1})}{L_6/h} + \frac{V_{③}(t_{i+1})}{R_7} = i_6(t_i) \qquad (5\text{-}17)$$

Considerando la ecuación (5-17) queda,

$$V_3(t_{i+1}) = V_{①}(t_{i+1})$$

queda el siguiente sistema de ecuaciones expresado en forma de matriz.

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{C_3}{h} + \frac{C_4}{h}\right) & -\frac{C_4}{h} & 0 \\ \left(gm - \frac{C_4}{h}\right) & \left(\frac{1}{R_5} + \frac{C_4}{h} + \frac{h}{L_6}\right) & -\frac{h}{L_6} \\ 0 & -\frac{h}{L_6} & \left(\frac{1}{R_2} + \frac{h}{L_6}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V①(t_{i+1}) \\ V②(t_{i+1}) \\ V③(t_{i+1}) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} i_1(t_i) + \frac{C_3}{h} V_3(t_i) + \frac{C_4}{h} V_4(t_i) \\ -\frac{C_4}{h} V_4(t_i) - i_6(t_i) \\ i_6(t_i) \end{bmatrix} \qquad (5\text{-}18)$$

Obsérvese, el sistema (5-18), en la parte izquierda de la igualdad, se puede notar la matriz de admitancias, que en el transcurso de todo el proceso automático que se piensa ejecutar, no tendrá ninguna variación ya que depende exclusivamente de los valores de los elementos que componen el circuito y de el valor del paso 'h' que, también se mantendrá constante. En la misma parte izquierda de la igualdad se tiene la matriz de incógnitas, la cual se irá resolviendo para cada punto de la respuesta que se desea encontrar, conforme a los valores que tengan los elementos de la matriz de corrientes, en la parte derecha de la igualdad del sistema (5-18).

Refiriéndonos unicamente a la matriz que se encuentra en la parte derecha de la igualdad, o matriz de corrientes, se puede acentuar en la importancia que tiene la determinación de los elementos de la misma ya que de esa consideración depende la obtención de resultados satisfactorios.

Considerando el circuito de la Fig. 5-7 se tiene para un instante de tiempo $t = t_i$: $V_3(t_i) = V①(t_i)$ (5-19)

$$V_4(t_i) = V_{①}(t_i) - V_{②}(t_i) \tag{5-20}$$

$$i_6(t_i) = \frac{V_{②}(t_i) - V_{③}(t_i)}{L_6/h} + i_6(t_{i-1}) \tag{5-21}$$

Además en el circuito de la Fig. 5-7, la fuente de corriente - $i_1(t)$, puede tener cualquier forma de variación en el tiempo, y por lo tanto se tomará el valor instantaneo que dicha variación tendrá, para un instante de tiempo $t = t_i$.

Los diferentes resultados, que del proceso se deseen obtener,- estarán apegados a las siguientes consideraciones:

a).- Para determinar la respuesta transitoria del circuito, es me - nester considerar una respuesta, en un tiempo relativamente pe queño, en el cual, la solución transitoria predomina notable - mente.

b).- Para determinar la respuesta permanente del circuito, se deberá considerar, un intervalo de tiempo apreciable, de tal manera que pueda visualizarse con toda claridad dicha respuesta,- ya que esta tiene su predominio una vez concluido el intervalo de tiempo de la respuesta transitoria.

5-4-1. Cálculo de los parámetros en el instante de tiempo $t = 0^+$.-

Para determinar las condiciones de los parámetros en - el instante de tiempo $t = 0^+$, debe considerarse el circuito de la Fig. 5-8, en el cual se puede notar claramente que, - los condensadores han sido reemplazados por sus circuitos e quivalentes y que facilitan el análisis utilizando métodos- numéricos. Estos reemplazos deben ser tomados de esa manera puesto que la característica del condensador en mantener un

valor de voltaje inicial, y la bobina puede tener una condición inicial de corriente, convirtiéndolos a estos elementos en fuentes de tensión y corriente respectivamente. Es decir que la bobina tambien tendrá su reemplazo, en condiciones iniciales.

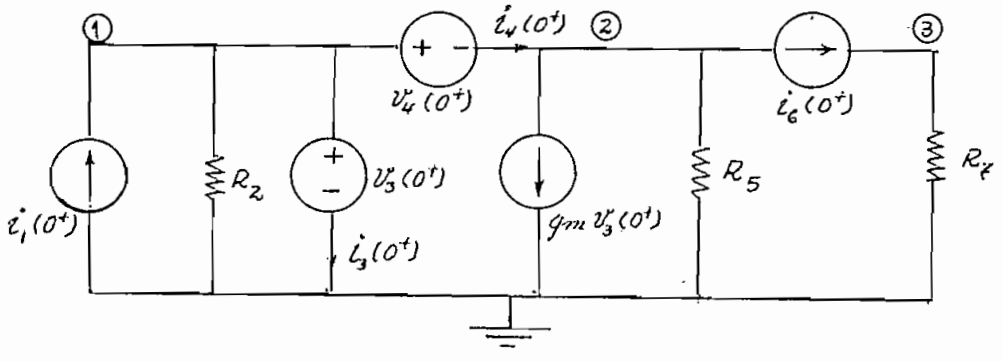


Fig. 5-8

Las ecuaciones nodales de equilibrio para el circuito de la fig. 5-8 son:

Para el nudo 1

$$i_3(0^+) + i_4(0^+) + \frac{V_3(0^+)}{R_2} = i_1(0^+) \qquad (5\text{-}22)$$

Para el nudo 2

$$- i_4(0^+) + \frac{V②(0^+)}{R_5} = i_6(0^+) - gmV_3(0^+) \qquad (5\text{-}23)$$

Para el nudo 3

$$\frac{V③}{R_7} = i_6(0^+) \qquad (5\text{-}24)$$

El valor que toma el voltaje en el nudo 1 es:

$$V① = V_4(0^+) + V② \qquad (5\text{-}25)$$

pero $V① = V_3(0^+)$ (5-26)

por lo tanto, de las ecuaciones (5-25) y (5-26) se puede despejar V② y,

$$V_{②} = V_3(0^+) - V_4(0^+) \qquad (5\text{-}27)$$

Reemplazando la ecución (5-27), en la ecuación (5-23) queda,

$$-i_4(0^+) + \frac{V_3(0^+) - V_4(0^+)}{R_5} = -i_6(0^+) - gmV_3(0^+) \qquad (5\text{-}28)$$

5-4-2. Resultados del análisis de circuitos por métodos numéricos.-

A lo largo de todo el análisis de circuitos por métodos numéricos se ha ido obteniendo varios resultados que permiten ver claramente la solución del circuito, tomando para dicho análisis la Fig. 5-6. Estos resultados pueden ser divididos especificamente en dos grupos:

1).- Resultados que definen la respuesta del circuito en condiciones iniciales, y es así como los voltajes en los elementos están definidos por las siguientes ecuaciones

$$V_{R2}(0^+) = V_3(0^+) \qquad (5\text{-}29)$$

$$V_{C3}(0^+) = V_3(0^+) \qquad (5\text{-}30)$$

$$V_{C4}(0^+) = V_4(0^+) \qquad (5\text{-}31)$$

$$V_{R5}(0^+) = V_3(0^+) - V_4(0^+) \qquad (5\text{-}32)$$

$$V_{L6}(0^+) = VR_5(0^+) - VR_7(0^+) \qquad (5\text{-}33)$$

$$V_{R7}(0^+) = R_7 i_6(0^+) \qquad (5\text{-}34)$$

Las corrientes en los elementos están definidas por la siguientes ecuaciones:

$$i_{R2}(0^+) = \frac{V_3(0^+)}{R_2} \qquad (5\text{-}35)$$

$i_3(0^+)$ e $i_4(0^+)$ están definidas por el sistema de ecuaciones (5-36) y (5-37).

$$i_3(0^+) + i_4(0^+) = i_1(0^+) - \frac{V_3(0^+)}{R_2} \qquad (5\text{-}36)$$

$$i_4(0^+) = \frac{V_3(0^+) - V_4(0^+)}{R_5} + i_6(0^+) + gmV_3(0^+) \qquad (5\text{-}37)$$

$$i_{R5}(0^+) = \frac{V_3(0^+) - V_4(0^+)}{R_5} \tag{5-38}$$

$$i_{R7}(0^+) = i_6(0^+) \tag{5-39}$$

2).- Resultados que definen la respuesta del circuito para t mayor que 0^+, los cuales dependen del sistema matricial (5-18). Los voltajes en los elementos para el instante de tiempo $t = 0^+ + 1$ serán:

$$V_{R2}(0^+ + 1) = V①(0^+ + 1) \tag{5-40}$$

$$V_{C3}(0^+ + 1) = V①(0^+ + 1) \tag{5-41}$$

$$V_{C4}(0^+ + 1) = V①(0^+ + 1) - V②(0^+ + 1) \tag{5-42}$$

$$V_{R5}(0^+ + 1) = V②(0^+ + 1) \tag{5-43}$$

$$V_{L6}(0^+ + 1) = V②(0^+ + 1) - V③(0^+ + 1) \tag{5-44}$$

$$V_{R7}(0^+ + 1) = V③(0^+ + 1) \tag{5-45}$$

y las corrientes en los elementos están definidas por las siguientes ecuaciones:

$$i_{R2}(0^+ + 1) = \frac{V①(0^+ + 1)}{R_2} \tag{5-46}$$

$$i_{C3}(0^+ + 1) = \left[V①(0^+ + 1) - V①(0^+)\right] \frac{C_3}{h} \tag{5-47}$$

pero $V①(0^+) = V_3(0^+)$ (5-48)

por lo tanto, reemplazando (5-48) en (5-47) queda:

$$i_{C3}(0^+ + 1) = \left\{\left[V①(0^+ + 1) - V_3(0^+)\right]\right\} \frac{C_3}{h} \tag{5-49}$$

$$i_{C4}(0^+ + 1) = \left\{ \left[V①(0^+ + 1) - V②(0^+ + 1)\right] - \left[V①(0^+) - V②(0^+)\right]\right\} \frac{C_4}{h} \tag{5-50}$$

En este caso $V①(0^+) = V_3(0^+)$ y $V②(0^+) = V_3(0^+) - V_4(0^+)$ (5-51)

Reemplazando (5-51) en (5-50) queda:

$$i_{C4}(0^+ + 1) = \left\{\left[V_{①}(0^+ + 1) - V_{②}(0^+ + 1)\right] - V_4(0^+ + 1)\right\}\frac{C_4}{h} \quad (5\text{-}52)$$

$$i_{R5}(0^+ + 1) = \frac{V_{②}(0^+ + 1)}{R_5} \quad (5\text{-}53)$$

$$i_{L6}(0^+ + 1) = \frac{h}{L_6}\left[V_{②}(0^+ + 1) - V_{③}(0^+ + 1)\right] + i_6(0^+) \quad (5\text{-}54)$$

$$i_{R7}(0^+ + 1) = \frac{V_{③}(0^+ + 1)}{R_7} \quad (5\text{-}55)$$

Las respuestas que se obtienen para un tiempo $t > 0^+$ serán obtenidas tantas veces como se desee; en forma iterativa. Por lo tanto, surge la necesidad de implementar un sistema automático capaz de llevar adelante este proceso. Con este fin ha sido desarrollado el siguiente conjunto de programas digitales los cuales se encargarán de entregar la respuesta de un determinado circuito.

5-4-3. Programa principal del proceso.-

El programa principal (SLRLC) se encarga de transmitir el control, sin argumentos al subprograma TSCMS el cual resuelve un circuito en particular.

La forma como ha sido desarrollado todo, el sistema de programas, debido a las características de la estructura de las ecuaciones que resultan del análisis de un circuito es así: el sistema contiene subprogramas que no varían en su forma y por lo tanto, no es necesario cargarlos y compilarlos en un computador, siempre que sea necesario resolver un circuito. Estos subprogramas son: TSCMS (que resuelve el circuito eléctrico), LECTU (que se encarga de la lectura de los datos), ADMIT(se encarga del cálculo de los elementos de la-

matriz de admitancias del circuito), GAUSS (que resuelve sistemas de ecuaciones de primer grado), DTRAN (este se encarga de grafizar las funciones respuesta del circuito). La otra parte del sistema está formado por subprogramas que varían en su estructura, dependiendo de las características de cada circuito. Estos subprogramas deberán ser cargados y compilados conjuntamente con el programa principal (SLRLC), cada vez que sea necesario determinar la respuesta de un cierto circuito, pero, si la estructura del circuito no varía, pero los valores de los elementos sí varían, no es necesario modificar la estructura de estos subprogramas. Estos son: el subprograma CORR (que sirve para cargar en el programa, las ecuaciones que determinan las fuentes de corriente que llegan o salen de los nudos) y RESP (en la cual se indica las ecuaciones que determinan las diferentes respuestas deseadas y, las ecuaciones que definen la variación de las condiciones iniciales).

El diagrama de flujo del programa principal se encuentra detallado en la Fig. 5-9.

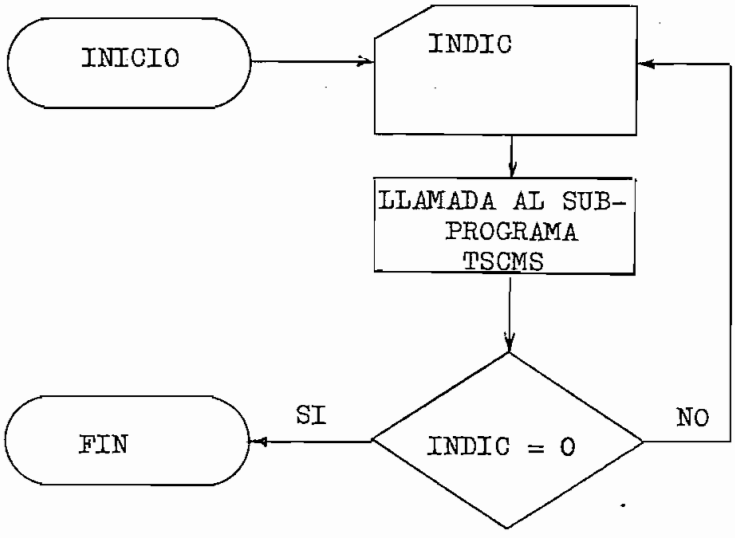


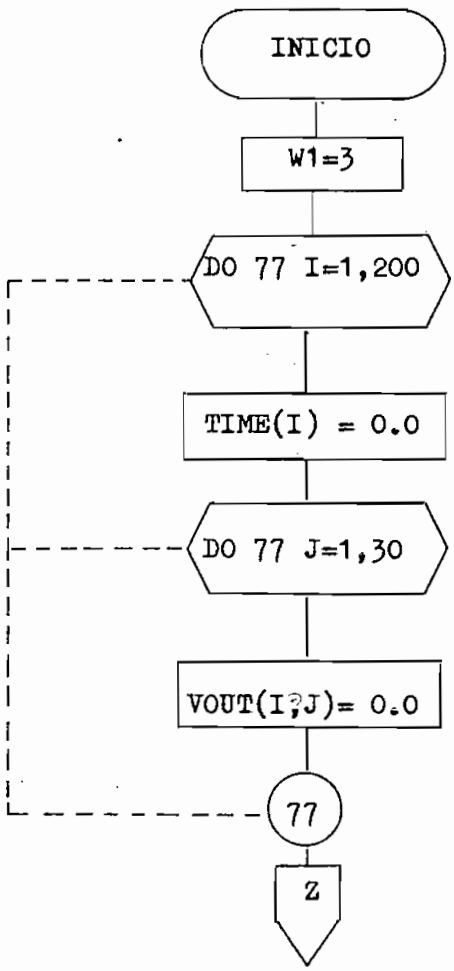
Fig. 5-9

El listado del programa principal se encuentra en el ANEXO -1

5-4-4. Subprograma TSCMS.-

Este subprograma se encarga de resolver el circuito eléctrico, entregano una tabla que representa la variación de las respuestas del mismo. Además este subprograma no contiene argumentos para recibir o transmitir el control al programa principal.

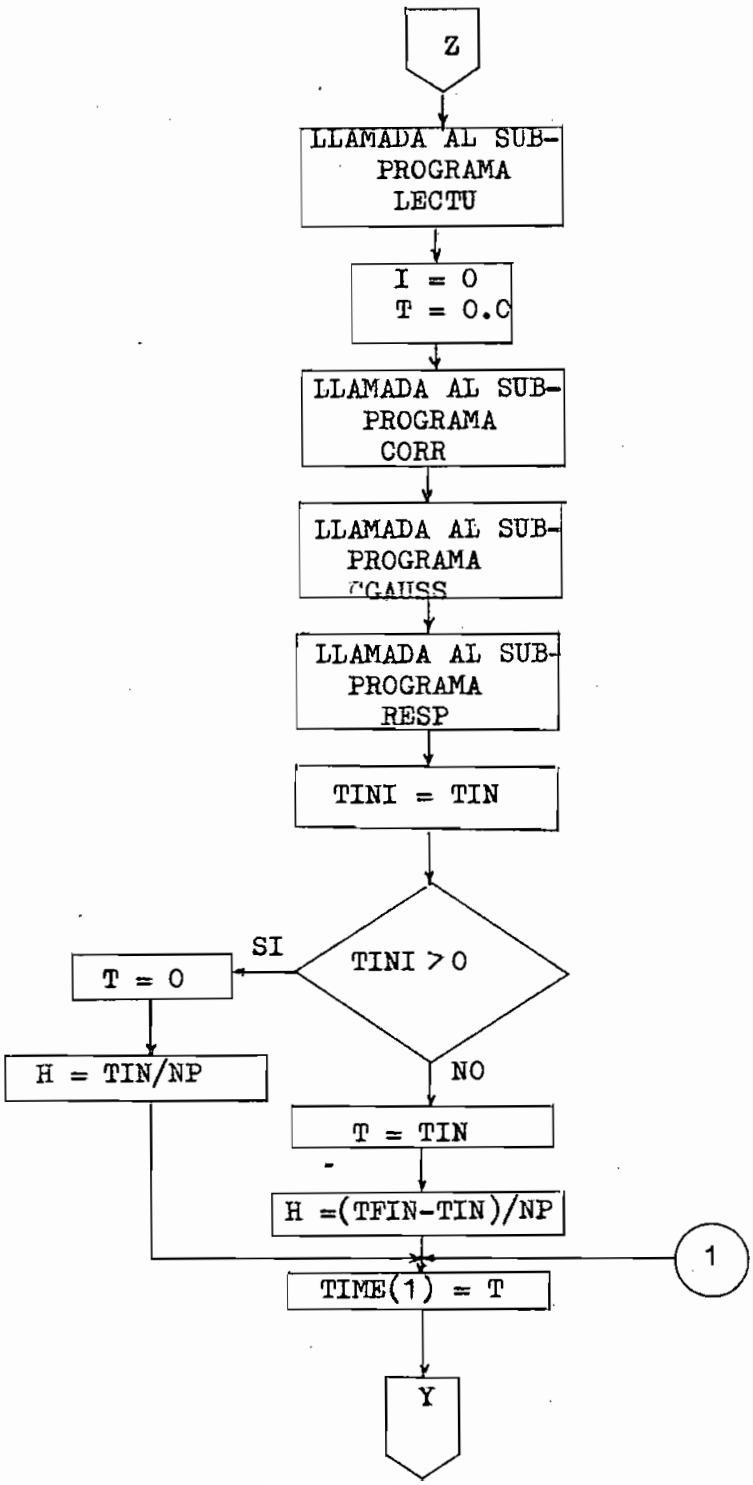
El diagrama de flujo de este subprograma se encuentra detallado en la Fig. 5-10.

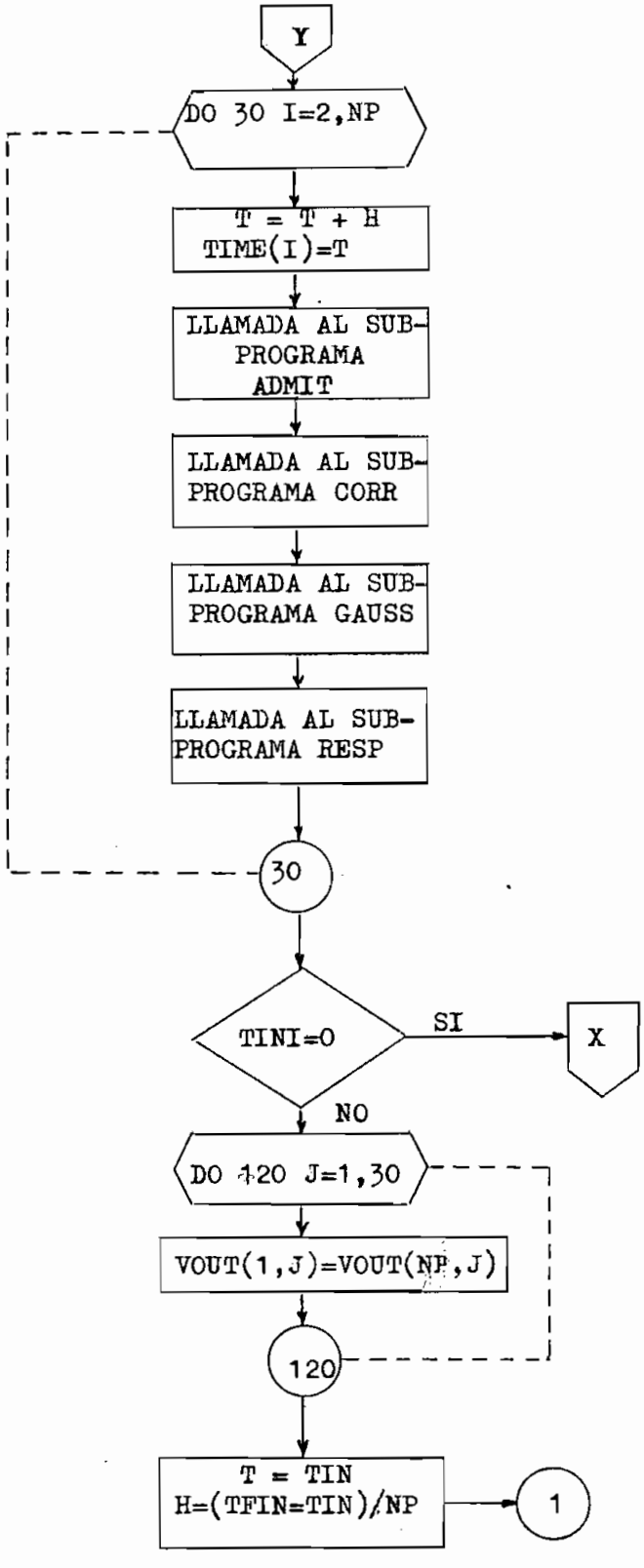


```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM                DATE  16/11/79

                C---- PROGRAMA PRINCIPAL PARA SIMULACION DE CIRCUITOS RLC
                C---- SI INDIC ES IGUAL A CERO LA EJECUCION SE HACE UNA -
                C---- VEZ, SI INDIC NO ES IGUAL A CERO EL PROGRAMA PUEDE-
                C---- SER EJECUTADO UNA VEZ MAS CON LOS MISMOS DATOS O --
                C---- CON NUEVOS DATOS Y CONDICIONES
 0001              20 READ(1,10)INDIC
 0002              10 FORMAT(I2)
 0003                 CALL TSCMS
 0004                 IF(INDIC.EQ.0)GO TO 30
 0005                 GO TO 20
 0006              30 CALL EXIT
 0007                 END
```

ANEXO-1. Listado del programa principal SLRLC


Z
LLAMADA AL SUB-PROGRAMA LECTU
I = 0
T = 0.0
LLAMADA AL SUB-PROGRAMA CORR
LLAMADA AL SUB-PROGRAMA GAUSS
LLAMADA AL SUB-PROGRAMA RESP
TINI = TIN
TINI > 0
SI
T = 0
H = TIN/NP
NO
T = TIN
H =(TFIN-TIN)/NP
1
TIME(1) = T
Y


Y
DO 30 I=2,NP
T = T + H
TIME(I)=T
LLAMADA AL SUB-PROGRAMA ADMIT
LLAMADA AL SUB-PROGRAMA CORR
LLAMADA AL SUB-PROGRAMA GAUSS
LLAMADA AL SUB-PROGRAMA RESP
30
TINI=0
SI
X
NO
DO 120 J=1,30
VOUT(1,J)=VOUT(NP,J)
120
T = TIN
H=(TFIN=TIN)/NP
1

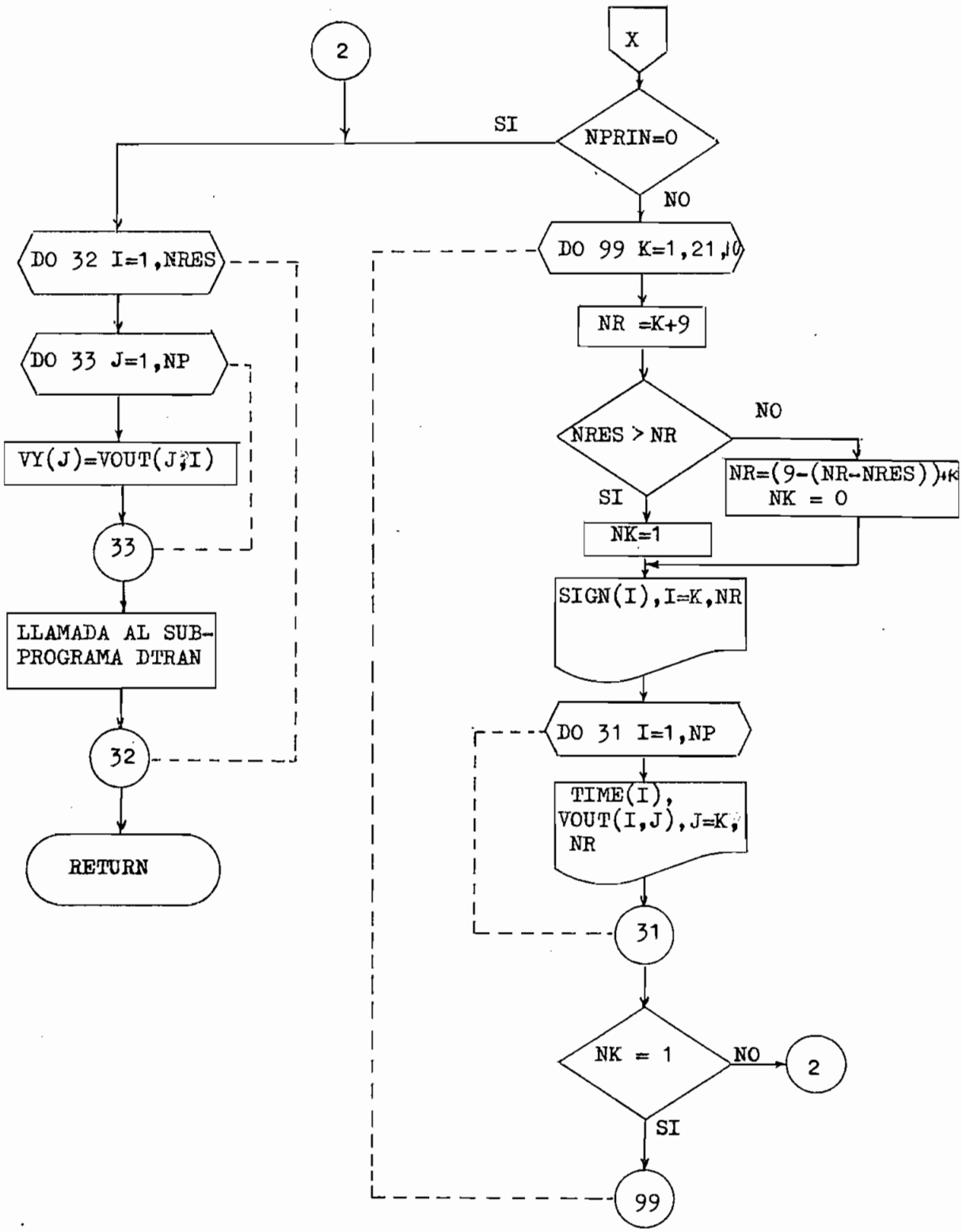

2
X
SI
NPRIN=0
NO
DO 32 I=1,NRES
DO 99 K=1,21,10
NR =K+9
DO 33 J=1,NP
NRES > NR
NO
VY(J)=VOUT(J,I)
NR=(9-(NR-NRES))+K
NK = 0
SI
NK=1
33
LLAMADA AL SUB-
PROGRAMA DTRAN
SIGN(I),I=K,NR
DO 31 I=1,NP
32
TIME(I),
VOUT(I,J),J=K,
NR
RETURN
31
NK = 1
NO
2
SI
99

Fig. 5-10

El listado del programa se encuentra detallado en el ANEXO-2.

5-4-5. Subprograma LECTU.-

Este subprograma se encarga de la lectura de todos los datos necesarios para la solución del problema. Recibe el control de el subprograma TSCMS, siendo sus argumentos:

NORDI. Variable entera, con un formato de lectura "I3", se la utiliza para indicar el orden de la matriz de resistencias, en condiciones iniciales.

NORD. Variable entera, con un formato de lectura "I2". Esta variable es utilizada para indicar el orden de la matríz de admitancias; para $t > 0^{+}$.

NPRIN. Variable entera con un formato de lectura "I2", es utilizada como un código de impresión de las tablas, es decir que cuando este código es igual a cero, las tablas no se imprimen. Si el código es diferente de cero, las tablas se imprimen.

NRES. Variable entera con un formato de lectura "I2", la cual indica el número de respuestas que se desea obtener; al ser procesados los datos.

NELE. Variable entera con un formato de lectura "I3". Es utilizada para indicar el número de elementos que intervienen en el circuito, tomando en cuenta, las fuentes de excitación.

NP. Variable entera con un formato de lectura "I3", sirve para indicar el número de puntos que se desea cal

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          TSCMS                DATE  16/11/79      TIME

0001              SUBROUTINE TSCMS
0002              INTEGER W1
0003              DIMENSION RES(30,30),CON(30,30),BOB(30,30),R(40),C(40),B(40),
                 1VE(40),CE(40),VN(30),VOUT(200,30),TIME(200),CIN(30),Y(30,30),
                 2VY(200),SIGN(30)
0004              REAL*4 SIGN
0005              W1=3
0006              DO 77 I=1,200
0007              TIME(I)=0.0
0008              DO 77 J=1,30
0009           77 VOUT(I,J)=0.0
0010              CALL LECTU(RES,CON,BOB,R,C,B,VE,CE,NORD,NPRIN,NRES,NELE,NP,TIN,
                 1TFIN,Y,NORDI,SIGN)
0011              I=0
0012              T=0.0
0013              CALL CORR(T,VE,CE,R,C,B,CIN,I,H)
0014              CALL GAUSS(Y,CIN,NORDI,VN)
0015              CALL RESP(I,VN,VE,CE,R,C,B,VOUT,T,H)
0016              TINI=TIN
0017              IF(TINI.GT.0.0)GO TO 10
0018              T=TIN
0019              H=(TFIN-TIN)/FLOAT(NP)
0020           15 TIME(1)=T
0021              DO 30 I=2,NP
0022              T=T+H
0023              TIME(I)=T
0024              CALL CORR(T,VE,CE,R,C,B,CIN,I,H)
0025              CALL ADMIT(H,RES,CON,BOB,NORD,Y)
0026              CALL GAUSS(Y,CIN,NORD,VN)
0027              CALL RESP(I,VN,VE,CE,R,C,B,VOUT,T,H)
0028           30 CONTINUE
0029              IF(TINI.EQ.0.0)GO TO 100
0030              GO TO 110
```

POLITECNICA

ANEXO-2. Listado del subprograma TSCMS.

```
0031          10 T=0.0
0032             H=TIN/FLOAT(NP)
0033             GO TO 15
0034         110 DO 120 J=1,30
0035         120 VOUT(1,J)=VOUT(NP,J)
0036             T=TIN
0037             H=(TFIN-TIN)/FLOAT(NP)
0038             TINI=0.0
0039             GO TO 15
0040         100 IF(NPRIN.EQ.0)GO TO 40
0041             DO 99 K=1,21,10
0042             NR=K+9
0043             IF(NRES.GT.NR)GO TO 997
0044             NR=(9-(NR-NRES))+K
0045             NK=0
0046             GO TO 998
0047         997 NK=1
0048         998 WRITE(W1,78)(SIGN(I),I=K,NR)
0049          78 FORMAT(1H1,/,2X,'TIEMPO    ',3X,A4,9(8X,A4),/)
0050             DO 31 I=1,NP
0051          31 WRITE(W1,20)TIME(I),(VOUT(I,J),J=K,NR)
0052          20 FORMAT(11E11.3)
0053             IF(NK.EQ.0)GO TO 40
0054          99 CONTINUE
0055          40 DO 32 I=1,NRES
0056             DO 33 J=1,NP
0057          33 VY(J)=VOUT(J,I)
0058             CALL DTRAN(TIME,VY,NP,I,SIGN)
0059          32 CONTINUE
0060             RETURN
0061             END
```

ANEXO-2 (continuación).

cular, e imprimir.

Los formatos de lectura de las variables reales a excepción de la variable SIGN (arreglo para guardar los nombres de cada una de las tablas y gráficos); son de la forma E10.3. De esta manera se dan las facilidades necesarias para ingresar cualquier valor.

El arreglo de las variables "Y", sirve para guardar los elementos de la matríz de resistencias para las condiciones iniciales y, para guardar luego los elementos de la matríz de admitancias para $t > 0^+$.

El arreglo RES, es utilizado para guardar la parte resistiva de la matriz de admitancias, para $t > 0^+$, mientras que el arreglo CON, es utilizado para guardar los valores de la parte capacitiva y el arreglo BOB, sirve para almacenar los valores de la parte inductiva.

La variable TIN se utiliza para almacenar el valor inicial del intervalo de tiempo, dentro del cual se desea obtener la respuesta; de un cierto circuito. El valor final del intervalo indicado anteriormente es guardado en la variable TFIN.

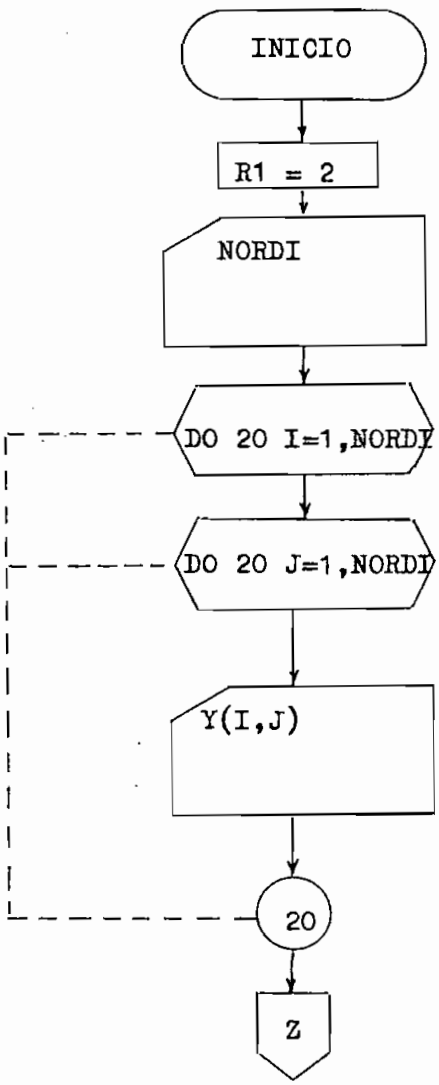
Los arreglos R,C,B, son utilizados para guardar los valores de los elementos del circuito, teniendo en cuenta que debe señalarse su posisión en el circuito, ya que de esta depende el valor del subíndice que indica el lugar, o el elemento del arreglo que contiene el valor de un determinado elemento del circuito.

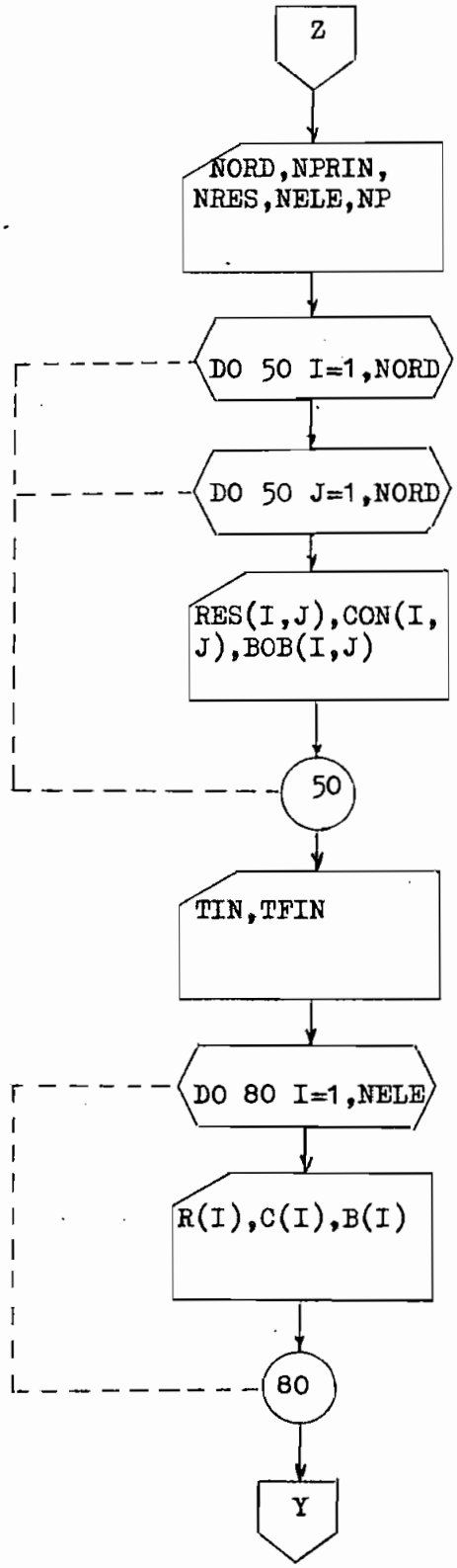
Los arreglos VE y CE son utilizados para almacenar los valores de tensión y corriente respectivamente, de aquellos elementos del circuito que son capaces de mantener unas condiciones iniciales, o pueden almacenarse valores de tensión o corriente de las

fuentes de excitación del circuito, siempre y cuando esta sean de valores constantes.

El arreglo SIGN se utiliza para guardar los nombres de las tablas de respuestas. Cada elemento de este arreglo tiene un formato de lectura "A4".

El diagrama de flujo del subprograma LECTU se encuentra detallado en la Fig. 5-11




Z
NORD,NPRIN,
NRES,NELE,NP
DO 50 I=1,NORD
DO 50 J=1,NORD
RES(I,J),CON(I,
J),BOB(I,J)
50
TIN,TFIN
DO 80 I=1,NELE
R(I),C(I),B(I)
80
Y

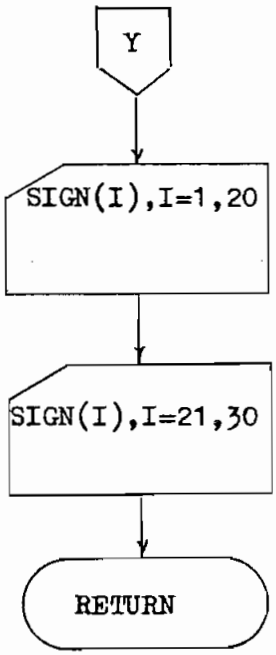


Fig. 5-11

El listado del subprograma LECTU se encuentra detallado en el ANEXO-3.

5-4-6. Subprograma CORR.-

Este subprograma no mantiene todas sus instrucciones constantes, ya que la finalidad del mismo es prestar las facilidades para que el Usuario pueda poner las ecuaciones necesarias para resolver el circuito, tanto en lo que respecta a las condiciones iniciales, como pata $t>0^+$, puesto que de un circuito a otro dichas ecuaciones van a variar en su estrucrura. El arreglo CIN, se encarga de almacenar cada una de las ecuaciones que definen el comportamiento del circuito, tanto para las condiciones iniciales, como para $t>0^+$

Este subprograma recibe el control del subprograma TS-

```
0001          SUBROUTINE LECTU(RES,CON,BOB,R,C,B,VE,CE,NORD,NPRIN,NRES,NELE,NP,
             1TIN,TFIN,Y,NORDI,SIGN)
0002          INTEGER R1
0003          DIMENSION RES(30,30),CON(30,30),BOB(30,30),R(40),C(40),B(40),
             1VE(40),CE(40),Y(30,30),SIGN(30)
0004          REAL*4 SIGN
0005          R1=1
C---- LECTURA DEL ORDEN DE LA MATRIZ DE COND. INICIALES
0006          READ(R1,10)NORDI
0007       10 FORMAT(I3)
C---- LECTURA DE LA MATRIZ DE ADMITANCIAS DE CONDICIONES INICIALES
C---- POR FILAS
0008          DO 20 I=1,NORDI
0009          DO 20 J=1,NORDI
0010       20 READ(R1,30)Y(I,J)
0011       30 FORMAT(E10.3)
C---- LECTURA DEL ORDEN DE LA MATRIZ DE ADMITANCIAS PARA T MAYOR QUE 0
C---- LECTURA DEL CODIGO DE IMPRESION DE LAS TABLAS
C---- LECTURA DEL NUMERO DE TABLAS, ELEMENTOS Y PUNTOS DE LAS TABLAS
0012          READ(R1,40)NORD,NPRIN,NRES,NELE,NP
0013       40 FORMAT(3I2,2I3)
C---- LECTURA DE LA MATRIZ DE ADMITANCIAS
C---- CADA REGISTRO CONTIENE UNA PARTE RESISTIVA, CAPACITIVA E INDUCTIVA
C---- POR SEPARADO (LA LECTURA SE REALIZA POR FILAS)
0014          DO 50 I=1,NORD
0015          DO 50 J=1,NORD
0016       50 READ(R1,60)RES(I,J),CON(I,J),BOB(I,J)
0017       60 FORMAT(3E10.3)
C---- LECTURA DEL INTERVALO DE TIEMPO (INICIAL-FINAL)
0018          READ(R1,70)TIN,TFIN
0019       70 FORMAT(2E10.3)
C---- LECTURA DE LOS VALORES DE LOS ELEMENTOS QUE COMPONEN
C---- EL CIRCUITO JUNTO CON LAS COND. INIC. DE CADA ELEM.
0020          DO 80 I=1,NELE
0021       80 READ(R1,90)R(I),C(I),B(I),VE(I),CE(I)
0022       90 FORMAT(5E10.3)
C---- LECTURA DE LOS NOMBRES DE LOS PARAMETROS DE RESPUESTA
0023          READ(R1,129)(SIGN(I),I=1,20)
0024      129 FORMAT(20A4)
0025          READ(R1,129)(SIGN(I),I=21,30)
0026          RETURN
0027          END
```

ANEXO-3. Listado del subprograma LECTU.

CMS por medio de los argumentos T,VE,CE,R,C,B,I y H.

La estructura del diagrama de flujo del subprograma CORR se - encuentra especificado el la Fig. 5-12.

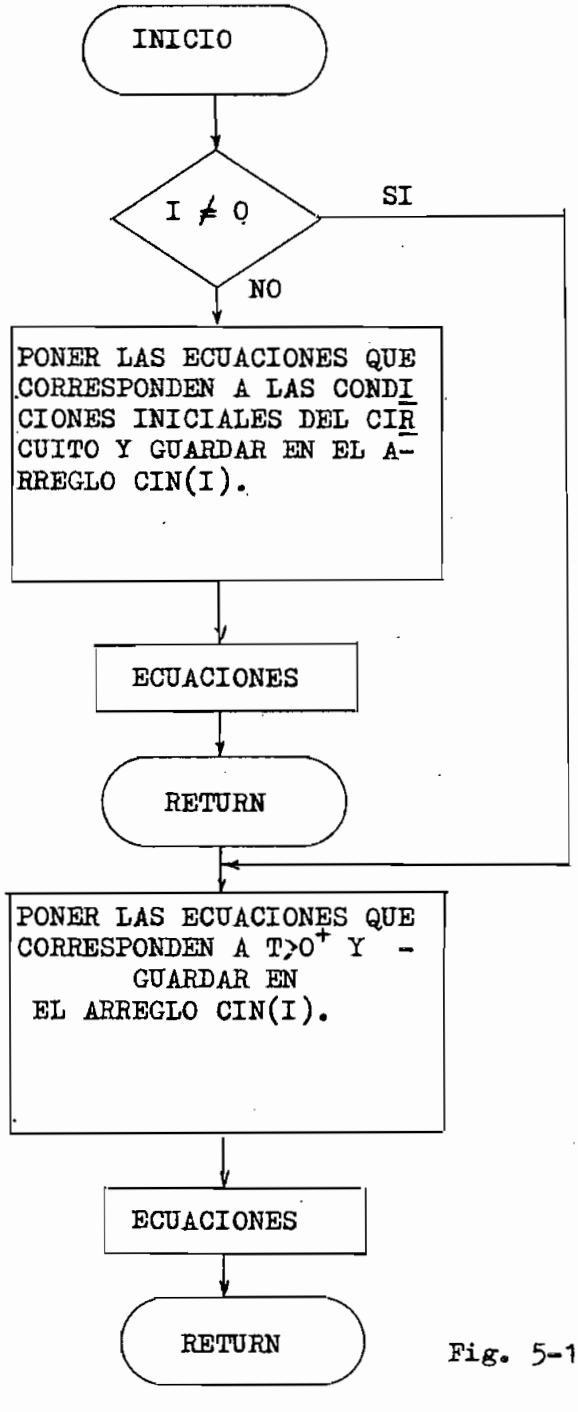


Fig. 5-12

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE  16/11/79      TIME

                C---- SUBRUTINA DE MATRICES DE CORRIENTES TANTO PARA LAS CONDICIONES
                C---- INICIALES, COMO PARA UN TIEMPO MAYOR QUE 0+
 0001                 SUBROUTINE CORR(T,VE,CE,R,C,B,CIN,I,H)
 0002                 DIMENSION VE(40),CE(40),R(40),C(40),B(40),CIN(30)
 0003                 IF(I.NE.0)GO TO 10
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIA
                C---- LES DEL CIRCUITO, Y GUARDAR EN LOS CAMPOS CIN(I),  CORRESPON-
                C---- DIENTES
                C---- ------------------------------------------------------------
 0004                 CIN(1)=CE(3)
                C---- ------------------------------------------------------------
                C---- FIN DE LAS LINEAS QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIALES
                C---- ------------------------------------------------------------
 0005                 RETURN
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A T MAYOR QUE 0+
                C---- Y GURDAR EN LCS CAMPOS CIN(I) CORRESPONDIENTES
                C---- ------------------------------------------------------------
 0006              10 CIN(1)=50.*SIN(2000.*T)/R(2)-CE(3)
 0007                 CIN(2)=C(4)*VE(4)/H+CE(3)
                C---- ------------------------------------------------------------
                C---- FIN DE LAS ECLACIONES PARA T MAYOR QUE 0+
                C---- ------------------------------------------------------------
 0008                 RETURN
 0009                 END
```

ANEXO-4. Listado del subprograma CORR.

El listado del subprograma CORR se encuentra detallado en el AMEXO-4.

5-4-7. Subprograma GAUSS.-

La finalidad de este subprograma es resolver sistemas de ecuaciones de primer grado, por el método de eliminación Gaussiana. Este subprograma recibe el control desde el subprograma TSCMS, por medio de los argumentos Y, CIN, NORD, y VN.

Para explicar más detalladamente el razonamiento utilizado en este subprograma, se parte del siguiente ejemplo:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= b_1 \quad (1) \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= b_2 \quad (2) \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= b_3 \quad (3) \end{aligned} \qquad (5\text{-}56)$$

Representando el sistema de ecuaciones (5-56) en forma de matriz queda:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \qquad (5\text{-}57)$$

Tomando la Ec. (1) del sistema (5-56) y dividiendo todos sus elementos para a_{11} queda:

$$x_1 + \frac{a_{12}}{a_{11}} x_2 + \frac{a_{13}}{a_{11}} x_3 = \frac{b_1}{a_{11}} \qquad (5\text{-}58)$$

Despejando la incógnita x_1 de la Ec. (5-58) y reemplazándola en las ecuaciones (2) y (3) del sistema (5-56) se obtiene:

$$(a_{22} - a_{21} \frac{a_{12}}{a_{11}})x_2 + (a_{23} - a_{21} \frac{a_{13}}{a_{11}})x_3 = b_2 - a_{21} \frac{b_1}{a_{11}} \qquad (5\text{-}59)$$

$$(a_{32} - a_{31}\frac{a_{12}}{a_{11}})x_2 + (a_{33} - a_{31}\frac{a_{13}}{a_{11}})x_3 = b_3 - a_{31}\frac{b_1}{a_{11}} \qquad (5\text{-}60)$$

Puede tomarse los siguientes reemplazos:

$$a_{12}^{(1)} = \frac{a_{12}}{a_{11}} \; ; \quad a_{13}^{(1)} = \frac{a_{13}}{a_{11}} \; ; \quad b_1^{(1)} = \frac{b_1}{a_{11}} \qquad (5\text{-}61)$$

$$a_{22}^{(1)} = a_{22} - a_{21}a_{12} \; ; \; a_{23}^{(1)} = a_{23} - a_{21}a_{13}; \; b_2^{(1)} = b_2 - a_{21}b_1^{(1)} \qquad (5\text{-}62)$$

$$a_{32}^{(1)} = a_{32} - a_{32}a_{12}; \; a_{33}^{(1)} = a_{33} - a_{31}a_{13}; \quad b_3^{(1)} = b_3 - a_{31}b_1^{(1)} \qquad (5\text{-}63)$$

Tomando en cuenta la ecuaciones (5-58), (5-59), (5-60) y los reemplazos (5-61), (5-62) y (5-63) se puede expresar el resultado en forma de matriz, de tal manera que:

$$\begin{bmatrix} 1 & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} \\ 0 & a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)} \\ 0 & a_{32}^{(1)} & a_{33}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1^{(1)} \\ b_2^{(1)} \\ b_3^{(1)} \end{bmatrix} \qquad (5\text{-}64)$$

Con el sistema (5-64) se puede decir que el sistema en forma de matriz (5-57), se ha transformado en el sistema anteriormente dicho.

En general, la manera de obtener la primera fila de la matriz de constantes del sistema (5-64) es así:

$$a_{1j}^{(1)} = \frac{a_{1j}}{a_{11}} \text{ , siendo } j = 1,2,3,\ldots,n \qquad (5\text{-}65)$$

y el valor de:

$$b_1^{(1)} = \frac{b_1}{a_{11}} \qquad (5\text{-}66)$$

Para determinar las filas restantes debe utilizarse las siguientes expresiones:

$$a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - a_{i1}a_{1j}^{(1)}, \text{ siendo } i = 2,3,..,n; \text{ y } j = 1,2,3..n \tag{5-67}$$

Y para los restantes valores de la matriz B se tiene las siguientes ecuaciones:

$$b_i^{(1)} = b_i - a_{i1}b_1^{(1)}, \text{ siendo } i = 1,2,3,..,n \tag{5-68}$$

De esta manera se ha eliminado una incógnita, tanto en la Ec (2) como en la ecuación (3) del sistema (5-56) y el valor de a_{11}, se transforma en la unidad. El paso siguiente es la eliminación de una nueva incógnita de la tercera ecuación del sistema (5-56), de tal manera que el valor a_{22} tome también el valor de uno. Por último el elemento a_{33} debe tomar el valor de la unidad. Por lo tanto, el método consiste en ir eliminando una incógnita en cada paso dado, con el fin de dejar los valores de la diagonal principal del sistema (5-57) iguales a la unidad. Además todos los elementos que se encuentran debajo de la diagonal principal deben ser iguales a cero. El número de pasos que deben darse es igual al orden de la matriz de constantes. El sistema matricial (5-57) luego de la última eliminación queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} 1 & a_{12}^{(1)} & a_{13}^{(1)} \\ 0 & 1 & a_{23}^{(2)} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1^{(1)} \\ b_2^{(2)} \\ b_3^{(3)} \end{bmatrix} \tag{5-69}$$

Una vez obtenido el sistema (5-69), se puede determinar los valores de las incógnitas, partiendo desde la última incógnita, determinando su valor y luego reemplazándolo en la ecuación anterior de tal manera que se pueda determinar el valor de la penúltima incógnita y así en forma iterativa hasta determinar la primera incógnita.

Considerando el siguente sistema se va a generalizar el mecanismo para encontrar los valores de las incógnita, de un sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 1 & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1m} \\ 0 & 1 & u_{23} & \cdots & u_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot\cdot \\ \cdot\cdot \\ x_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot\cdot \\ \cdot\cdot \\ b_m \end{bmatrix} \qquad (5\text{-}70)$$

Por lo tanto;

$$\begin{aligned} x_m &= b_m \\ x_{m-1} &= b_{m-1} - u_{m-1,m}x_m \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x_2 &= b_2 - u_{23}x_3 - u_{24}x_4 - \cdots - u_{2m}x_m \\ x_1 &= b_1 - u_{12}x_2 - u_{13}x_3 - \cdots - u_{1m}x_m \end{aligned} \qquad (5\text{-}71)$$

y en forma general:

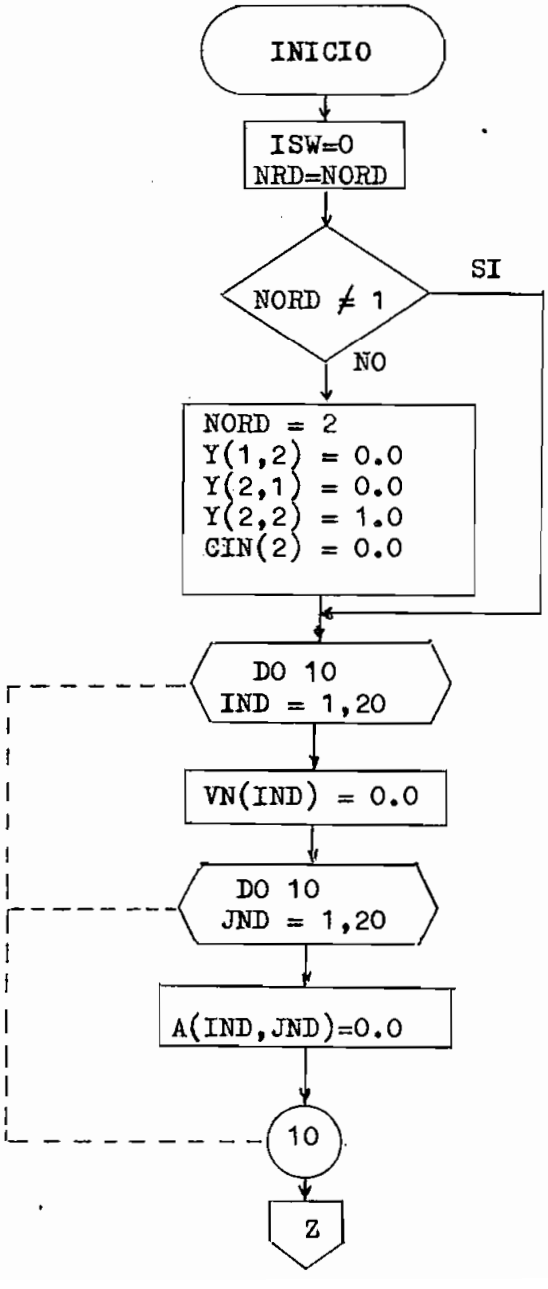
$$X_k = b_k - \sum_{j=k+1}^{m} U_{kj}Xj \ , \ j=m,m-1,m-2,\ldots,1 \qquad (5\text{-}72)$$

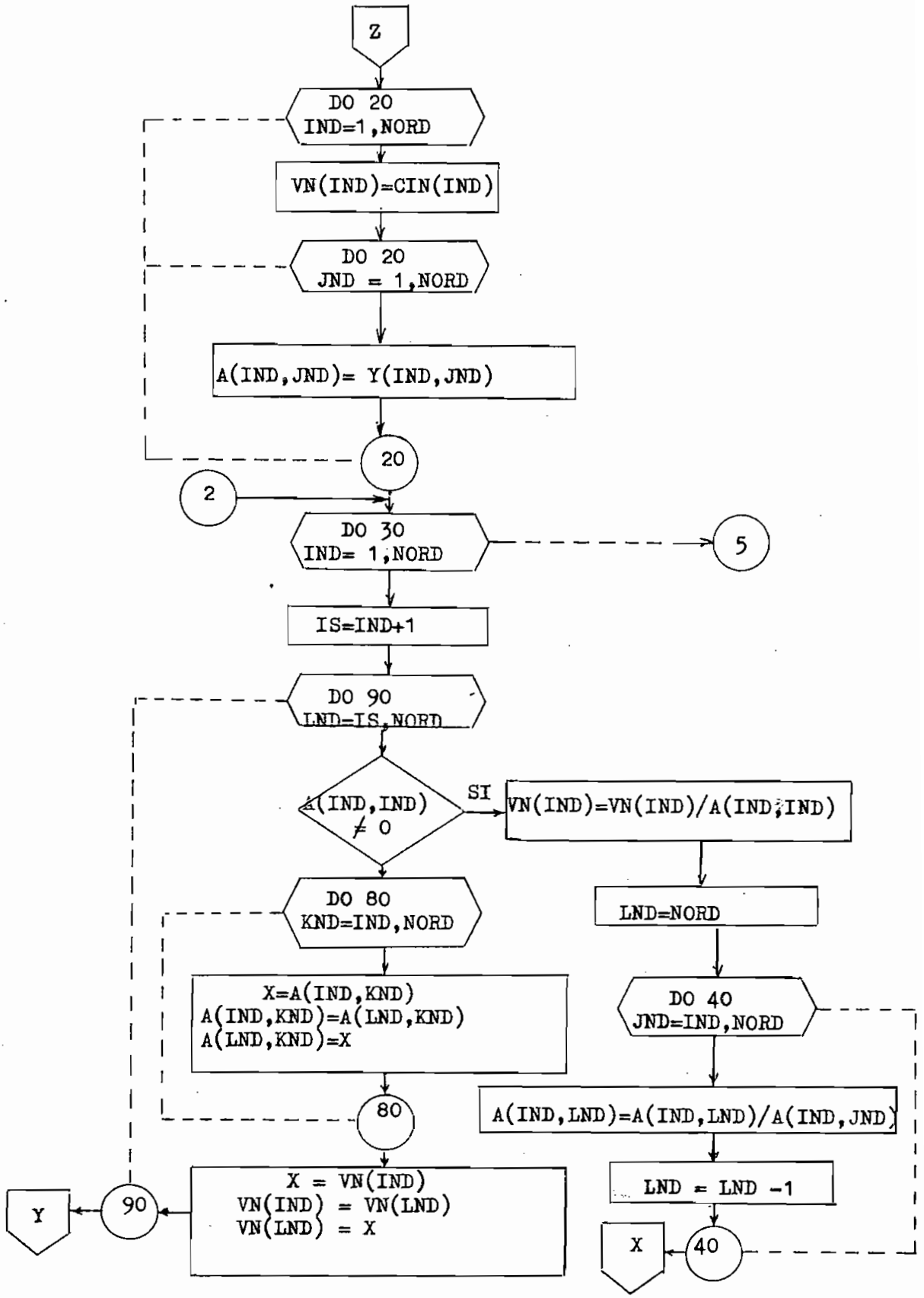
Con todas las consideraciones anteriormente mencionadas, ha sido posible estructurar el subprograma GAUSS.

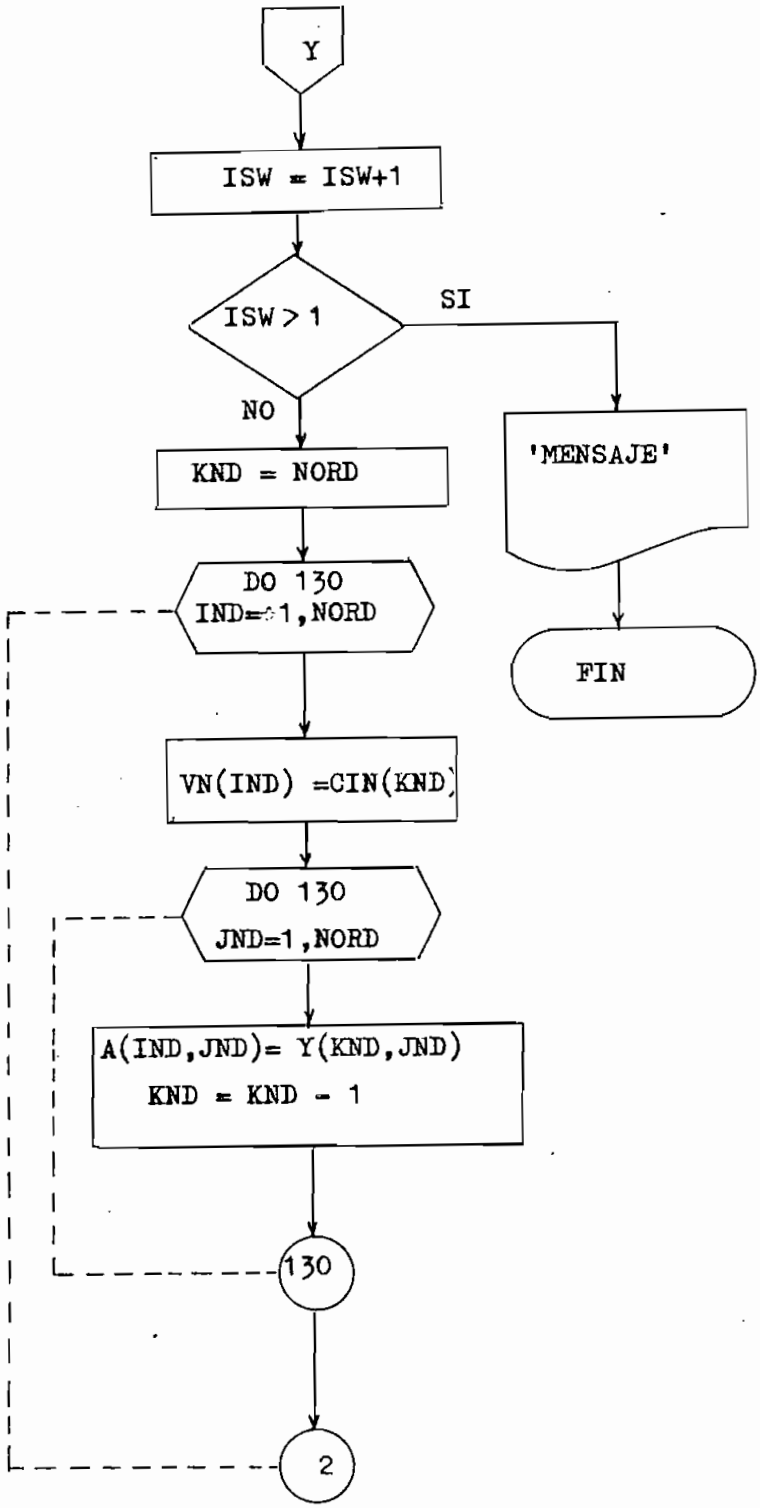
Adicionalmente se ha previsto el caso en que un elemento que va a dividir a otros no sea igual a cero, para esto se realiza un cambio automático de posisión de las filas de la matriz, hasta encontrar un elemento que sea diferente de cero. Este es el caso, de un elemento que tiene un valor igual a cero y que pertenece a la diagonal principal de la matriz el cual provocaría errores en los valores de las incógnitas. Si luego de haber agotado todas las posibilidades anteriores, no se llega a la condición deseada, el sub

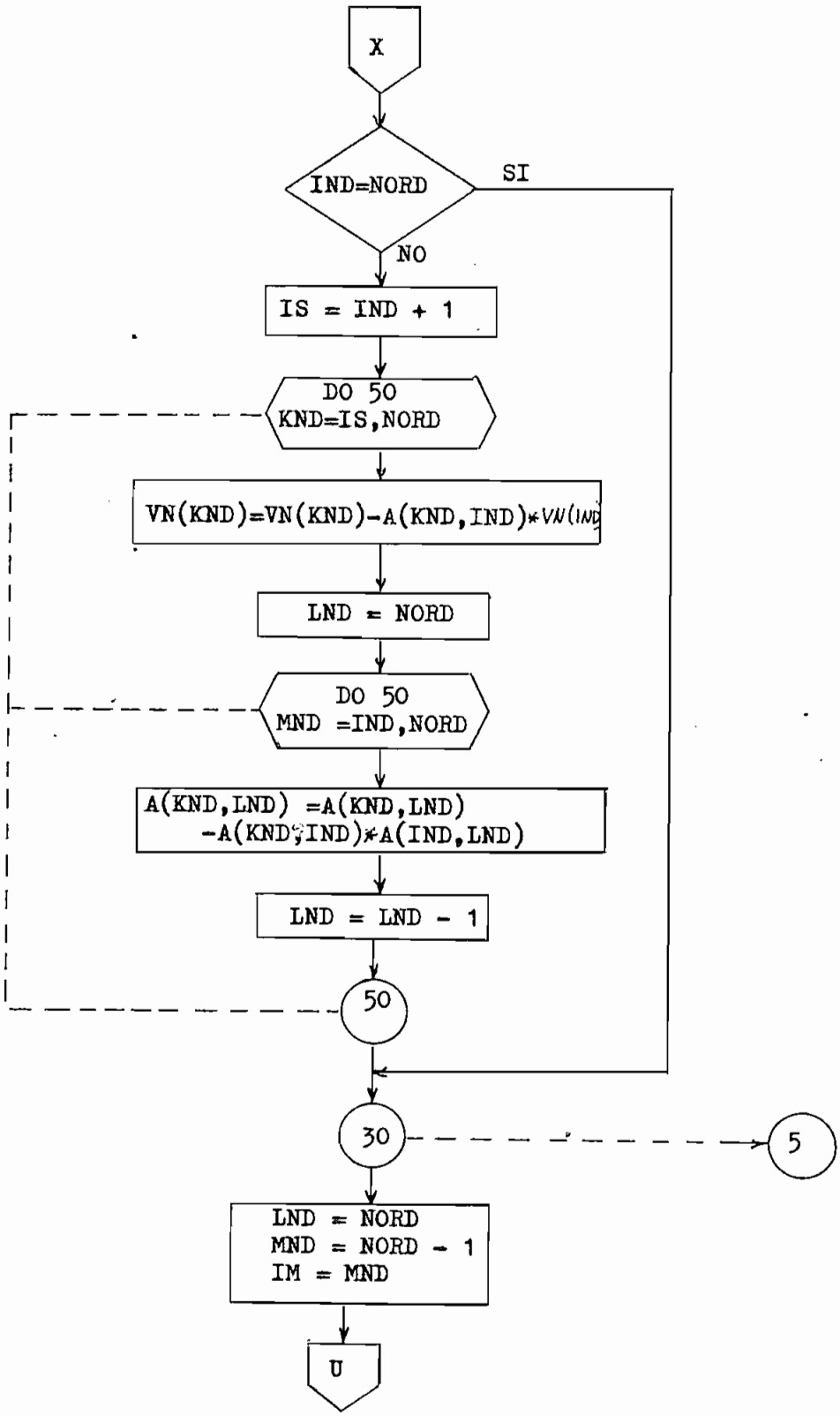
programa regresa a buscar la matriz original, cambiando totalmente la posisión de sus líneas para luego intentar resolver el sistema de ecuaciones. De esta manera se asegura la solución de un sistema de ecuaciones.

El diagrama de flujo del subprograma GAUSS, se encuentra detallado en la Fig. 5-13.




Z
DO 20
IND=1,NORD
VN(IND)=CIN(IND)
DO 20
JND = 1,NORD
A(IND,JND)= Y(IND,JND)
20
2
DO 30
IND= 1,NORD
5
IS=IND+1
DO 90
LND=IS,NORD
A(IND,IND)
≠ 0
SI
VN(IND)=VN(IND)/A(IND,IND)
DO 80
KND=IND,NORD
LND=NORD
X=A(IND,KND)
A(IND,KND)=A(LND,KND)
A(LND,KND)=X
DO 40
JND=IND,NORD
80
A(IND,LND)=A(IND,LND)/A(IND,JND)
X = VN(IND)
VN(IND) = VN(LND)
VN(LND) = X
LND = LND -1
Y
90
X
40


Y
ISW = ISW+1
ISW > 1
SI
NO
'MENSAJE'
KND = NORD
DO 130
IND=1,NORD
FIN
VN(IND) =CIN(KND)
DO 130
JND=1,NORD
A(IND,JND)= Y(KND,JND)
KND = KND - 1
130
2


X
IND=NORD
SI
NO
IS = IND + 1
DO 50
KND=IS,NORD
VN(KND)=VN(KND)-A(KND,IND)*VN(IND)
LND = NORD
DO 50
MND =IND,NORD
A(KND,LND) =A(KND,LND)
-A(KND,IND)*A(IND,LND)
LND = LND - 1
50
30
5
LND = NORD
MND = NORD - 1
IM = MND
U

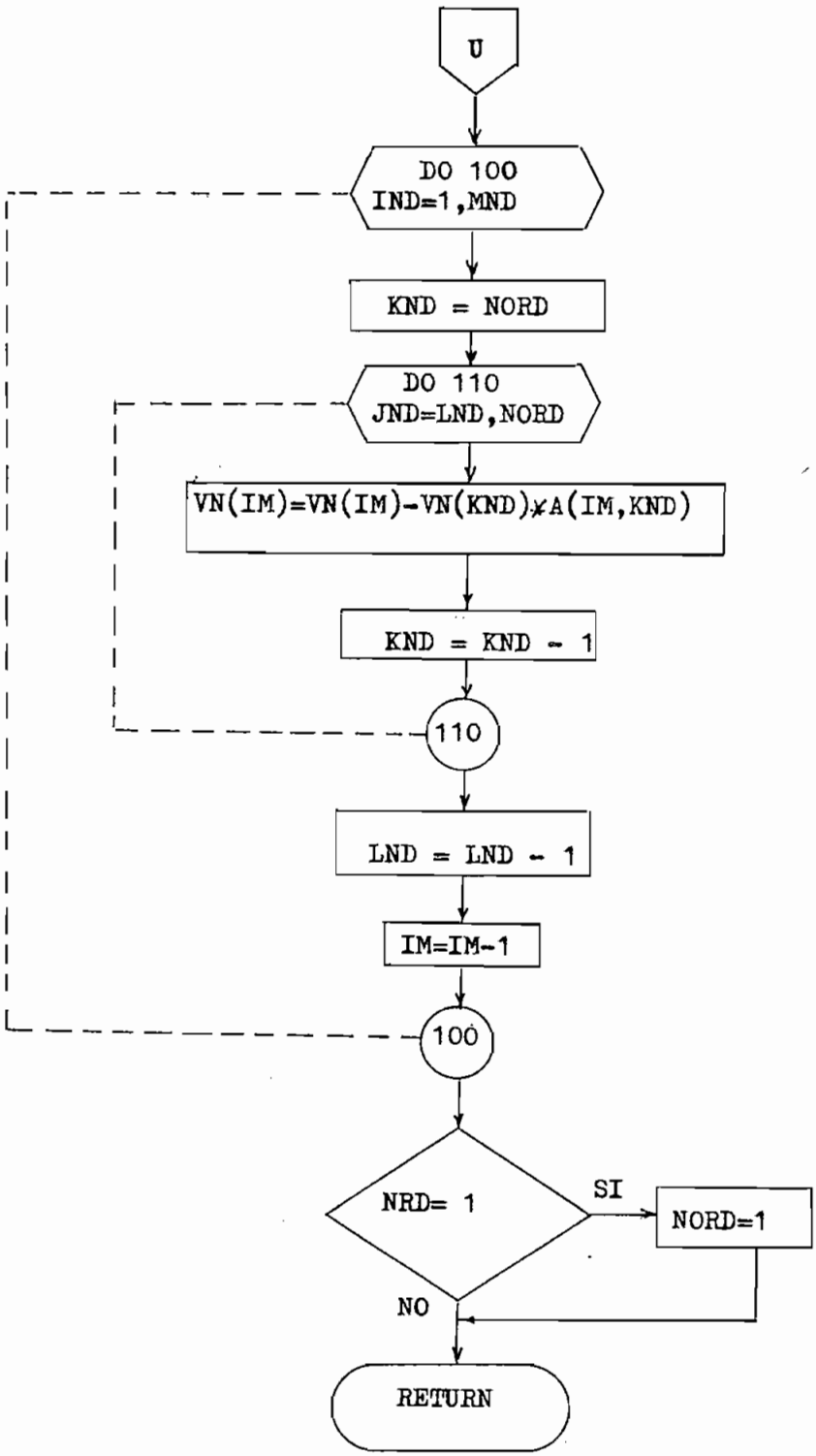

U
DO 100
IND=1,MND
KND = NORD
DO 110
JND=LND,NORD
VN(IM)=VN(IM)-VN(KND)*A(IM,KND)
KND = KND - 1
110
LND = LND - 1
IM=IM-1
100
NRD= 1
SI
NORD=1
NO
RETURN

Fig. 5-13

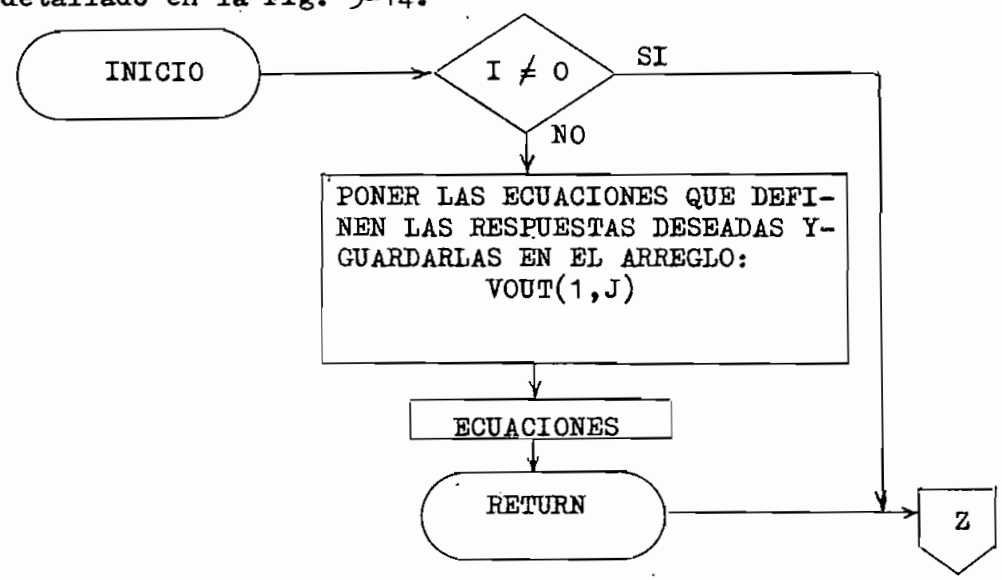
El listado del subprograma GAUSS se encuentra detallado en el ANEXO-5.

5-4-8. Subprograma RESP.-

Este subprograma debe ser preparado, siempre que las características del circuito sean distintas, puesto que las respuestas para diferentes circuitos van a ser encontradas con la ayuda de ecuaciones, las cuales tendrán estructuras muy propias. Es necesario considerar las ecuaciones que representan las diferentes respuestas que se desean obtener, para el instante $t = 0^+$. De igual forma deben ser consideradas las ecuaciones que definen las respuestas para $t > 0^+$. El control recibe del subprograma TSCMS por medio de los argumentos : I,VN,VE,CE,R,C,B,VOUT,T y H.

El arreglo VOUT, está estructurado de tal manera que pueda contener varias respuestas, que definen el comportamiento del circuito.

El diagrama de flujo del subprograma RESP se encuentra detallado en la Fig. 5-14.



```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE   16/11/79        TIME

                C---- SUBRUTINA PARA RESOLVER SISTEMAS DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO
 0001                 SUBROUTINE GAUSS(Y,CIN,NORD,VN)
 0002                 DIMENSION Y(30,30),CIN(30),A(30,30),VN(30)
 0003                 ISW=0
 0004                 NRD=NORD
 0005                 IF(NORD.NE.1)GO TO 5
 0006                 NORD=2
 0007                 Y(1,2)=0.0
 0008                 Y(2,1)=0.0
 0009                 Y(2,2)=1.0
 0010                 CIN(2)=0.0
 0011               5 DO 10 IND=1,30
 0012                 VN(IND)=0.0
 0013                 DO 10 JND=1,30
 0014              10 A(IND,JND)=0.0
 0015                 DO 20 IND=1,NORD
 0016                 VN(IND)=CIN(IND)
 0017                 DO 20 JND=1,NORD
 0018              20 A(IND,JND)=Y(IND,JND)
 0019             140 DO 30 IND=1,NORD
 0020                 IS=IND+1
 0021                 DO 90 LND=IS,NORD
 0022                 IF(A(IND,IND).NE.0.0)GO TO 70
 0023                 DO 80 KND=IND,NORD
 0024                 X=A(IND,KND)
 0025                 A(IND,KND)=A(LND,KND)
 0026              80 A(LND,KND)=X
 0027                 X=VN(IND)
 0028                 VN(IND)=VN(LND)
 0029              90 VN(LND)=X
 0030                 GO TO 120
 0031              70 VN(IND)=VN(IND)/A(IND,IND)
 0032                 LND=NORD
 0033                 DO 40 JND=IND,NORD
 0034                 A(IND,LND)=A(IND,LND)/A(IND,IND)
 0035              40 LND=LND-1
```

POLITECNICA

ANEXO-5. Listado del subprograma GAUSS.

```
      IF(IND.EQ.NORD)GO TO 30
      IS=IND+1
      DO 50 KND=IS,NORD
      VN(KND)=VN(KND)-A(KND,IND)*VN(IND)
      LND=NORD
      DO 50 MND=IND,NORD
      A(KND,LND)=A(KND,LND)-A(KND,IND)*A(IND,LND)
   50 LND=LND-1
   30 CONTINUE
      LND=NORD
      MND=NORD-1
      IM=MND
      DO 100 IND=1,MND
      KND=NORD
      DO 110 JND=LND,NORD
      VN(IM)=VN(IM)-VN(KND)*A(IM,KND)
  110 KND=KND-1
      LND=LND-1
  100 IM=IM-1
      IF(NRD.EQ.1)NORD=1
      RETURN
  120 ISW=ISW+1
      IF(ISW.GT.1)GO TO 200
      KND=NORD
      DO 130 IND=1,NORD
      VN(IND)=CIN(KND)
      DO 130 JND=1,NORD
      A(IND,JND)=Y(KND,JND)
  130 KND=KND-1
      GO TO 140
  200 WRITE(3,300)
  300 FORMAT(1H1,2X,'CANCELADO ** NO HAY SOLUCION AL SISTEMA DE ECUACION
     1ES ** '/,2X,'POR EL METODO DE ELIMINACION GAUSSIANA',/2X,'TRATE NU
     2EVAMENTE VARIANDO LA POSISION DE LAS INCOGNITAS',/// )
      CALL EXIT
      END
```

ANEXO-5. (continuación).

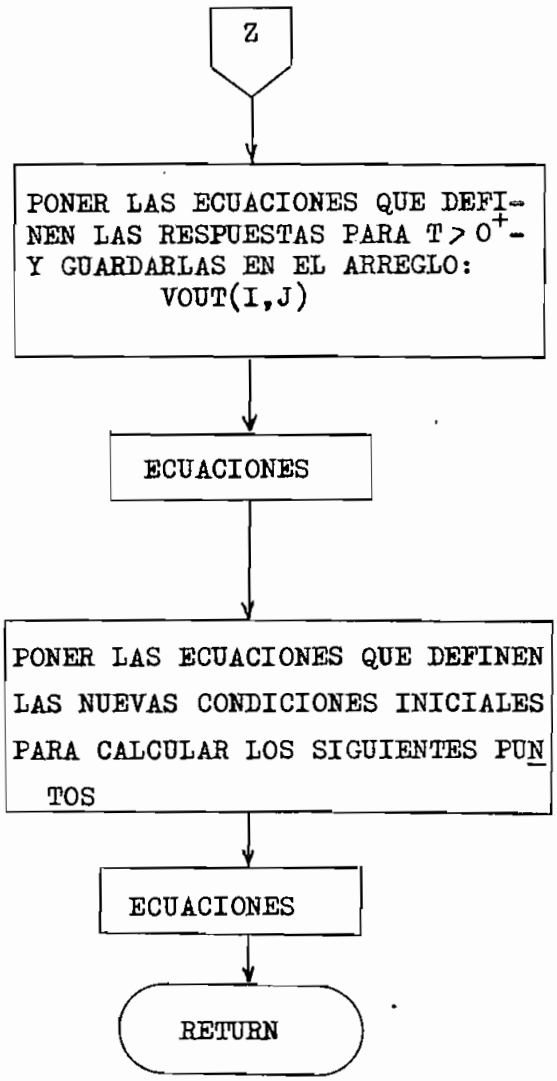


Fig. 5-14

El listado en detalle del subprograma RESP se encuen - tra en el ANEXO-6.

5-4-9. Subprograma ADMIT.-

Este subprograma se encarga de - determinar la matriz de admitancias, a partir de los valores que contienen los arreglos RES,CON y BOB, - que representan la parte resistiva, capacitiva e in-

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE   16/11/79      TIME

                C---- SUBRUTINA PARA INDICAR LAS RESPUESTAS NECESARIAS, GUARDANDOLAS
                C---- EN LOS CAMPOS VOUT(I,J) CORRESPONDIENTES EN FUNCION DE LOS CAM
                C---- POS VN(I), Y DE LOS VALORES DE LOS ELEMENTOS
 0001                 SUBROUTINE RESP(I,VN,VE,CE,R,C,B,VOUT,T,H)
 0002                 DIMENSION VN(30),VE(40),CE(40),R(40),C(40),B(40),VOUT(200,30)
 0003                 IF(I.NE.0)GO TO 10
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS RESPUESTAS SEGUN LAS CON-
                C---- DICIONES INICIALES EN LOS CAMPOS VOUT(1,J) CORRESPONDIENTES.
                C----
 0004                 VOUT(1,1)=VN(1)
                C----
                C---- FIN DE LAS RESPUESTAS SEGUN LAS CONDICIONES INICIALES
                C----
 0005                 RETURN
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DETERMINAN LAS RESPUESTAS PARA TIEMPOS
                C---- MAYORES QUE 0+ EN LOS CORRESPONDIENTES CAMPOS VOUT(I,J).
                C----
 0006              10 VOUT(I,1)=(50.*SIN(2000.*T)-VN(1))/R(2)
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS RESPUESTAS
                C----
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS NUEVAS CONDICIONES INICIALES
                C----
 0007                 CE(3)=VOUT(I,1)
 0008                 VE(4)=VN(2)
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS NUEVAS CONDICIONES INICIALES
                C----
 0009                 RETURN
 0010                 END
```

ANEXO-6. Listado del subprograma RESP.

ductiva, respectivamente. El control recibe del subprograma TSCMS- por medio de los argumentos: H,RES,CON,BOB,NORD,Y.

El diagrama de flujo del subprograma ADMIT se encuentra detallado en la Fig. 5-15.

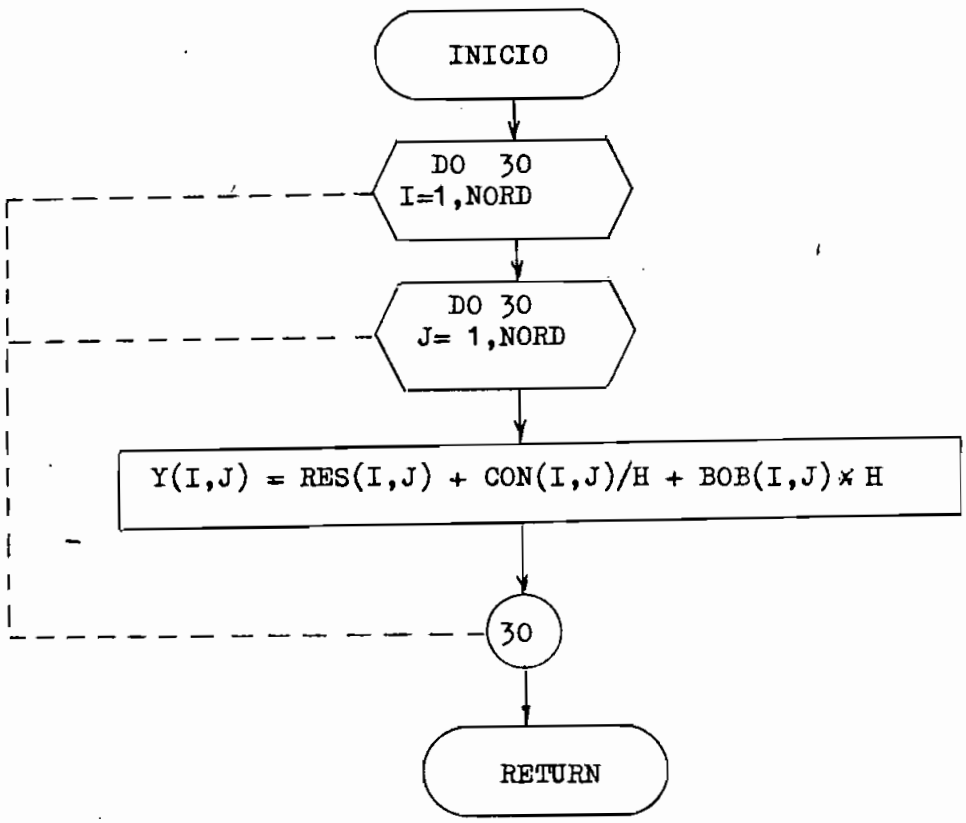


Fig 5-15

El listado del subprograma ADMIT se encuentra en el ANEXO-7.

5-4-10. Subprograma DTRAN.-

Este subprograma ha sido realizado con- la finalidad de representar graficamente las respuestas para un determinado circuito. Básicamente se parte de las tablas de tiempo y valores instantáneos que definen el com - portamiento de dicho circuito.

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479-3-8          MAINPGM          DATE    16/11/79

                C---- PROGRAMA PARA ENCONTRAR LOS VALORES DE LOS ELEMENTOS
                C---- DE LA MATRIZ DE  ADMITANCIAS EN BASE A LOS TRES ELE
                C---- MENTOS QUE COMPONEN CAD ELEMENTO DE LA MATRIZ (Y).
 0001                 SUBROUTINE ADMIT(H,RES,CON,BOB,NORD,Y)
 0002                 DIMENSION RES(30,30),CON(30,30),BOB(30,30),Y(30,30)
 0003                 DO 30 I=1,NORD
 0004                 DO 30 J=1,NORD
 0005              30 Y(I,J)=RES(I,J) + CON(I,J)/H + BOB(I,J)*H
 0006                 RETURN
 0007                 END
```

ANEXO-7. Listado del subprograma ADMIT.

Los gráficos que representan cada una de las funciones de respuestas tienen a su disposisión 100 puntos en lo que respecta al eje del tiempo y 50 puntos en lo que respecta a los valores que va tomando cada una de las funciones a lo largo de la variación del tiempo.

El razonamiento para la grafización de una función se encuentra detallado a continuación.

5-4-10-1. Valores de las escalas en los dos ejes del plano.-

En la Fig. 5-16 se supone el gráfico de una función, que de acuerdo a los puntos disponibles a lo largo de los ejes del plano y a sus valores se determinarán las correspondientes escalas.

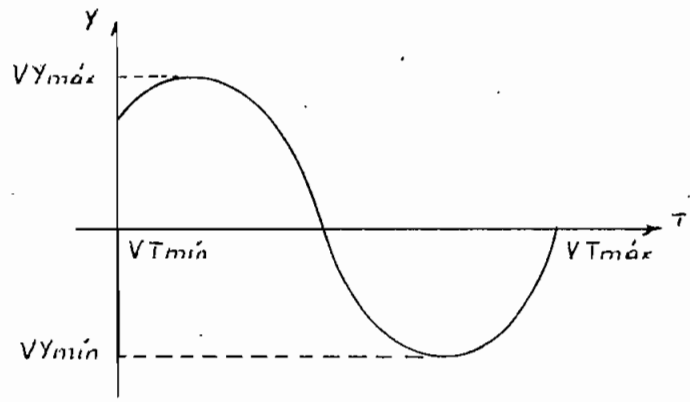


Fig. 4-16

Estableciendo la diferencia entre valores máximos y mínimos se tiene:

$$DT = VT\ máx - VT\ mín \qquad (5\text{-}73)$$

y, $$DY = VY\ máx - VY\ mín \qquad (5\text{-}74)$$

Por lo tanto, estableciendo las siguientes ecuaciones se llega a determinar la escala para el eje del tiempo, así

como la escala de variación de la función con el tiempo; de tal manera que:

$$ET = \frac{DT}{100} \qquad (5\text{-}75)$$

y,

$$EY = \frac{DY}{50} \qquad (5\text{-}76)$$

5-4-10-2. Determinación del lugar que ocupa un punto en el eje horizontal.-

Para explicar detalladamente este punto, se tomará en cuenta la Fig. 5-17

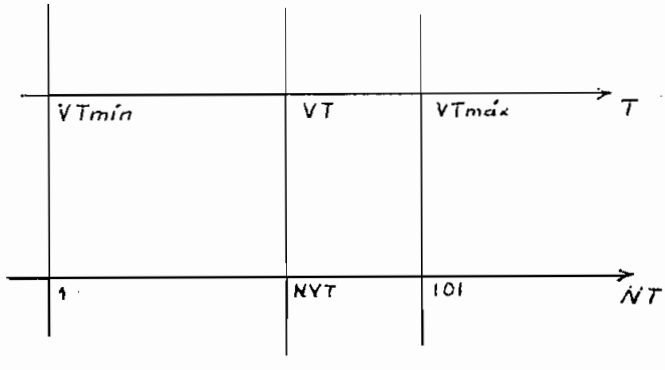


Fig. 5-17

La Fig. 5-17, representa los dos ejes del plano en el cual se grafizará la función respuesta. Como se observará el punto mínimo del tiempo corresponde al punto 1 del gráfico, y el punto máximo del tiempo corresponde al punto 101 del gráfico, es decir que a un punto VT del tiempo le corresponde un punto NVT del gráfico. Por lo tanto se puede establecer la siguiente proporcionalidad.

$$\frac{VTmáx - VTmín}{101 - 1} = \frac{VT - VTmín}{NVT - 1} \qquad (5\text{-}77)$$

Ahora bien, de la Ec. (5-77) se despejará NVT, que es el valor que interesa para grafizar la función.

Además debe establecerse una operación de redondeo, es decir que si la parte fraccionaria del valor resultante NVT, es $\geqslant$ 0.5,- dicho valor tomará el número entero consecutivo posterior. Por lo tanto;

$$NVT = \frac{(VT - VTmín)100}{DT} + 1 + 0.5 \qquad (5\text{-}78)$$

5-4-10-3. Determinación del lugar que ocupa un punto en el eje -- vertical.-

Para conseguir el objetivo propuesto, debe considerarse la Fig. 5-18.

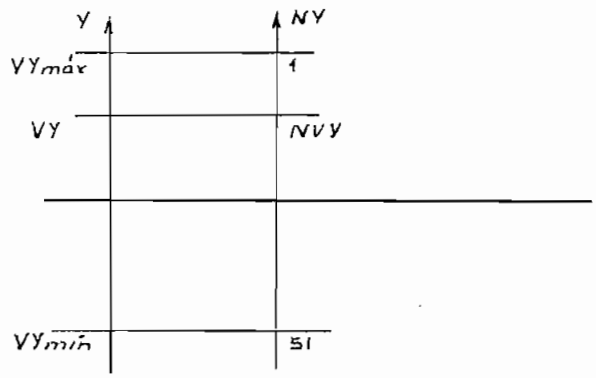


Fig. 5-18

En la Fig. 5-18 se ha establecido, tanto la variación de la función en el sentido de las ordenadas, así como también la variación de la función en el gráfico, en lo que respecta al eje vertical. Por lo tanto, se puede establecer la siguiente relación de proporcionalidad.

$$\frac{VYmáx - VYmín}{1 - 51} = \frac{VYmáx - VY}{1 - NVY} \qquad (5\text{-}79)$$

Lo que interesa es conocer el valor que tomará NVY, el cual determinará la situación del punto en el eje vertical del gráfico. De la misma forma que en el caso del-

valor NVT, también es necesario establecer un valor de redondeo para fracciones de NVY $\geqslant$ 0.5. Por lo tanto;

$$NVY = \frac{(VYmáx - VY)50}{DY} + 1 + 0.5 \qquad (5\text{-}80)$$

5-4-10-4. Determinación de los ejes del gráfico.-

El gráfico que represente la variación de una función, los ejes estarán representados por líneas de puntos. La situación de dichos ejes se determina de la siguiente forma:

$$EJE\ T = \frac{(VYmáx - VY)50}{DY} + 1.5 \qquad (5\text{-}81)$$

El valor resultante de la Ec. (5-81) representará la situación del eje del tiempo, cuando el valor de VY, sea igual a cero.

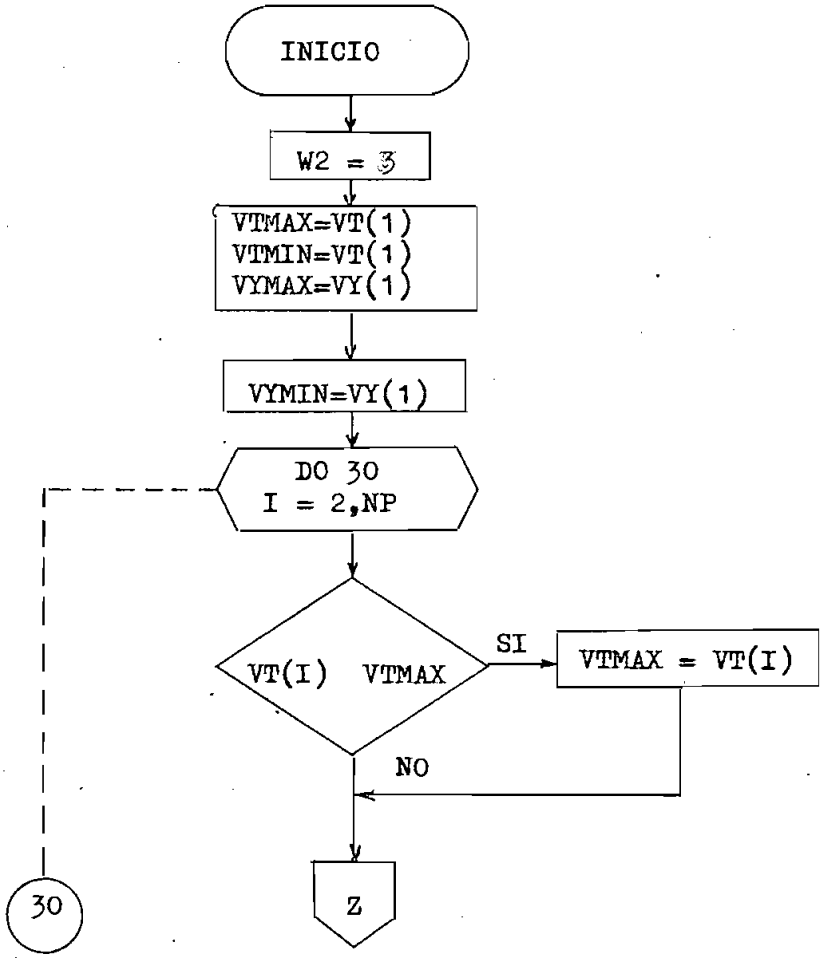
El EJE Y aparecerá siempre que el intervalo de tiempo, tenga un valor inicial igual a cero, caso contrario este eje no se hará presente.

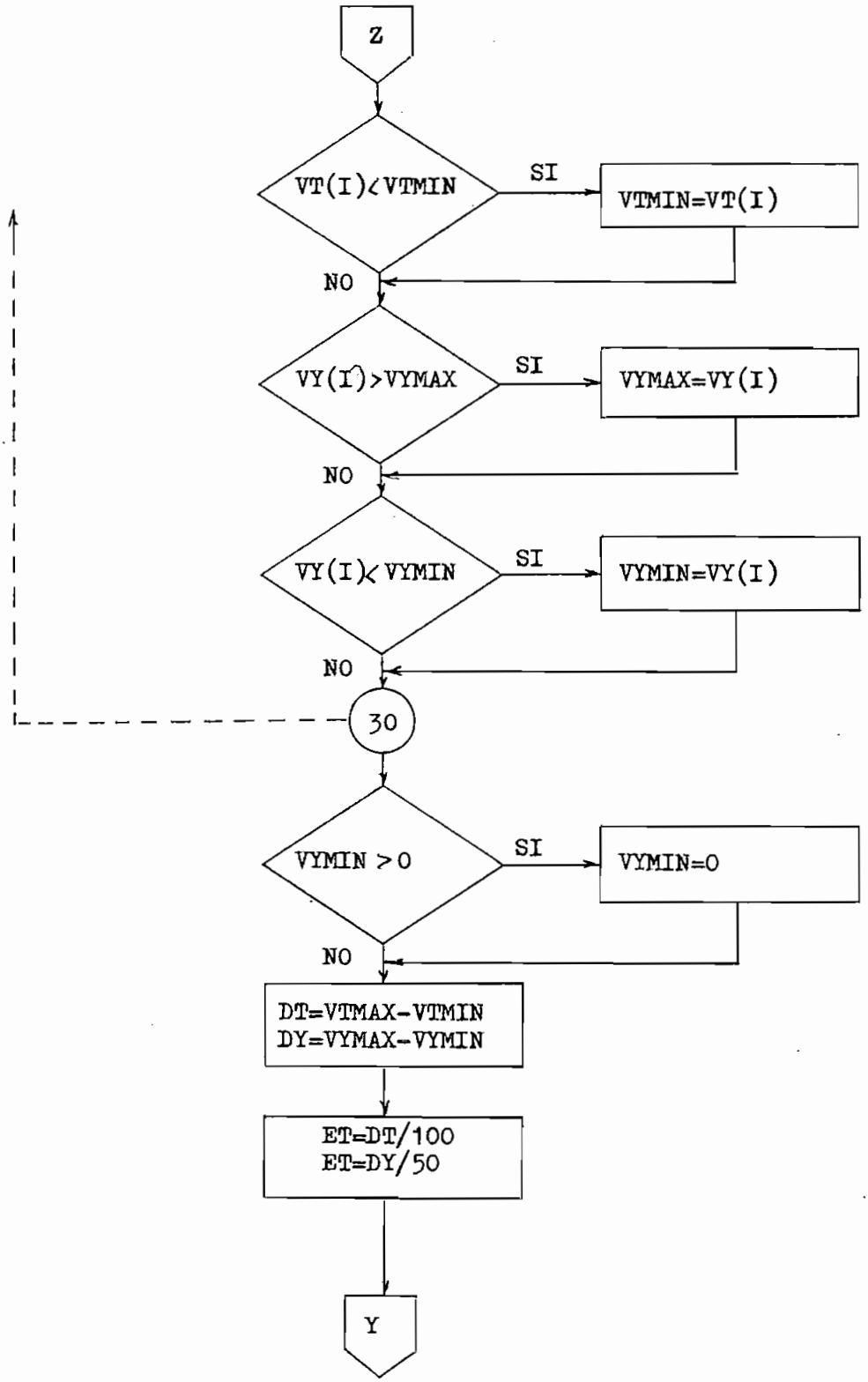
Como se podrá notar en el razonamiento descrito, los valores que toman NVY y NVT, vienen a representar las coordenadas de una determinada función; en el plano del gráfico. Es necesario añadir, que la función ocupará todo el gráfico, puesto que la determinación de sus coordenadas se la hace, tomando en cuenta unicamente los valores máximos y mínimos que tiene dicha función. Adicionalmente en la parte superior del gráfico, aparece el nombre de la función que se está representando, siendo dicho nombre uno de los datos que deben darse para la e-

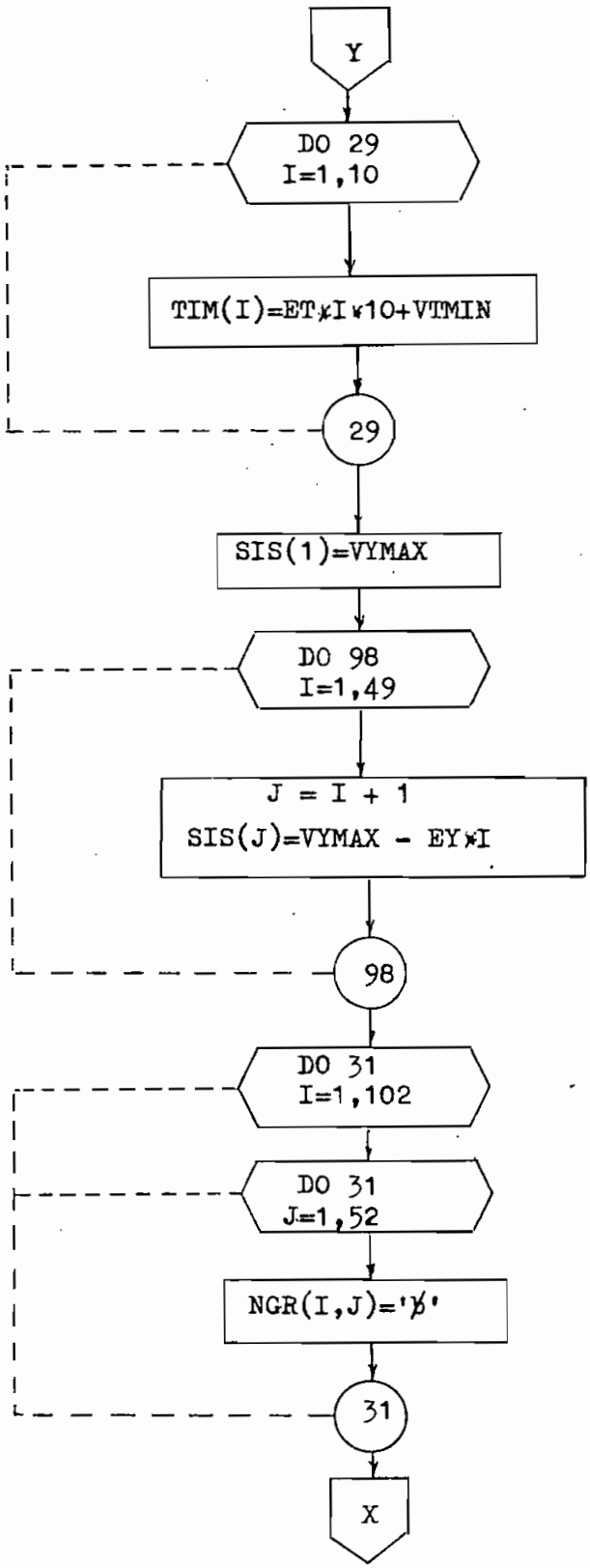
jecución del sistema de programas. También aparece una tabla de valores puesta en sentido vertical que representa los diferentes valores que toma la función en el transcurso del tiempo. Por último en la parte inferior del gráfico aparece intervalos de tiempo, cada 10 puntos.

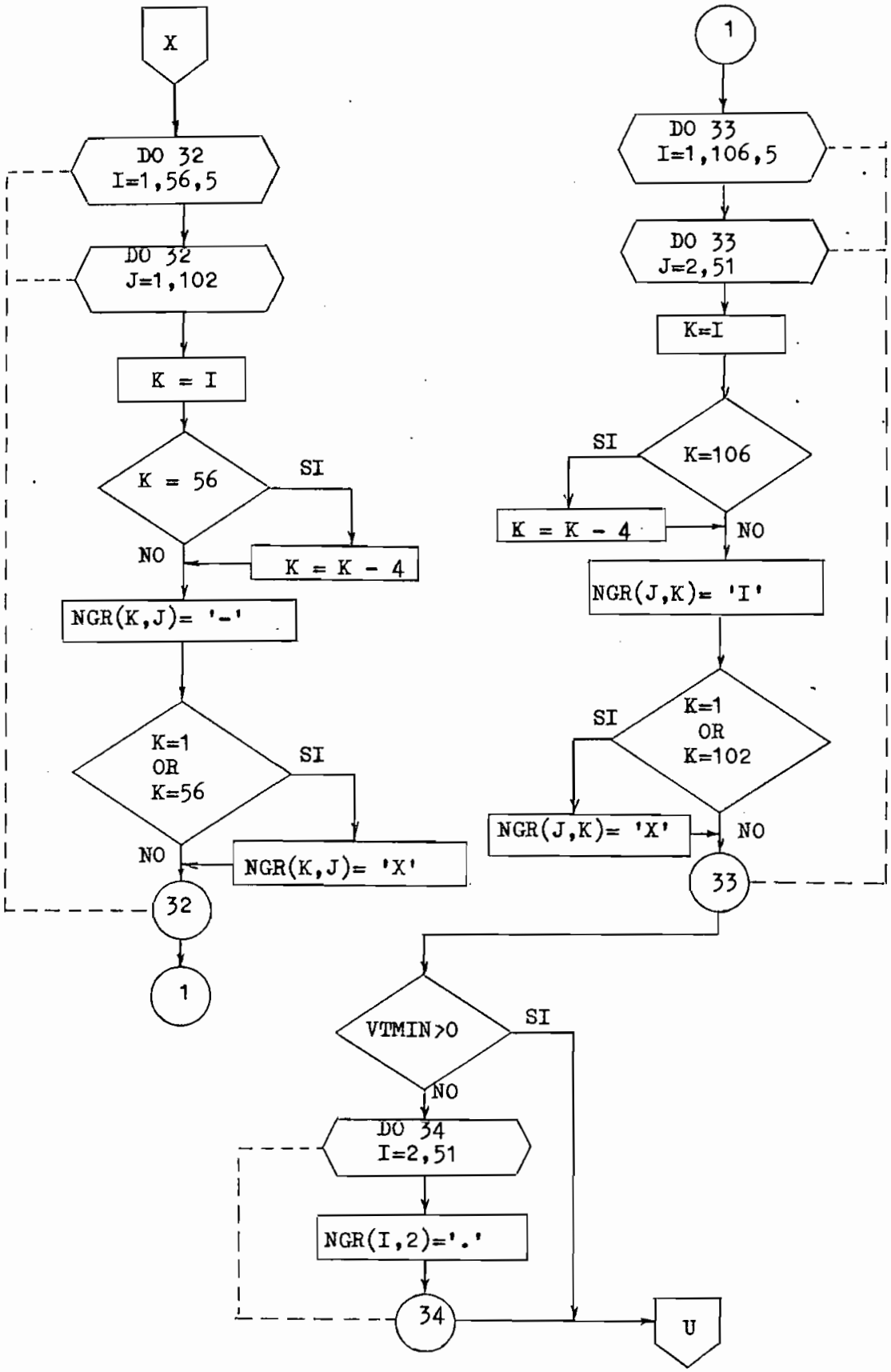
5-4-10-5. Diagrama de flujo del subprograma DTRAN.-

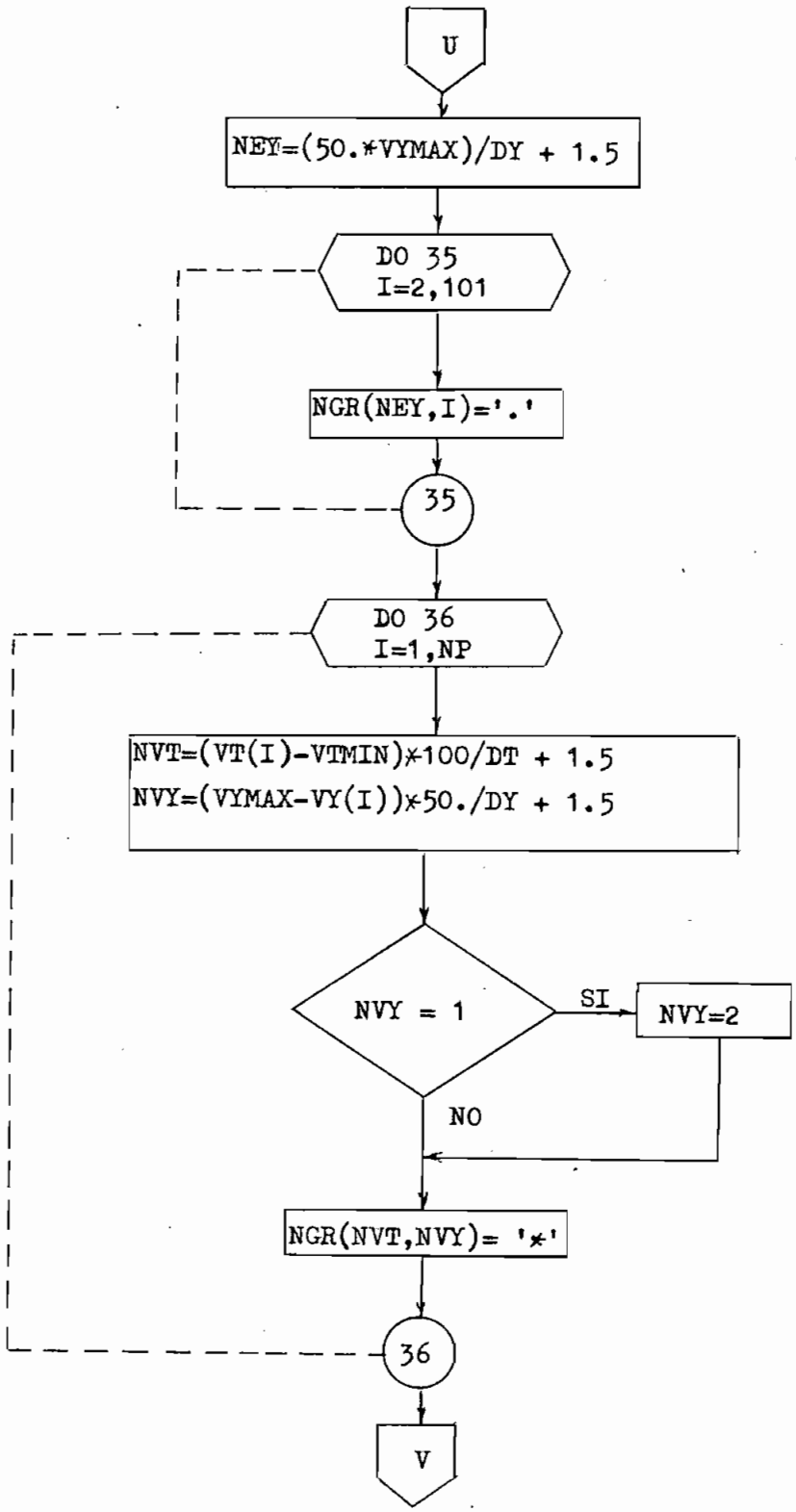
El diagrama de flujo del subprograma DTRAN se encuentra detallado en la Fig. 5-19.




Z
VT(I)<VTMIN
SI
VTMIN=VT(I)
NO
VY(I)>VYMAX
SI
VYMAX=VY(I)
NO
VY(I)< VYMIN
SI
VYMIN=VY(I)
NO
30
VYMIN >0
SI
VYMIN=0
NO
DT=VTMAX-VTMIN
DY=VYMAX-VYMIN
ET=DT/100
ET=DY/50
Y


Y
DO 29
I=1,10
TIM(I)=ET*I*10+VTMIN
29
SIS(1)=VYMAX
DO 98
I=1,49
J = I + 1
SIS(J)=VYMAX - EY*I
98
DO 31
I=1,102
DO 31
J=1,52
NGR(I,J)='Ø'
31
X


X
DO 32
I=1,56,5
DO 32
J=1,102
K = I
K = 56
SI
NO
K = K - 4
NGR(K,J)= '-'
K=1
OR
K=56
SI
NO
NGR(K,J)= 'X'
32
1
1
DO 33
I=1,106,5
DO 33
J=2,51
K=I
K=106
SI
K = K - 4
NO
NGR(J,K)= 'I'
K=1
OR
K=102
SI
NGR(J,K)= 'X'
NO
33
VTMIN>0
SI
NO
DO 34
I=2,51
NGR(I,2)='.'
34
U


U
NEY=(50.*VYMAX)/DY + 1.5
DO 35
I=2,101
NGR(NEY,I)='.'
35
DO 36
I=1,NP
NVT=(VT(I)-VTMIN)*100/DT + 1.5
NVY=(VYMAX-VY(I))*50./DY + 1.5
NVY = 1
SI
NVY=2
NO
NGR(NVT,NVY)= '*'
36
V

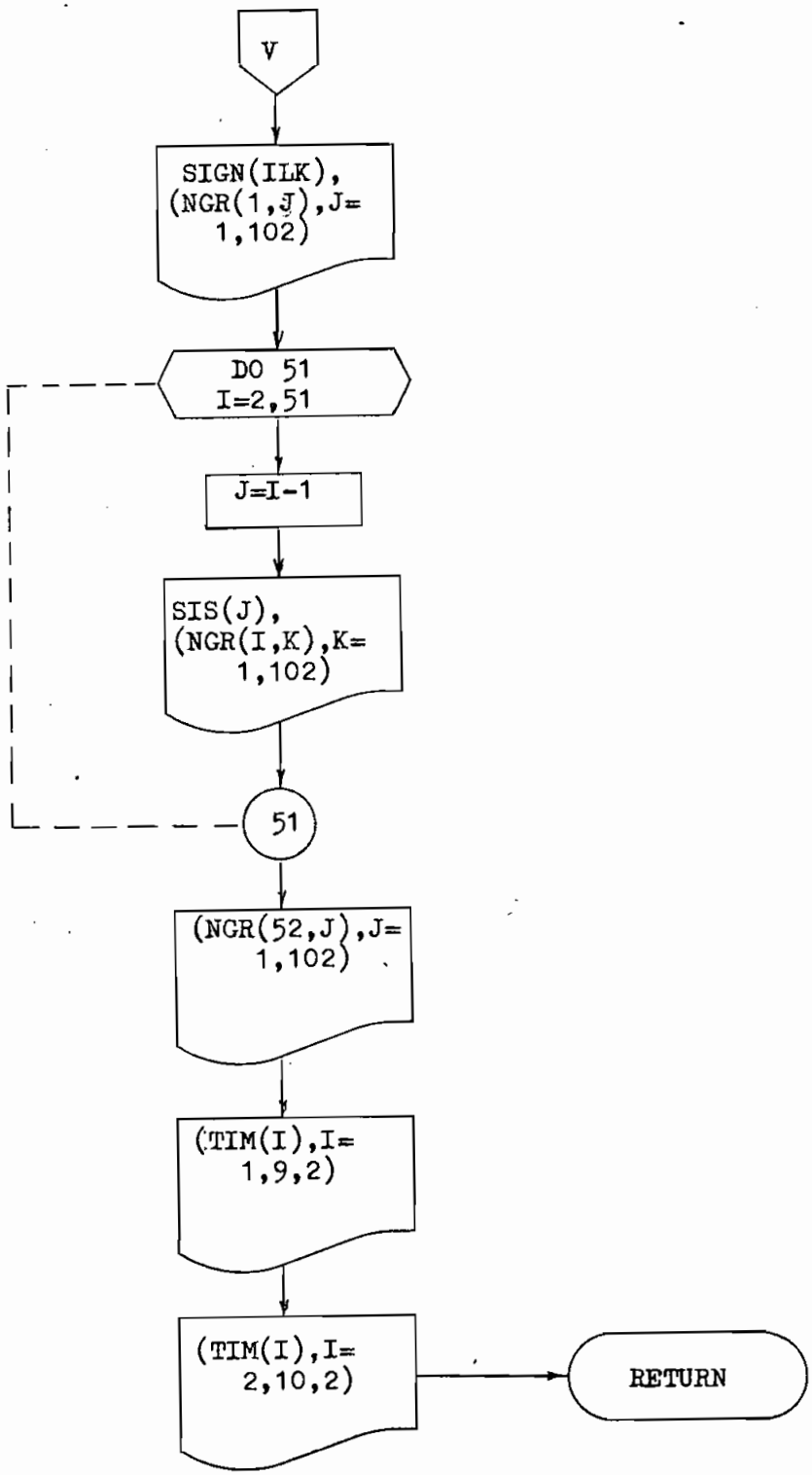


Fig. 5-19

El listado del programa DTRAN, se encuentra en el ANEXO-8.

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE   16/11/79      TIME

                C---- SUBPROGRAMA PARA GRAFIZACION DE FUNCIONES EN BASE A COORDENADAS
 0001                 SUBROUTINE DTRAN(VT,VY,NP,ILK,SIGN)
 0002                 DIMENSION VT(200),VY(200),SIS(50),NGR(52,102),TIM(10),SIGN(30)
 0003                 REAL*4 SIGN
 0004                 INTEGER EQUIS,BLANC,RHOR,RVER,PUNT,AST,W2
 0005                 DATA EQUIS,BLANC,RHOR,RVER,PUNT,AST/'X',' ','-','|','.','*'/
 0006                 W2=3
 0007                 VTMAX=VT(1)
 0008                 VYMAX=VY(1)
 0009                 VTMIN=VT(1)
 0010                 VYMIN=VY(1)
 0011                 DO 30 I=2,NP
 0012                 IF(VT(I).GT.VTMAX)VTMAX=VT(I)
 0013                 IF(VT(I).LT.VTMIN)VTMIN=VT(I)
 0014                 IF(VY(I).GT.VYMAX)VYMAX=VY(I)
 0015                 IF(VY(I).LT.VYMIN)VYMIN=VY(I)
 0016              30 CONTINUE
 0017                 IF(VYMIN.GT.0.0)VYMIN=0.0
 0018                 DT=VTMAX-VTMIN
 0019                 DY=VYMAX-VYMIN
 0020                 ET=DT/100.0
 0021                 EY=DY/50.0
 0022                 DO 29 I=1,10
 0023              29 TIM(I)=ET*I*10.0 + VTMIN
 0024                 SIS(1)=VYMAX
 0025                 DO 98 I=1,49
 0026                 J=I+1
 0027              98 SIS(J)=VYMAX-EY*FLOAT(I)
 0028                 DO 31 I=1,102
 0029                 DO 31 J=1,52
 0030              31 NGR(J,I)=BLANC
 0031                 DO 32 I=1,56,5
 0032                 DO 32 J=1,102
 0033                 K=I
 0034                 IF(K.EQ.56)K=K-4
```

POLITECNICA

ANEXO-8. Listado del subprograma DTRAN.

```
      NGR(K,J)=RHOR
      IF(K.EQ.1.OR.K.EQ.52)NGR(K,J)=EQUIS
   32 CONTINUE
      DO 33 I=1,111,10
      DO 33 J=2,51
      K=I
      IF(K.EQ.111)K=K-9
      NGR(J,K)=RVER
      IF(K.EQ.1.OR.K.EQ.102)NGR(J,K)=EQUIS
   33 CONTINUE
      IF(VTMIN.GT.0.0)GO TO 40
      DO 34 I=2,51
   34 NGR(I,2)=PUNT
   40 NEY=(50.0*VYMAX)/DY+1.5
      DO 35 I=2,101
   35 NGR(NEY,I)=PUNT
      DO 36 I=1,NP
      NVT=(VT(I)-VTMIN)*100.0/DT + 1.5
      NVY=-(VY(I)-VYMAX)*50.0/DY + 1.5
      IF(NVY.EQ.1)NVY=2
      NGR(NVY,NVT) = AST
   36 CONTINUE
      WRITE(W2,21)SIGN(ILK),(NGR(1,J),J=1,102)
   21 FORMAT(1H1,12X,A4,/15X,102A1)
      DO 51 I=2,51
      J=I-1
   51 WRITE(W2,52)SIS(J),(NGR(I,K),K=1,102)
   52 FORMAT(5X,E10.3,102A1)
      WRITE(W2,54)(NGR(52,J),J=1,102)
   54 FORMAT(15X,102A1)
      WRITE(W2,22)(TIM(I),I=1,9,2)
   22 FORMAT(25X,'|',9(9X,'|'),/,20X,E10.3,5X,'|',4(4X,E10.3,5X,'|'))
      WRITE(W2,23)(TIM(I),I=2,10,2)
   23 FORMAT(30X,E10.3,4(10X,E10.3))
      RETURN
      END
```

ANEXO-8.(continuación).

CAPITULO SEXTO

EJEMPLOS DE APLICACION

UTILIZANDO EL SISTEMA DE PROGRAMAS PARA SIMULACION DE REDES RLC

En este capítulo se ilustrará, con la ayuda de varios ejemplos de aplicación, la manera de utilizar el sistema de programas para la simulación de redes RLC.

Para cada ejemplo se expone en primer lugar la forma de determinar las ecuaciones nodales de equilibrio, tanto para las condiciones iniciales, como para las condiciones siguientes. Luego se determinarán las ecuaciones que intervienen en los subprogramas CORR y RESP. A continuación se hará una indicación de la forma de preparar los datos. Y por último se pondrá los resultados obtenidos tales como: una tabla de valores y los gráficos correspondientes.

6-1. Ejemplo 1: aplicación del método de simulación lineal en un circuito RC serie.-

En el circuito serie RC representado en la Fig. 6-1 la carga inicial del condensador es $q_0 = 2.500 \times 10^{-6}$ Culombios. En el instante t = 0, se cierra el interruptor, con lo que al circuito se le aplica una fuente de tensión constante V = 100 voltios. Determinar la variación de la intensidad de corriente que circula por el circuito.

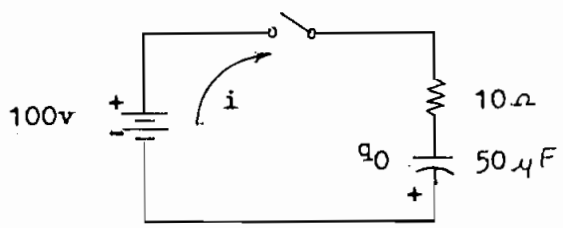


Fig. 6-1

6-1-1. Análisis del circuito para $t = 0^+$.-

Para el siguiente análisis se considera el circuito de la Fig. 6-2.

Fig. 6-2

La ecuación de equilibrio para el nudo 1 es:

$$\frac{VN(1) - VE(1)}{R(2)} + i_3 = 0 \qquad (6\text{-}1)$$

El valor del voltaje VN(1) en condiciones iniciales es igual al valor del voltaje VE(3). Por lo tanto el único valor desconocido es la corriente i_3, siendo este, el valor de la corriente que circula por el circuito en condiciones iniciales.

El valor de VE(3) se determina de la siguiente forma:

$$VE(3) = {}^{-q}0/C(3)$$

Por lo tanto,

$$i_3 = \frac{VE(1) - VE(3)}{R(2)} \qquad (6\text{-}2)$$

6-1-2. Análisis del circuito para $t > 0^+$.-

En este caso se considera el circuito de la Fig. 6-3.

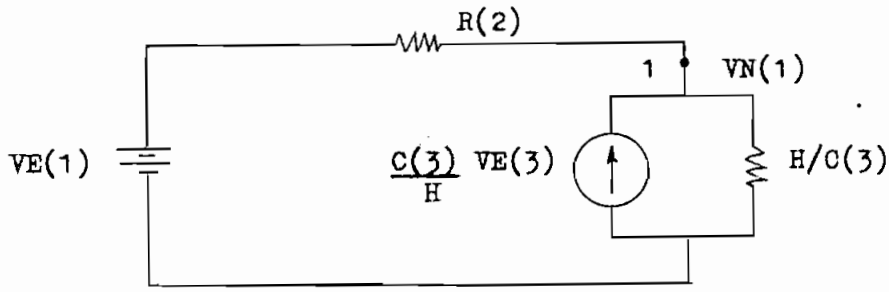


Fig. 6-3

La ecuación de equilibrio en el nudo 1 es:

$$\frac{VN(1) - VE(1)}{R(2)} + \frac{VN(1)}{H/C(3)} - \frac{C(3)}{H} VE(3) = 0 \qquad (6\text{-}3)$$

De la ecuación (6-3) se despeja VN(1), ya que este es el valor que debe ser determinado; por lo tanto,

$$\left(\frac{1}{R(2)} + \frac{C(3)}{H}\right)VN(1) = \frac{VE(1)}{R(2)} + \frac{C(3)}{H} VE(3) \qquad (6\text{-}4)$$

6-1-3. Ecuaciones que intervienen en los subprogramas CORR y RESP.-

De acuerdo al manual de utilización del sistema de programas del apéndice A, en el arreglo VN se depositarán los valores de las incógnita tanto para las condiciones iniciales como para las demás condiciones, de tal manera que el valor de i_3 de la ecuación (6-2) se depositará en el elemento VN(1), del arreglo anteriormente mencionado, y en el elemento VN(1), el valor de la incógnita VN(1) de la ecuación (6-4)

Aclarando un poco más esta situación, de acuerdo a la forma como está estructurado el sistema de programas, debe considerarse a la ecuación (6-2), como un sistema matricial al igual que la ecuación (6-4), de tal manera que:

para la Ec. (6-2) el sistema matricial es,

$$\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VN(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{VE(1) - VE(3)}{R(2)} \end{bmatrix} \qquad (6\text{-}5)$$

y para la Ec. (6-4) el sistema matricial correspondiente es:

$$\left[\frac{1}{R(2)} + \frac{C(3)}{H}\right]\left[VN(1)\right] = \left[\frac{VE(1)}{R(2)} + \frac{C(3)}{H}\,VE(3)\right] \qquad (6\text{-}6)$$

Observando los sistemas matriciales (6-5) y (6-6) se puede distinguir claramente: una matriz de constantes, que se encuentra en el extremo izquierdo de cada sistema, acompañada por la matriz de incógnitas, representada en este caso por VN(1), y por último una matriz de corrientes que se encuentra a la derecha de la igualdad.

Tomando en cuenta las consideraciones anteriores, es posible estructurar los subprogramas CORR y RESP, en los cuales intervienen las siguientes ecuaciones:

para el subprograma CORR,

$$CIN(1) = \frac{VE(1) - VE(3)}{R(2)} \qquad (6\text{-}7)$$

en condiciones iniciales, y

$$CIN(1) = \frac{VE(1)}{R(2)} + \frac{C(3)}{H}\,VE(3) \qquad (6\text{-}8)$$

para las condiciones generales o $t > 0^+$.

Debido a que nos interesa determinar la variación de la corriente en el circuito RC serie de la Fig. 6-1, es necesario establecer las ecuaciones que definirán dicha variación, a partir de los valores que se encuentren en el arreglo VN, por lo tanto, el subprograma RESP tendrá las siguientes ecuaciones:

$$VOUT(1,1) = VN(1) \qquad (6\text{-}9)$$

para las condiciones iniciales, y

$$VOUT(I,1) = \frac{VE(1) - VN(1)}{R(2)} \qquad (6\text{-}10)$$

para las condiciones generales o $t > 0^+$.

Segun la estructura del sistema de programas para la simulación de circuitos RLC, para determinar un punto de variación de la función de respuesta, se parte de una cierta condición inicial o condición anterior, la cual varía para cada punto de dicha función. Por lo tanto, debe establecerse las nuevas condiones iniciales, que permitan determinar el siguiente punto de variación de la función de respuesta. Para el presente ejemplo, la única condición que varía es el valor de la tensión en el condensador la cual está determinada por la siguiente ecuación:

$$VE(3) = VN(1) \qquad (6\text{-}11)$$

Los correspondientes listados de estos dos subprogramas se encuentran detallados en los ANEXOS 9 y 10 respectivamente.

6-1-4. Datos para la ejecución del sistema de programas.-

La forma y el orden de estructurar y proporcionar los datos al computador, se encuentra en todos sus detalles en el Apéndice A, pero, para aclarar un poco más el asunto, procederemos a detallar con detenimiento, este punto.

En lo que respecta a las matrices de constantes de los sistemas (6-5) y (6-6), deben ser consideradas como tales es decir como matrices de orden 1.

La matriz de datos para las condiciones generales o t, mayor que 0^+, debe obtenerse a partir del sistema (6-6), reemplazando los valores de los elementos del circuito, en los sitios correspondientes, de tal manera que:

$$\left[\frac{1}{R(2)} + \frac{C(3)}{H}\right] = \left[0.1 + \frac{0.5x10^{-4}}{H}\right] \qquad (6\text{-}12)$$

En lo que respecta a la matriz de constantes del sistema (6-5) es necesario indicar, que no debe modificarse su estructura original, puesto que sus elementos tienen valores determinados, que pueden ser iguales a 1, o a cero, indistintamente dependiendo de la estructura del circuito.

Hecha esta aclaración procederemos a detallar la estructura de los datos para el presente ejemplo

Tarjeta 1

00(col 1/2 ICOD Formato: I2).

Tarjeta 2

001(col 1/3 NORDI Formato: I3).

Tarjeta 3

1.0(col 1/10 Y(1,1) Formato:E10.3).

Tarjeta 4

010101003065(col 1/2 NORD Formato: I2, col 3/4 NPRIN Formato: I2, col 5/6 NRES Formato: I2, col 7/9 NELE Formato: I3, col 10/12 NP Formato: I3).

Tarjeta 5

0.1 +0.500E-04(col 1/10 RES(1,1) Formato: E10.3, -- col 11/20 CON(1,1) Formato: E10.3).

Tarjeta 6

0.0 +0.163E-02 (col 1/10 TIN Formato: E10.3, col - 11/20 TFIN Formato: E10.3).

Tarjeta 7

0.0 0.0 0.0 100.0 (col 1/10 R(1) Formato: E10.3, col 11/20 C(1) Formato: E10.3, col 21/30 B(1)-

col 31/40 VE(1) Formato: E10.3).

Tarjeta 8

10.0 (col 1/10 R(2) Formato E10.3).

Tarjeta 9

0.0 +0.500E-040.0 -50.0 (col 1/10 R(3) Formato: E10.3, col 11/20 C(3) Formato: E10.3, col 21/30 B(3)-Formato E10.3, col 31/40 VE(3) Formato E10.3).

Tarjeta 10

I (col 1/4) SIGN(1) Formato:A4).

Tarjeta 11

Esta tarjeta va en blanco y es obligatoria.

Como se verá, el número de tarjetas de datos para la ejecución del sistema de programas es 11. Es necesario aclarar que las tarjetas 10 y 11 para el presente ejemplo, son usadas para indicar al programa el nombre de las respuestas que se desean obtener. Como para este ejemplo se requiere de un nombre solamente, que es I, siendo este el nombre que aparecerá en la tabla de respuesta, y en el gráfico correspondiente; la tarjeta 11 deberá quedar en blanco.

La tabla de variación de la corriente para el circuito de la Fig. 6-1, se encuentra en la tabla 6-1, y el gráfico correspondiente en la Fig. 6-4.

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE   19/11/79      TIME

              C---- SUBRUTINA DE MATRICES DE CORRIENTES TANTO PARA LAS CONDICIONES
              C---- INICIALES, COMO PARA UN TIEMPO MAYOR QUE 0+
 0001               SUBROUTINE CORR(T,VE,CE,R,C,B,CIN,I,H)
 0002               DIMENSION VE(40),CE(40),R(40),C(40),B(40),CIN(30)
 0003               IF(I.NE.0)GO TO 10
              C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIA
              C---- LES DEL CIRCUITO, Y GUARDAR EN LOS CAMPOS CIN(I),    CORRESPON-
              C---- DIENTES
              C----
 0004               CIN(1)=(VE(1)-VE(3))/R(2)
              C----
              C---- FIN DE LAS LINEAS QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIALES
              C----
 0005               RETURN
              C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A T MAYOR QUE 0+
              C---- Y GURDAR EN LOS CAMPOS CIN(I) CORRESPONDIENTES
              C----
 0006            10 CIN(1)=VE(1)/R(2)+C(3)*VE(3)/H
              C----
              C---- FIN DE LAS ECUACIONES PARA T MAYOR QUE 0+
              C----
 0007               RETURN
 0008               END
```

ANEXO-9. Listado del subprograma CORR para el circuito RC del ejmplo 1.

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE  19/11/79      TIME

                C---- SUBRUTINA PARA INDICAR LAS RESPUESTAS NECESARIAS, GUARDANDOLAS
                C---- EN LOS CAMPOS VOUT(I,J) CORRESPONDIENTES EN FUNCION DE LOS CAM
                C---- POS VN(I), Y DE LOS VALORES DE LOS ELEMENTOS
0001                  SUBROUTINE RESP(I,VN,VE,CE,R,C,B,VOUT,T,H)
0002                  DIMENSION VN(30),VE(40),CE(40),R(40),C(40),B(40),VOUT(200,30)
0003                  IF(I.NE.0)GO TO 10
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS RESPUESTAS SEGUN LAS CON-
                C---- DICIONES INICIALES EN LOS CAMPOS VOUT(1,J) CORRESPONDIENTES.
                C----
0004                  VOUT(1,1)=VN(1)
                C----
                C---- FIN DE LAS RESPUESTAS SEGUN LAS CONDICIONES INICIALES
                C----
0005                  RETURN
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DETERMINAN LAS RESPUESTAS PARA TIEMPOS
                C---- MAYORES QUE 0* EN LOS CORRESPONDIENTES CAMPOS VOUT(I,J).
                C----
0006               10 VOUT(I,1)=(VE(1)-VN(1))/R(2)
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS RESPUESTAS
                C----
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS NUEVAS CONDICIONES INICIALES
                C----
0007                  VE(3)=VN(1)
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS NUEVAS CONDICIONES INICIALES
                C----
0008                  RETURN
0009                  END
```


ANEXO-10. Listado del subprograma RESP para el circuito RC del ejemplo 1.

[redacted]

	TIEMPO	I
2	0.0	0.150E 02
3	0.251E-04	0.143E 02
4	0.502E-04	0.136E 02
5	0.752E-04	0.130E 02
6	0.100E-03	0.123E 02
7	0.125E-03	0.117E 02
8	0.150E-03	0.112E 02
9	0.176E-03	0.106E 02
10	0.201E-03	0.101E 02
11	0.226E-03	0.966E 01
12	0.251E-03	0.920E 01
13	0.276E-03	0.876E 01
14	0.301E-03	0.834E 01
15	0.326E-03	0.794E 01
16	0.351E-03	0.756E 01
17	0.376E-03	0.720E 01
18	0.401E-03	0.686E 01
19	0.426E-03	0.653E 01
20	0.451E-03	0.622E 01
21	0.476E-03	0.592E 01
22	0.502E-03	0.564E 01
23	0.527E-03	0.537E 01
24	0.552E-03	0.511E 01
25	0.577E-03	0.487E 01
26	0.602E-03	0.463E 01
27	0.627E-03	0.441E 01
28	0.652E-03	0.420E 01
29	0.677E-03	0.400E 01
30	0.702E-03	0.381E 01
31	0.727E-03	0.363E 01
32	0.752E-03	0.346E 01
33	0.777E-03	0.329E 01
34	0.802E-03	0.313E 01
35	0.828E-03	0.298E 01
36	0.853E-03	0.284E 01
37	0.878E-03	0.271E 01
38	0.903E-03	0.258E 01
39	0.928E-03	0.245E 01
40	0.953E-03	0.234E 01
41	0.978E-03	0.222E 01
42	0.100E-02	0.212E 01
43	0.103E-02	0.202E 01
44	0.105E-02	0.192E 01
45	0.108E-02	0.183E 01
46	0.110E-02	0.174E 01
47	0.113E-02	0.166E 01
48	0.115E-02	0.158E 01
49	0.118E-02	0.150E 01
50	0.120E-02	0.143E 01
51	0.123E-02	0.136E 01
52	0.125E-02	0.130E 01
53	0.128E-02	0.124E 01
54	0.130E-02	0.118E 01
55	0.133E-02	0.112E 01
56	0.135E-02	0.107E 01
57	0.138E-02	0.102E 01
58	0.140E-02	0.968E 00
59	0.143E-02	0.922E 00
60	0.145E-02	0.878E 00
61	0.148E-02	0.836E 00
62	0.150E-02	0.796E 00
63	0.153E-02	0.758E 00
64	0.155E-02	0.722E 00
65	0.158E-02	0.687E 00
66	0.160E-02	0.654E 00

Tabla 6-1. Tabla de variación de la corriente para el circuito RC del ejemplo 1.

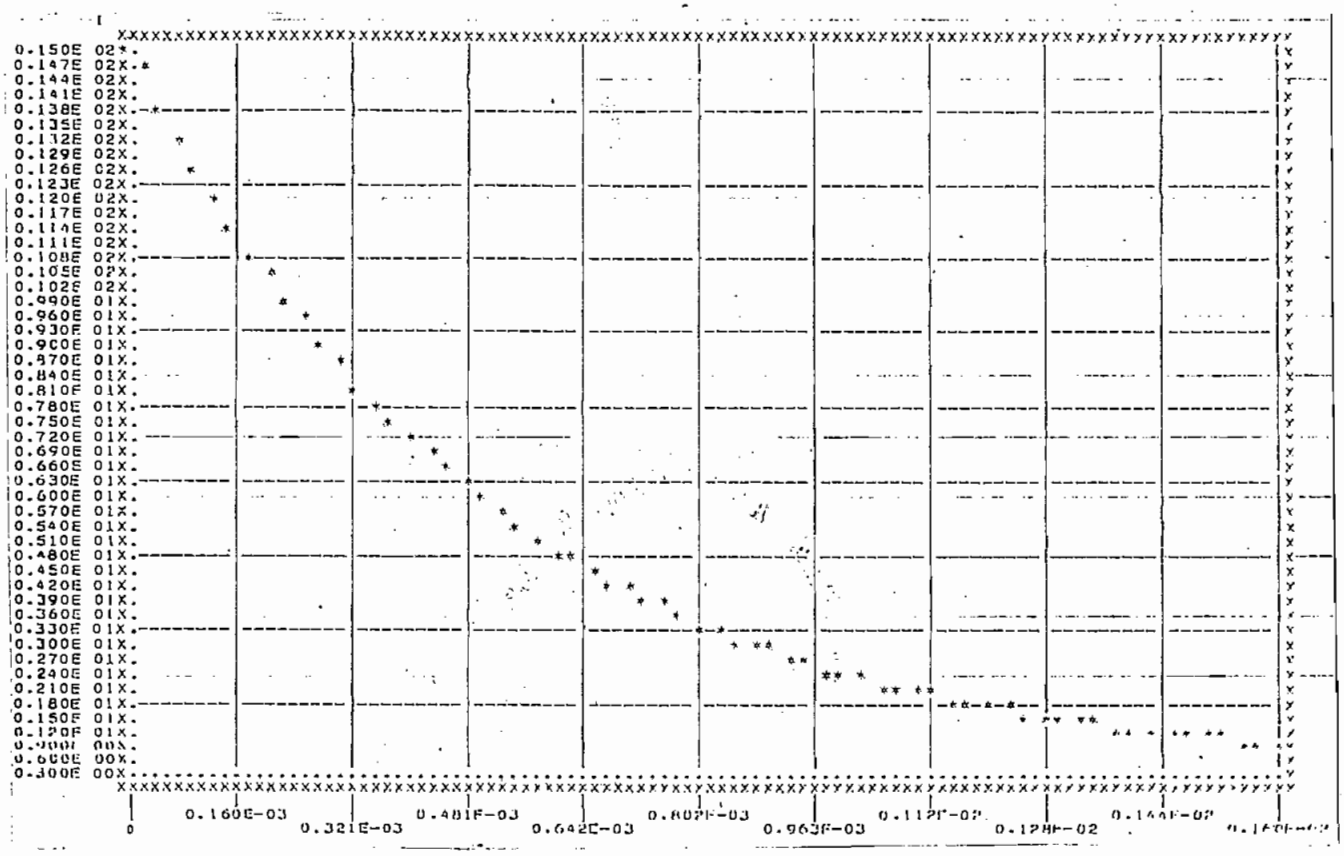


Fig. 6-4 Variación de la corriente para el circuito

RC del ejemplo 1.

6-2. Ejemplo 2 : aplicación del método de simulación lineal en un circuito RL serie.-

En el circuito serie RL representado en la Fig. 6-5, se cierra el interruptor en el instante t = 0,- con lo que al circuito se le aplica una tensión constante de 50 voltios. Determinar la variación de la intensidad de corriente que circula por el circuito.

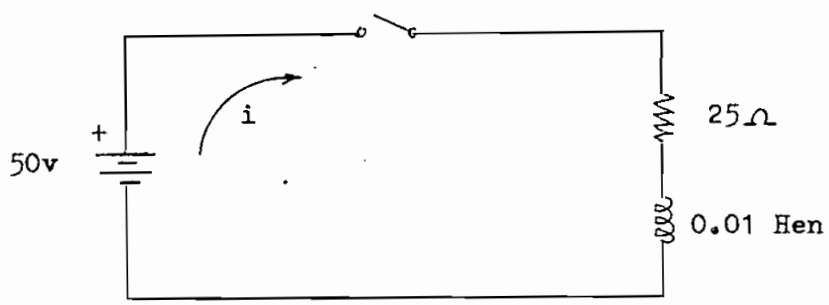


Fig. 6-5

6-2-1. Análisis del circuito para $t = 0^+$.-

En este caso se considera el circuito de la Fig. 6-6.

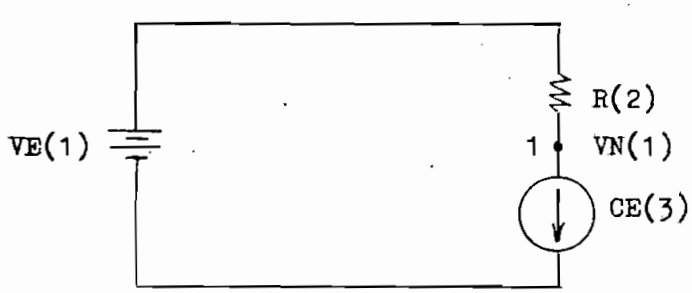


Fig. 6-6

La ecuación de equilibrio para el nudo 1 es:

$$\frac{VN(1) - VE(1)}{R(2)} + CE(3) = 0 \qquad (6\text{-}13)$$

Debido a que la corriente inicial en la bobina CE(3),

es igual a cero; el valor del voltaje de nudo VN(1) es igual al valor del voltaje VE(1). Por lo tanto la ecuación que debe considerarse para los subprogramas CORR y RESP es:

$$CE(3) = \frac{VE(1) - VE(1)}{R(2)} \qquad (6\text{-}14)$$

6-2-2. Análisis del circuito para $t > 0^+$.-

En el presente análisis se considera el circuito de la Fig. 6-7.

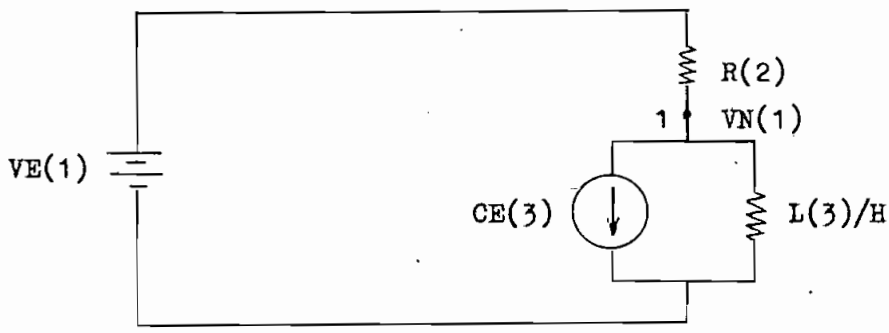


Fig. 6-7

La ecuación de equilibrio para el nudo 1 es la siguiente:

$$\frac{VN(1) - VE(1)}{R(2)} + \frac{VN(1)}{L(3)/H} + CE(3) = 0 \qquad (6\text{-}15)$$

De la ecuación (6-15), se obtiene la siguiente, que viene a ser la representación matricial de la misma;

$$\left[\left(\frac{1}{R(2)} + \frac{H}{L(3)}\right)\right]\left[VN(1)\right] = \left[\frac{VE(1)}{R(2)} - CE(3)\right] \qquad (6\text{-}16)$$

6-2-3. Ecuaciones que intervienen en los subprogramas CORR y RESP.-

Partiendo de la ecuaciones (6-14) y (6-16), se determina las ecuaciones que intervienen en el subprograma CORR, de tal manera que:

$$CIN(1) = \frac{VE(1) - VE(1)}{R(2)} \qquad (6\text{-}17)$$

para las condiciones iniciales, y

$$CIN(1) = \frac{VE(1)}{R(2)} - CE(3) \qquad (6\text{-}18)$$

para las condiciones generales o $t > 0^+$.

Debido a que interesa determinar la variación de la corriente en el circuito serie RL, de la Fig. 6-5, es necesario establecer las ecuaciones que definirán dicha variación, a partir de los valores que se encuentren en el arreglo VN, por lo tanto, el subprograma RESP tendrá las siguientes ecuaciones:

$$VOUT(1,1) = VN(1) \qquad (6\text{-}19)$$

para las condiciones iniciales, y

$$VOUT(I,1) = \frac{VE(1) - VN(1)}{R(2)} \qquad (6\text{-}20)$$

para las condiciones generales o $t > 0^+$.

La ecuación que determina la variación de las condiciones iniciales para el presente ejemplo es la siguiente:

$$CE(3) = \frac{VE(1) - VN(1)}{R(2)} \qquad (6\text{-}21)$$

Los correspondientes listados de estos dos subprogramas se encuentran detallados en los ANEXOS 11 y 12, respectivamente.

6-2-4. Datos para la ejecución del sistema de programas.-

La matriz de datos para las condiciones generales, debe ser determinada a partir del sistema (6-16), de tal manera que:

$$\left[\frac{1}{R(2)} + \frac{H}{L(3)}\right] = \left[\ 0.04 + 100H\ \right] \qquad (6\text{-}22)$$

El orden de la estructura de los datos es el siguiente:

```
                1         2         3         4         5
Col. 12345678901234567890123456789012345678901234567890

     00

     001

     1.0

     010101003065
     0.04      0.0       100.0

     0.0       +0.130E-02

     0.0       0.0       0.0       50.0

     25.0

     0.0       0.0       0.01

     I

     Tarjeta en blanco obligatoria
```

Tabla 6-2 Datos de entrada para el ejemplo 2

En la tabla 6-2 se encuentra especificado el orden en que deben estar estructurados los datos de entrada, representando cada línea de la tabla 6-2, una tarjeta de datos.

La variación de la corriente para el circuito de la Fig. 6-5, se encuentra representada en la tabla 6-3, y el gráfico correspondiente en la Fig. 6-8.

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE  19/11/79      TIME

                C---- SUBRUTINA DE MATRICES DE CORRIENTES TANTO PARA LAS CONDICIONES
                C---- INICIALES, COMO PARA UN TIEMPO MAYOR QUE 0+
 0001                 SUBROUTINE CORR(T,VE,CE,R,C,B,CIN,I,H)
 0002                 DIMENSION VE(40),CE(40),R(40),C(40),B(40),CIN(30)
 0003                 IF(I.NE.0)GO TO 10
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIA
                C---- LES DEL CIRCUITO, Y GUARDAR EN LOS CAMPOS CIN(I),  CORRESPON-
                C---- DIENTES
                C----
 0004                 CIN(1)=(VE(1)-VE(1))/R(2)
                C----
                C---- FIN DE LAS LINEAS QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIALES
                C----
 0005                 RETURN
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A T MAYOR QUE 0+
                C---- Y GURDAR EN LOS CAMPOS CIN(I) CORRESPONDIENTES
                C----
 0006              10 CIN(1)=VE(1)/R(2)-CE(3)
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES PARA T MAYOR QUE 0+
                C----
 0007                 RETURN
 0008                 END
```

ANEXO-11. Listado del subprograma CORR para el circuito

RL del ejemplo 2.

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE  19/11/79      TIME

                C---- SUBRUTINA PARA INDICAR LAS RESPUESTAS NECESARIAS, GUARDANDOLAS
                C---- EN LOS CAMPOS VOUT(I,J) CORRESPONDIENTES EN FUNCION DE LOS CAM
                C---- POS VN(I), Y DE LOS VALORES DE LOS ELEMENTOS
 0001                 SUBROUTINE RESP(I,VN,VE,CE,R,C,B,VOUT,T,H)
 0002                 DIMENSION VN(30),VE(40),CE(40),R(40),C(40),B(40),VOUT(200,30)
 0003                 IF(I.NE.0)GO TO 10
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS RESPUESTAS SEGUN LAS CON-
                C---- DICIONES INICIALES EN LOS CAMPOS VOUT(1,J) CORRESPONDIENTES.
                C----
 0004                 VOUT(1,1)=VN(1)
                C----
                C---- FIN DE LAS RESPUESTAS SEGUN LAS CONDICIONES INICIALES
                C----
 0005                 RETURN
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DETERMINAN LAS RESPUESTAS PARA TIEMPOS
                C---- MAYORES QUE 0+ EN LOS CORRESPONDIENTES CAMPOS VOUT(I,J).
                C----
 0006              10 VOUT(I,1)=(VE(1)-VN(1))/R(2)
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS RESPUESTAS
                C----
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS NUEVAS CONDICIONES INICIALES
                C----
 0007                 CE(3)=(VE(1)-VN(1))/R(2)
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS NUEVAS CONDICIONES INICIALES
                C----
 0008                 RETURN
 0009                 END
```

ANEXO-12. Listado del subprograma RESP para el circuito RL del ejemplo 2.

[redacted]

	TIEMPO	I
2	0.0	0.0
3	0.200E-04	0.952E-01
4	0.400E-04	0.186E 00
5	0.600E-04	0.272E 00
6	0.800E-04	0.355E 00
7	0.100E-03	0.433E 00
8	0.120E-03	0.508E 00
9	0.140E-03	0.579E 00
10	0.160E-03	0.646E 00
11	0.180E-03	0.711E 00
12	0.200E-03	0.772E 00
13	0.220E-03	0.831E 00
14	0.240E-03	0.886E 00
15	0.260E-03	0.939E 00
16	0.280E-03	0.990E 00
17	0.300E-03	0.104E 01
18	0.320E-03	0.108E 01
19	0.340E-03	0.113E 01
20	0.360E-03	0.117E 01
21	0.380E-03	0.121E 01
22	0.400E-03	0.125E 01
23	0.420E-03	0.128E 01
24	0.440E-03	0.132E 01
25	0.460E-03	0.135E 01
26	0.480E-03	0.138E 01
27	0.500E-03	0.141E 01
28	0.520E-03	0.144E 01
29	0.540E-03	0.146E 01
30	0.560E-03	0.149E 01
31	0.580E-03	0.151E 01
32	0.600E-03	0.154E 01
33	0.620E-03	0.156E 01
34	0.640E-03	0.158E 01
35	0.660E-03	0.160E 01
36	0.680E-03	0.162E 01
37	0.700E-03	0.164E 01
38	0.720E-03	0.165E 01
39	0.740E-03	0.167E 01
40	0.760E-03	0.169E 01
41	0.780E-03	0.170E 01
42	0.800E-03	0.172E 01
43	0.820E-03	0.173E 01
44	0.840E-03	0.174E 01
45	0.860E-03	0.175E 01
46	0.880E-03	0.177E 01
47	0.900E-03	0.178E 01
48	0.920E-03	0.179E 01
49	0.940E-03	0.180E 01
50	0.960E-03	0.181E 01
	0.980E-03	0.182E 01
	0.100E-02	0.183E 01
	0.102E-02	0.183E 01
	0.104E-02	0.184E 01
	0.106E-02	0.185E 01
	0.108E-02	0.186E 01
	0.110E-02	0.186E 01
	0.112E-02	0.187E 01
	0.114E-02	0.188E 01
	0.116E-02	0.188E 01
	0.118E-02	0.189E 01
	0.120E-02	0.189E 01
	0.122E-02	0.190E 01
	0.124E-02	0.190E 01
	0.126E-02	0.191E 01
	0.128E-02	0.191E 01

Tabla 6-3. Tabla de variación de la corriente para el circuito RL del ejemplo 2.

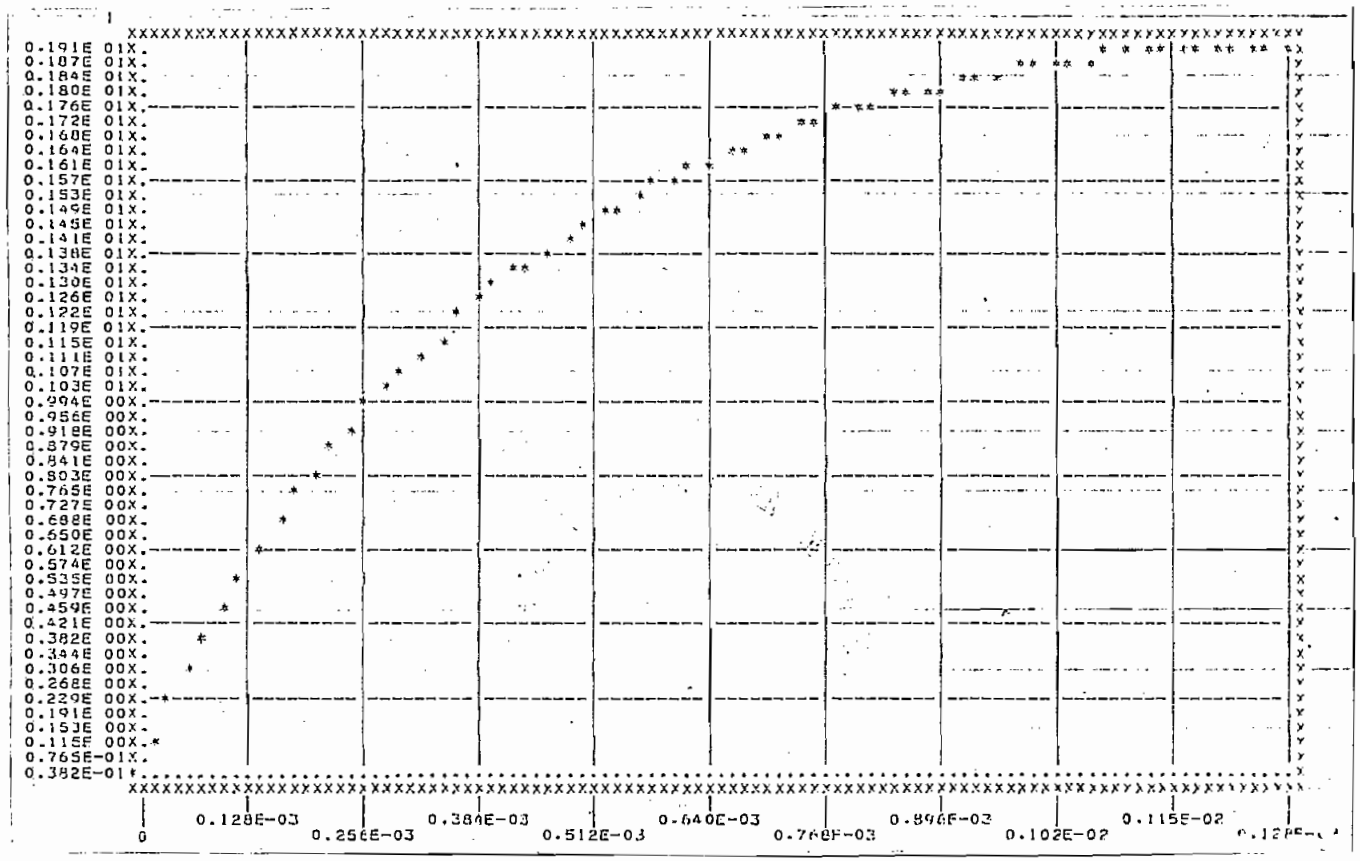


Fig. 6-8 Variación de la corriente para el circuito

RLdel ejmplo 2.

6-3. Ejemplo 3: aplicación del método de simulación lineal en un circuito RLC serie.-

En el circuito serie RLC, representado en la Fig. 6-9, no existe carga inicial en el condensador, si se cierra el enterruptor en el instante t = 0. Hallar la intensidad de corriente que circula por el circuito, aplicando el método de simulación lineal en el dominio del tiempo, para circuitos RLC.

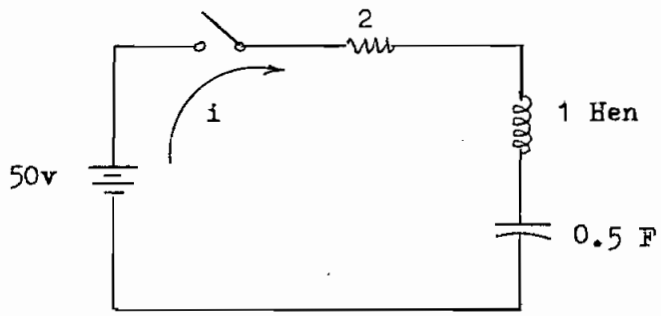


Fig. 6-9

6-3-1. Análisis del circuito para $t = 0^+$.-

Para el análisis en este caso se considera el circuito de la Fig. 6-10.

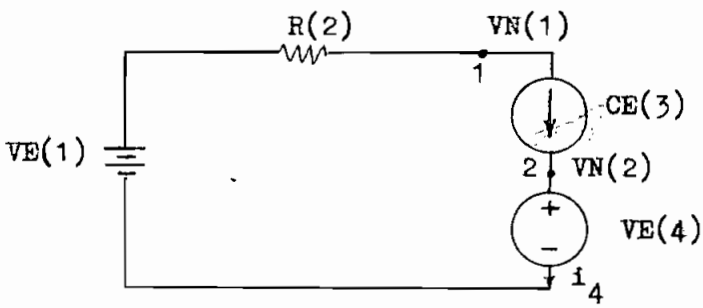


Fig. 6-10

Las ecuaciones de equilibrio para los nudos 1 y 2 son:

$$\frac{VN(1) - VE(1)}{R(2)} + CE(3) = 0 \qquad (6\text{-}23)$$

para el nudo 1, y

$$i_4 - CE(3) = 0 \qquad (6\text{-}24)$$

para el nudo 2.

Considerando el hecho de que, CE(3) = 0, el valor del voltaje VN(1) es igual al voltaje VE(1), por lo tanto,

$$CE(3) = \frac{VE(1) - VE(1)}{R(2)} \qquad (6\text{-}25)$$

La ecuación (6-25) debe tomarse en cuenta, para la aplicación del método de simulación, ya que la estructura del mismo así lo exige.

6-3-2. Análisis del circuito para $t > 0^+$.-

El circuito equivalente en este caso se encuentra representado, en la Fig. 6-11.

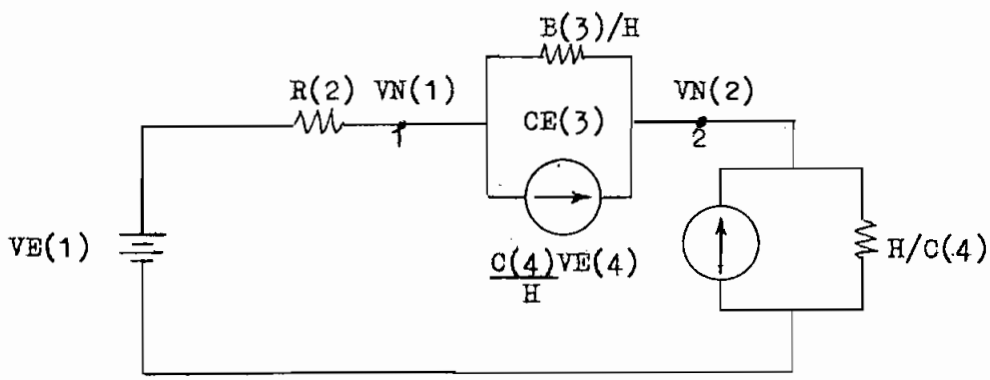


Fig. 6-11

La ecuación de equilibrio para el nudo 1 es:

$$\frac{VN(1) - VE(1)}{R(2)} + \frac{VN(1) - VN(2)}{B(3)/H} + CE(3) = 0 \qquad (6\text{-}26)$$

Para el nudo 2 se tiene:

$$\frac{VN(2) - VN(1)}{B(3)/H} + \frac{VN(2)}{H/C(4)} - \frac{C(4)}{H} VE(4) - CE(3) = 0 \qquad (6\text{-}27)$$

Las ecuaciones (6-26) y (6-27) pueden ser representadas en forma de un sistema matricial; por tanto,

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R(2)} + \frac{H}{B(3)} & -\frac{H}{B(3)} \\ -\frac{H}{B(3)} & \frac{C(4)}{H} + \frac{H}{B(3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VN(1) \\ VN(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{VE(1)}{R(2)} - CE(3) \\ \frac{C(4)}{H} VE(4) + CE(3) \end{bmatrix} \tag{6-28}$$

6-3-3. Ecuaciones que intervienen en los subprogramas CORR y RESP.-

Para determinar las ecuaciones que intervienen en el subprograma CORR, partimos de (6-25) y (6-28), de tal manera que para las condiciones iniciales se tiene:

$$CIN(1) = \frac{VE(1) - VE(1)}{R(2)} \tag{6-29}$$

y para las condiciones generales se tiene:

$$CIN(1) = \frac{VE(1)}{R(2)} - CE(3) \tag{6-30}$$

y, $$CIN(2) = \frac{C(4)}{H} VE(4) + CE(3) \tag{6-31}$$

Debido a que nos interesa determinar la variación de la corriente en el circuito serie RLC, de la Fig. 6-9, es necesario establecer las ecuaciones que definirán dicha variación, a partir de los valores que se encuentren en el arreglo VN, por lo tanto, el subprograma RESP tendrá las siguientes ecuaciones:

$$VOUT(1,1) = VN(1) \tag{6-32}$$

para las condiciones iniciales, y

$$VOUT(I,1) = \frac{VE(1) - VN(1)}{R(2)} \tag{6-33}$$

para las condiciones generales.

Las ecuaciones que determinan la variación de las condiciones iniciales para el presente ejemplo, son:

$$CE(3) = \frac{VE(1) - VN(1)}{R(2)} \qquad (6\text{-}34)$$

y,

$$VE(4) = VN(2) \qquad (6\text{-}35)$$

Los correspondientes listados de estos dos subprogramas se encuentran detallados en los ANEXOS 13 y 14, respectivamente.

6-3-4. Datos para la ejecución del sistema de programas.-

La matriz de datos para las condiciones generales, debe ser determinada a partir del sistema (6-28), por lo tanto,

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R(2)} + \frac{H}{B(3)} & -\frac{H}{B(3)} \\ -\frac{H}{B(3)} & \frac{C(4)}{H} + \frac{H}{B(3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5 + 1.0H & -1.0H \\ -1.0H & 0.5/H + 1.0H \end{bmatrix} \qquad (6\text{-}36)$$

El orden como debe proporcionarse los datos al computador, debe estar de acuerdo a la tabla 6-4, representando cada línea; una tarjeta de datos.

```
                1         2         3         4         5
Col. 12345678901234567890123456789012345678901234567890

     00

     001

     1.0

     020101004100

     0.5       0.0       1.0

     0.0       0.0       -1.0

     0.0       0.0       -1.0

     0.0       0.5       1.0

     0.0       12.57

     0.0       0.0       0.0       50.0
```

CATIGUED.

```
                1         2         3         4         5
Col. 12345678901234567890123456789012345678901234567890

     2.0

     0.0       0.0       1.0

     0.0       0.5

     I
```

Tarjeta en blanco obligatoria.

Tabla 6-4 Datos de entrada para el Ejemplo 3

La tabla de variación de la corriente para el circuito de la Fig. 6-9, se encuentra representada en la Tabla 6-5, y el gráfico correspondiente se encuentra en la Fig. 6-12.

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE  19/11/79      TIME

                C---- SUBRUTINA DE MATRICES DE CORRIENTES TANTO PARA LAS CONDICIONES
                C---- INICIALES, COMO PARA UN TIEMPO MAYOR QUE 0+
 0001                 SUBROUTINE CORR(T,VE,CE,R,C,B,CIN,I,H)
 0002                 DIMENSION VE(40),CE(40),R(40),C(40),B(40),CIN(30)
 0003                 IF(I.NE.0)GO TO 10
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIA
                C---- LES DEL CIRCUITO, Y GUARDAR EN LOS CAMPOS CIN(I),    CORRESPON=
                C---- DIENTES
                C---- ------------------------------------------------------------
 0004                 CIN(1)=(VE(1)-VE(1))/R(2)
                C---- ------------------------------------------------------------
                C---- FIN DE LAS LINEAS QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIALES
                C---- ------------------------------------------------------------
 0005                 RETURN
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A T MAYOR QUE 0+
                C---- Y GURDAR EN LOS CAMPOS CIN(I) CORRESPONDIENTES
                C---- ------------------------------------------------------------
 0006              10 CIN(1)=VE(1)/R(2)-CE(3)
 0007                 CIN(2)=C(4)*VE(4)/H+CE(3)
                C---- ------------------------------------------------------------
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES PARA T MAYOR QUE 0+
                C---- ------------------------------------------------------------
 0008                 RETURN
 0009                 END
```

ANEXO-13. Listado del subprograma CORR para el circuito RLC del ejemplo 3.

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE  19/11/79      TIME

                C---- SUBRUTINA PARA INDICAR LAS RESPUESTAS NECESARIAS, GUARDANDOLAS
                C---- EN LOS CAMPOS VOUT(I,J) CORRESPONDIENTES EN FUNCION DE LOS CAM
                C---- POS VN(I), Y DE LOS VALORES DE LOS ELEMENTOS
  0001                SUBROUTINE RESP(I,VN,VE,CE,R,C,B,VOUT,T,H)
  0002                DIMENSION VN(30),VE(40),CE(40),R(40),C(40),B(40),VOUT(200,30)
  0003                IF(I.NE.0)GO TO 10
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS RESPUESTAS SEGUN LAS CON-
                C---- DICIONES INICIALES EN LOS CAMPOS VOUT(1,J) CORRESPONDIENTES.
                C----
  0004                VOUT(1,1)=VN(1)
                C----
                C---- FIN DE LAS RESPUESTAS SEGUN LAS CONDICIONES INICIALES
                C----
  0005                RETURN
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DETERMINAN LAS RESPUESTAS PARA TIEMPOS
                C---- MAYORES QUE 0+ EN LOS CORRESPONDIENTES CAMPCS VOUT(I,J).
                C----
  0006             10 VOUT(I,1)=(VE(1)-VN(1))/R(2)
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS RESPUESTAS
                C----
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS NUEVAS CONDICIONES INICIALES
                C----
  0007                CE(3)=(VE(1)-VN(1))/R(2)
  0008                VE(4)=VN(2)
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS NUEVAS CONDICIONES INICIALES
                C----
  0009                RETURN
  0010                END
```

ANEXO-14. Listado del subprograma RESP para el circuito RLC delejemplo 3.

	TIEMPO	I
1	0.0	0.0
2	0.126E 00	0.490E 01
3	0.251E 00	0.860E 01
4	0.377E 00	0.113E 02
5	0.503E 00	0.131E 02
6	0.628E 00	0.142E 02
7	0.754E 00	0.147E 02
8	0.880E 00	0.147E 02
9	0.101E 01	0.143E 02
10	0.113E 01	0.137E 02
11	0.126E 01	0.129E 02
12	0.138E 01	0.119E 02
13	0.151E 01	0.109E 02
14	0.163E 01	0.982E 01
15	0.176E 01	0.874E 01
16	0.189E 01	0.768E 01
17	0.201E 01	0.666E 01
18	0.214E 01	0.571E 01
19	0.226E 01	0.482E 01
20	0.239E 01	0.401E 01
21	0.251E 01	0.329E 01
22	0.264E 01	0.264E 01
23	0.277E 01	0.207E 01
24	0.289E 01	0.157E 01
25	0.302E 01	0.114E 01
26	0.314E 01	0.785E 00
27	0.327E 01	0.485E 00
28	0.339E 01	0.240E 00
29	0.352E 01	0.426E-01
30	0.365E 01	-0.112E 00
31	0.377E 01	-0.230E 00
32	0.390E 01	-0.316E 00
33	0.402E 01	-0.376E 00
34	0.415E 01	-0.413E 00
35	0.427E 01	-0.431E 00
36	0.440E 01	-0.435E 00
37	0.453E 01	-0.428E 00
38	0.465E 01	-0.411E 00
39	0.478E 01	-0.388E 00
40	0.490E 01	-0.361E 00
41	0.503E 01	-0.330E 00
42	0.515E 01	-0.299E 00
43	0.528E 01	-0.267E 00
44	0.541E 01	-0.235E 00
45	0.553E 01	-0.205E 00
46	0.566E 01	-0.176E 00
47	0.578E 01	-0.149E 00
48	0.591E 01	-0.125E 00
49	0.603E 01	-0.102E 00
50	0.616E 01	-0.826E-01

	TIEMPO	I
	0.628E 01	-0.651E-01
40	0.641E 01	-0.499E-01
41	0.654E 01	-0.368E-01
42	0.666E 01	-0.257E-01
43	0.679E 01	-0.164E-01
44	0.691E 01	-0.877E-02
45	0.704E 01	-0.260E-02
46	0.716E 01	0.229E-02
47	0.729E 01	0.603E-02
48	0.742E 01	0.880E-02
49	0.754E 01	0.107E-01
50	0.767E 01	0.120E-01
51	0.779E 01	0.127E-01
52	0.792E 01	0.129E-01
53	0.804E 01	0.127E-01
54	0.817E 01	0.123E-01
55	0.830E 01	0.117E-01
56	0.842E 01	0.109E-01
57	0.855E 01	0.100E-01
58	0.867E 01	0.910E-02
59	0.880E 01	0.815E-02
60	0.892E 01	0.720E-02
61	0.905E 01	0.629E-02
62	0.918E 01	0.543E-02
63	0.930E 01	0.462E-02
	0.943E 01	0.387E-02
	0.955E 01	0.320E-02
	0.968E 01	0.259E-02
	0.980E 01	0.206E-02
	0.993E 01	0.159E-02
	0.101E 02	0.117E-02
	0.102E 02	0.832E-03
	0.103E 02	0.549E-03
	0.104E 02	0.313E-03
	0.106E 02	0.130E-03
	0.107E 02	-0.153E-04
	0.108E 02	-0.137E-03
1	0.109E 02	-0.229E-03
2	0.111E 02	-0.298E-03
3	0.112E 02	-0.336E-03
4	0.113E 02	-0.359E-03
5	0.114E 02	-0.366E-03
6	0.116E 02	-0.366E-03
7	0.117E 02	-0.359E-03
8	0.118E 02	-0.343E-03
9	0.119E 02	-0.320E-03
	0.121E 02	-0.290E-03
	0.122E 02	-0.259E-03
	0.123E 02	-0.237E-03
	0.124E 02	-0.206E-03

Tabla 6-5. Tabla de variación de la corriente para el circuito RLC del ejemplo 3.

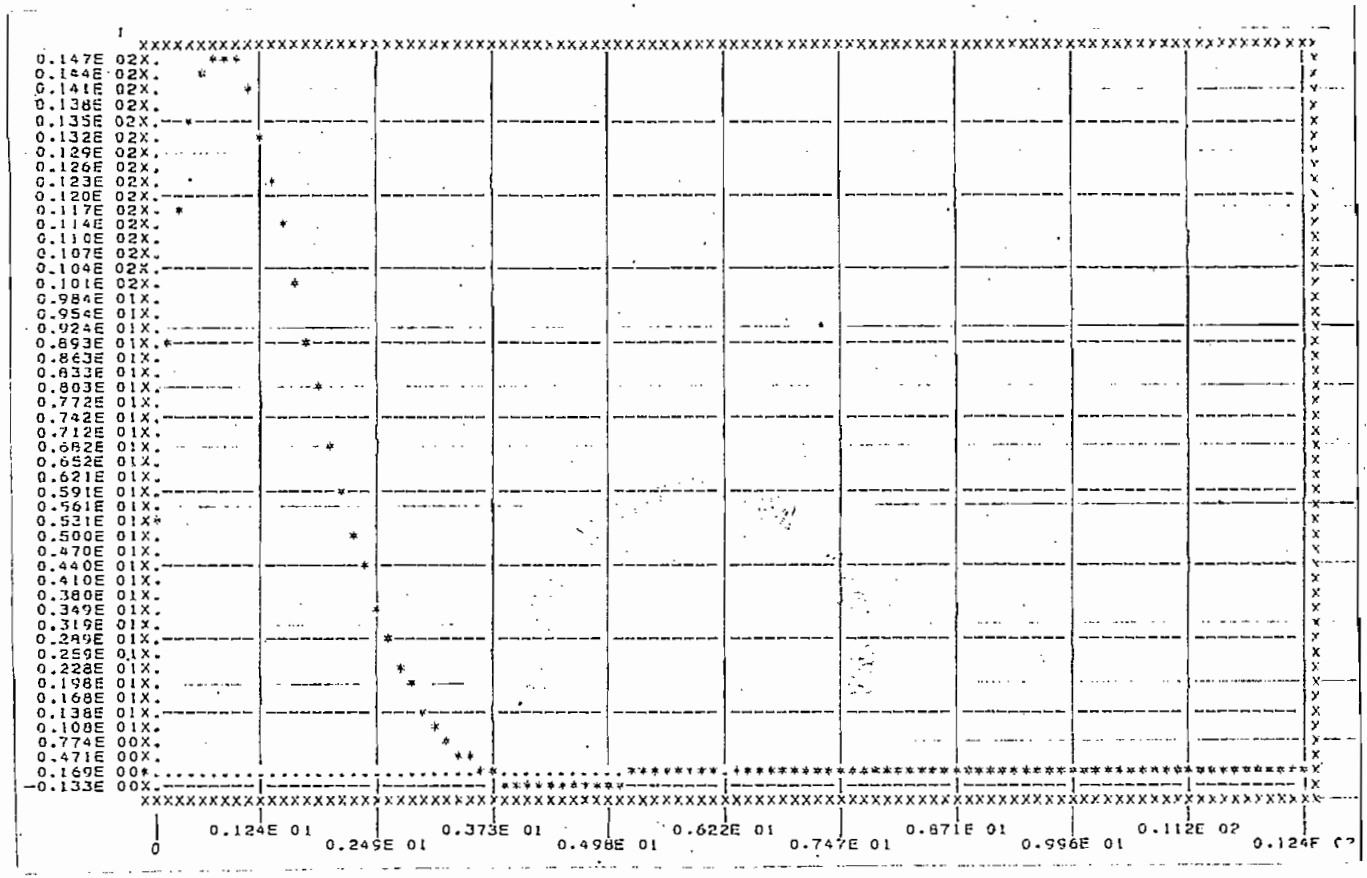


Fig. 6-12 Variación de la corriente para el circuito RLCdel ejemplo 3.

6-4. Ejemplo 4: aplicación del método de simulación lineal en un circuito RC serie con alimentación senoidal.-

Al circuito serie RC representado en la Fig. 6-13, se le aplica una tensión senoidal $V = 180\ \mathrm{Sen}(2000t + \theta)$ voltios, y el condensador tiene una carga $q_0 = 1250 \times 10^{-6}$ culombios, con la polaridad indicada. Hallar la variación de la intensidad de corriente que circula por el circuito si se cierra el interruptor en el instante en que $\theta = 90^{\circ}$.

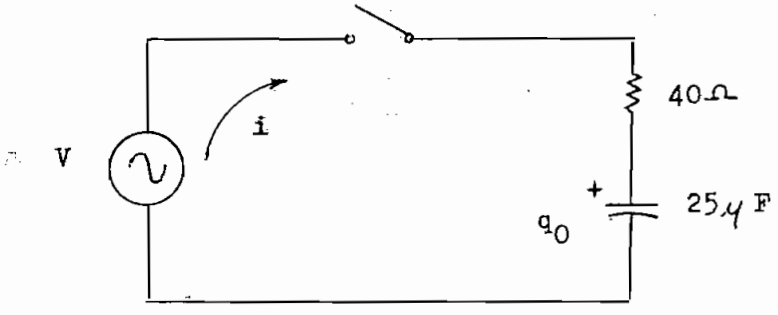


Fig. 6-13

6-4-1. Análisis del circuito para $t = 0^{+}$.-

El circuito equivalente para el presente análisis se encuentra en la Fig. 6-14.

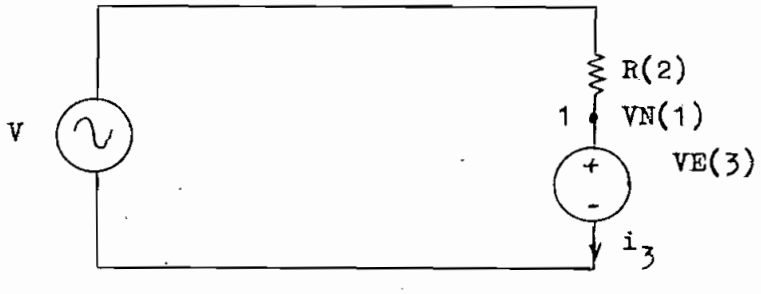


Fig. 6-14

La ecuación de equilibrio para el nudo 1 es:

$$\frac{VN(1) - V}{R(2)} + i_3 = 0 \qquad (6\text{-}37)$$

En condiciones iniciales el valor del voltaje VN(1) es igual al valor del voltaje VE(3), siendo $VE(3) = q_0/C(3)$.

El único valor desconocido en la ecuación (6-37) es por tanto, i_3. Despejando i_3 de la Ec. (6-37) se tiene:

$$i_3 = \frac{V - VE(3)}{R(2)} \qquad (6\text{-}38)$$

6-4-2. Análisis del circuito para $t > 0^+$.-

En este caso el circuito equivalente que debe considerarse se encuentra representado en la Fig. 6-15.

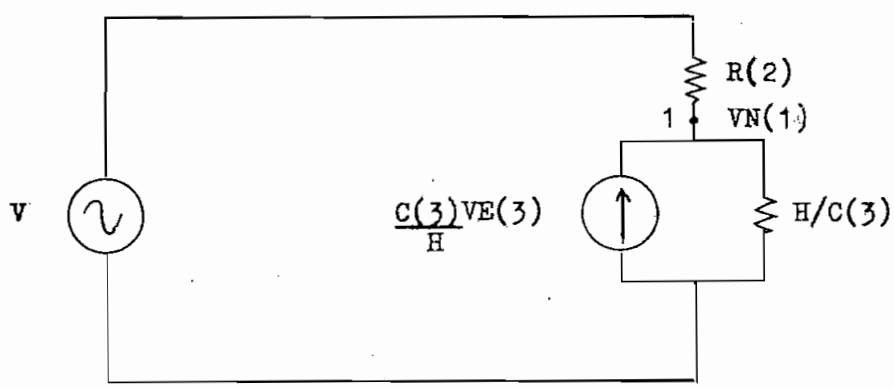


Fig. 6-15

La ecuación de equilibrio para el nudo 1 es:

$$\left[\frac{VN(1) - V}{R(2)} + \frac{VN(1)}{H/C(3)} - \frac{C(3)}{H}\,VE(3)\right] = 0 \qquad (6\text{-}39)$$

La ecuación (6-39) debe ser representada en forma matricial, de acuerdo a las normas establecidas en el manual de operación del sistema de programas, apéndice A; entonces,

$$\left[\left(\frac{1}{R(2)} + \frac{C(3)}{H}\right)\right]\left[VN(1)\right] = \left[\frac{V}{R(2)} + \frac{C(3)}{H}\,VE(3)\right] \qquad (6\text{-}40)$$

6-4-3. Ecuaciones que intervienen en los Subprogramas CORR y RESP.-

Para determinar las ecuaciones que intervienen en el subprograma CORR, partimos de (6-38) y (6-40), de tal manera que para las condiciones iniciales se tiene:

$$CIN(1) = \frac{180\ Sen(2000t + \pi/2) - VE(3)}{R(2)} \qquad (6\text{-}41)$$

y para las condiciones generales se tiene:

$$CIN(1) = \frac{180\ Sen(2000t + \pi/2)}{R(2)} + \frac{C(3)}{H}\ VE(3) \qquad (6\text{-}42)$$

Debido a que nos interesa determinar la variación de la corriente en el circuito serie RC de la Fig. 6-13, es necesario establecer las ecuaciones que definirán dicha variación, a partir de los valores que se encuentren en el arreglo VN,- por tanto, el subprograma RESP tendrá las siguientes ecuaciones:

$$VOUT(1,1) = VN(1) \qquad (6\text{-}43)$$

para las condiciones iniciales, y

$$VOUT(I,1) = \frac{180\ Sen(2000t + \pi/2) - VN(1)}{R(2)} \qquad (6\text{-}44)$$

para las condiciones generales.

La ecuación que determina la variación de las condiciones iniciales para el presente ejemplo es:

$$VE(3) = VN(1) \qquad (6\text{-}45)$$

Los correspondientes listados de estos dos subprogramas se encuentran detallados en los ANEXOS 15 y 16, respectivamente.

6-4-4. Datos para la ejecución del sistema de programas.-

La matriz de datos para las condiciones generales, debe ser determinada a partir del sistema (6-40), por lo tanto,

$$\left[\frac{1}{R(2)} + \frac{C(3)}{H}\right]' = \left[0.025 + 0.250\times10^{-4}/H\right] \qquad (6\text{-}46)$$

El orden como debe proporcionarse los datos al computador, debe estar de acuerdo a la tabla 6-6, representando cada línea; una tarjeta de datos.

```
                1         2         3         4         5
Col. 12345678901234567890123456789012345678901234567890
     00
     001
     1.0
     010101003100
     0.025     +0.250E-04
     0.0       +0.629E-02
     0.0
     40.0
     0.0       +0.250E-040.0       50.0
     I
     Tarjeta en blanco obligatoria.
```

Tabla 6-6 Datos de entrada para el ejemplo 4

La tabla de variación de la corriente para el circuito de la Fig. 6-13, se encuentra representada en la Tabla 6-7, y el gráfico correspondiente se encuentra en la Fig. 6-16.

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE  19/11/79      TIME

                C---- SUBRUTINA DE MATRICES DE CORRIENTES TANTO PARA LAS CONDICIONES
                C---- INICIALES, COMO PARA UN TIEMPO MAYOR QUE 0+
 0001                 SUBROUTINE CORR(T,VE,CE,R,C,B,CIN,I,H)
 0002                 DIMENSION VE(40),CE(40),R(40),C(40),B(40),CIN(30)
 0003                 IF(I.NE.0)GO TO 10
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIA
                C---- LES DEL CIRCUITO, Y GUARDAR EN LOS CAMPOS CIN(I),    CORRESPON-
                C---- DIENTES
                C----
 0004                 CIN(1)=(180.*SIN(2000.*T+3.1415/2.)-VE(3))/R(2)
                C----
                C---- FIN DE LAS LINEAS QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIALES
                C----
 0005                 RETURN
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A T MAYOR QUE 0+
                C---- Y GURDAR EN LOS CAMPOS CIN(I) CORRESPONDIENTES
                C----
 0006              10 CIN(1)=(180.*SIN(2000.*T+3.1415/2.))/R(2)+C(3)*VE(3)/H
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES PARA T MAYOR QUE 0+
                C----
 0007                 RETURN
 0008                 END
```

ANEXO-15. Listado del subprograma CORR para el circuito RC con alimentación senoidal, del ejemplo 4.

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE  19/11/79      TIME
                C---- SUBRUTINA PARA INDICAR LAS RESPUESTAS NECESARIAS, GUARDANDOLAS
                C---- EN LOS CAMPOS VOUT(I,J) CORRESPONDIENTES EN FUNCION DE LOS CAM
                C---- POS VN(I), Y DE LOS VALORES DE LOS ELEMENTOS
  0001                SUBROUTINE RESP(I,VN,VE,CE,R,C,B,VOUT,T,H)
  0002                DIMENSION VN(30),VE(40),CE(40),R(40),C(40),B(40),VOUT(200,30)
  0003                IF(I.NE.0)GO TO 10
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS RESPUESTAS SEGUN LAS CON-
                C---- DICIONES INICIALES EN LOS CAMPOS VOUT(1,J) CORRESPONDIENTES.
                C----
  0004                VOUT(1,1)=VN(1)
                C----
                C---- FIN DE LAS RESPUESTAS SEGUN LAS CONDICIONES INICIALES
                C----
  0005                RETURN
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DETERMINAN LAS RESPUESTAS PARA TIEMPOS
                C---- MAYORES QUE 0+ EN LOS CORRESPONDIENTES CAMPOS VOUT(I,J).
                C----
  0006             10 VOUT(I,1)=(180.*SIN(2000.*T+3.1415/2.)-VN(1))/R(2)
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS RESPUESTAS
                C----
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS NUEVAS CONDICIONES INICIALES
                C----
  0007                VE(3)=VN(1)
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS NUEVAS CONDICIONES INICIALES
                C----
  0008                RETURN
  0009                END
```

ANEXO-16. Listado del subprograma RESP para el circuito RC con alimentación senoidal del ejemplo 4.

	TIEMPO	I
1	0.0	0.325E 01
2	0.629E-04	0.302E 01
3	0.126E-03	0.275E 01
4	0.189E-03	0.242E 01
5	0.252E-03	0.205E 01
6	0.314E-03	0.164E 01
7	0.377E-03	0.121E 01
8	0.440E-03	0.745E 00
9	0.503E-03	0.270E 00
10	0.566E-03	-0.212E 00
11	0.629E-03	-0.695E 00
12	0.692E-03	-0.117E 01
13	0.755E-03	-0.163E 01
14	0.818E-03	-0.206E 01
15	0.881E-03	-0.247E 01
16	0.943E-03	-0.284E 01
17	0.101E-02	-0.317E 01
18	0.107E-02	-0.344E 01
19	0.113E-02	-0.367E 01
20	0.120E-02	-0.384E 01
21	0.126E-02	-0.395E 01
22	0.132E-02	-0.400E 01
23	0.138E-02	-0.399E 01
24	0.145E-02	-0.392E 01
25	0.151E-02	-0.378E 01
26	0.157E-02	-0.359E 01
27	0.164E-02	-0.334E 01
28	0.170E-02	-0.304E 01
29	0.176E-02	-0.270E 01
30	0.182E-02	-0.231E 01
31	0.189E-02	-0.189E 01
32	0.195E-02	-0.143E 01
33	0.201E-02	-0.958E 00
34	0.208E-02	-0.470E 00
35	0.214E-02	0.256E-01
36	0.220E-02	0.520E 00
37	0.226E-02	0.101E 01
38	0.233E-02	0.147E 01
39	0.239E-02	0.192E 01
40	0.245E-02	0.233E 01
41	0.252E-02	0.271E 01
42	0.258E-02	0.304E 01
43	0.264E-02	0.333E 01
44	0.270E-02	0.356E 01
45	0.277E-02	0.374E 01
46	0.283E-02	0.385E 01
47	0.289E-02	0.391E 01
48	0.296E-02	0.390E 01
49	0.302E-02	0.383E 01
50	0.308E-02	0.370E 01

	TIEMPO	I
51	0.314E-02	0.351E 01
52	0.321E-02	0.326E 01
53	0.327E-02	0.297E 01
54	0.333E-02	0.262E 01
55	0.340E-02	0.224E 01
56	0.346E-02	0.182E 01
57	0.352E-02	0.137E 01
58	0.359E-02	0.896E 00
59	0.365E-02	0.410E 00
60	0.371E-02	-0.825E-01
61	0.377E-02	-0.574E 00
62	0.384E-02	-0.106E 01
63	0.390E-02	-0.152E 01
64	0.396E-02	-0.196E 01
65	0.403E-02	-0.238E 01
66	0.409E-02	-0.275E 01
67	0.415E-02	-0.308E 01
68	0.421E-02	-0.336E 01
69	0.428E-02	-0.359E 01
70	0.434E-02	-0.376E 01
71	0.440E-02	-0.388E 01
72	0.447E-02	-0.393E 01
73	0.453E-02	-0.392E 01
74	0.459E-02	-0.384E 01
75	0.465E-02	-0.371E 01
76	0.472E-02	-0.352E 01
77	0.478E-02	-0.327E 01
78	0.484E-02	-0.297E 01
79	0.491E-02	-0.263E 01
80	0.497E-02	-0.224E 01
81	0.503E-02	-0.182E 01
82	0.509E-02	-0.137E 01
83	0.516E-02	-0.894E 00
84	0.522E-02	-0.407E 00
85	0.528E-02	0.860E-01
86	0.535E-02	0.578E 00
87	0.541E-02	0.106E 01
88	0.547E-02	0.153E 01
89	0.554E-02	0.197E 01
90	0.560E-02	0.238E 01
91	0.566E-02	0.275E 01
92	0.572E-02	0.308E 01
93	0.579E-02	0.336E 01
94	0.585E-02	0.359E 01
95	0.591E-02	0.376E 01
96	0.598E-02	0.387E 01
97	0.604E-02	0.392E 01
98	0.610E-02	0.391E 01
99	0.616E-02	0.384E 01
100	0.623E-02	0.370E 01

Tabla 6-7. Tabla de variación de la corriente para el circuito RC con alimentación senoidal del ejemplo 4.

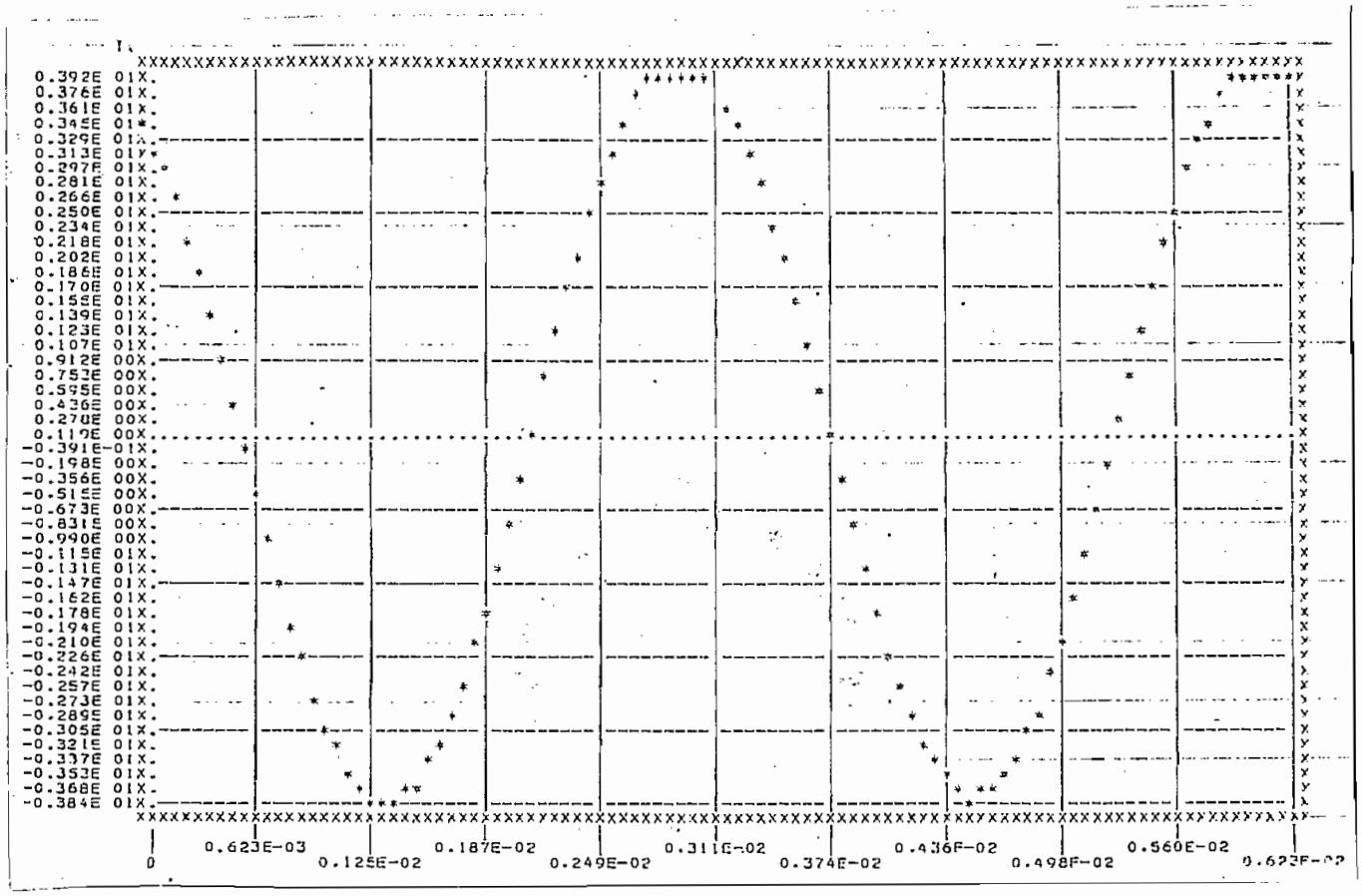


Fig. 6-16 Variación de la corriente para el circuito RC con alimentación senoidal, del ejemplo 4.

6-5. Ejemplo 5: aplicación del método de simulación lineal en un circuito RL serie con alimentación senoidal.-

En el circuito RL serie representado en la Fig. 6-17, la tensión senoidal del generador viene dada por $V = 100\ \mathrm{Sen}(500t + \theta)$ voltios. Hallar la variación de la intensidad de corriente que circula en el circuito, si se cierra el circuito en el instante en que $\theta = 0$.

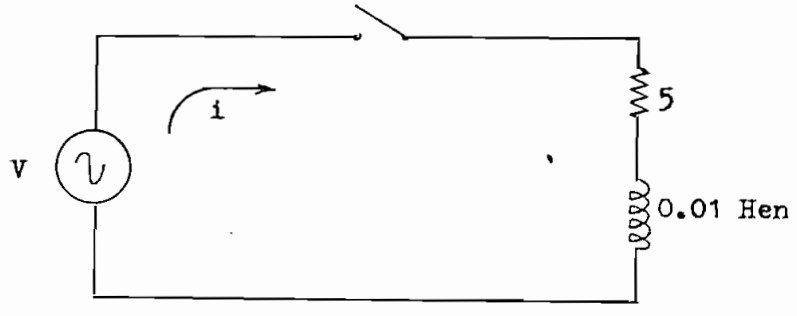


Fig. 6-17

6-5-1. Análisis del circuito para $t = 0^+$.-

En este caso se considera el circuito de la Fig. 6-18

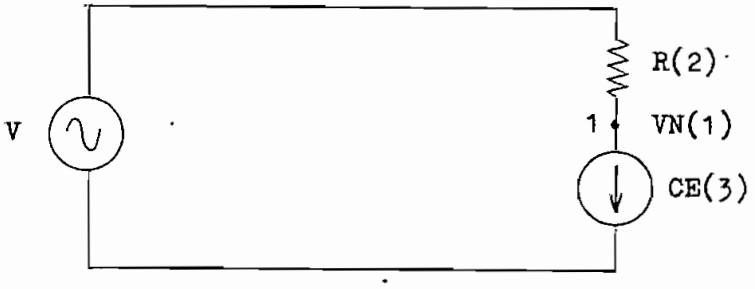


Fig. 6-18

La ecuación de equilibrio para el nudo 1 es:

$$\frac{VN(1) - V}{R(2)} + CE(3) = 0 \qquad (6\text{-}47)$$

Debido a que la corriente inicial en la bobina CE(3), es igual a cero; el valor del voltaje VN(1) es igual al valor del voltaje VE (1). Por lo tanto, la corriente total del circuito para las condi - ciones iniciales está dada por:

$$CE(3) = \frac{100\ Sen500t - 100\ Sen500t}{R(2)} \qquad (6\text{-}48)$$

6-5-2. Análisis del circuito para $t > 0^{+}$.-

Para el presente análisis- se considera el circuito de la Fig. 6-19.

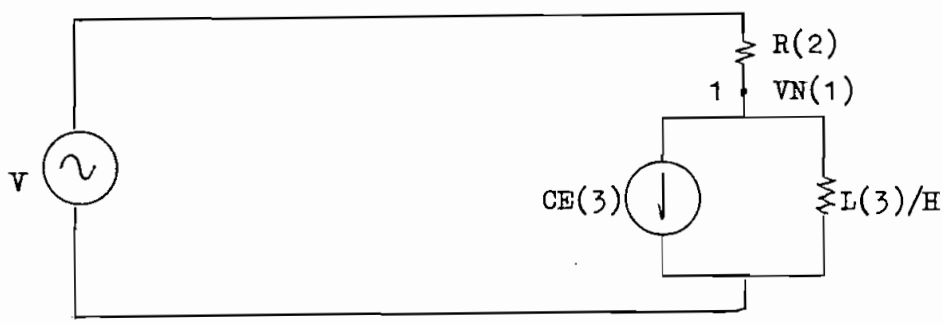


Fig. 6-19

La ecuación de equilibrio para el nudo 1 es:

$$\frac{VN(1) - V}{R(2)} + \frac{VN(1)}{L(3)/H} + CE(3) = 0 \qquad (6\text{-}49)$$

De la ecuación (6-49) se obtiene la siguiente que viene a ser la representación matricial de la misma.

$$\left[\frac{1}{R(2)} + \frac{H}{L(3)}\right]\left[VN(1)\right] = \left[\frac{100\ Sen500t}{R(2)} - CE(3)\right] \qquad (6\text{-}50)$$

6-5-3. Ecuaciones que intervienen en los subprogramas CORR y RESP.-

Partiendo de la ecuación (6-48) y (6-50), se determinan las ecuaciones que intervienen en el subprograma CORR.

Para las condiciones iniciales:

$$CIN(1) = \frac{100\ Sen500t - 100\ Sen500t}{R(2)} \qquad (6\text{-}51)$$

y para las condiciones generales:

$$CIN(1) = \frac{100\ Sen500t}{R(2)} - CE(3) \qquad (6\text{-}52)$$

Puesto que nos interesa la variación de la corriente en el circuito RL serie, de la Fig. 6-17, es necesario establecer las ecuaciones que definen dicha variación, a partir de los valores que se encuentran en el arreglo VN, por lo tanto, el subprograma RESP tendrá las siguientes ecuaciones:

$$VOUT(1,1) = VN(1) \qquad (6\text{-}53)$$

para las condiciones iniciales, y

$$VOUT(I,1) = \frac{100\ Sen500t - VN(1)}{R(2)} \qquad (6\text{-}54)$$

para las condiciones generales.

La ecuación que determina la variación de las condiciones iniciales para el presente ejemplo es la siguiente:

$$CE(3) = \frac{100\ Sen500t - VN(1)}{R(2)} \qquad (6\text{-}55)$$

Los listados correspondientes de estos dos subprogramas se encuentran en los ANEXOS 17 y 18; respectivamente.

6-5-4. Datos para la ejecución del sistema de programas.-

La matiz de datos para las condiciones generales, debe ser determinado a partir del sistema (6-50), de tal manera que:

$$\left[\frac{1}{R(2)} + \frac{H}{L(3)}\right] = \left[0.2 + 100.0H\right] \qquad (6\text{-}56)$$

El orden de la estructura de los datos es el siguiente:

```
                1         2         3         4         5
Col. 12345678901234567890123456789012345678901234567890

     00

     001

     1.0

     010101003100

     0.2       0.0       100.0

     0.0       +0.251E-01

     0.0

     5.0

     0.0       0.0       0.01

     I
```

Tarjeta en blanco obligatoria.

Tabla 6-8 Datos de entrada para el ejemplo 5.

La variación de la corriente para el circuito de la Fig.-6-17, se encuentra representada en la tabla 6-9, y el gráfico-correspondiente; en la Fig.6-20.

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE 19/11/79      TIME

                C---- SUBRUTINA DE MATRICES DE CORRIENTES TANTO PARA LAS CONDICIONES
                C---- INICIALES, COMO PARA UN TIEMPO MAYOR QUE 0+
 0001                 SUBROUTINE CORR(T,VE,CE,R,C,B,CIN,I,H)
 0002                 DIMENSION VE(40),CE(40),R(40),C(40),B(40),CIN(30)
 0003                 IF(I.NE.0)GO TO 10
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIA
                C---- LES DEL CIRCUITO, Y GUARDAR EN LOS CAMPOS CIN(I),  CORRESPON-
                C---- DIENTES
                C----
 0004                 CIN(1)=(100.*SIN(500.*T)-100.*SIN(500.*T))/R(2)
                C----
                C---- FIN DE LAS LINEAS QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIALES
                C----
 0005                 RETURN
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A T MAYOR QUE 0+
                C---- Y GURDAR EN LOS CAMPOS CIN(I) CORRESPONDIENTES
                C----
 0006              10 CIN(1)=(100.*SIN(500.*T))/R(2)-CE(3)
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES PARA T MAYOR QUE 0+
                C----
 0007                 RETURN
 0008                 END
```

ANEXO-17. Listado del subprograma CORR para el circuito RL con alimentación senoidal, del ejemplo 5.

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE  19/11/79        TIME

              C---- SUBRUTINA PARA INDICAR LAS RESPUESTAS NECESARIAS, GUARDANDOLAS
              C---- EN LOS CAMPOS VOUT(I,J) CORRESPONDIENTES EN FUNCION DE LOS CAM
              C---- POS VN(I), Y DE LOS VALORES DE LOS ELEMENTOS
0001                SUBROUTINE RESP(I,VN,VE,CE,R,C,B,VOUT,T,H)
0002                DIMENSION VN(30),VE(40),CE(40),R(40),C(40),B(40),VOUT(200,30)
0003                IF(I.NE.0)GO TO 10
              C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS RESPUESTAS SEGUN LAS CON-
              C---- DICIONES INICIALES EN LOS CAMPOS VOUT(1,J) CORRESPONDIENTES.
              C----
0004                VOUT(1,1)=VN(1)
              C----
              C---- FIN DE LAS RESPUESTAS SEGUN LAS CONDICIONES INICIALES
              C----
0005                RETURN
              C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DETERMINAN LAS RESPUESTAS PARA TIEMPOS
              C---- MAYORES QUE 0+ EN LOS CORRESPONDIENTES CAMPOS VOUT(I,J).
              C----
0006             10 VOUT(I,1)=(100.*SIN(500.*T)-VN(1))/R(2)
              C----
              C---- FIN DE LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS RESPUESTAS
              C----
              C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS NUEVAS CONDICIONES INICIALES
              C----
0007                CE(3)=(100.*SIN(500.*T)-VN(1))/R(2)
              C----
              C---- FIN DE LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS NUEVAS CONDICIONES INICIALES
              C----
0008                RETURN
0009                END
```

ANEXO-18. Listado del subprograma RESP para el circuito RL

con alimentación senoidal, del ejemplo 5.

	TIEMPO	I
1	0.0	0.0
2	0.251E-03	0.279E 00
3	0.502E-03	0.802E 00
4	0.753E-03	0.153E 01
5	0.100E-02	0.243E 01
6	0.125E-02	0.347E 01
7	0.151E-02	0.461E 01
8	0.176E-02	0.581E 01
9	0.201E-02	0.705E 01
10	0.226E-02	0.828E 01
11	0.251E-02	0.947E 01
12	0.276E-02	0.106E 02
13	0.301E-02	0.117E 02
14	0.326E-02	0.126E 02
15	0.351E-02	0.134E 02
16	0.376E-02	0.140E 02
17	0.402E-02	0.145E 02
18	0.427E-02	0.147E 02
19	0.452E-02	0.148E 02
20	0.477E-02	0.147E 02
21	0.502E-02	0.144E 02
22	0.527E-02	0.138E 02
23	0.552E-02	0.131E 02
24	0.577E-02	0.122E 02
25	0.602E-02	0.112E 02
26	0.627E-02	0.992E 01
27	0.653E-02	0.854E 01
28	0.678E-02	0.705E 01
29	0.703E-02	0.545E 01
30	0.728E-02	0.378E 01
31	0.753E-02	0.205E 01
32	0.778E-02	0.307E 00
33	0.803E-02	-0.144E 01
34	0.828E-02	-0.315E 01
35	0.853E-02	-0.482E 01
36	0.878E-02	-0.640E 01
37	0.904E-02	-0.787E 01
38	0.929E-02	-0.922E 01
39	0.954E-02	-0.104E 02
40	0.979E-02	-0.114E 02
41	0.100E-01	-0.123E 02
42	0.103E-01	-0.130E 02
43	0.105E-01	-0.134E 02
44	0.108E-01	-0.136E 02
45	0.110E-01	-0.136E 02
46	0.113E-01	-0.135E 02
47	0.115E-01	-0.130E 02
48	0.118E-01	-0.124E 02
49	0.120E-01	-0.116E 02
50	0.123E-01	-0.106E 02

	TIEMPO	I
51	0.125E-01	-0.945E 01
52	0.128E-01	-0.813E 01
53	0.131E-01	-0.669E 01
54	0.133E-01	-0.514E 01
55	0.136E-01	-0.351E 01
56	0.138E-01	-0.183E 01
57	0.141E-01	-0.110E 00
58	0.143E-01	0.161E 01
59	0.146E-01	0.330E 01
60	0.148E-01	0.494E 01
61	0.151E-01	0.650E 01
62	0.153E-01	0.796E 01
63	0.156E-01	0.930E 01
64	0.158E-01	0.105E 02
65	0.161E-01	0.115E 02
66	0.163E-01	0.124E 02
67	0.166E-01	0.130E 02
68	0.168E-01	0.135E 02
69	0.171E-01	0.137E 02
70	0.173E-01	0.137E 02
71	0.176E-01	0.135E 02
72	0.178E-01	0.131E 02
73	0.181E-01	0.125E 02
74	0.183E-01	0.117E 02
75	0.186E-01	0.107E 02
76	0.188E-01	0.952E 01
77	0.191E-01	0.820E 01
78	0.193E-01	0.676E 01
79	0.196E-01	0.521E 01
80	0.198E-01	0.358E 01
81	0.201E-01	0.190E 01
82	0.203E-01	0.179E 00
83	0.206E-01	-0.154E 01
	0.208E-01	-0.323E 01
	0.211E-01	-0.488E 01
	0.213E-01	-0.645E 01
	0.216E-01	-0.791E 01
1	0.218E-01	-0.925E 01
2	0.221E-01	-0.104E 02
3	0.223E-01	-0.115E 02
4	0.226E-01	-0.123E 02
5	0.228E-01	-0.130E 02
6	0.231E-01	-0.134E 02
7	0.233E-01	-0.137E 02
8	0.236E-01	-0.137E 02
9	0.238E-01	-0.135E 02
	0.241E-01	-0.131E 02
	0.243E-01	-0.125E 02
	0.246E-01	-0.117E 02
	0.248E-01	-0.107E 02

Tabla 6-9. Tabla de variación de la corriente para el circuito RL con alimentación senoidal del ejemplo 5.

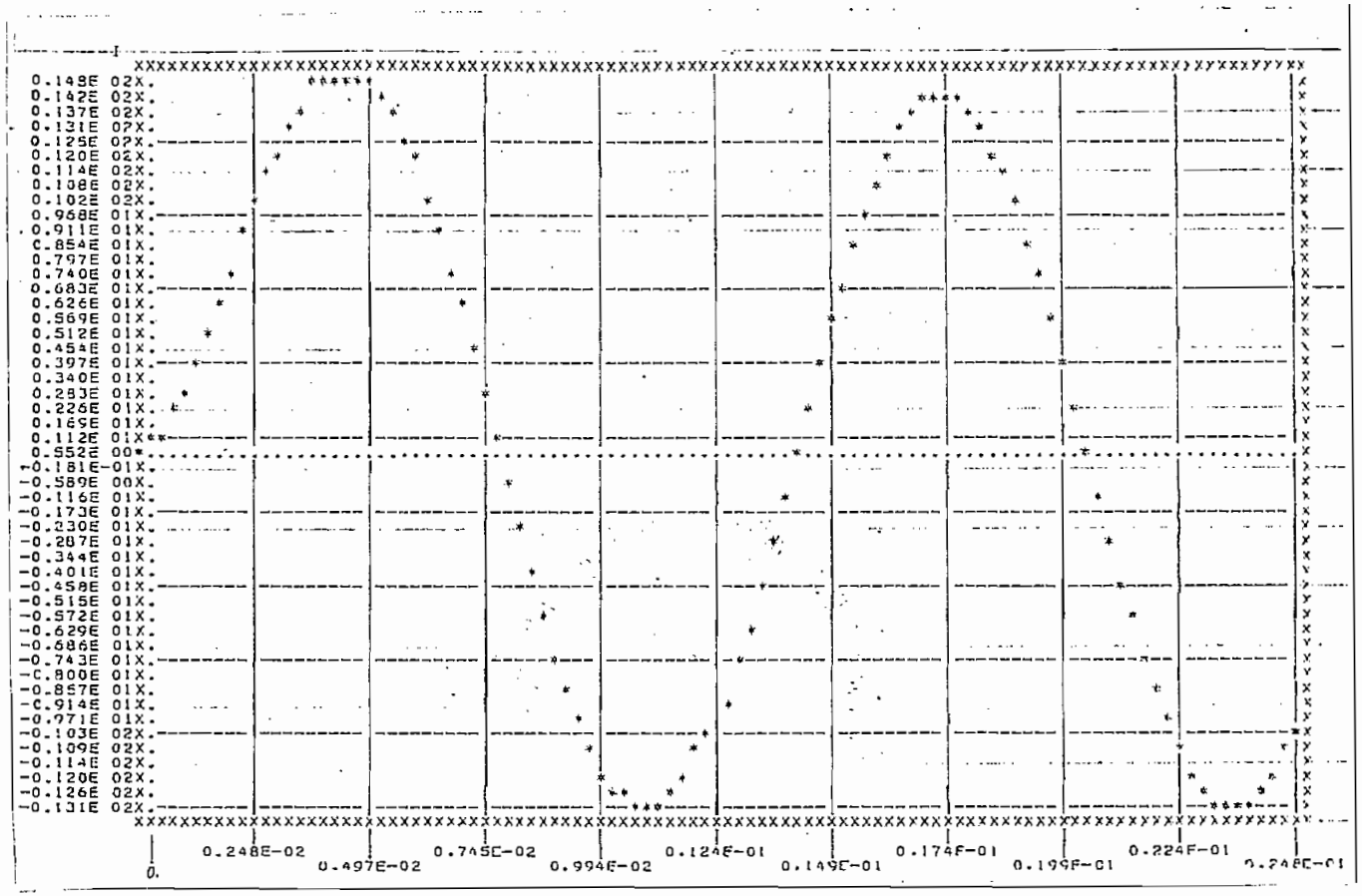


Fig. 6-20 Variación de la corriente para el circuito RL con alimentación senoidal, del ejemplo 5.

6-6. Ejemplo 6: aplicación del método de simulación lineal en un circuito RLC serie con alimentación senoidal.-

Al cerrar el interruptor en el circuito RLC serie de la Fig. 6-21, se le aplica una tensión senoidal $V = 50\ \mathrm{Sen}(2000t + \theta)$ voltios. El condensador no tiene carga inicial. Determinar la variación de la intensidad de corriente total del circuito, y la variación del voltaje en los tres elementos que intervienen en el circuito, si se cierra el interruptor en el instante en que $\theta = 0$.

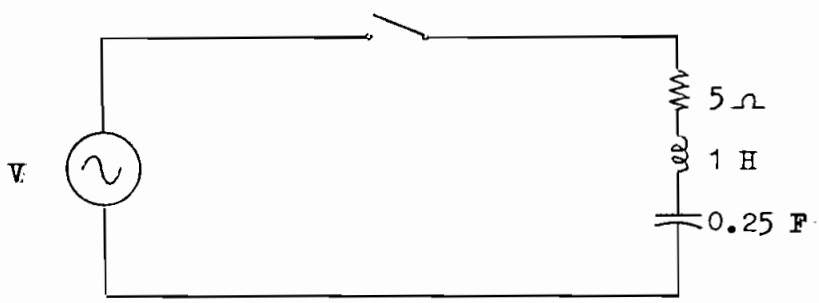


Fig. 6-21

6-6-1. Análisis del circuito para $t = 0^+$.-

El circuito equivalente en el presente caso se encuentra representado en la Fig. 6-22.

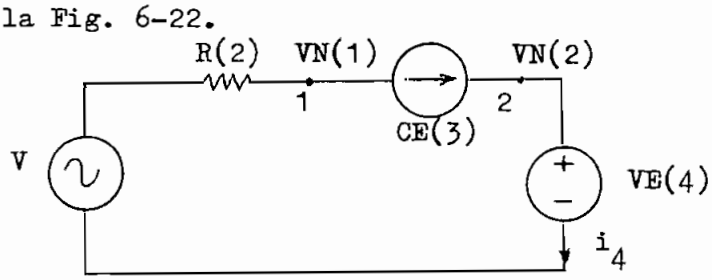


Fig. 6-22

La ecuación de equilibrio para el nudo 1 es:

$$\frac{VN(1) - V}{R(2)} + CE(3) = 0 \qquad (6\text{-}57)$$

Para el nudo 2 se tiene:

$$i_4 - CE(3) = 0 \qquad (6\text{-}58)$$

Considerando el hecho de que, CE(3) = 0, el valor del voltaje VN(1) es igual al voltaje V, por lo tanto, de las ecuaciones (6-57) y - (6-58) queda:

$$CE(3) = 0 \qquad (6\text{-}59)$$

siendo la Ec. (6-59), la que formará parte del subprograma CORR en- condiciones iniciales.

6-6-2. Análisis del circuito para las condiciones generales.- Para - este análisis se considerará el circuito de la Fig. 6-23.

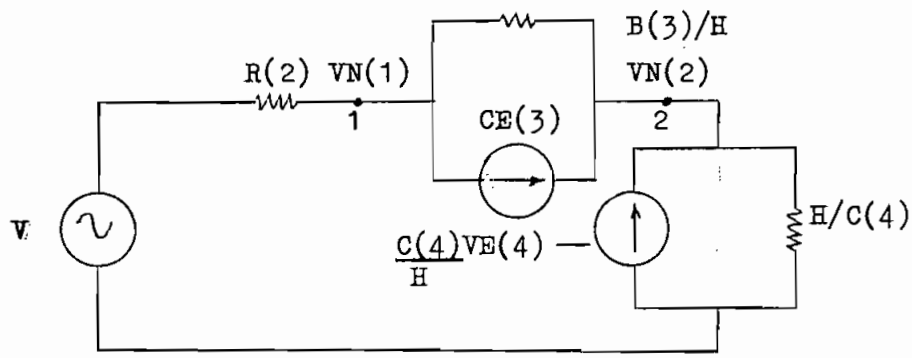


Fig. 6-23

La ecuación de equilibrio para el nudo 1 es:

$$\frac{VN(1) - V}{R(2)} + \frac{VN(1) - VN(2)}{B(3)/H} + CE(3) = 0 \qquad (6\text{-}60)$$

Para el nudo 2 se tiene:

$$\frac{VN(2) - VN(1)}{B(3)/H} + \frac{VN(2)}{H/C(4)} - \frac{C(4)}{H}VE(4) - CE(3) = 0 \qquad (6\text{-}61)$$

Las ecuaciones (6-60) y (6-61) pueden ser expresadas en forma matricial; por tanto,

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R(2)} + \frac{H}{B(3)} & -\frac{H}{B(3)} \\ -\frac{H}{B(3)} & \frac{C(4)}{H} + \frac{H}{B(3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VN(1) \\ VN(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{50\ Sen2000t}{R(2)} - CE(3) \\ \frac{C(4)}{H}VE(4) + CE(3) \end{bmatrix} \tag{6-62}$$

6-6-3. Ecuaciones que intervienen en los subprogramas CORR y RESP.-

Para determinar las ecuaciones que intervienen en el subprograma CORR, partimos de las ecuaciones (6-59) y (6-62) por lo tanto,

$$CIN(1) = 0 \tag{6-63}$$

para las condiciones iniciales, y

$$CIN(1) = \frac{50\ Sen2000t}{R(2)} - CE(3) \tag{6-64}$$

y, $$CIN(2) = \frac{C(4)}{H}VE(4) + CE(3) \tag{6-65}$$

Puesto que el objetivo de este ejemplo es determinar, la variación de la corriente total del circuito, y la tensión de los tres elementos que intervienen en el circuito de la Fig. 6-21, partiendo de los valores que se encuentran en el arreglo VN, se obtiene las siguientes ecuaciones que intervienen en el subprograma RESP:

$$VOUT(1,1) = VN(1) \tag{6-66}$$

para las condiciones iniciales, en lo que tiene que ver con la variación de la corriente total,

$$VOUT(1,2) = 0 \tag{6-67}$$

que corresponde a la variación del voltaje en la resistencia en condiciones iniciales,

$$VOUT(1,3) = 0 \tag{6-68}$$

que corresponde a la variación del voltaje en la bobina, en-

condiciones iniciales, y

$$VOUT(1,4) = 0 \tag{6-69}$$

que corresponde a la variación del voltaje en el condensador, en - condiciones iniciales.

Para las condiciones generales se tiene:

$$VOUT(I,1) = \frac{50\ Sen2000t - VN(1)}{R(2)} \tag{6-70}$$

$$VOUT(I,2) = 50\ Sen2000t - VN(1) \tag{6-71}$$

$$VOUT(I,3) = VN(1) - VN(2) \tag{6-72}$$

y, $$VOUT(I,4) = VN(2) \tag{6-73}$$

Las ecuaciones que determinan la variación de las condiciones-iniciales para el presente ejemplo son:

$$VE(4) = VN(2) \tag{6-74}$$

y, $$CE(3) = VOUT(I,1) \tag{6-75}$$

Los correspondientes listados de los subprogramas CORRR y RESP se encuentran detallados en los ANEXOS 19 y 20; respectivamente.

6-6-4. Datos para la ejecución del sistema de programas.-

La matriz-de datos para las condiciones generales, debe ser determinada, a partir del sistema (6-62). Por lo tanto,

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R(2)} + \frac{H}{B(3)} & -\frac{H}{B(3)} \\ -\frac{H}{B(3)} & \frac{C(4)}{H} + \frac{H}{B(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2 + 1.0H & -1.0H \\ -1.0H & \frac{0.25}{H} + 1.0H \end{bmatrix} \tag{6-76}$$

El orden como debe proporcionarse los datos al computador, debe estar de acuerdo a la tabla 6-10, representando ca

da línea; una tarjeta de datos.

```
                1         2         3         4         5
Col. 12345678901234567890123456789012345678901234567890

     00

     001

     1.0

     020104004100

     0.2       0.0       1.0

     0.0       0.0       -1.0

     0.0       0.0       -1.0

     0.0       0.25      1.0

     0.0       +0.628E-02

     0.0

     5.0

     0.0       0.0       1.0

     0.0       0.25

     ITOTVRESVBOBVCON

     Tarjeta en blanco obligatoria
```

Tabla 6-10 Datos de entrada para el ejemplo 6.

La tabla de respuestas para el circuito de la Fig. 6-21 - se encuentra representada en la Tabla 6-11, y los gráficos para la variación de la corriente total del circuito, la variación del voltaje en la resistencia, la variación del voltaje - en la bobina y la variación del voltaje en el condensador, se- encuentran representadas en las Figuras: 6-24, 6-25, 6-26, y - 6-27; respectivamente.

```
DOS FORTRAN-IV 360N-FO-479-3-8          MAINPGM          DATE  19/11/79      TIME

                C---- SUBRUTINA DE MATRICES DE CORRIENTES TANTO PARA LAS CONDICIONES
                C---- INICIALES, COMO PARA UN TIEMPO MAYOR QUE 0+
 0001                 SUBROUTINE CORR(T,VE,CE,R,C,B,CIN,I,H)
 0002                 DIMENSION VE(40),CE(40),R(40),C(40),B(40),CIN(30)
 0003                 IF(I.NE.0)GO TO 10
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIA
                C---- LES DEL CIRCUITO, Y GUARDAR EN LOS CAMPOS CIN(I),    CORRESPON-
                C---- DIENTES
                C---- ------------------------------------------------------------
 0004                 CIN(1)=CE(3)
                C---- ------------------------------------------------------------
                C---- FIN DE LAS LINEAS QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIALES
                C---- ------------------------------------------------------------
 0005                 RETURN
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A T MAYOR QUE 0+
                C---- Y GURDAR EN LOS CAMPOS CIN(I) CORRESPONDIENTES
                C---- ------------------------------------------------------------
 0006              10 CIN(1)=50.*SIN(2000.*T)/R(2)-CE(3)
 0007                 CIN(2)=C(4)*VE(4)/H+CE(3)
                C---- ------------------------------------------------------------
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES PARA T MAYOR QUE 0+
                C---- ------------------------------------------------------------
 0008                 RETURN
 0009                 END
```

ANEXO-19. Listado del subprograma CORR para el circuito RLC conalimentación senoidal del ejemplo 6.

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE  19/11/79      TIME

                C---- SUBRUTINA PARA INDICAR LAS RESPUESTAS NECESARIAS, GUARDANDOLAS
                C---- EN LOS CAMPOS VOUT(I,J) CORRESPONDIENTES EN FUNCION DE LOS CAM
                C---- POS VN(I), Y DE LOS VALORES DE LOS ELEMENTOS
  0001                SUBROUTINE RESP(I,VN,VE,CE,R,C,B,VOUT,T,H)
  0002                DIMENSION VN(30),VE(40),CE(40),R(40),C(40),B(40),VOUT(200,30)
  0003                IF(I.NE.0)GO TO 10
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS RESPUESTAS SEGUN LAS CON-
                C---- DICIONES INICIALES EN LOS CAMPOS VOUT(1,J) CORRESPONDIENTES.
                C----
  0004                VOUT(1,1)=VN(1)
  0005                VOUT(1,2)=50.*SIN(2000.*T)-50.*SIN(2000.*T)
  0006                VOUT(1,3)=VOUT(1,2)
  0007                VOUT(1,4)=VE(4)
                C----
                C---- FIN DE LAS RESPUESTAS SEGUN LAS CONDICIONES INICIALES
                C----
  0008                RETURN
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DETERMINAN LAS RESPUESTAS PARA TIEMPOS
                C---- MAYORES QUE 0+ EN LOS CORRESPONDIENTES CAMPOS VOUT(I,J).
                C----
  0009             10 VOUT(I,1)=(50.*SIN(2000.*T)-VN(1))/R(2)
  0010                VOUT(I,2)=50.*SIN(2000.*T)-VN(1)
  0011                VOUT(I,3)=VN(1)-VN(2)
  0012                VOUT(I,4)=VN(2)
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS RESPUESTAS
                C----
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS NUEVAS CONDICIONES INICIALES
                C----
  0013                CE(3)=VOUT(I,1)
  0014                VE(4)=VN(2)
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS NUEVAS CONDICIONES INICIALES
                C----
  0015                RETURN
  0016                END
```

ANEXO-20. Listado del subprograma RESP para el circuito RLC

con alimentación senoidal del ejemplo 6.

TIEMPO	ITOT	VRES	VBOB	VCON
0.000E 00	0.000E 00	0.000E 00	0.000E 00	0.000E 00
0.627E-04	0.393E-03	0.196E-02	0.626E 01	0.988E-07
0.125E-03	0.117E-02	0.586E-02	0.124E 02	0.393E-06
0.188E-03	0.232E-02	0.116E-01	0.183E 02	0.978E-06
0.251E-03	0.383E-02	0.191E-01	0.240E 02	0.194E-05
0.313E-03	0.568E-02	0.284E-01	0.293E 02	0.337E-05
0.376E-03	0.783E-02	0.391E-01	0.341E 02	0.533E-05
0.439E-03	0.102E-01	0.512E-01	0.384E 02	0.791E-05
0.502E-03	0.128E-01	0.644E-01	0.421E 02	0.111E-04
0.565E-03	0.157E-01	0.786E-01	0.451E 02	0.151E-04
0.627E-03	0.187E-01	0.935E-01	0.474E 02	0.198E-04
0.690E-03	0.217E-01	0.108E 00	0.489E 02	0.252E-04
0.753E-03	0.249E-01	0.124E 00	0.497E 02	0.315E-04
0.816E-03	0.280E-01	0.140E 00	0.497E 02	0.385E-04
0.879E-03	0.311E-01	0.155E 00	0.489E 02	0.463E-04
0.941E-03	0.340E-01	0.170E 00	0.473E 02	0.549E-04
0.100E-02	0.369E-01	0.184E 00	0.450E 02	0.642E-04
0.106E-02	0.395E-01	0.197E 00	0.420E 02	0.741E-04
0.113E-02	0.419E-01	0.209E 00	0.383E 02	0.847E-04
0.119E-02	0.441E-01	0.220E 00	0.340E 02	0.957E-04
0.125E-02	0.459E-01	0.229E 00	0.292E 02	0.107E-03
0.131E-02	0.474E-01	0.237E 00	0.239E 02	0.119E-03
0.138E-02	0.485E-01	0.242E 00	0.182E 02	0.131E-03
0.144E-02	0.493E-01	0.246E 00	0.122E 02	0.143E-03
0.150E-02	0.497E-01	0.248E 00	0.609E 01	0.156E-03
0.156E-02	0.497E-01	0.248E 00	-0.168E 00	0.168E-03
0.163E-02	0.493E-01	0.246E 00	-0.643E 01	0.181E-03
0.169E-02	0.485E-01	0.242E 00	-0.125E 02	0.193E-03
0.175E-02	0.473E-01	0.236E 00	-0.185E 02	0.205E-03
0.182E-02	0.458E-01	0.229E 00	-0.242E 02	0.216E-03
0.188E-02	0.439E-01	0.219E 00	-0.295E 02	0.227E-03
0.194E-02	0.418E-01	0.209E 00	-0.343E 02	0.238E-03
0.200E-02	0.394E-01	0.197E 00	-0.386E 02	0.248E-03
0.207E-02	0.367E-01	0.183E 00	-0.423E 02	0.257E-03
0.213E-02	0.338E-01	0.169E 00	-0.453E 02	0.266E-03
0.219E-02	0.308E-01	0.154E 00	-0.476E 02	0.273E-03
0.226E-02	0.278E-01	0.139E 00	-0.492E 02	0.280E-03
0.232E-02	0.246E-01	0.123E 00	-0.500E 02	0.287E-03
0.238E-02	0.215E-01	0.107E 00	-0.500E 02	0.292E-03
0.244E-02	0.184E-01	0.921E-01	-0.492E 02	0.297E-03
0.251E-02	0.154E-01	0.771E-01	-0.476E 02	0.300E-03
0.257E-02	0.125E-01	0.628E-01	-0.453E 02	0.304E-03
0.263E-02	0.991E-02	0.495E-01	-0.423E 02	0.306E-03
0.270E-02	0.748E-02	0.374E-01	-0.386E 02	0.308E-03
0.276E-02	0.532E-02	0.266E-01	-0.343E 02	0.309E-03
0.282E-02	0.346E-02	0.173E-01	-0.295E 02	0.310E-03
0.288E-02	0.194E-02	0.972E-02	-0.242E 02	0.311E-03
0.295E-02	0.778E-03	0.389E-02	-0.185E 02	0.311E-03
0.301E-02	-0.123E-04	-0.619E-04	-0.125E 02	0.311E-03
0.307E-02	-0.415E-03	-0.207E-02	-0.642E 01	0.311E-03

Tabla 6-11. Tabla de variación de la corriente total, del voltaje en la resistencia, del voltaje en la bobina y del voltaje en el condensador para el circuito del ejemplo 6

	TIEMPO	ITOT	VRES	VBOB	VCON
52	0.313E-02	-0.425E-03	-0.212E-02	-0.158E 00	0.311E-03
53	0.320E-02	-0.424E-04	-0.212E-03	0.610E 01	0.311E-03
54	0.326E-02	0.728E-03	0.364E-02	0.122E 02	0.311E-03
55	0.332E-02	0.187E-02	0.936E-02	0.182E 02	0.311E-03
56	0.339E-02	0.337E-02	0.168E-01	0.239E 02	0.312E-03
57	0.345E-02	0.521E-02	0.260E-01	0.292E 02	0.313E-03
58	0.351E-02	0.735E-02	0.367E-01	0.340E 02	0.315E-03
59	0.357E-02	0.976E-02	0.488E-01	0.383E 02	0.318E-03
	0.364E-02	0.124E-01	0.620E-01	0.420E 02	0.321E-03
	0.370E-02	0.152E-01	0.761E-01	0.450E 02	0.325E-03
	0.376E-02	0.182E-01	0.910E-01	0.474E 02	0.329E-03
2	0.383E-02	0.212E-01	0.106E 00	0.489E 02	0.335E-03
3	0.389E-02	0.244E-01	0.122E 00	0.497E 02	0.341E-03
4	0.395E-02	0.275E-01	0.137E 00	0.497E 02	0.348E-03
5	0.401E-02	0.306E-01	0.153E 00	0.489E 02	0.355E-03
6	0.408E-02	0.335E-01	0.167E 00	0.474E 02	0.364E-03
7	0.414E-02	0.364E-01	0.182E 00	0.451E 02	0.373E-03
8	0.420E-02	0.390E-01	0.195E 00	0.421E 02	0.383E-03
9	0.427E-02	0.414E-01	0.207E 00	0.384E 02	0.393E-03
10	0.433E-02	0.436E-01	0.218E 00	0.341E 02	0.404E-03
11	0.439E-02	0.454E-01	0.227E 00	0.293E 02	0.416E-03
12	0.445E-02	0.469E-01	0.234E 00	0.240E 02	0.427E-03
13	0.452E-02	0.481E-01	0.240E 00	0.183E 02	0.439E-03
14	0.458E-02	0.489E-01	0.244E 00	0.124E 02	0.452E-03
15	0.464E-02	0.493E-01	0.246E 00	0.625E 01	0.464E-03
16	0.470E-02	0.493E-01	0.246E 00	-0.514E-02	0.477E-03
17	0.477E-02	0.489E-01	0.244E 00	-0.626E 01	0.489E-03
18	0.483E-02	0.481E-01	0.240E 00	-0.124E 02	0.501E-03
19	0.489E-02	0.469E-01	0.234E 00	-0.184E 02	0.513E-03
20	0.496E-02	0.454E-01	0.227E 00	-0.240E 02	0.524E-03
21	0.502E-02	0.436E-01	0.218E 00	-0.293E 02	0.535E-03
22	0.508E-02	0.414E-01	0.207E 00	-0.342E 02	0.546E-03
23	0.514E-02	0.390E-01	0.195E 00	-0.385E 02	0.555E-03
24	0.521E-02	0.363E-01	0.181E 00	-0.422E 02	0.564E-03
25	0.527E-02	0.335E-01	0.167E 00	-0.452E 02	0.573E-03
26	0.533E-02	0.305E-01	0.152E 00	-0.476E 02	0.581E-03
27	0.540E-02	0.274E-01	0.137E 00	-0.491E 02	0.587E-03
28	0.546E-02	0.243E-01	0.121E 00	-0.500E 02	0.594E-03
29	0.552E-02	0.211E-01	0.105E 00	-0.500E 02	0.599E-03
30	0.558E-02	0.180E-01	0.904E-01	-0.492E 02	0.603E-03
31	0.565E-02	0.150E-01	0.754E-01	-0.477E 02	0.607E-03
32	0.571E-02	0.122E-01	0.611E-01	-0.454E 02	0.610E-03
33	0.577E-02	0.956E-02	0.478E-01	-0.424E 02	0.613E-03
34	0.584E-02	0.713E-02	0.356E-01	-0.387E 02	0.615E-03
35	0.590E-02	0.496E-02	0.248E-01	-0.344E 02	0.616E-03
36	0.596E-02	0.310E-02	0.155E-01	-0.296E 02	0.617E-03
37	0.602E-02	0.156E-02	0.784E-02	-0.243E 02	0.617E-03
38	0.609E-02	0.393E-03	0.196E-02	-0.187E 02	0.617E-03
39	0.615E-02	-0.407E-03	-0.203E-02	-0.127E 02	0.617E-03
40	0.621E-02	-0.820E-03	-0.410E-02	-0.658E 01	0.617E-03

Tabla 6-11. (*continuación*)

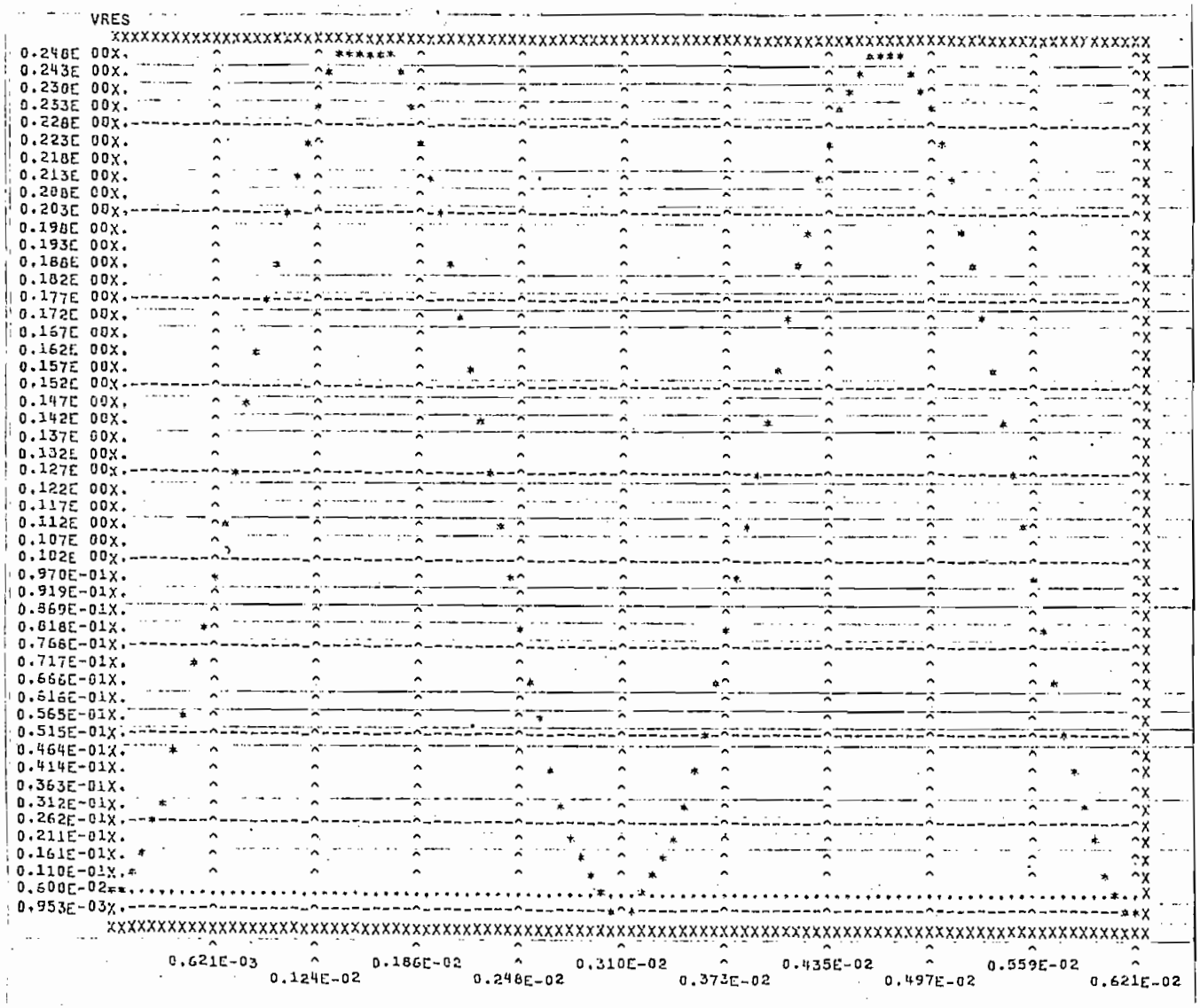


Fig. 6-24. Variación de la corriente total del circuito RLC con alimentación senoidal del ejmplo 6.

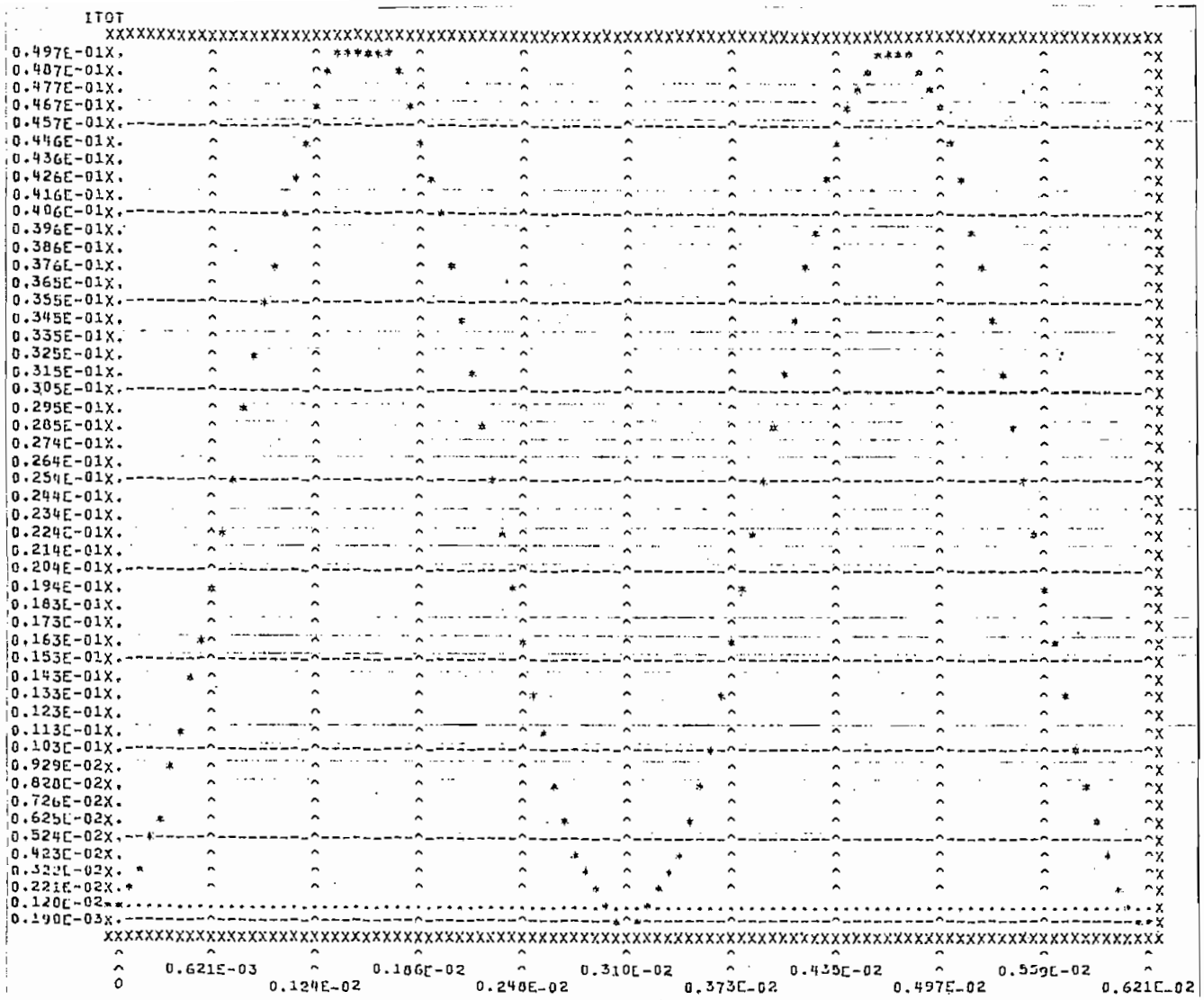


Fig.6-25. Variación del voltaje en la resistencia del circuito RLC con alimentación senoidal del ejemplo 6.

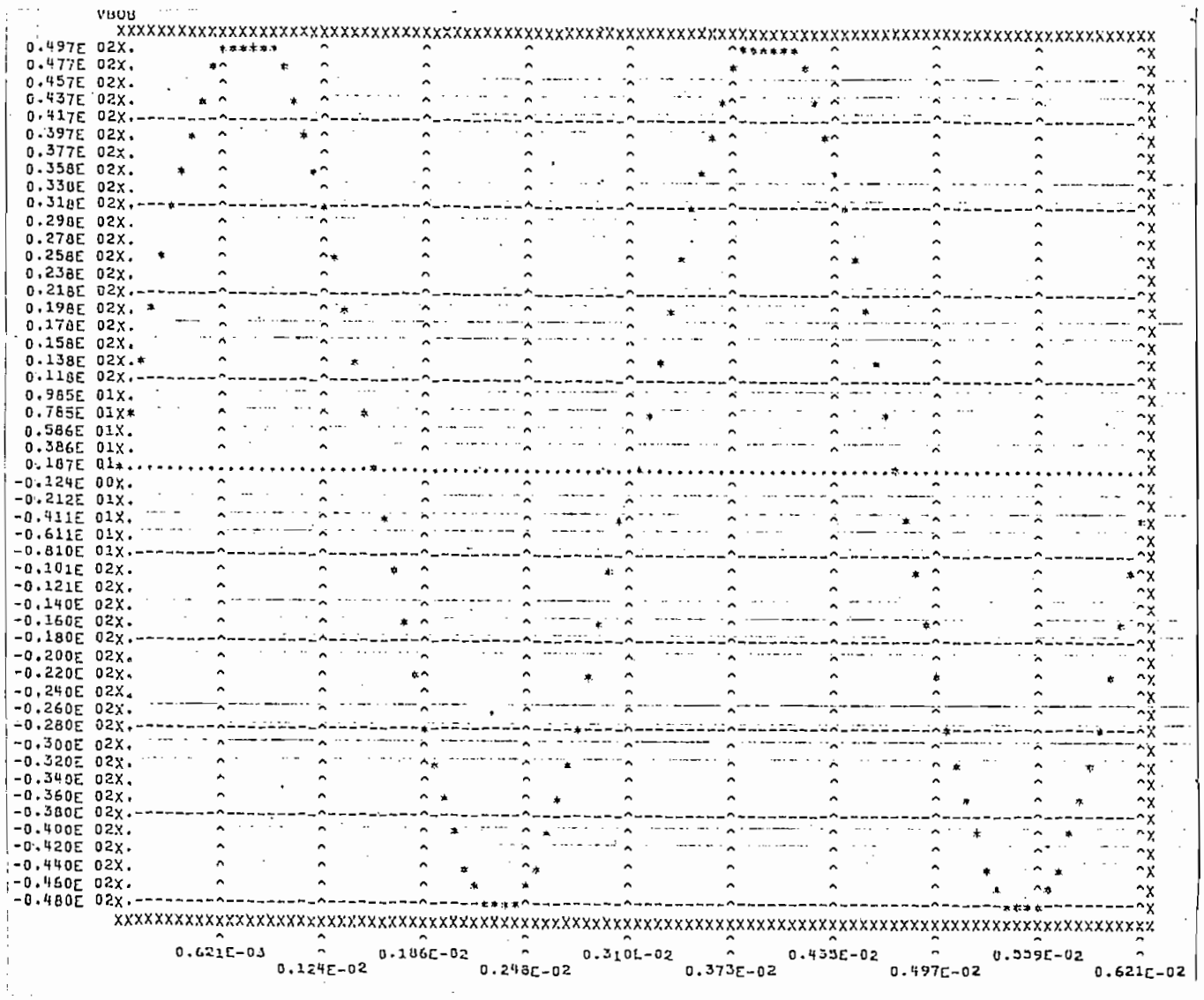


Fig. 6-26. Variación del voltaje en la bobina del circuito RLC con alimentación senoidal del ejemplo 6.

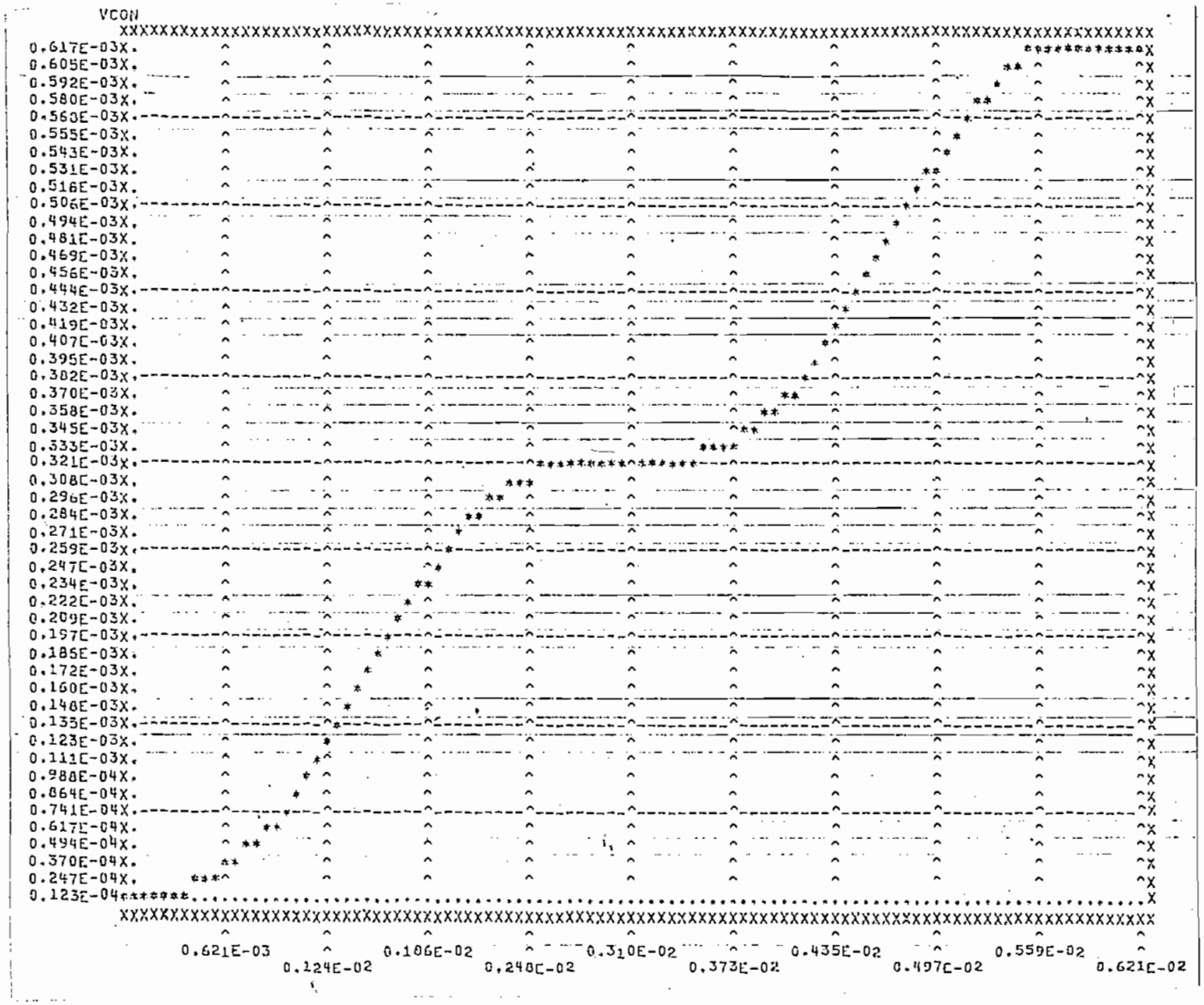


Fig. 6-27. Variación del voltaje en el condensador del circuito RLC con alimentación senoidal del ejemplo 6.

6-7. Ejemplo 7: aplicación del método de simulación lineal en un circuito RC de tres mallas.-

Determinar la variación de la corriente total del circuito de la Fig. 6-28, al igual que la variación del voltaje en los dos condensadores.

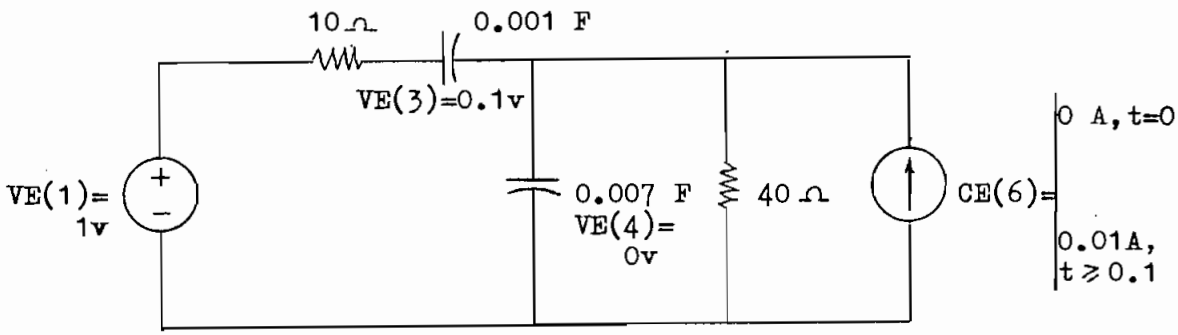


Fig. 6-28

6-7-1. Análisis del circuito para $t = 0^+$.-

El circuito equivalente para considerar las condiciones iniciales se encuentra en la Fig. 6-29.

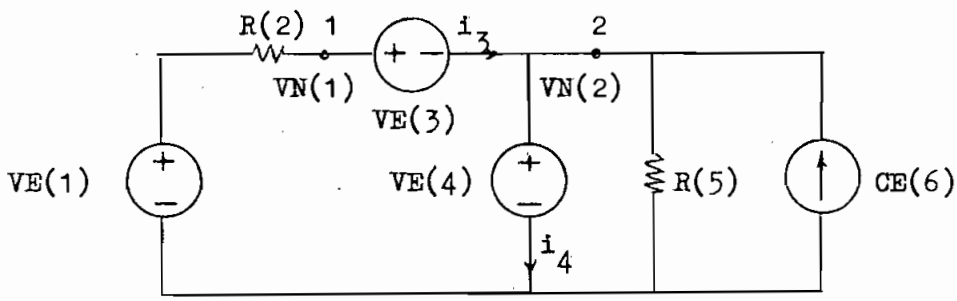


Fig. 6-29

La ecuación de equilibrio para el nudo 1 es:

$$\frac{VN(1) - VE(1)}{R(2)} + i_3 = 0 \qquad (6\text{-}77)$$

y para el nudo 2,

$$\frac{VN(2)}{R(5)} + i_4 - i_3 - CE(6) = 0 \qquad (6\text{-}78)$$

Representando las ecuaciones (6-77) y (6-78) en forma de un sistema matricial, se tiene:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{VE(1) - VN(1)}{R(2)} \\ CE(6) - \dfrac{VN(2)}{R(5)} \end{bmatrix} \qquad (6\text{-}79)$$

pero, $VN(1) = VE(3) + VE(4)$ (6-80)

y, $VN(2) = VE(4)$ (6-81)

Reemplazando (6-80) y (6-81) en el sistema (6-79), queda:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{VE(1) - VE(3) - VE(4)}{R(2)} \\ CE(6) - \dfrac{VE(4)}{R(5)} \end{bmatrix} \qquad (6\text{-}82)$$

6-7-2. Análisis del circuito para las condiciones generales.-

El circuito equivalente en este caso se encuentra representado en la Fig. 6-30.

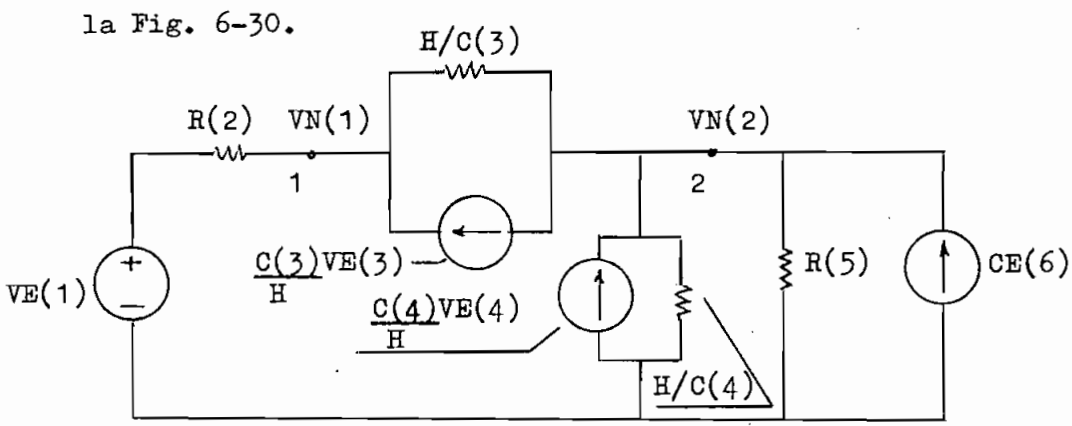


Fig. 6-30

La ecuación de equilibrio para el nudo 1 es:

$$\frac{VN(1) - VE(1)}{R(2)} + \frac{VN(1) - VN(2)}{H/C(3)} - \frac{C(3)}{H}VE(3) = 0 \qquad (6\text{-}83)$$

y para el nudo 2,

$$\frac{VN(2) - VN(1)}{H/C(3)} + \frac{VN(2)}{H/C(4)} + \frac{VN(2)}{R(5)} + \frac{C(3)}{H} VE(3)$$

$$- \frac{C(4)}{H} VE(4) - CE(6) = 0 \qquad (6\text{-}84)$$

Representando las ecuaciones (6-83) y (6-84) en forma matrí - cial se tiene:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R(2)} + \frac{C(3)}{H} & - \frac{C(3)}{H} \\ - \frac{C(3)}{H} & \frac{1}{R(5)} + \frac{C(3)}{H} + \frac{C(4)}{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VN(1) \\ VN(2) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{VE(1)}{R(2)} + \frac{C(3)}{H} VE(3) \\ CE(6) + \frac{C(4)}{H} VE(4) - \frac{C(3)}{H} VE(3) \end{bmatrix} \qquad (6\text{-}85)$$

6-7-3. Ecuaciones que intervienen en los subprogramas CORR y RESP.-

Para determinar las ecuaciones que intervienen en el - subprograma CORR, partimos de los sistemas (6-82) y (6-85). Por lo tanto, para las condiciones iniciales se tiene:

$$CIN(1) = \frac{VE(1) - VE(3) - VE(4)}{R(2)} \qquad (6\text{-}86)$$

y, $$CIN(2) = CE(6) - \frac{VE(4)}{R(5)} \qquad (6\text{-}87)$$

Para las condiciones generales se tiene:

$$CIN(1) = \frac{VE(1)}{R(2)} + \frac{C(3)}{H} VE(3) \qquad (6\text{-}88)$$

y, $$CIN(2) = CE(6) + \frac{C(4)}{H} VE(4) - \frac{C(3)}{H} VE(3) \qquad (6\text{-}89)$$

Para indicar la variación de la fuente de corriente - CE(6) al programa, debe considerarse en las condiciones ge-

nerales, la siguiente instrucción:

IF(T.GE.0.1)CE(6) = 0.01

Esta instrucción debe ir antes de las ecuaciones (6-88) y (6-89).

Para determinar las ecuaciones que intervienen en el subpro - grama RESP, se parte de los valores que se encuentran almacenados- en el arreglo VN, de tal manera que, en condiciones iniciales se - tiene:

$$VOUT(1,1) = VN(1) \tag{6-90}$$

para la variación de la corriente total en condiciones iniciales,

$$VOUT(1,2) = VE(3) \tag{6-91}$$

para la variación del voltaje en el condensador C(3),

$$VOUT(1,3) = VE(4) \tag{6-92}$$

para la variación del voltaje en el condensador C(4).

Pra las condiciones generales se tiene en primer lugar, la - instrucción que determina la variación de corriente en la fùente - CE(6). Por lo tanto,

IF(T.GE.0.1)CE(6) = 0.01

y las ecuaciones que determinan las respuestas en estas condiciones son:

$$VOUT(I,1) = \frac{VE(1) - VN(1)}{R(2)} \tag{6-93}$$

para la variación de la corriente total,

$$VOUT(I,2) = VN(1) - VN(2) \tag{6-94}$$

para la variación del voltaje en el condensador c(3), y

$$VOUT(I,3) = VN(2) \tag{6-95}$$

para la variación del voltaje en el condensador C(4).

Las ecuaciones que definen la variación de las condiciones i-

niciales, y que van incluídas en el subprograma RESP son:

$$VE(3) = VN(1) - VN(2) \tag{6-96}$$

y,

$$VE(4) = VN(2) \tag{6-97}$$

Los listados correspondientes para estos dos subprogramas se encuentran detallados en los ANEXOS 21 y 22; respectivamente.

6-7-4. Dátos para la ejecución del sistema de programas.-

La matriz de datos para este ejemplo, se toma de los sistemas (6-82) y (6-85). Del sistema (6-82) se toma la matriz de constantes tal como resúlta del análisis en condiciones iniciales, mientras que para tomar la matriz de constantes en condiciones generales del sistema (6-85), se debe reemplazar los correspondientes valores de los elementos del circuito que intervienen en ella. Por lo tanto,

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R(2)} + \frac{C(3)}{H} & -\frac{C(3)}{H} \\ -\frac{C(3)}{H} & \frac{1}{R(5)} + \frac{C(3)}{H} + \frac{C(4)}{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 + \frac{0.001}{H} & -\frac{0.001}{H} \\ -\frac{0.001}{H} & 0.025 + \frac{0.008}{H} \end{bmatrix} \tag{6-97}$$

El orden como debe proprocionarse los datos al computador, debe estar de acuerdo a la tabla 6-12, representando cada línea; una tarjeta de datos.

```
             1         2         3         4         5
Col. 12345678901234567890123456789012345678901234567890

     00

     002

     1.0

     0.0

     -1.0

     1.0

     020103006050

     0.1       0.001

     0.0       -0.001

     0.0       -0.001

     0.025     0.008

     0.0       1.25

     0.0       0.0       0.0       1.0

     10.0

     0.0       0.001     0.0       0.1

     0.0       0.007

     40.0

     0.0

     ITOTVC3 VC4
```

Tarjeta en blanco obligatoria.

Tabla 6-12. Datos de entrada para el ejemplo 7.

La tabla de respuestas para el circuito de la Fig. 6-21, se encuentra en la tabla 6-13, y los gráficos correspondientes en la Figuras: 6-31, 6-32 y 6-33.

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE  19/11/79      TIME
                C---- SUBRUTINA DE MATRICES DE CORRIENTES TANTO PARA LAS CONDICIONES
                C---- INICIALES, COMO PARA UN TIEMPO MAYOR QUE 0+
 0001                 SUBROUTINE CORR(T,VE,CE,R,C,B,CIN,I,H)
 0002                 DIMENSION VE(40),CE(40),R(40),C(40),B(40),CIN(30)
 0003                 IF(I.NE.0)GO TO 10
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIA
                C---- LES DEL CIRCUITO, Y GUARDAR EN LOS CAMPOS CIN(I),  CORRESPON-
                C---- DIENTES
                C----
 0004                 CIN(2)=CE(6)-VE(4)/R(5)
 0005                 CIN(1)=(VE(1)-VE(3)-VE(4))/R(2)
                C----
                C---- FIN DE LAS LINEAS QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIALES
                C----
 0006                 RETURN
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A T MAYOR QUE 0+
                C---- Y GURDAR EN LOS CAMPOS CIN(I) CORRESPONDIENTES
                C----
 0007              10 IF(T.GE..1)CE(6)=0.01
 0008                 CIN(1)=VE(1)/R(2)+C(3)*VE(3)/H
 0009                 CIN(2)=CE(6)+C(4)*VE(4)/H-C(3)*VE(3)/H
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES PARA T MAYOR QUE 0+
                C----
 0010                 RETURN
 0011                 END
```

ANEXO-21. Listado del subprograma CORR para el circuito RC de tresmallas del ejemplo 7.

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE  19/11/79      TIME
                C---- SUBRUTINA PARA INDICAR LAS RESPUESTAS NECESARIAS, GUARDANDOLAS
                C---- EN LOS CAMPOS VOUT(I,J) CORRESPONDIENTES EN FUNCION DE LOS CAM
                C---- POS VN(I), Y DE LOS VALORES DE LOS ELEMENTOS
 0001                 SUBROUTINE RESP(I,VN,VE,CE,R,C,B,VOUT,T,H)
 0002                 DIMENSION VN(30),VE(40),CE(40),R(40),C(40),B(40),VOUT(200,30)
 0003                 IF(I.NE.0)GO TO 10
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS RESPUESTAS SEGUN LAS CON-
                C---- DICIONES INICIALES EN LOS CAMPOS VOUT(1,J) CORRESPONDIENTES.
                C----
 0004                 VOUT(1,1)=VN(1)
 0005                 VOUT(1,2)=VE(3)
 0006                 VOUT(1,3)=VE(4)
                C----
                C---- FIN DE LAS RESPUESTAS SEGUN LAS CONDICIONES INICIALES
                C----
 0007                 RETURN
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DETERMINAN LAS RESPUESTAS PARA TIEMPOS
                C---- MAYORES QUE 0+ EN LOS CORRESPONDIENTES CAMPOS VOUT(I,J).
                C----
 0008              10 IF(T.GE..1)CE(6)=0.01
 0009                 VOUT(I,1)=(VE(1)-VN(1))/R(2)
 0010                 VOUT(I,2)=VN(1)-VN(2)
 0011                 VOUT(I,3)=VN(2)
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS RESPUESTAS
                C----
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS NUEVAS CONDICIONES INICIALES
                C----
 0012                 VE(3)=VN(1)-VN(2)
 0013                 VE(4)=VN(2)
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES QUE DEFINEN LAS NUEVAS CONDICIONES INICIALES
                C----
 0014                 RETURN
 0015                 END
```

ANEXO-22. Listado del subprograma RESP para el circuito RC de tres mallas del ejemplo 7.

TIEMPO	ITOT	VC3	VC4
0.0	0.900E-01	0.100E 00	0.0
0.250E-01	0.235E-01	0.688E 00	0.771E-01
0.500E-01	0.631E-02	0.845E 00	0.914E-01
0.750E-01	0.184E-02	0.892E 00	0.900E-01
0.100E 00	-0.182E-03	0.887E 00	0.115E 00
0.125E 00	-0.658E-03	0.871E 00	0.136E 00
0.150E 00	-0.737E-03	0.852E 00	0.155E 00
0.175E 00	-0.717E-03	0.834E 00	0.173E 00
0.200E 00	-0.673E-03	0.817E 00	0.189E 00
0.225E 00	-0.627E-03	0.802E 00	0.205E 00
0.250E 00	-0.582E-03	0.787E 00	0.219E 00
0.275E 00	-0.540E-03	0.774E 00	0.232E 00
0.300E 00	-0.501E-03	0.761E 00	0.244E 00
0.325E 00	-0.465E-03	0.749E 00	0.255E 00
0.350E 00	-0.432E-03	0.739E 00	0.266E 00
0.375E 00	-0.400E-03	0.729E 00	0.275E 00
0.400E 00	-0.371E-03	0.719E 00	0.284E 00
0.425E 00	-0.345E-03	0.711E 00	0.293E 00
0.450E 00	-0.320E-03	0.703E 00	0.300E 00
0.475E 00	-0.297E-03	0.695E 00	0.308E 00
0.500E 00	-0.275E-03	0.688E 00	0.314E 00
0.525E 00	-0.255E-03	0.682E 00	0.320E 00
0.550E 00	-0.237E-03	0.676E 00	0.326E 00
0.575E 00	-0.220E-03	0.671E 00	0.332E 00
0.600E 00	-0.204E-03	0.666E 00	0.336E 00
0.625E 00	-0.189E-03	0.661E 00	0.341E 00
0.650E 00	-0.176E-03	0.656E 00	0.345E 00
0.675E 00	-0.163E-03	0.652E 00	0.349E 00
0.700E 00	-0.151E-03	0.649E 00	0.353E 00
0.725E 00	-0.140E-03	0.645E 00	0.356E 00
0.750E 00	-0.130E-03	0.642E 00	0.359E 00
0.775E 00	-0.121E-03	0.639E 00	0.362E 00
0.800E 00	-0.112E-03	0.636E 00	0.365E 00
0.825E 00	-0.104E-03	0.633E 00	0.368E 00
0.850E 00	-0.963E-04	0.631E 00	0.370E 00
0.875E 00	-0.894E-04	0.629E 00	0.372E 00
0.900E 00	-0.830E-04	0.627E 00	0.374E 00
0.925E 00	-0.770E-04	0.625E 00	0.376E 00
0.950E 00	-0.714E-04	0.623E 00	0.378E 00
0.975E 00	-0.663E-04	0.621E 00	0.379E 00
0.100E 01	-0.615E-04	0.620E 00	0.381E 00
0.102E 01	-0.570E-04	0.618E 00	0.382E 00
0.105E 01	-0.529E-04	0.617E 00	0.384E 00
0.107E 01	-0.491E-04	0.616E 00	0.385E 00
0.110E 01	-0.456E-04	0.615E 00	0.386E 00
0.112E 01	-0.422E-04	0.614E 00	0.387E 00
0.115E 01	-0.392E-04	0.613E 00	0.388E 00
0.117E 01	-0.363E-04	0.612E 00	0.389E 00
0.120E 01	-0.338E-04	0.611E 00	0.389E 00
0.122E 01	-0.313E-04	0.610E 00	0.390E 00

Tabla 6-13. Tabla de variación de la corriente total, variación del voltaje en el condensador C(3), variación del voltaje en el condensador C(4), del circuito RC de tres mallas del ejemplo 7.

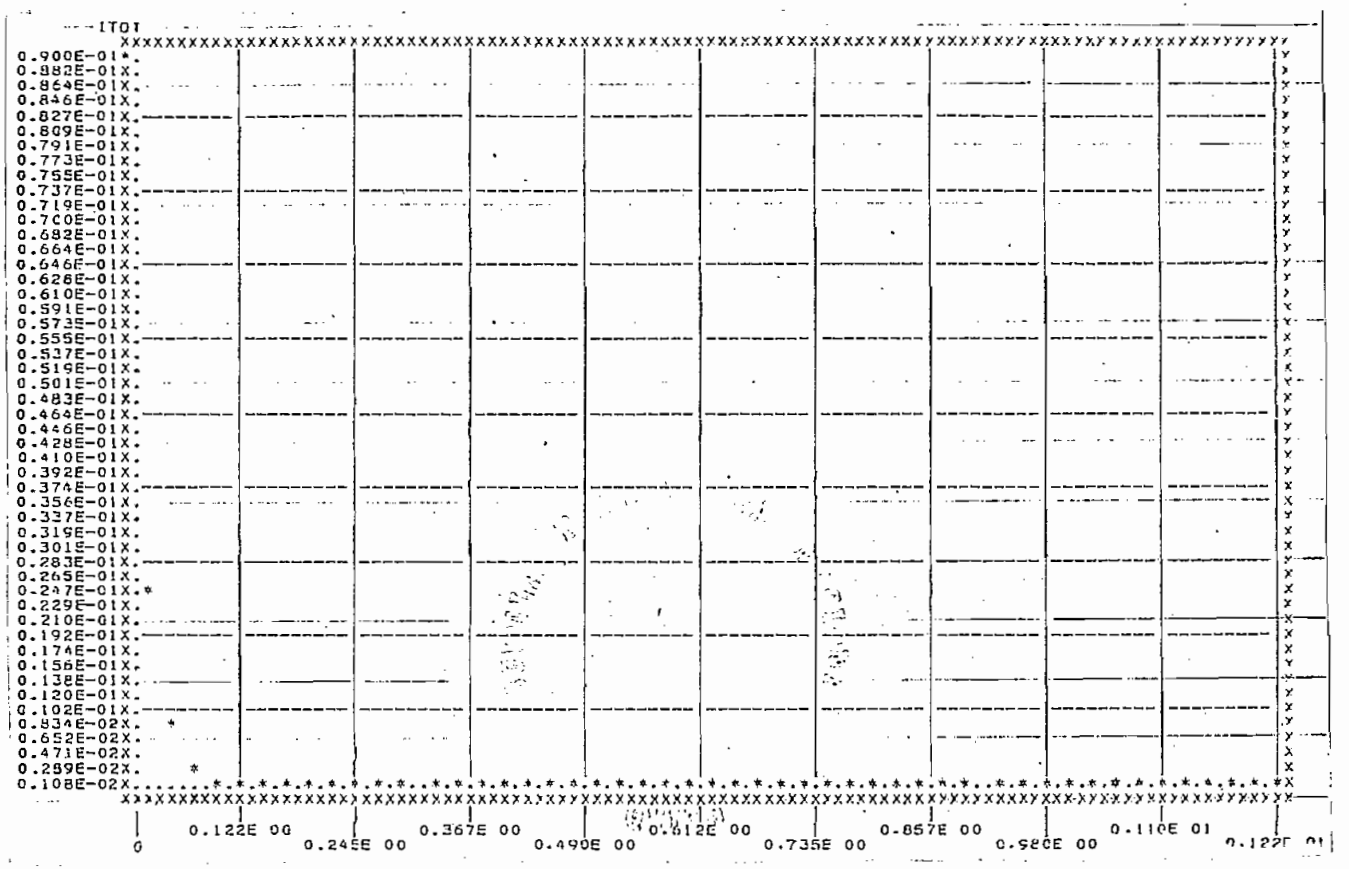


Fig. 6-31. Variación de la corriente total en el circuito RCde tres mallas del ejemplo 7.

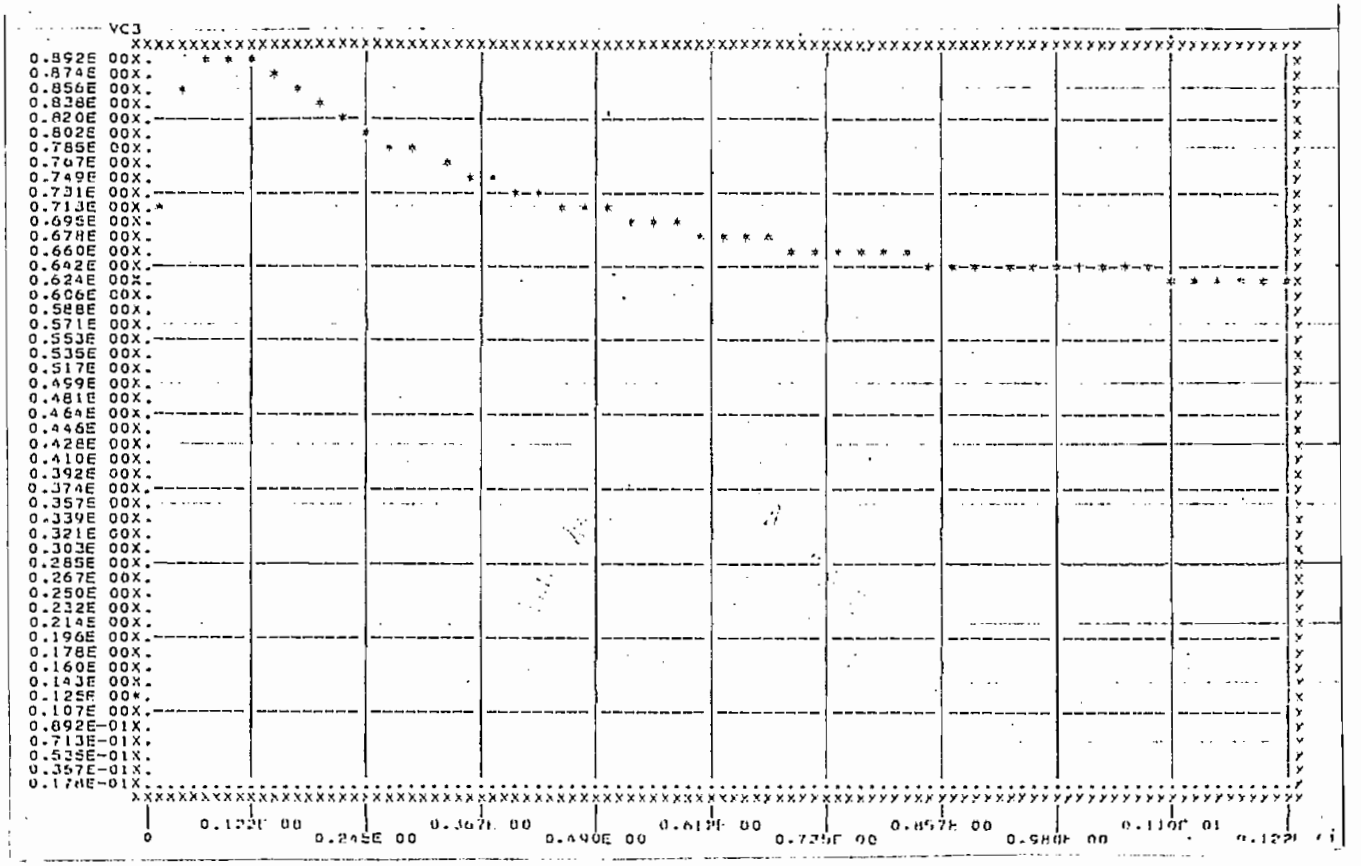


Fig. 6-32. Variación del voltaje en el condensador C(3)

del circuito RC de tres mallas del ejemplo 7.

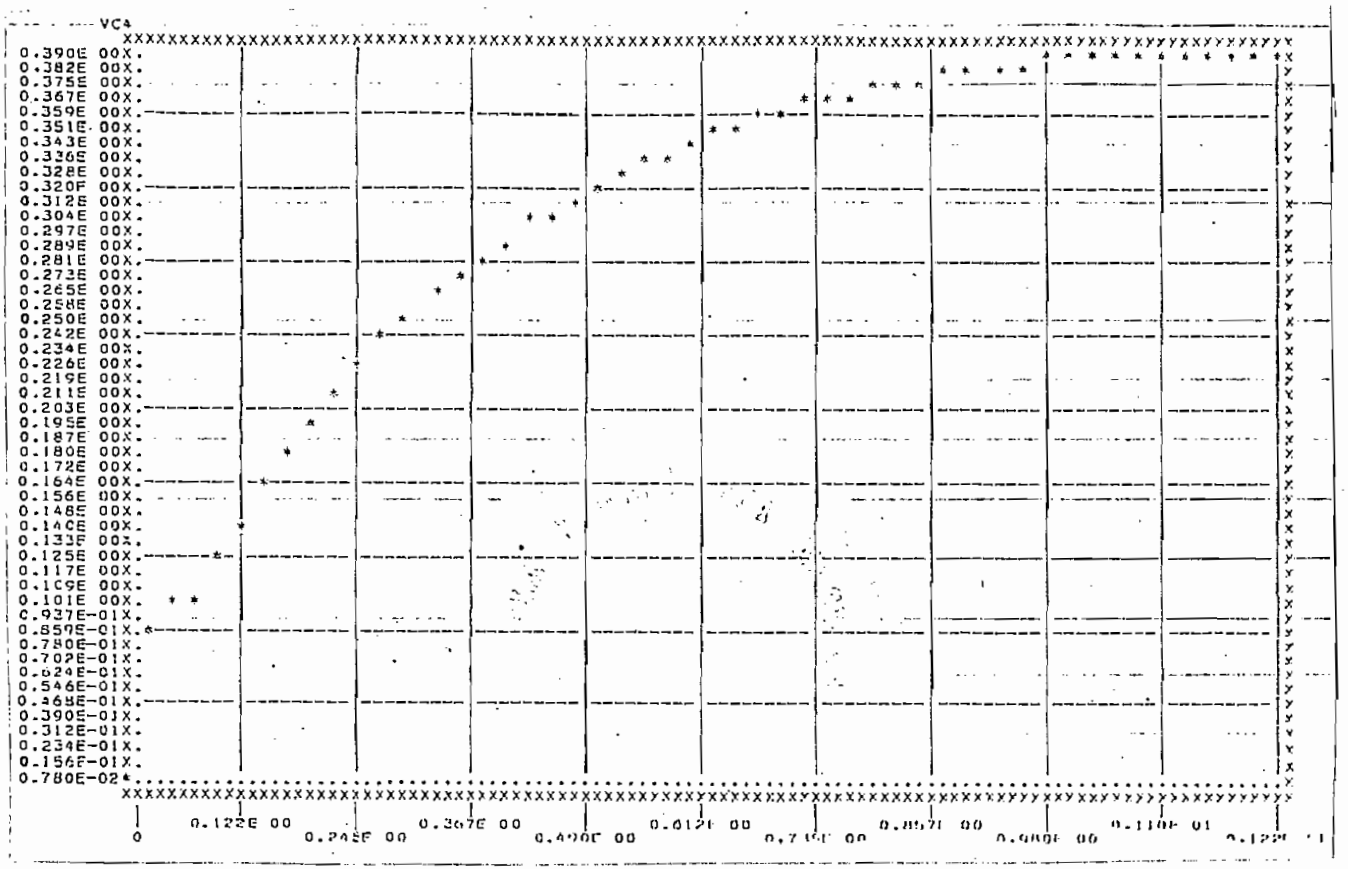


Fig. 6-33. Variación del voltaje en el condensador C(4)

del circuito RC de tres mallas del ejemplo 7.

6-8. Ejemplo 8: aplicación del método de simulación lineal en un circuito RLCM de dos mallas.-

En la Fig. 6-33, se tiene representado un circuito RLCM de dos mallas. Obtener la variación de la corriente para las bobinas del circuito equivalente, según la teoría del apéndice B, y la variación de la corriente en el condensador.

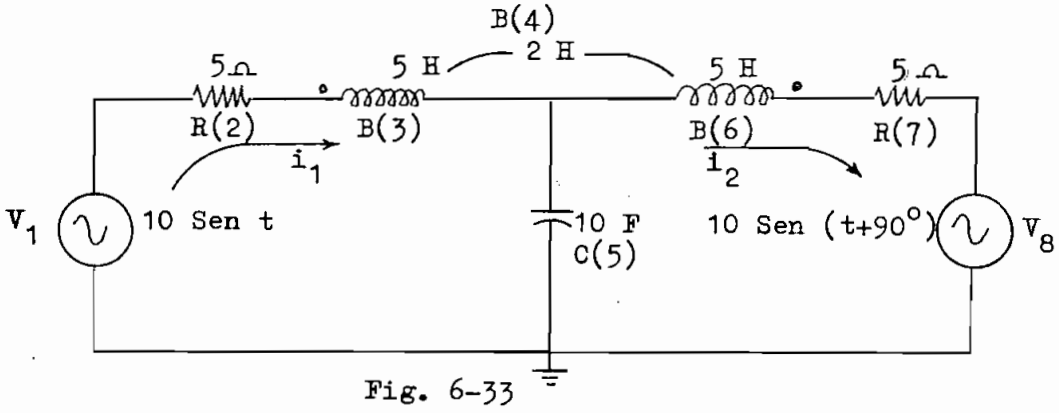


Fig. 6-33

6-8-1. Circuito equivalente con acoplo conductivo.-

Pra determinar el circuito equivalente con acoplo conductivo, se determina las ecuaciones de malla, aplicando la segunda ley de Kirchhoff.

Malla 1

$$R(2)i_1 + B(3)\frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C(5)}\int i_1 dt - \frac{1}{C(5)}\int i_2 dt - B(4)\frac{di_1}{dt} = V_1 \qquad (6\text{-}98)$$

Malla 2

$$R(7)i_2 + B(6)\frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C(5)}\int i_2 dt - \frac{1}{C(5)}\int i_1 dt - B(4)\frac{di_1}{dt} = V_8 \qquad (6\text{-}99)$$

En la Ec. (6-98), si se suma y se resta el factor $B(4)\frac{di_1}{dt}$, y en la ecuación (6-99), se suma y se resta el factor $B(4)\frac{di_2}{dt}$, quedan de la siguiente forma:

$$R(2)i_1 + \left[B(3) - B(4)\right]\frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C(5)}\int (i_1 - i_2)dt + B(4)\left[\frac{di_1}{dt} - \frac{di_2}{dt}\right] = V_1 \qquad (6\text{-}100)$$

y,

$$R(7)i_2 + \left[B(6) - B(4)\right]\frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C(5)}\int (i_2 - i_1)dt + B(4)\left[\frac{di_2}{dt} - \frac{di_1}{dt}\right] = V_8 \qquad (6\text{-}101)$$

De acuerdo a las ecuaciones (6-100) y (6-101), se puede dibujar el circuito equivalente con acoplo conductivo. Por lo tanto,

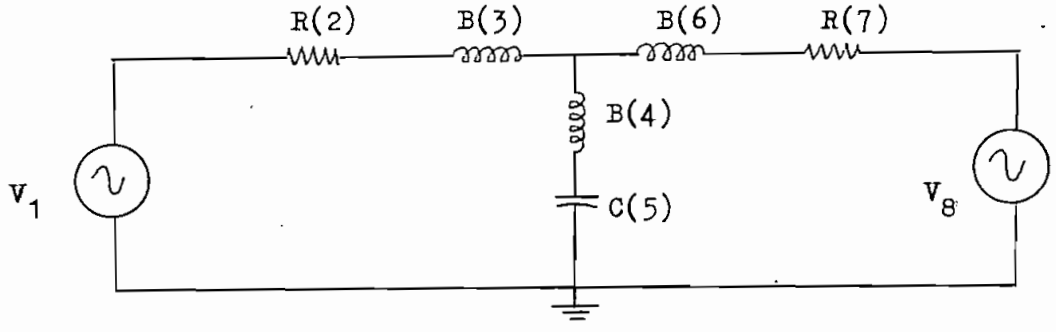


Fig. 6-34

Los valores que toman las bobinas B(3), B(4) y B(6) son:

B(3) = 3H

B(4) = 3H

B(6) = 2H

Una vez obtenido el circuito equivalente con acoplo conductivo, se le aplica el método de simulación lineal para circuitos RLC.

6-8-2. Análisis del circuito para $t = 0^+$.-

El circuito equivalente para estas condiciones se encuentra detallado en la Fig. 6-35.

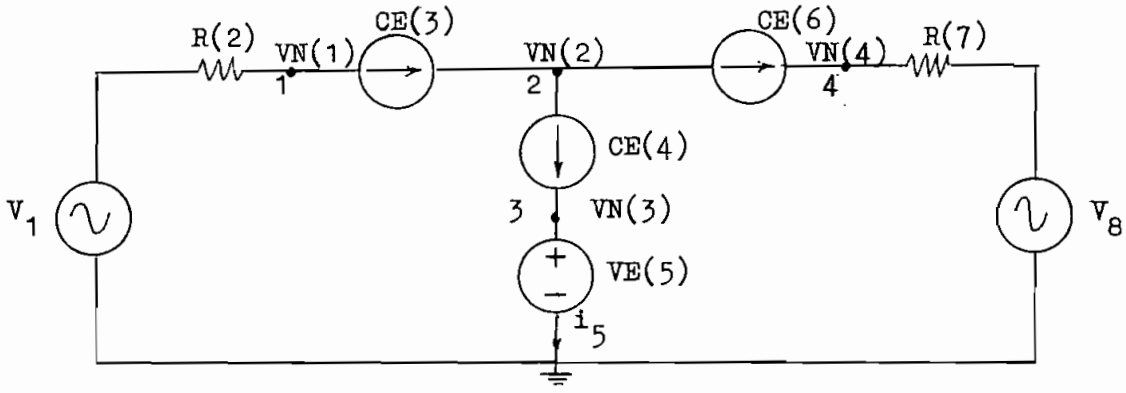


Fig. 6-35

La ecuación de equilibrio para el nudo 1 es:

$$\frac{VN(1) - V_1}{R(2)} + CE(3) = 0 \qquad (6\text{-}102)$$

para el nudo 2,

$$- CE(3) + CE(4) + CE(6) = 0 \qquad (6\text{-}103)$$

para el nudo 3,

$$- CE(5) + i_5 = 0 \qquad (6\text{-}104)$$

y, para el nudo 4,

$$- CE(6) + \frac{VN(4) - V_8}{R(7)} = 0 \qquad (6\text{-}105)$$

Debido a que todas las corrientes en las bobinas, en condiciones iniciales son iguales a cero, se tiene que,

$$i_5 = 0 \qquad (6\text{-}106)$$

Puesto que para utilizar el método de simulación lineal, es necesario que exista por lo menos una ecuación pa-

ra las condiciones iniciales, se tomará la siguiente:

$$\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \qquad (6\text{-}107)$$

6-8-3. Análisis del circuito para las condiciones generales.-

Para este caso debe considerarse el circuito de la Fig. 6-36.

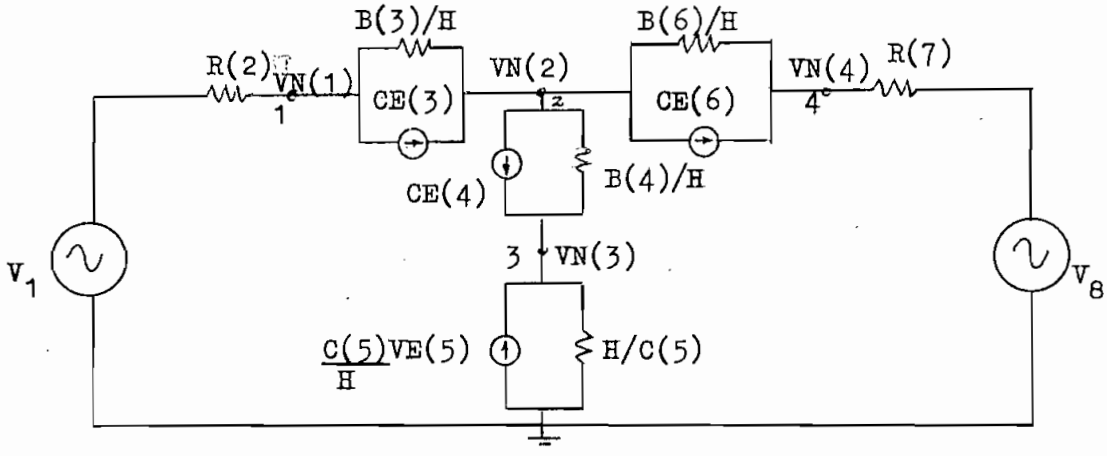


Fig. 6-36

Las ecuaciones de equilibrio son:

para el nudo 1,

$$\frac{VN(1) - V_1}{R(2)} + \frac{VN(1) - VN(2)}{B(3)/H} + CE(3) = 0 \qquad (6\text{-}108)$$

para el nudo 2,

$$\frac{VN(2) - VN(1)}{B(3)/H} + \frac{VN(2) - VN(3)}{B(4)/H} + \frac{VN(2) - VN(4)}{B(6)/H}$$

$$- CE(3) + CE(4) + CE(6) = 0 \qquad (6\text{-}109)$$

para el nudo 3,

$$\frac{VN(3) - VN(2)}{B(4)/H} + \frac{VN(3)}{H/C(5)} - CE(4) - \frac{C(5)}{H}VE(5) = 0 \qquad (6\text{-}110)$$

y, para el nudo 4,

$$\frac{VN(4) - VN(2)}{B(6)/H} + \frac{VN(4) - V_8}{R(7)} - CE(6) = 0 \qquad (6\text{-}111)$$

Las ecuaciones (6-108), (6-109), (6-110) y (6-111) pueden ser representadas en forma de un sistema matricial. Por lo tanto,

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R(2)} + \frac{H}{B(3)} & -\frac{H}{B(3)} & 0 & 0 \\ -\frac{H}{B(3)} & \frac{H}{B(3)} + \frac{H}{B(4)} + \frac{H}{B(6)} & -\frac{H}{B(4)} & -\frac{H}{B(6)} \\ 0 & -\frac{H}{B(4)} & \frac{C(5)}{H} + \frac{H}{B(4)} & 0 \\ 0 & -\frac{H}{B(6)} & 0 & \frac{1}{R(7)} + \frac{H}{B(6)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VN(1) \\ VN(2) \\ VN(3) \\ VN(4) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{V_1}{R(2)} - CE(3) \\ CE(3) - CE(4) - CE(5) \\ CE(4) + \frac{C(5)}{H} VE(5) \\ \frac{V_8}{R(7)} + CE(6) \end{bmatrix} \qquad (6\text{-}112)$$

6-8-4. Ecuaciones que intervienen en los subprogramas CORR y RESP.-

La ecuación para el subprograma CORR, en condiciones iniciales, es:

$$CIN(1) = 0 \qquad (6\text{-}113)$$

y, para las condiciones generales son:

$$\begin{aligned} CIN(1) &= \frac{10 \text{ Sen } t}{R(2)} - CE(3) \\ CIN(2) &= CE(3) - CE(4) - CE(6) \\ CIN(3) &= CE(4) + \frac{C(5)}{H} VE(5) \\ CIN(4) &= \frac{10 \text{ Sen } (t + 3.14/2)}{R(7)} + CE(6) \end{aligned} \qquad (6\text{-}114)$$

Las ecuaciones que intervienen en el subprograma RESP, para las condiciones iniciales son:

$$\begin{aligned} VOUT(1,1) &= CE(3) \\ VOUT(1,2) &= CE(6) \\ VOUT(1,3) &= VN(1) \\ VOUT(1,4) &= VE(5) \end{aligned} \qquad (6\text{-}115)$$

y, para las condiciones generales son:

$$\begin{aligned} VOUT(I,1) &= \frac{10\ Sen\ t - VN(1)}{R(2)} \\ VOUT(I,2) &= \frac{VN(4) - 10\ Sen(t + 3.14/2)}{R(7)} \\ VOUT(I,3) &= VOUT(I,1) - VOUT(I,2) \\ VOUT(I,4) &= VN(3) \end{aligned} \qquad (6\text{-}116)$$

Las ecuaciones que definen la variación de las condiciones iniciales son:

$$\begin{aligned} CE(3) &= VOUT(I,1) \\ CE(4) &= VOUT(I,3) \\ CE(6) &= VOUT(I,2) \\ VE(5) &= VN(3) \end{aligned} \qquad (6\text{-}117)$$

Los listados correspondientes para los subprogramas CORR y RESP, se encuentran detallados en los ANEXOS: 23 y 24; respectivamente.

6-8-5. Datos para la ejecución del sistema de programas.-

La matriz de datos para las condiciones generales, se toma del sistema (6-112), reemplazando los correspondientes valores de

los elementos que intervienen en el circuito. Por lo tanto, una vez realizados dichos reemplazos se tiene:

$$\begin{bmatrix} 0.2+0.0+0.333 & 0.0+0.0-0.333 & 0.0+0.0+0.0 & 0.0+0.0+0.0 \\ 0.0+0.0-0.333 & 0.0+0.0+1.167 & 0.0+0.0-0.5 & 0.0+0.0-0.333 \\ 0.0+0.0+0.0 & 0.0+0.0-0.5 & 0.0+0.0+0.5 & 0.0+0.0+0.0 \\ 0.0+0.0+0.0 & 0.0+0.0-0.33 & 0.0+0.0+0.0 & 0.2+0.0+0.333 \end{bmatrix} \quad (6\text{-}118)$$

Como se verá, en (6-118) , cada elemento de la matriz tiene tres sumandos, siendo el primero, la parte resistiva, el segundo la parte capacitiva y el tercero la parte inductiva de la matriz de admitancias. Siendo esta la forma como debe obtenerse la matriz de admitancias para ser utilizada como datos de entrada para el sistema de programas.

El orden como debe proporcionarse los datos al sistema de programas, se encuentra especificado en la tabla 6-14, representando cada línea; una tarjeta de datos.

```
                1         2         3         4         5
Col. 12345678901234567890123456789012345678901234567890
     00
     001
     1.0
     040104008100
     0.2       0.0       0.333
     0.0       0.0       -0.333
     0.0       0.0       0.0
     0.0       0.0       0.0
     0.0       0.0       -0.333
     0.0       0.0       1.167
```

```
                1         2         3         4         5
Col. 12345678901234567890123456789012345678901234567890
     0.0       0.0       -0.5
     0.0       0.0       -0.333
     0.0       0.0       0.0
     0.0       0.0       -0.5
     0.0       10.0      0.5
     0.0       0.0       0.0
     0.0       0.0       0.0
     0.0       0.0       -0.333
     0.0       0.0       0.0
     0.2       0.0       0.333
     0.0       12.29
     0.0
     5.0
     0.0       0.0       3.0
     0.0       0.0       2.0
     0.0       10.0      0.0
     0.0       0.0       3.0
     5.0
     0.0
     IB03IB06IC5 VC5
     Tarjeta en blanco obligatoria.
```

Tabla 6-14. Datos de entrada para el ejemplo 8.

La tabla de respuestas para el ejemplo 8 se encuentra en la tabla 6-15, y los gráficos correspondientes en las Figuras 6-38, 6-39, 6-40 y 6-41.

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479-3-8          MAINPGM          DATE  19/11/79      TIME

                C---- SUBRUTINA DE MATRICES DE CORRIENTES TANTO PARA LAS CONDICIONES
                C---- INICIALES, COMO PARA UN TIEMPO MAYOR QUE 0+
 0001                 SUBROUTINE CORR(T,VE,CE,R,C,B,CIN,I,H)
 0002                 DIMENSION VE(40),CE(40),R(40),C(40),B(40),CIN(30)
 0003                 IF(I.NE.0)GO TO 10
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIA
                C---- LES DEL CIRCUITO, Y GUARDAR EN LOS CAMPOS CIN(I),    CORRESPON-
                C---- DIENTES
                C----
 0004                 CIN(1)=CE(4)
                C----
                C---- FIN DE LAS LINEAS QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIALES
                C----
 0005                 RETURN
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A T MAYOR QUE 0+
                C---- Y GURDAR EN LOS CAMPOS CIN(I) CORRESPONDIENTES
                C----
 0006              10 CIN(1)=10.*SIN(T)/R(2)-CE(3)
 0007                 CIN(2)=CE(3)-CE(4)-CE(6)
 0008                 CIN(3)=CE(4)+C(5)*VE(5)/H
 0009                 CIN(4)=10.*SIN(T+3.14159/2)/R(7)+CE(6)
                C----
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES PARA T MAYOR QUE 0+
                C----
 0010                 RETURN
 0011                 END
```

ANEXO-23. Listado delsubprograma CORR para el circuito

RLCM del ejemplo 8.

	TIEMPO	IB03	IB06	IC5	VC5
2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	0.123E 00	-0.579E-01	-0.238E 00	0.180E 00	0.221E-02
	0.246E 00	-0.657E-01	-0.427E 00	0.361E 00	0.665E-02
4	0.369E 00	-0.315E-01	-0.572E 00	0.540E 00	0.133E-01
5	0.492E 00	0.373E-01	-0.677E 00	0.715E 00	0.221E-01
6	0.614E 00	0.134E 00	-0.747E 00	0.881E 00	0.329E-01
	0.737E 00	0.252E 00	-0.784E 00	0.104E 01	0.456E-01
7	0.860E 00	0.386E 00	-0.792E 00	0.118E 01	0.601E-01
8	0.983E 00	0.531E 00	-0.773E 00	0.130E 01	0.761E-01
9	0.111E 01	0.682E 00	-0.731E 00	0.141E 01	0.935E-01
	0.123E 01	0.834E 00	-0.668E 00	0.150E 01	0.112E 00
10	0.135E 01	0.982E 00	-0.587E 00	0.157E 01	0.131E 00
11	0.147E 01	0.112E 01	-0.490E 00	0.161E 01	0.151E 00
12	0.160E 01	0.126E 01	-0.380E 00	0.163E 01	0.171E 00
	0.172E 01	0.137E 01	-0.259E 00	0.163E 01	0.191E 00
13	0.184E 01	0.147E 01	-0.131E 00	0.161E 01	0.211E 00
14	0.197E 01	0.156E 01	0.208E-02	0.156E 01	0.230E 00
15	0.209E 01	0.162E 01	0.138E 00	0.148E 01	0.248E 00
	0.221E 01	0.166E 01	0.274E 00	0.139E 01	0.265E 00
16	0.234E 01	0.168E 01	0.408E 00	0.127E 01	0.281E 00
17	0.246E 01	0.167E 01	0.538E 00	0.114E 01	0.295E 00
18	0.258E 01	0.164E 01	0.660E 00	0.983E 00	0.307E 00
	0.270E 01	0.159E 01	0.774E 00	0.815E 00	0.317E 00
19	0.283E 01	0.151E 01	0.878E 00	0.636E 00	0.325E 00
20	0.295E 01	0.141E 01	0.969E 00	0.446E 00	0.330E 00
21	0.307E 01	0.129E 01	0.105E 01	0.249E 00	0.333E 00
	0.320E 01	0.116E 01	0.111E 01	0.484E 01	0.334E 00
22	0.332E 01	0.100E 01	0.115E 01	-0.154E 00	0.332E 00
23	0.344E 01	0.829E 00	0.118E 01	-0.354E 00	0.328E 00
24	0.356E 01	0.646E 00	0.119E 01	-0.549E 00	0.321E 00
	0.369E 01	0.453E 00	0.119E 01	-0.736E 00	0.312E 00
25	0.381E 01	0.253E 00	0.117E 01	-0.914E 00	0.301E 00
26	0.393E 01	0.489E-01	0.113E 01	-0.108E 01	0.287E 00
27	0.406E 01	-0.156E 00	0.107E 01	-0.123E 01	0.272E 00
	0.418E 01	-0.359E 00	0.997E 00	-0.136E 01	0.256E 00
28	0.430E 01	-0.556E 00	0.911E 00	-0.147E 01	0.238E 00
29	0.442E 01	-0.746E 00	0.810E 00	-0.156E 01	0.219E 00
30	0.455E 01	-0.924E 00	0.698E 00	-0.162E 01	0.199E 00
	0.467E 01	-0.109E 01	0.576E 00	-0.167E 01	0.178E 00
31	0.479E 01	-0.124E 01	0.446E 00	-0.168E 01	0.157E 00
32	0.492E 01	-0.137E 01	0.310E 00	-0.168E 01	0.137E 00
33	0.504E 01	-0.148E 01	0.169E 00	-0.165E 01	0.117E 00
	0.516E 01	-0.157E 01	0.258E-01	-0.159E 01	0.970E-01
34	0.528E 01	-0.163E 01	-0.117E 00	-0.152E 01	0.784E-01
35	0.541E 01	-0.167E 01	-0.258E 00	-0.142E 01	0.610E-01
36	0.553E 01	-0.169E 01	-0.394E 00	-0.130E 01	0.451E-01
	0.565E 01	-0.168E 01	-0.524E 00	-0.116E 01	0.309E-01
37	0.578E 01	-0.165E 01	-0.645E 00	-0.100E 01	0.186E-01
38	0.590E 01	-0.159E 01	-0.757E 00	-0.831E 00	0.835E-02
	0.602E 01	-0.151E 01	-0.856E 00	-0.650E 00	0.366E-03

Tabla 6-15. Tabla de variación de la corriente de las bobinas, B(3)- y B(6), variación de la corriente en el condensador - C(5) y variación del voltaje en el condensador C(5) del circuito RLCM del ejemplo 8.

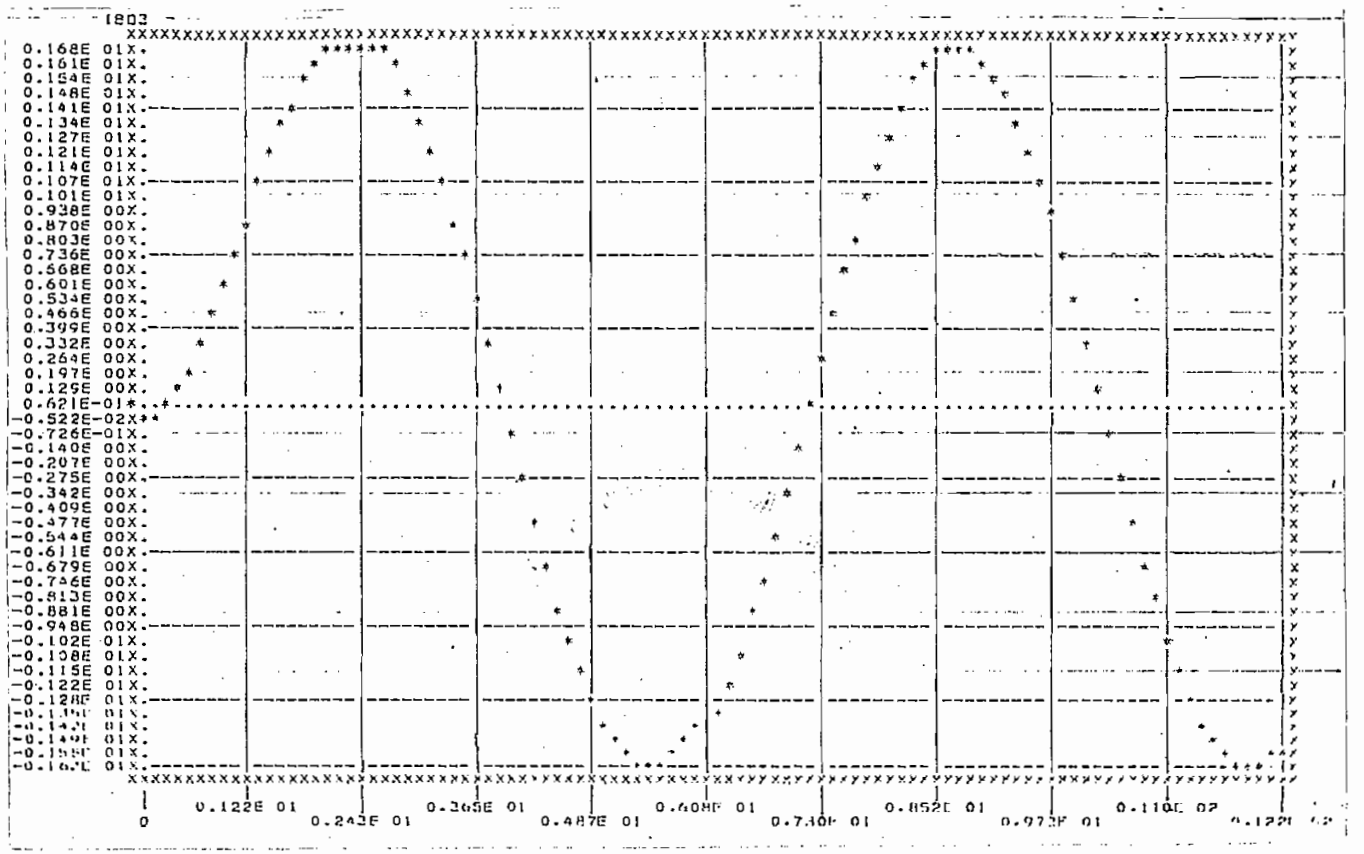


Fig. 6-38. Variación de la corriente en la bobina B(3)

del circuito RLCM del ejemplo 8.

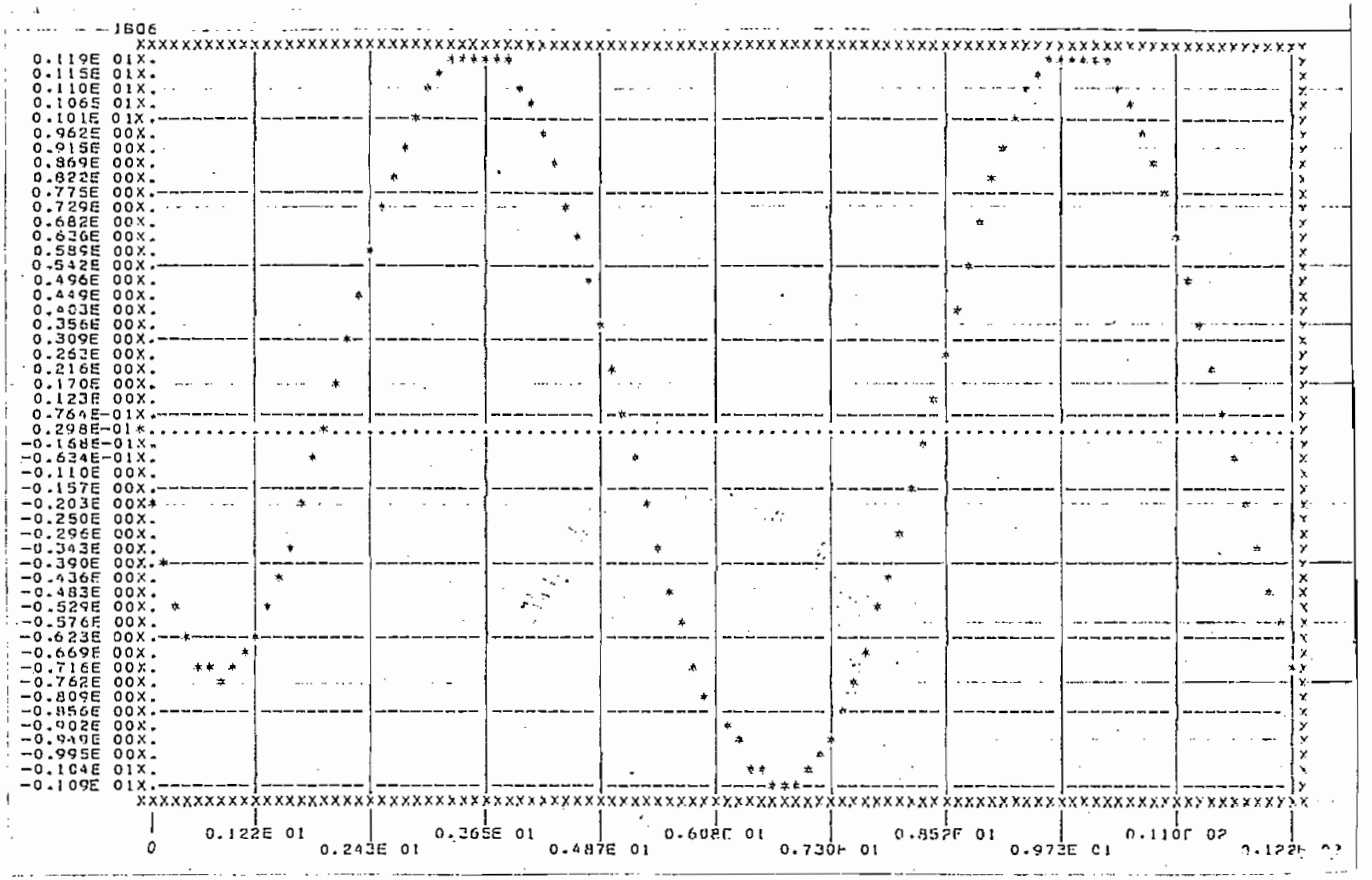


Fig.6-39. Variación de la corriente en la bobina B(6)

del circuito RLCM del ejemplo 8.

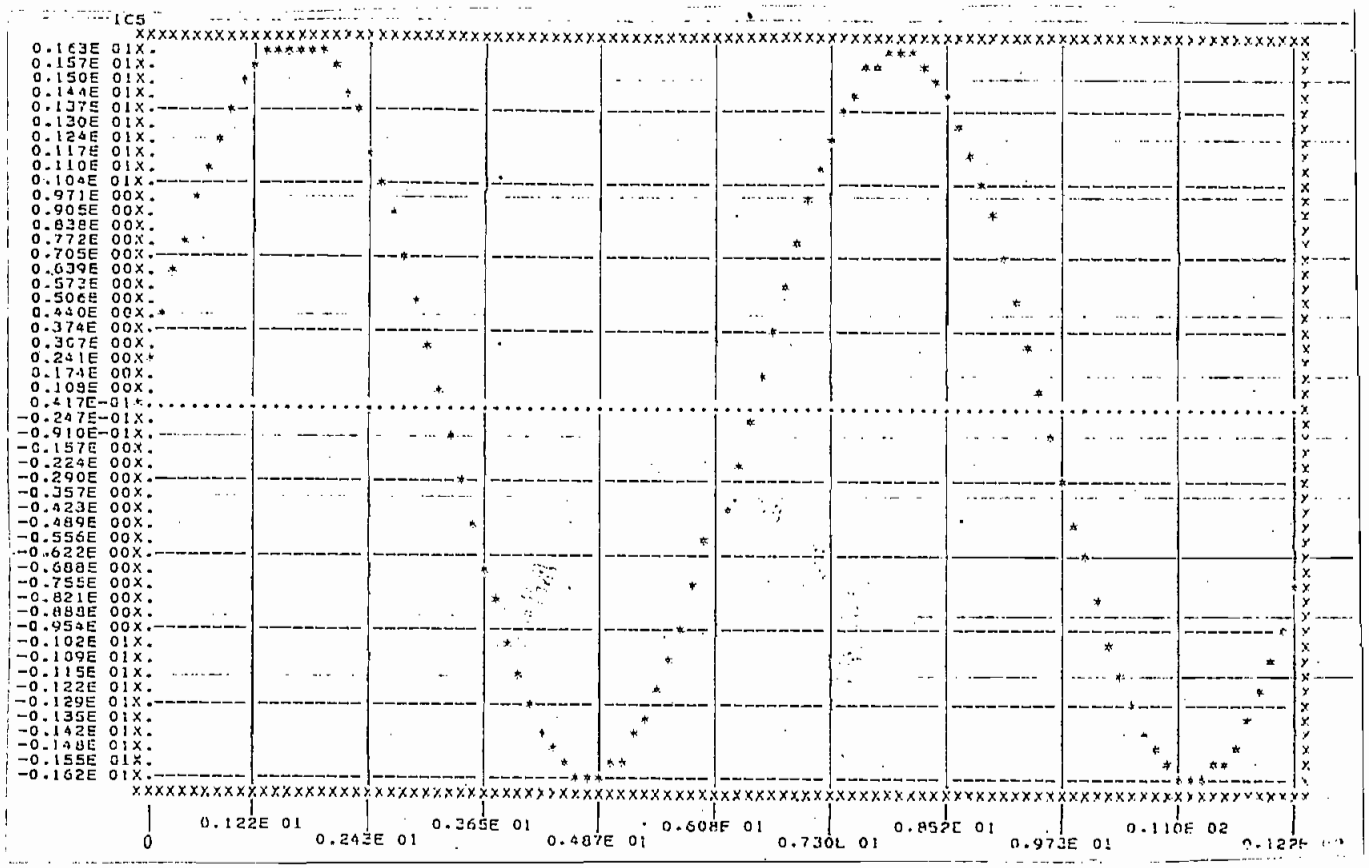


Fig. 6-40. Variación de la corriente en el condensador C(5)

del circuito RLCM del ejemplo 8.

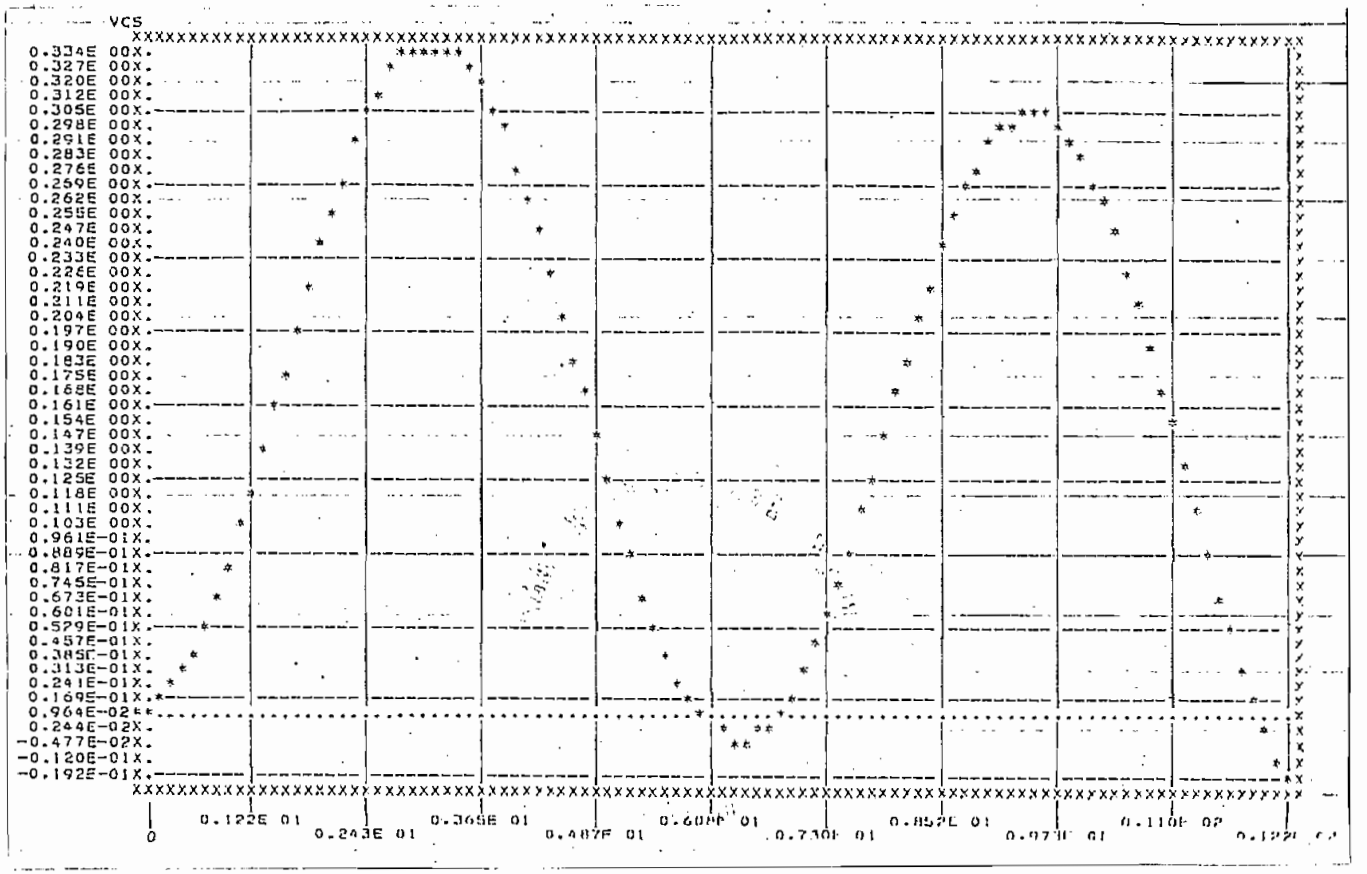


Fig. 6-41. Variación del voltaje en el condensador C(5)

del circuito RLCM del ejemplo 8.

CAPITULO SEPTIMO

CONCLUSIONES

En el análisis de circuitos RLC, desarrollado en los capítu - los tercero y cuarto, en los cuales se plantea la solución teórica para dichos circuitos, se nota en forma muy clara que el análisis- se va complicando a medida que el número de elementos que intervie nen en un circuito es mayor. Además la complicación del análisis - es más grande aún, cuando la fuente de alimentación es variable en el tiempo.

Si el circuito está formado por varias mallas, para determi - nar el comportamiento de dicho circuito es decesario establecer - tantas ecuaciones, como mallas tenga el circuito; en consecuencia- la determinación del comportamiento, presenta muchas dificultades- sobre todo por la presencia del sistema de ecuaciones planteado en el análisis del circuito, el cual contiene elementos diferenciales e integrales, que son en definitiva los que llevan a dicha compli- cación; en la determinación de la solución de un circuito.

El método de simulación lineal en el dominio del tiempo para- circuitos RLC, utiliza básicamente la primera ley de Kirchhoff, pe ro con la particularidad de que no toma en cuenta, la variación di ferencial que tiene el condensador, en lo que se refiere a la co - rriente, ni la integral que define la variación de la corriente en la bobina, si no que estos dos elementos son tratados como una re- sistencia en paralelo con una fuente de corriente, lo cual permite en definitiva centrar el análisis del circuito, como que tiene so- lamente elementos resistivos. Este método como puede observarse en los ejemplos desarrollados en el capítulo sexto, no demanda de un esfuerzo muy grande; para la determinación del comportamiento de -

circuitos RLC, puesto que es suficiente determinar las ecuaciones-nodales de equilibrio, para que el sistema de programas se encar - gue de encontrar la solución deseada. Además la flexibilidad que - tiene dicho sistema de programas permite al usuario obtener no so-lamente una respuesta general, como podría ser la corriente total-de un determinado circuito, sino, que se podría acondicionar ade - cuadamente las ecuaciones, de tal manera que se pueda determinar - el comportamiento de cada uno de los elementos que forman parte - del circuito, y no solamente uno de sus parámetros, sino, los tres más importantes como son: la variación de corriente, la variación-del voltaje y la variación de la potencia, dependiendo de los re - querimientos del usuario. Observando los ejemplos desarrollados en el capítulo sexto, se peude ver que, como primer punto, se analiza y determina las ecuaciones que definen el comportamiento inicial - del circuito, ya que este paso es fundamental para la determinación de los puntos restantes, de la función de respuesta, puesto que la estructura del sistema de programas está conformada de tal manera-que la solución en un determinado punto, sea dependiente del valor que tenga la función respuesta, en el punto inmediatamente ante - rior, es decir que la solución de un circuito es determinada en - forma iterativa; dentro de un cierto intervalo de tiempo.

Haciendo una comparación de los resultados obtenidos en el capítulo cuarto, usando el método de Laplace, por medio del cual se-determina la variación de la corriente total en diferentes circui-tos, llegando a establecer tablas de valores con sus gráficos co - rrespondientes, y los resultados obtenidos en el capítulo sexto, u

tilizando los mismos ejemplos, y aplicando el método de simulación lineal en el dominio del tiempo para circuitos RLC, en igualdad de condiciones y requerimientos, se nota claramente que los valores de las tablas correspondientes, coinciden muy estrechamente, lo mismo que la forma de los gráficos correspondientes. Esta última parte, nos lleva a la conclusión de que, el método de simulación lineal en el dominio del tiempo para circuitos RLC, es lo suficientemente bueno, como para reflejar la realidad del comportamiento de dichos circuitos.

En lo que se refiere a la grafización de la funciones respuesta, de circuitos RLC, el programa ha sido acondicionado para que pueda llenar completamente el gráfico, sin importar que los valores de la funciones sean muy pequeños, o grandes, facilitando de esta manera la visualización de dichas funciones.

Adicionalmente se ha desarrollado, en el apéndice B, la teoría de autoinducción e inducción mutua en forma muy general, sin llegar a profundizar en ello, ya que la extensión del trabajo será mayor. Por lo tanto, el sistema de programas tiene también la capacidad para simular circuitos con inductancia mutua. Es suficiente, determinar el circuito equivalente, que permita aplicar el método de simulación lineal en el dominio del tiempo, teniéndose una demostración de esta parte, en el ejemplo 8 del capítulo sexto.

APENDICE A

MANUAL DE USO DEL PROGRAMA

DE

SIMULACION LINEAL EN EL DOMINIO DEL TIEMPO PARA CIRCUITOS RLC

I. Algoritmo utilizado.-

En la teoría se ha establecido que la variación de la corriente en una bobina pura están determinadas por las siguientes ecuaciones:

$$V_C(t) = \frac{1}{C} \int i_C(t)dt \qquad (1)$$

para el condensador, e

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int V_L(t)dt \qquad (2)$$

para la bobina.

De acuerdo al método de integración de Euler se establece las siguientes ecuaciones, que determinan la variación del voltaje en el condensador y la variación de la corriente en la bobina; de tal manera que:

$$\frac{C}{h} V_C(t_{i+1}) = \frac{C}{h} V_C(t_i) + i_C(t_{i+1}) \qquad (3)$$

para el condesador, y para la bobina,

$$i_L(t_{i+1}) = \frac{h}{L} V_L(t_{i+1}) + i_L(t_i) \qquad (4)$$

Resultando de esta manera un circuito equivalente para cada uno de los dos elementos mencionados anteriormente, y, que deben ser considerados dentro del análisis previo que debe hacerse antes de utilizar el programa.

Los circuitos equivalentes, para el condesador y la bobina se encuentran representados en las figuras 1 y 2, respectivamente.

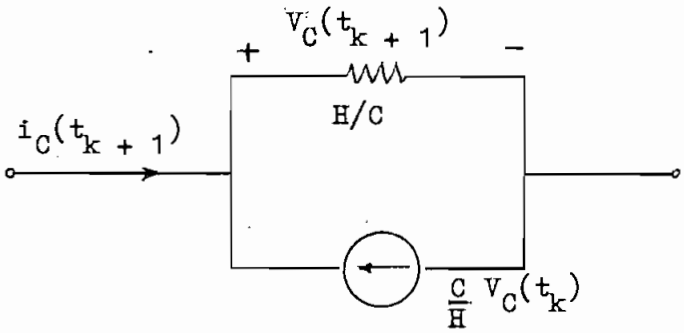


Fig. 1. Circuito equivalente para un condensador puro, aplicando el método de integración de Euler.

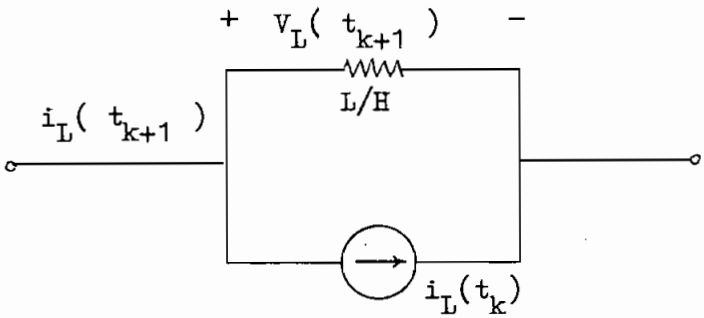


Fig. 2. Circuito equivalente para una bobina pura, aplicando el método de integración de Euler.

II. Descripción del programa.-

A continuación se hace una descripción tanto de todo el proceso en general, así como del papel que desempeña el programa principal y cada una de las subrutinas utilizadas.

1.- Diagrama de flujo de todo el proceso.

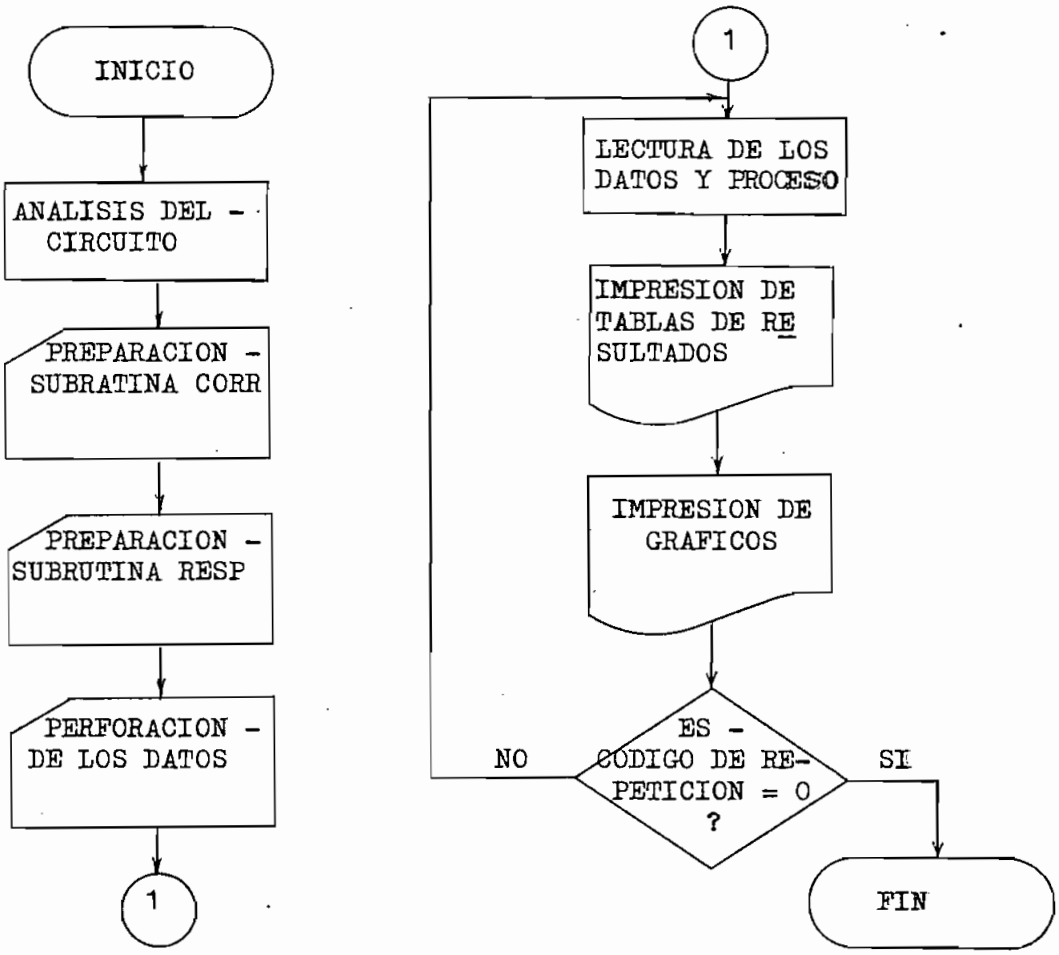


Fig. 3

2.- Descripción del programa principal y las subrutinas utilizadas.-

Todo el proceso de simulación lineal en el dominio del tiempo para circuitos RLC es ejecutado por un programa principal y siete subrutinas.

a.- El programa principal llamado SLRLC, ha sido estructurado unicamente para transmitir el control a la subrutina TSCMS sin argumentos, siendo su función, acompañar a las subrutinas CORR y RESP, las cuales son variables en su estructura ya que son propias para cada circuito, dando de esta manera las facilidades necesarias para que las subrutinas CORR

y RESP sean compiladas siempre que se desee hacer la simulación de un determinado circuito RLC.

Además el programa principal lee un código de repetición de proceso, el cual puede ser igual a cero si no se desea repetir dicho proceso, o diferente de cero si se desea repetir el proceso.

b.- Subrutina TSCMS: esta subrutina se encarga de la simulación de circuitos RLC. Recibe el control del programa principal, sin argumentos siendo su función entregar el control a las demás subrutinas, y de esta manera determinar la respuesta en el dominio del tiempo de un cierto circuito RLC. Además se encarga de la impresión de tablas de resultados.

c.- Subrutina LECTU: Esta subrutina se encarga de leer los datos de entrada necesarios para la ejecución de todo el proceso de simulación de circuitos RLC. Los datos son: Orden de la matriz de constantes en condiciones iniciales, lectura de los elementos de la matriz de constantes en condiciones iniciales, siendo el orden de lectura, por filas de izquierda a derecha y de la fila superior a la fila inferior. Lectura del orden de la matriz de admitancias para las condiciones generales, lectura de un código de impresión de tablas el cual puede ser diferente de cero si se requiere la impresión de las tablas de resultados, o igual a cero si no se desea que aparezcan impresas dichas tablas. Lectura del número de tablas que se desean obtener y que corresponde al número de graficos que aparecerán impresos. Lectura del número de elementos que intervienen en el circuito, tomando en cuenta las fuentes de excitación. Lec

tura del número de puntos que deberán ser calculados por el programa. Lectura de la matriz de admitancias para las condiciones generales, siendo el orden de lectura, el orden establecido para la matriz de constantes para las condiciones iniciales. Lectura del intervalo de tiempo dentro del cual se desea determinar el comportamiento de un circuito, considerándose para dicho intervalo, el tiempo inicial y final del mismo. Lectura de los valores de los elementos que intervienen en el circuito. En este último caso se dispone de cinco campos independientes con un máximo de diez espacios cada uno. Estos campos tienen la siguiente función: el primer campo sirve para poner el valor de un elemento del circuito, si este elemento es una resistencia, el segundo campo sirve para poner el valor de un elemento del circuito, si se trata de un condensador, el tercero si el elemento es una bobina, el cuarto si se trata de una fuente de tensión constante y el quinto si es una fuente de corriente constante. Además la utilidad de estos cinco campos descritos anteriormente radica en que pueden ser utilizados, dos a la vez, particularmente en el caso del condensador el cual puede tener un valor de tensión en condiciones iniciales, para el cual deberá usarse los campos segundo y cuarto, y el caso de la bobina que puede tener una corriente inicial, siendo los campos tercero y quinto los que deberán usarse para tal caso. Por último lectura de los nombres de las tablas y gráficos de respuesta .

d.- Subrutina CORR: esta subrutina es utilizada para incluir en la ejecución del programa las ecuaciones que corresponden a la matriz de corrientes tanto para las condiciones iniciales, como

para las condiciones generales. Esta subrutina debe ser preparada para la simulación de cada circuito en particular.

e.- Subrutina REPS: se utiliza esta subrutina para indicar al programa, las ecuaciones que definen las respuestas tanto, en condiciones iniciales, como en condiciones generales, al igual que se incluyen las ecuaciones que determinan la variación de las condiciones iniciales para el cálculo de cada punto.

f.- Subrutina ADMIT: esta subrutina se encarga de acondicionar la matriz de admitancias de acuerdo al método numérico de integración de Euler, puesto que la matriz de admitancias para las condiciones generales que fue leída por medio de la subrutina LECTU contenía en cada elemento de la misma una parte resistiva, una parte capacitiva y una inductiva, pero no se incluye el valor del paso de integración "h" , que multiplica a la parte inductiva de cada elemento de la matriz de admitancias, y , divide a la parte capacitiva de la misma.

g.- Subrutina GAUSS: esta subrutina es utilizada para resolver sistemas de ecuaciones lineales, por el método de eliminación Gaussiana.

h.- Subrutina DTRAN: esta subrutina se encarga de la grafización de una o varias características del circuito; de una en una.

III. Nomenclatura utilizada

Para la ejecución de este programa en un computador digital, se ha utilizado la siguiente nomenclatura:

1.- Variables de entrada.-

Símbolo	Descripción
INDIC	Código de repetición de proceso. Este código puede ser igual a cero si no se desea que se repita el proceso, o diferente de cero si se desea que el proceso se repita una vez más. Para ilustrar la utilidad del código de repetición del proceso, tomamos como ejemplo el siguiente: si se desea procesar unos datos, por dos veces consecutivas sin necesidad de salir del programa, entonces, el primer dato deberá ser diferente de cero, y para procesar los datos por segunda ocación el primer dato que corresponde al código de repetición de proceso deberá ser igual a cero.
NORDI	Orden de la matriz de constantes, para las condiciones iniciales.
Y	Arreglo de 30 x 30 que se utiliza para almacenar los elementos de la matriz de constantes; en condiciones iniciales.
NORD	Orden de la matriz de armitancias, para las condiciones generales.
RES	Arreglo de 30 x 30 que sirve para almacenar los elementos de la parte resistiva de la matriz de admitancias.
CON	Arreglo de 30 x 30 utilizado para almacenar los elementos de la parte capacitiva de la matriz de admitancias.
BOB	Arreglo de 30 x 30 utilizado para almacenar los ele

Símbolo	Descripción
	mentos de la parte inductiva de la matriz de admitancias.
NPRIN	Código de impresión de tablas el cual tiene un valor igual a cero, si no es necesario imprimir las tablas de resultados. Si el código de impresión es diferente de cero, aparecerán impresas las tablas de resultados.
NRES	Número de respuestas que se desean obtener al finalizar el proceso. Este número debe ser igual al número de tablas y gráficos que se deseen obtener.
NELE	Número de elementos que intervienen en el circuito, contando también con las fuentes de tensión y corriente constantes.
NP	Número de puntos que deberá calcular el programa, para determinar el gráfico de respuestas de un circuito.
TIN	Dato del tiempo inicial del intervalo de tiempo dentro del cual se hará la simulación de un circuito RLC.
TFIN	Tiempo final del intervalo de tiempo, anteriormente indicado.
R	Arreglo de 40 elementos que se utiliza para almacenar los valores de las resistencias que intervienen en el circuito.

Símbolo	Descripción
C	Arreglo de 40 elementos que se utiliza para almacenar los valores de los condensadores que intervienen en el circuito.
B	Arreglo de 40 elementos que sirve para almacenar los valores de las bobinas que intervienen en el circuito.
VE	Arreglo de 40 elementos utilizado para almacenar, tanto los valores de las fuentes de tensión constantes que intervienen en el circuito, así como las condiciones iniciales de tensión, de los condensadores del circuito.
CE	Arreglo de 40 elementos que sirve para almacenar, tanto los valores de las fuentes de corriente constantes que intervienen en el circuito, así como los valores de las condiciones iniciales de corriente de las bobinas del circuito.
SIGN	Arreglo de 30 elementos, conteniendo cada elemento el nombre de cada una de las respuestas que se desean obtener. De esta manera se prodrá identificar la tabla y gráfico correspondiente para una determinada respuesta. Además cada elemento del arreglo SIGN solo podrá contener un máximo de cuatro caracteres de cualquier tipo.

2.- Variables de Salida.-

Símbolo	Descripción
TIME	Arreglo de 200 elementos, el cual contiene los -

Símbolo	Descripción
	pasos de tiempo que se consideran, dentro de un intervalo de tiempo.
VY	Arreglo de 200 elementos, que contine una de las diferentes respuestas que definen el comportamiento de un circuito, el cual se utiliza para determinar los puntos del gráfico correspondiente.
SIGN	Arreglo de 30 elementos, explicado en los datos de entrada.
SIS	Arreglo de 50 elementos que se utiliza para imprimir la escala de variación de la respuesta, de un circuito y que acompaña al gráfico.
NGR	Arreglo de 52 x 102 en el cual se sitúan los diferentes puntos del gráfico de respuesta de un circuito.
TIM	Arreglo de 10 elementos que contiene la escala de tiempo, en pasos de diéz, que se ha considerado para determinar la respuesta de un cierto circuito.

IV.- Forma de Proporcionar los datos al programa.-

Dado el siguiente circuito, se hace el correspondiente análisis y se determinan todos los requerimientos necesarios para llegar a la obtención de los datos necesarios; para la simulación de circuitos RLC en un computador.

En el circuito serie RC representado en la Fig. 4, la car

ga inicial del condensador es $q_0 = 2500 \times 10^{-6}$ Culombios. En el instante t = 0, se cierra el interruptor, con lo que al circuito se le aplica una fuente de tensión constante $V_0 = 100$ voltios. Determinar la variación de la intensidad de corriente en el circuito.

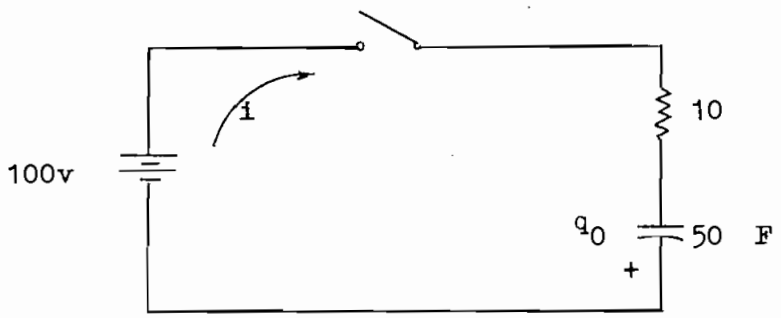


Fig. 4

El análisis comienza determinando las condiciones iniciales del circuito, para lo cual se determina el circuito equivalente del mismo . Por lo tanto, el circuito equivalente para las condiciones iniciales será el circuito de la figura 5.

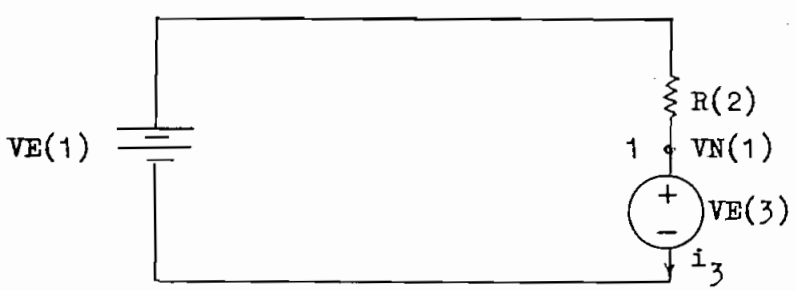


Fig. 5

Antes de continuar con el análisis para las condiciones iniciales, se recomienda utilizar la nomenclatura descrita en el circuito de la Fig. 5 .

Para aclarar el uso de esta nomenclatura, se ha previsto en el programa la disposición de un arreglo R de 40 elementos, para representar los diferentes valores de las resistencias, un arreglo C de 40 elementos, para representar los diferentes valores de los condensadores y un arreglo B de 40 elementos para representar los diferentes valores de las bobinas que forman parte del circuito. Además se dispone de los arreglos VE y CE de 40 elementos cada uno, para representar los valores de las fuentes de voltaje y corrientes constantes que intervienen en el circuito; respectivamente. Adicionalmente, los arreglos VE y CE pueden ser utilizados para representar los valores de las condiciones iniciales, al igual que su variación dentro del programa, para condensadores y bobinas respectivamente. Los subíndices de los arreglos mencionados anteriormente, deben estar en orden ascendente, de izquierda a derecha; partiendo de un valor igual a 1. Por último el arreglo VN de 30 elementos, se utiliza para representar los valores de las tensiones en los nudos, siendo las características del subíndice iguales al caso anterior.

Una vez hecha la aclaración anterior pasamos a determinar las ecuaciones nodales de equilibrio, siendo el número de nudos para el circuito de la Fig. 5, igual a 1. Por lo tanto, la ecuación para el nudo 1 será:

$$\frac{VN(1) - VE(1)}{R(2)} + i_3 = 0 \qquad (5)$$

despejando i_3 de la Ec (5) se tiene:

$$i_3 = \frac{VE(1) - VN(1)}{R(2)} \qquad (6)$$

La ecuación (6) debe ser representada en forma de matriz. Por lo tanto,

$$\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{VE(1) - VN(1)}{R(2)} \end{bmatrix} \qquad (7)$$

Para el programa, el sistema (7) será reconocido de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VN(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{VE(1) - VE(3)}{R(2)} \end{bmatrix} \qquad (8)$$

siendo, $VE(3) = {}^{-q}0/C$ (9)

La Ec. (9) viene a ser la condición inicial del voltaje en el condensador.

Una vez terminado el análisis en condiciones iniciales, debe pasarse al análisis para las condiciones generales, para lo cual se considerará el circuito equivalente para dichas condiciones, representado en el circuito de la Fig. 6.

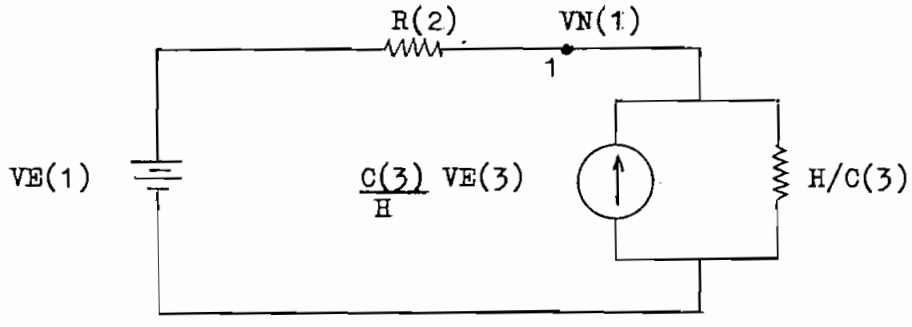


Fig. 6

Como se podrá observar en el circuito de la Fig. 6, el condensador ha sido reemplazado por una resistencia en paralelo con una fuente de corriente, de acuerdo al reemplazo indicado en la Fig. 1. Además el sentido de la fuente de corriente es contrario al sentido de la corriente total del circuito. El sentido de la fuente de co -

rriente está determinado por la Ec. (3).

En el caso de la bobina debe considerarse el reemplazo de acuerdo a la Fig. 2, siendo el sentido de la fuente de corriente igual al sentido que tiene la corriente en la rama.

Por lo tanto, la ecuación de equilibrio para el nudo 1 será:

$$\frac{VN(1) - VE(1)}{R(2)} + \frac{VN(1)}{H/C(3)} - \frac{C(3)}{H} VE(3) = 0 \qquad (10)$$

Para estar de acuerdo con la estructura del programa, la Ec. (10) debe representarse en forma matricial. Por lo tanto,

$$\left[\frac{1}{R(2)} + \frac{C(3)}{H}\right] \left[VN(1)\right] = \left[\frac{VE(1)}{R(2)} + \frac{C(3)}{H} VE(3)\right] \qquad (11)$$

Ahora bien, una vez determinadas las ecuaciones nodales de equilibrio para las dos condiciones, se debe pasar a determinar las ecuaciones que intervienen en el subprograma CORR, de tal manera que aparezcan de la siguiente forma:

$$CIN(1) = \frac{VE(1) - VE(3)}{R(2)} \qquad (12)$$

La ecuación (12) ha sido determinada a partir de la Ec. (8), representando el valor de la corriente total en el circuito en condiciones iniciales.

y, $$CIN(1) = \frac{VE(1)}{R(2)} + \frac{C(3)}{H} VE(3) \qquad (13)$$

Para la Ec. (13), se tomará en cuenta la Ec. (11), que representa la variación de la corriente total del circuito en condiciones generales.

Nótese que, en la ecuaciones (12) y (13), aparece el término CIN(1), el cual representa un elemento del arreglo CIN, que dispone

de 30 elementos para la estructuración de la subrutina CORR. Además se notará que en las ecuaciones (12) y (13) se utiliza el elemento CIN(1), y esta situación no debe provocar confuciones puesto que, en el programa están bien definidas las dos condiciones analizadas anteriormente y, por tanto, el efecto es diferente para los dos casos.

Una vez definidas totalmente las ecuaciones que intervienen en la subrutina CORR, pasaremos a estructurar las ecuaciones que intervienen en la subrutina RESP, en la cual se definirán las ecuaciones que representan las respuestas. Por lo tanto,

$$VOUT(1,1) = VN(1) \tag{14}$$

para las condiciones iniciales, y

$$VOUT(I,1) = \frac{VE(1) - VN(1)}{R(2)} \tag{15}$$

para las condiciones generales.

De la misma manera que en el caso anterior, se notará la presencia del elemento VN(1), en las ecuaciones (14) y (15). Esto es posible, gracias a que en el programa están plenamente definidas tanto las condiciones iniciales, como las condiciones generales. Además, VN(1) en la Ec. (14) representa el valor que tiene la corriente total del circuito, para las condiciones iniciales, mientras que VN(1) en la Ec. (15) representa el valor del voltaje en el nudo 1, del circuito de la Fig. 6. Esto se puede verificar observando las ecuaciones (8) y (11).

El arreglo VOUT de dimensiones 200 x 30 se encarga de guardar los diferentes puntos de cada una de las respuestas. Generalizando la forma del arreglo VOUT, este puede ser representado de la siguiente forma: VOUT(I,J), en donde I representa los docientos puntos de-

variación de una de las respuestas, y J, las treinta diferentes respuestas que pueden obtenerse luego de la aplicación de los datos en el programa. Para el caso presente, J es igual a 1, puesto que solamente se desea obtener una respuesta.

Dentro de la subrutina RESP, deberá considerarse la variación de las condiciones iniciales, observando para este caso la Ec. 1 y el circuito de la Fig. 6. Por lo tanto, dicha variación está determinada por la Ec. siguente:

$$VE(3) = VN(1) \tag{16}$$

para las condiciones generales.

Los listados correspondientes para la subrutina CORR y la subrutina RESP, se encuentran detallados en los ANEXOS 1 y 2, respectivamente.

Por último para determinar la estructura de los datos, se deberá considerar los sistemas matriciales (8) y (11), en los cuales se tiene la matriz de constantes para las condiciones iniciales y la matriz de admitancias en condiciones generales; respectivamente.

La matriz de constantes en condiciones iniciales, debera ser tomada tal como resulta del análisis, mientras que la matriz de admitancias para las condiciones generales, deberá ser tomada del sistema (11), reemplazando los valores correspondientes, de los elementos del circuito, y resolviendo cada uno de los términos de dicha matriz, dejándolos en forma fraccionaria. Por lo tanto,

$$\left[\frac{1}{R(2)} + \frac{C(3)}{H} \right] = \left[0.1 + \frac{0.5x10^{-4}}{H} \right] \tag{17}$$

Tal como se explicó anteriormente, en la parte de los datos

de entrada, cada elemento de la matriz de admitancias [Ec. (17)] - cuenta con una parte resistiva, una capacitiva y una parte inductiva. Estas tres partes deben ser plenamente definidas ya que la parte resistiva deberá ir en el arreglo RES, la parte capacitiva en el arreglo CON y la parte inductiva en el erreglo BOB. El orden de estas tres partes deberá ser igual, al orden indicado en la última - parte. Estas tres partes especificadas anteriormente deberán ocupar los sitios correspondientes en las tarjetas de datos ya que la lectura de los mismos se realiza tomando en cuenta cada uno de los elementos de la matriz de admitancias; tomando las tres partes conjuntamente. Además se debe prescindir del factor H, puesto que este - factor se incluye en los sitios correspondientes, dentro del programa.

Para terminar, es necesario aclarar que, si el circuito cuenta con fuentes de alimentación, variables, en los sitios determinados- por los arreglos VE y CE, deberán ir las funciones de variación de- dichas fuentes, como podrá observarse en los ejemplos desarrollados en la Tesis de Grado "Métodos numéricos de simulación lineal en el- dominio del tiempo para circuitos RLC" de Carlos Mosquera S. 1979 - E.P.N.

Para el presente caso, la estructura de los datos se encuentra detallada en el ANEXO-3.

V. Forma de utilizar el programa.-

Debido a la estructura del programa explicado en el punto II-2-a, la forma de utilizar el programa, es como si se tratara de ejecutar un programa acompañado de-

subrutinas, con las correspondientes tarjetas de control, segun procedimientos del centro de Cómputo de la E.P.N.

VI. Restricciones

1. Limitaciones del programa.-

En cuanto se refiere al programa, este está en capacidad de resolver mallas de hasta 30 nudos con un número máximo de elementos que intervienen en el circuito igual a 40. Además está en condiciones de entregar 30 respuestas distintas, con un igual número de tablas y gráficos, disponiendo para cada una de las respuestas, una capacidad en el arreglo correspondiente de 200 elementos. Por último, la subrutina GAUSS, que resuelve sistemas de ecuaciones lineales, tiene una capacidad para resolver un máximo de 30 ecuaciones con 30 incógnitas.

2. Tiempo de compilación y ejecución del programa.-

A continuación se expone los tiempos de compilación y ejcución, de cuatro ejemplos, que se encuentran en la Tesis de Grado mencionada anteriormente.

Ejemplo 1 : Aplicación del programa en un circuito RC serie con fuente de excitación constante.-

1.- Número de elementos del circuito = 3

2.- Número de respuestas obtenidas = 1

3.- Número de gráficos obtenidos = 1

4.- Tiempo de compilación del programa principal (SLRLC) y las subrutinas CORR y RESP, más el tiempo de ejecución = 40.18 Seg.

Ejemplo 3 : Aplicación del programa en un circuito RLC serie con una fuente de excitación constante.

1.- Número de elementos del circuito = 4

2.- Número de respuestas obtenidas = 1

3.- Número de gráficos obtenidos = 1

4.- Tiempo de compilación del programa principal (SLRLC) y las subrutinas CORR y RESP, más el tiempo de ejecución = 44.41 Seg.

Ejemplo 6 : Aplicación del programa en un circuito RLC serie con alimentación senoidal.

1.- Número de elementos del circuito = 4

2.- Número de respuestas obtenidas = 4

3.- Número de gráficos obtenidos = 4

4.- Tiempo de compilación del programa principal (SLRLC) y las subrutinas CORR y RESP, más el tiempo de ejecución = 71.97 Seg.

Ejemplo 7 : Aplicación del programa en un circuito RC de tres mallas

1.- Número de elementos del circuito = 6

2.- Número de respuestas obtenidas = 3

3.- Número de gráficos obtenidos = 3

4.- Tiempo de compilación del programa principal (SLRLC) y las subrutinas CORR y RESP, más el tiempo de ejecución = 57.82 Seg.

VII. Resultados del ejemplo 1 del capítulo 6 de la Tesis de Grado - 'Métodos numéricos de simulación lineal en el dominio del tiempo para circuitos RLC' de Carlos Mosquera S. Noviembre de 1979 E.P.N.

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM                    DATE  19/11/79

                C---- PROGRAMA PRINCIPAL PARA SIMULACION DE CIRCUITOS RLC
                C---- SI INDIC ES IGUAL A CERO LA EJECUCION SE HACE UNA -
                C---- VEZ, SI INDIC NO ES IGUAL A CERO EL PROGRAMA PUEDE=
                C---- SER EJECUTADO UNA VEZ MAS CON LOS MISMOS DATOS O --
                C---- CON NUEVOS DATOS Y CONDICIONES
 0001              20 READ(1,10)INDIC
 0002              10 FORMAT(I2)
 0003                 CALL TSCMS
 0004                 IF(INDIC.EQ.0)GO TO 30
 0005                 GO TO 20
 0006              30 CALL EXIT
 0007                 END
```

Programa principal (SLRLC), que acompaña a las subrutinas CORR y RESP de los ANEXOS 1 y 2.

```
DOS FORTRAN IV 360N-FO-479 3-8          MAINPGM          DATE    16/11/79      TIME

                C---- SUBRUTINA DE MATRICES DE CORRIENTES TANTO PARA LAS CONDICIONES
                C---- INICIALES, COMO PARA UN TIEMPO MAYOR QUE 0+
 0001                 SUBROUTINE CORR(T,VE,CE,R,C,B,CIN,I,H)
 0002                 DIMENSION VE(40),CE(40),R(40),C(40),B(40),CIN(30)
 0003                 IF(I.NE.0)GO TO 10
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIA
                C---- LES DEL CIRCUITO, Y GUARDAR EN LOS CAMPOS CIN(I),    CORRESPON-
                C---- DIENTES
                C---- ------------------------------------------------------------
 0004                 CIN(1)=(VE(1)-VE(3))/R(2)
                C---- ------------------------------------------------------------
                C---- FIN DE LAS LINEAS QUE CORRESPONDEN A LAS CONDICIONES INICIALES
                C---- ------------------------------------------------------------
 0005                 RETURN
                C---- PONER LAS ECUACIONES QUE CORRESPONDEN A T MAYOR QUE 0+
                C---- Y GURDAR EN LOS CAMPOS CIN(I) CORRESPONDIENTES
                C---- ------------------------------------------------------------
 0006              10 CIN(1)=VE(1)/R(2)+C(3)*VE(3)/H
                C---- ------------------------------------------------------------
                C---- FIN DE LAS ECUACIONES PARA T MAYOR QUE 0+
                C---- ------------------------------------------------------------
 0007                 RETURN
 0008                 END
```

ANEXO-1. Listado de la subrutina CORR para el ejemplo analizado en este manual.

IETEL - R1
CENTRO DE COMPUTACION

FORTRAN
FORMULARIO PARA CODIFICACION

PROGRAMA		
PROGRAMADOR		
FECHA	HOJA	DE

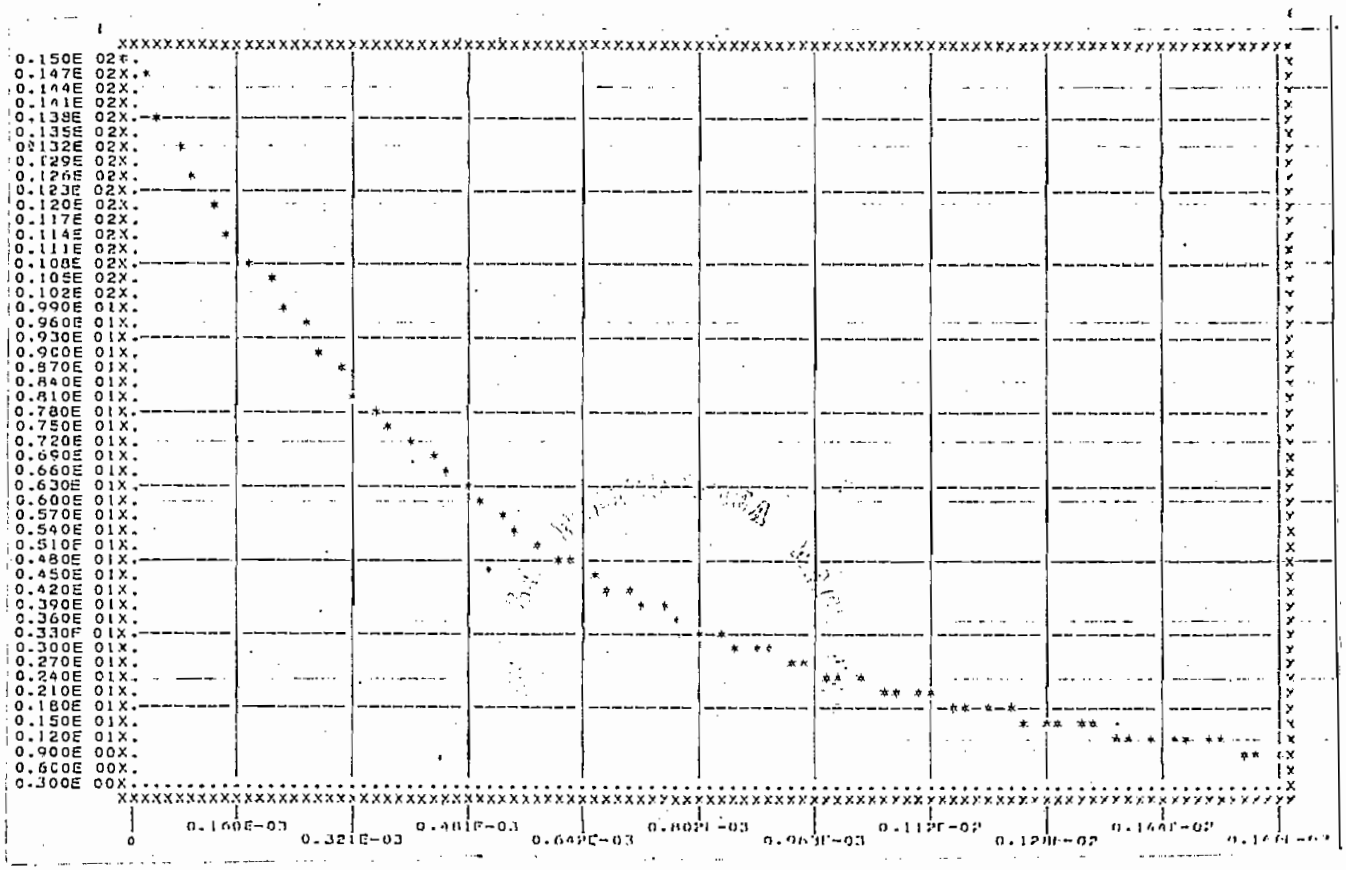
C ◄ PARA COMENTARIOS | SENTENCIA NUMERO 1–5 | 6 CONTINUA | 7–72 SENTENCIA FORTRAN | 73–80 IDENTIFICACION

```
00
001
1.0
01010100303065
0.1          +0.500E-04
0.0          +0.165E-02
0.0          0.0          0.0          100.0
10.0
0.0          +0.500E-04 0.0          -50.0
I
Tarjeta en blanco obligatorio
```

ANEXO-3. Datos de entrada para el ejemplo 1 del capítulo 6, de la tesis de Grado referida en este manual.

	TIEMPO	I
1	0.0	0.150E 02
2	0.251E-04	0.143E 02
3	0.502E-04	0.136E 02
4	0.752E-04	0.130E 02
5	0.100E-03	0.123E 02
6	0.125E-03	0.117E 02
7	0.150E-03	0.112E 02
8	0.176E-03	0.106E 02
9	0.201E-03	0.101E 02
10	0.226E-03	0.966E 01
11	0.251E-03	0.920E 01
12	0.276E-03	0.876E 01
13	0.301E-03	0.834E 01
14	0.326E-03	0.794E 01
15	0.351E-03	0.756E 01
16	0.376E-03	0.720E 01
17	0.401E-03	0.686E 01
18	0.426E-03	0.653E 01
19	0.451E-03	0.622E 01
20	0.476E-03	0.592E 01
21	0.502E-03	0.564E 01
22	0.527E-03	0.537E 01
23	0.552E-03	0.511E 01
24	0.577E-03	0.487E 01
25	0.602E-03	0.463E 01
26	0.627E-03	0.441E 01
27	0.652E-03	0.420E 01
28	0.677E-03	0.400E 01
29	0.702E-03	0.381E 01
30	0.727E-03	0.363E 01
31	0.752E-03	0.346E 01
32	0.777E-03	0.329E 01
33	0.802E-03	0.313E 01
34	0.828E-03	0.298E 01
35	0.853E-03	0.284E 01
36	0.878E-03	0.271E 01
37	0.903E-03	0.258E 01
38	0.928E-03	0.245E 01
39	0.953E-03	0.234E 01
40	0.978E-03	0.222E 01
41	0.100E-02	0.212E 01
42	0.103E-02	0.202E 01
43	0.105E-02	0.192E 01
44	0.108E-02	0.183E 01
45	0.110E-02	0.174E 01
46	0.113E-02	0.166E 01
47	0.115E-02	0.158E 01
48	0.118E-02	0.150E 01
49	0.120E-02	0.143E 01
50	0.123E-02	0.136E 01
	0.125E-02	0.130E 01
	0.128E-02	0.124E 01
	0.130E-02	0.118E 01
	0.133E-02	0.112E 01
	0.135E-02	0.107E 01
	0.138E-02	0.102E 01
	0.140E-02	0.968E 00
	0.143E-02	0.922E 00
	0.145E-02	0.878E 00
	0.148E-02	0.836E 00
	0.150E-02	0.796E 00
	0.153E-02	0.758E 00
	0.155E-02	0.722E 00
	0.158E-02	0.687E 00
	0.160E-02	0.654E 00

Tabla de variación de-
de corriente para el e
jemplo 1 del capítulo-
6, de la Tesis de Gra-
do 'Métodos numéricos-
de simulación lineal -
en el dominio del tiem
po para circuitos RLC'
de Carlos Mosquera S.
Noviembre de 1979 EPN.



Variación de la corriente, para el circuito RC del ejemplo 1 del capítulo 6, de la Tesis de Grado referida en este manual.

VIII. Recomendaciones e interpretación de los resultados.

1.- Recomendaciones.-

En cuanto a las recomendaciones, las unidades con las que se debe trabajar son: para voltajes, las unidades deben estar en voltios. Para las corrientes se debe trabajar en amperios, para las resistencias en ohmios, para los condensadores en faradios, para las bobinas, en henrios,para la potencia en wattios y el tiempo en segundos.

2.- Interpretación de los resultados.-

En primer lugar aparece una tabla de variación de una o varias respuestas, segun las necesidades del usuario.

Para la interpretación del gráfico debe tomarse encuenta las siguientes observaciones: los ejes de variación del tiempo y de la función respuesta se encuentran especificados con líneas de puntos; por lo tanto, indican el punto cero en ambas direcciones. Las unidades del gráfico están de acuerdo a las recomendaciones hechas anterriormente. Por último, si uno de los ejes no aparece en el gráfico, significa que la función no llega al valor cero, en uno de los dos sentidos del gráfico.

APENDICE B

ESTUDIO DE AUTOINDUCCION E INDUCCION EN FORMA GENERAL

I. Autoinducción e inducción.-

Los circuitos estudiados anteriormente estaban formados por mallas y nudos. Como dos mallas tienen una rama común, y dos nudos están unidos por elementos pasivos o activos; las mallas y los nudos están acoplados conductivamente.

En esta parte se hará un estudio de otro tipo de acoplo; el acoplamiento magnético. Cuando la interacción entre dos mallas tiene lugar a travéz de un campo magnético en vez de un acoplamiento conductivo, las mallas en cuestión están acopladas o unidas inductiva o magnéticamente.

II. Autoinducción.-

Si la corriente que circula por una bobina de un circuito varía, en el transcurso del tiempo también lo hace el flujo magnético que lo abraza, induciéndose en él una fuerza electromotríz (f.e.m.). Suponiendo que la permiabilidad magnética es constante, la f.e.m. inducida es proporcional a la variación de dicha corriente, esto es,

$$V_L = L\frac{di}{dt} \qquad (1)$$

La constante de proporcionalidad L se llama coeficiente de autoinducción del elemento. En el sistema mksa la unidad de autoinducción se le llama Henrio (H) y corresponde al coeficiente de un elemento que al ser recorrido por una corriente variable a razón de 1amperio por segundo (A/s) se induce en sus bornes una f.e.m. de 1 voltio. Por tanto, 1H=1V·s/A o, lo que es igual, como 1V/s es la unidad de inducción del campo --

magnético, que se llama Weber (Wb), 1H = 1Wb/A. La unidad de flujo magnético o inducción magnética por unidad de superficie se llama Tesla (T), de manera que, $1T = 1Wb/m^2$.

En una bobina de N espiras o vueltas la f.e.m. inducida viene dada por:

$$V_L = N\frac{d\phi}{dt} \qquad (2)$$

en donde $Nd\phi$ es el flujo que abraza al circuito o flujo de acoplamiento. Combinando las ecuaciones (1) y (2) se tiene:

$$L\frac{di}{dt} = N\frac{d\phi}{dt} \qquad (3)$$

en donde

$$L = N\frac{d\phi}{di} \qquad (4)$$

III. Inducción mutua.-

Si la corriente i_1 que circula por la bobina 1 varía en el tiempo (Fig. 1), se establece un flujo magnético ϕ_1. Una parte de este flujo atravieza o abraza solamente a la bobina 1 y esta parte se llama flujo de pérdida o de fuga ϕ_{11}. El flujo remanente ϕ_{12} es el que atravieza también la bobina 2, como se representa en la Fig. 1.

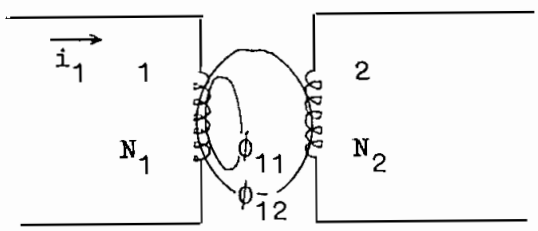


Fig. 1

La tensión inducida en la bobina 2 viene dada por la ley de Faraday.

$$V_2 = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt} \qquad (5)$$

Como Φ_{12} está relacionado con la corriente i_1, V_2 es proporcional a la variación de i_1 con el tiempo, o sea,

$$V_2 = M \frac{di_1}{dt} \qquad (6)$$

en donde la constante de proporcionalidad M se llama coeficiente de inducción mutua entre las dos bobinas. En el sistema mksa la unidad de inducción mutua es la misma que la de autoinducción, el Henrio (H).

Combinando las ecuaciones (5) y (6) se obtiene:

$$V_2 = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt} = M \frac{di_1}{dt} \qquad (7)$$

y,

$$M = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{di_1} \qquad (8)$$

Con un conjunto de bobinas devanadas sobre un mismo núcleo de hierro, la relación entre el flujo y la corriente no es lineal y la inducción mutua viene dada por (8). Si el medio de acoplo de la bobina es el aire, la relación entre el flujo y la corriente es lineal y la inducción mutua es:

$$M = N_2 \frac{\Phi_{12}}{i_1} \qquad (9)$$

El acoplamiento mutuo es bilateral y se obtiene análogos resultados si por la bobina 2 (Fig. 1) circula una corriente, variable con el tiempo, i_2. Entonces, los flujos son Φ_2, Φ_{21}, Φ_{22} y la tensión inducida en bornes de la bobina 1 es $V_1 = M(di_2/dt)$, con lo que las ecuaciones (8) y (9) se transforman, respectivamente en,

$$M = N_1 \frac{d\Phi_{21}}{di_2} \qquad (10)$$

y,
$$M = N_1 \frac{\Phi_{21}}{i_2} \qquad (11)$$

IV. Coeficiente de acoplo k.-

En la Fig. 1 el flujo de acoplamiento depende de la separación y orientación de los ejes de las bobinas y de la permeabilidad magnética del medio. La fracción del flujo total que abraza o acopla a las dos bobinas se llama coeficiente de acoplamiento k.

$$k = \frac{\Phi_{12}}{\Phi_1} = \frac{\Phi_{21}}{\Phi_2} \qquad (12)$$

Por ser $\Phi_{12} \leq \Phi_1$ y $\Phi_{21} \leq \Phi_2$, el valor máximo de k es la unidad.

El coeficiente M se puede expresar en función de las autoinducciones L_1 y L_2 de la forma siguiente. Multiplicando (9) y (11);

$$M^2 = \left(\frac{N_2\,\Phi_{12}}{i_1}\right)\left(\frac{N_1\Phi_{21}}{i_2}\right) = \left(\frac{N_2 k\Phi_1}{i_1}\right)\left(\frac{N_1 k\Phi_2}{i_2}\right)$$
$$= k^2\left(\frac{N_1\Phi_1}{i_1}\right)\left(\frac{N_2\Phi_2}{i_2}\right) \qquad (13)$$

y sustituyendo $L_1 = N_1\Phi_1/i_1$ y $L_2 = N_2\Phi_2/i_2$, en la ecuación (13)

$$M^2 = k^2 L_1 L_2 \quad \text{y} \quad M = k\sqrt{L_1 L_2} \qquad (14)$$

V. Análisis de circuitos con acoplo magnético.-

Para comprender mejor el sentido del devanado y sus efectos en las tensiones de inducción mutua, las bobinas se han representado sobre un núcleo (Fig. 2).

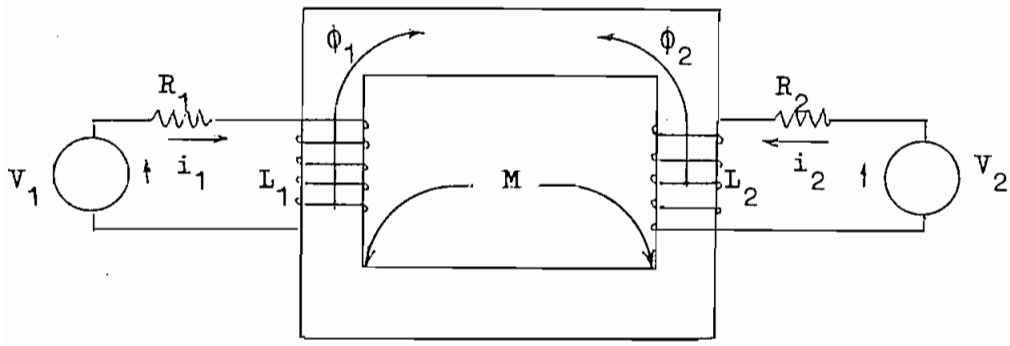


Fig. 2

Puesto que cada circuito tiene una fuente de tensión, se eligen las corrientes de malla i_1 e i_2 en la misma dirección que las fuentes, con lo que las dos ecuaciones de malla, deducidas de la segunda ley de Kirchhoff, son:

$$R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} = V_1 \qquad (15)$$

$$R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt} = V_2$$

Las tensiones de inducción mutua pueden ser de una u otra polaridad, según el sentido del devanado. Para determinar los signos correctos en (15) se aplica la regla de la mano derecha a cada una de las bobinas: Si los dedos envuelven a la bobina en el sentido supuesto para la corriente, el dedo pulgar señala el sentido del flujo. Por consiguiente, los sentidos positivos de Φ_1 y Φ_2 son los señalados en la Fig. 2 . Si los flujos Φ_1 y Φ_2 debidos a las corrientes supuestas positivas tienen el mismo sentido, es decir, se ayudan, los signos de las tensiones de inducción mutua son iguales que los de las tensiones de autoinducciones. En la Fig. 2, Φ_1 y Φ_2 se oponen mutuamente. Por lo tanto, el sistema de ecuacio-

nes (15), con los signos correctos, es

$$R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} = V_1 \qquad (16)$$

$$R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} = V_2$$

Recordando el sistema general de ecuaciones en la corrientes - de malla se tiene:

$$Z_{11} I_1 \pm Z_{12} I2 = V_1 \qquad (17)$$

$$\pm Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 = V_2$$

Se vió que $Z_{12} = Z_{21}$ era la copedancia o impedancia común a - las dos mallas de corrientes I_1 e I_2. El acoplo de mallas es de tipo conductivo, ya que las corrientes pasan por una rama común. Ahora, en el circuito de la Fig. 2, se tiene un sistema de ecuaciones- análogo. En las ecuaciones (17) las mallas no están acopladas con - ductivamente, ya que las dos corrientes no circulan por una impedancia común. Sin embargo, las ecuaciones indican que existe un aco - plamiento. En tales casos, el acoplo se llama mutuo o magnético.

VI. Corriente Natural.-

En la sección anterior se ha analizado un - circuito de dos mallas con un acoplo mutuo y sendas fuentes de tensión, en donde se ha supuesto un sentido de circulación de - corrientes. A veces, es necesario estudiar la corriente natural que circula por una malla que carezca de fuentes de tensión. El sentido de la corriente viene dada por la ley de Lenz.

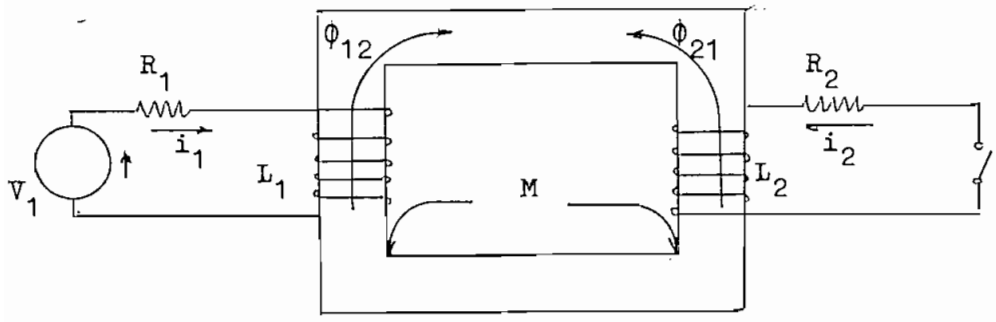


Fig. 3

Considerando el circuito de la Fig. 3 en que existe una sola fuente de tensión en la malla 1. Se elige la corriente i_1 de acuerdo con la fuente V_1 y aplicando la regla de la mano derecha se determina el sentido del flujo ϕ_{12}. Ahora bien, la ley de Lenz establece que la polaridad de la tensión inducida debe ser tal que si se cierra el circuito circula por la bobina una corriente de manera que el flujo que origina, se opone al flujo principal creado por la corriente i_1. Por tanto, al cerrar el interruptor en la Fig. 3 el sentido del flujo ϕ_{21} será, de acuerdo con la ley de Lenz, el señalado en la misma. Si ahora se aplica la regla de la mano derecha con el dedo pulgar señalando en el sentido de ϕ_{21}, los dedos envolverán la bobina 2 en el sentido de la corriente natural.

VII. <u>Regla de los puntos para bobinas con acoplo magnético</u>.-

La polaridad relativa en el caso de tensiones de inducción mutua se puede determinar partiendo de esquemas del núcleo en que se vean los sentidos del devanado, pero este no es un método práctico. Para simplificar la representación esquemática de circuitos con acoplo magnético se señalan los terminales con puntos, Fig. 4 (o). En cada bobina se marca un punto en los

terminales que tienen la misma polaridad instantánea, considerando-solamente la inducción mutua. Por tanto, para aplicar esta notación hay que saber a qué terminal de las bobinas se asigna el punto. Hay que determinar, además, el signo asociado con la tensión en la in - ducción mutua cuando se escriben las ecuaciones, en las corrientes-de malla.

Para asignar los puntos a un par de bobinas acopladas se eli - ge un sentido para la corriente en una de ellas y se coloca un pun-to en el terminal por el que la corriente entra en el arrollamien - to. Aplicando la regla de la mano derecha se determina el flujo co-rrespondiente, Fig. 4(a). Ahora en la segunda bobina, según la ley-de Lenz, el flujo ha de oponerse al creado por la variación de co - rriente [véase Fig.4(b)].

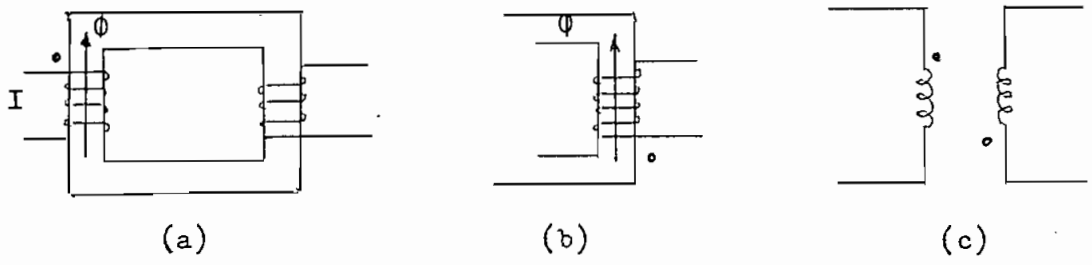


Fig. 4

Utilizando nuevamente la regla de la mano derecha, se determi-na el sentido de la corriente natural colocando el otro punto en el terminal por el que dicha corriente sale del arrollamiento. No es - preciso, pues dibujar los núcleos y el diagrama queda como indica - la Fig. 4(c).

Para determinar el signo de la tensión de inducción mutua en las ecuaciones en las corrientes de malla se utiliza la regla de los puntos, que dice: (1) Si las dos corrientes supuestas entran o salen de las bobinas acopladas por los terminales con punto, los signos de los términos en M son los mismos que los términos en L; (2) Si una corriente entra por un terminal con un punto y la otra sale por el otro terminal con punto, los signos de los términos en M son opuestos a los de los términos en L.

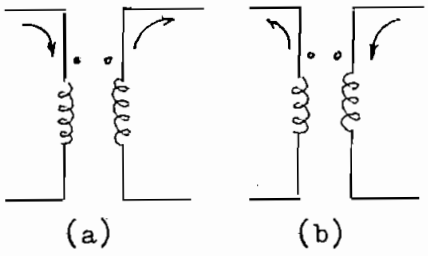


Fig. 5

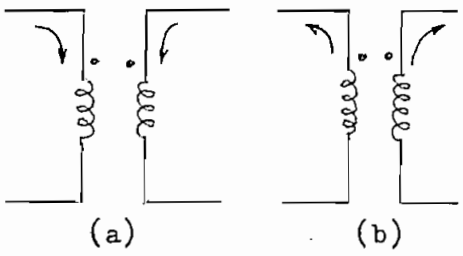


Fig. 6

La Fig. 5 muestra cuando los signos de los términos en M y en L son opuestos. En la Fig. 6 se representan dos casos en los cuales dichos signos son iguales.

VIII. Circuitos equivalentes con acoplo conductivo.-

Analíticamente es posible sustituir un circuito con acoplo mutuo por un circuito equivalente con acoplo conductivo. Sea el circuito de la Fig. 7(a) y tomemos los sentidos de las corrientes i_1 e i_2 como se indica. El sistema de ecuaciones en las corrientes de malla es:

$$R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} = V_1 \qquad (18)$$

$$R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} = V_2$$

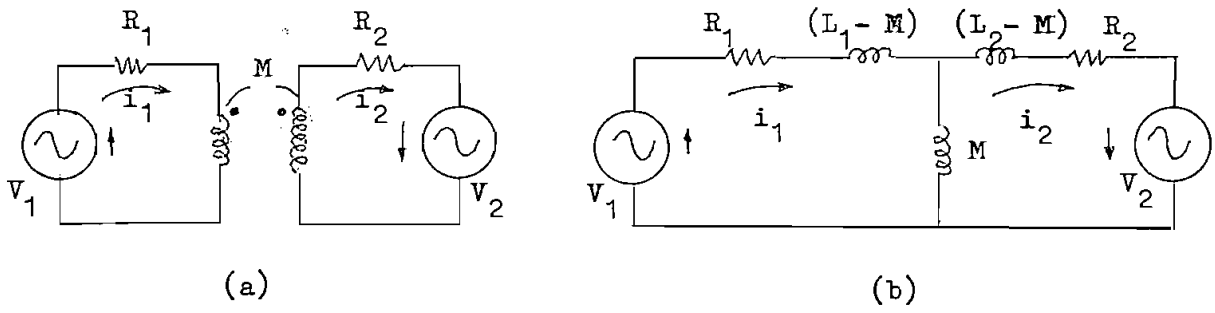


Fig. 7

Sean los sentidos de las corrientes en la Fig. 7(b) los mismos - que en la Fig. 7(a). Las intensidades i_1 e i_2 pasan por la rama co - mún en sentidos opuestos; por lo tanto el circuito de la Fig. 7(b) - es equivalente al circuito de la Fig. 7(a), puesto que al plantear - las ecuaciones de mallas, según la segunda ley de Kirchhoff, estas- coinciden en su totalidad.

El método anterior de análisis no siempre conduce a un circuí- to equivalente realizable. Esto es cierto cuando $M > L_1$ o $M > L_2$.

Para sustituir la conexión en serie de las bobinas con acoplo- mutuo de la Fig. 8(a) se procede de la siguiente manera: Se aplican,- en primer término, los métodos estudiados y se obtiene el equiva - lente con puntos de la Fig. 8(b). Después se sustituye este último - por el equivalente conductivo de la Fig. 8(c).

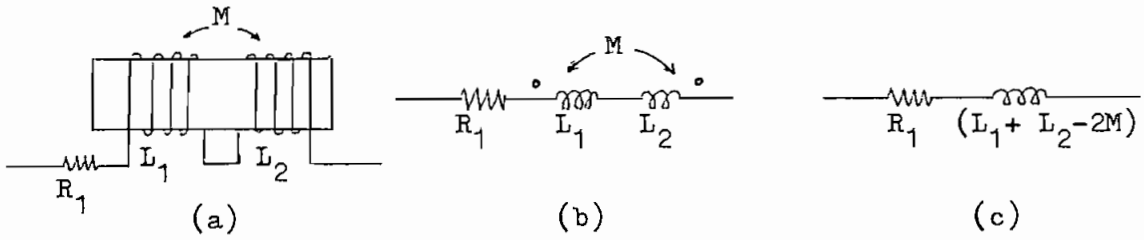


Fig. 8

El análisis del circuito de la Fig. 8(a) exige considerar los flujos magnéticos para determinar los signos de las tensiones de inducción mutua. Con el circuito de la Fig. 8(b) no hace falta considerar los flujos, pero sí la regla de los puntos. Por último, con el circuito de la Fig. 8(c) se puede escribir directamente las ecuaciones necesarias, sin prestar atención ni al flujo, ni a los puntos, ni a la inducción mutua. Los tres circuitos son equivalentes y tienen la misma impedancia.

B I B L I O G R A F I A

(1) .- Director, Stephen W.,"Circuit theory, a computational approach"

(2) .- Joseph A. Edminister, "Circuitos eléctricos teoría y problemas" Libros Mc Graw-Hill, 1969.

(3) .- William Schick/Charles J. Merz, Jr, "Fortran para ingeniería",- Libros Mc Graw-Hill, 1972.

(4) .- Ronald E. Scott, "Linear Circuits", Edison-Wesley publishing - Company, Inc.,1964.

(5) .- A. Balfour y W. T. Beveridge, "Analisis numérico básico con Fortran", Compañía editora Continental, S. A., México, 1978.