ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

ESCUELA DE INGENIERIA

MODELACION Y SIMULACION DEL CONTROL DEL MECANISMO DE UNA UNIDAD DE CINTA DIGITAL

PROYECTO PREVIO A LA OBTENCION DEL TITULO DE INGENIERO EN ELECTRONICA Y CONTROL

JONNY PATRICIO CASTILLO BUSTAMANTE

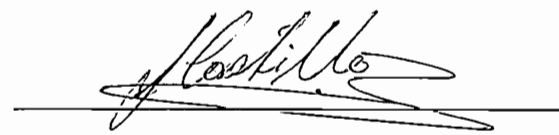
DIRECTOR: Prof. MSc. PATRICIO BURBANO.

Quito, Noviembre 2000

DECLARACIÓN

Yo Jonny Patricio Castillo Bustamante, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.



Jonny Patricio Castillo Bustamante

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Jonny Patricio Castillo Bustamante, bajo mi supervisión.

Prof: MSc. PATRICIO BURBANO

DIRECTOR DEL PROYECTO

AGRADECIMIENTOS

Al Profesor Msc. Patricio Burbano por toda su colaboración en la dirección del presente trabajo.

A mis amigos por el constante apoyo moral durante la realización del presente trabajo.

DEDICATORIA

A mis padres, Elsa Margot y Julio Cesar, por todo el apoyo moral y espiritual durante el transcurso de mis años de estudio en la universidad, y por su esfuerzo y sacrificio.

A mis abuelitos, por estar presentes en todos los eventos importantes de mi vida.

CONTENIDO

RESUMEN.

PRESENTACION.

CAPITULO 1: MODELACION Y SIMULACION DEL MECANISMO DE UNA UNIDAD DE CINTA DIGITAL. 1

1.1 ESQUEMA DEL MECANISMO DE UNA UNIDAD DE CINTA DIGITAL. 1
1.2 MODELACION DEL MECANISMO DE UNA UNIDAD DE CINTA DIGITAL. 3
1.2.1 MODELO A ECUACIONES DIFERENCIALES. 4
1.2.2 MODELO A VARIABLES DE ESTADO. 10
1.2.3 MODELO A FUNCION DE TRANSFERENCIA. 12
1.2.3.1 Modelo a partir de las variables de estado. 12
1.2.3.2 Modelo a partir del diagrama de redes. 15
1.2.4 MODELO DISCRETO. 23
1.3. SIMULACION DEL SISTEMA. 26
1.3.1 RESPUESTA EN EL TIEMPO. 27
1.3.2 RESPUESTA DE FRECUENCIA. 32
1.3.3 LUGAR GEOMETRICO DE LAS RAICES. 34
1.3.4 RESPUESTA DE TIEMPO DISCRETO. 36
1.4 COMPORTAMIENTO DINAMICO DEL SISTEMA. 39

CAPITULO 2: DISEÑO DEL CONTROL CLASICO Y MODERNO. 42

2.1 TECNICAS DE CONTROL. 42
2.2 DISEÑO DEL CONTROL CLASICO. 45
2.2.1 COMPENSACION POR ADELANTO DE FASE MEDIANTE LUGAR GEOMETRICO DE LAS RAICES. 45
2.2.2 COMPENSACION POR ADELANTO DE FASE MEDIANTE REALIMENTACIN TACOMETRICA Y RED DE ADELANTO DE FASE. 49

2.2.3 COMPENSADOR PROPORCIONAL, INTEGRAL Y DERIVATIVO P.I.D. 51
2.2.3.1 Mediante ziegler-nichols. 51
2.2.3.2 Mediante lugar geométrico de las raíces. 55
2.3 DISEÑO DEL CONTROL MODERNO. 58
2.3.1 CONTROL EN EL TIEMPO CONTINUO. 58
2.3.1.1 Realimentación de estado. 58
2.3.1.2 Observador de estado. 61
2.3.1.3 Regulador cuadrático lineal L.Q.R. 63
2.3.2 CONTROL EN EL TIEMPO DISCRETO. 65
2.3.2.1 Realimentación de estado. 65
2.3.2.2 Observador de estado. 67
2.3.2.3 Regulador cuadrático lineal L.Q.R. 69

CAPITULO 3: DESARROLLO DE RUTINAS EN MATLAB PARA CONTROL. 71

3.1 ALGORITMO DE CONTROL CLASICO. 71
3.1.1 CONTROL POR ADELANTO DE FASE MEDIANTE LUGAR GEOMETRICO DE LAS RAICES. 72
3.1.2 CONTROL POR ADELANTO DE FASE MEDIANTE REALIMENTACION TACOMETRICA. 73
3.1.3 CONTROL PROPORCIONAL, INTEGRAL Y DERIVATIVO P.I.D. 74
3.2 ALGORITMO DE CONTROL MODERNO. 75
3.2.1 CONTROL MODERNO EN TIEMPO CONTINUO. 75
3.2.1.1 Selección de los polos deseados mediante el lugar geométrico de las raíces simétrico. 76
3.2.1.2 Realimentación de estado. 77
3.2.1.3 Observador de estado. 78
3.2.1.4 Regulador cuadrático lineal L.Q.R. 79
3.2.2 CONTROL MODERNO EN TIEMPO DISCRETO. 80
3.2.2.1 Realimentación de estado. 80
3.2.2.2 Observador de estado. 81
3.2.2.3 Regulador cuadrático lineal L.Q.R. 82

CAPITULO 4: RESULTADOS. 84

4.1 RESPUESTA TEMPORAL. 84
4.2 LUGAR GEOMETRICO DE LAS RAICES 89
4.3 RESPUESTA DE FRECUENCIA 90
4.4 RESPUESTA DE TIEMPO DISCRETO 90

CAPITULO 5: CONCLUSIONES. 93

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS 95

ANEXOS. 96
ANEXO A: DIAGRAMA DE FLUJO DE LAS PANTALLAS DE SIMULACION Y CONTROL EN MATLAB. 96
ANEXO B: MANUAL DE USUARIO. 98

RESUMEN.

En el presente trabajo se realiza la modelación matemática del mecanismo de una unidad de cinta digital mediante métodos matemáticos diferentes. La modelación se realiza para dos modelos físicos que describen el funcionamiento de la unidad de cinta digital, el uno con una variable de entrada; y, el otro con dos variables de entrada. Luego mediante simulación en el paquete computacional MATLAB se analiza el comportamiento dinámico del mecanismo de una unidad de cinta digital; y conociendo los parámetros mediante la simulación del comportamiento dinámico se realiza el diseño de los controles clásicos y modernos para el buen funcionamiento del mecanismo de la unidad de cinta digital.

Realizados los diseños de controles clásicos y modernos se realiza la implementación de algoritmos de control clásicos y modernos en MATLAB, para observar el comportamiento del sistema compensado. Por último se presentan los resultados de los controles clásicos y modernos implementados en MATLAB, así también se presentan las conclusiones del presente trabajo.

Los objetivos planteados para el presente trabajo son:

- Objetivo General

  Regulación de la tensión del mecanismo de una unidad de cinta digital.

- Objetivos Específicos

  Modelación y simulación del mecanismo de una unidad de cinta digital.

  Diseño del control clásico y moderno.

  Desarrollo de rutinas en MATLAB para la simulación del comportamiento dinámico y del control.

Mientras que las hipótesis que se manejan en el presente trabajo son:

El control de la tensión de la cinta permite producir un arranque del mecanismo de una unidad de cinta digital tan rápido como sea posible.

Utilizando técnicas clásicas y modernas se puede realizar la regulación de la tensión de la cinta.

El paquete MATLAB permite implementar los algoritmos de control de una manera eficiente.

PRESENTACIÓN.

En el presente trabajo se realiza la modelación, simulación y se aplican algoritmos de control para el mecanismo de una unidad de cinta digital. El objetivo principal es realizar la simulación del control de la tensión de la cinta en la cabeza de lectura/escritura, como también determinar la posición de la cinta.

El trabajo empieza con el modelo matemático de la planta, para luego implementar la simulación del modelo para analizar el comportamiento dinámico del sistema utilizando el programa "MATLAB", que es un paquete que esta orientado a la solución de problemas de control ya que a más de ser interactivo, está basado en matrices para cálculos científicos y de ingeniería.

Con el análisis del comportamiento dinámico del sistema se realiza el diseño de los controles, que permitan un arranque tan rápido como sea posible de la cinta. Estos controles se diseñan utilizando diferentes técnicas clásicas y modernas.

Utilizando técnicas de control tanto clásicas como modernas se realiza la regulación de la tensión. La simulación del sistema se realiza a manera de una librería ó toolbox con pantallas en MATLAB que permiten observar el comportamiento dinámico del mismo, así como el comportamiento con los controles ya implementados.

El sistema a modelar, simular y controlar es un mecanismo de una unidad de cinta digital, el cual esta constituido por un cabrestante para tirar la cinta y poder pasarla por la cabeza de lectura/escritura, con carretes de alimentación movidos por motores de DC.

Para poder realizar un arranque tan rápido como sea posible de la tensión del mecanismo de una unidad de cinta digital se requiere observar la respuesta en el tiempo, los estados, el lugar geométrico de las raíces, respuesta de frecuencia, del sistema no compensado, para luego implementar los controles basados en especificaciones de diseño tales como: tiempo de establecimiento, máximo sobre-

impulso, estabilidad; características de respuesta transitoria de los estados, controlabilidad, observabilidad; ubicación de los polos en lazo cerrado, valores propios; margen de fase, margen de ganancia.

En la presentación se realiza una breve introducción acerca del trabajo a realizarse. El primer capítulo comprende toda la modelación del mecanismo de una unidad de cinta digital por el método directo y el de redes, así como al análisis del comportamiento dinámico del sistema mediante simulación en MATLAB, tanto para el modelo continuo como para el discreto. En el segundo capítulo se implementan los diseños de los controles utilizando técnicas clásicas para el modelo continuo y discreto, así también se diseñan los controles utilizando técnicas modernas en el espacio de estado continuo y discreto. En el tercer capítulo se implementan en MATLAB las rutinas de control tanto para las técnicas clásicas como modernas que se diseñan en el tercer capítulo. En el cuarto capítulo se presentan los resultados y conclusiones del presente trabajo.

CAPITULO 1

MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DEL MECANISMO DE UNA UNIDAD DE CINTA DIGITAL.

1.1 ESQUEMA DEL MECANISMO DE UNA UNIDAD DE CINTA DIGITAL.

El sistema a modelar es el que se ilustra en la figura 1.1, el cual está compuesto por un cabrestante para tirar la cinta y poder pasarla por la cabeza de lectura/escritura y con carretes de alimentación movidos por motores de corriente continua.

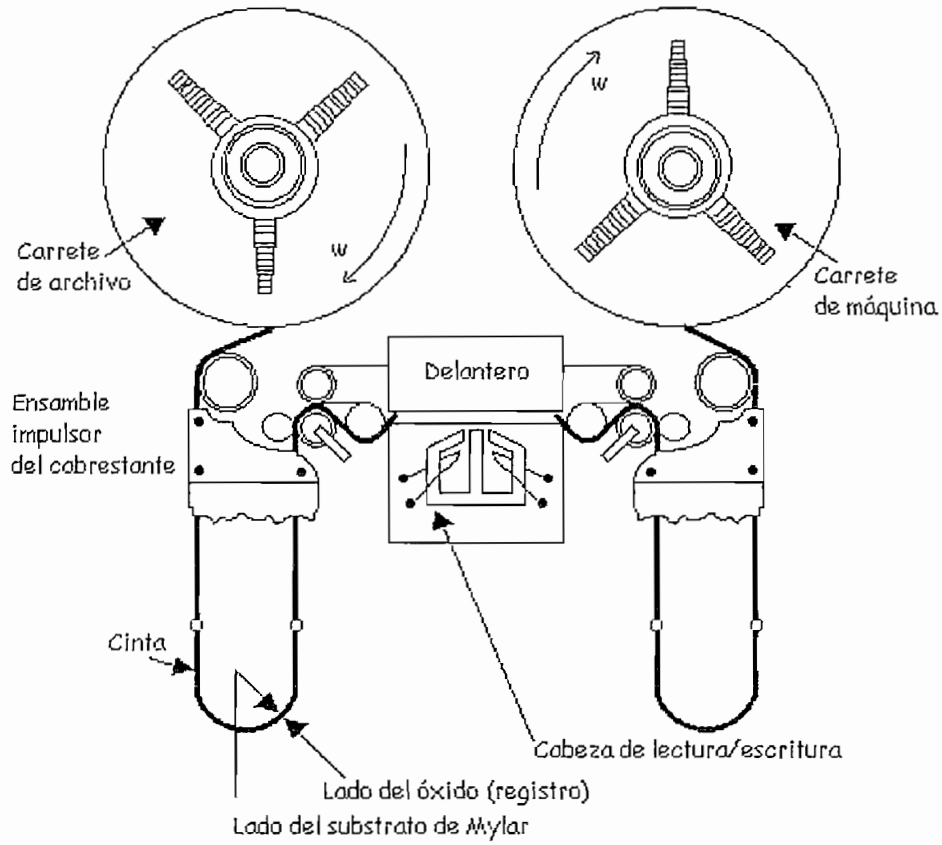


Figura 1.1. Esquema del mecanismo de una unidad de cinta digital [1].

[1] Gene Franklin, J David Powell "Control de Sistema Dinámicos con Retroalimentación" Editorial ADDISON-WESLEY 1991 pag: 501

Se aísla el cabrestante de los carretes por medio de una columna de vacío que hace que la tensión sea constante en la cabeza de lectura/escritura.

La planta a modelar incluye el actuador y el sensor como parte del sistema, es así que se considera como actuador un motor de corriente continua elegido adecuadamente y como sensor un tacómetro de DC. Estos elementos (actuador, sensor y el sistema), conforman toda la planta a modelar. Para propósitos de modelación se utilizará el esquema de la figura 1.2.

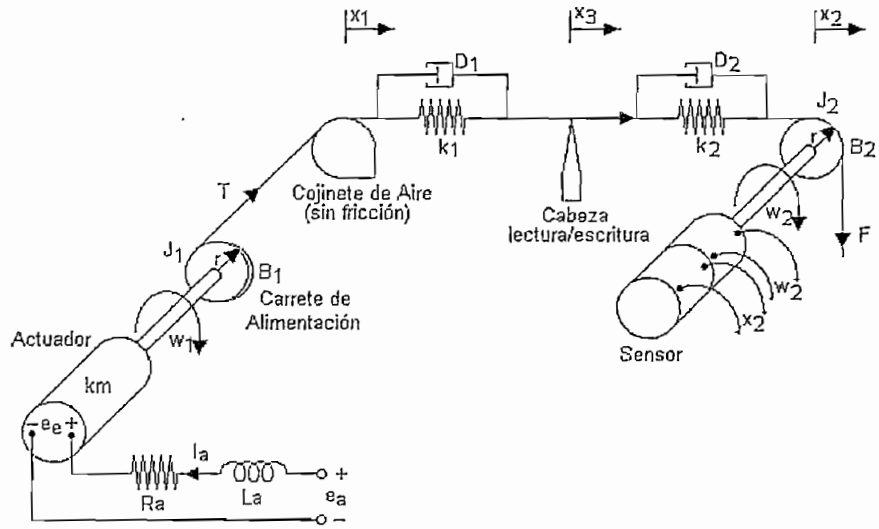


Figura 1.2. Estructura y componentes del sistema.

Donde:

x1 : Posición de la cinta en el cojinete de aire en m.
x2 : Posición de la cinta en el segundo carrete(tacómetro) en m.
x3 : Posición de la cinta en la cabeza de lectura escritura en m.
w1 : Velocidad angular del carrete de alimentación en rad/seg.
w2 : Velocidad angular del segundo carrete(tacómetro) en rad/seg.
T : Tensión de la cinta en la cabeza de lectura / escritura en N, T = F.
ea : Voltaje aplicado a la armadura del actuador en V.
ee : Fuerza contra-electromotriz del actuador en V.
Ra : Resistencia de armadura del actuador, Ra = 1 ohm.
La : Inductancia de armadura del actuador, La = 1 mH.

aproximado del sistema, el cual se utilizará para analizar el comportamiento dinámico mediante simulación.

Primeramente se realizará el modelado del sistema de la figura 1.2; y, para propósitos de comparación se realizará el modelado del sistema de la figura 1.3.

1.2.1 MODELO A ECUACIONES DIFERENCIALES.

Este modelo se realiza mediante el método directo, el cual utiliza las ecuaciones diferenciales que gobiernan al sistema.

Para los sistemas eléctricos se tiene:

Un almacenador de esfuerzo:

$ea = \lambda = \int v\, dt$ $\qquad$ ea = λ = Almacenamiento de esfuerzo.

$\lambda = L * i$ $\qquad$ ea = Effort Acumulation.

Un disipador:

$v = R * i$

Donde:

- λ = Concatenaciones de flujo.
- i = Corriente.
- v = Voltaje.
- L = Inductancia.
- R = Resistencia.

Para sistemas mecánicos de traslación se tiene:

Un almacenador de esfuerzo: $\qquad ea = x = \int v\, dt$

$fk = k * x$

Un disipador: $\qquad fB = B * v$

Donde:

ea = x = Almacenamiento de esfuerzo, desplazamiento.
K = Coeficiente de elasticidad del resorte.
B = Coeficiente de amortiguamiento del resorte.
v = Velocidad.
fk = Fuerza del resorte.
fB = Fuerza de rozamiento viscoso.

Para sistemas mecánicos de rotación se tiene:

Un almacenador de esfuerzo:

$$ea = \theta = \int w\, dt$$

$$\theta = L * \tau$$

$$L = 1/k$$

Un disipador: $\tau_B = B * w$

Donde:

ea = θ = Almacenamiento de esfuerzo, desplazamiento angular.
k = Coeficiente de torción.
τ = Torque.
w = Velocidad angular.
B = Coeficiente de rozamiento viscoso
τ_B = Torque del coeficiente de rozamiento viscoso.

Para la modelación del sistema del esquema de la figura 1.2, se realiza el modelado por partes como se detalla a continuación; con las ecuaciones que gobiernan cada sub-sistema.

La parte del actuador se ilustra en la figura 1.4.

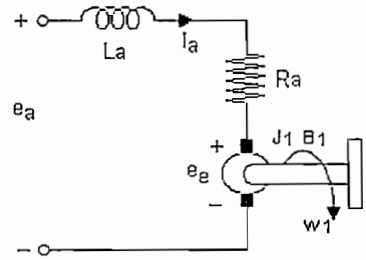


Figura 1.4. Esquema del actuador.

Las ecuaciones que gobiernan la parte mecánica del actuador son:

$$\tau_{J1} + \tau_{B1} + \tau_1 = \tau_e$$

$$\tau_{J1} = J_1 \frac{dw_1}{dt}$$

$$\tau_{B1} = B_1 * w_1$$

$$\tau_1 = -r * T$$

$$\tau_e = k_m * i_a$$

Con las ecuaciones anteriores, se obtiene el siguiente resultado:

$$J_1 \frac{dw_1}{dt} + B_1 * w_1 - r * T = k_m * i_a \qquad [\ 1.1\ ]$$

Y para el sistema eléctrico del actuador se tiene:

$$e_a = R_a * i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_e \qquad [\ 1.2\ ]$$

$$e_e = k_m * w_1$$

Para la parte mecánica de traslación se considera el esquema de la figura 1.5 que representa el mecanismo de desplazamiento de la cinta, (no están incluidos el actuador y el sensor) y las ecuaciones que gobiernan este subsistema son:

$$T = k_1(x_3 - x_1) + D_1(v_3 - v_1) \qquad [\ 1.3\ ]$$

$$T = k_2(x_2 - x_3) + D_2(v_2 - v_3) \qquad [\ 1.4\ ]$$

$$x_3 = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad [\ 1.5\ ]$$

$$v_1 = r * w_1 \qquad [\ 1.6\ ]$$

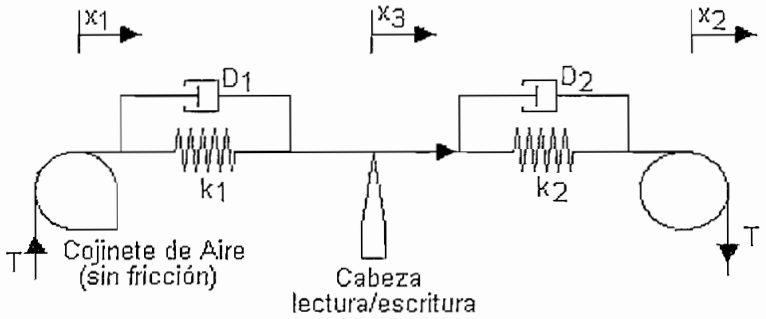


Figura 1.5. Esquema de la parte mecánica de traslación.

Realizando el reemplazo de la ecuación 1.5 en la 1.4 se obtiene que las ecuaciones 1.3 y 1.4 son idénticas, debido a que las constantes k1 = k2 = k y D1 = D2 = D, entonces estas ecuaciones se reducen a:

$$T = \frac{k}{2}(x_2 - x_1) + \frac{D * r}{2}(w_2 - w_1) \qquad [\ 1.7\ ]$$

Para el subsistema mecánico del sensor que se muestra en la figura 1.6 se tiene:

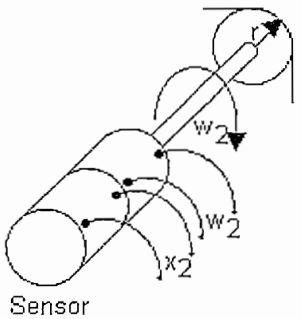


Figura 1.6 Esquema del sensor.

Las ecuaciones que gobiernan a este sistema son:

$$J_2 \frac{dw_2}{dt} + B_2 * w_2 = -r * T \qquad [\ 1.8\ ]$$

Entonces las ecuaciones del modelo son [2]:

$$x'_1 = r * w_1$$

$$J_1 \frac{dw_1}{dt} + B_1 * w_1 - r * T = k_m * i_a$$

$$x'_2 = r * w_2$$

$$J_2 \frac{dw_2}{dt} + B_2 * w_2 = -r * T$$

$$e_a = R_a * i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_e$$

$$T = \frac{k}{2}(x_2 - x_1) + \frac{D * r}{2}(w_2 - w_1)$$

$$x_3 = \frac{x_2 + x_1}{2}$$

Con todas las ecuaciones anteriores, y reemplazando sus valores numéricos se obtiene las siguientes ecuaciones [3]:

$$\frac{dx'_1}{dt} = 0.02 * w_1 \qquad [\ 1.9\ ]$$

$$4 * 10^{-5} * \frac{dw_1}{dt} = -400 * x'_1 - 0.014 * w_1 + 400 * x'_2 + 0.004 * w_2 + 0.03 * i_a \qquad [\ 1.10\ ]$$

$$\frac{dx'_2}{dt} = 0.02 * w_2 \qquad [\ 1.11\ ]$$

[2 y 3] Gene Franklin, J David Powell "**Control de Sistema Dinámicos con Retroalimentación**" Editorial ADDISON-WESLEY 1991 pags: 503 a 505

$$10^{-5} * \frac{dw_2}{dt} = 400 * x'_1 + 0.004 * w_1 - 400 * x'_2 + 0.014 * w_2 \qquad [\ 1.12\ ]$$

$$10^{-3} * \frac{di_a}{dt} = 0.03 * w_1 - i_a + e_a \qquad [\ 1.13\ ]$$

$$T = -2 * 10^{-4} * x'_1 - 0.2 * w_1 + 2 * 10^{-4} * x'_2 + 0.2 * w_2 \qquad [\ 1.14\ ]$$

$$x_3 = 0.5 * x_1 + 0.5 * x_2 \qquad [\ 1.15\ ]$$

Estas son las ecuaciones que gobiernan el mecanismo de la unidad de cinta digital para el sistema de la figura 1.2.

Ahora se presenta la modelación del sistema de la figura 1.3 para realizar comparaciones entre los dos modelos, debido a que los dos modelos describen el funcionamiento del mecanismo de una unidad de cinta digital.

Procediendo de una manera similar al anterior modelo se llega a:

$$\frac{dx'_1}{dt} = -0.02 * w_1 \qquad [\ 1.16\ ]$$

$$\frac{dx'_2}{dt} = 0.02 * w_2 \qquad [\ 1.17\ ]$$

$$\frac{dw_1}{dt} = 2 * 10^7 * x'_1 - 200 * w_1 - 2 * 10^7 * x'_2 - 200 * w_2 + 750 * i_{a1} \qquad [\ 1.18\ ]$$

$$\frac{dw_2}{dt} = 2 * 10^7 * x'_1 - 200 * w_1 - 2 * 10^7 * x'_2 - 200 * w_2 + 750 * i_{a2} \qquad [\ 1.19\ ]$$

$$T = -4 * 10^4 * x'_1 - 4 * w_1 + 4 * 10^4 * x'_2 + 0.4 * w_2 \qquad [\ 1.20\ ]$$

$$x_3 = 0.5 * x_1 + 0.5 * x_2 \qquad [\ 1.21\ ]$$

Donde:

w1 : velocidad angular del actuador del carrete uno en rad/seg.
w2 : velocidad angular del actuador del carrete dos en rad/seg.
x'1 : posición de la cinta en el carrete uno en mm.

x'2 : posición de la cinta en el carrete dos en mm.

ia1 : corriente del actuador del carrete uno en amp.

ia2 : corriente del actuador del carrete dos en amp.

Estas son las ecuaciones que gobiernan el sistema de la figura 1.3. Se puede observar que éste sistema está compuesto por dos actuadores (motores), lo que implica dos entradas independientes, esto es, un sistema multivariable.

1.2.2 MODELO A VARIABLES DE ESTADO.

El modelo a variables de estado, utiliza las ecuaciones 1.9 a la 1.14 escaladas en tiempo y amplitud, de acuerdo a lo siguiente: el tiempo se medirá en milisegundos, entonces τ = 1000*t y la posición en unidades de 10e-5 metros, por lo que se define como x1 = 100000*x'1 tanto para x1 como para x2, esto para el sistema de la figura 1.2 y para el sistema de la figura 1.3.

Un ejemplo de las ecuaciones escaladas en tiempo y amplitud se indica a continuación:

$$\frac{dw_1}{d\tau} = -10^7 * x_1 * 10^{-3} * 10^{-5} - 350 * w_1 * 10^{-3} + 10^7 * x_2 * 10^{-3} * 10^{-5} + 100 * w_2 * 10^{-3} + 750 * i_a * 10^{-3}$$

Las ecuaciones escaladas en tiempo y amplitud se detallan a continuación:

$$\frac{dx_1}{d\tau} = 2 * w_1$$

$$\frac{dw_1}{d\tau} = -0.1 * x_1 - 0.35 * w_1 + 0.1 * x_2 + 0.1 * w_2 + 0.75 * i_a$$

$$\frac{dx_2}{d\tau} = 2 * w_2$$

$$\frac{dw_2}{d\tau} = 0.4 * x_1 + 0.4 * w_1 - 0.4 * x_2 - 1.4 * w_2$$

$$\frac{di_a}{d\tau} = -0.03 * w_1 - 1 * i_a + e_a$$

$$T = -0.2 * x_1 - 0.2 * w_1 + 0.2 * x_2 + 0.2 * w_2$$

Entonces se llega al siguiente modelo a variables de estado, considerando el sistema de la figura 1.2.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{w}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{w}_2 \\ \dot{i}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1 & -0.35 & 0.1 & 0.1 & 0.75 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0.4 & 0.4 & -0.4 & -1.4 & 0 \\ 0 & -0.03 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ w_1 \\ x_2 \\ w_2 \\ i_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} e_a$$

Existen dos salidas de interés, que son la tensión de la cinta y la posición *x3*:

Tensión:

$$T = \begin{bmatrix} -0.2 & -0.2 & 0.2 & 0.2 & 0 \end{bmatrix} * x$$

Posición:

$$x_3 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix} * x$$

El modelo a variables de estado para el sistema de la figura 1.3, se obtiene a partir de las ecuaciones 1.16 a 1.21, realizando un escalamiento en tiempo y amplitud. Entonces se tiene:

$$\frac{dw_1}{d\tau} = 2 * 10^7 * x_1 * 10^{-5} * 10^{-3} - 200 * w_1 * 10^{-3} - 2 * 10^{-7} * x_2 * 10^{-5} * 10^{-3} - 200 * w_2 * 10^{-3} + 750 * i_{a1} * 10^{-3}$$

Por lo tanto el modelo a variables de estado es:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{w}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{w}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0.2 & -0.2 & -0.2 & -0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0.2 & -0.2 & -0.2 & -0.2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ w_1 \\ x_2 \\ w_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.75 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.75 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{a2} \end{bmatrix}$$

De forma similar al sistema de la figura 1.2, existen dos salidas de interés que son la tensión y la posición de la cinta, que a variables de estado están dadas por:

Tensión:

$$T = \begin{bmatrix} -0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.4 \end{bmatrix} * x$$

Posición:

$$x_3 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix} * x$$

1.2.3 MODELO A FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA.

1.2.3.1 Modelo a partir de las variables de estado.

A partir del modelo a variables de estado que se determinó en el literal 1.2.2, se obtiene el modelo a función de transferencia, tanto para la tensión como para la posición utilizando la siguiente ecuación:

$$G(s) = C * (sI - A)^{-1} * B + D$$

Donde D = 0 tanto para el modelo de la figura 1.2 como para el modelo de la figura 1.3.

Para determinar la función de transferencia del sistema de la figura 1.2 se tiene:

$$(sI-A)^{-1}=\begin{bmatrix} s & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & s+0.35 & -0.1 & -0.1 & -0.75 \\ 0 & 0 & s & -2 & 0 \\ -0.4 & -0.4 & 0.4 & s+1.4 & 0 \\ 0 & 0.03 & 0 & 0 & s+1 \end{bmatrix}^{-1}$$

El determinante de (sI - A) se calcula de acuerdo a las propiedades de los determinantes; que para este caso se determina por cofactores con respecto a la j-ésima fila o con respecto a la j-ésima columna; entonces se tiene que:

$$Det(sI-A)=s^5+2.75s^4+3.22s^3+1.88s^2+0.418s$$

Para la salida de la tensión se tiene:

$$G_T(s)=\begin{bmatrix}-0.2 & -0.2 & 0.2 & 0.2 & 0\end{bmatrix}*(sI-A)^{-1}*\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\1\end{bmatrix}$$

$$G_T(s)=\frac{-0.15s^3-0.45s^2-0.3s}{s^5+2.75s^4+3.22s^3+1.88s^2+0.418s}$$

Para la salida de la posición se tiene:

$$G_{x3}(s)=\begin{bmatrix}0.5 & 0 & 0.5 & 0 & 0\end{bmatrix}*(sI-A)^{-1}*\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\1\end{bmatrix}$$

$$G_{x3}(s)=\frac{0.75s^2+1.35s+1.2}{s^5+2.75s^4+3.22s^3+1.88s^2+0.418s}$$

Para determinar la función de transferencia del sistema de la figura 1.3 se tiene:

$$(sI-A)^{-1}=\begin{bmatrix} s & 2 & 0 & 0 \\ -0.2 & s+0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0 & s & -2 \\ -0.2 & 0.2 & 0.2 & s+0.2 \end{bmatrix}^{-1}$$

De forma similar a como se calculó el determinante para el sistema de la figura 1.2, se procede para este caso, entonces se tiene:

$$Det(sI-A)=s^4+0.4s^3+0.8s^2$$

Para la salida de la tensión se tiene:

$$G_T(s)=\begin{bmatrix}-0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.4\end{bmatrix}*(sI-A)^{-1}*\begin{bmatrix}0 & 0 \\ 0.75 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.75\end{bmatrix}$$

Tanto para la corriente ia1 como para la corriente ia2 se tiene la siguiente función de transferencia de la tensión:

$$G_T(s)=\frac{0.3s+0.6}{s^2+0.4s+0.8}$$

Para la salida de la posición en la cabeza de lectura/escritura se tiene:

$$G_{x3}(s)=\begin{bmatrix}0.5 & 0 & 0.5 & 0\end{bmatrix}*(sI-A)^{-1}*\begin{bmatrix}0 & 0 \\ 0.75 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.75\end{bmatrix}$$

Para la entrada de la corriente ia1 se tiene:

$$G_{x3}(s)=\frac{-0.75s^2-0.3s-0.6}{s^4+0.4s^3+0.8s^2}$$

Para la entrada de la corriente ia2 se tiene:

$$G_{x3}(s)=\frac{0.75s^2+0.3s+0.6}{s^4+0.4s^3+0.8s^2}$$

Se observa que el denominador de la función de transferencia de la tensión con el denominador de la función de transferencia de la posición no son los mismos, esto se debe a que se realiza una simplificación en la función de transferencia de la tensión al realizar las operaciones correspondientes y se observa también que existe una sola función de transferencia de la tensión para las dos entradas.

1.2.3.2 Modelo a partir del diagrama de redes.

Utilizando la modelación mediante diagrama de redes se determina la función de transferencia de la planta; es así que la planta contempla varias etapas tal y como se realizó en el modelo a ecuaciones diferenciales; entonces para la primera etapa de la planta que corresponde a la figura 1.4, para la parte del sistema eléctrico se tiene el modelo de red de la figura 1.7:

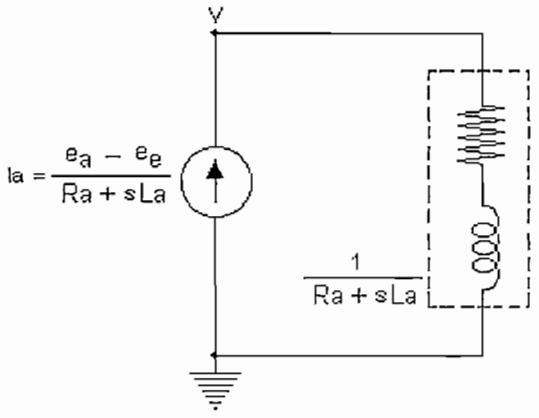


Figura 1.7. Diagrama de red del sistema eléctrico.

Las ecuaciones o matrices que gobiernan este diagrama de red se determinan a continuación:

$$\left[\frac{1}{sL_a+R_a}\right]*[V]=[I_a]$$

$$\left[\frac{1}{sL_a + R_a}\right] * [V] = \left[\frac{e_a - e_e}{sL_a + R_a}\right]$$

$$I_a = \frac{e_a - e_e}{sL_a + R_a}$$

$$I_a = \frac{e_a - km * w_1}{sL_a + R_a} \qquad [\ 1.22\ ]$$

Para la parte mecánica del sistema de la figura 1.4 se obtiene el siguiente modelo de red que se ilustra en la figura 1.9, pero antes se ilustra en la figura 1.8 la parte mecánica del sistema.

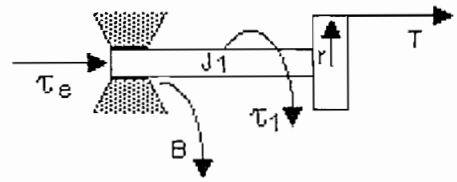


Figura 1.8. Esquema mecánico.

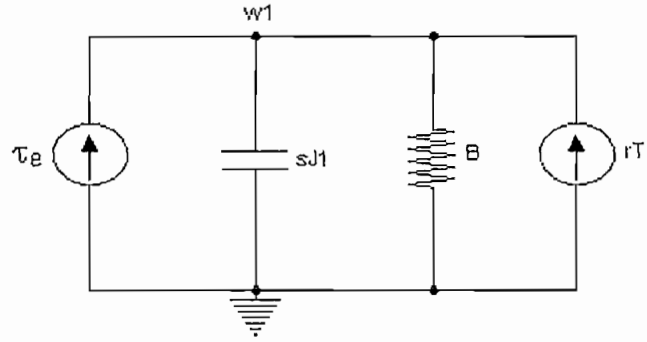


Figura 1.9. Diagrama de red del esquema mecánico de la figura 1.8.

Las matrices y ecuaciones que gobiernan el diagrama de red de la figura 1.9 se detallan a continuación:

$$[sJ_1 + B] * [w_1] = [\tau_e + rT]$$

$$w_1 = \frac{\tau_e + rT}{sJ_1 + B} \qquad [\ 1.23\ ]$$

$$v_1 = r * w_1 \qquad [\ 1.24\ ]$$

$$donde \quad \tau_e = km * I_a$$

Para la siguiente etapa de la planta que corresponde a la parte mecánica de traslación de la cinta se tiene que el diagrama de red correspondiente a la figura 1.5, se ilustra en el esquema de la figura 1.10.

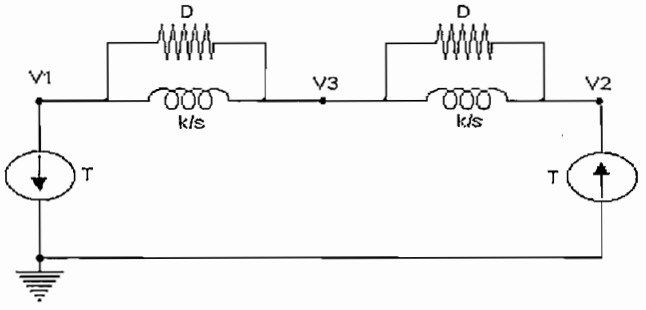


Figura 1.10. Diagrama de red del sistema mecánico de traslación de la cinta.

Entonces la matriz que gobierna el diagrama de red que se observa en la figura 1.10 se detalla a continuación:

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{k}{s}+D\right) & 0 & -\left(\frac{k}{S}+D\right) \\ 0 & \left(\frac{k}{s}+D\right) & -\left(\frac{k}{s}+D\right) \\ -\left(\frac{k}{s}+D\right) & -\left(\frac{k}{s}+D\right) & 2\left(\frac{k}{s}+D\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -T \\ T \\ 0 \end{bmatrix}$$

De esta matriz se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$-T=\left(\frac{k}{s}+D\right)*v_1-\left(\frac{k}{s}+D\right)*v_3$$

$$T=\left(\frac{k}{s}+D\right)*v_2-\left(\frac{k}{s}+D\right)*v_3 \qquad [\ 1.25\ ]$$

$$0=-\left(\frac{k}{s}+D\right)*v_1-\left(\frac{k}{s}+D\right)*v_2+2*\left(\frac{k}{s}+D\right)*v_3 \qquad [\ 1.26\ ]$$

Donde, de la ecuación 1.26 se obtiene:

$$0=\left(\frac{k}{s}+D\right)(-v_1-v_2+2v_3)$$

$$v_3=\frac{v_1+v_2}{2} \qquad [\ 1.27\ ]$$

$$sx_3=\frac{sx_1+sx_2}{2} \qquad [\ 1.28\ ]$$

Para la siguiente etapa de la planta que corresponde al sensor y sistema de la figura 1.6 se obtiene el diagrama de red que se ilustra en la figura 1.12, pero antes se ilustra la parte mecánica de la etapa, esto para visualizar las variables como se indica en la figura 1.11.

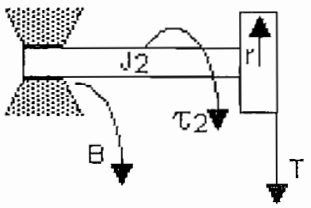


Figura 1.11. Esquema mecánico del sensor.

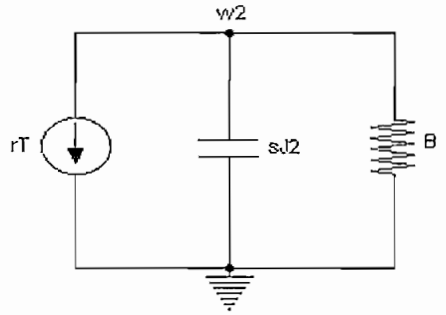


Figura 1.12 Diagrama de red del sistema de la figura 1.11.

La matriz y ecuaciones que gobiernan éste diagrama de red son:

$$[sJ_2 + B] * [w_2] = [-rT]$$

$$w_2 = -\frac{rT}{sJ_2 + B} \qquad [\ 1.29\ ]$$

$$v_2 = r * w_2 \qquad [\ 1.30\ ]$$

Con las ecuaciones obtenidas de los diagramas de red de toda la planta, se realizan las operaciones necesarias para obtener la función de transferencia requerida:

De la ecuación 1.25 se tiene que:

$$T = \left(\frac{k}{s} + D\right)(r * w_2 - s * x_3)$$

$$T = \left(\frac{k}{s} + D\right)\left(r * - \frac{r * T}{sJ_2 + B} - s * x_3\right)$$

$$T + \left(\frac{k}{s} + D\right)\left(\frac{r^2 * T}{sJ_2 + B}\right) = -(k + sD)x_3$$

Entonces:

$$x_3 = -\left(\frac{1}{sD+k} + \frac{r^2}{s(sJ_2+B)}\right) * T \qquad [\ 1.31\ ]$$

De la ecuación 1.23 se tiene:

$$w_1 = \frac{kmI_a}{sJ_1+B} + \frac{rT}{sJ_1+B}$$

Reemplazando 'Ia' (ecuación 1.22) en la ecuación anterior se tiene:

$$w_1 = \frac{km}{sJ_1+B}\left(\frac{e_a}{sL_a+R_a} - \frac{kmw_1}{sL_a+R_a}\right) + \frac{rT}{sJ_1+B}$$

$$\left(1 + \frac{km^2}{(sJ_1+B)(sL_a+R_a)}\right) w_1 = \frac{km\ e_a}{(sJ_1+B)(sL_a+R_a)} + \frac{rT}{sJ_1+B} \qquad [\ 1.32\ ]$$

De la ecuación 1.28 se tiene:

$$s(2x_3 - x_2) = v_1$$

$$2sx_3 - v_2 = rw_1$$

$$w_1 = \frac{2sx_3}{r} - w_2$$

Sustituyendo la ecuación 1.29 en la ecuación anterior se tiene:

$$w_1 = \frac{2sx_3}{r} + \frac{rT}{sJ_2+B} \qquad [\ 1.33\ ]$$

Haciendo el reemplazo de la ecuación 1.33 en la ecuación 1.32 se obtiene:

$$\left(1+\frac{km^2}{(sJ_1+B)(sL_a+R_a)}\right)*\frac{2sx_3}{r}+\left(\left(1+\frac{km^2}{(sJ_1+B)(sL_a+R_a)}\right)\frac{r}{sJ_2+B}-\frac{r}{sJ_1+B}\right)T=$$

$$=\frac{km\ e_a}{(sJ_1+B)(sL_a+R_a)} \qquad [\ 1.34\ ]$$

Al sustituir la ecuación 1.31 en la ecuación 1.34 se obtiene el siguiente resultado.

$$\left(-\left(\frac{(sJ_1+B)(sL_a+R_a)}{km}+km\right)\left(\frac{2s}{r(sD+k)}+\frac{r}{sJ_2+B}\right)-\frac{r(sL_a+R_a)}{km}\right)T=e_a$$

$$\frac{T}{e_a}=-\frac{1}{\left(\left(\frac{(sJ_1+B)(sL_a+R_a)}{km}+km\right)\left(\frac{2s}{r(sD+k)}+\frac{r}{sJ_2+B}\right)+\frac{r(sL_a+R_a)}{km}\right)} \qquad [\ 1.35\ ]$$

Al sustituir los valores de cada una de las variables se obtiene el siguiente resultado(sin escalamiento):

$$\frac{T}{e_a}=-\frac{150*10^3s^3+4.5*10^8s^2+3*10^{11}s}{s^5+2.75*10^3s^4+3.22*10^6s^3+1.88*10^9s^2+4.18*10^{11}s} \qquad [\ 1.36\ ]$$

Se realizó a variables de estado un escalamiento en tiempo de τ = 1000*t segundos y un escalamiento en amplitud de 10e-5 metros, que utilizando en éste desarrollo, se tiene el resultado esperado:

Se conoce que el escalamiento en tiempo da una potencia de a cuerdo al orden de la derivada en el tiempo así por ejemplo, si al factor de escalamiento en el tiempo se lo denomina λ y al factor de escalamiento en amplitud se lo denomina Φ, se tiene:

$\frac{d^5t}{dt^5}$ *corresponde en el dominio s a* λ^5*s^5 *y se realiza el mismo razonamiento para las demás derivadas.* [4]

Por lo que para la ecuación 1.36 se tiene el escalamiento en tiempo como sigue:

$$\lambda^5 s^5 T(s) + \lambda^4 2.75*10^3 s^4 T(s) + \lambda^3 3.22*10^6 s^3 T(s) + \lambda^2 1.88*10^9 s^2 T(s) + \lambda 4.18*10^{11} s T(s) = \lambda^3 150*10^3 s^3 e_a(s) + \lambda^2 4.5*10^8 s^2 e_a(s) + \lambda 3*10^{11} s e_a(s)$$

Entonces se tiene que:

$$\frac{T(s)}{e_a(s)} = -\frac{\frac{150*10^3 s^3}{\lambda^2} + \frac{4.5*10^8 s^2}{\lambda^3} + \frac{3*10^{11} s}{\lambda^4}}{s^5 + \frac{2.75*10^3 s^4}{\lambda} + \frac{3.22*10^6 s^3}{\lambda^2} + \frac{1.88*10^9 s^2}{\lambda^3} + \frac{4.18*10^{11}}{\lambda^4}}$$

Se conoce que $\lambda = 1000$, entonces la función de transferencia queda:

$$G_T(s) = \frac{T(s)}{e_a(s)} = -\frac{0.15s^3 + 0.45s^2 + 0.3s}{s^5 + 2.75s^4 + 3.22s^3 + 1.88s^2 + 0.418s} \qquad [\ 1.37\ ]$$

De un procedimiento similar se obtiene la función de transferencia de posición la x3 así como también la función de transferencia de la posición x2 que se observa a continuación: para x3, en este caso además se debe realizar el escalamiento en amplitud.

Función de transferencia de la posición de la cinta en la cabeza de lectura escritura x3:

$$Gx_3(s) = \frac{x_3(s)}{e_a(s)} = \frac{0.75s^2 + 1.35s + 1.2}{s^5 + 2.75s^4 + 3.22s^3 + 1.88s^2 + 0.418s}$$

Función de transferencia de la posición de la cinta en el segundo carrete(sensor):

$$Gx_2(s) = \frac{x_2(s)}{e_a(s)} = \frac{0.6s + 1.2}{s^5 + 2.75s^4 + 3.22s^3 + 1.88s^2 + 0.418s}$$

---

[4] Patricio Burbano, Luis Barajas **"Laboratorio de Sistemas de Control I"** ESCUELA POLITECNICA NACIONAL FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA 1984 pags: 31 a 35.

Entonces se puede observar claramente que las funciones de transferencia obtenidas por el método a variables de estado(método directo) y el método a diagrama de red son las mismas por lo que se demuestra que existen diferentes métodos para la determinación de un modelo matemático que describen a un sistema aproximadamente.

1.2.4 MODELO DISCRETO.

Para obtener el modelo discreto de la planta, se utilizan las funciones de transferencia antes encontradas por el método directo y por diagramas de red, y se utiliza la discretización con un 'ZOH' y un tiempo de muestreo de 0.1miliseg. En el paquete computacional MATLAB se obtiene el modelo discreto al ejecutar la instrucción c2d que es el cambio de una función en dominio s (continuo) a una función en dominio z (discreto) con un tiempo de muestreo que se elija, que para este caso es el que se mencionó anteriormente. Las instrucciones que se manejan en MATLAB se detallan a continuación para obtener el modelo discreto:

Para el modelo discreto de la función de transferencia de la tensión:

```
num=[0.15 0.45 0.3];

den=[1 2.75 3.22 1.88 0.418];

Gtension=tf(num,den)

Transfer function:

              0.15 s^2 + 0.45 s + 0.3
-----------------------------------------------------------
s^4 + 2.75 s^3 + 3.22 s^2 + 1.881 s + 0.418

Gtensionz=c2d(Gtension,0.1,'zoh')
```

Transfer function:

$$\frac{0.0007551\,z^3 - 0.0005401\,z^2 - 0.0007528\,z + 0.000564}{z^4 - 3.731\,z^3 + 5.223\,z^2 - 3.251\,z + 0.7596}$$

Sampling time: 0.1

De una forma similar se realiza para obtener los modelos discretos de las posiciones y se obtienen las siguientes funciones de transferencia en el dominio z:

Función de transferencia de la posición x3:

Transfer function:

$$\frac{0.75\,s^2 + 1.35\,s + 1.2}{s^5 + 2.75\,s^4 + 3.22\,s^3 + 1.88\,s^2 + 0.418\,s}$$

Transfer function:

$$\frac{0.0001221\,z^4 + 0.0002547\,z^3 - 0.0006501\,z^2 + 0.0001865\,z + 9.725e\text{-}005}{z^5 - 4.731\,z^4 + 8.953\,z^3 - 8.474\,z^2 + 4.011\,z - 0.7596}$$

Sampling time: 0.1

Función de transferencia de la posición x2:

Transfer function:

$$\frac{0.6\,s + 1.2}{s^5 + 2.75\,s^4 + 3.22\,s^3 + 1.88\,s^2 + 0.418\,s}$$

Transfer function:

$$\frac{2.462e\text{-}006\, z^4 + 2.464e\text{-}005\, z^3 + 4.434e\text{-}006\, z^2 - 1.914e\text{-}005\, z - 1.927e\text{-}006}{z^5 - 4.731\, z^4 + 8.953\, z^3 - 8.474\, z^2 + 4.011\, z - 0.7596}$$

Sampling time: 0.1

Obtenidos los modelos continuos y discretos de la planta se realiza la simulación del sistema en MATLAB, esta simulación se la detalla a continuación.

Para propósitos de la simulación, se realizan esquemas de programación en MATLAB, mediante pantallas interactivas entre el PC y el usuario quien va a determinar que es lo que desea realizar. La pantalla de presentación se muestra en la figura 1.13 que luego de ejecutar el comando " mscucd " que corresponde al título de la tesis en la pantalla principal de MATLAB.

Figura 1.13. Pantalla de presentación.

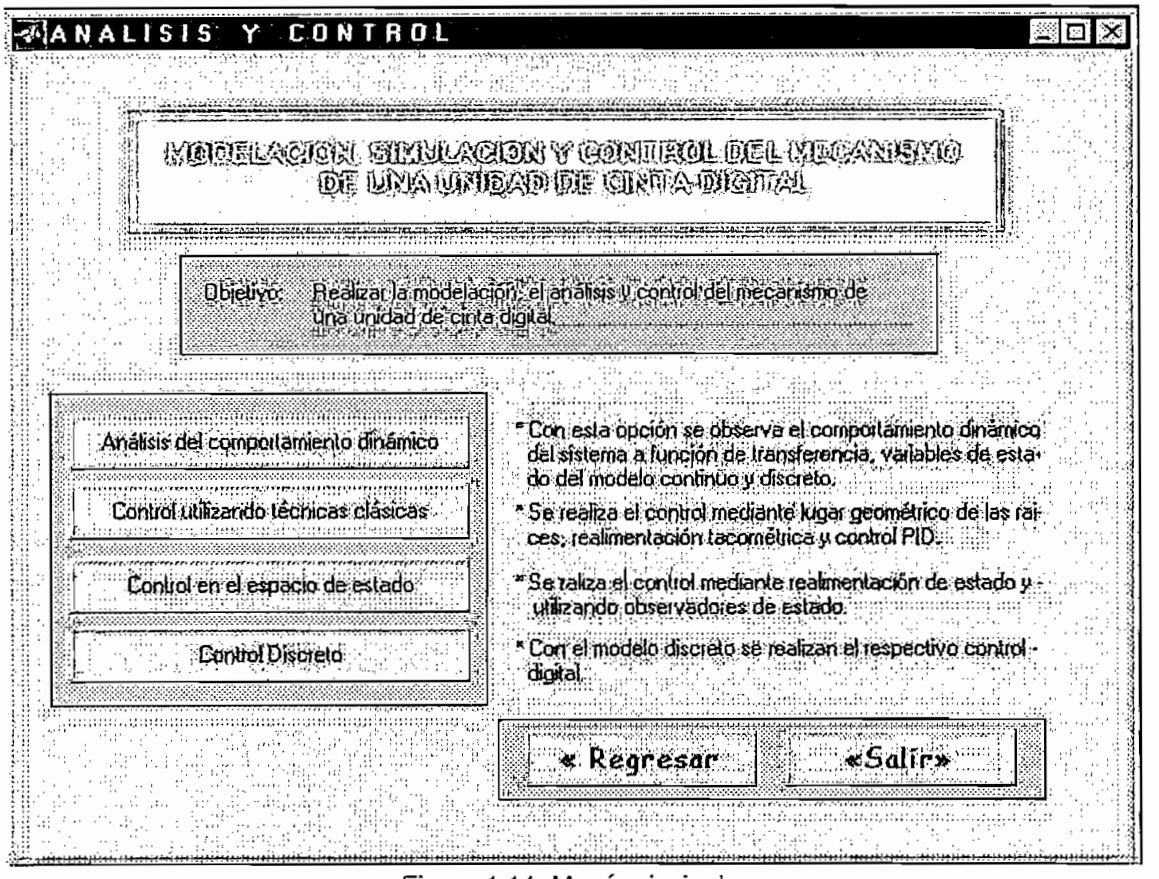


Figura 1.14. Menú principal.

En la pantalla de presentación, al presionar "Continuar", se ingresa a otra pantalla de menú principal, la cual permite seleccionar entre análisis y controles para el mecanismo de la unidad de cinta digital, esta pantalla de análisis y controles se ilustra en la figura 1.14.

1.3 SIMULACIÓN DEL SISTEMA.

Para la simulación del sistema se realizan rutinas y sub-rutinas en MATLAB, que permitan analizar el comportamiento dinámico del sistema. Si en la pantalla del menú principal que se ilustra en la figura 1.14, se hace clic en la opción "Análisis del comportamiento dinámico", se puede seleccionar las opciones que se ilustra en la pantalla de la figura 1.15.

En esta pantalla se tiene las opciones de: Respuesta en el tiempo (lazo abierto y lazo cerrado), respuesta de frecuencia (lazo abierto y lazo cerrado), lugar

geométrico de las raíces, análisis discreto (lazo abierto y lazo cerrado). Con el menú de la pantalla de la figura 1.15,se determina el comportamiento dinámico del sistema y se observa las distintas curvas de respuesta de la tensión así como también de la posición para el mecanismo de la unidad de cinta digital.

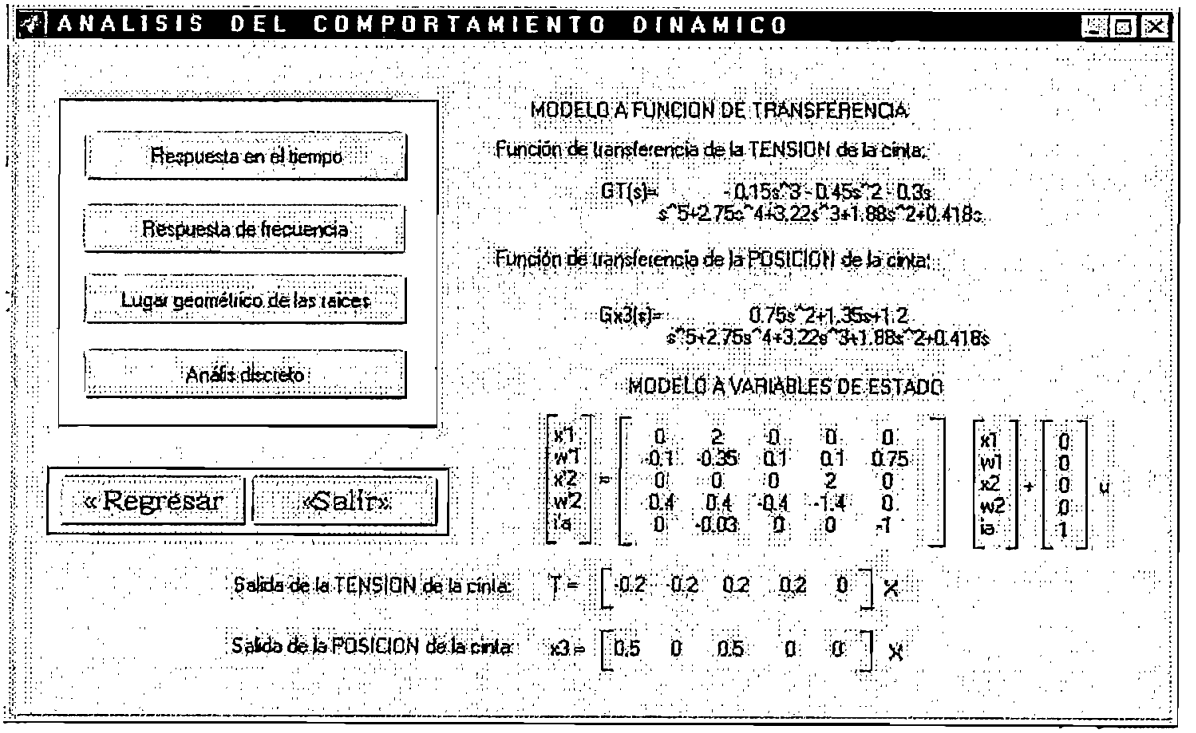


Figura 1.15. Pantalla del análisis del comportamiento dinámico.

1.3.1 RESPUESTA EN EL TIEMPO.

La respuesta temporal en lazo abierto se determina por el comando "step" en MATLAB. En la pantalla que se ilustra en la figura 1.16 se tiene la facilidad de realizar cambios en los parámetros del sistema, así como también realizar cambios en los tiempos de simulación. En la parte inferior de la pantalla se ilustra los parámetros obtenidos del análisis, tales como máximo sobre-impulso, tiempo de sobre-pico, tiempo de subida, tiempo de establecimiento o tiempo de asentamiento, error en estado estable, y la estabilidad del sistema.

En la pantalla de la figura 1.16 se tienen las siguientes alternativas:

Ver parámetros,

Cambiar parámetros,

Correr Simulación,

Análisis.

En la opción ver parámetros, al hacer clic aparece el sistema físico que se ilustra en la figura 1.2, el cual facilita conocer que parámetro se está cambiando.

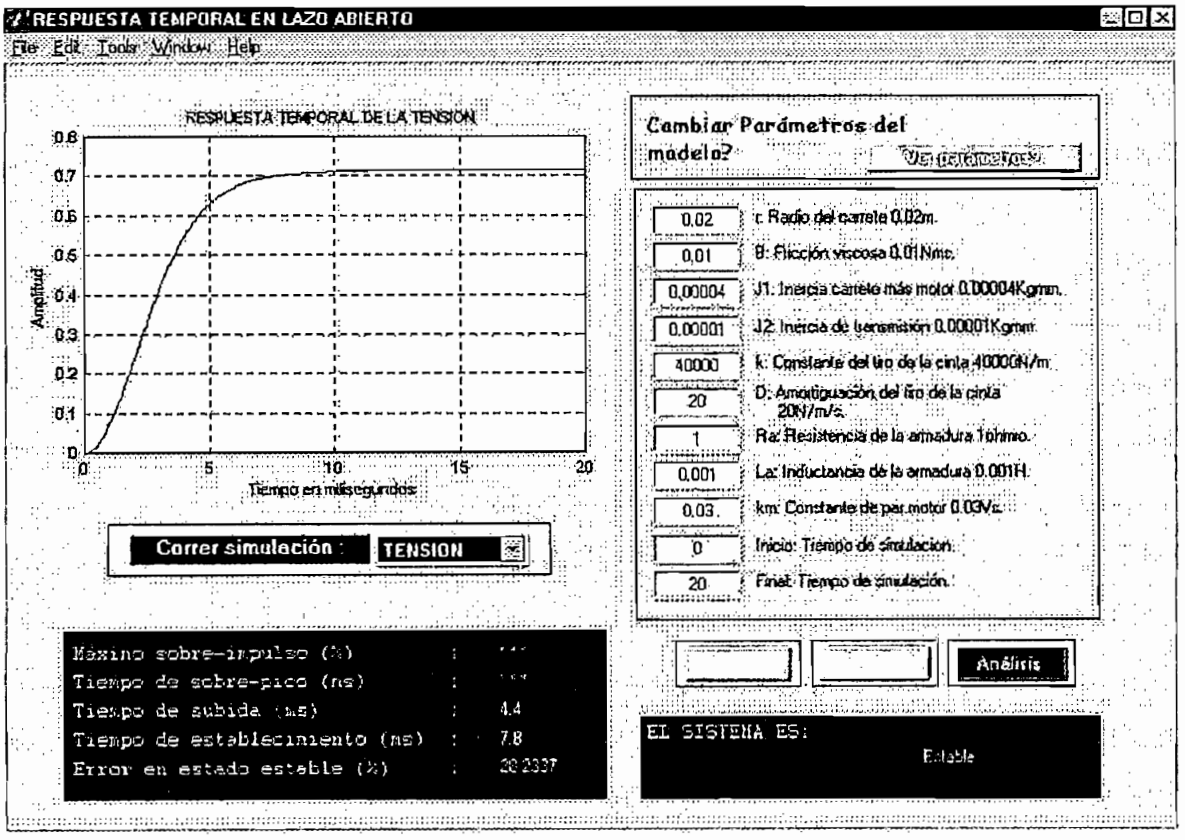


Figura 1.16. Respuesta temporal en lazo abierto.

En la opción Cambiar parámetros, se puede ingresar valores a todas las opciones posibles de cambiar, y observar el comportamiento dinámico del sistema al realizar cambios significantes en el mismo.

La opción de Correr Simulación llama a una sub-rutina que toma todos los valores ingresados por teclado y realiza las operaciones matemáticas necesarias para mostrar la respuesta temporal en la misma pantalla.

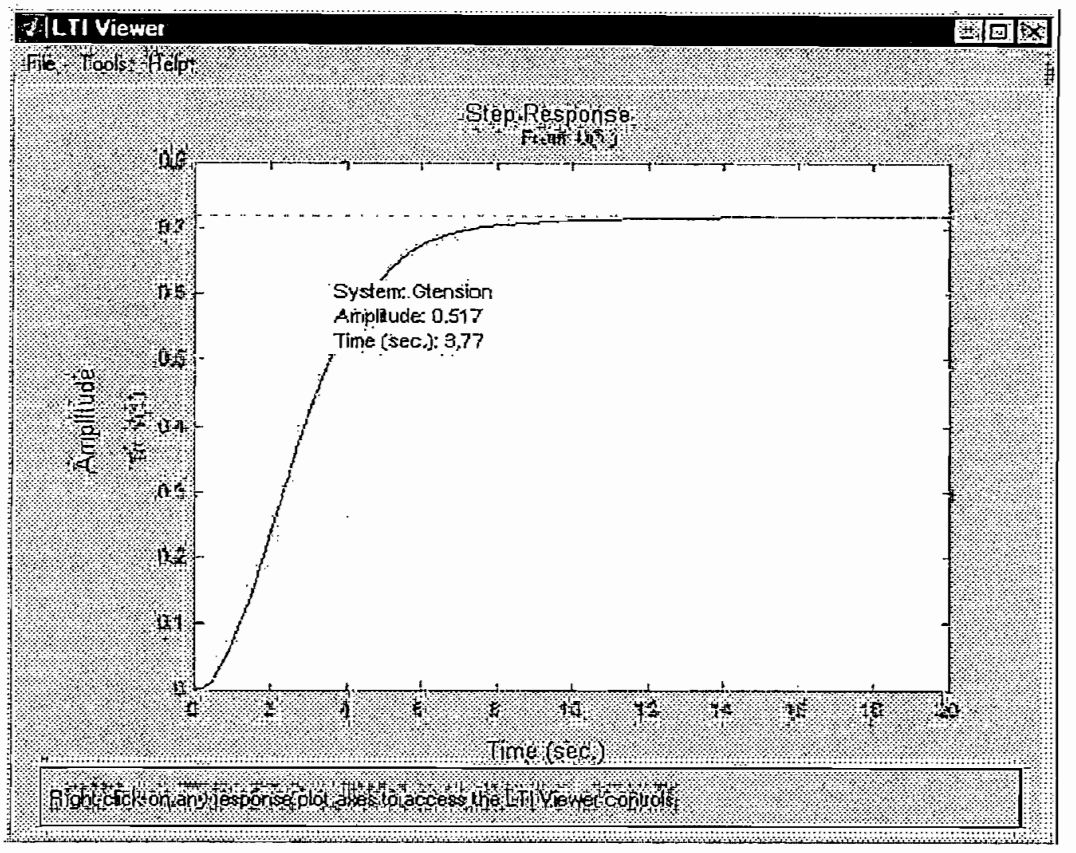


Figura 1.17. Comando Ltiview.

Las respuestas temporales que se ilustran son la tensión y la posición, eligiendo adecuadamente. De estas respuestas se presentan en la misma pantalla las características transitorias y el error en estado estable.

Con la opción de Análisis se utiliza un comando de MATLAB denominado Ltiview, el cual ayuda a determinar máximos picos y tiempos, como se ilustra en la figura 1.17.

La respuesta temporal en lazo cerrado se determina por el comando "step", pero realizando anteriormente el comando "feedback" en MATLAB. En la pantalla que se ilustra en la figura 1.18 se tiene la facilidad de realizar cambios en los parámetros del sistema al igual que en la pantalla de respuesta temporal en lazo abierto, así como también realizar cambios en los tiempos de simulación y observar los valores de máximo sobre-impulso, tiempo de sobre-pico, etc, que se obtienen de forma similar tanto en lazo abierto como en lazo cerrado.

De forma similar que en la pantalla de la figura 1.16, se tiene las opciones de: Ver parámetros, Cambiar parámetros, Correr simulación y Análisis, que realiza las mismas rutinas de la pantalla de la figura 1.16 pero en lazo cerrado.

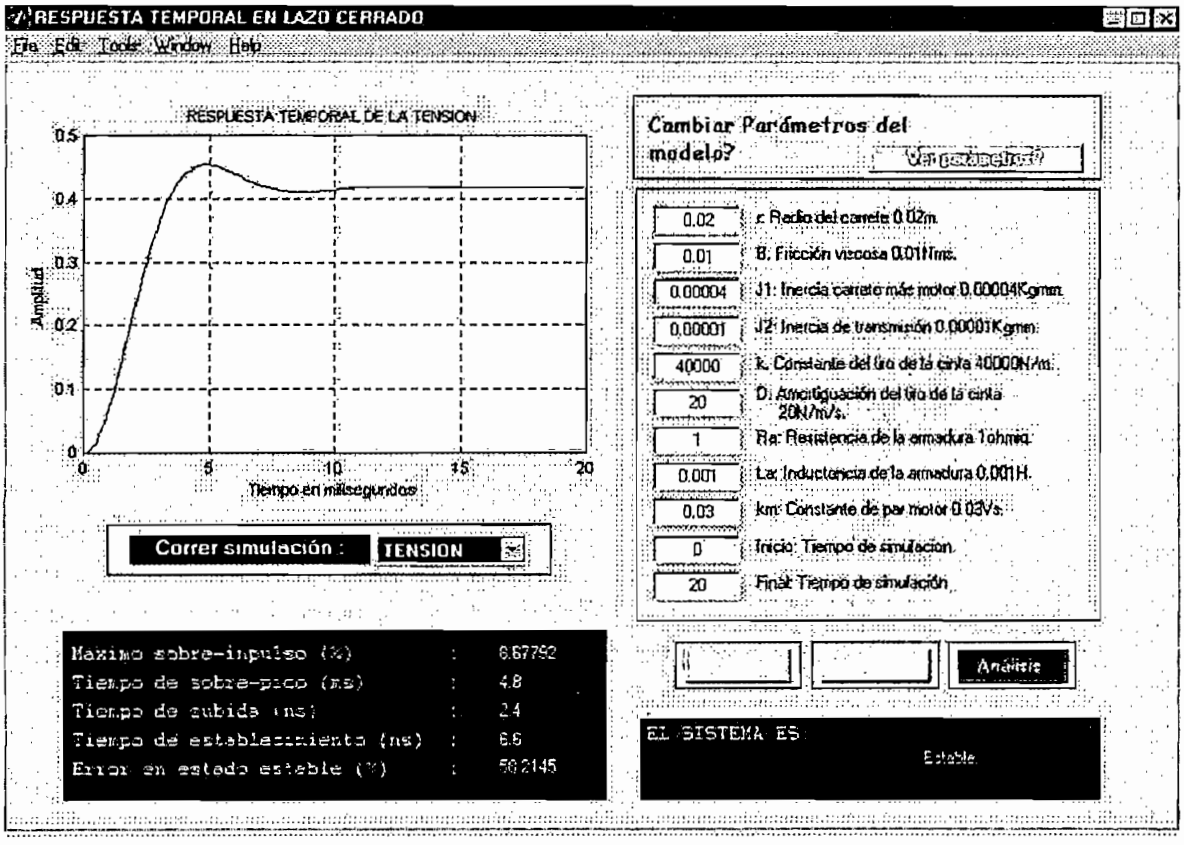


Figura 1.18. Respuesta temporal en lazo cerrado.

La respuesta temporal de los estados se determina por el comando "step". En la pantalla que se ilustra en la figura 1.19 se tiene la facilidad de realizar cambios en los parámetros del sistema de forma similar que se realiza en las pantallas de respuesta temporal en lazo abierto y cerrado, además se puede observar si el sistema es observable y controlable, así como también observar la respuesta temporal de cada uno de los estados individualmente.

Con las opciones de Ver parámetros, Cambiar parámetros, Correr simulación, se observa el comportamiento dinámico de la variable de estado que se escoge ó de todas las variables de estado del sistema en estudio.

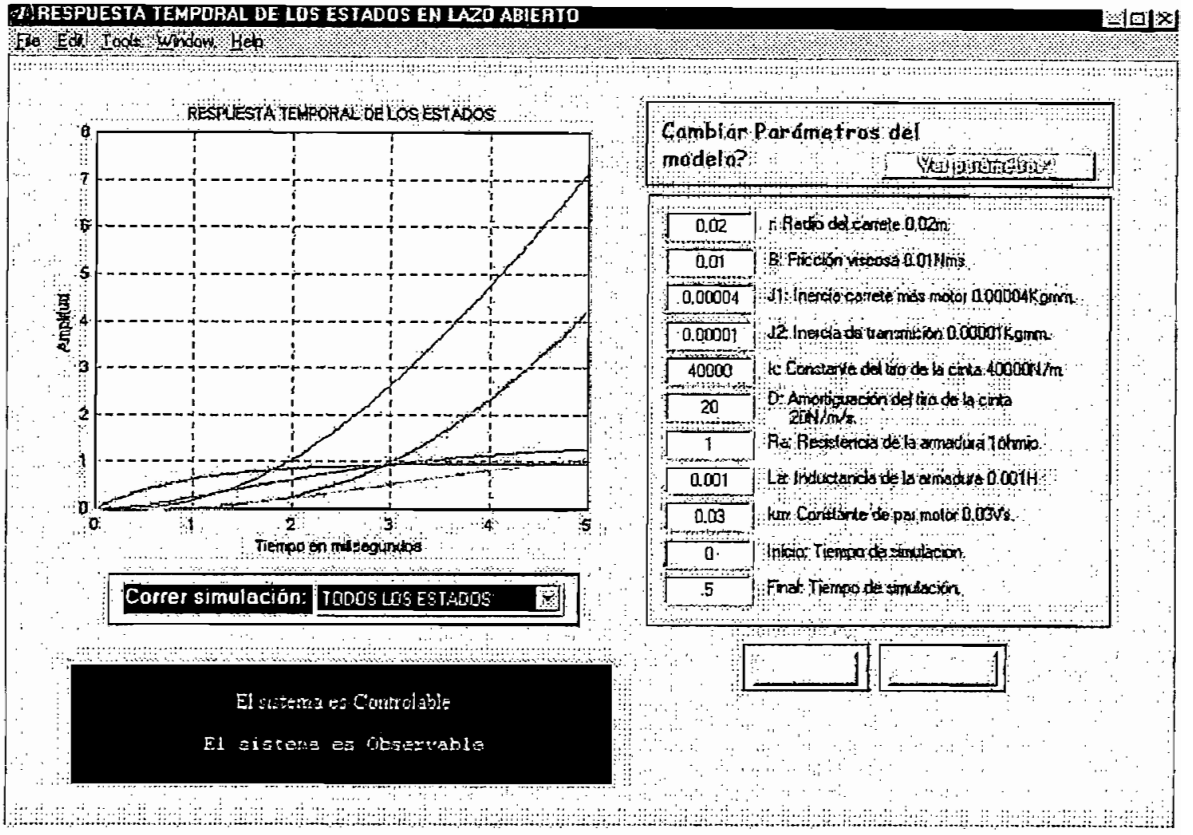


Figura 1.19. Respuesta temporal en lazo abierto de los estados.

En la pantalla de la figura 1.20 se puede observar el comportamiento dinámico de los estados del sistema en lazo cerrado de forma similar como se obtiene en lazo abierto, así también se determina la controlabilidad y observabilidad del sistema.

En ésta pantalla se tiene la facilidad de cambiar los parámetros del sistema y observar el comportamiento dinámico del sistema frente a los cambios realizados.

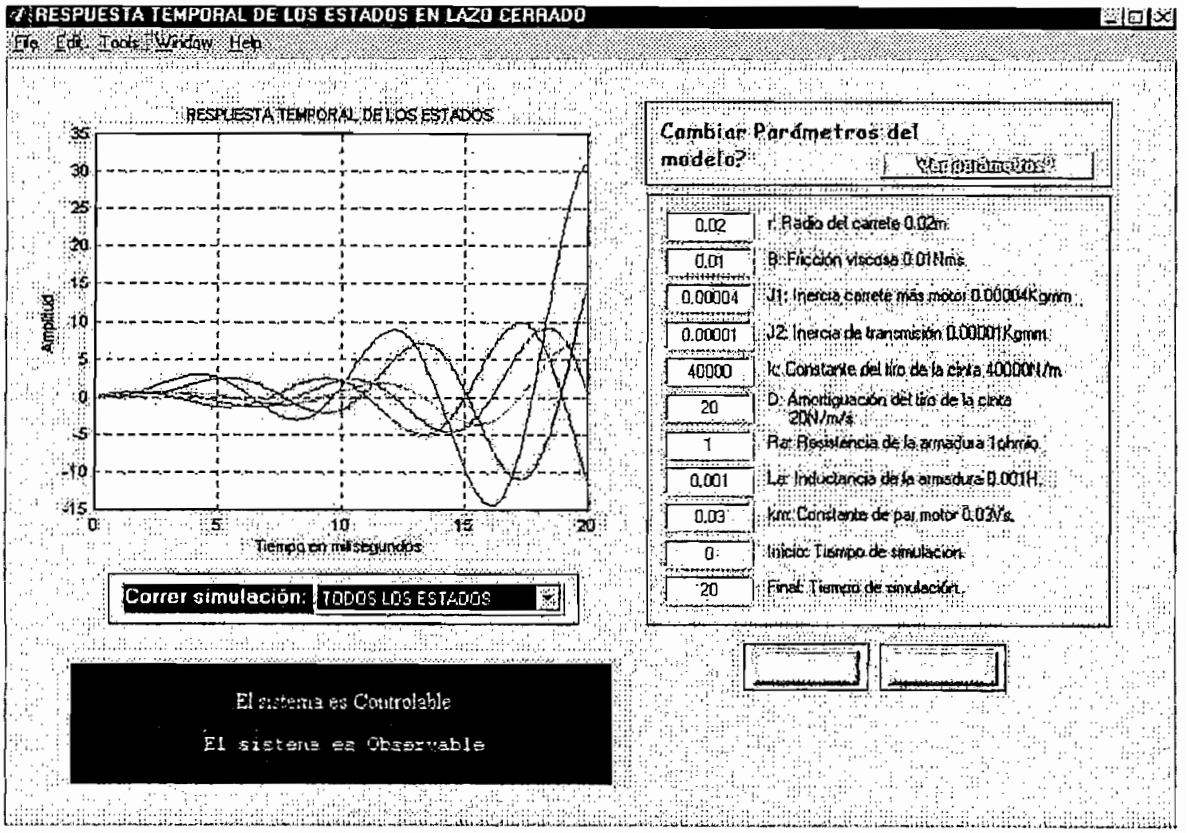


Figura 1.20. Respuesta temporal en lazo cerrado de los estados.

1.3.2 RESPUESTA DE FRECUENCIA.

En la pantalla que se ilustra en la figura 1.21, se tiene la respuesta de frecuencia en lazo abierto, en esta pantalla al igual que las anteriores, se tiene la facilidad de cambiar los parámetros del sistema, frecuencias de simulación, elegir la salida que se desee observar, así como también se observa el margen de ganancia, frecuencia de margen de ganancia, margen de fase, frecuencia de margen de fase y la estabilidad del sistema, para cada evento que se realice la simulación.

En la pantalla de la figura 1.21, se observa la respuesta de frecuencia de la salida seleccionada, la magnitud en decibeles(azul) y la fase en grados(magenta), así también se realiza el comando "ltiview" que se utilizó en la respuesta temporal para comparar los resultados obtenidos en la parte inferior de la pantalla, este comando despliega la pantalla de la figura 1.22, que se ilustra a continuación.

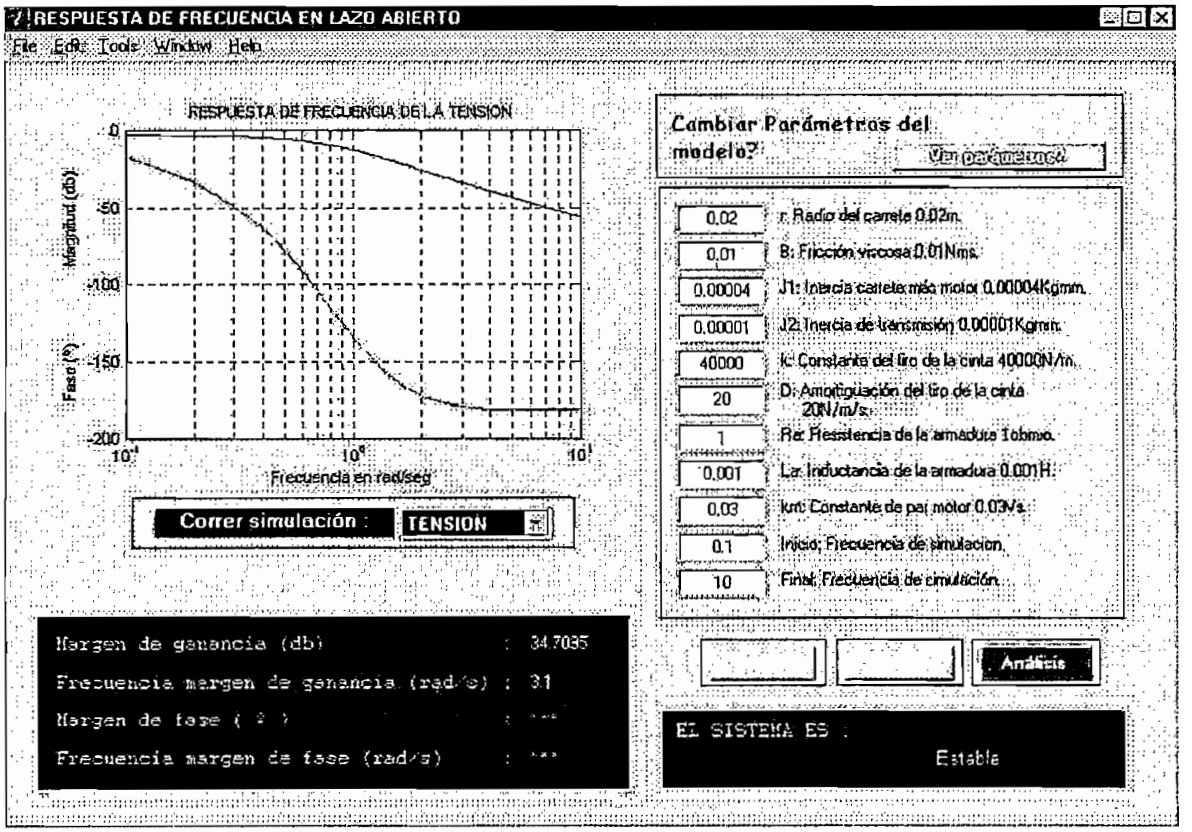


Figura 1.21. Respuesta de frecuencia en lazo abierto.

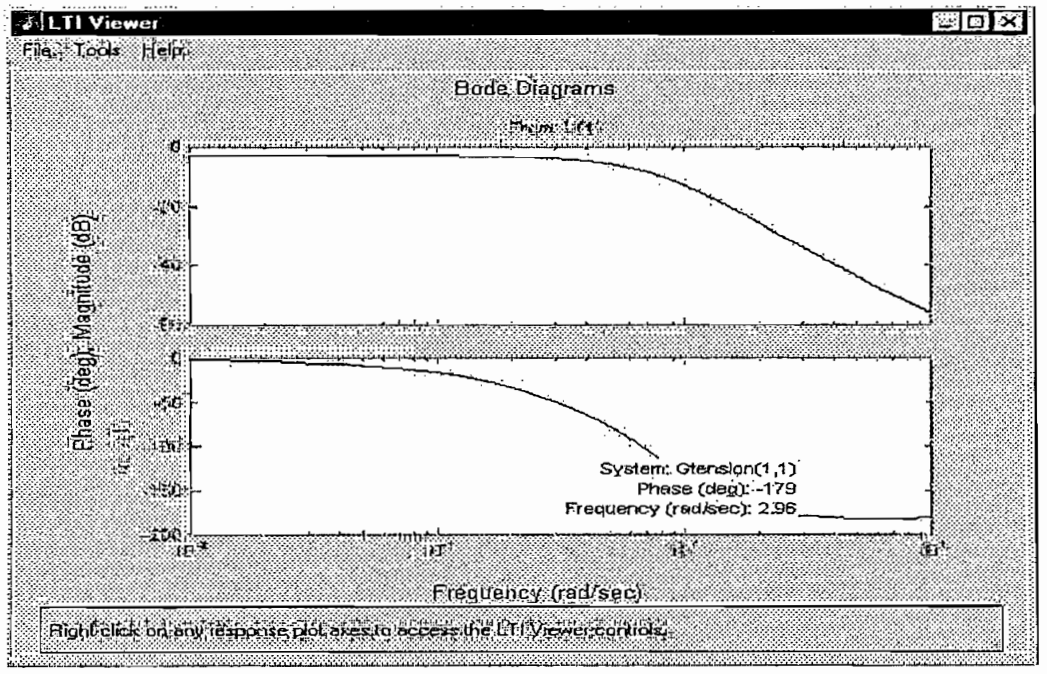


Figura 1.22. Comando Ltiview para la respuesta de frecuencia.

La respuesta de frecuencia en lazo cerrado se obtiene realizando la realimentación unitaria por medio del comando "feedback", y obteniendo la respuesta de la magnitud (azul) para las dos salidas de interés, para cada una de las salidas se obtiene máximo de resonancia, ancho de banda y la estabilidad del sistema, de forma similar que en la pantalla de la figura 1.21 en la figura 1.23 se pueden realizar cambios en los parámetros del sistema para observar su comportamiento en el dominio de la frecuencia.

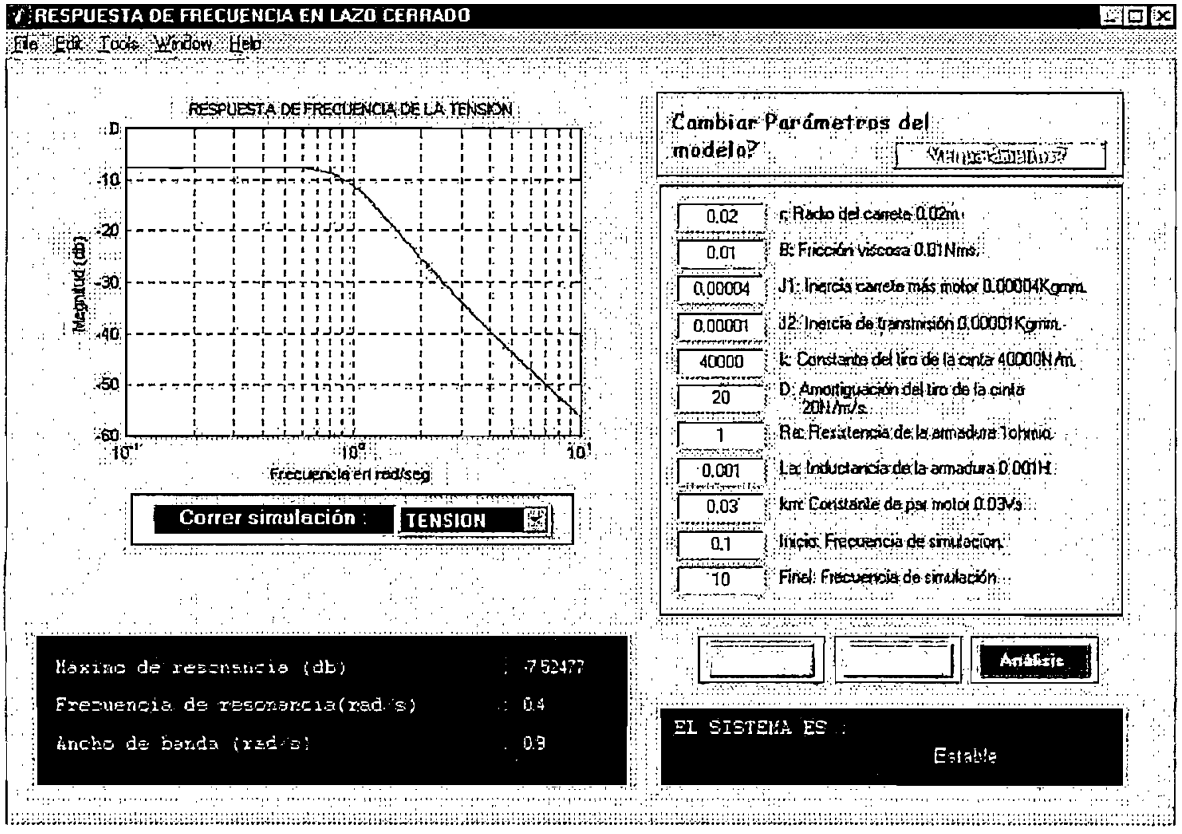


Figura 1.23. Respuesta de frecuencia en lazo cerrado.

1.3.3 LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES.

Al igual que en las pantallas de las figuras anteriores, se pueden realizar cambios en los parámetros del sistema y observar el comportamiento dinámico del mismo por intermedio del gráfico del lugar geométrico de las raíces, tanto para la salida de la tensión como de la posición.

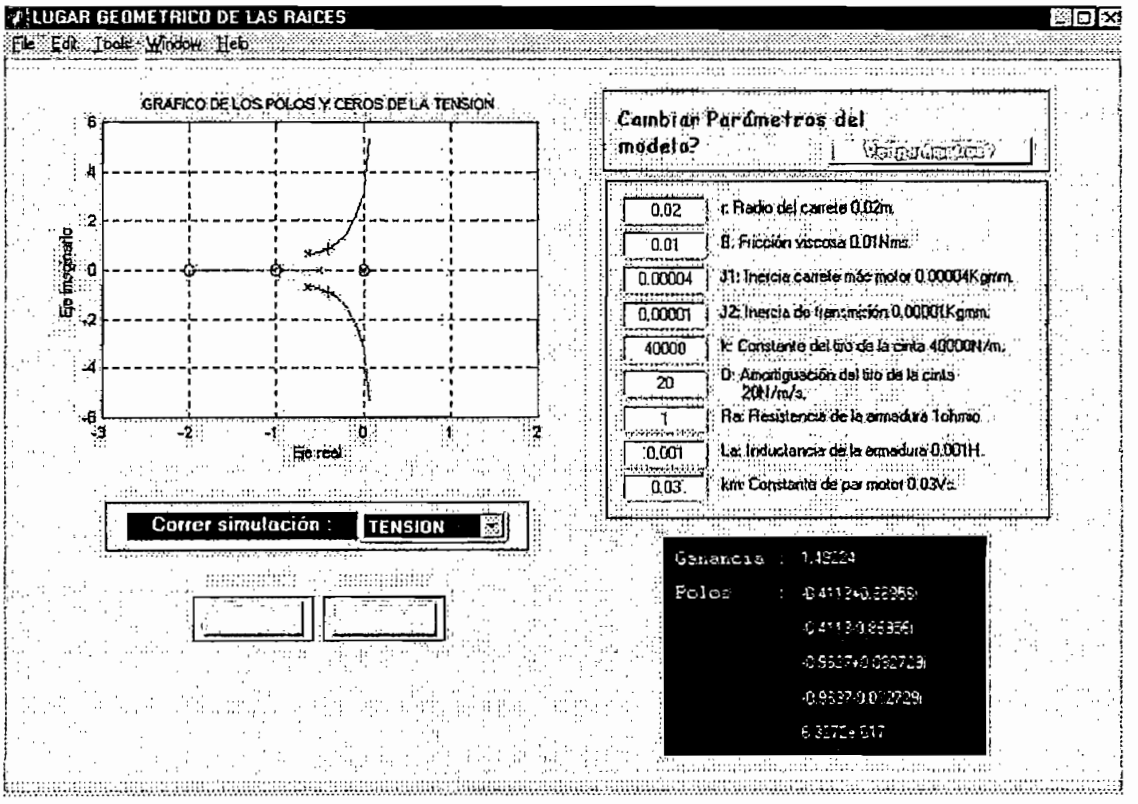


Figura 1.24. Lugar geométrico de las raíces.

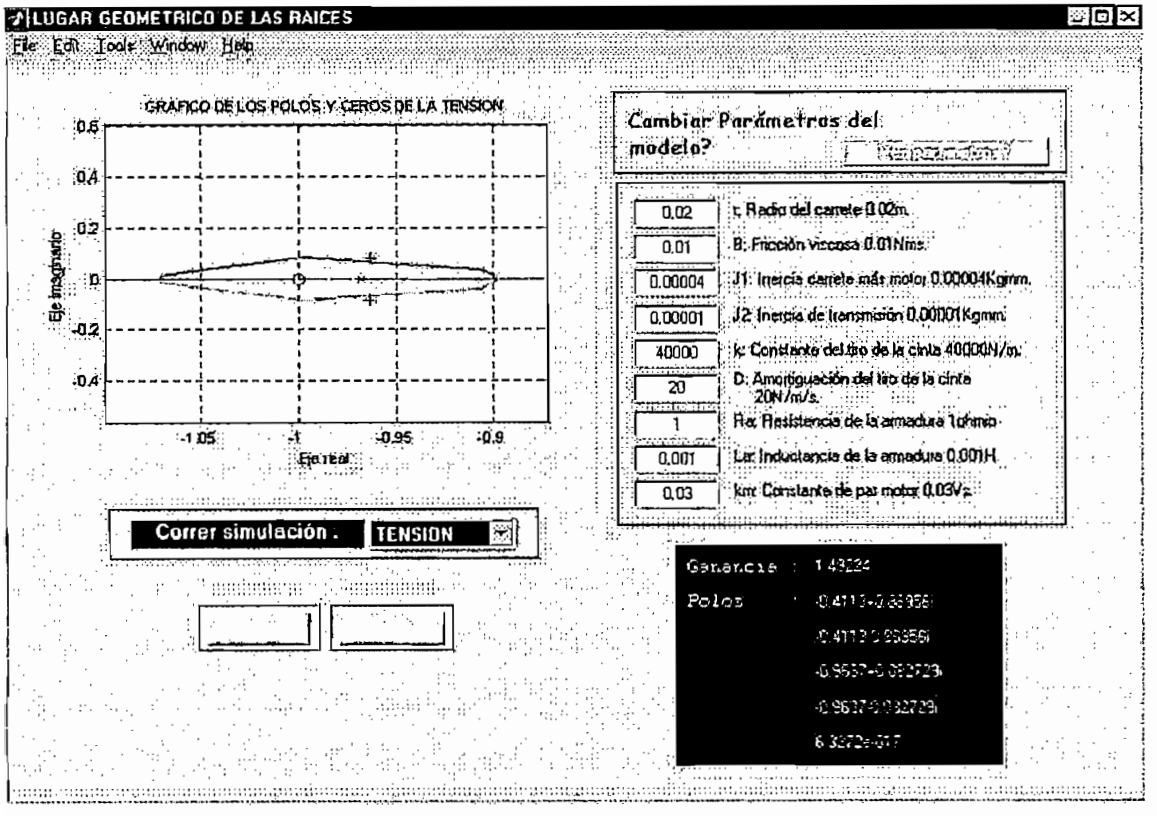


Figura 1.25. Ampliación del LGR.

En la parte inferior de la pantalla de la figura 1.24 se observa la ganancia en el punto seleccionado y los polos del sistema, esto para determinar si el sistema es estable o inestable.

Al realizar una ampliación del lugar geométrico de las raíces, se observa el gráfico que se ilustra en la figura 1.25.

1.3.4 RESPUESTA DE TIEMPO DISCRETO.

En la pantalla de la figura 1.15 se tiene la opción de "Análisis discreto", que da las alternativas de la respuesta discreta en lazo abierto y en lazo cerrado, así como también se detalla los modelos discretos a función de transferencia de la tensión y de la posición en la cabeza de lectura/escritura que se ilustra en la pantalla de la figura 1.26.

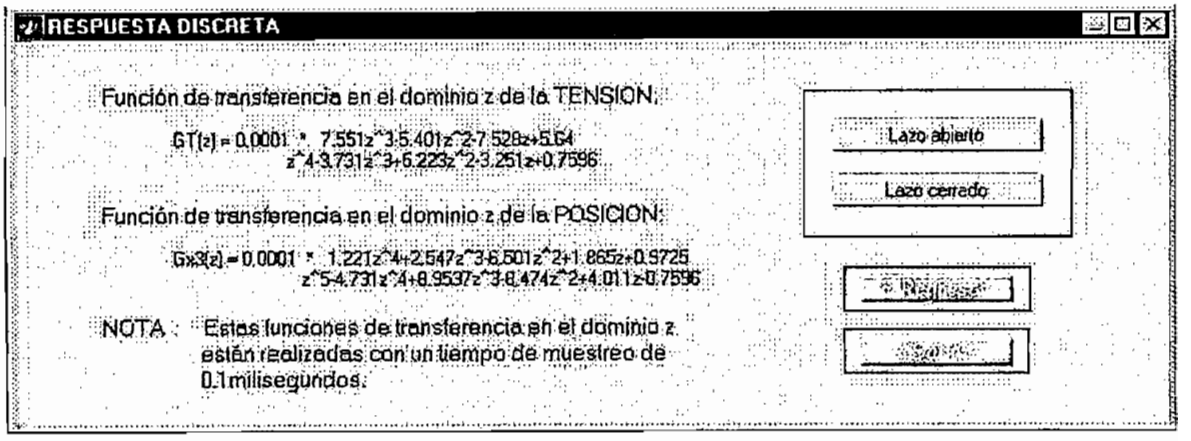


Figura 1.26. Pantalla de respuesta discreta.

Para obtener la respuesta discreta del sistema, se trabaja con la planta ya discretizada que se obtuvo en el numeral 1.2.4. y se obtiene la respuesta a una entrada paso al igual que en el modelo continuo en lazo abierto, tanto para la salida de la tensión como de la posición, como se indica en la pantalla de la figura 1.27.

En la parte inferior de la pantalla se obtienen valores de máximo sobre-impulso, tiempo de sobre-pico, tiempo de subida, tiempo de establecimiento y estabilidad del sistema para cada una de las simulaciones.

En la simulación del modelo discreto se tiene la facilidad de realizar cambios en el tiempo de muestreo y el tiempo de simulación, se recuerda que el modelo discreto de la planta se obtuvo con un periodo de muestreo de 0.1miliseg.

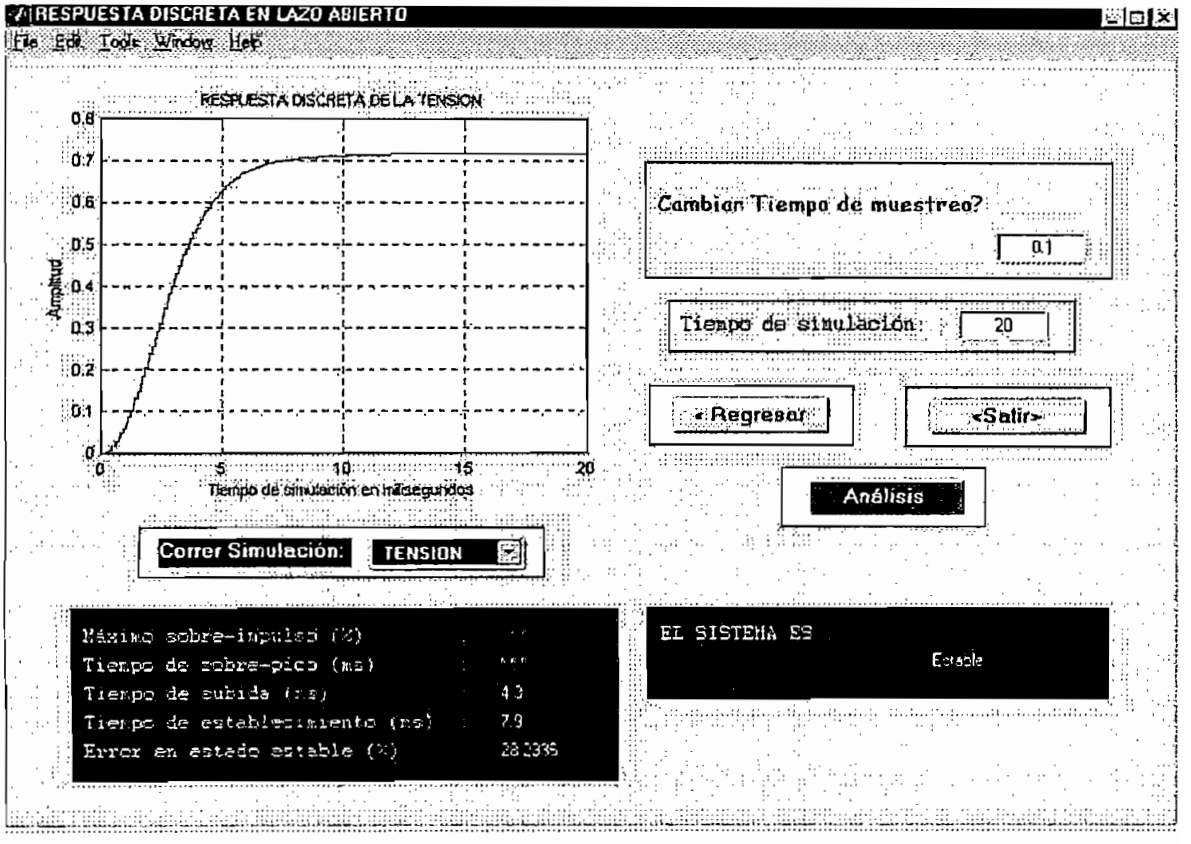


Figura 1.27. Respuesta discreta en lazo abierto.

Al igual que en la pantalla de la figura 1.16, en la figura 1.27 se tiene la opción de "Análisis", que ejecuta el comando Ltiview y aparece la pantalla de la figura 1.28 que permite ubicar el puntero del mouse en la curva de respuesta y observar los valores de interés y comparar con los valores que se obtienen en la pantalla de la figura 1.27.

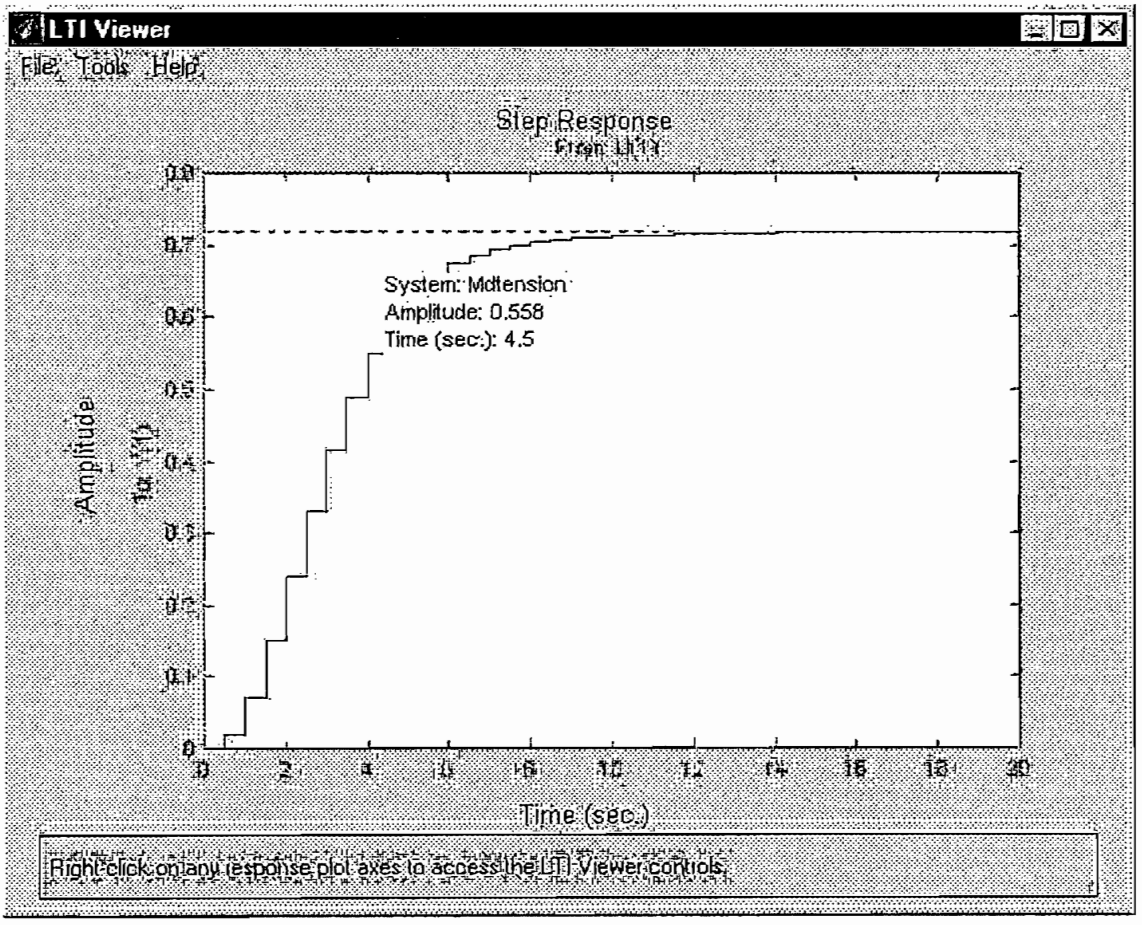


Figura 1.28. Comando Ltiview para el modelo discreto.

La respuesta discreta en lazo cerrado, se la obtiene cerrando el lazo para el modelo discreto y se obtienen los parámetros que se ilustran en la pantalla de la figura 1.29, que tiene las mismas alternativas de análisis que el de la respuesta discreta en lazo abierto que se ilustro en la figura 1.27. De forma similar se tiene la alternativa de "Análisis" para realizar comparaciones con los parámetros obtenidos en la pantalla de la figura 1.29.

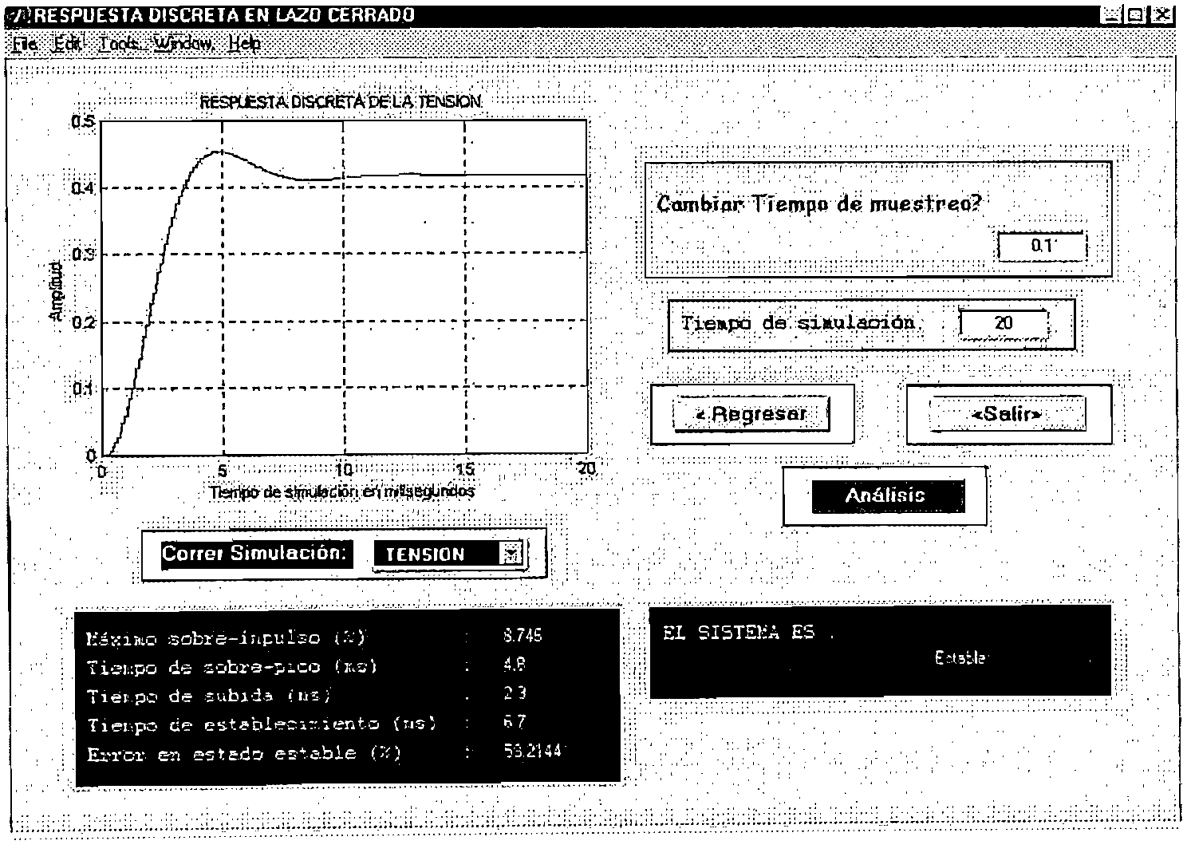


Figura 1.29. Respuesta discreta en lazo cerrado.

1.4 COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL SISTEMA.

Para el análisis del comportamiento dinámico, se observan las pantallas de simulación que se desarrollaron en el literal 1.3; las cuales están realizadas el paquete computacional MATLAB, mediante la respuesta temporal de la tensión, se observa que la tensión llega a estabilizarse en un tiempo de aproximadamente13 mili segundos. (Se toma el signo positivo para la función de transferencia de la tensión, ya que el signo negativo indica el sentido de la tensión).

En lazo cerrado se observa que la respuesta temporal de la tensión para los parámetros por default, tiene un máximo sobre-impulso de aproximadamente 8% y un tiempo de establecimiento de 11 mili segundos, y también se observa que la

salida de la posición en la cabeza de lectura/escritura se hace oscilatoria creciente, entonces la salida de la posición sigue inestable.

Para el análisis del comportamiento dinámico del sistema a variables de estado, se tienen las alternativas de observar la respuesta temporal en lazo abierto y lazo cerrado de los estados, así mismo se determina si el sistema es controlable y observable. En este sistema ocurre que al realizar el análisis dentro de una subrutina en lazo abierto, se encuentra que el sistema es controlable para todas las salidas posibles, mientras que no es observable para la salida de la tensión pero si para la salida de la posición en la cabeza de lectura/escritura, así que se necesita realizar una realimentación de estado con una ganancia, y se necesita estimar los estados. En lazo cerrado ocurre algo similar, es observable sólo para la salida de la posición en la cabeza de lectura/escritura y es controlable para todas las salidas posibles.

En la respuesta de frecuencia en lazo abierto, sin realizar cambios en los parámetros del sistema, se tiene que para la salida de la tensión se tiene sólo valores para el margen de ganancia. Mientras que para la salida de la posición, tanto el margen de fase como el margen de ganancia son negativos, que hacen que el sistema sea inestable.

Con la ubicación de los polos complejos dominantes en el plano 's' y de los polos reales, se puede determinar si el sistema es inestable o no, para este caso, los polos complejos dominantes se encuentran cerca del eje 'jw' y uno de los polos reales se encuentra en el origen, esto hace que el sistema sea marginalmente inestable con una ganancia de aproximadamente 0.15, para el caso de la posición.

En el análisis en el dominio 'z', se tiene la respuesta temporal con un tiempo de muestreo de 0.1 mili segundos. En lazo abierto como en lazo cerrado se obtiene que el sistema es inestable para la salida de la posición en la cabeza de lectura/escritura.

Con estos resultados del análisis del comportamiento dinámico, se concluye que el sistema necesita ser controlado mediante diferentes técnicas clásicas y modernas, las cuales se implementan en el capítulo segundo, tener un máximo sobre-impulso y un tiempo de establecimiento menores, debido a que se requiere que el arranque de la cinta sea tan rápido como sea posible sin exceder el valor de la tensión para que la cinta no se rompa.

CAPITULO 2

DISEÑO DEL CONTROL CLASICO Y MODERNO

2.1 TÉCNICAS DE CONTROL.

El objetivo principal de realizar un control, es determinar cual será la señal de entrada para obtener la salida de acuerdo a especificaciones dadas por el diseño, estas especificaciones son limitaciones que se dan al modelo matemático para encontrar el control adecuado. Las especificaciones pueden venir expresadas como funciones de frecuencia o en términos de la respuesta temporal. Para este capítulo se realizan controles basados en técnicas clásicas, tales como controlador por adelanto de fase utilizando la técnica del lugar geométrico de las raíces, realimentación tacométrica y controlador PID, mediante Ziegler Nichols y por lugar geométrico de las raíces.

En el presente trabajo se desarrollan los métodos de control siguientes:

a) Controlador o compensador en serie o cascada.

Este sistema de control tiene la característica de que el compensador va antes que la planta o proceso controlado, y es por tal razón que se denomina en cascada.

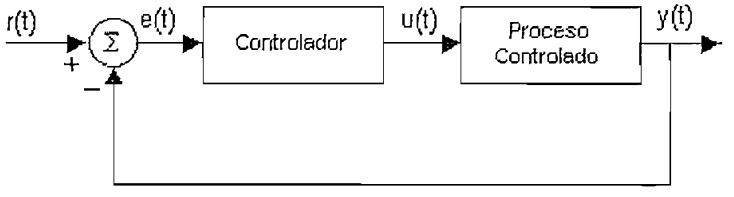


Figura 2.1. Compensación en serie

Donde:

r(t) = referencia.

e(t) = error.

u(t) = señal de control.

y(t) = salida.

b) Control con realimentación tacométrica.

Este tipo de realimentación se implementa para mejorar el amortiguamiento del sistema en lazo cerrado, la realimentación tacométrica se puede observar en el sistema que se ilustra en la figura 2.2.

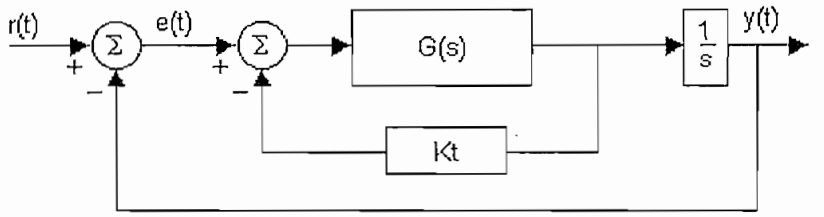


Figura 2.2. Realimentación tacométrica.

Donde:

r(t) = señal de control.

e(t) = señal de error.

y(t) = salida.

c) Control por realimentación de estado.

Tiene la característica que las variables de estado se miden y se realimentan para realizar regulación. En el presente caso las variables de estado son: posiciones, velocidades y corriente, este tipo de control se ilustra en la figura 2.3.

Donde:

u(t) = señal de control.

x(t) = estados del sistema.

y(t) = salida.

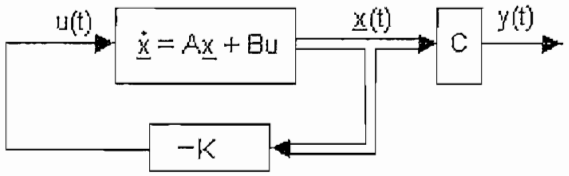


Figura 2.3. Control mediante realimentación de estado.

d) Control con estimadores.

Este método es adecuado cuando no se tiene la posibilidad de medir todas las variables de estado, por lo tanto se realiza una estimación de las mismas, con lo cual se evita el acondicionamiento de señal y el filtrado del ruido. El esquema se muestra en la figura 2.4.

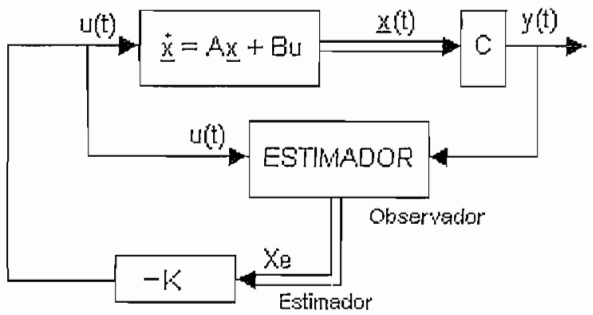


Figura 2.4 Realimentación con estimación de estado.

Donde:

Xe = variable de estado estimada.

x(t) = variables de estado.

u(t) = señal de control.

y(t) = señal de salida.

2.2 DISEÑO DEL CONTROL CLASICO.

2.2.1 COMPENSACIÓN POR ADELANTO DE FASE MEDIANTE LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES.

El control mediante L..G.R.(lugar geométrico de las raíces), se realiza escogiendo los polos de lazo cerrado, mediante especificaciones en el tiempo tal como máximo sobre-impulso, tiempo de establecimiento, el control se diseña para una red de adelanto, el esquema del compensador más la planta se ilustra en la figura 2.5.

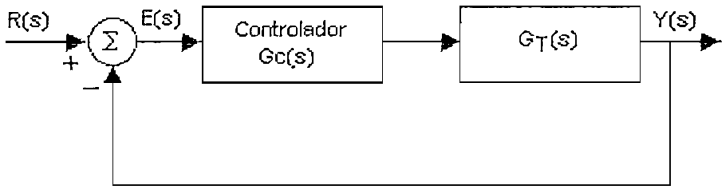


Figura 2.5. Compensador mediante LGR.

Las especificaciones para el compensador de adelanto de fase para la salida de la tensión son:

Máximo sobre-impulso < 20%
Tiempo de establecimiento < 3mseg

Entonces los polos deseados del sistema se ubican en:

$$s^* = -1.33 + j2.6$$

La función de transferencia de la salida tensión es:

$$G_T(s) = \frac{0.15s^3 + 0.45s^2 + 0.3s}{s^5 + 2.75s^4 + 3.22s^3 + 1.88s^2 + 0.418s}$$

La función de transferencia de la tensión expresada en polos y ceros es:

$$G_T(s) = \frac{0.15(s+1)(s+2)}{(s+0.507)(s+0.968)(s+0.637+j0.667)(s+0.637-j0.667)}$$

La ubicación de ceros y polos de la función de transferencia de la tensión se detalla en la figura 2.6.

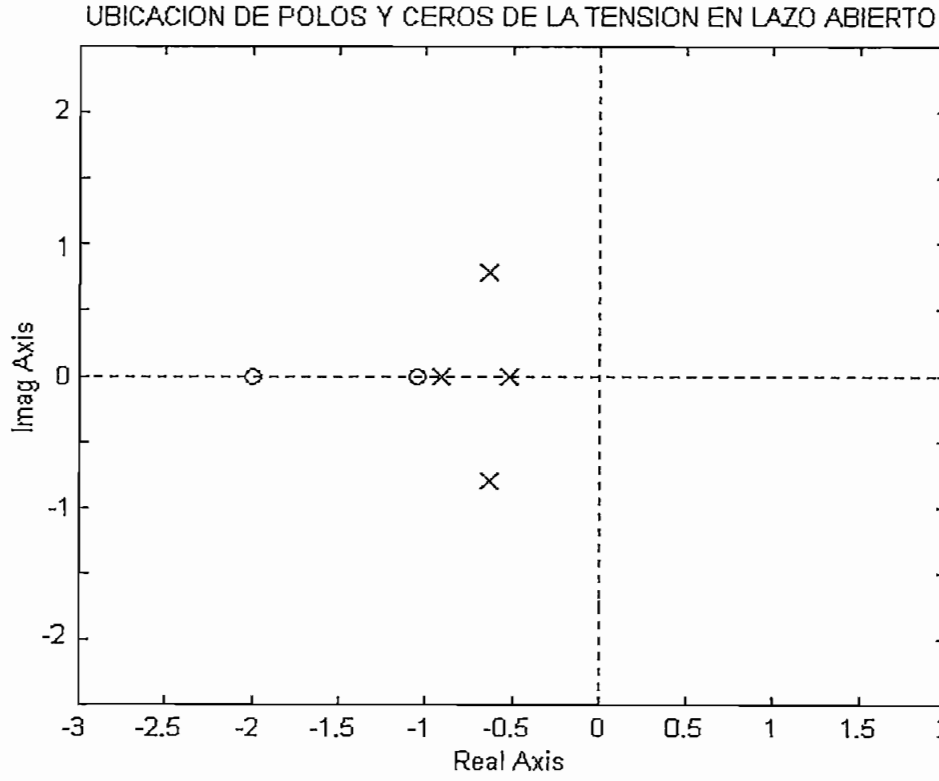


Figura 2.6. Ubicación de polos y ceros de la tensión.

Para determinar el ángulo de la red de compensación, se realiza las siguientes operaciones:

$$\phi_c + \theta_1 + \theta_2 - \phi_1 - \phi_2 - \phi_3 - \phi_4 = -180° \qquad [\ 2.1.\ ]$$

De la ecuación 2.1 se tiene que el ángulo del compensador de adelanto de fase es:

$$\phi_c = 64.41°$$

Donde el ángulo del compensador se obtiene de acuerdo a la ubicación de los polos deseados; como se ilustra en la figura 2.7.

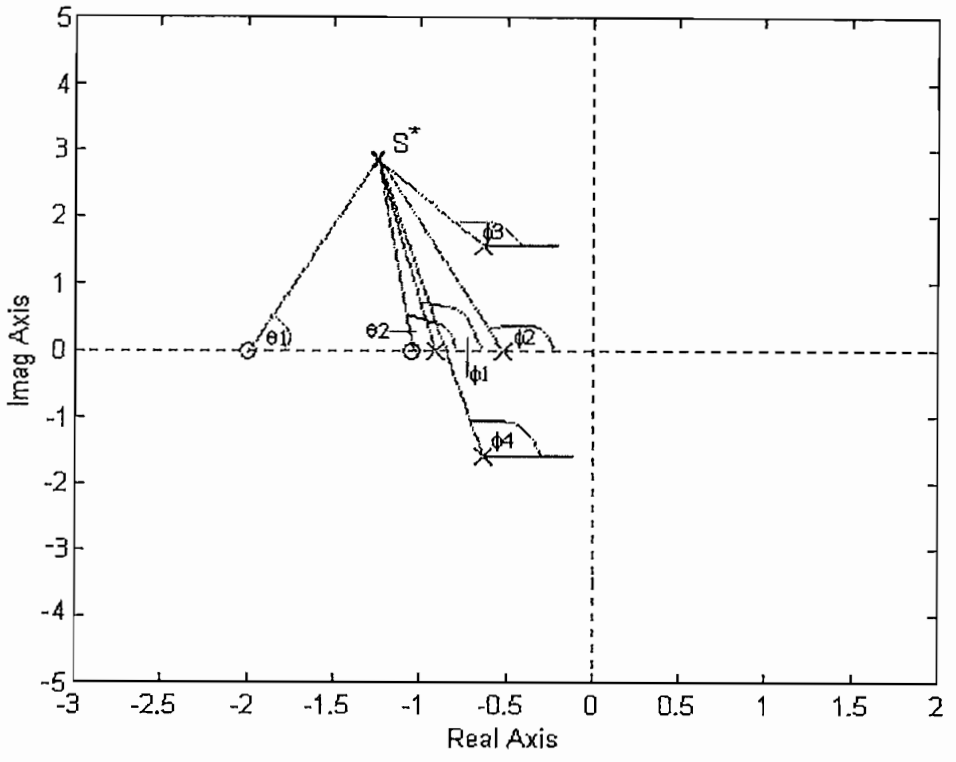


Figura 2.7. Polo deseado y los ángulos.

Para obtener el cero del compensador, se ubica bajo el polo deseado del compensador de adelanto de fase, entonces se tiene que el cero del compensador esta en s = -1.33 ubicado en el semiplano izquierdo, entonces el ángulo del polo del compensador es:

$$\phi_c = \theta_z - \phi_p$$

Donde:

θ_z : ángulo del cero del compensador con respecto al polo deseado.

ϕ_p : ángulo del polo del compensador con respecto al polo deseado.

Al ubicar el cero de la red de adelanto bajo el polo deseado, se tiene que el ángulo del cero de la red de compensación es de 90°, entonces el ángulo del polo del compensador de la red de adelanto es:

$$\phi_p = 25.59°$$

Aplicando la siguiente ecuación, se obtiene el polo del compensador:

$$\text{tg}\,\phi_p = \frac{w_n\sqrt{1-\xi^2}}{p-z}$$

Donde los factores de w_n y ξ se obtienen de la ubicación de los polos deseados y z es el valor del cero escogido bajo el polo deseado, que para este caso es 1.33, entonces el valor del polo del compensador es de 6.76, y el compensador tiene la siguiente función de transferencia:

$$G_c(s) = kc * \frac{(s+1.33)}{(s+6.76)}$$

La ganancia del compensador se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$\left|G_c(s) * G_T(s)\right|_{s^*} = 1$$

Evaluado en s = s*, que resulta una ganancia *kc* igual a 2.4, entonces el compensador es:

$$G_c(s) = 2.4 * \frac{(s+1.33)}{(s+6.76)}$$

Con este compensador no se obtiene un resultado satisfactorio, entonces se hace un ajuste de parámetros de (variación de ganancia), hasta llegar a valores de máximo sobre-impulso de 1% y un tiempo de establecimiento de aproximadamente 3 miliseg, que son rangos que se encuentran dentro de las especificaciones de diseño para éste sistema.

2.2.2 COMPENSACIÓN POR ADELANTO DE FASE MEDIANTE REALIMENTACIÓN TACOMÉTRICA.

El control mediante realimentación tacométrica tiene el esquema de la figura 2.2. Este esquema de realimentación tacométrica tiene la facilidad de añadir un cero en el sistema, sin que este aparezca en el esquema de lazo cerrado.

El esquema que se ilustra en la figura 2.8, es un esquema de realimentación tacométrica aplicado a la función de transferencia del sistema en estudio; la tensión; esta función de transferencia se indica a continuación:

$$G_T(s) = \frac{0.15s\,(s+1)(s+2)}{s\,(s+0.507)(s+0.968)(s+0.637+j0.667)(s+0.637-j0.667)}$$

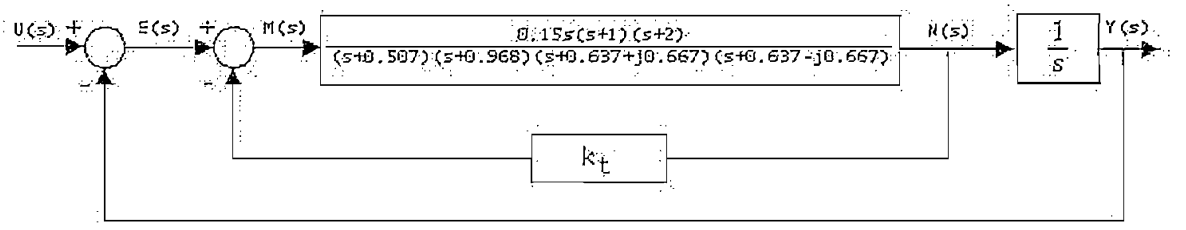


Figura 2.8. Realimentación tacométrica de la tensión.

Antes de realizar las operaciones correspondientes, se define:

$$G'(s) = \frac{0.15*s\,(s+1)(s+2)}{(s+0.507)(s+0.968)(s+0.637+j0.667)(s+0.637-j0.667)}$$

Al realizar las operaciones correspondientes, se tiene en lazo cerrado:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G'(s)}{s+G'(s)*(1+sk_t)}$$

Donde:

$$1+\frac{0.15*s\,(s+1)(s+2)*k_t*(s+1/k_t)}{(s+0.507)(s+0.968)(s+0.637+j0.667)(s+0.637-j0.667)}=0$$

Se observa entonces que el cero que se añade a la función de transferencia es:

$$s+\frac{1}{k_t}=0$$

Donde k_t es el valor a ser escogido para el diseño del compensador. Como se observa en la función de transferencia se tiene que el polo más estable es el que está ubicado en s = – 0.968, entonces éste polo puede ser cancelado [5] por el compensador al realizar realimentación tacométrica, y se obtiene que el valor de k_t es 1.0331.

Para el diseño de la red de adelanto del compensador, se coloca el cero del compensador en – 0.968, mientras que el polo del compensador se escoge diez veces mayor al cero del compensador, entonces el polo del compensador se ubica en s = – 9.68 que es más estable que el polo ubicado en s = – 0.968, entonces la función de transferencia del compensador es:

$$G_c(s)=k*\frac{(s+0.968)}{(s+9.68)}$$

Donde se observa que el polo ubicado en s = – 9.68 es mucho más rápido que el polo ubicado en s = – 0.968, el valor de la ganancia del compensador se la escoge k = 1, el ángulo con el que contribuye el compensador para el adelanto de fase es de 55° aproximadamente.

[5] Generalmente se evita la cancelación polo-cero debido a problemas de sensibilidad, pero podría ser aceptable si el polo cancelado fuera suficientemente estable. Sin embargo la cancelación polo-cero inestable está absolutamente prohibida.

2.2.3 CONTROL PROPORCIONAL, INTEGRAL Y DERIVATIVO PID.

2.2.3.1 Mediante Ziegler-Nichols.

Ahora se desarrolla un control PID, debido a que el efecto del control mediante lugar geométrico de las raíces no satisface un error de posición cero, además la función de transferencia de la tensión es de tipo cero, es decir no tiene un integrador, mientras que la función de transferencia de la posición tiene un integrador, que hace que el error de posición con realimentación unitaria sea cero, se ve entonces en la necesidad de emplear un control PID para la función de transferencia de la tensión, que haga que el error de posición sea cero a una entrada paso.

El control PID está en serie con la planta como se ilustra en la figura 2.9.

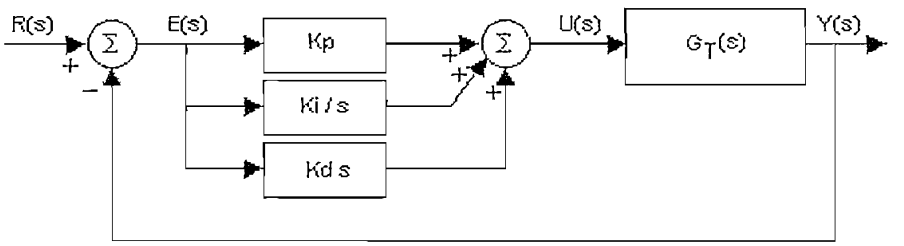


Figura 2.9. Control PID.

El control proporcional, integral y derivativo tiene la siguiente función de transferencia en el dominio de 's':

$$G_c(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s$$

Para el diseño del control proporcional integral y derivativo, se utiliza en este caso la regla de sintonización de Ziegler-Nichols, donde se deben obtener los valores de ganancia crítica y periodo crítico. El valor de la ganancia crítica se la obtiene aplicando el método de Routh-Hurwitz, además de realizar el análisis de

$$2.54 - 0.014k > 0 \qquad [\ 2.2\ ]$$

$$0.42 + 0.3k > 0 \qquad [\ 2.3\ ]$$

$$3.63 + 0.3k - 0.0061k^2 > 0 \qquad [\ 2.4\ ]$$

Donde, de la ecuación 2.2 se tiene:

$$k < 186.2$$

De la ecuación 2.3 se obtiene:

$$k > -1.4$$

Y de la ecuación 2.4 se obtiene:

$$0.0061k^2 - 0.3k - 3.63 < 0$$

$$(k - 57.8)(k + 10.23) < 0$$

$$k < 57.8 \quad \Lambda \quad k < -10.23$$

Del conjunto de valores de *k* obtenidos anteriormente, según el método de Rout Hurwitz el sistema es estable en el siguiente intervalo:

$$0 < k < 57.8$$

Donde el valor de *k* crítico es 57.8, y este valor de ganancia hace que el sistema en lazo cerrado empieza a oscilar, esto se implementa en MATALB haciendo que la referencia sea una entrada paso unitaria y se determina experimentalmente el valor del periodo crítico del sistema en estudio.

El controlador PID de la regla de sincronización de Zeigler-Nichols tiene los siguientes parámetros para la obtención de las constantes proporcional, integral y derivativa; así para la constante proporcional se tiene:

$$k_p = 0.6 * k_{crítica}$$

Para la constante integral se tiene:

$$k_i = \frac{1}{T_i} * k_p$$

$$T_i = 0.5 * P_{crítico}$$

Y para la constante derivativa se tiene:

$$k_d = 0.125 * P_{crítico} * k_p$$

En el gráfico de la figura 2.10 se observa el periodo crítico de la función de transferencia de la tensión para el valor de la ganancia crítica.

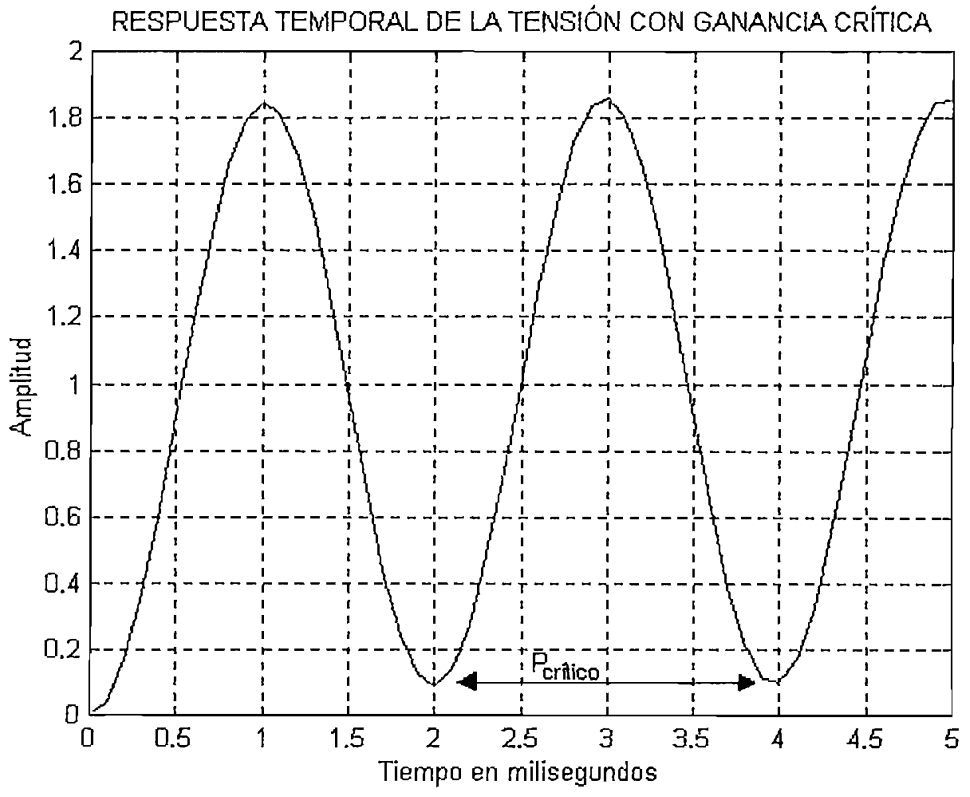


Figura 2.10. Oscilación con periodo crítico.

De la figura 2.10 se obtiene que el valor del periodo crítico es 2 milisegundos, para un valor de ganancia crítica de 57.8, entonces el compensador PID de acuerdo a la regla de Zeigler-Nichols es:

$$G_c(s) = 34.7 + \frac{34.7}{s} + 8.7s$$

ó:

$$G_c(s) = 34.7\left(1 + \frac{1}{s} + 0.25s\right)$$

Este compensador hace que el sistema tenga una respuesta temporal con error en estado estable cero.

2.2.3.2 Mediante lugar geométrico de las raíces.

Para el diseño del controlador PID mediante el lugar geométrico de las raíces(L.G.R) se tiene las siguientes especificaciones de diseño y esquema de la figura 2.9:

Condiciones de diseño:

Máximo sobre-impulso < 10%
Tiempo de establecimiento < 2mseg

Donde, el polo deseado se ubica en:

$$s^* = -2 + j2.73$$

Y la función de transferencia del compensador PID es:

$$G_c(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s$$

Que puede ser escrito como:

$$G_c(s) = \frac{K(s+a)(s+b)}{s}$$

$$G_c(s) = \frac{Ks^2 + K(a+b)s + Kab}{s}$$

Donde los coeficientes del compensador son:

$$\begin{aligned} k_p &= K*(a+b) \\ k_i &= K*a*b \\ k_d &= K \end{aligned}$$

La función de transferencia de la tensión es:

$$G_T(s) = \frac{0.15s^3 + 0.45s^2 + 0.35s}{s^5 + 2.75s^4 + 3.22s^3 + 1.88s^2 + 0.418s}$$

Ahora el sistema de estudio es el compensador más el sistema, como se detalla a continuación:

$$G_c(s)*G_T(s) = \frac{K*(s+a)(s+b)*0.15*s(s+1)(s+2)}{s^2(s+0.507)(s+0.968)(s+0.637+j0.667)(s+0.637-j0.667)}$$

Entonces se ubica uno de los ceros del controlador bajo el polo deseado, esto hace que el valor de 'a' sea igual a 2, y mediante los pasos de diseño del lugar geométrico de las raíces, se obtiene el siguiente ángulo ϕ_c:

$$\phi_C = 120.76°$$

Donde la ubicación del segundo cero del compensador se determina por las leyes de la geometría como se ilustra en la figura 2.11.

Donde el valor de 'b' es 0.37, y el compensador es:

$$G_c(s) = \frac{K(s+2)(s+0.37)}{s}$$

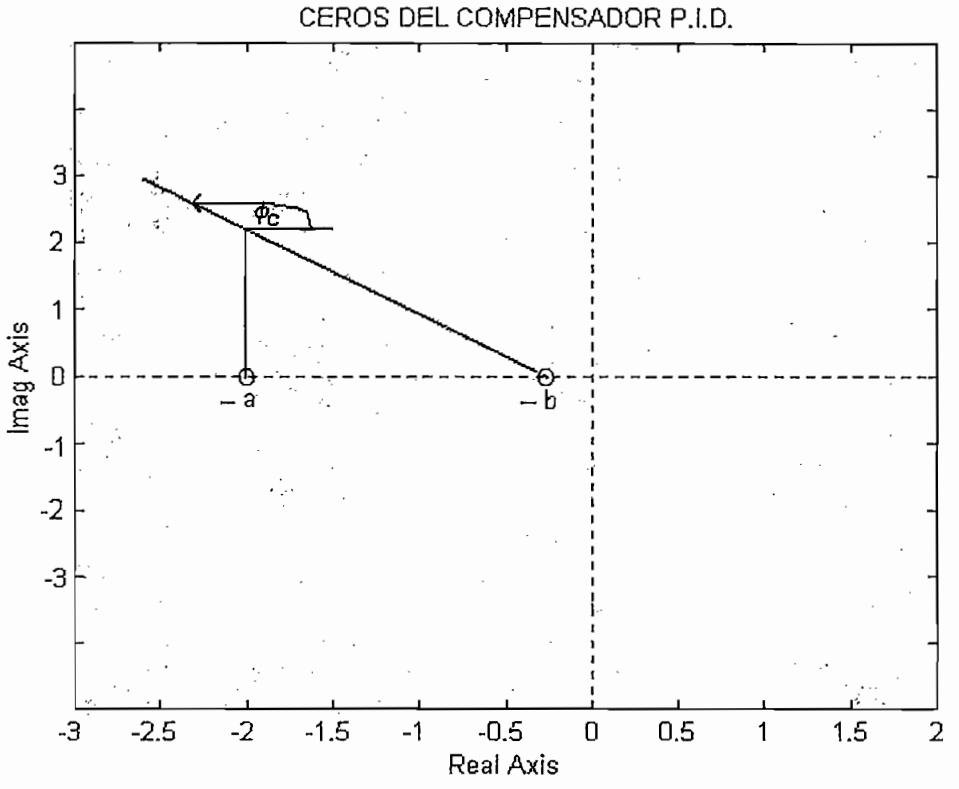


Figura 2.11. Ubicación del segundo cero del compensador.

Donde el valor de *K* se obtiene como:

$$\left|G_c(s) * G_T(s)\right|_{s=} = 1$$

Que evaluado en el polo deseado se tiene que el valor de *K* es 26.93

Entonces el controlador PID es:

$$G_c(s) = 63.82 + \frac{19.93}{s} + 26.93s$$

Realizando un ajuste de ganancia, se tiene que el compensador satisface las especificaciones de diseño.

2.3 DISEÑO DEL CONTROL MODERNO.

2.3.1 CONTROL EN EL TIEMPO CONTINUO.

2.3.1.1 Realimentación de estado.

Las matrices para el controlador de estado son:

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1 & -0.35 & 0.1 & 0.1 & 0.75 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0.4 & 0.4 & -0.4 & -1.4 & 0 \\ 0 & -0.03 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad D=\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Donde:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du$$

Para el diseño del controlador se hace:

$$u = -K * x$$

Y se tiene:

$$\dot{x} = Ax - B * K * x$$
$$\dot{x} = (A - BK)x$$

Para el diseño del controlador de estado, se seleccionan los polos deseados de acuerdo a las siguientes alternativas:

1. Mediante las características de máximo sobre-impulso y tiempo de establecimiento, se determinan polos dominantes deseados, y luego arbitrariamente se escogen los demás polos.
2. Mediante el prototipo ITEA, dados en la una tabla para sistemas de orden uno hasta de orden seis [6].
3. Mediante lugar geométrico de las raíces simétrico.

Para el primer método de selección de los polos deseados, se realiza con las siguientes especificaciones:

Máximo sobre-impulso < 20%
Tiempo de establecimiento < 3mseg

Para estas especificaciones de diseño, se tiene que los polos deseados del sistema se ubican en:

$$s^* = -1.33 + j2.6$$

Estos polos son los mismos que los que se eligen para el diseño del control por adelanto de fase por lugar geométrico de las raíces, mientras que los demás polos se ubican arbitrariamente:

$$P(s) = (s + 1.33 \pm j2.6)(s + 0.58 \pm j0.93)(s + 1)$$

Los polos deseados mediante la tabla ITEA, son:

$$P(s) = (s + 0.376 \pm j1.292)(s + 0.576 \pm j0.536)(s + 0.896)$$

Para la selección de los polos deseados del lugar geométrico simétrico, primeramente se construye el lugar geométrico simétrico en MATLAB y con la instrucción 'rlocfind', se ubica en el semiplano izquierdo del eje 'jw', y se obtienen los polos deseados para el diseño del controlador, para una ganancia de aproximadamente uno, se tiene que los polos deseados son:

---

[6] Gene Franklin, J David Powell **"Control de Sistema Dinámicos con Retroalimentación"** Editorial ADDISON-WESLEY 1991 pag: 335

$$P(s) = (s + 0.91 \pm j0.56)(s + 0.45 \pm j0.89)(s + 1.13)$$

Con los polos deseados ya determinados por los diferentes métodos, se determina la ganancia del controlador de estado, debido a que el sistema maneja matrices de orden cinco y por lo tanto es muy compleja (larga) la solución matemática, las operaciones de diseño del controlador de realimentación de estado se realizan en el paquete computacional MATLAB.

En el análisis del comportamiento dinámico se obtiene que la salida de la tensión es controlable, por lo cual se puede diseñar el controlador de estado, entonces se tiene:

Mediante el comando 'acker' o 'place' en MATLAB, se determina el valor de la ganancia del controlador:

K = acker(A,B,P)

Donde:

A = Matriz en estudio en lazo abierto.
B = Matriz de las entradas.
P = Polos deseados.

Acker o Place, es un comando utilizado por MATLAB, para la solución de la ecuación de Ackerman para sistemas a variables de estado.

Donde para cada método de los polos deseados se tiene la siguiente ganancia:

Para el primer método de selección de polos deseados se tiene:

K = [3.66 13.1 4.87 6.1 2.1]

Para el segundo método de selección de polos deseados se tiene:

$$K = [\ 0.8336 \quad 2.256 \quad 0.0033 \quad -0.2288 \quad 0.05\ ]$$

Para el tercer método de selección de polos deseados se tiene:

$$K = [\ 0.673 \quad 2.27 \quad 0.396 \quad 0.788 \quad 1.1\ ]$$

Al observar la respuesta en lazo cerrado se tiene que mediante la selección de polos deseados ubicados por el lugar geométrico de las raíces simétrico, es el método que mejores características de respuesta da al sistema, así que la ganancia del controlador es el vector K elegido por el tercer método de solución.

Utilizando los polos de la referencia [7], se tiene que los polos deseados para el controlador son:

$$P(s) = (s + 0.451 \pm j0.937)(s + 0.947 \pm j0.581)(s + 1.16)$$

Entonces de forma similar a los anteriores se tiene, que el controlador es:

$$K = [\ 0.8014 \quad 2.5793 \quad 0.4889 \quad 0.9632 \quad 1.206\ ]$$

2.3.1.2 Observador de estado.

Para el diseño del observador se realizan las siguientes consideraciones:

a. El sistema no es observable cuando la salida es la tensión, mientras que si es observable cuando la salida es la posición en el carrete del sensor.
b. Los polos deseados para el observador deberán ser por lo menos tres veces más rápidos que los polos del controlador.
c. Para la estimación de los estados, no es necesario que la salida sea la tensión por lo que se realiza la estimación con la salida de la posición en el carrete del sensor.

---

[7] Gene Franklin, J David Powell **"Control de Sistema Dinámicos con Retroalimentación"** Editorial ADDISON-WESLEY 1991 pag: 511

Entonces para encontrar la ganancia del estimador 'L' se utiliza el comando 'place' o 'acker' en MATLAB, y se utiliza las matrices A y C transpuestas, que es un requisito para utilizar el comando acker.

$$L = \text{acker}(A',C',P)$$

Donde:

A' = Matriz A transpuesta en lazo abierto.
C' = Matriz C transpuesta.
P = Polos deseados del observador.

Donde para cada método de selección de los polos del controlador, se tienen los siguientes observadores de estado:

Para el método de selección de los polos deseados mediante especificaciones en el tiempo, se tiene que la ganancia del observador es:

$$L = \begin{bmatrix} 632 \\ 11.6 \\ 11.7 \\ 57.1 \\ 1923.5 \end{bmatrix}$$

Para el segundo método de selección de los polos deseados, mediante ITEA, se tiene que la ganancia del observador es:

$$L = \begin{bmatrix} 82.54 \\ 39.47 \\ 5.65 \\ 13.129 \\ 130.44 \end{bmatrix}$$

Para el tercer método de selección de los polos deseados mediante el lugar geométrico de las raíces simétrico, se tiene que la ganancia del observador es:

$$L = \begin{bmatrix} 102.16 \\ 50.83 \\ 8.8 \\ 17.1 \\ 166.34 \end{bmatrix}$$

La ganancia del estimador será entonces la que se obtiene mediante el lugar geométrico de las raíces simétrico.

Utilizando los polos de la referencia [8], se tiene que los polos deseados para el observador son:

$$P(s) = (s + 1.8 \pm j3.75)(s + 3.79 \pm j2.32)(s + 4.64)$$

Y de forma similar, se obtiene la ganancia del observador:

$$L = \begin{bmatrix} 403.5 \\ 50.6 \\ 13.1 \\ 38.5 \\ 1125.4 \end{bmatrix}$$

Dado a que el sistema no es observable para la salida de la tensión, no se puede realizar el problema del observador más el controlador.

2.3.1.3 Regulador cuadrático lineal L.Q.R.

Para el diseño del vector de realimentación K, existe la facilidad de encontrar éste vector basado en índices de desempeño cuadrático, donde el índice de desempeño se define como:

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u)\, dt$$

[8] Gene Franklin, J David Powell **"Control de Sistema Dinámicos con Retroalimentación"** Editorial ADDISON-WESLEY 1991 pag: 512

Donde:

Q = Matriz hermítica o real simétrica definida positiva o semidefinida positiva.

R = Matriz hermítica o real simétrica.

x = Vector de estado.

u = Vector de entrada.

Para el caso en estudio, se tiene que el sistema está definido como:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du$$

Donde las matrices A, B, C, D están definidas en la primera parte de la sección 2.3.1.1.

Una alternativa es utilizar el comando 'lqr' de MATLAB para el diseño de los valores del vector K, definiendo la matriz Q en un principio como la matriz identidad, luego se pueden realizar cambios en los valores de la diagonal de la matriz Q y observar el comportamiento de la planta con el vector de realimentación K incluido, el comando utilizado se detalla a continuación:

[K S E] = lqr(A,B,Q,R)

Donde:

K = Vector de realimentación.

S = Matriz solución de la ecuación de Riccati.

E = Raíces de la operación A – BK.

R = Constante R = 1.

Entonces se obtienen los siguientes valores del vector de realimentación K:

K = [1.037 3.249 0.377 0.709 1.621]

2.3.2 CONTROL EN EL TIEMPO DISCRETO.

2.3.2.1 Realimentación de estado.

Para el diseño del controlador K a variables de estado discretas, se realiza la discretización de la planta a variables de estado con un tiempo de muestreo de 0.1 mili segundos mediante 'zoh', entonces la planta discretizada es:

$$x(k+1) = A_z x(k) + B_z u(k)$$
$$y(k) = C_z x(k) + D_z u(k)$$

Donde:

$$A_z = \begin{bmatrix} 0.99903 & 0.19648 & 0.0009748 & 0.0010068 & 0.0071704 \\ -0.009622 & 0.96473 & 0.0096227 & 0.010094 & 0.070095 \\ 0.0038039 & 0.004027 & 0.9962 & 0.1864 & 9.807*10^{-5} \\ 0.037078 & 0.040377 & -0.03707 & 0.86592 & 0.0014611 \\ 1.4145*10^{-5} & -0.002803 & -1.4145*10^{-5} & -1.4611*10^{-5} & 0.90473 \end{bmatrix}$$

$$B_z = \begin{bmatrix} 0.0002417 \\ 0.0035852 \\ 2.4616*10^{-6} \\ 4.9035*10^{-5} \\ 0.095159 \end{bmatrix} \qquad C_z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_z = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

La matriz de salida C_z es la posición en el carrete dos(sensor), debido a que el sistema es controlable y observable para ésta salida.

Para la determinación de la ganancia del controlador al igual que a variables de estado continuas, se escogen los polos deseados; pero ahora en el plano 'z'; éstos polos se escogen primero en el plano 's' y mediante uno de los métodos que se realizó en el literal 2.3.1.1, luego se realiza la transformación de los polos complejos del sistema continuo al sistema discreto en el plano 'z' con un tiempo de muestreo de 0.1 milisegundos según lo siguiente:

$$z = e^{sT}$$

Los polos que se escogieron en el plano 's' mediante el prototipo ITEA son los siguientes:

$$P(s) = (s + 0.376 \pm j1.292)(s + 0.576 \pm j0.536)(s + 0.896)$$

Que se pueden escribir como:

$$s_1 = -0.376 + j1.292$$
$$s_2 = -0.376 - j1.292$$
$$s_3 = -0.576 + j0.536$$
$$s_4 = -0.576 - j0.536$$
$$s_5 = -0.896$$

Que en el plano 'z' se tiene:

$$z_1 = 0.9551 + j0.1241$$
$$z_2 = 0.9551 - j0.1241$$
$$z_3 = 0.9427 + j0.0506$$
$$z_4 = 0.9427 - j0.0506$$
$$z_5 = 0.9143$$

Para el diseño del vector de control K se utiliza las mismas herramientas en MATLAB para determinar la ganancia del controlador, entonces se tiene:

K = acker(Az, Bz, P)

Donde:

K = Vector de realimentación.
Az = Matriz discreta del sistema.
Bz = Matriz discreta de la entrada.
P = Polos deseados en el plano 'z'.

Para los polos deseados mediante el primer método realizado en el literal 2.3.1.1, se tiene el siguiente controlador K a variables de estado discretas:

$$K = [\ 0.8145 \quad 2.2856 \quad 0.0191 \quad -0.2011 \quad 0.1296\ ]$$

Para los polos deseados mediante la tabla ITEA, se tiene el siguiente vector de realimentación discreto.

$$K = [\ 0.8157 \quad 2.2865 \quad 0.0191 \quad -0.1983 \quad 0.1316\ ]$$

Para los polos deseados que se encuentran mediante el lugar geométrico de las raíces simétrico se tiene el siguiente controlador K:

$$K = [\ 0.6406 \quad 2.1854 \quad 0.3709 \quad 0.7420 \quad 1.0696\ ]$$

2.3.2.2 Observador de estado.

Para el diseño del observador a variables de estado discretas, se realiza de forma similar como se realizó para el diseño del observador a variables de estado continuas.

En primer lugar se escogen los polos deseados para el estimador, que se pueden elegir tres veces más rápidos que los polos escogidos para obtener la ganancia del controlador(en el plano 's'); esta elección de los polos deseados se puede hacer mediante los tres métodos utilizados en el literal 2.3.1.1 y luego ubicar estos polos en el plano 'z'.

De forma similar como se encontró la ganancia del estimador a variables de estado continuas, se utiliza el comando 'acker' o 'place' como sigue:

$$L = \text{acker}(Az', Cz', P)$$

Donde:

L = Vector de estimación discreto.
Az' = Matriz A transpuesta en lazo abierto discreta.
Cz' = Matriz C transpuesta discreta.
P = Polos deseados del observador ubicados en el plano 'z'.

Que para cada elección de los polos deseados, se obtienen los siguientes observadores de estado a variables discretas:

Para la selección de los polos mediante sobre-impulso, tiempo de establecimiento, se obtiene:

$$L = \begin{bmatrix} 34.871 \\ 8.174 \\ 1.4202 \\ 4.1688 \\ 92.3643 \end{bmatrix}$$

Para el modelo ITEA se tiene que el estimador discreto L es el siguiente:

$$L = \begin{bmatrix} 6.8473 \\ 3.5073 \\ 0.6513 \\ 1.2066 \\ 8.7706 \end{bmatrix}$$

Mientras que para los polos deseados escogidos mediante el lugar geométrico simétrico, se tiene el siguiente estimador discreto:

$$L = \begin{bmatrix} 7.3793 \\ 3.9164 \\ 0.8319 \\ 1.3465 \\ 9.6477 \end{bmatrix}$$

Todos los valores del estimador se diseñan con un tiempo de muestreo de 0.1 mili segundos, y la transformación de los polos del plano 's' al plano 'z' se desarrolla de forma similar a la que se realiza para el diseño del controlador de estado.

2.3.2.3 Regulador cuadrático lineal L.Q.R.

Para el diseño del vector de realimentación de estado óptimo mediante variables de estado discretas se utiliza el comando 'lqrd', el cual nos ayuda a encontrar el vector K de realimentación de estado discretas, como se sabe el sistema que se maneja en el presente trabajo es un sistema con matrices de 5x5, y por lo tanto la solución matemática comprende un trabajo muy arduo, es por tal razón que se utiliza el paquete MATLAB para la solución de sistemas de control de éste orden y mayores.

Para encontrar el valor de K, al igual que en el diseño del controlador óptimo en el literal 2.3.1.3, se tiene una matriz de ponderación Q donde los valores de la diagonal son unos y luego estos valores de la diagonal se pueden cambiar.

El comando que se utiliza para determinar el vector K óptimo es:

$$[\,K\ S\ E\,] = lqrd\,(A,B,Q,R,Ts)$$

Donde:

K = Vector de realimentación.
S = Matriz solución de la ecuación de Riccati.
E = Raíces de la operación A – BK.
R = Constante R = 1.
A = Matriz A del sistema continuo.
B = Matriz B del sistema continuo.
Q = Matriz de ponderación.
Ts = Tiempo de muestreo.

Para un tiempo de muestreo de 0.1 milisegundos, se tiene que el vector de realimentación discreto K óptimo es:

$$K = [\quad 0.9548 \quad 3.053 \quad 0.3503 \quad 0.6591 \quad 1.5351 \quad]$$

CAPITULO 3

DESARROLLO DE RUTINAS EN MATLAB PARA CONTROL

3.1 ALGORITMO DE CONTROL CLASICO.

En la pantalla del menú principal que se puede observar en la figura 1.14 del capítulo primero del presente trabajo, se tiene la opción de "Control utilizando técnicas clásicas"; al presionar esta opción, aparece la pantalla que se ilustra en la figura 3.1.

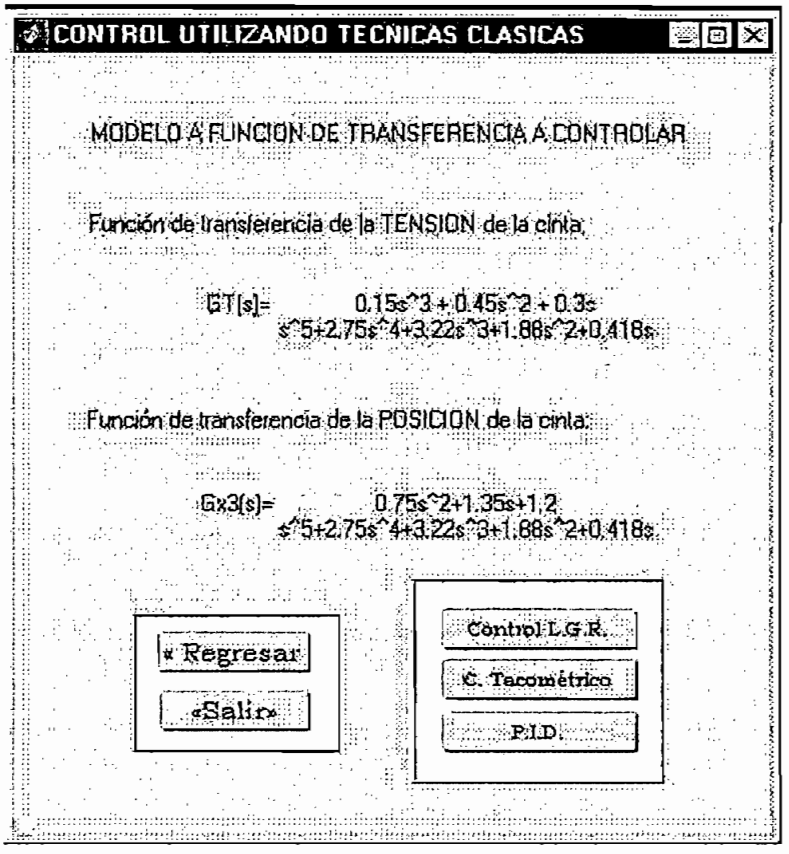


Figura 3.1. Pantalla de controles clásicos.

Mediante la utilización del programa computacional MATLAB, se desarrollan rutinas de programación, en las cuales se tiene la facilidad de variar el tiempo de simulación, los parámetros de los compensadores o controles antes desarrollados en el numeral 2.2, para observar el comportamiento de la planta en el dominio del tiempo, dominio de la frecuencia y también observar como varían los parámetros de máximo sobre-impulso, tiempo de sobre-pico, tiempo de subida y tiempo de establecimiento en la respuesta temporal, mientras que en los diagramas de bode se obtienen los valores de margen de fase, margen de ganancia, frecuencia de margen de fase, frecuencia de margen de ganancia.

3.1.1 CONTROL POR ADELANTO DE FASE MEDIANTE LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES.

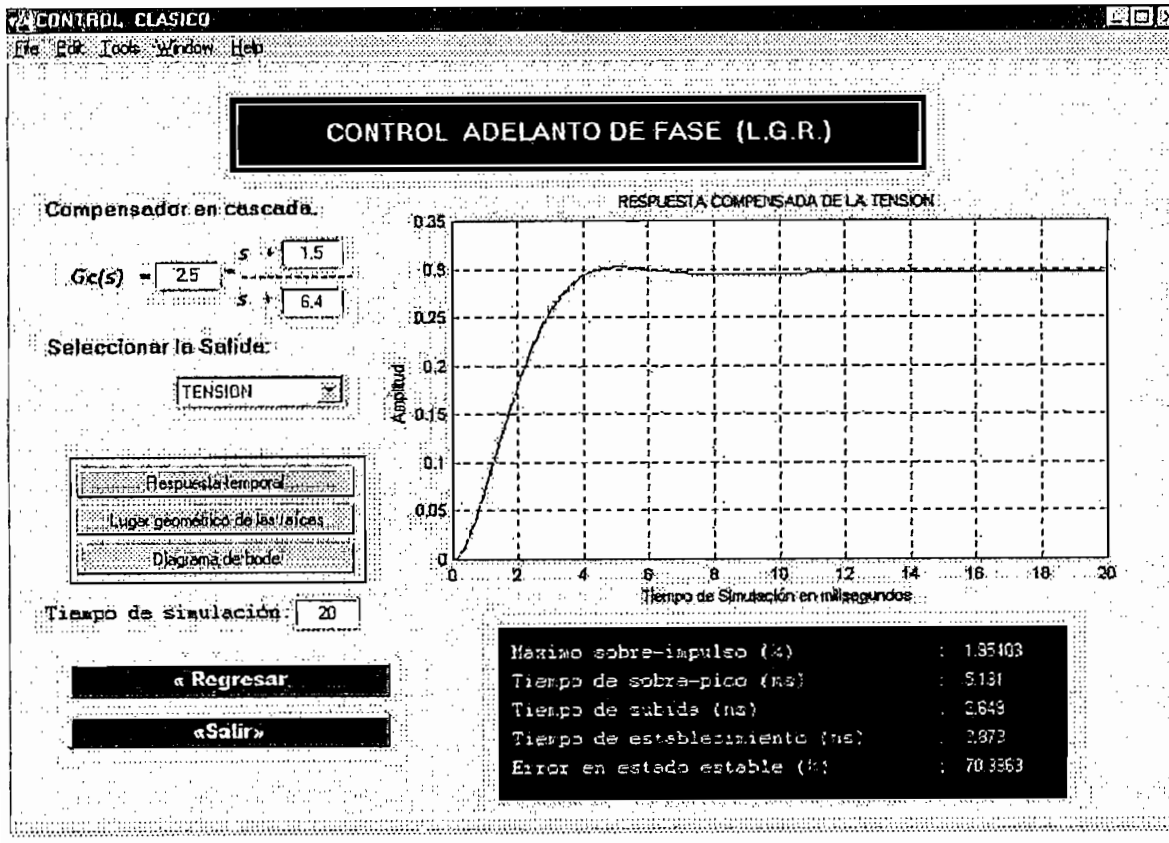


Figura 3.2. Control L.G.R.

En la figura 3.1 donde se tiene las opciones de los tipos de controles implementados, se escoge la opción 'Control L.G.R.', donde aparece la pantalla

de la figura 3.2, y mediante las opciones: 'Respuesta temporal', 'Lugar geométrico de las raíces' y 'Diagrama de bode', se obtienen los diferentes parámetros como también las gráficas de cada una de las salidas del sistema.

3.1.2 CONTROL POR ADELANTO DE FASE MEDIANTE REALIMENTACIÓN TACOMÉTRICA.

El control mediante realimentación tacométrica se elige en la pantalla que se ilustra en la figura 3.1, a este control se añade una red de compensación mediante adelanto de fase, y de forma similar como se tiene en las pantallas de análisis, se tiene: máximo sobre- impulso, tiempo de máximo sobre-pico, tiempo de subida, tiempo de establecimiento y error en estado estable, estos resultados se presentan en la parte inferior de la pantalla de la figura 3.3, éste tipo de controlador es igual al controlador que se tiene en la referencia [9].

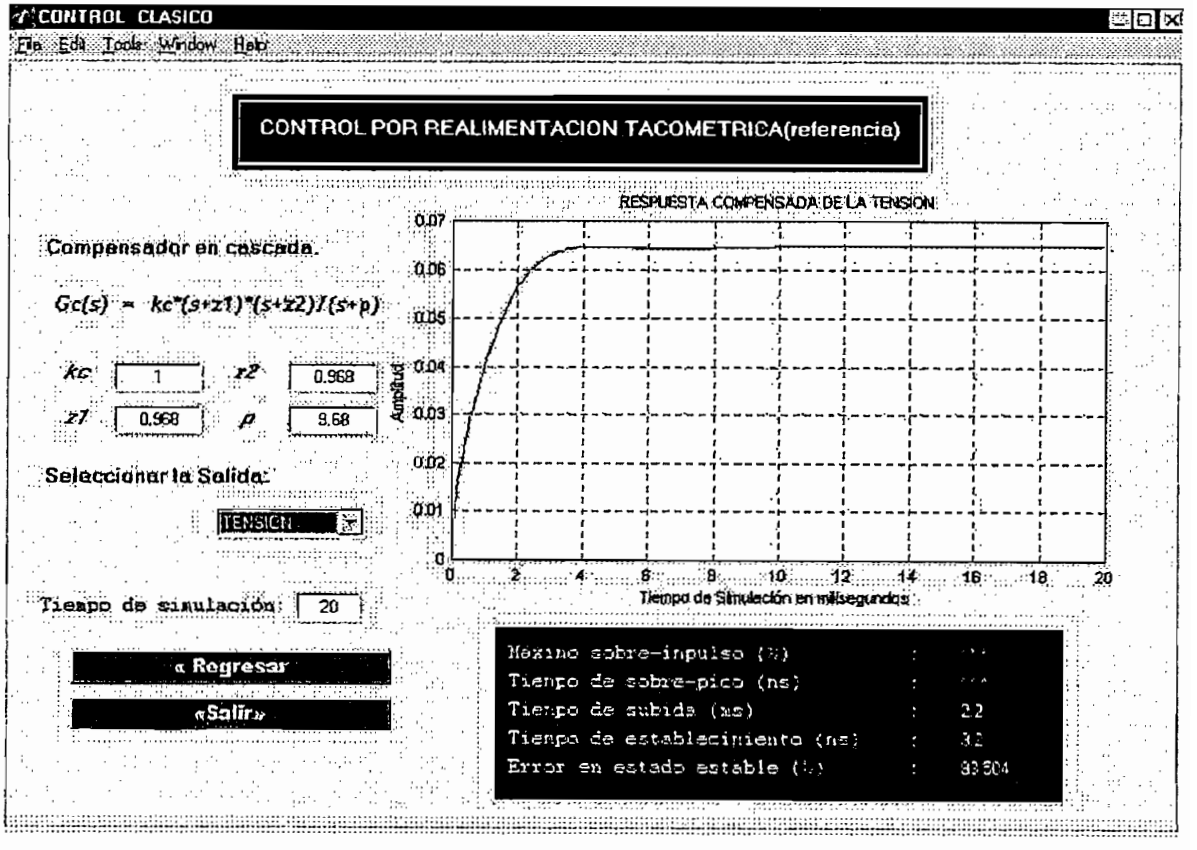


Figura 3.3. Control mediante realimentación tacométrica.

[9] Gene Franklin, J David Powell "Control de Sistema Dinámicos con Retroalimentación" Editorial ADDISON-WESLEY 1991 pag:508

3.1.3 CONTROL PROPORCIONAL, INTEGRAL Y DERIVATIVO PID.

En la pantalla de la figura 3.1, al presionar la opción "PID", se llega a la pantalla de la figura 3.4, en la cual se observa la respuesta temporal del sistema compensado, éste control hace que el error de posición sea cero y un máximo sobre-impulso muy elevado, por lo que hace falta un ajuste de los parámetros del compensador.

En esta pantalla, se obtiene la respuesta del sistema para los valores del compensador diseñado en los literales 2.2.3.1 y 2.2.3.2.

Se observa también que el tiempo de establecimiento es menor a 12 ms, que satisface las especificaciones de diseño dadas, así también, los parámetros de la respuesta del sistema se observa en la parte inferior de la figura 3.4.

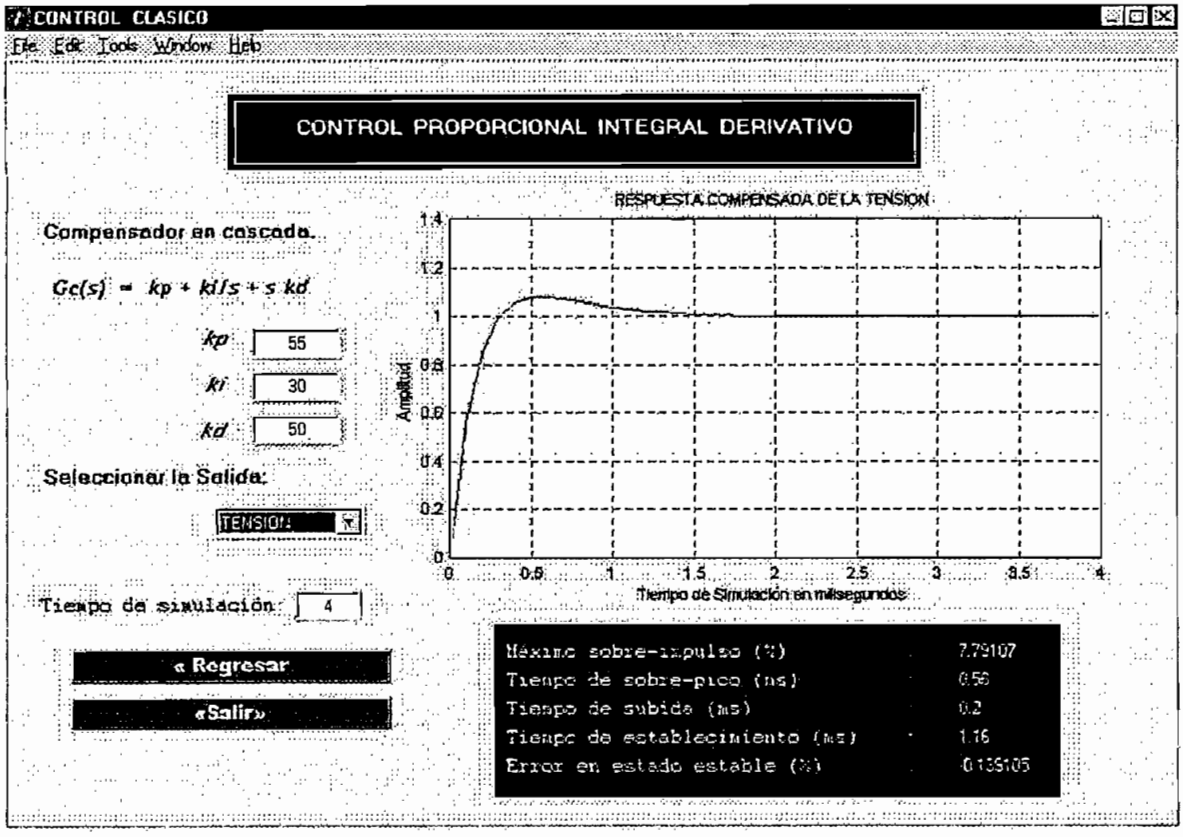


Figura 3.4. Pantalla control proporcional, integral y derivativo.

3.2 ALGORITMO DE CONTROL MODERNO.

3.2.1 CONTROL MODERNO EN TIEMPO CONTINUO.

En la pantalla que se ilustra en la figura 1.14, se tiene la opción de escoger 'Control en el espacio de estado', que al hacer clic en esta opción aparece la pantalla de la figura 3.5, donde se tiene el modelo a variables de estado continuas y sus salidas.

En esta pantalla se tiene las siguientes opciones:

**** L.G.R. Simétrico
Controlador de estado
Observador
L.Q.R.

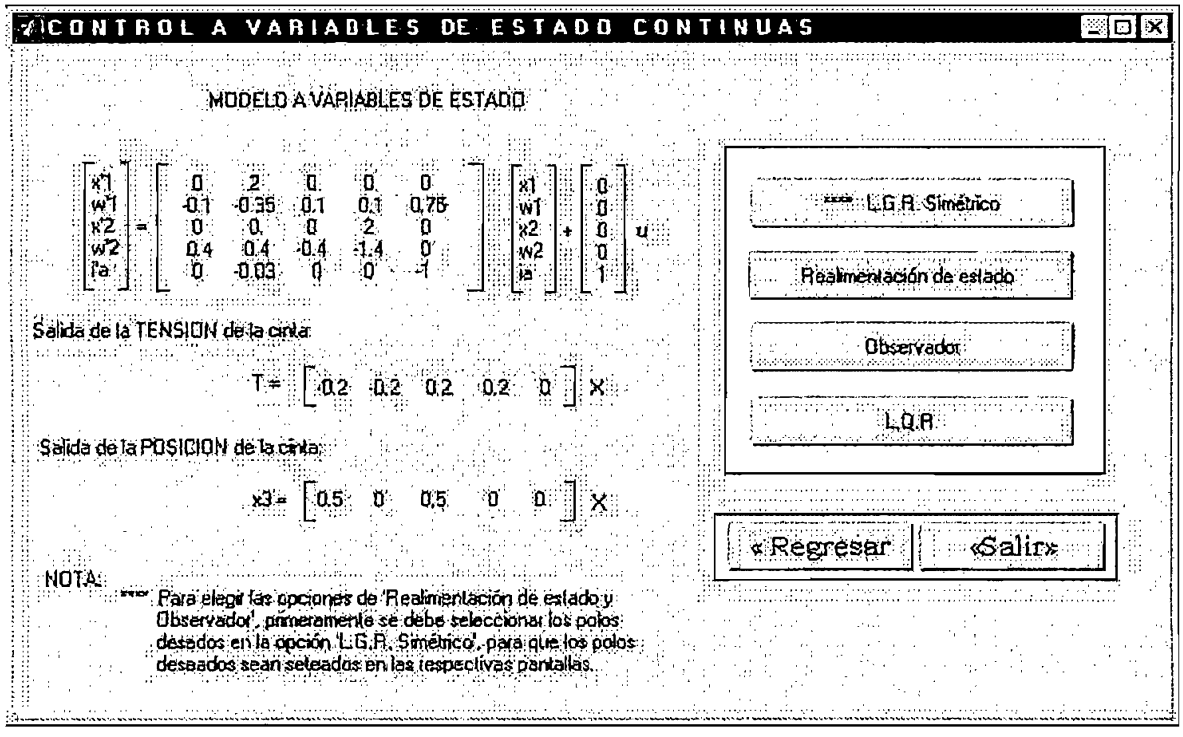


Figura 3.5. Menú principal del control a variables de estado continuo.

Donde '**** LGR Simétrico' tiene una nota en la misma pantalla, esto es para que la persona que manipule el programa escoja primeramente la opción de 'L.G.R.

Simétrico', debido a que el programa está realizado para que los valores de los polos escogidos se carguen en las pantallas del controlador de estado continuo y tres veces más rápidos en la pantalla del observador de estado continuo.

3.2.1.1 Selección de los polos deseados mediante el lugar geométrico de las raíces simétrico.

Como se puede observar en la pantalla que se ilustra en la figura 3.6, mediante la selección de la salida, se pueden escoger los polos del lugar geométrico simétrico para el diseño del controlador y del observador continuo, todos los polos tanto del semiplano izquierdo como del semiplano derecho y la ganancia se observan al pie de la pantalla.

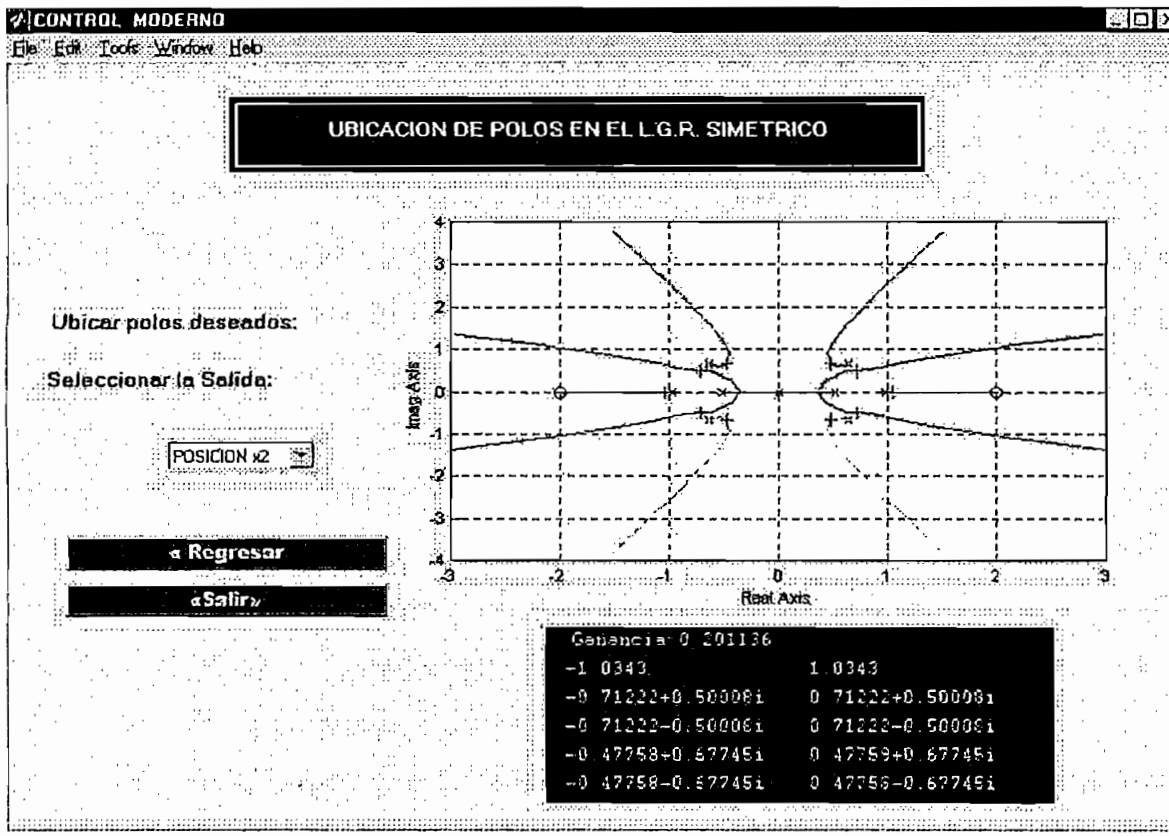


Figura 3.6. L.G.R. Simétrico.

3.2.1.2 Realimentación de estado.

En la pantalla de la figura 3.5, al haber escogido la primara opción de L.G.R. Simétrico, los polos escogidos se cargan en la pantalla que se ilustra en la figura 3.7 para la determinación de la ganancia de realimentación de estado, y de forma similar al 'análisis en el espacio de estado'. Se tienen las opciones de escoger que variable de estado que se desea observar. El vector de ganancia K se visualiza en la parte inferior de la pantalla. En ésta pantalla también se tiene la facilidad de realizar cambios en los polos seleccionados y de las condiciones iniciales del sistema; y, para cada valor de polos se obtiene un vector de ganancia K diferente.

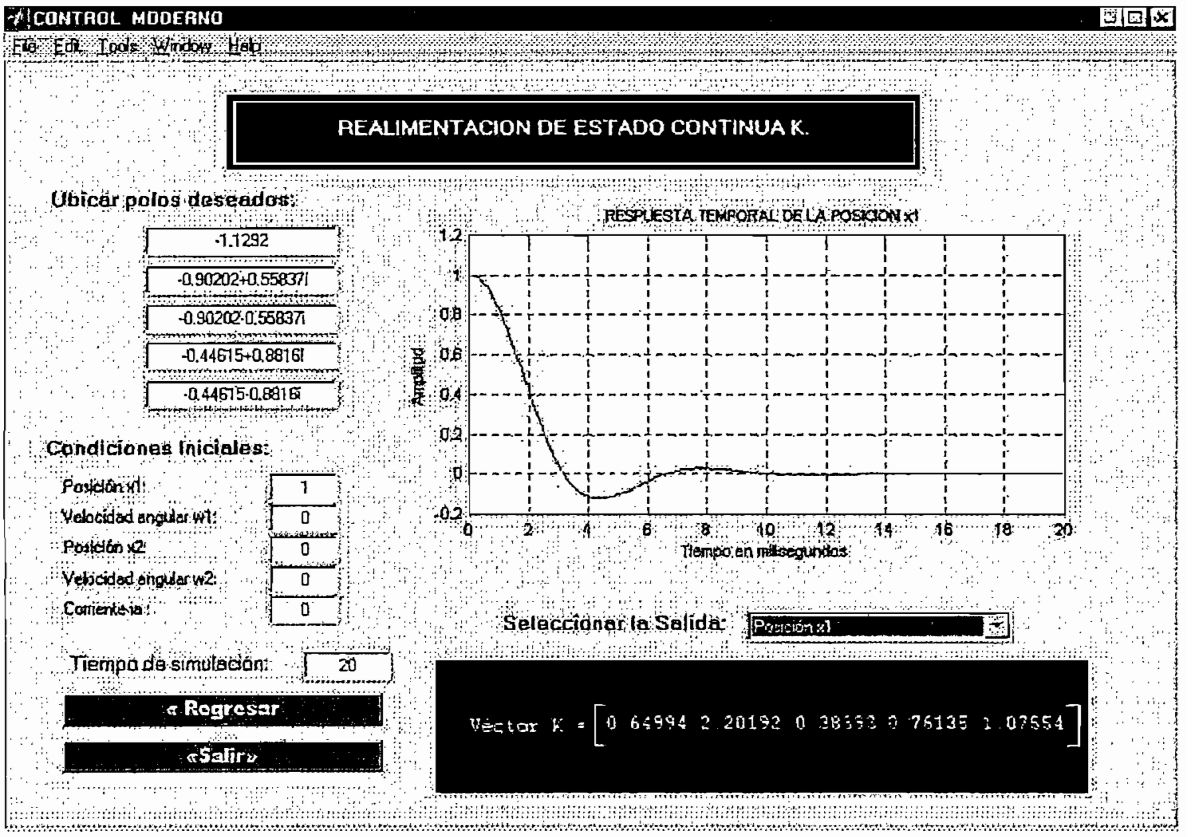


Figura 3.7. Vector de control K.

En esta pantalla también se tiene la opción de graficar el vector de control u, que está definido como:

$$u = - K * x$$

Donde:

u = vector de control.

K = Vector ganancia de realimentación.

X = Variables de estado.

3.2.1.3 Observador de estado.

Al escoger la opción de 'Observador', luego de haber escogido los polos deseados mediante el L.G.R. simétrico, estos polos se cargan en la pantalla del observador, pero tres veces más rápidos que los polos que aparecen en la pantalla de la figura 3.7 para el diseño del vector de estimación L.

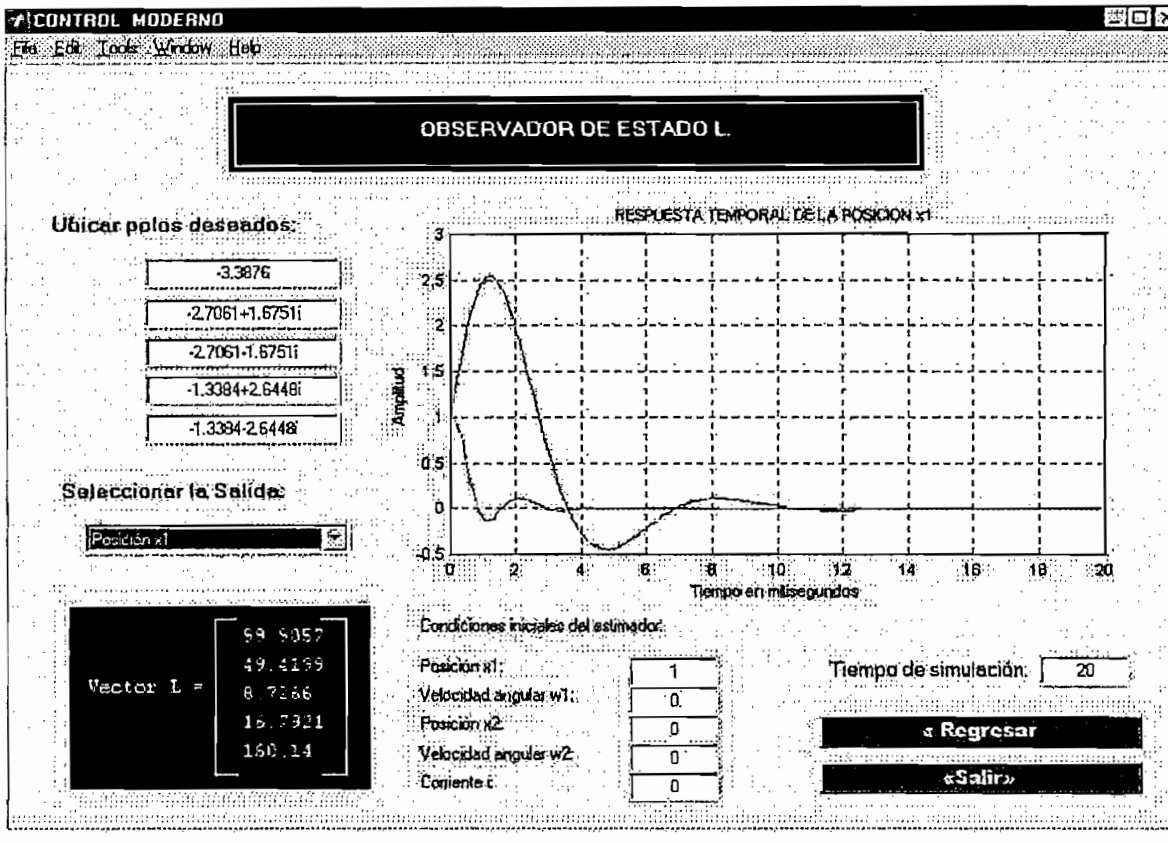


Figura 3.8. Observador de estado L.

En la pantalla del observador de estado, figura 3.8, se observa los polos deseados; los que pueden ser ingresados por teclado; al igual que los polos

deseados del controlador, en esta pantalla también se realizan cambios en los tiempos de simulación y se puede escoger cual de las variables de estado se observe en la pantalla.

3.2.1.4 Regulador cuadrático lineal L.Q.R.

En la pantalla de la figura 3.9, se tiene la matriz de ponderación Q, para obtener el vector de realimentación K óptimo, dependiendo de los valores que se den a la matriz de ponderación Q se obtienen diferentes ganancias de realimentación K óptimas.

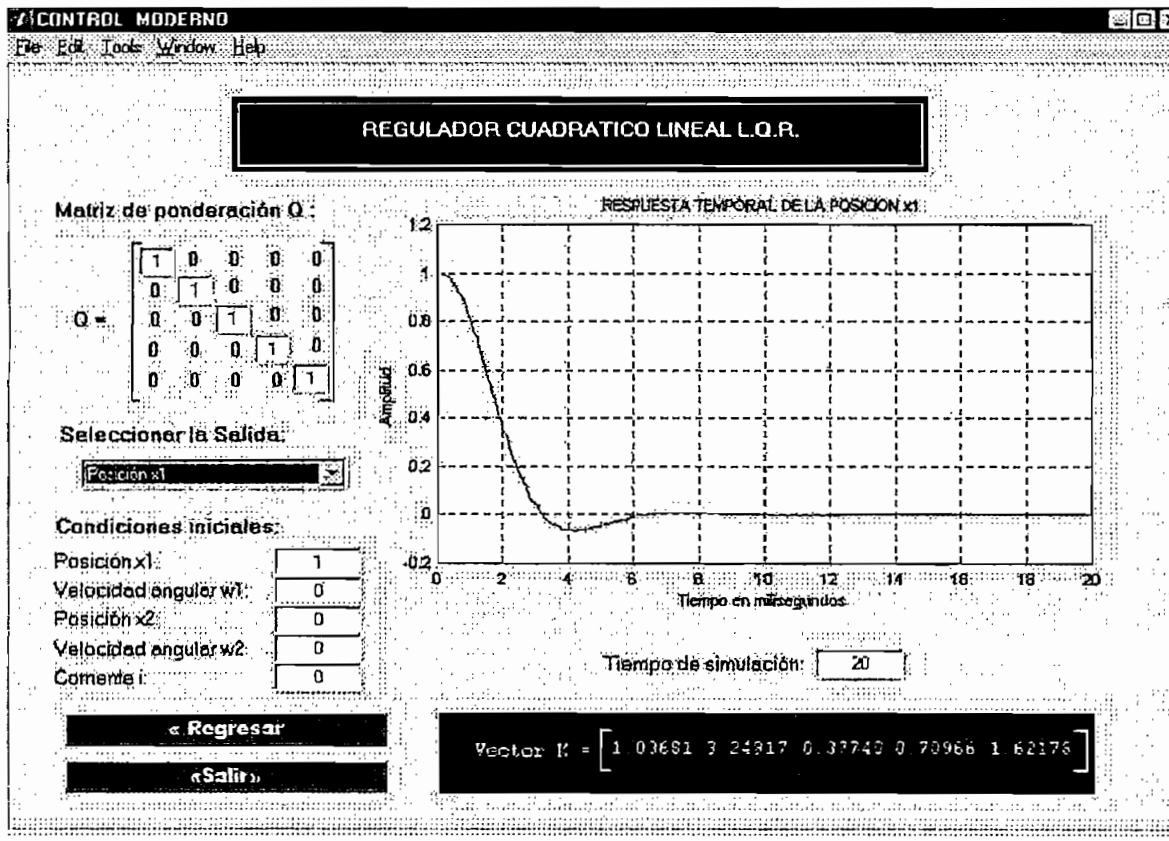


Figura 3.9. LQR Continuo.

Así también en esta pantalla se puede realizar cambios en los tiempos de simulación, los valores de los coeficientes del vector de realimentación óptimo se detallan en la parte inferior de la pantalla 3.9.

3.2.2 CONTROL MODERNO EN TIEMPO DISCRETO.

En la pantalla que se ilustra en la figura 1.14, al hacer clic en la opción 'Control Discreto', se tiene un sub-menú donde se encuentran las alternativas de 'Realimentación de estado', 'Observador' y 'L.Q.R.', así también se observan las ecuaciones discretas de un sistema general a variables de estado, tal y como se ilustra en la figura 3.10.

Donde las matrices A_z, B_z, C_z, D_z discretas, se las puede visualizar en el literal 2.3.2.1. a variables de estado discretas.

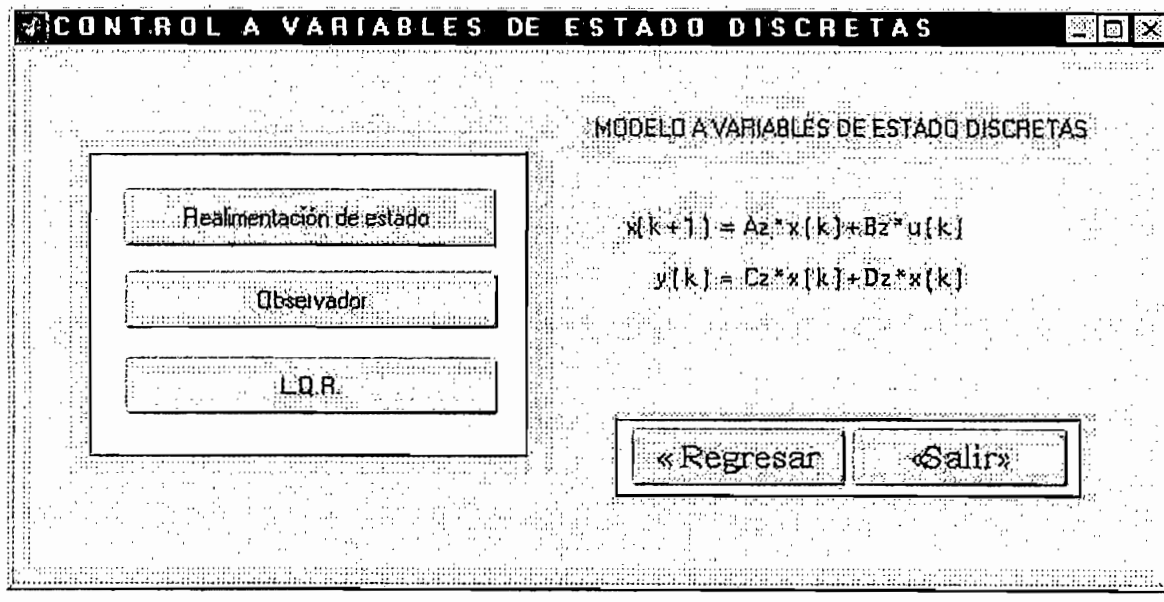


Figura 3.10. Menú control discreto.

3.2.2.1 Realimentación de estado.

En la pantalla de la figura 3.10, al hacer clic en la opción 'Realimentación de estado', se tiene la pantalla que se ilustra en la figura 3.11.

En ésta pantalla se tiene la comodidad de cambiar los parámetros de los polos deseados en el plano 'z', así como también escoger la variable de estado que se desee observar en la pantalla, cambiar tiempos de simulación y tiempo o periodo de muestreo.

El vector K de realimentación de estado discreto se puede observar que cambia cuando la ubicación de los polos deseados cambia. Este vector de realimentación K se observa en la parte inferior de la pantalla que se ilustra en la figura 3.11.

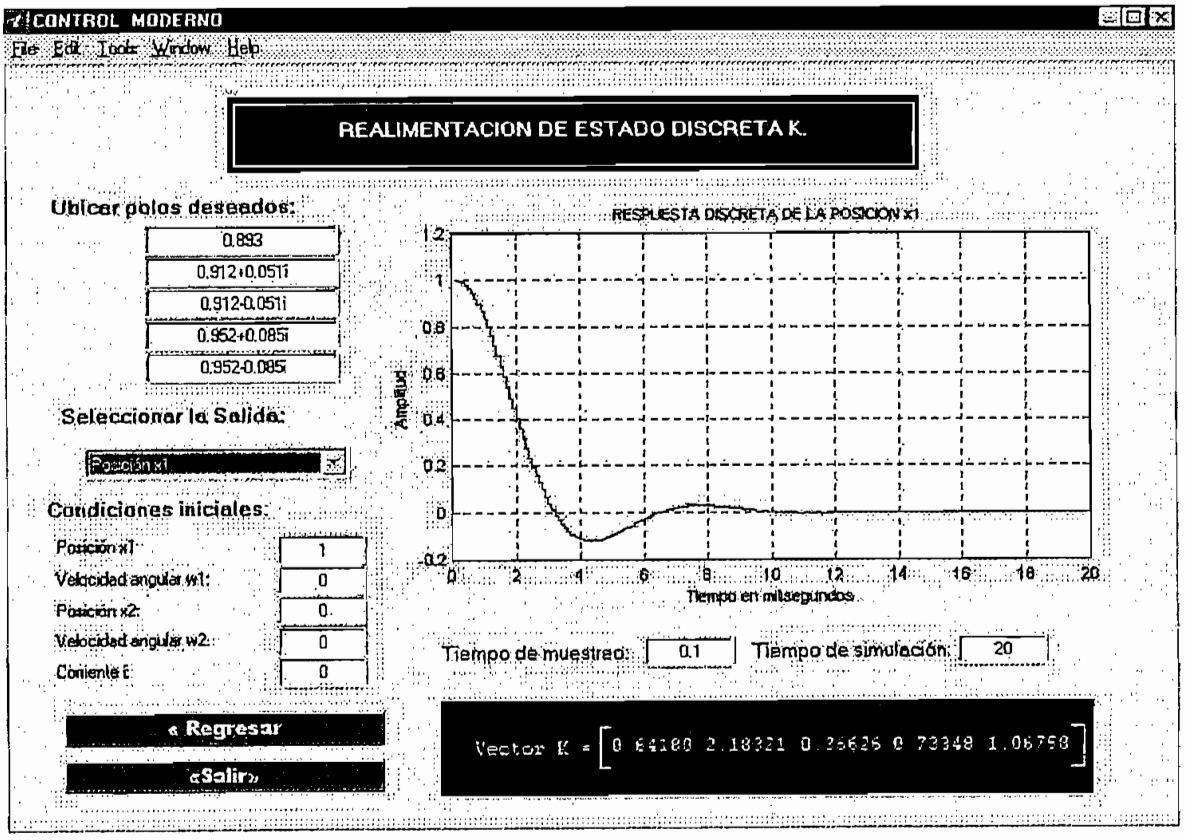


Figura 3.11. Realimentación de estado K discreta.

3.2.2.2 Observador de estado.

Para obtener la pantalla de la figura 3.12, se escoge en la pantalla de la figura 3.10 la opción de 'Observador', con la cual se obtiene la ganancia del estimador L discreto, después de haber escogido adecuadamente los polos para éste diseño. Estos valores de los polos pueden ser modificados por teclado; y, por lo tanto la ganancia del estimador L también se modificará.

Así también se tiene la facilidad de realizar cambios en los tiempos de simulación, en el tiempo o periodo de muestreo y escoger la variable de estado que se desea

observar en la pantalla. El vector L o ganancia del estimador se puede observar en la parte inferior izquierda de la pantalla.

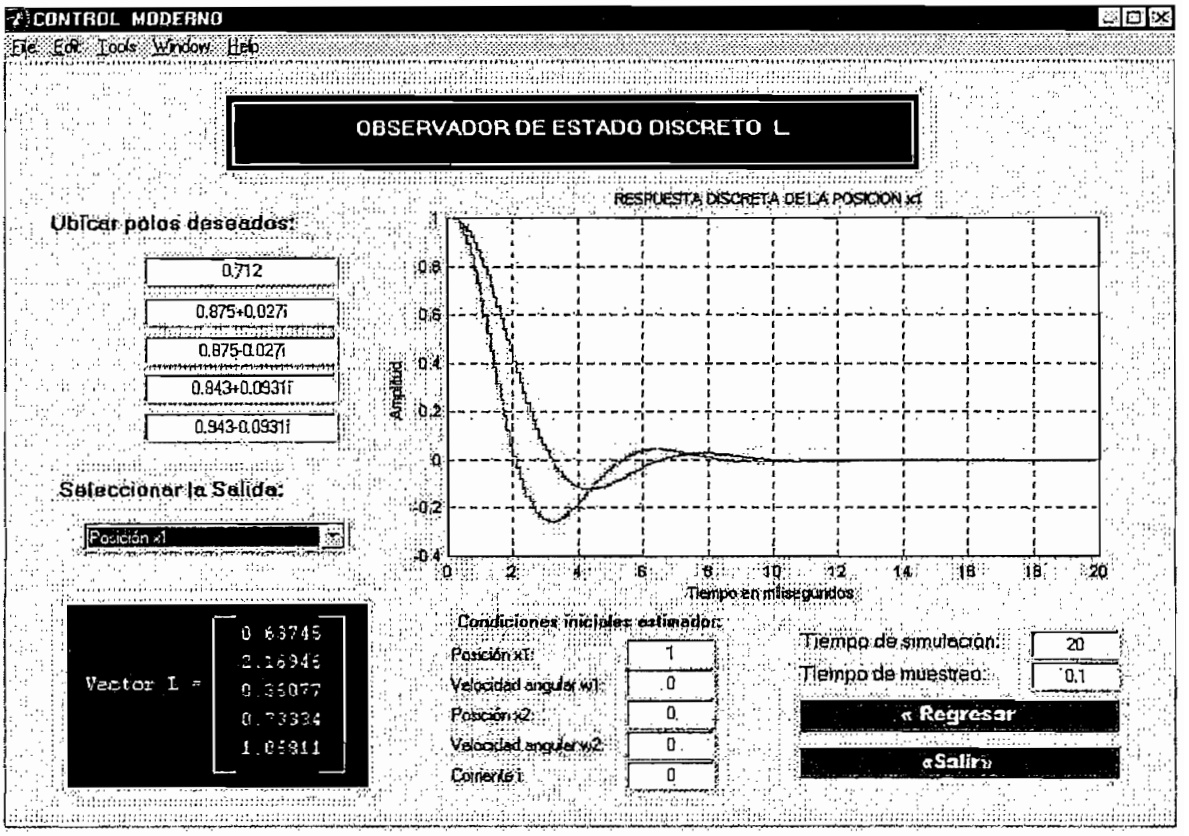


Figura 3.12. Observador de estado L discreto.

3.2.2.3 Regulador cuadrático lineal L.Q.R.

La respuesta discreta obtenida en este caso se observa en la pantalla que se ilustra en la figura 3.13, los coeficientes del vector K óptimo se los puede observar en la parte inferior de la pantalla.

Para obtener el vector K de realimentación óptimo, se tiene que ingresar por teclado los parámetros de la matriz de ponderación Q, luego cambiar o escoger un periodo o tiempo de muestreo y escoger la variable de la salida y observar en la pantalla de la figura 3.13. Los valores de los coeficientes de la diagonal de la matriz de ponderación Q tienen que ser mayores a cero para que exista solución.

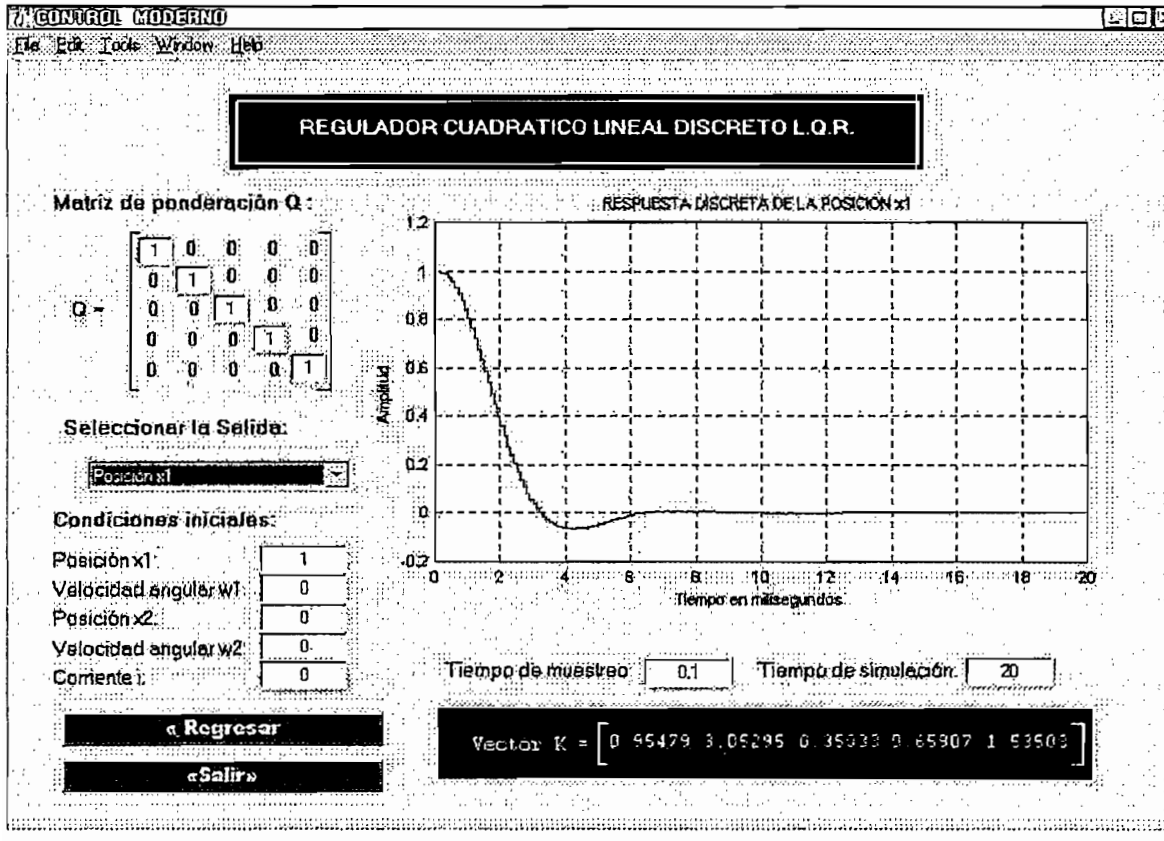


Figura 3.13. L.Q.R. discreto.

CAPITULO 4

RESULTADOS.

4.1 RESPUESTA TEMPORAL.

En el dominio del tiempo continuo se tiene la respuesta temporal del sistema compensado de la tensión mediante lugar geométrico de las raíces como se ilustra en la figura 4.1:

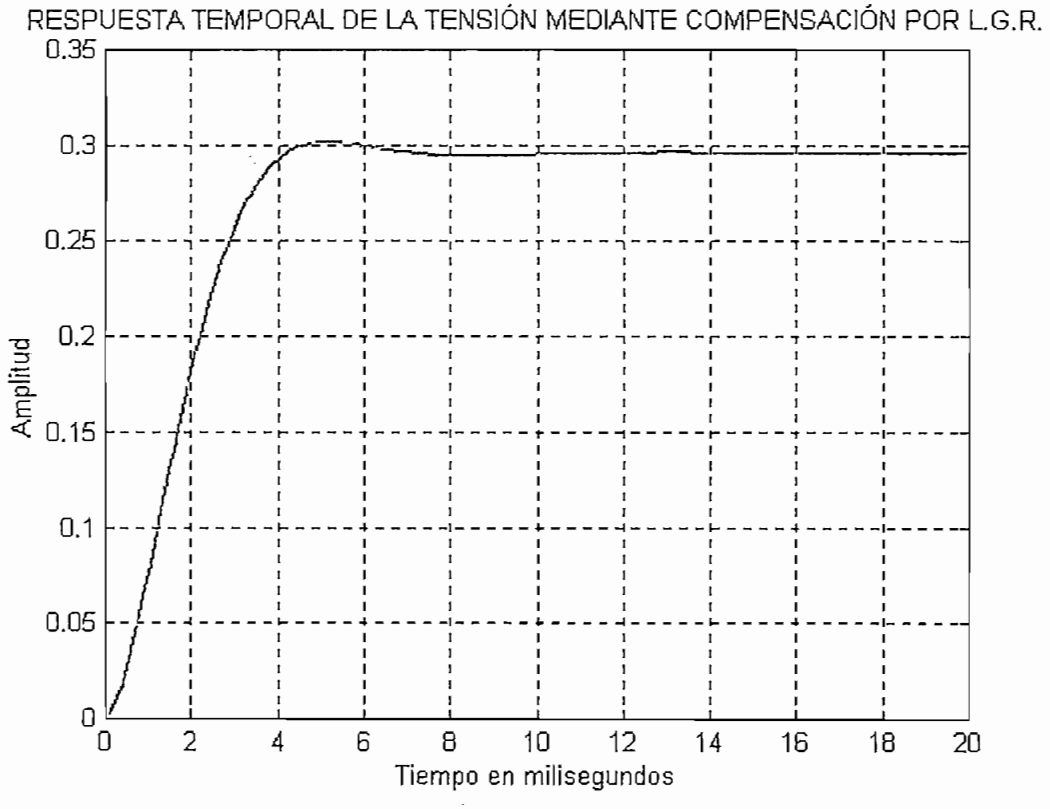


Figura 4.1. Respuesta temporal de la tensión.

En la respuesta temporal se observa que el máximo sobre impulso es del 1.95%, y el tiempo de establecimiento es de aproximadamente 3.8 milisegundos, debido a que solo nos interesa que el arranque sea lo más rápido posible, para un compensador ajustada la ganancia a 2.5, el cero a 1.5 y el polo a 6.4.

Mediante el compensador P.I.D. diseñado mediante el lugar geométrico de las raíces se obtiene la siguiente respuesta temporal, que se ilustra en la figura 4.2.

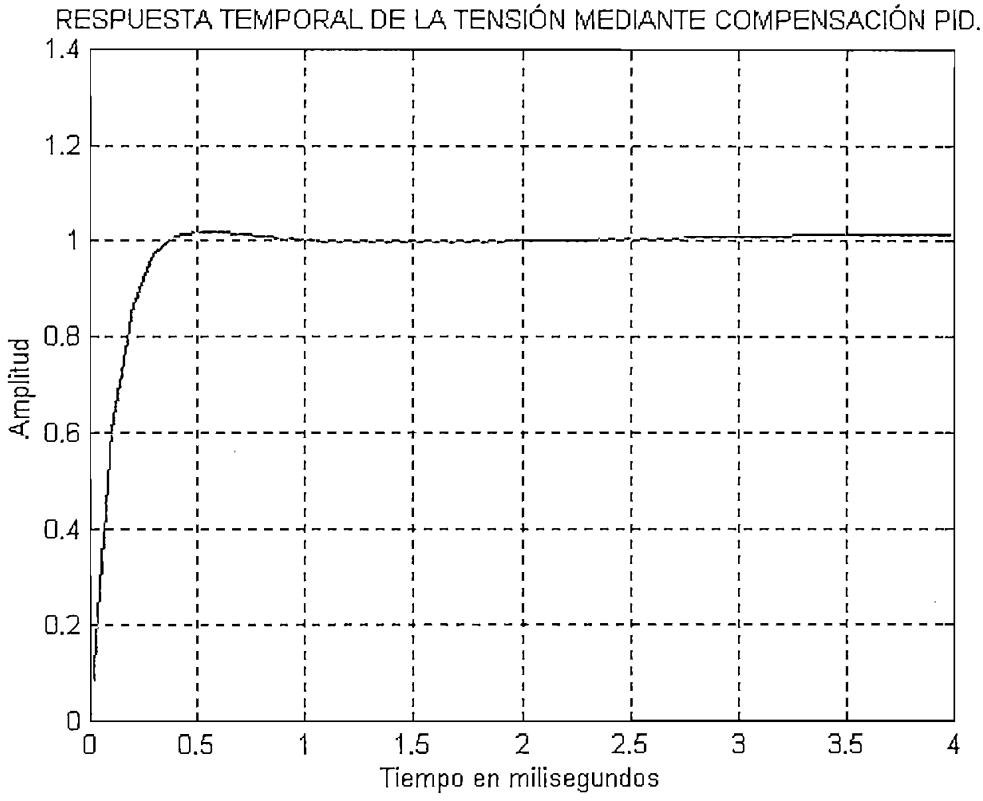


Figura 4.2. Compensación PID por LGR.

Las características de este compensador son: máximo sobrimpulso de 1.8% y un tiempo de establecimiento de aproximadamente 0.2 milisegundos. Se observa que para una entrada paso unitaria, la respuesta temporal tiene un error de posición cero. Así también se obtiene que la cinta arranca lo más rápido posible, esto ajustando los parámetros del PID a: Kp = 55, Ki = 30 y Kd = 50.

En el dominio del tiempo se tiene también la respuesta temporal de los estados mediante la realimentación de estado, para la posición x2 se tiene la siguiente respuesta temporal que se indica en el esquema de la figura 4.3, donde el máximo sobre-impulso de ésta respuesta es muy pequeño y el tiempo de

establecimiento de 8 milisegundos, para los polos escogidos mediante el lugar geométrico de las raíces simétrico.

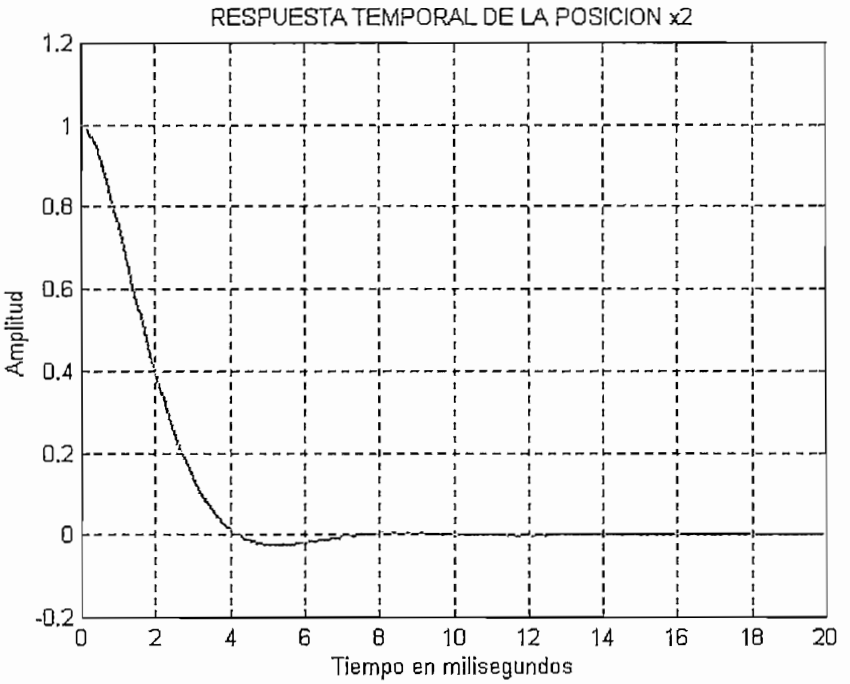


Figura 4.3. Respuesta temporal mediante realimentación de estado.

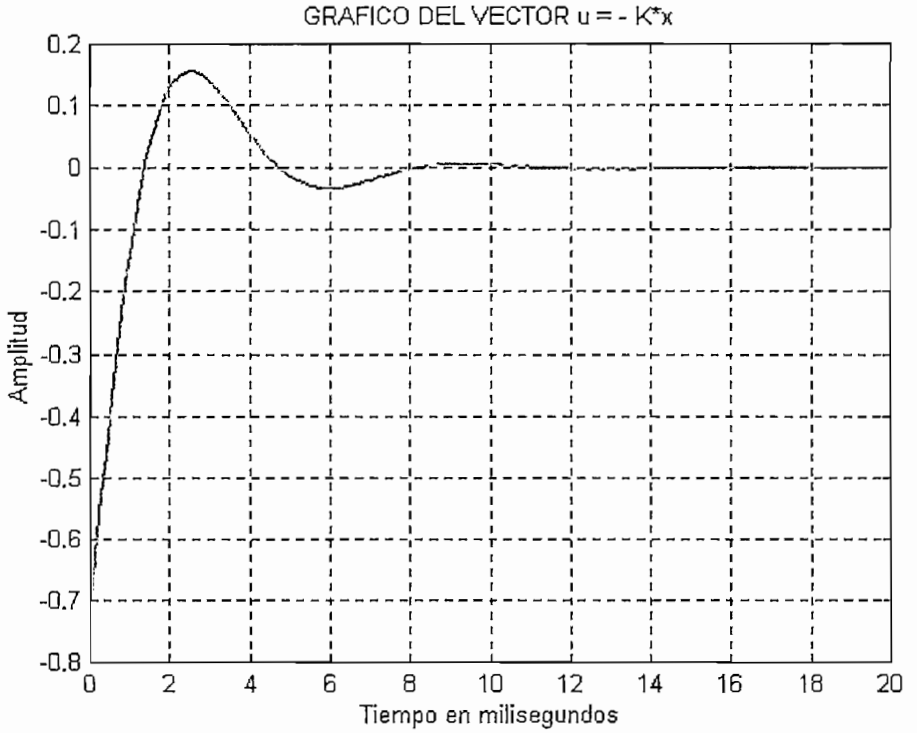


Figura 4.4. Esfuerzo de control.

Para obtener la respuesta de los estados mediante realimentación, en primer lugar se obtiene el vector ganancia de realimentación, para luego saber cual es la entrada u al sistema, esta entrada u se ilustra en la figura 4.4.

Así también se obtiene la estimación de los estados, que se pueden observar en la pantalla de la figura 3.8, a continuación se ilustra la estimación del estado de la posición x2 en la figura 4.5. Se aprecia

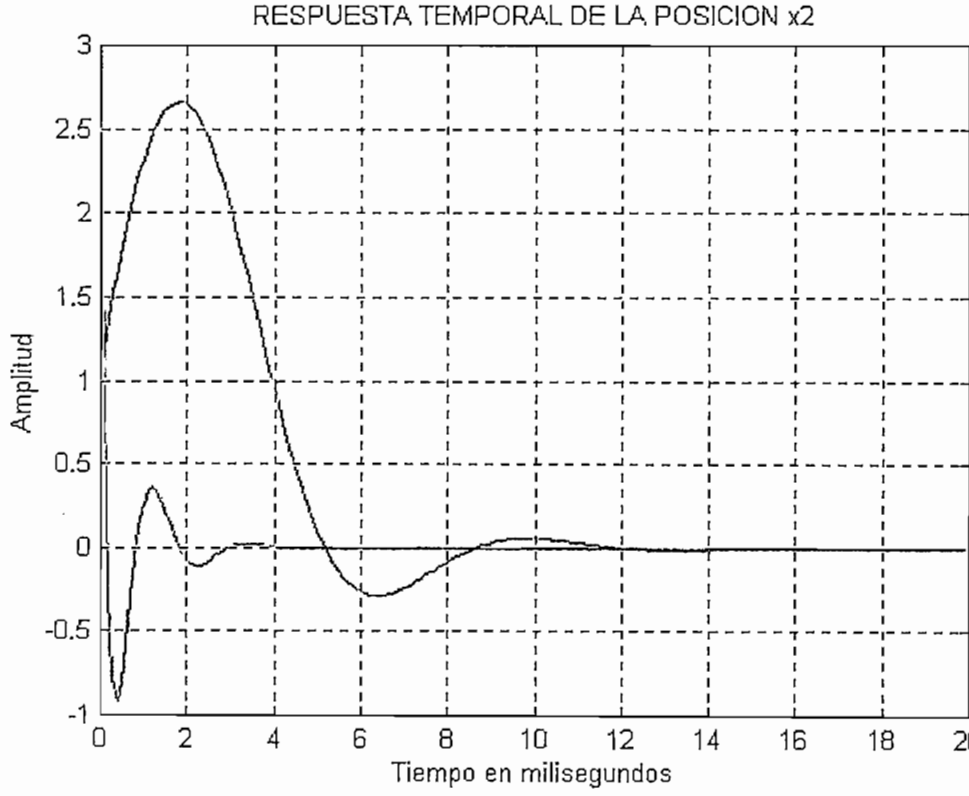


Figura 4.5. Estimación de la posición x2.

Se observa que el estado estimado(en magenta) converge al estado real(en rojo).

Mediante índices de desempeño cuadrático se obtiene el vector de realimentación K óptimo y su respuesta a la posición x2 se ilustra en la figura 4.6.

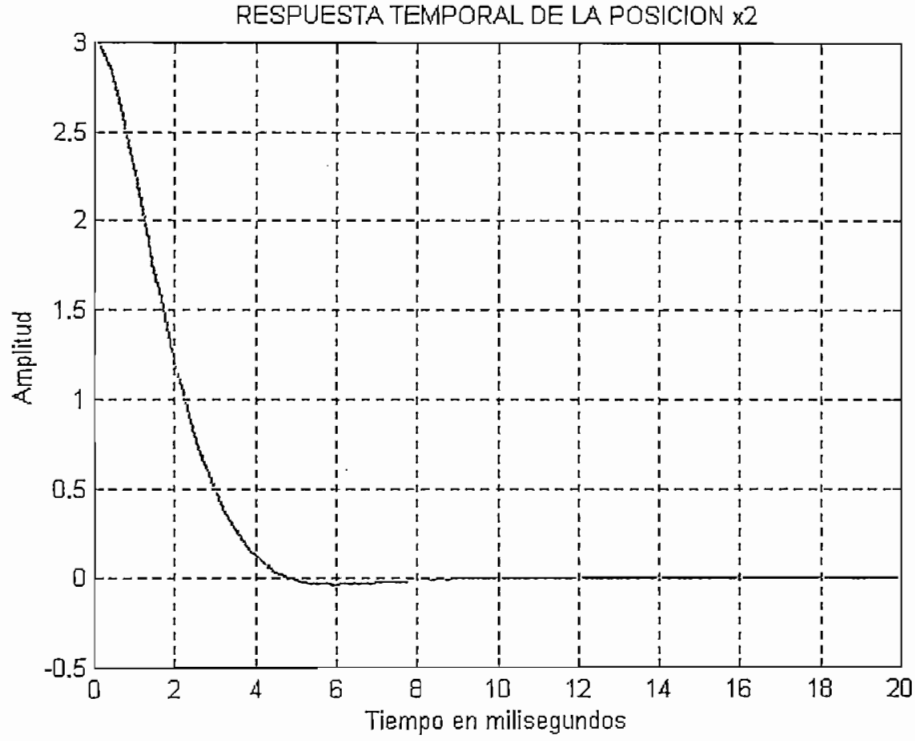


Figura 4.6. Respuesta temporal con realimentación de estado óptima.

El vector de realimentación K obtenido por el regulador cuadrático lineal es el que mejores condiciones de respuesta temporal ofrece al sistema. El tiempo de establecimiento es de 7.7 milisegundos y el máximo sobre-impulso de 15%.

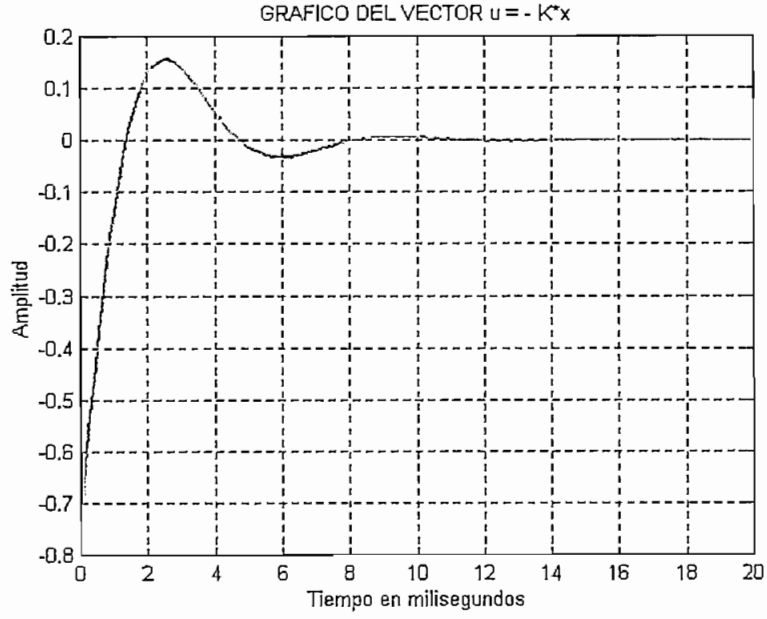


Figura 4.7. Señal de realimentación u con K óptimo.

Mediante esta realimentación de estada óptima, se obtiene una señal de entrada u para el vector de realimentación óptimo que se ilustra en la figura 4.7.

De acuerdo a los requerimientos del sistema, la solución mediante un regulador cuadrático lineal se acepta para una buena regulación del sistema.

4.2 LUGER GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES.

También se tiene el gráfico del lugar geométrico compensado de la tensión que se ilustra en la figura 4.8:

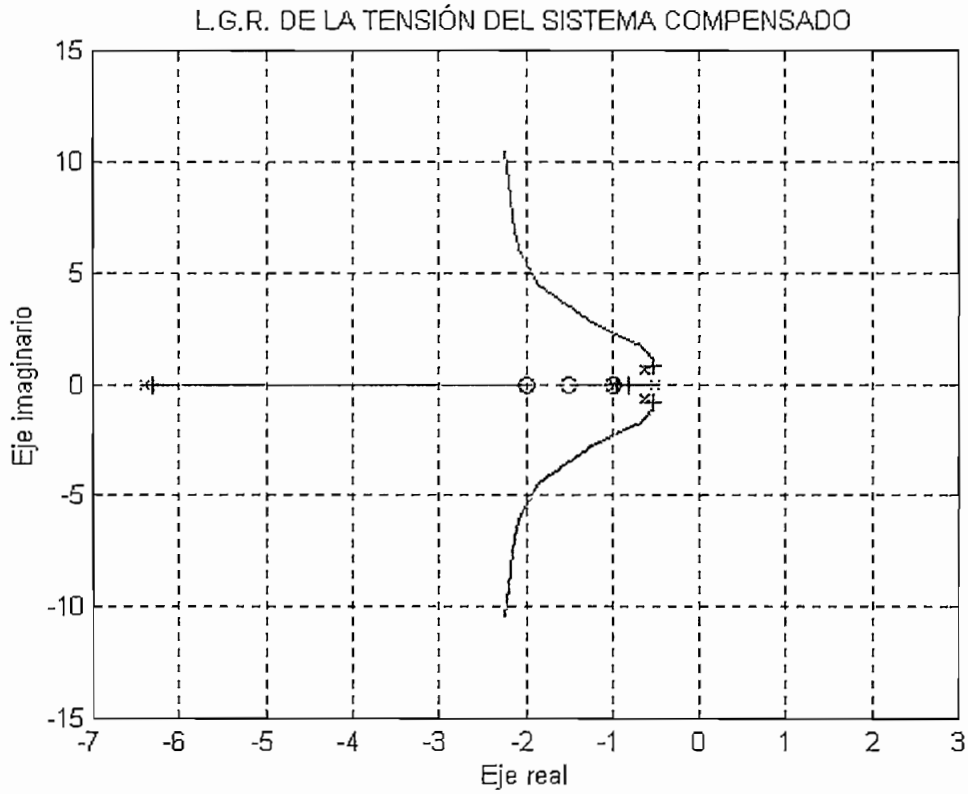


Figura 4.8. L.G.R. del sistema compensado.

Se observa que el lugar geométrico de las raíces pasa por los polos deseados; los que se escogieron para el diseño; vale recalcar que los polos que se escogen para el diseño del compensador de adelanto de fase están en lazo cerrado.

4.3 RESPUESTA DE FRECUENCIA.

En la respuesta de frecuencia de la tensión se observa que el margen de fase(magenta) es de aproximadamente a 84.9° con una frecuencia de 8.6 rad/s, tal y como se puede observar en el esquema de la figura 4.9.

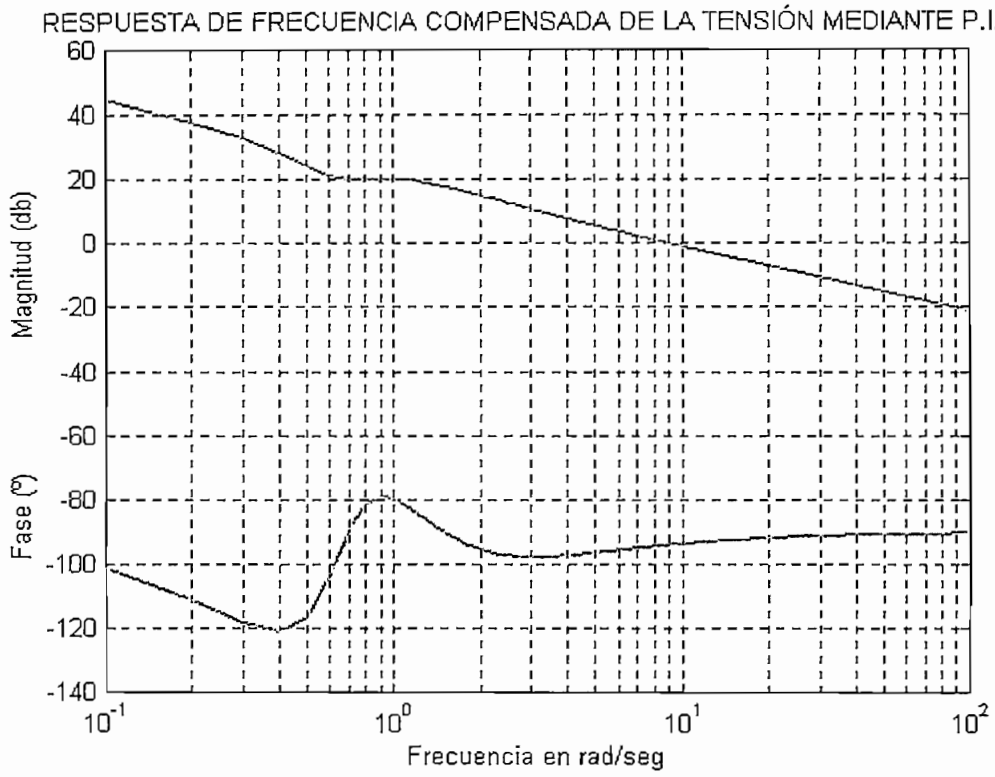


Figura 4.9. Respuesta de frecuencia de la tensión compensada mediante P.I.D.

4.4 RESPUESTA DE TIEMPO DISCRETO.

Al realizar los controles discretos a variables de estado se tiene las opciones de realizar una realimentación de estado discreta con una ganancia K, se pueden estimar los estados discretos, y se puede realizar un control óptimo discreto mediante un regulador cuadrático lineal discreto, los resultados para cada una de estas opciones se tiene a continuación.

Para la realimentación de estado discreta, se tiene el esquema de la figura 4.10, en el que se puede observar que el máximo sobre-impulso de la posición x2 es de aproximadamente 0.8% y un tiempo de establecimiento de 3.8 mili segundos,

para una selección de polos en el plano 'z'. Si los polos cambian, los valores de máximo sobre-impulso y tiempo de establecimiento cambian.

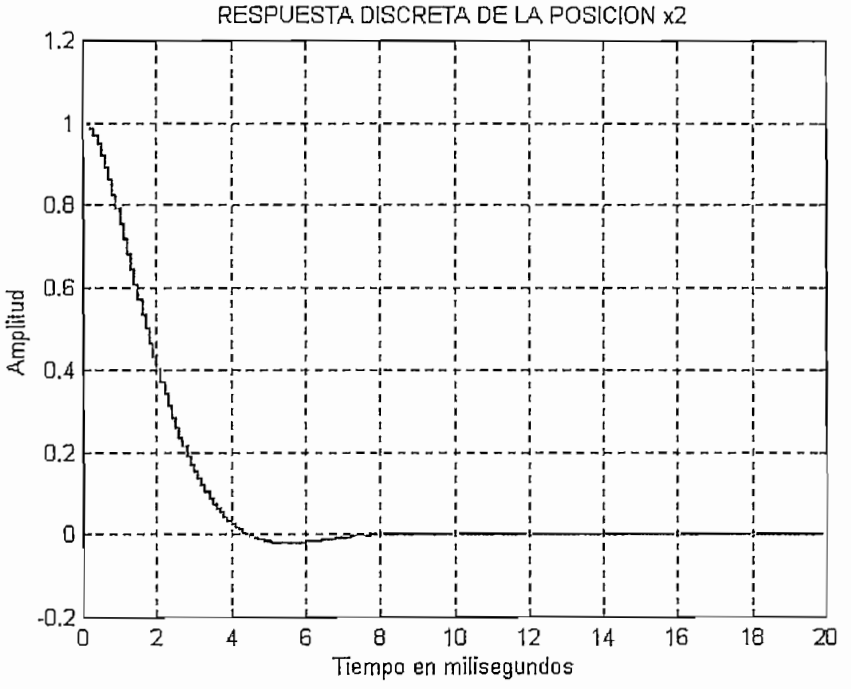


Figura 4.10. Realimentación de estado discreta.

En el esquema de la figura 4.11 se ilustra la respuesta temporal discreta del estado discreto de la posición x2, la cual nos indica un máximo sobre-impulso del 20% y un tiempo de establecimiento de 7 milisegundos.

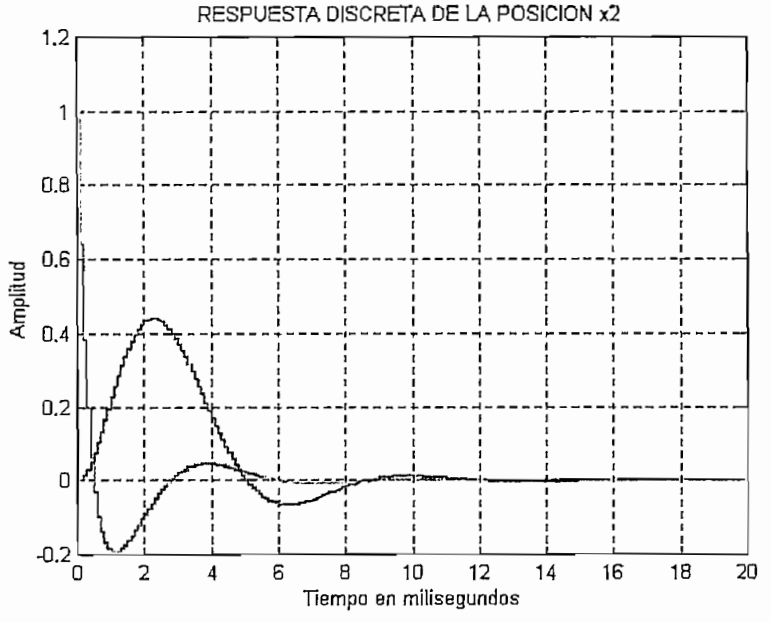


Figura 4.11. Estimación de estado discreta.

De forma similar se obtiene una respuesta óptima para una realimentación de estado discreta, mediante el regulador cuadrático lineal discreto, así entonces se tiene un máximo sobre-impulso del 0.5% y un tiempo de establecimiento de 3.8 milisegundos para la posición x2, tal y como se ilustra en la figura 4.12.

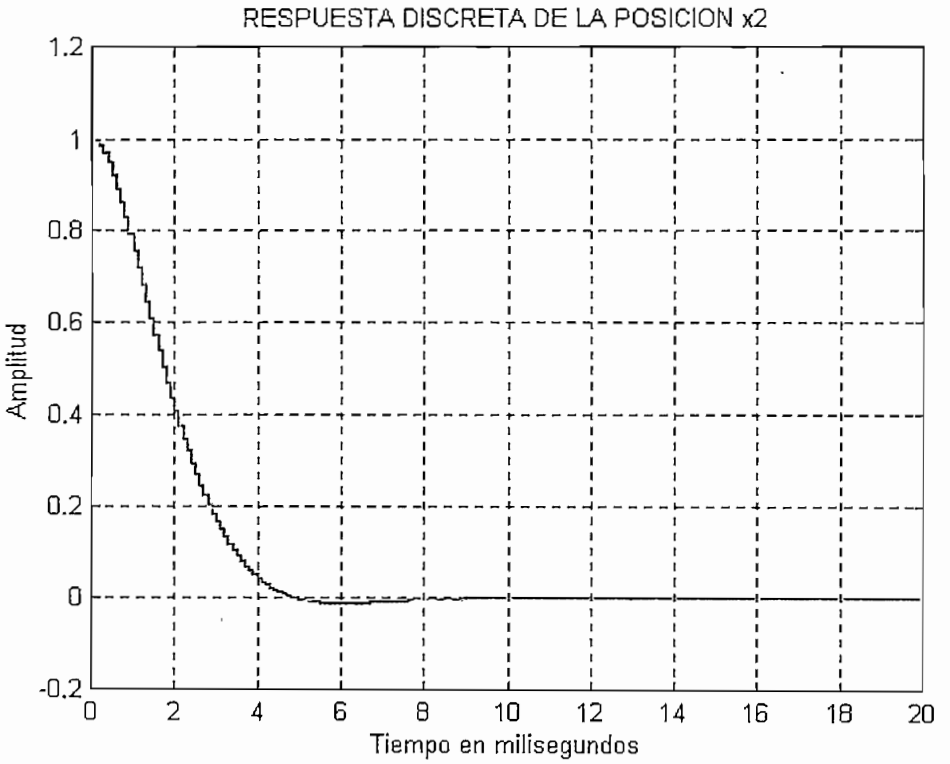


Figura 4.12. Realimentación de estado discreta óptima.

CAPITULO 5

CONCLUSIONES.

- Mediante la compensación por el lugar geométrico de las raíces en adelanto de fase, la respuesta de la tensión mejora sus características transitorias, es así que el tiempo de establecimiento está de acuerdo a las especificaciones dadas en el diseño, al igual que el máximo sobre impulso.

- El control PID implementado mediante el lugar geométrico de las raíces, hace que las características transitorias de la salida de la tensión mejore aún más, y además que el error en estado estable sea cero para una entrada de escalón unitario.

- Mediante la respuesta de frecuencia se observa que el margen de fase de la tensión mejora mediante la compensación PID.

- En sí lo que se realiza en este trabajo es una regulación de la tensión, debido a que interesa que la cinta arranque lo más rápido posible para no perder la información al momento del arranque.

- Una de las ventajas del control moderno, es que se maneja todas las variables de estado involucradas en el proceso, también se observa las características transitorias de cada una de ellas y el comportamiento a diferentes condiciones iniciales que se den al sistema, mientras que en el control clásico, se maneja sólo las salidas de la tensión y de las posiciones del sistema.

- Todas las variables de estado y las salidas son controlables, debido a que las matrices de controlabilidad para todas las salidas posibles son de rango máximo.

- La salida de la tensión no es observable, mientras que la salida de la posición en el carrete del sensor sí es observable, por tal razón el análisis de los resultados a variables de estado o control moderno tanto continuo como discreto se realizan para la posición en el carrete del sensor.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.

1. **"CONTROL DE SISTEMAS DINAMICOS CON RETROALIMENTACION"** autores GENE FRENKLIN, J DAVID POWELL, ABAS EMAMI-NAEINI, editorial ADDISON – WESLEY 1991.

2. **"LABORATORIO DE SISTEMAS DE CONTROL I"** autores PATRICIO BURBANO, LUIS BARAJAS. ESCUELA POLITECNICA NACIONAL FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA 1984.

3. **"DIGITAL CONTROL OF DYNAMIC SYSTEMS"** autores GENE FRENKLIN, J DAVID POWELL, MICHAEL WORKMAN, editorial IBEROAMERICANA tercera edición.

4. **"INGENIERIA DE CONTROL MODERNO"** autores OGATA KATSUHIKO editorial PRENTICE HALL 1993 segunda edición.

5. **"SISTEMAS DE CONTROL AUTOMATICO"** autor BENJAMIN C KUO, editorial PRENTICE HALL séptima edición.

6. **"LINEAR CONTROL SYSTEM ANALYSIS AND DESIGN CONVENTIONAL AND MODERN"** autores JOHN J D'AZZO, CONSTANTINE H HOUPIES segunda edición.

7. **"ANALISIS DE SISTEMAS DINAMICOS Y CONTROL AUTOMATICO"** autores R CANALES RUIZ, R BARRERA RIVERA editorial LIMUSA 1980.

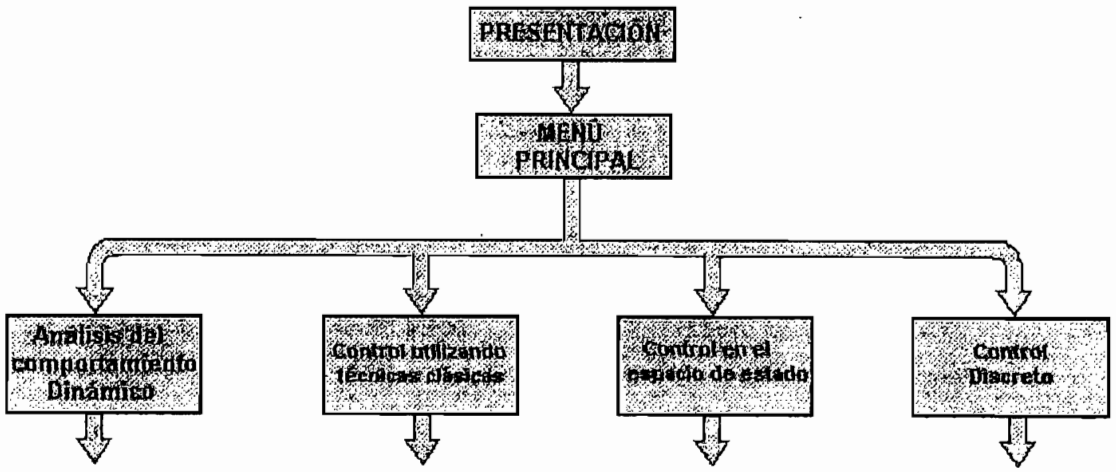
8. **"MODERN CONTROL SYSTEM"** autores RICHARD DORF editorial ADDISON – WESLEY séptima edición 1996.

9. **"CONTROL SYSTEM TOOLBOX"** User Guide de MATLAB.

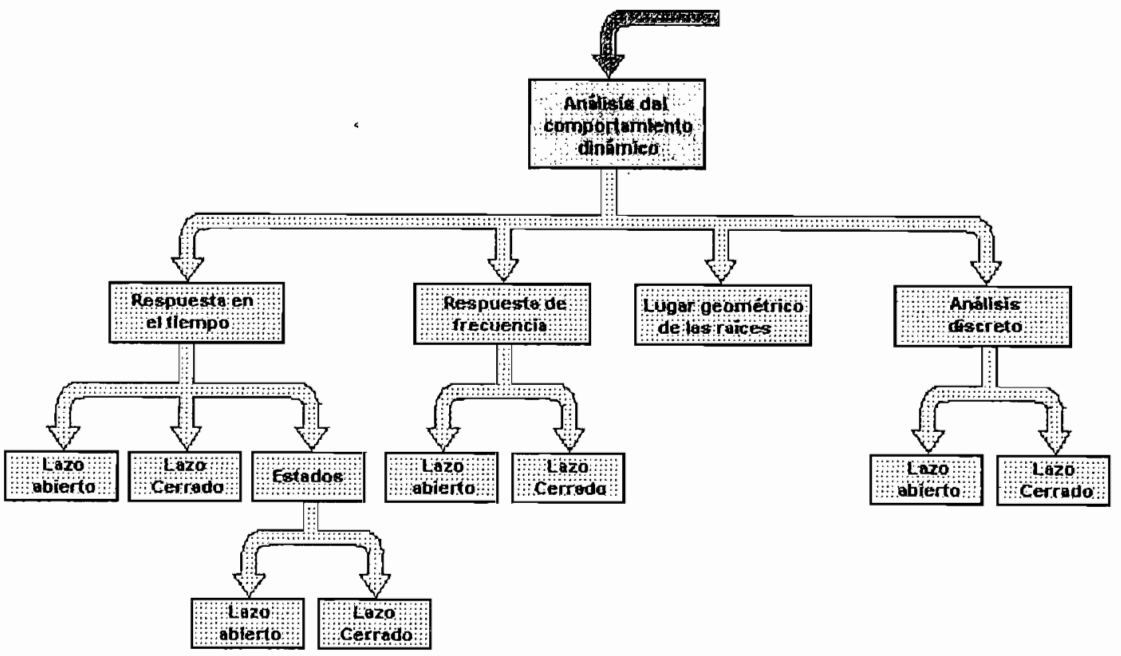
ANEXOS

ANEXO A.

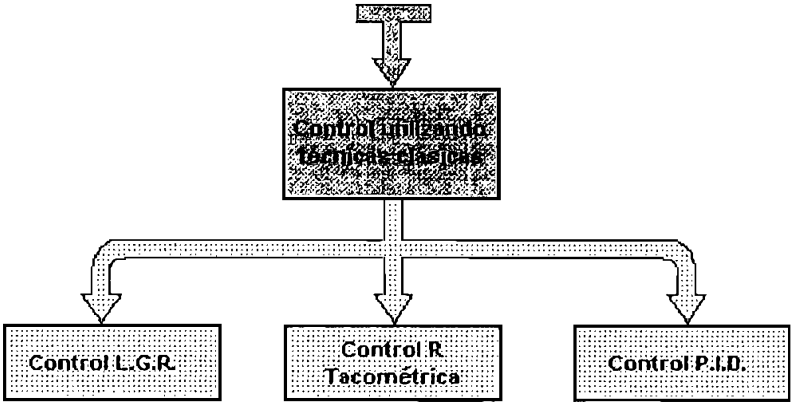
DIAGRAMA DE FLUJO DE LAS PANTALLAS DE SIMULACIÓN Y CONTROL EN MATLAB.



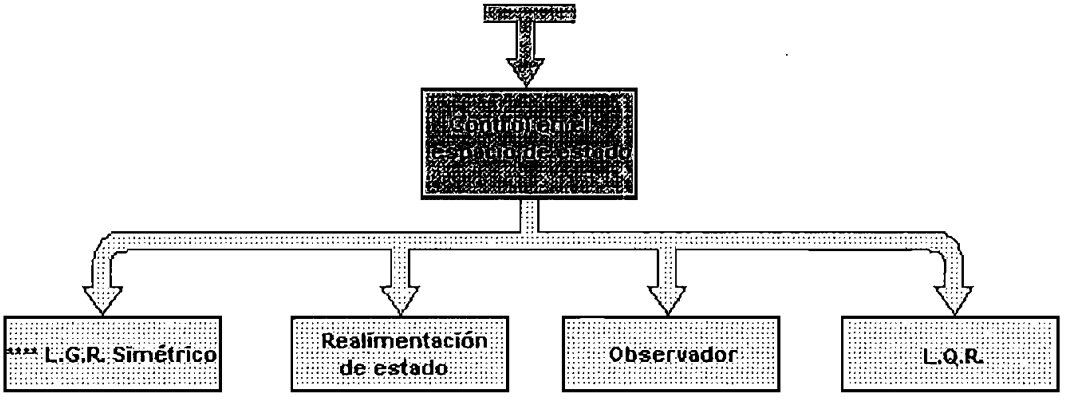
Análisis del comportamiento dinámico.



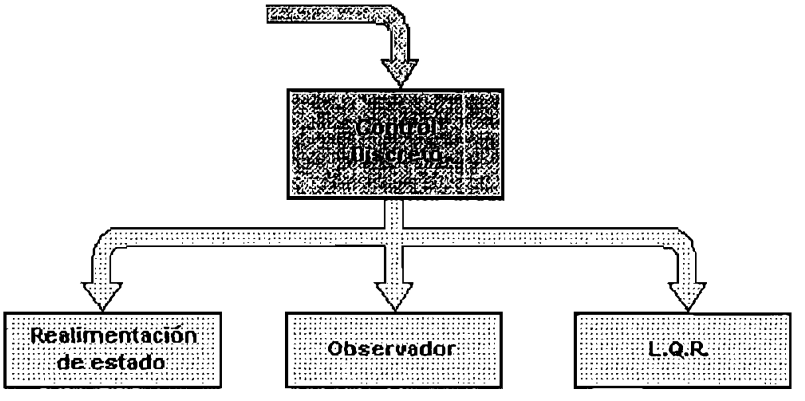
Control utilizando técnicas clásicas.



Control en el espacio de estado.



Control Discreto.



ANEXO B.

MANUAL DE USUARIO.

B.1 CARACTERÍSTICAS DE HADWARE Y SOFTWARE REQUERIDOS.

Para la instalación del software de MATLAB 5.3, se necesitan las siguientes características de hadware y software del PC, para que el programa funcione correctamente:

WINDOWS 95, 98 O CON WINDOWS NT.
PROCESADOR 586 O PENTIUM.
MEMORIA 28 RAM.
COMPACT DISC READ 6X.
MONITOR VGA O SVGA.
ESPACIO EN EL DISCO DURO 350 MB

B.2 UTILIZACIÓN DEL PROGRAMA.

Para empezar a utilizar el programa, se utiliza la pantalla principal de MATLAB, en la cual se ingresa por teclado el siguiente comando: 'mscucd', que luego aparece la pantalla de la figura B.1.

Luego de la pantalla B.1 al hacer clic con el mouse en la opción 'Continuar', aparece la pantalla de la figura B.2, en la misma se tiene las siguientes opciones:

- Análisis del comportamiento dinámico.
- Control utilizando técnicas clásicas.
- Control en el espacio de estado.
- Control Discreto.

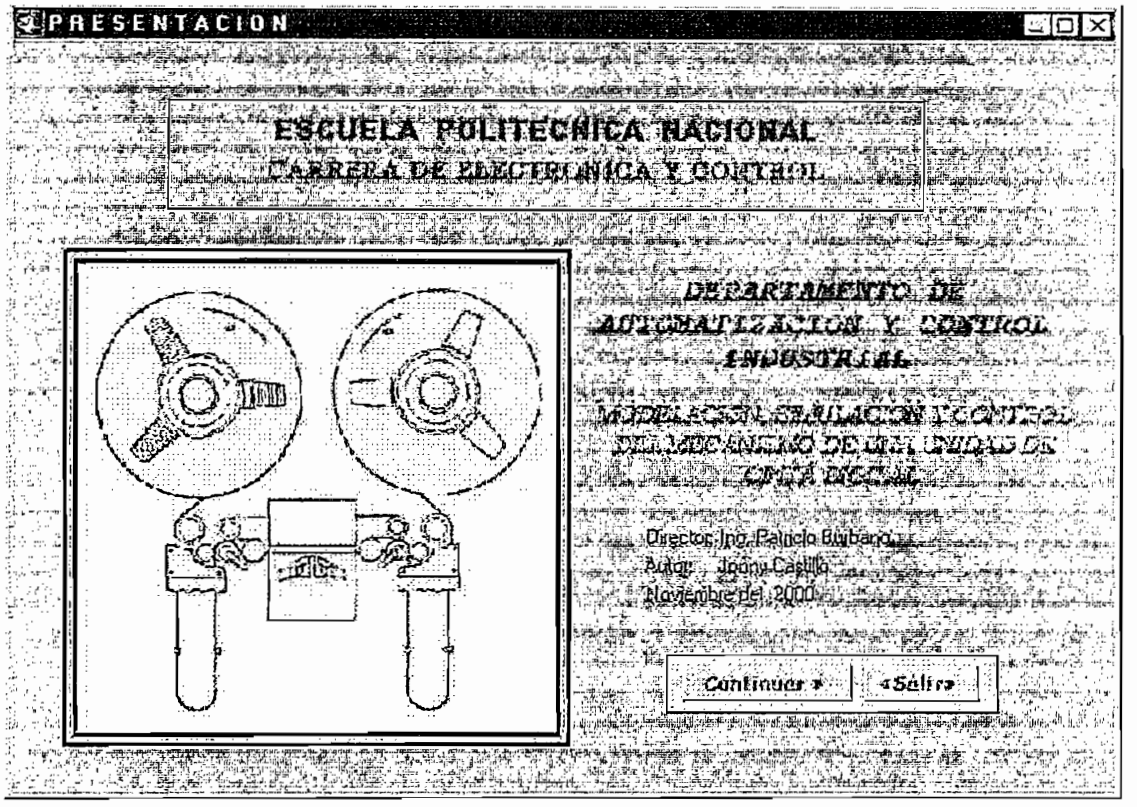


Figura B.1. Pantalla de presentación.

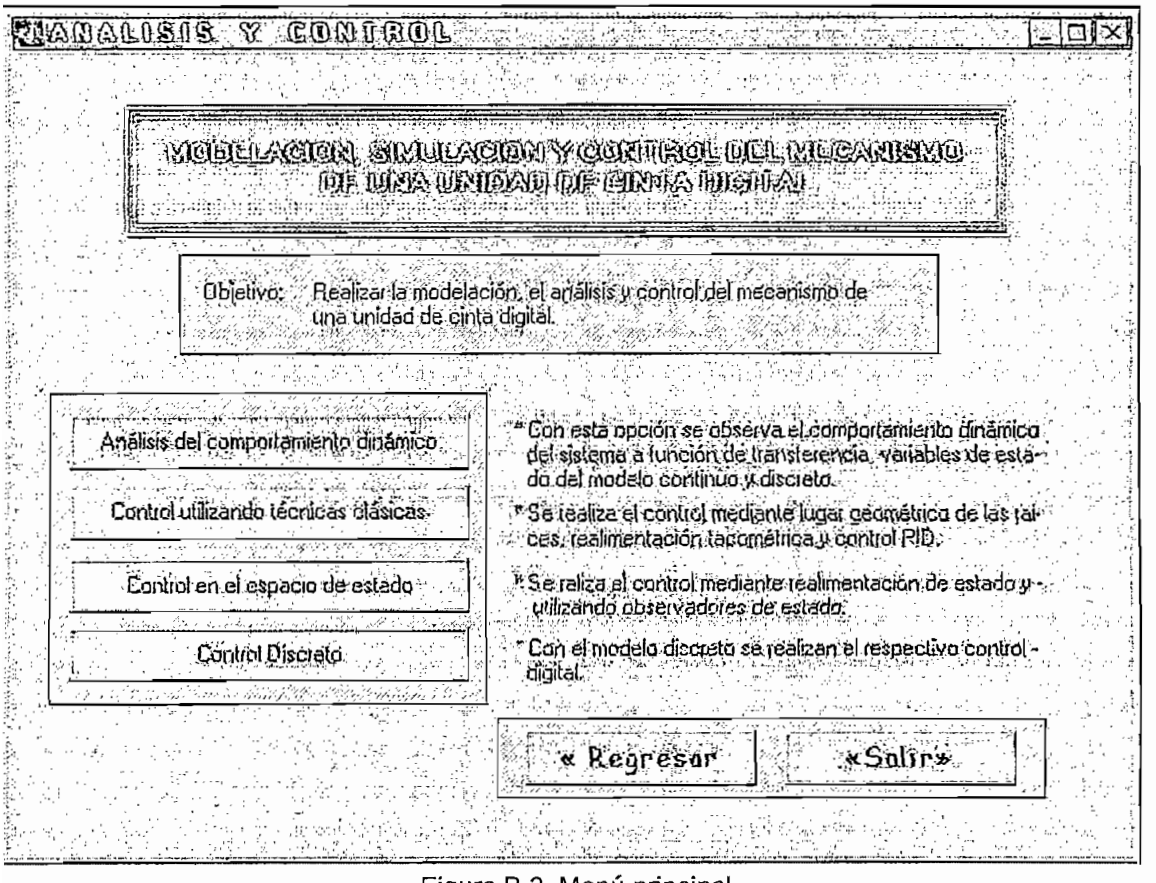


Figura B.2. Menú principal

Al escoger la opción de 'Análisis del comportamiento dinámico', aparece la pantalla de la figura B.3 con las siguientes opciones:

- Respuesta en el tiempo.
- Respuesta de frecuencia.
- Lugar geométrico de las raíces.
- Análisis discreto.

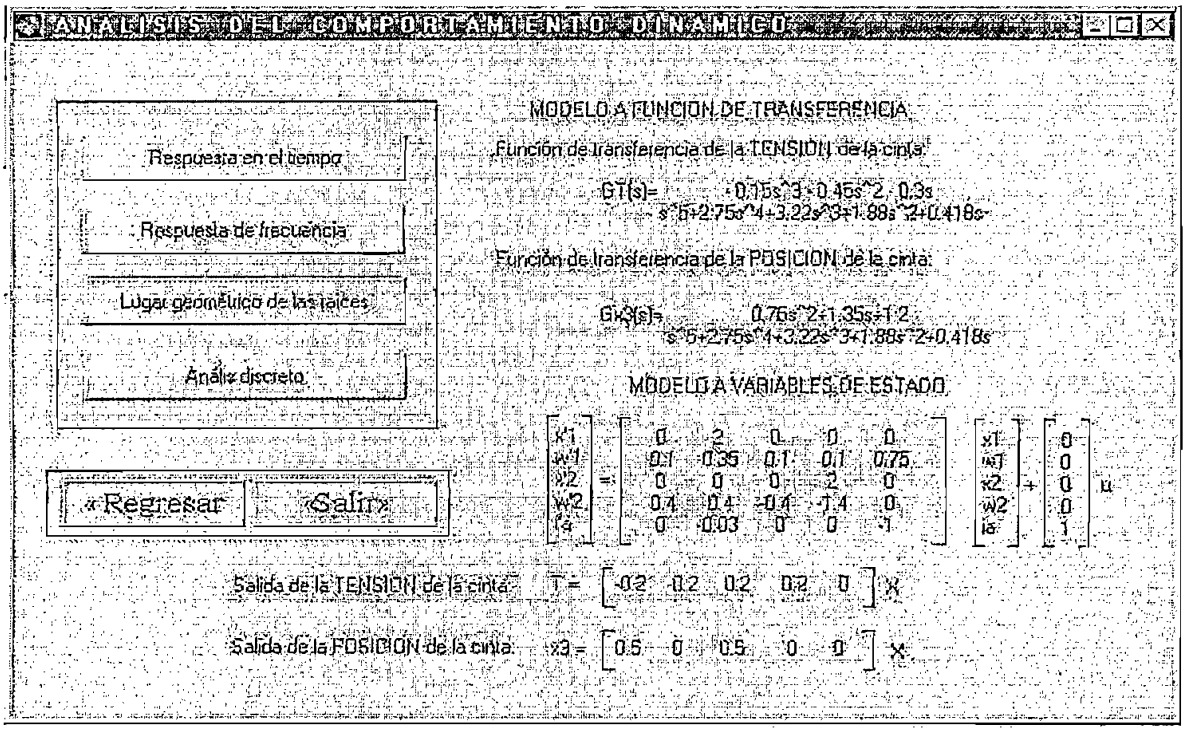


Figura B.3. Análisis del comportamiento dinámico.

En la pantalla de la figura B.3 al escoger la opción de 'Respuesta en el tiempo', se tienen las siguientes opciones:

- Lazo abierto.
- Lazo cerrado.
- Estados.

Estas opciones se pueden apreciar en la pantalla de la figura B.4 a continuación.

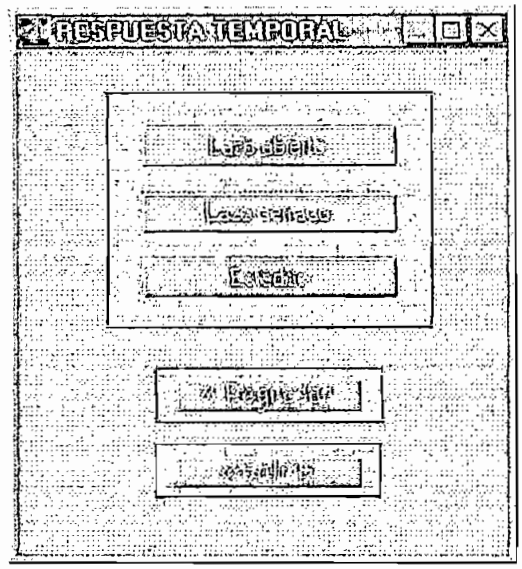


Figura B.4. Respuesta temporal.

Al hacer clic en la opción de 'Lazo abierto' aparece la pantalla de la figura B.5 como se indica a continuación.

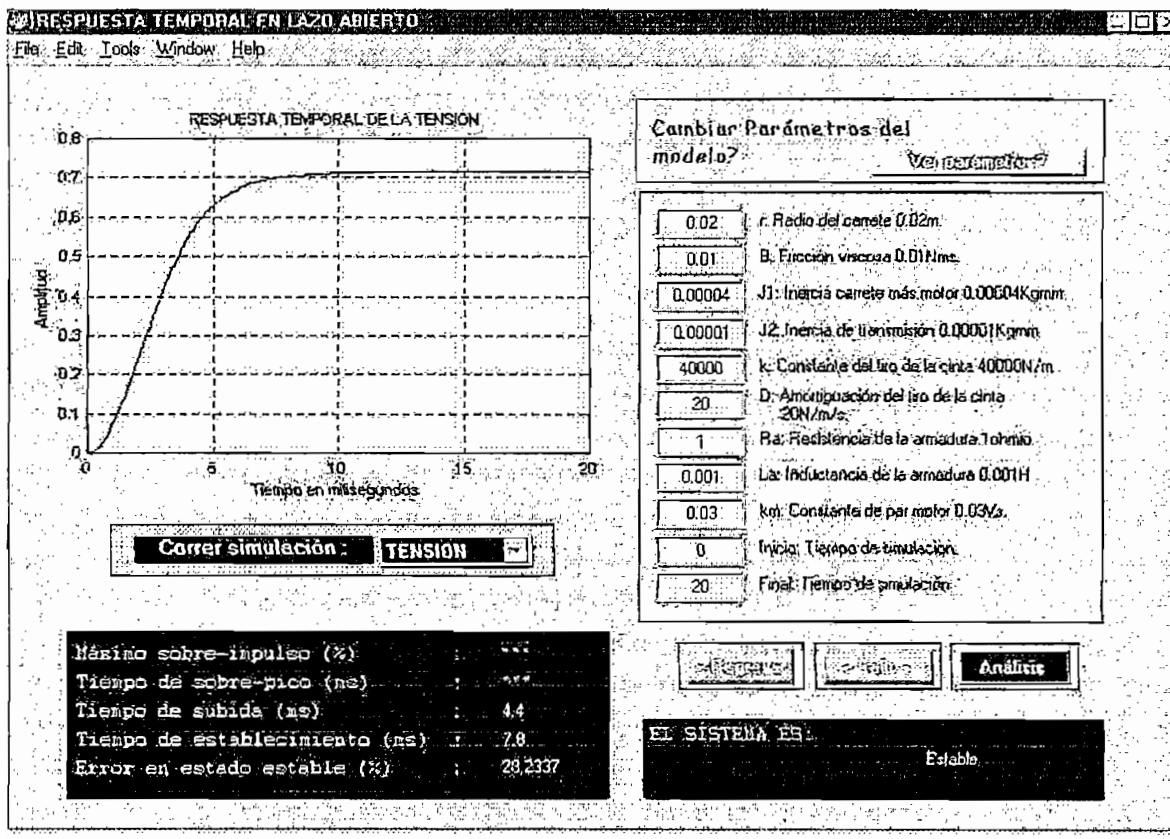


Figura B.5. Respuesta temporal en lazo abierto.

En esta pantalla se tienen las siguientes opciones:

- Ver parámetros.
- Cambiar parámetros.
- Correr simulación.
- Análisis.

Al hacer clic en la opción de 'Ver parámetros' aparece la pantalla de la figura B.6, la cual facilita ver qué parámetros se están cambiando cuando se escoge la opción de 'Cambiar parámetros'.

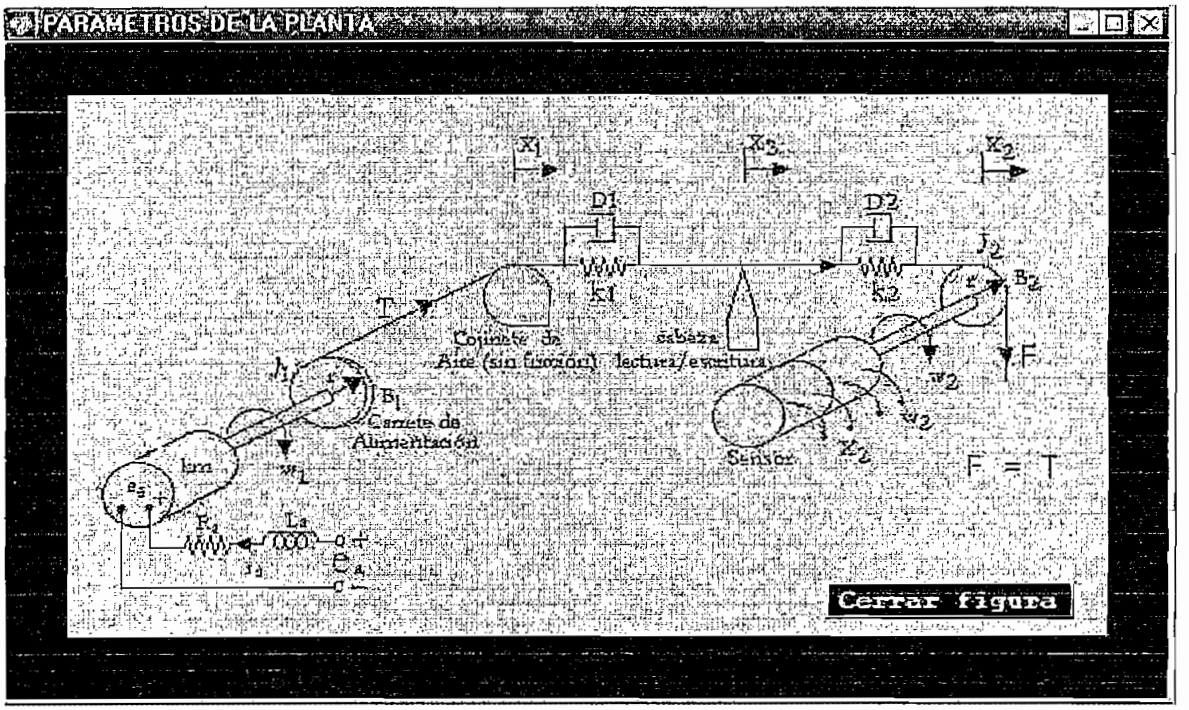


Figura B.6. Parámetros del sistema.

En la opción 'Correr simulación', se tienen dos alternativas, la tensión y la posición en la cabeza de lectura/escritura, para observar el comportamiento dinámico de la planta.

Al hacer clic en la opción 'Análisis', aparece la pantalla de la figura B.7, la cual nos ayuda a verificar los valores que se encuentran al pie de la pantalla de la figura B.5, sólo para el caso de la tensión.

En ésta pantalla se pueden ingresar tiempos de simulación y cambiar cada uno de los parámetros que involucra al sistema y observar su comportamiento dinámico.

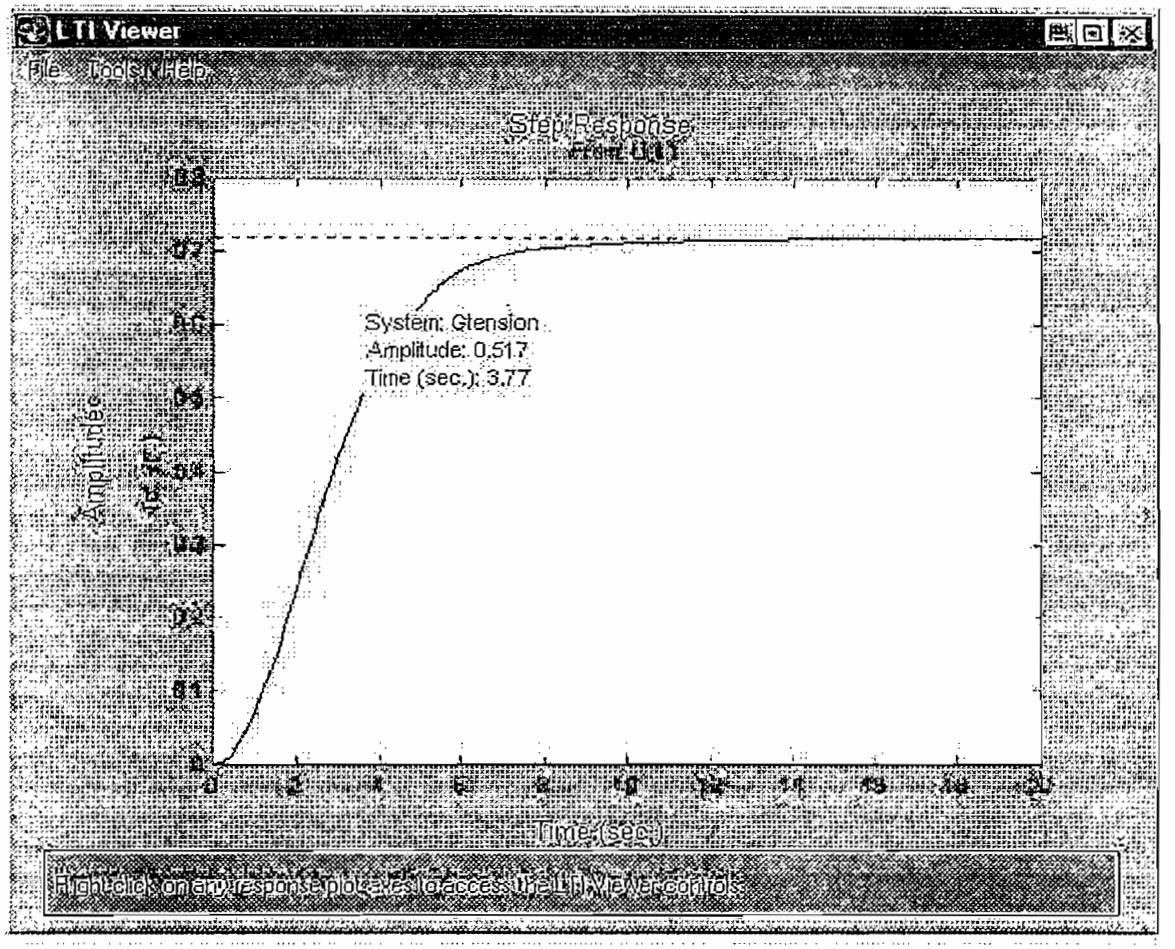


Figura B.7. Comando Ltiview.

En la pantalla de la figura B.4 al hacer clic en la opción de 'Lazo cerrado', aparece la pantalla de la figura B.8, la misma que tiene las siguientes opciones:

- Ver parámetros.
- Cambiar parámetros.
- Correr simulación.
- Anális.

Se observa que esta pantalla tiene las mismas alternativas como las que se tiene en lazo abierto.

Al igual que en la pantalla de la figura B.5, se pueden realizar cambios en los parámetros del sistema y en los tiempos de simulación, y así mismo la opción de 'Análisis nos ayuda a verificar los parámetros que se encuentran al pie de la figura B.8.

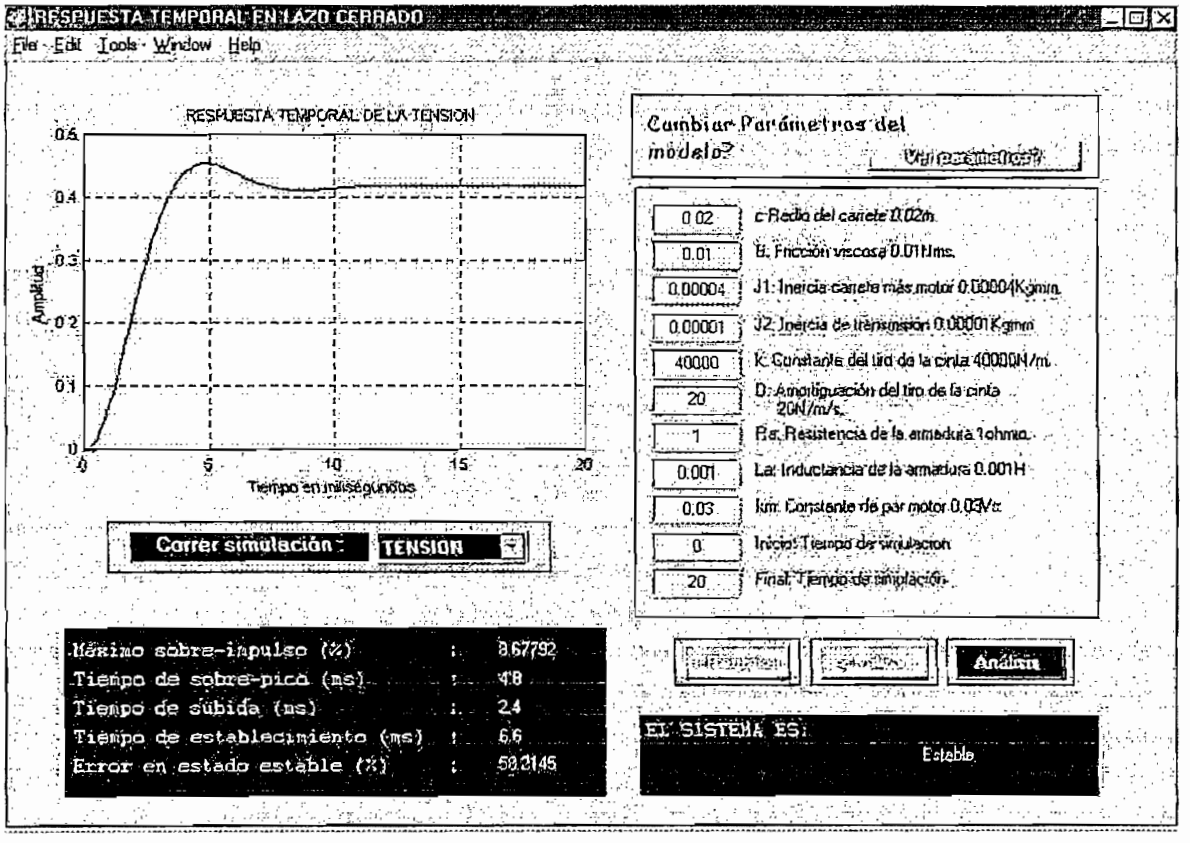


Figura B.8. Respuesta temporal en lazo cerrado.

En la figura B.4 al hacer clic en la opción 'Estados', aparece la figura B.9 con las siguientes opciones:

- Lazo abierto.
- Lazo cerrado.

En la figura B.9, se escoge la respuesta temporal de los estados tanto para lazo abierto como para lazo cerrado.

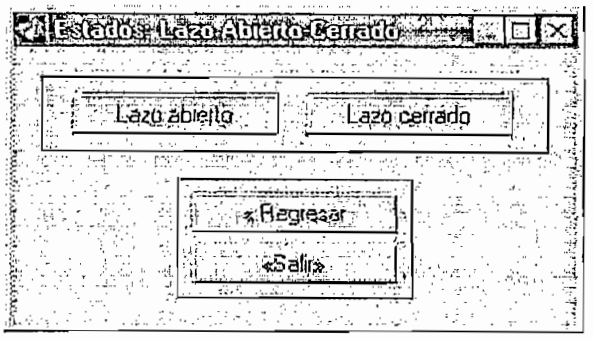


Figura B.9. Respuesta temporal de los estados.

Al hacer clic en 'Lazo abierto', aparece la pantalla de la figura B.10, en la que se tiene las siguientes alternativas:

- Ver parámetros.
- Cambiar parámetros.
- Correr simulación.

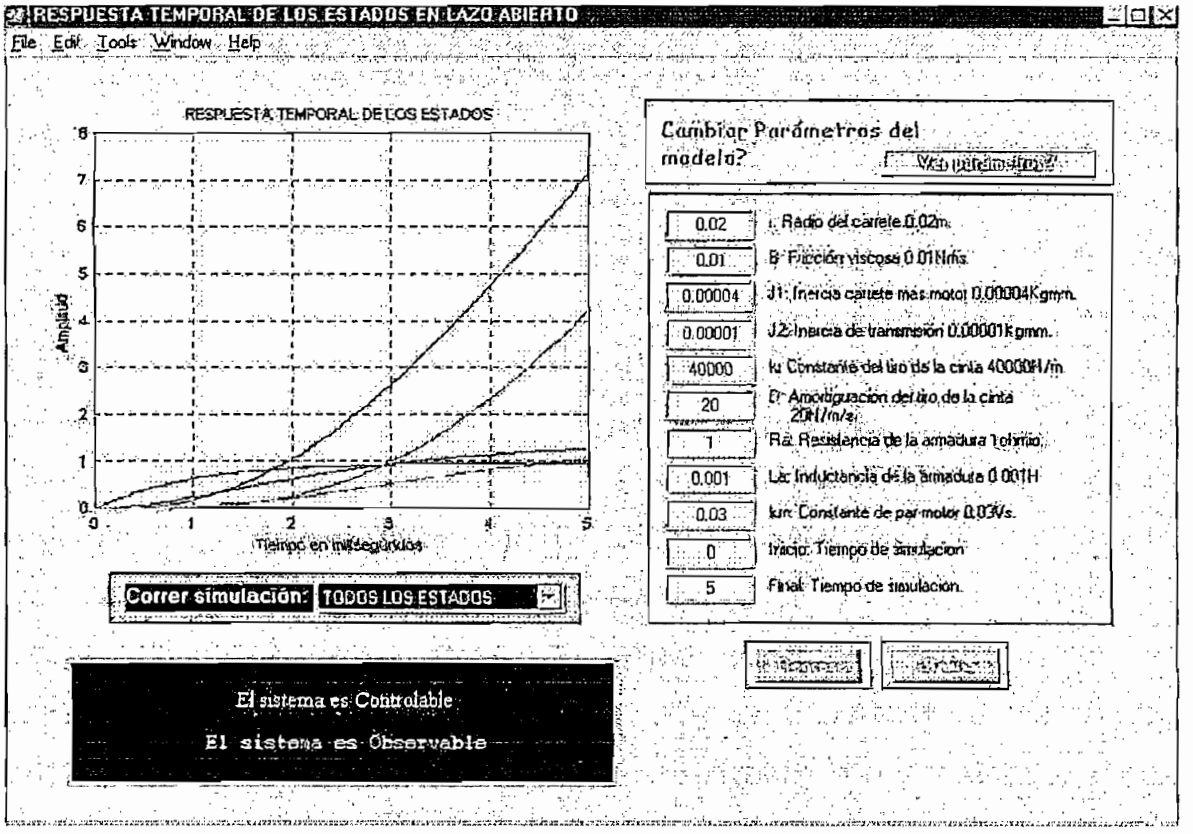


Figura B.10. Respuesta temporal de los estados en lazo abierto.

En ésta pantalla se puede determinar si el sistema es observable y controlable en lazo abierto.

En la pantalla de la figura B.9, al hacer clic en la opción 'Lazo cerrado', aparece la pantalla de la figura B.11.

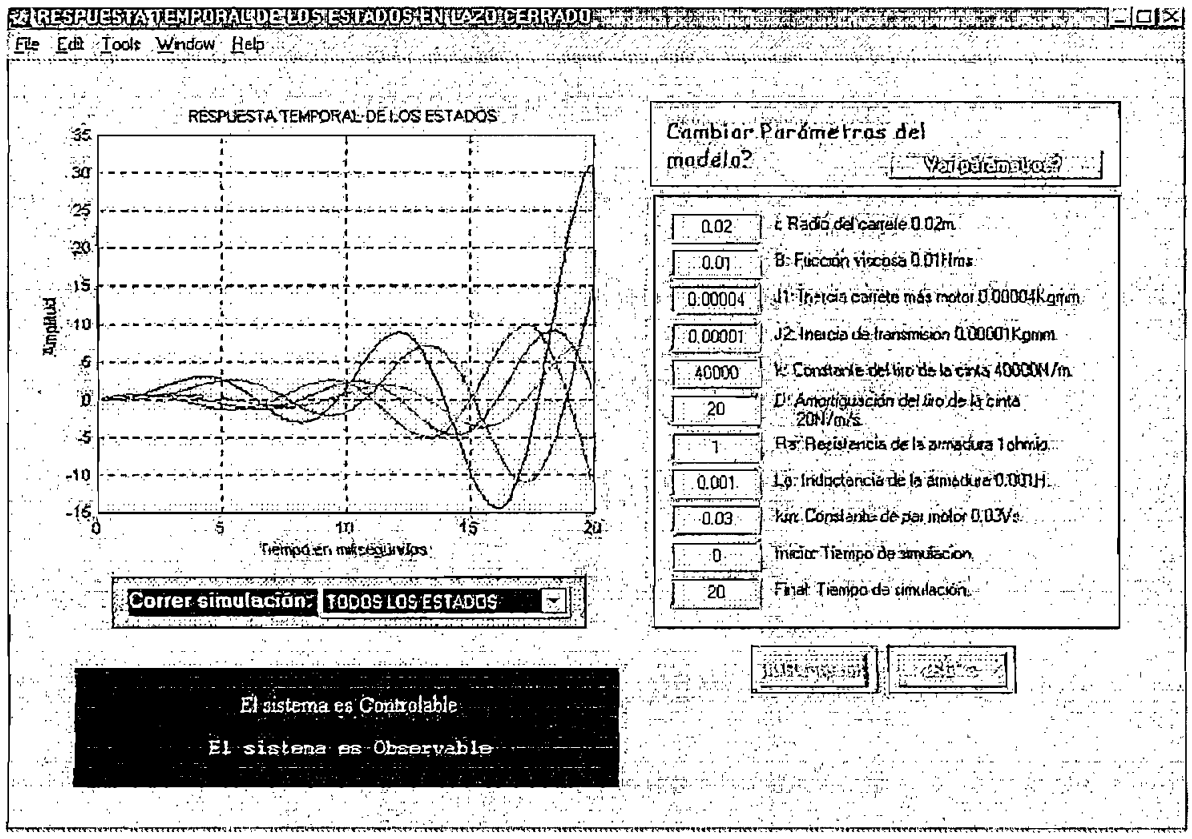


Figura B.11. Respuesta temporal de los estados en lazo cerrado.

En ésta pantalla se tienen las siguientes opciones:

- Ver parámetros.
- Cambiar parámetros.
- Correr simulación.

Que al igual que en lazo abierto desarrollan rutinas similares, pero en lazo cerrado. En la opción 'Correr simulación', tanto para lazo abierto como para lazo cerrado, se puede escoger que variable se desea observar en la pantalla.

En la pantalla de la figura B.3 al hacer clic en la opción de respuesta de frecuencia, se tiene la pantalla de la figura B.12, tal y como se indica a continuación:

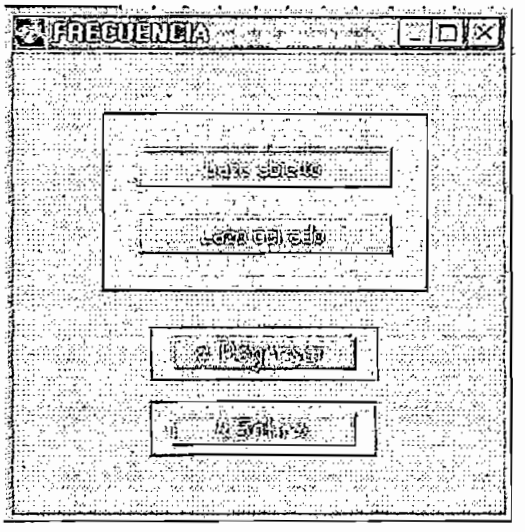


Figura B.12. Respuesta de frecuencia.

Esta pantalla tiene la siguientes opciones:

- Lazo abierto.
- Lazo cerrado.

Que desarrolla rutinas, para graficar la respuesta de frecuencia del sistema.

Al hacer clic en la opción de 'Lazo abierto', aparece la pantalla de la figura B.13, en la que se tiene las siguientes opciones:

- Ver parámetros.
- Cambiar parámetros.
- Correr simulación.
- Análisis.

Con la opción 'Análisis', se puede verificar los valores que se encuentran en la parte inferior de la pantalla B.13, esto sólo para la salida de la tensión. El comando que se utliza es ltiview y que aparece la pantalla de figura B.14.

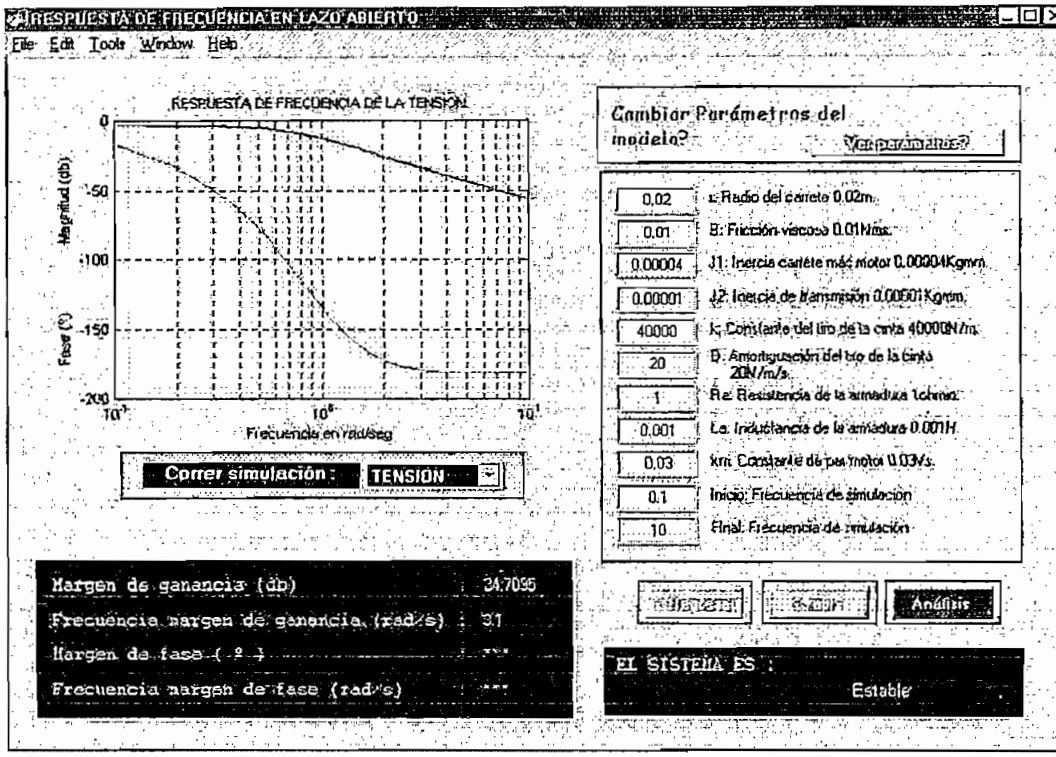


Figura B.13. Respuesta de frecuencia en lazo abierto.

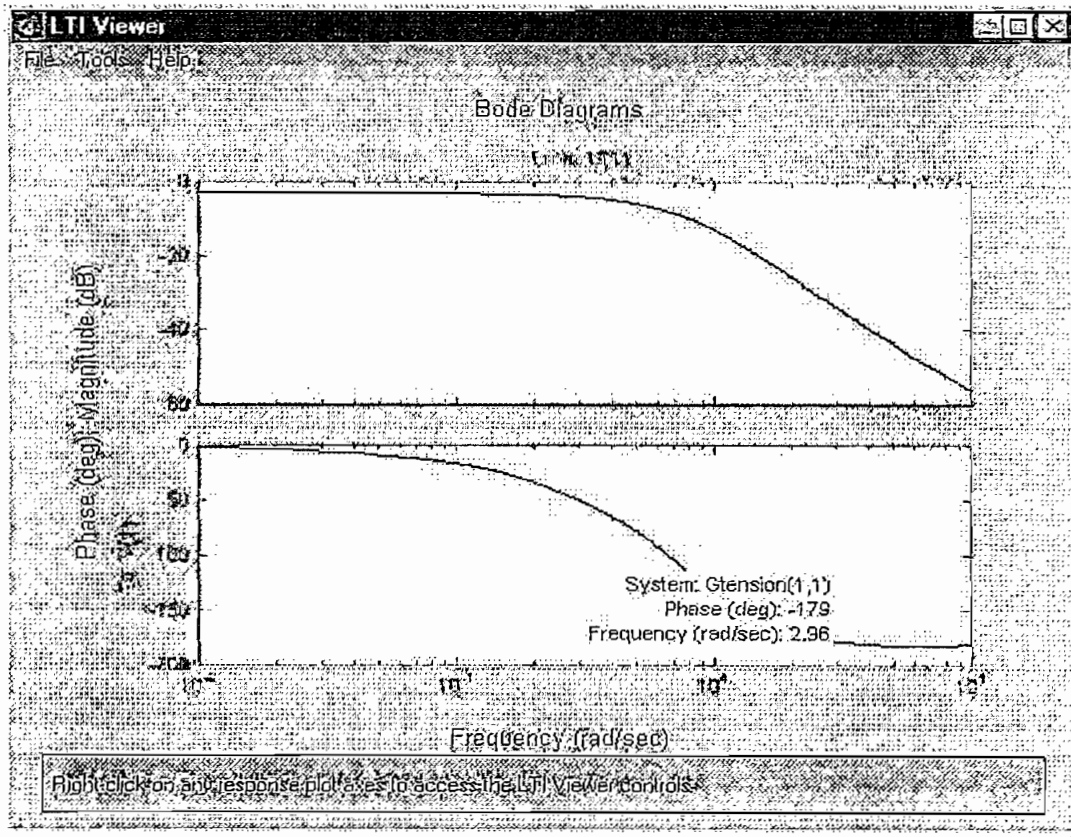


Figura B.14. Comando Ltiview.

Para obtener la respuesta de frecuencia en lazo cerrado, se hace clic en la opción 'Lazo cerrado' de la pantalla de la figura B.12, en esta pantalla se tienen las siguientes alternativas:

- Ver parámetros.
- Cambiar parámetros.
- Correr simulación.
- Análisis.

Que realizan rutinas similares a las de respuesta de frecuencia en lazo abierto, pero para este caso las desarrollan en lazo cerrado, esta pantalla se ilustra en la figura B.15.

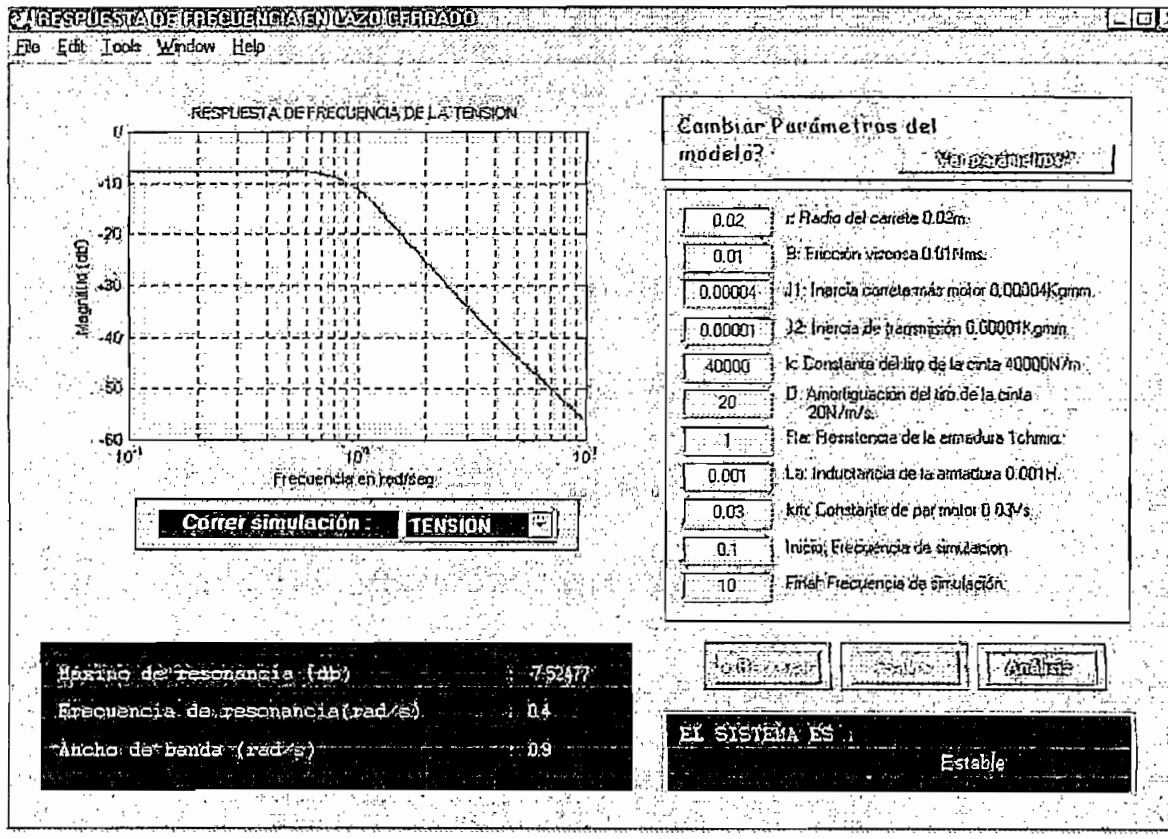


Figura B.15. Respuesta de frecuencia en lazo cerrado.

Al hacer clic en la opción 'Lugar geométrico de las raíces' en la pantalla de la figura B.3, aparece la pantalla de la figura B.16.

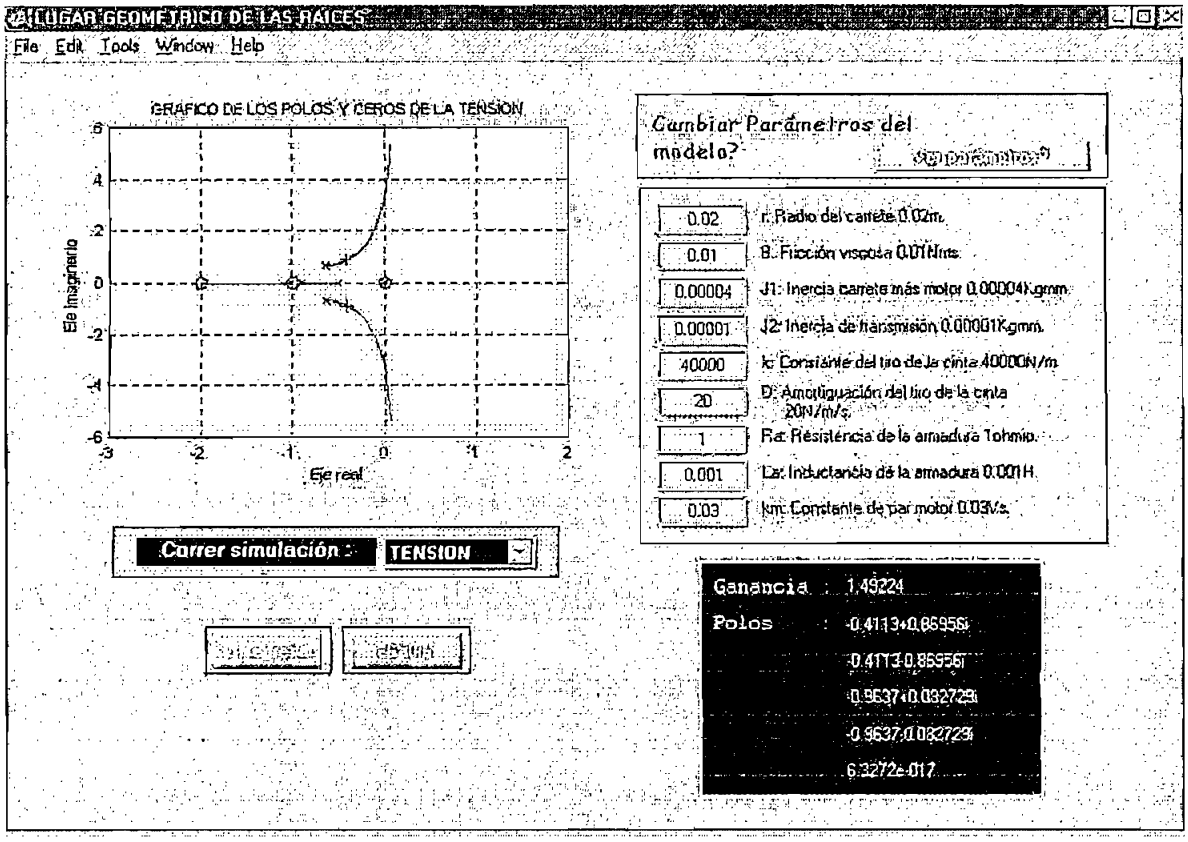


Figura B.16. Lugar geométrico de las raíces.

En esta pantalla se pueden realizar cambios en los parámetros del sistema y obtener el lugar geométrico de las raíces tanto de la tensión como de la posición en la cabeza de lectura/escritura.

En ésta pantalla al escoger la opción 'Correr simulación', aparece un cursor el cual nos permite ubicarnos en el lugar geométrico de las raíces, y dependiendo de la ganancia, se ilustran los valores de los polos de lazo cerrado al pie de la pantalla de la figura B.16.

Y por último para el análisis del comportamiento dinámico se tiene la opción de 'Análisis Discreto', la cual al hacer clic aparece la pantalla de la figura B.17, con las siguientes opciones:

- Lazo abierto.
- Lazo cerrado.

Estas opciones sólo son para obtener la respuesta de tiempo discreto del sistema.

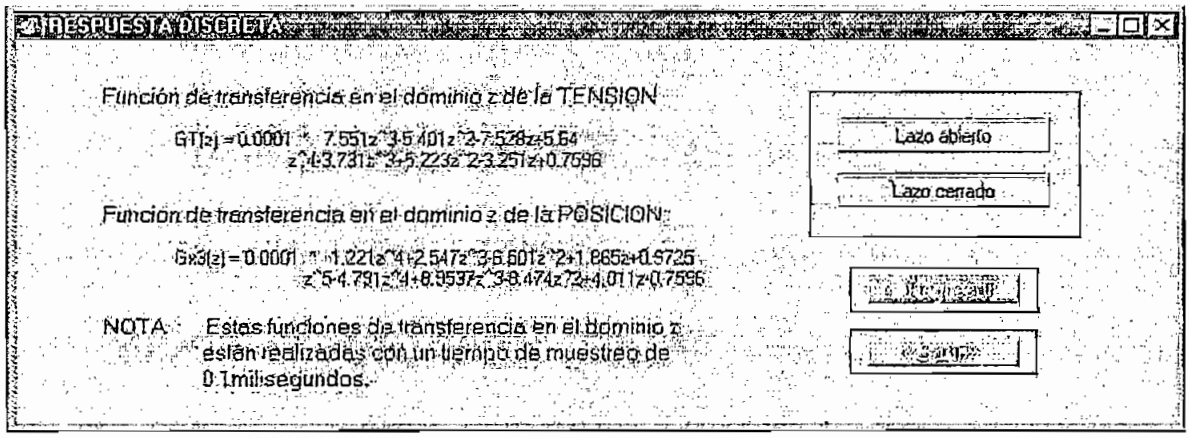


Figura B.17. Respuesta en tiempo discreto.

Al hacer clic en 'Lazo abierto', aparece la pantalla de la figura B.18.

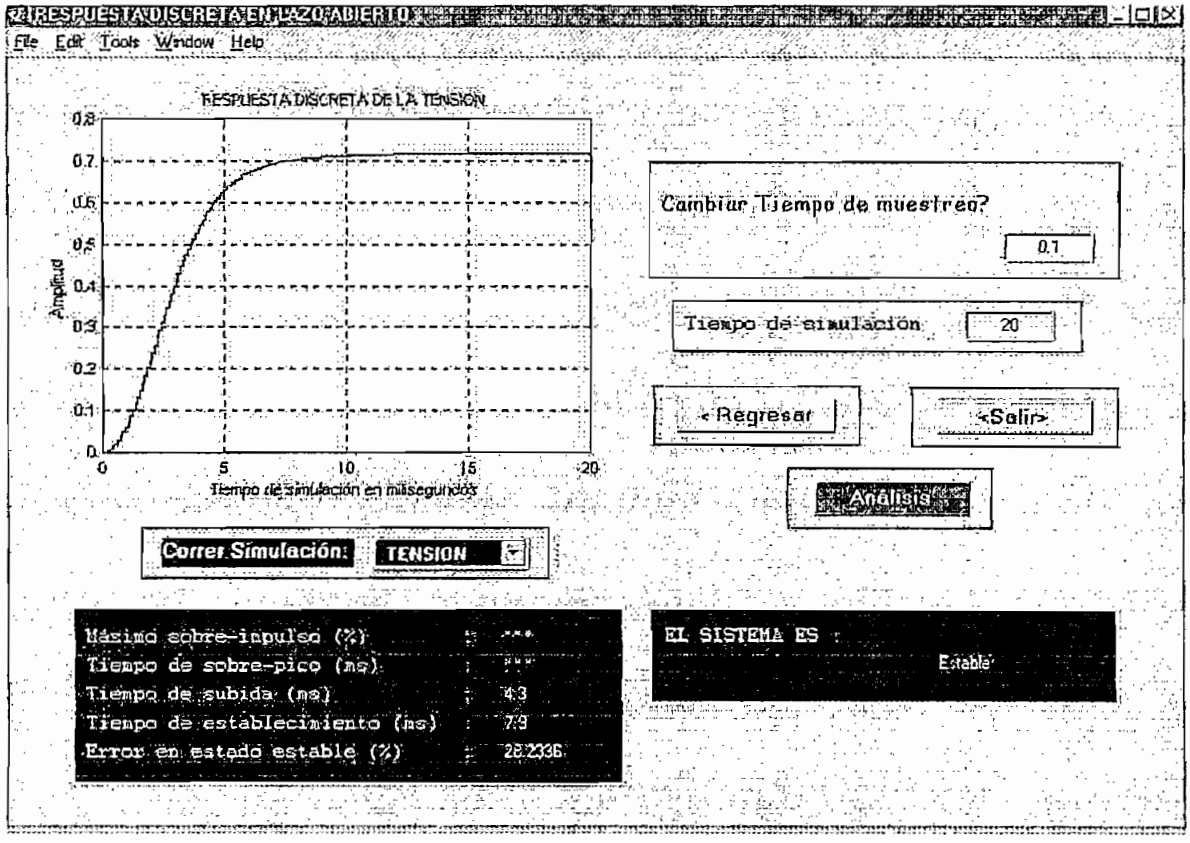


Figura B.18. Respuesta de tiempo discreto, lazo abierto.

En esta pantalla se tiene las siguientes opciones:

- Cambiar tiempo de muestreo.
- Correr simulación.
- Análisis.

La opción 'Análisis' despliega la pantalla de la figura B.19, para propósitos de comparar los valores que se encuentran al pie de la pantalla que se ilustra en la figura B.18.

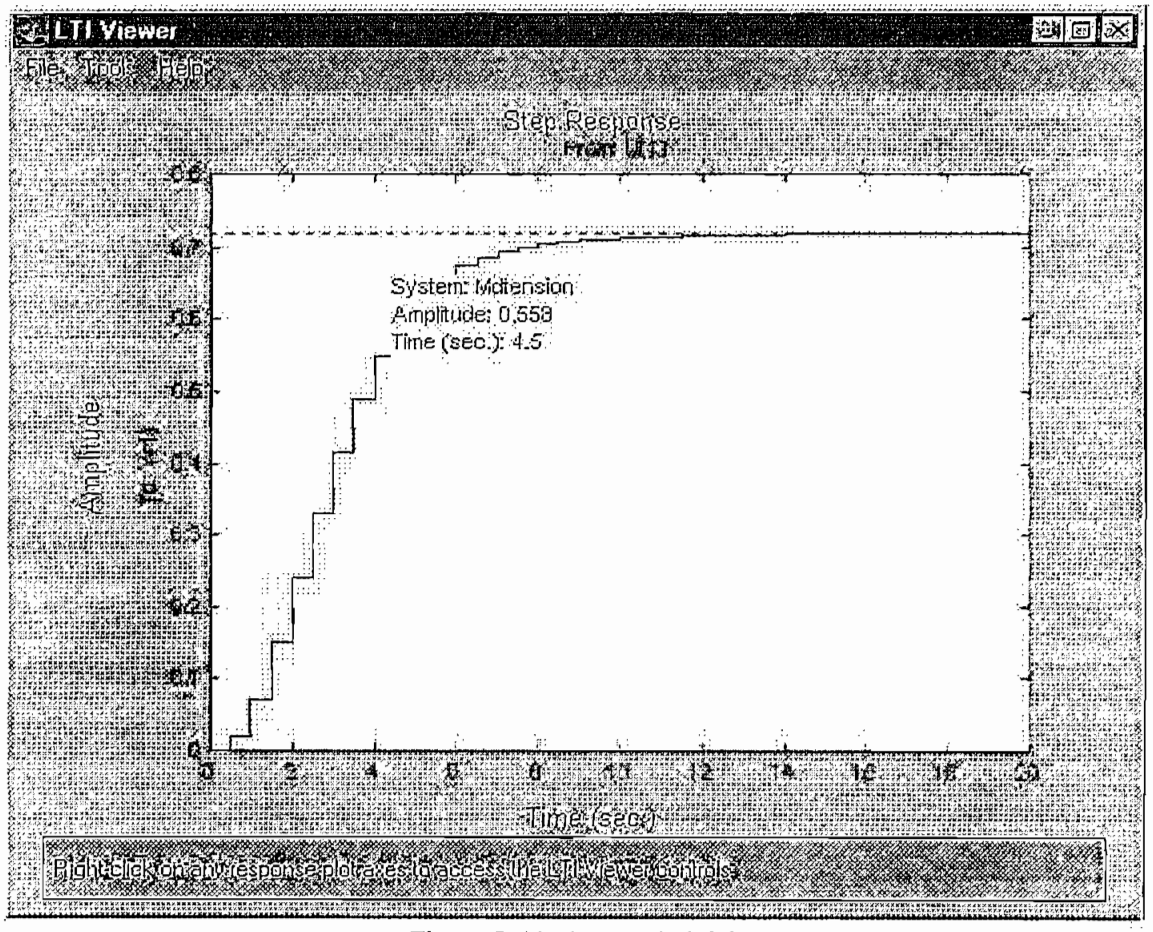


Figura B.19. Comando Ltiview.

En la pantalla de la figura B.17, al hacer clic en la opción 'Lazo cerrado', aparece la pantalla de la figura B.20, que tiene las siguientes opciones:

- Cambiar tiempo de muestreo.
- Correr simulación.
- Análisis.

Que son las mismas alternativas que se tienen en lazo abierto, pero para este caso es en lazo cerrado.

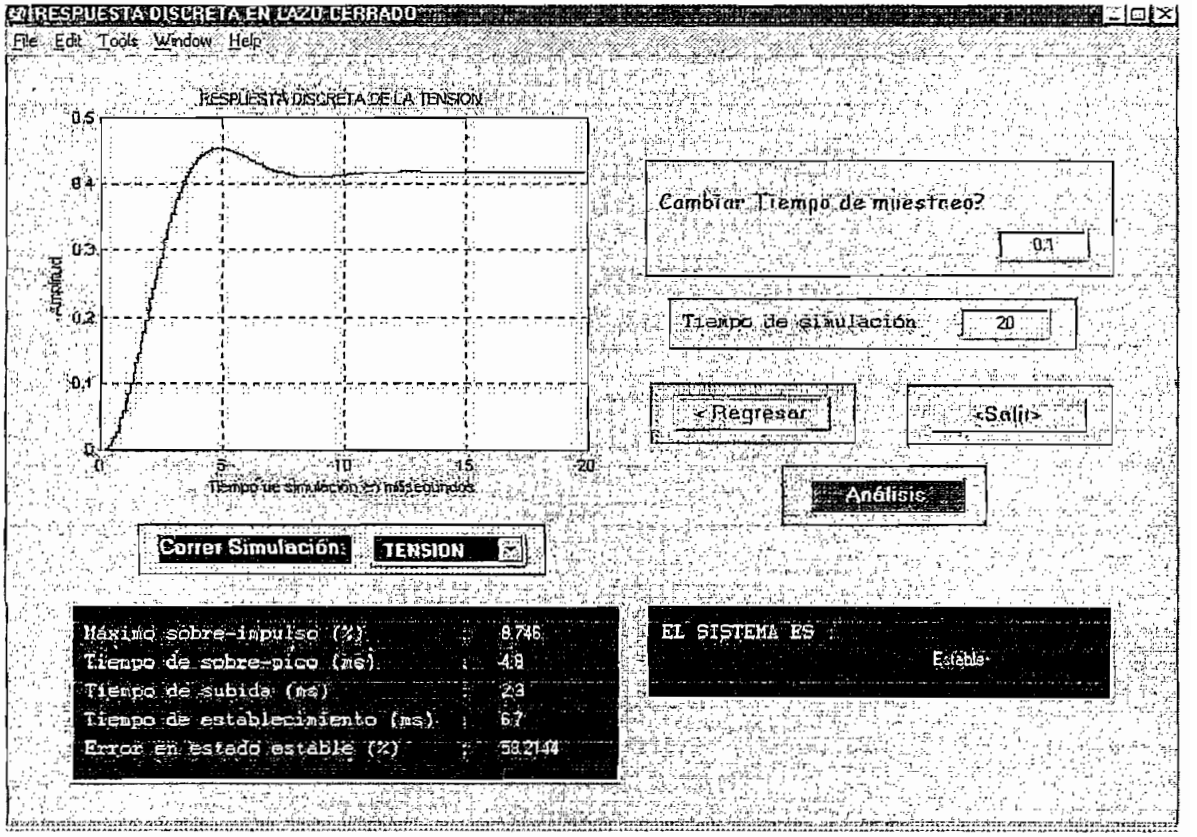


Figura B.20. Respuesta de tiempo discreto, lazo cerrado.

Ahora se entra a las opciones de controles clásicos:

Al hacer clic con el mouse en la opción de 'Control utilizando técnicas clásicas' en la figura B.2, aparece la pantalla de la figura B.21 con las siguientes opciones:

- Control L.G.R.
- Control con realimentación tacométrica 'C. Tacométrica'.
- Control P.I.D. 'P.I.D.'.

Estas opciones se ilustran en la siguiente figura:

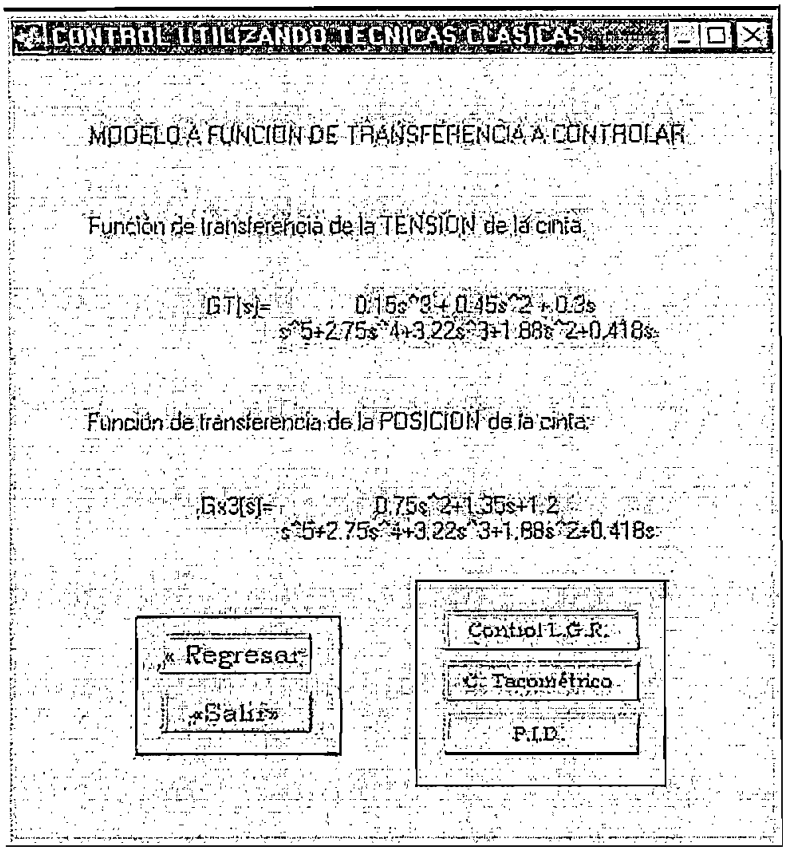


Figura B.21. Controles clásicos.

Al hacer clic en la pantalla B.21 en la opción 'Control L.G.R.', se obtiene la pantalla de la figura B.22, en esta pantalla se tienen las siguientes alternativas:

- Cambiar los parámetros del compensador.
- Escoger la salida tanto tensión como posición.
- Respuesta temporal.
- Lugar geométrico de las raíces.
- Diagrama de bode.

En la pantalla de la figura B.22 se puede observar como varía el comportamiento de la planta cuando los coeficientes del compensador varía, así también tanto la respuesta de frecuencia como el lugar geométrico de las raíces cambian.

En esta pantalla se puede observar al píe de la misma como varían cada uno de los parámetros, tanto para respuesta temporal, lugar geométrico de las raíces y respuesta de frecuencia.

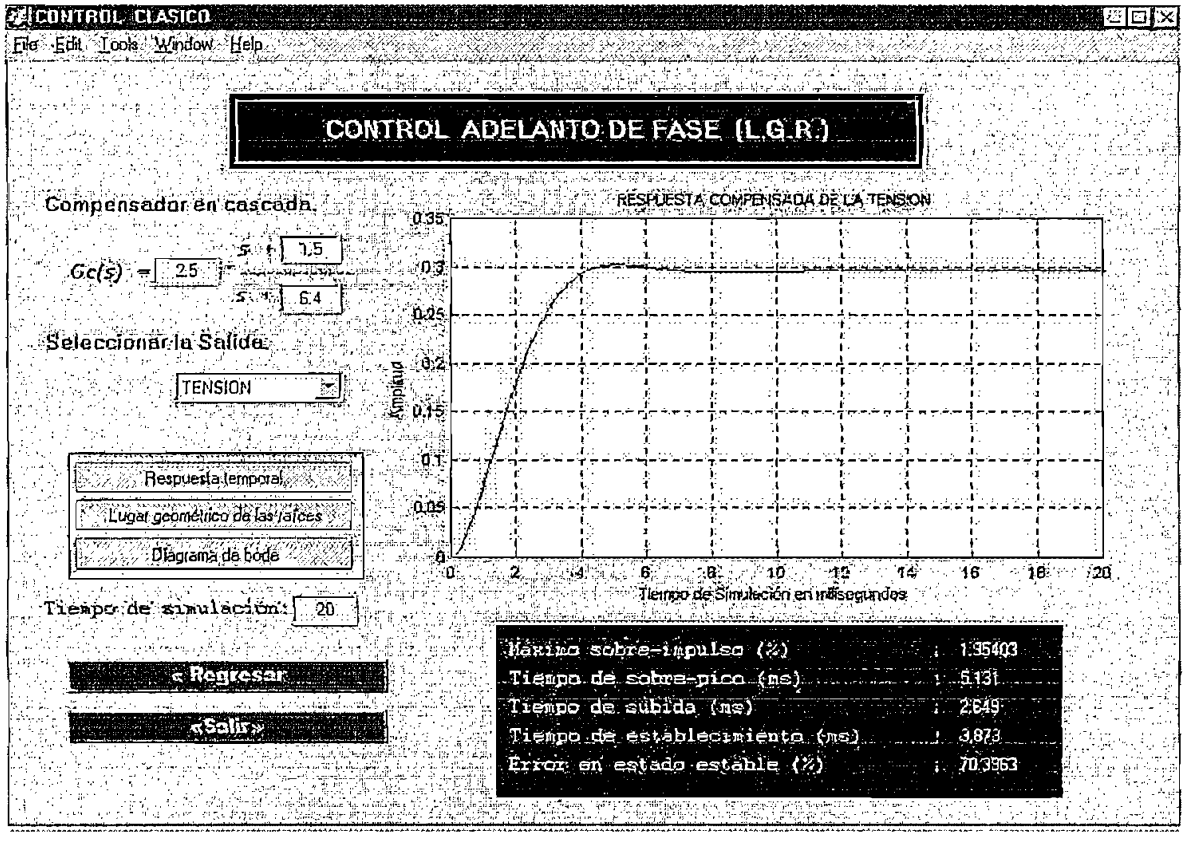


Figura B.22. Compensación mediante L.G.R.

Así también en ésta pantalla se puede variar el tiempo de simulación de la planta.

En la figura B.21, al hacer clic en la opción 'C. Tacométrico', se escoge para observar la simulación de la planta para una realimentación tacométrica. En la pantalla de la figura B.23, se tiene las siguientes opciones:

- Cambiar los parámetros del compensador.
- Seleccionar la salida ya sea tensión o posición.

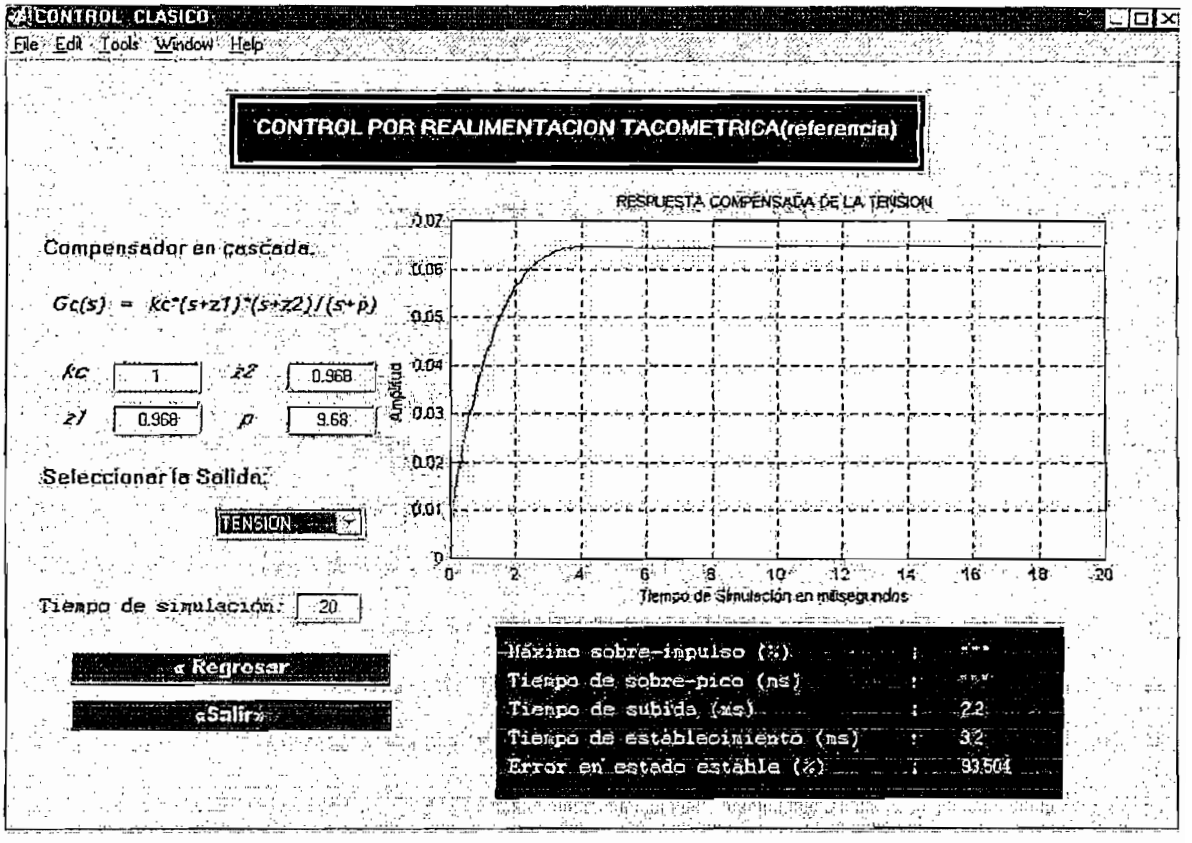


Figura B.23. Control por realimentación tacométrica.

En la misma pantalla de la figura B.21, al hacer clic en la opción P.I.D, se tiene la pantalla de la figura B.23.

En esta pantalla se tiene las siguientes opciones:

- Variación del parámetro proporcional del compensador.
- Variación del parámetro integrador del compensador.
- Variación del parámetro derivador del compensador.
- Seleccionar salida, ya sea la tensión o la posición.

Al realiza cambios de los cualquiera de los parámetros del compensador, se observa como varía la planta en el tiempo, y los parámetros que caracterizan a la respuesta temporal se ilustran en la parte inferior de la pantalla.

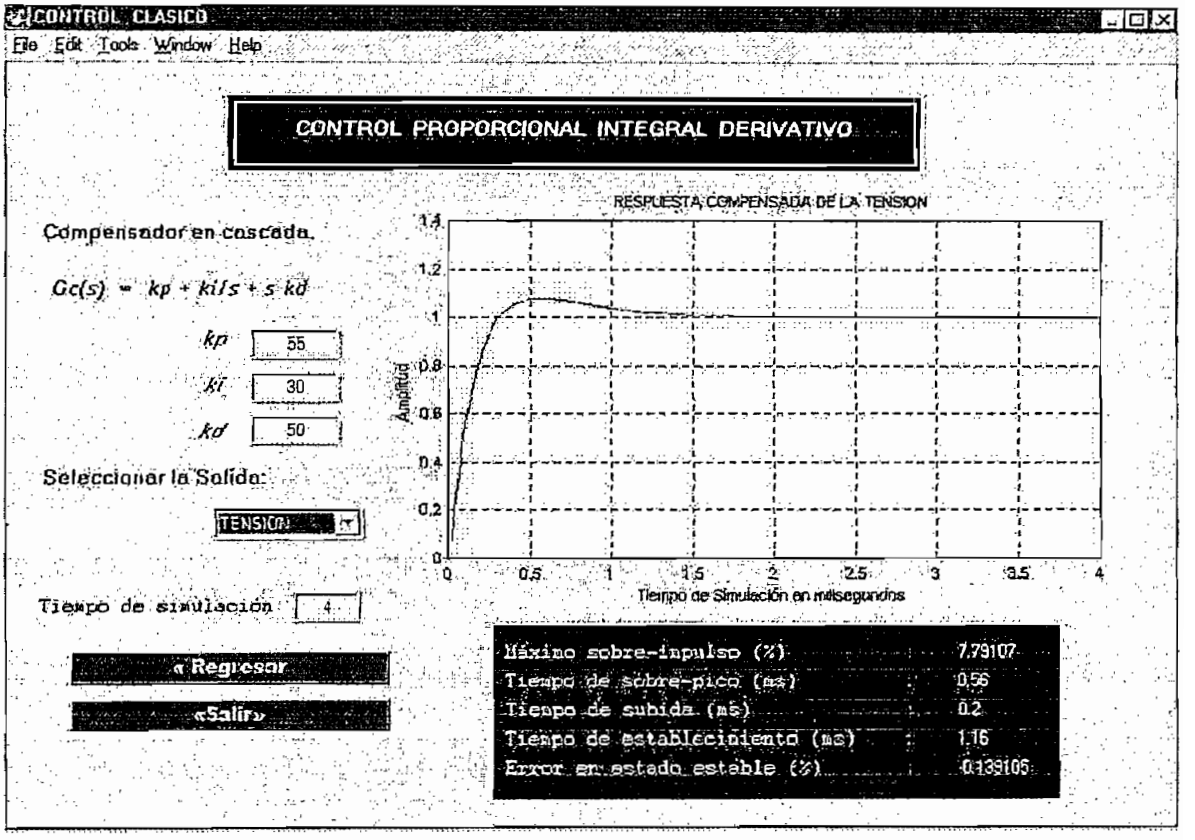


Figura B.24. Control P.I.D.

Ahora se tienen los controles modernos:

En la misma pantalla de la figura B.2, al hacer clic con el mouse en la opción 'Control en el espacio de estado', aparece la pantalla de la figura B.25, en la que se pueden escoger las siguientes alternativas de controles modernos tales como:

- **** L.G.R. Simétrico.
- Realimentación de estado.
- Observador.
- L.Q.R.

Las siglas L.Q.R corresponden al problema del regulador cuadrático lineal, mientras que las siglas L.G.R significa el lugar geométrico de las raíces.

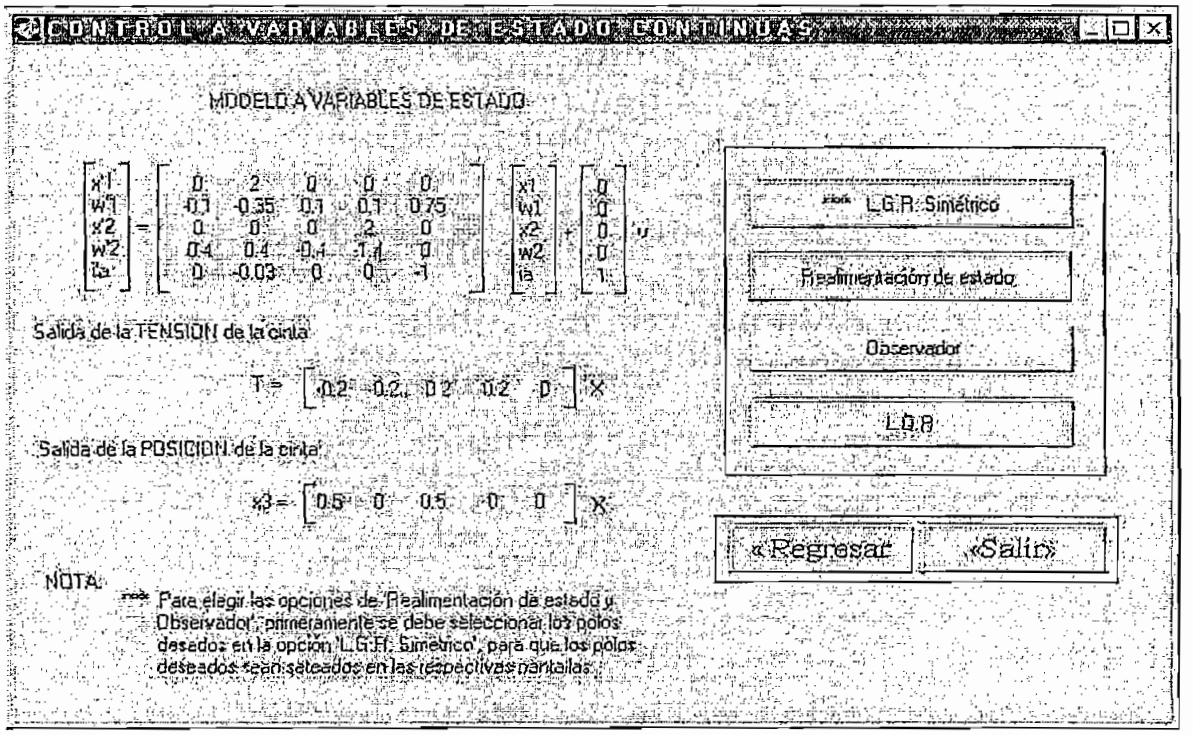


Figura B.25. Menú de controles modernos.

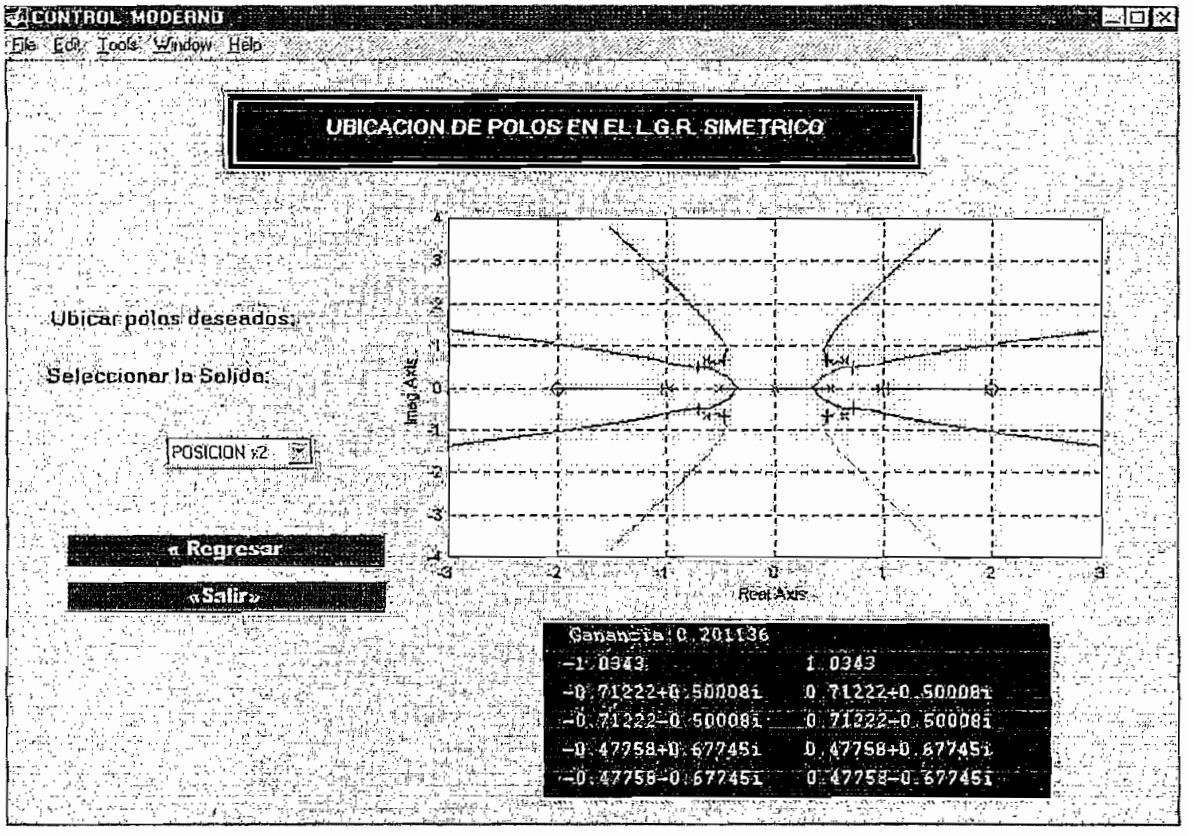


Figura B.26. L.G.R. simétrico.

Al hacer clic en la opción '**** L.G.R. Simétrico', aparece la pantalla de la figura B.26, en la cual mediante el lugar geométrico de las raíces simétrico, se pueden escoger los polos de lazo cerrado para el diseño de los controladores y observadores de estado en tiempo continuo.

En la pantalla de la figura B.25 al haber escogido primeramente el lugar geométrico de las raíces simétrico, se hace clic en la opción 'Realimentación de estado', en la que aparece la pantalla de la figura B.27 como se indica a continuación.

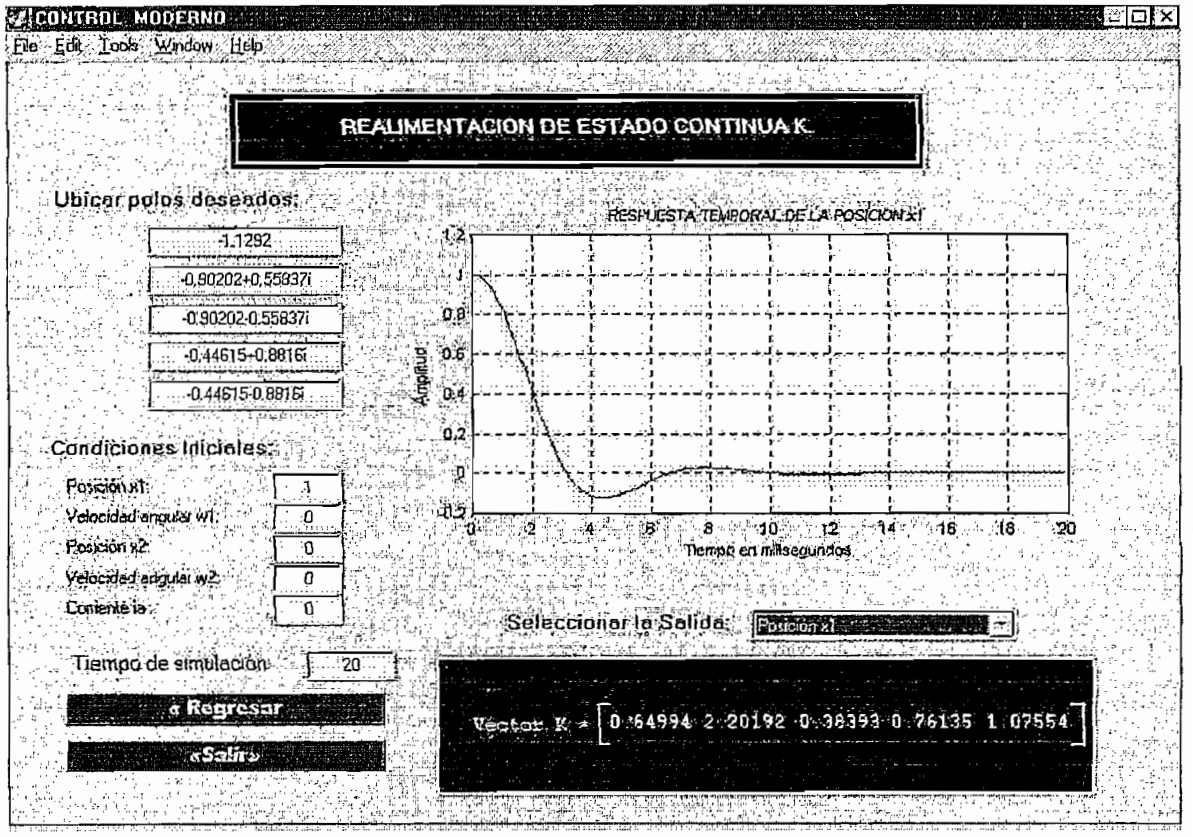


Figura B.27. Realimentación de estado.

En la pantalla de la figura B.25 al escoger la opción 'Observador', aparece la pantalla de la figura B.28, la cual grafica los estados estimados de todas las variables de estado involucradas en el sistema.

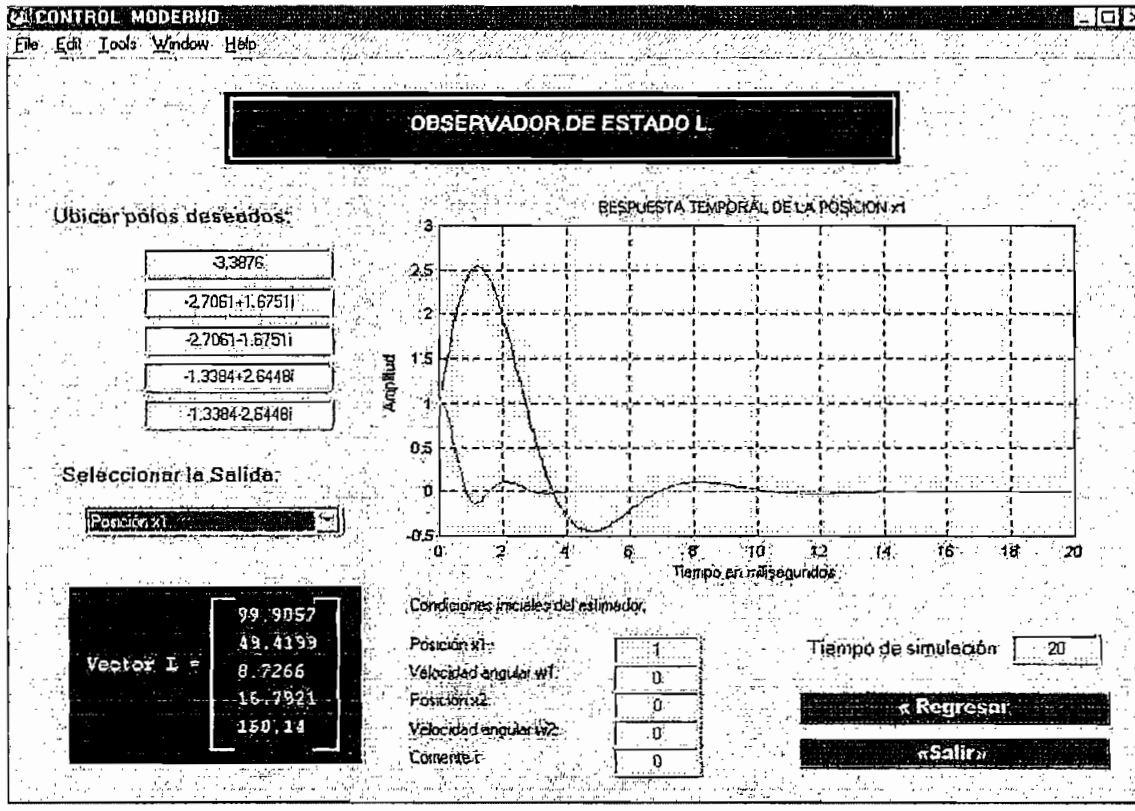


Figura B.28. Observador.

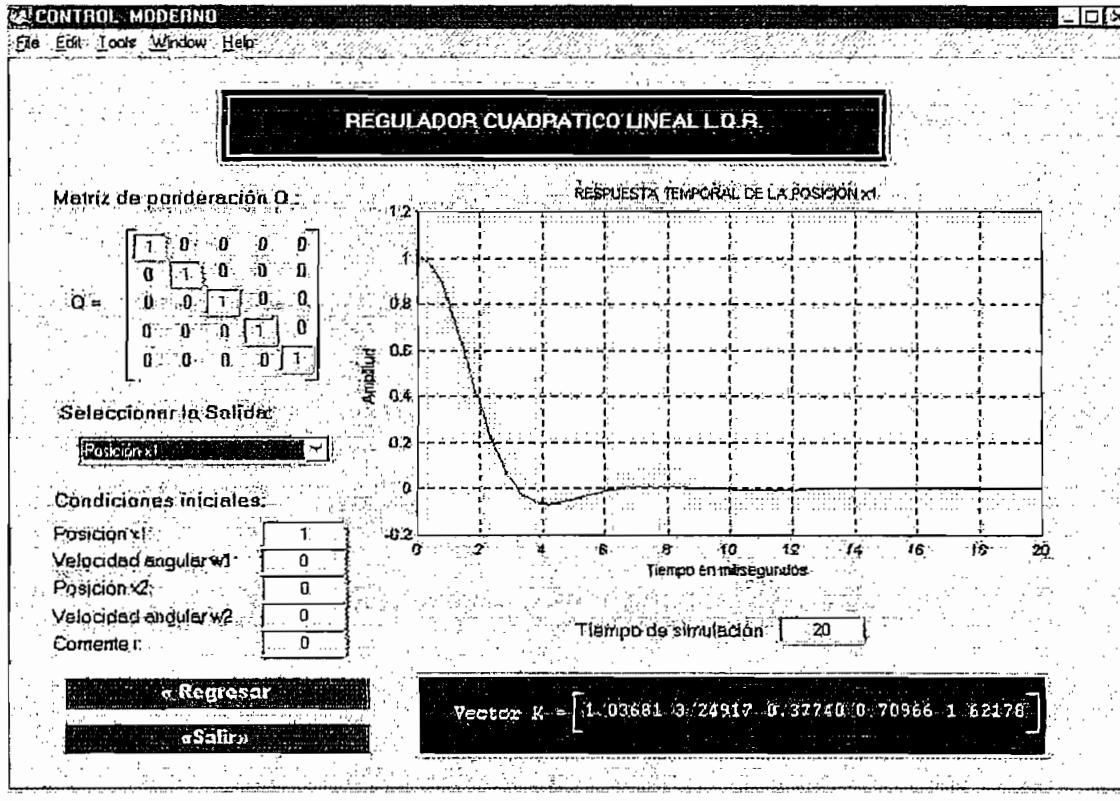


Figura B.29. Regulador cuadrático lineal.

Para obtener la pantalla de la figura B.29, se hace clic en la opción 'L.Q.R' de la pantalla de la figura B.25.

Para el comportamiento de los controles a variables discretas, se hace clic en la opción 'Control Discreto' en la pantalla de la figura B.2, y aparece la pantalla de la figura B.30 como se indica a continuación.

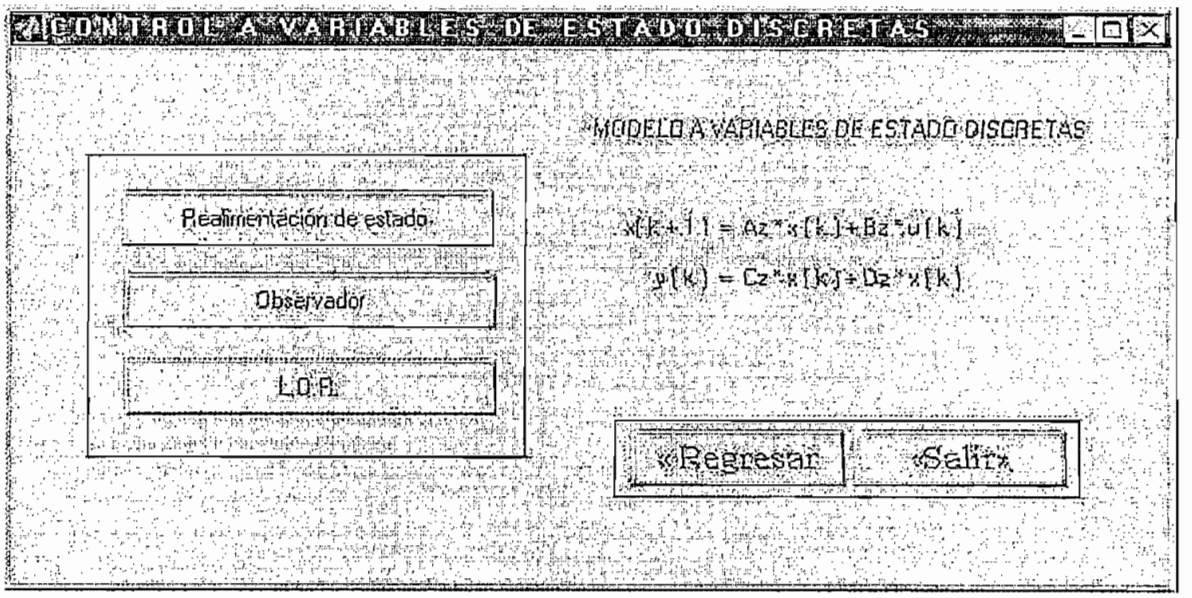


Figura B.30. Control moderno de tiempo discreto.

En ésta pantalla se tiene las siguientes alternativas de control:

- Realimentación de estado.
- Observador.
- L.Q.R.

Las siglas L.Q.R, son del regulador cuadrático lineal. Para el diseño de la realimentación de estado y del observador, se tiene que los polos escogidos en el plano 's' se discretizan para poder utilizarlos en el plano 'z'.

Al hacer clic en la opción 'Realimentación de estado', en la pantalla de la figura B.30, aparece la pantalla de la figura B.31.

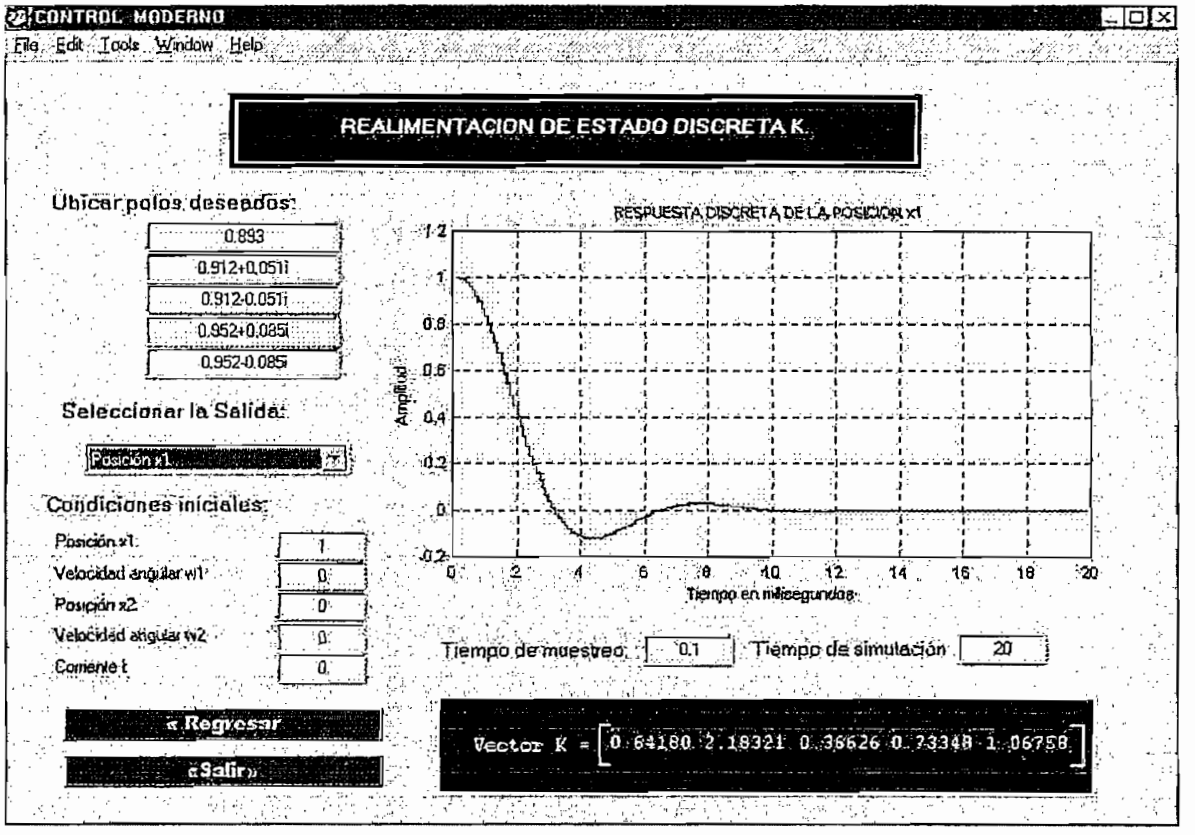


Figura B.31. Realimentación de estado discreta.

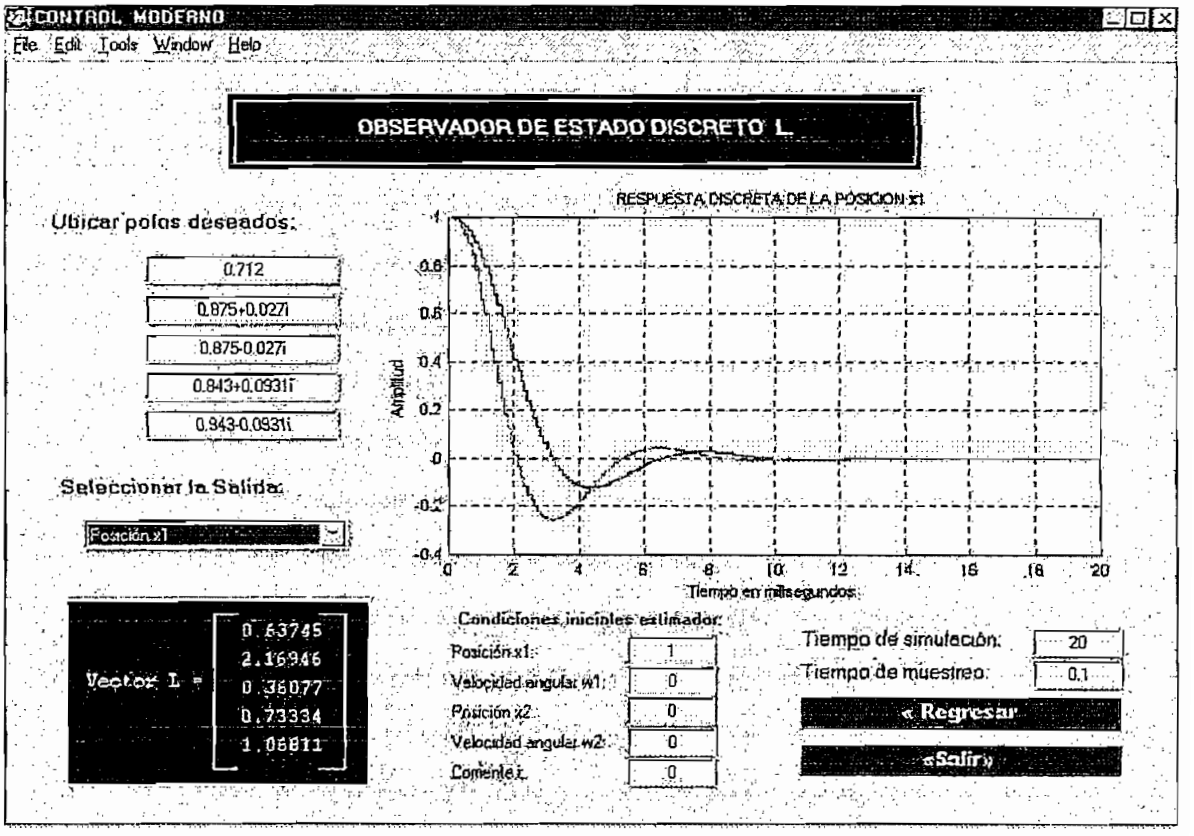


Figura B.32. Observador de estado discreto.

Para obtener la pantalla de la figura B.32, se hace clic en la opción 'Observador' de la pantalla B.30.

En la pantalla de la figura B.30, se tiene la opción 'L.Q.R', que al hacer clic en ésta opción, aparece la pantalla de la figura B.33 como se indica a continuación.

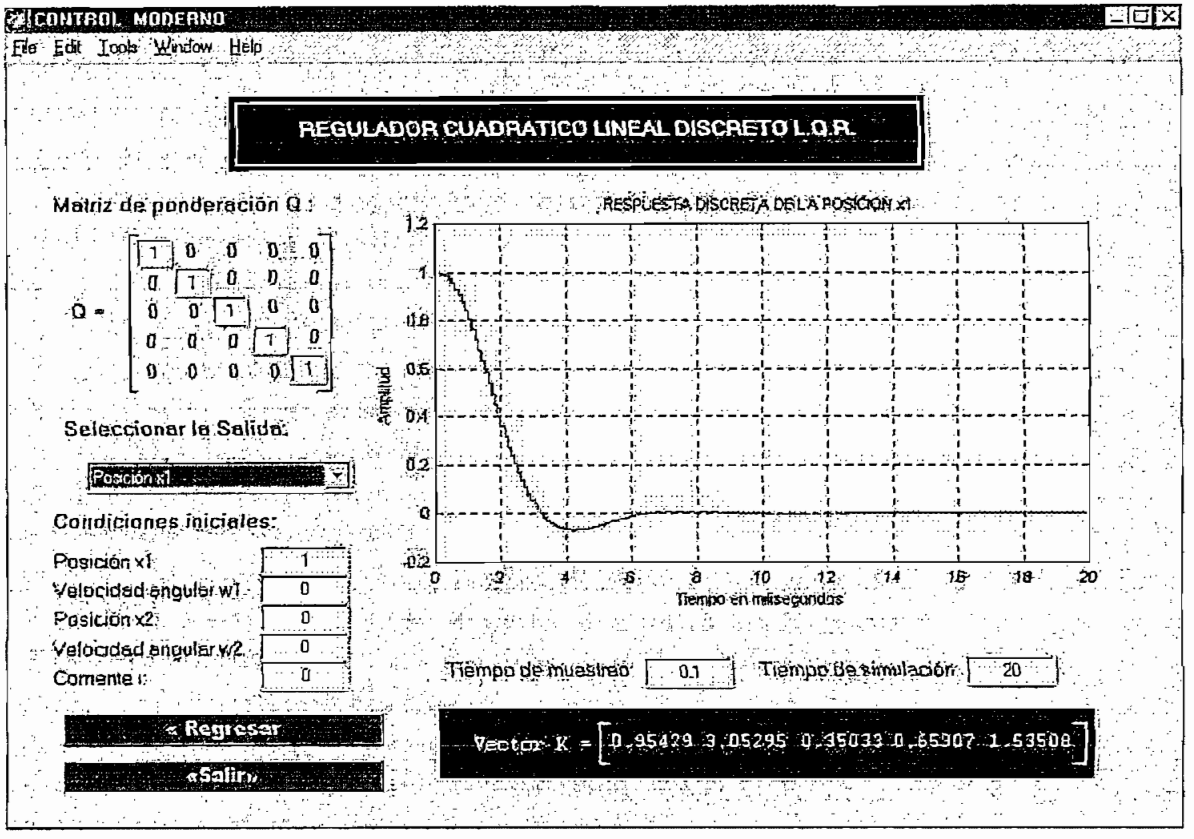


Figura B.33. Regulador cuadrático lineal discreto.