ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

DISEÑO Y SIMULACIÓN DE ALGORITMOS DE CONTROL TIPO PID Y SMC PARA SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA DE UN MANIPULADOR AÉREO.

TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO EN ELECTRÓNICA Y CONTROL

ADRIANA CAROLINA GUAYASAMÍN CAJAMARCA

adriana.guayasamin@epn.edu.ec

DIRECTOR: ING. PAULO CÉSAR LEICA ARTEAGA PhD.

paulo.leica@epn.edu.ec

Quito, agosto 2018

AVAL

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Adriana Carolina Guayasamín Cajamarca, bajo mi supervisión.

PhD. Paulo Leica

DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Yo, Adriana Carolina Guayasamín Cajamarca, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

Adriana Carolina Guayasamín Cajamarca

AGRADECIMIENTO

""Mi amparo, mi refugio, mi Dios, en quien yo pongo mi confianza". Sal 91,2

ÍNDICE DE CONTENIDO

AVAL I
DECLARACIÓN DE AUTORÍA II
AGRADECIMIENTO III
ÍNDICE DE CONTENIDO IV
RESUMEN VI
ABSTRACT VII
1. INTRODUCCIÓN 1
1.1 Objetivos 1
1.2 Alcance 1
1.3 Marco Teórico 2
Introducción a la Robótica 2
Clasificación de Robots 3
Cuadricóptero 5
Principio de Funcionamiento 6
Sistemas de Referencia 8
Matriz de Rotación 9
Robot Manipulador 10
Morfología de Robots Manipuladores 10
Representación de la posición y orientación 12
Modelos cinemáticos 14
Robot Manipulador Aéreo 19
Controladores 20
Controladores Tipo PID 20
Controlador en Modos Deslizantes 21
Estabilidad en el sentido de Lyapunov 22
Punto de Equilibrio 23
Condiciones de Estabilidad 25
Índice de Desempeño 26
Criterio integral de error absoluto IAE 26
Trabajos similares y publicación 27
2. METODOLOGÍA 28

2.1 Modelo cinemático del Cuadricóptero 30
2.2 Modelo cinemático del Manipulador 31
Obtención del modelo cinemático de manipulador mediante el Algoritmo de Denavit Hartenberg (DH). 31
2.3 Modelo cinemático del Manipulador Aéreo 32
2.4 Diseño de Controlador de seguimiento de trayectoria. 38
Diseño del controlador tipo PID basado en Lyapunov 38
Diseño del Controlador en Modo Deslizante con superficie proporcional 40
Diseño del Controlador en Modo Deslizante con superficie integral 42
2.5 Desarrollo de la Interfaz de Usuario 44
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN 51
3.1 Prueba 1: Modelo en lazo abierto. 52
3.2 Prueba 2: Desempeño del controlador tipo PID y SMC en trayectoria circular 55
3.3 Prueba 3: Desempeño del controlador tipo PID y SMC en trayectoria cuadrada 59
3.4 Prueba 4: Desempeño del controlador tipo PID y SMC en trayectoria forma de ocho 63
3.5 Prueba 5: Desempeño del controlador tipo PID y SMC en trayectoria senoidal 68
4. CONCLUSIONES 73
5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 74
6. ANEXOS 78
ANEXO I 78
ANEXO II 79
ANEXO III 80
ANEXO VI 81
ORDEN DE EMPASTADO 86

RESUMEN

PALABRAS CLAVE: trayectoria, manipulador, cuadricóptero, control, PID, SMC.

El campo de los vehículos aéreos no tripulados ha sido ampliamente explorado, por lo cual varias investigaciones se han enfocado en el control de manipuladores aéreos, esto debido a sus ventajas en velocidad y maniobrabilidad en comparación con manipuladores móviles.

Por el cual, el objetivo de este proyecto es el diseño y simulación de esquemas de control aplicados a un manipulador aéreo. Para el cual se inicia con un estudio del modelo que rige el comportamiento cinemático de un cuadricóptero y un brazo robótico de 3-DOF, con la finalidad de conocer su comportamiento y obtener un modelo matemático total que rija a un manipulador aéreo. Se propone realizar un control de seguimiento de trayectorias ejecutando una comparación entre dos tipos de controladores: PID y Modos deslizantes (SMC), con la finalidad de observar el desempeño de los controladores por medio el índice IAE.

El desarrollo y simulación de los esquemas de control y modelo matemático se lo realiza mediante el uso de software de simulación Matlab en su plataforma Simulink, y una interfaz gráfica que permite mejorar la visualización del comportamiento del manipulador aéreo, realizar comparaciones entre controladores y visualizar su desempeño.

ABSTRACT

KEYWORDS: trajectory, manipulator, quadcopters, control, PID, SMC.

The field of unmanned aerial vehicles has been widely explored, so several investigations have focused on the control of aerial manipulators, this due to its advantages in speed and maneuverability compared to mobile manipulators.

For which, the objective of this project is the design and simulation of control schemes applied to an air handler. For which begins with a study of the model that governs the kinematic behavior of a quadcopter and a robotic arm of 3-DOF, in order to know their behavior and obtain a total mathematical model that governs an air handler. It is proposed to carry out a trajectory tracking control by executing a comparison between two types of controllers: PID and sliding modes (SMC), in order to observe the performance of the controllers by means of the IAE index.

The development and simulation of the control schemes and mathematical model is done through the use of Matlab simulation software in its Simulink platform, and a graphical interface that allows to improve the visualization of the behavior of the aerial manipulator, to make comparisons between controllers and to visualize their performance.

1. INTRODUCCIÓN

Los vehículos aéreos no tripulados (AUVs) en comparación a vehículos terrestres, han ido tomando más importancia en diferentes campos de actuación debido a sus aplicaciones, y a su extensa área de trabajo. Una de estas aplicaciones es el control de manipuladores aéreos, que son brazos robóticos acoplados a la base de un UAV, con la finalidad de acceder a ambientes de trabajo remotos o de difícil acceso, son empleados para tareas como manipulación, trasporte de cargas, exploración, construcción, entre otras. Estos han contribuido al desarrollo de nuevos estudios y servicios en robótica aérea y espacial [10].

1.1 Objetivos

El objetivo general de este Estudio Técnico es:

- Diseñar y simular algoritmos de control tipo PID y SMC para el seguimiento de trayectoria de un manipulador aéreo.

Los objetivos específicos de este Estudio Técnico son:

- Estudiar las características de los robots manipuladores aéreos, y determinar un modelo cinemático.
- Desarrollar y simular los algoritmos de control basados en modo deslizante y PID para seguimiento de trayectoria de un Manipulador Aéreo.
- Desarrollar una interfaz gráfica para simular los controladores planteados.
- Analizar la estabilidad de los controladores diseñados.
- Realizar pruebas mediante simulación para comprobar el desempeño de los controladores diseñados, mediante el índice IAE.

1.2 Alcance

El estudio del manipulador aéreo estará limitado a un cuadricóptero y a un brazo robótico de tres grados de libertad, considerando únicamente el modelo cinemático.

Se utilizará controladores basados en control en modo deslizante y control tipo PID, los cuales serán aplicados al manipulador aéreo para el seguimiento de trayectoria en los ejes x, y, z.

Se realizará pruebas a nivel de simulación en el software MATLAB® con la ayuda de su plataforma Simulink, además se analizará la estabilidad mediante Lyapunov.

1.3 Marco Teórico

Introducción a la Robótica

Con el pasar de los años el estudio de la robótica ha estado fuertemente relacionado con la creación y desarrollo de máquinas que sustituyan a los seres humanos en el desempeño de determinadas tareas en campos como la industria automotriz, médica, manufacturera, espacial, entre otras [1]. El origen de los robots se tiene en la creación de estas máquinas que se asemejan en cuerpo y desempeño de un ser vivo.

Actualmente los avances tecnológicos y el amplio campo de trabajo de los robots, ha inducido a que su definición sea cada vez más diferente a las definiciones ya encontradas, algunas de las cuales son:

- *Diccionario de la Real Academia Española: "Máquina o ingenio electrónico programable, capaz de manipular objetos y realizar operaciones antes observadas solo a las personas".*
- *Diccionario Cambridge: "Máquina controlada por un computador, usada para desempeñar trabajos automáticamente".*
- *Diccionario Oxford: "Máquina parecida a un ser humano, capaz de reproducir ciertos movimiento y funciones humanas de forma automática".*

En general un robot, Figura 1.1, es una máquina programable capaz de realizar las tareas designadas sin intervención del hombre o sin estar conectado físicamente a otro dispositivo, desplazándose dentro de su propio ambiente, estos son mayormente utilizados para realizar tareas que requieran alto grado de esfuerzo y dificultad para los seres humanos.

Figura 1.1. Robot K10 [1]

Clasificación de Robots

Debido al gran desarrollo de la robótica se torna necesario hacer una clasificación de robots en función del entorno de trabajo [2]:

- **Robots Manipuladores**

Conocidos como robots industriales, son robots fijos, dentro de su estructura se destaca: su base donde puede rotar en sobre su propio eje, las juntas que se mueven asemejándose al movimiento de un codo y brazo humano, y el efector final cuya localización está en el extremo de la última articulación definiendo el trabajo a realizar [5], como se muestra en la Figura 1.2.

Figura 1.2. Robot manipulador [6]

- **Robots Terrestres**

Son aquellos que emplean como sistema de traslación: patas, orugas o ruedas para desplazarse de acuerdo con la tarea designada como se observa en la Figura 1.3, estos robots son muy utilizados en las investigaciones ya que están diseñados con diferentes

sistemas de automoción al igual que presentan capacidad de movimiento sobre terrenos muy accidentados o de alta riesgo [7].

Figura 1.3. Robots de suelo [7]

- **Robots Aéreos**

Conocidos como Vehículos Aéreos no Tripulados (UAVs) mostrado en la Figura 1.4, sus efectores de locomoción son hélices, estos se agrupan en dos grupos aerodinos y aerostatos, los aerodinos son vehículos aéreos más pesados que el aire, capaces de sustentarse por sus propios medios, al contrario que los aerostatos que son aeronaves que emplean un gas más ligero que el aire para mantenerse en suspensión en el mismo, se ha realizado una amplia gama de aplicaciones con robots aerodinos por la característica que presenta [8].

Figura 1.4. Robot aéreo [8]

En este presente trabajo son de interés los UAVs y específicamente los cuadricópteros.

Cuadricóptero

A inicios del siglo XX Charles Richet, científico y académico francés, construyó el primer helicóptero no tripulado, sin embargo, su intento no tuvo éxito, pero fue el inicio para una posterior investigación emprendida por su alumno Louis Bréguet. Es así como en 1906 Louis y Jacques Bréguet empezaron la construcción del primer cuadricóptero, llamándolo "Bréguet-Richet Gyroplane", ver Figura 1.5, este fue sometido a pruebas aerodinámicas, asegurando que podría lograr un vuelo vertical, volando por primera vez a 1.5 m de altura [10].

En 1920, el ingeniero y científico Etienne Oemichen, empezó a experimentar con cuerpos de ala giratoria, diseñando así seis tipos de vehículos aéreos de elevación vertical. Posteriormente en 1924 el Dr. George de Bothezat e Ivan Jeromo desarrollaron un vehículo aéreo no tripulado de seis rotores en forma de X, ver Figura 1.6, cuya altura máxima fue de 5 m, este fue destinado para servicio del ejército de Estados Unidos. Bothezat demostró que este vehículo también era estable pero no tenía potencia suficiente como para poder alcanzar más altura [12].

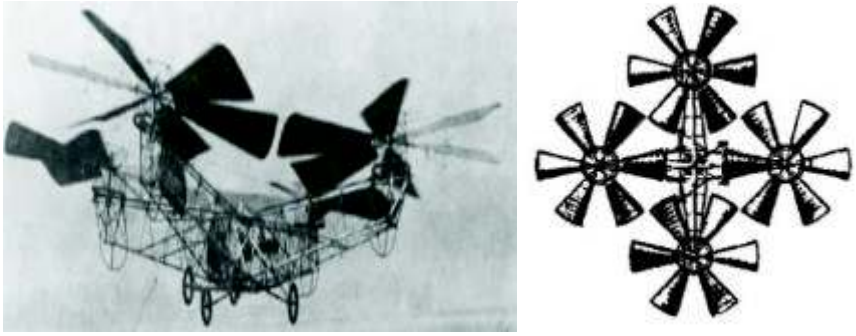


Figura 1.6. Cuadricóptero de Bothezat [11]

Los prototipos siguieron desarrollándose tal es el caso de Bell que construyo un cuadricóptero que alcanzaba altas velocidades y contribuía al ahorro de combustible, o como Moller Skycar, que fue construido con cuatro ventiladores permitiendo vuelos más

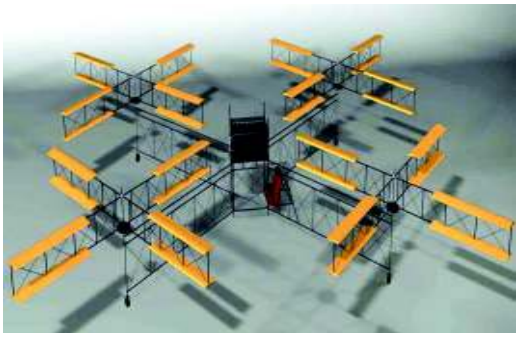


Figura 1.5. Bréguet-Richet Gyroplane [11]

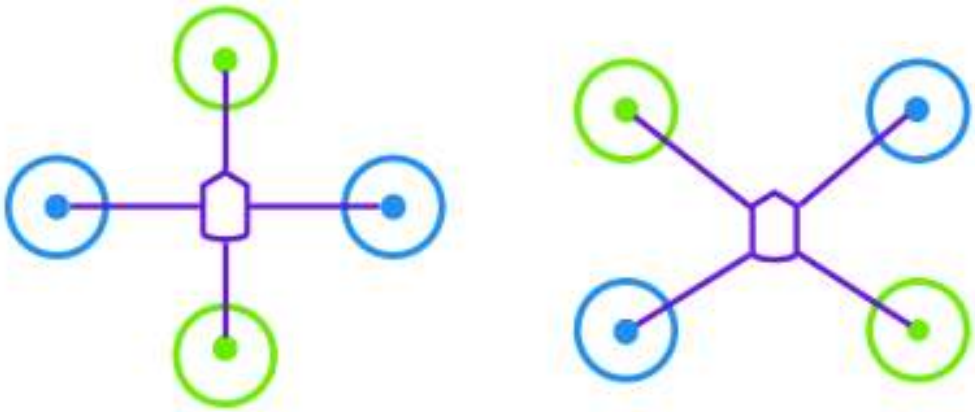
seguros y a baja velocidad, este último no tuvo éxito debido a que sus pruebas las realizaba con el cuadricóptero suspendido en una grúa.

Los vehículos aéreos no tripulados (UAV) según sus aplicaciones pueden variar en su tamaño y en su finalidad, algunos de estos pueden ser controlados de forma remota y otros siguen trayectorias de vuelo que se encuentran preprogramados en su sistema, permitiendo que el robot vuele de manera automática [9]. Dentro de los vehículos aéreos no tripulados se destaca el cuadricóptero, este es un helicóptero con cuatro rotores, ver Figura 1.7, que cuenta con cuatro brazos los mismos que poseen un motor y una hélice en su parte final para su elevación y empuje.

Figura 1.7. Cuadricóptero [10]

Principio de Funcionamiento

Un UAV posee cuatro rotores montados en configuración cruzada “X” o en forma de signo “+”, ver Figura 1.8, los mismos que proporcionan la fuerza de sustentación para que pueda transportarse en el aire.



a) b)

Figura 1.8. Configuración cuadricóptero en a) “signo +” b) “cruzada” [12]

Su movimiento está dado por traslaciones a lo largo de los ejes X, Y, Z y rotaciones de la aeronave consiguiendo movimientos de roll (ϕ), pitch (θ) y yaw (ψ) [13], lo que hace que presente seis grados de libertad, tres traslacionales y tres rotacionales ver Figura 1.9.

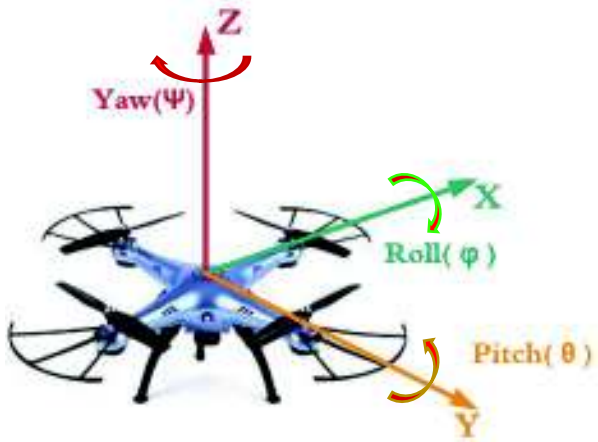


Figura 1.9. Diagrama cuadricóptero

Los cuadricópteros presentan algunas ventajas sobre los aviones de ala fija tales como movimiento en cualquier dirección, capacidad de flotar y volar a bajas velocidades, además pueden despegar y aterrizar en cualquier terreno; estas características han permitido que jueguen un papel importante en áreas de investigación, además de ser empleados para misiones de búsqueda, rescate, y acceso en entornes peligrosos [10].

En un cuadricóptero cada rotor es responsable sobre el centro de masa por la cantidad de empuje y torque que ejerza para no perder el equilibrio, es así como dos de sus hélices giran en sentido horario y las otras dos giran en sentido antihorario.

Si las velocidades angulares de cada rotor son iguales, el torque resultante será nulo, provocando que el cuerpo no se mueva de su centro de gravedad, es así como para poder despegar y desplazarse se debe tener un control de movimientos de roll, pitch y yaw, además de variar la velocidad angular.

En la figura 1.10 se puede ver la ubicación de los rotores, por el cual se puede definir que cuando los cuatros rotores disminuyen o incrementan su velocidad angular en el mismo porcentaje se origine un empuje vertical, el cual permite que el cuadricóptero alcance una variación en el eje Z. El alabeo se nota cuando hay un cambio en ángulo de roll originado por la variación de las velocidades de los rotores 2 y 4, el cabeceo se nota cuando existe un cambio en el ángulo de pitch originado por la variación de las velocidades de los rotores 1 y 3 y la guiñada se nota cuando el cuadricóptero presenta un cambio en el ángulo de yaw

originado por el decremento de las velocidades de los rotores 1 y 3 y un incremento en las velocidades de los rotores 2 y 4 o viceversa [13].

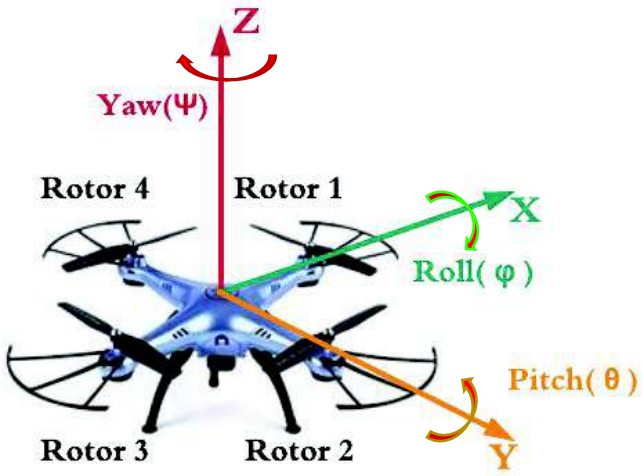


Figura 1.10. Movimiento de un cuadricóptero

Sistemas de Referencia

Para modelar un cuadricóptero primero se estable dos sistemas de referencia, el primer sistema de referencia es fijo a tierra denotado como $\xi = \{x, y, z\}$, y el segundo se encuentra ubicado en el centro de masa del cuadricóptero denotado como $B = \{x_B, y_B, z_B\}$ como se muestra en la Figura 1.11.

Figura 1.11. Sistemas de referencia

Matriz de Rotación

Para enlazar el sistema de referencia fijo en tierra con el sistema del centro de masa del cuadricóptero, se debe rotar los sistemas, de tal manera que la rotación del primer eje de referencia coincida con la rotación del segundo eje, aplicando las tres rotaciones alrededor de los ejes en el orden descrito por Tait Bryan [14].

- *Rotación en ROLL:* rotación producida alrededor del eje X, ver Figura 1.10, adquiriendo la matriz de rotación que se presenta en la Ecuación 1.1:

$$R(x,\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\phi & -sin\phi \\ 0 & sin\phi & cos\phi \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.1. Matriz de rotación en el eje X

- *Rotación en PITCH:* rotación producida alrededor del eje Y, ver Figura 1.10, adquiriendo la matriz de rotación que se presenta en la Ecuación 1.2:

$$R(y,\theta) = \begin{bmatrix} cos\theta & 0 & sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -sin\theta & 0 & cos\theta \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.2. Matriz de rotación en el eje Y

- *Rotación en YAW:* rotación producida alrededor del eje Z, ver Figura 1.10, adquiriendo la matriz de rotación que se presenta en la Ecuación 1.3:

$$R(z,\psi) = \begin{bmatrix} cos\psi & -sin\psi & 0 \\ sin\psi & cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.3. Matriz de rotación en el eje Z

Para rotar un vector desde el sistema de referencia fijo a tierra al sistema de referencia inercial y viceversa, se utiliza la matriz de rotación completa $R(\phi,\theta,\psi)$, la misma que se obtiene en base a las matrices de rotación de cada uno de los ángulos, mostrada en la Ecuación 1.4.

$$R(\phi,\theta,\psi) = R(x,\phi)\, R(y,\theta)\, R(z,\psi)$$

$$R(\phi,\theta,\psi) = \begin{bmatrix} cos\psi cos\theta & cos\psi sin\theta sin\phi - sin\psi cos\phi & cos\psi sin\theta cos\phi + sin\psi sin\phi \\ sin\psi cos\theta & sin\psi sin\theta sin\phi + cos\psi cos\phi & sin\psi sin\theta cos\phi - cos\psi sin\phi \\ -sin\theta & cos\theta sin\phi & cos\theta cos\phi \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.4. Matriz de rotación de un cuadricóptero

Robot Manipulador

La norma ISO 8373 la define como: "*manipulador multifuncional reprogramable con varios grados de libertad, capaz de manipular materias, piezas, herramientas o dispositivos especiales según trayectorias variables programables para realizar tareas diversas*" [6].

Un robot manipulador consiste en una secuencia de cuerpos sólidos o eslabones conectados mediante juntas o articulaciones, cada par de eslabón-articulación constituye un grado de libertad, este par permite que el robot tenga movimientos relativos entre los sucesivos eslabones [14]. La configuración de los manipuladores puede ser de varios grados de libertad, dependiendo de la aplicación, en este trabajo de titulación se ha utilizado un manipulador de 3 grados de libertad.

Un manipulador está compuesto por elementos con articulaciones entre ellos, además tiene un órgano terminal o efector final ubicado en su último enlace, este puede ser una pinza que suministre la capacidad de agarre del objeto que se desee manipular.

Estos manipuladores también son denominados brazos de robot por la analogía que se puede establecer con las extremidades superiores de un humano [15] como muestra la Figura 1.12.

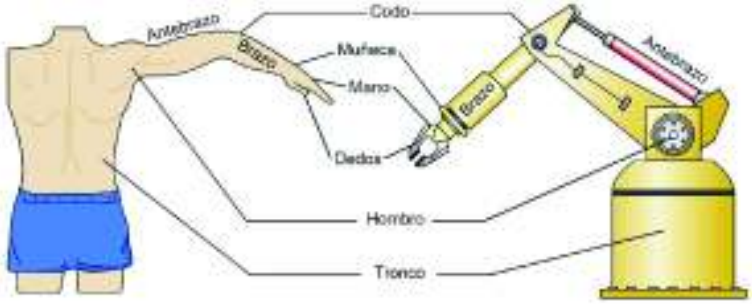


Figura 1.12. Brazos de robot [15]

Morfología de Robots Manipuladores

- **Tipos de articulaciones**
    1. **Articulación de rotación:** consiste en una rotación alrededor del eje de la articulación [27].

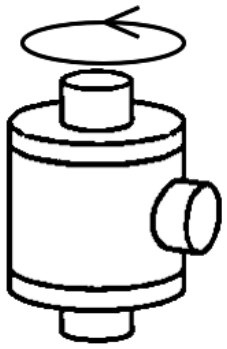


Figura 1.13. Rotación [27]

2. **Articulación prismática:** consiste en movimiento traslacional a lo largo del eje de la articulación [27].

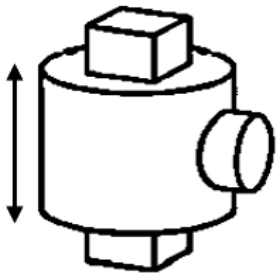


Figura 1.14. Prismática [27]

3. **Articulación cilíndrica:** consiste en movimientos rotacional y traslacional a lo largo de la articulación.27].

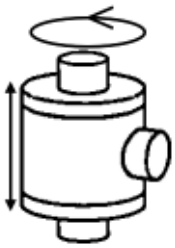


Figura 1.15. Cilíndrica [27]

4. **Articulación planar:** se caracteriza por el movimiento de desplazamiento en un plano.

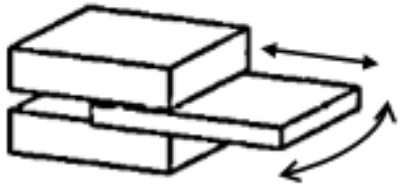


Figura 1.16. Planar [27]

5. **Articulación esférica:** consiste en la combinación de tres giros perpendiculares en el espacio en tres direcciones.

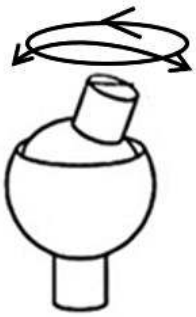


Figura 1.17. Esférica [27]

Representación de la posición y orientación

- **Matriz de Transformación Homogénea**

Normalmente esta matriz se representa como ${}^{i-1}A_i$ y cuando la misma considera todas las articulaciones del robot se le representa como T. Esta es una matriz de 4 columnas por 4 filas, la misma que representa la transformación de un vector de coordenadas homogéneas de un sistema de coordenadas a otro. En la Ecuación 1.5 se puede visualizar que esta matriz está formada por cuatro submatrices: una submatriz $R_{3\times3}$ que representa a la matriz de rotación, una submatriz $p_{3\times1}$ que representa el vector de traslación; una submatriz $f_{1\times3}$ que representa una transformación perspectiva y una submatriz $w_{1\times1}$ que representa un escalado global [18].

$$T = \begin{bmatrix} R_{3\times3} & p_{3\times1} \\ f_{1\times3} & w_{1\times1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Rotación & Traslación \\ Perspectiva & Escalado \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.5. Matriz de trasformación homogénea.

Se considera que los componentes la transformación de perspectiva nula y el escalonado global unitario, por lo cual la matriz de transformación homogénea [18] se describe en la Ecuación 1.6.

$$T = \begin{bmatrix} R_{3\times3} & p_{3\times1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.6. Matriz de trasformación homogénea.

Para completar la matriz de transformación homogénea se requiere rotar y trasladar un vector con respecto a un sistema de referencia fijo $OXYZ$.

Matriz de Traslación: se emplea para trasladar un vector $p = p_x i + p_y j + p_z k$ a un sistema $OUVW$ con respecto al sistema fijo $OXYZ$, se presenta en la Ecuación 1.7:

$$\tau(p) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.7. Matriz básica de traslación

En base a la Ecuación 1.7, para que un vector r_{UVW} tenga coordenadas en el sistema $OXYZ$ se tiene la Ecuación 1.8:

$$p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_U \\ r_V \\ r_W \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p = \begin{bmatrix} r_U + p_x \\ r_V + p_y \\ r_W + p_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.8. Matriz de traslación

Matriz de Rotación: se utiliza para definir la rotación sobre el eje x, y, z :

$$R(x,\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -sin(\alpha) & 0 \\ 0 & sin(\alpha) & cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.9. Matriz de rotación en el eje x

$$R(y,\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\emptyset) & 0 & sin(\emptyset) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -sin(\emptyset) & 0 & cos(\emptyset) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.10. Matriz de rotación en el eje y

$$R(z,\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -sin(\theta) & 0 & 0 \\ sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.11. Matriz de rotación en el eje z

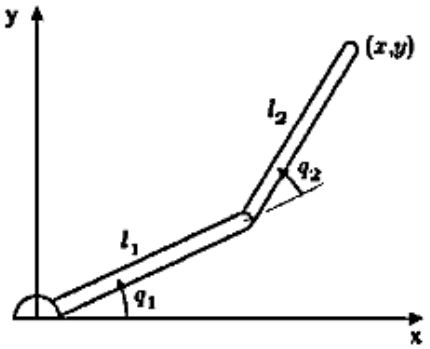
Modelos cinemáticos

En la sección 2, se detallará la modelación cinemática de un manipulador de tres grados de libertad, sin embargo, se requiere de varios conceptos que permitan comprender el modelado, para el cual se emplearán 3 representaciones las cuales se describen a continuación [28].

- **Cinemática de Posición**

Estudia el movimiento del robot sin considerar las fuerzas y momentos que originan el mismo, con respecto a un sistema de referencia fijo. Se puede encontrarán varias representaciones, sin embargo, en el presente trabajo se emplearán 3, las cuales se describen a continuación [28].

1. M**étodo geométrico:** es un método no sistemático empleado para robots de pocos grados de libertad, este método utiliza relaciones geométricas para obtener la posición del efector final.



$$x = l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2)$$

$$y = l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2)$$

Figura 1.18. Método geométrico para un brazo con dos GDL [28]

2. **Algoritmo de Denavit Hartenberg [27]:** a pesar de que se puede usar cualquier sistema de referencia para detallar la relación existente entre dos eslabones continuos, en robótica se adopta la representación por medio del algoritmo de Denavit Hartenberg. Este método matricial propuesto en 1955 consiste en fijar la posición de cada sistema de coordenadas de cada eslabón para así obtener las ecuaciones cinemáticas del sistema completo.

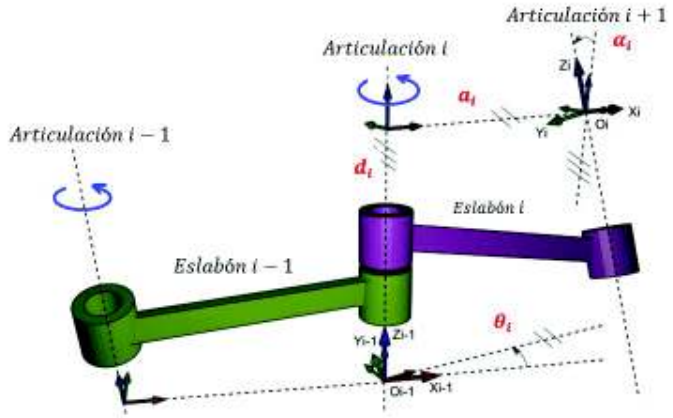


Figura 1.19. Algoritmo de Denavit Hartenberg [28]

De acuerdo con el algoritmo, mediante cuatro trasformaciones básicas basadas en rotaciones y traslaciones, se puede relacionar el sistema de referencia del eslabón con su anterior, estas cuatro transformaciones se refieren al sistema móvil y están definidas por la Figura 1.19.

- θ_i: Es el ángulo de la articulación desde el eje x_{i-1} hasta el eje x_i, medido respecto del eje z_{i-1}, usando la regla de la mano derecha [27].
- d_i: Es la distancia medida desde el origen del sistema $i-1$, a lo largo del eje z_{i-1} hasta la intersección del eje z_{i-1} con el eje x_i [27].
- a_i: Es la distancia de separación ente los orígenes de los sistemas de referencia $i-1$ e i, medida a lo largo del eje x_i hasta la intersección con el eje z_{i-1}. O la distancia más corta entre los ejes z_{i-1} y $z_{i,}$ cuando estos no se interceptan [27].
- α_i: Es el ángulo que separa los ejes z_i y $z_{i-1,}$medido respecto del eje x_i [27].

Dado que el producto de matrices no es conmutativo, las trasformaciones se deben realizar en el orden descrito, de modo que se obtenga la Ecuación 1.12:

$$^{i-1}A_i = \mathrm{Rotz}(\theta_i)\, T(0,0,d_i)\, T(a_i,0,0) Rotx\alpha_i$$

Ecuación 1.12. Matriz de transformación homogénea

Realizando el producto de estas matrices se obtiene la Ecuación 1.14:

$$^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_i) & -\sin(\alpha_i) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\cos(\alpha_i)\sin(\theta_i) & \sin(\alpha_i)\sin(\theta_i) & a_i\cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\alpha_i)\cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i)\cos(\theta_i) & a_i\sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.13. Matriz de transformación homogénea

Donde $\theta_i, d_i, a_i, \alpha_i$ son parámetros D-H (Denavit Hartenberg) del eslabón i, a partir de estos parámetros y de la Ecuación 1.12 se puede obtener las matrices ${}^{i-1}_{0}A_i$ para relacionar todos los eslabones del sistema. Cabe destacar que los sistemas de referencia escogidos hayan sido bajo determinadas normas propuestas en el algoritmo de Denavit Hartenberg, las cuales conforman:

DH 1. Numerar los eslabones comenzando con 1 (primer eslabón móvil de la cadena) y acabando con n (último eslabón móvil). Se numerará como eslabón 0 a la base fija del robot.

DH 2. Numerar cada articulación comenzando por 1 (la correspondiente al primer grado de libertad) y acabando en n.

DH 3. Localizar el eje de cada articulación. Si ésta es rotativa, el eje será su propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.

DH 4. Para i de 0 a $n-1$ situar el eje z sobre el eje de la articulación $i+1$.

DH 5. Situar el origen del sistema de la base $\{s_0\}$ en cualquier punto del eje z_0. Los ejes x_0 e y_0 se situarán de modo que formen un sistema dextrógiro con z

DH 6. Para i de 1 a $n-1$, situar el origen del sistema $\{s_i\}$ (solidario al eslabón i) en la intersección del eje z_i con la línea normal común a z_{i-1} y z_i. Si ambos ejes se cortasen se situaría $\{s_i\}$ en el punto de corte. Si fuesen paralelos $\{s_i\}$ se situaría en la articulación $i+1$.

DH 7. Situar x_i en la línea normal común a z_{i-1} y z_i.

DH 8. Situar y_i de modo que forme un sistema dextrógiro con x_i y z_i.

DH 9. Situar el sistema $\{s_n\}$ en el extremo del robot de modo que z_n coincida con la dirección de z_{n-1} y x_n sea normal a z_{n-1} y z_n.

DH 10. Obtener θ_i como el ángulo que hay que girar en torno a z_{i-1} para que x_{i-1} y x_i queden paralelos.

DH 11. Obtener d_i como la distancia, medida a lo largo de z_{i-1}, que habría que desplazar $\{s_{i-1}\}$ para que x_i y x_{i-1} quedasen alineados.

DH 12. Obtener a_i como la distancia medida a lo largo de x_i (que ahora coincidiría con x_{i-1}) que habría que desplazar el nuevo $\{s_{i-1}\}$ para que su origen coincidiese con $\{s_i\}$.

DH 13. Obtener α_i como el ángulo que habría que girar en torno a x_i, para que el nuevo $\{s_{i-1}\}$ coincidiese totalmente con $\{s_i\}$.

DH 14. Obtener las matrices de transformación ${}^{i-1}_{0}A_i$ definidas en la Ecuación 1.13.

DH 15. Obtener la matriz de transformación que relaciona el sistema de la base con el del extremo del robot.

$$T = {}^{0}A_1 \, {}^{1}A_2 \, {}^{n-1}A_n$$

Ecuación 1.14. Matriz de transformación

DH 16. La matriz T define la orientación (submatriz de rotación) y posición (submatriz de traslación) del extremo referido a la base, en función de las n coordenadas articulares.

- **Cinemática de Movimiento**

Estudia las velocidades angulares y lineales de los distintos componentes del robot.

1. **Matriz Jacobiana:** es una matriz en derivadas, se utiliza tomando como funciones las correspondientes a las posiciones del extremo del robot siendo las variables independientes de dichas funciones las articulaciones [29].

   Posiciones del extremo del robot:

$$x = f_x(q_1, q_2, \dots, q_n)$$

$$y = f_y(q_1, q_2, \dots, q_n)$$

$$z = f_z(q_1, q_2, \dots, q_n)$$

$$\propto = f_\propto(q_1, q_2, \dots, q_n)$$

Ecuación 1.15. Posiciones x, y, z del extremo del robot

Velocidad lineal del extremo del robot:

$$\dot{x} = \frac{\partial f_x}{\partial q_1}\dot{q}_1 + \frac{\partial f_x}{\partial q_2}\dot{q}_2 + \cdots + \frac{\partial f_x}{\partial q_n}\dot{q}_n$$

$$\dot{y} = \frac{\partial f_y}{\partial q_1}\dot{q}_1 + \frac{\partial f_y}{\partial q_2}\dot{q}_2 + \cdots + \frac{\partial f_y}{\partial q_n}\dot{q}_n$$

$$\dot{z} = \frac{\partial f_z}{\partial q_1}\dot{q}_1 + \frac{\partial f_z}{\partial q_2}\dot{q}_2 + \cdots + \frac{\partial f_z}{\partial q_n}\dot{q}_n$$

Ecuación 1.16. Velocidades lineales del extremo del robot

Velocidad angular del extremo del robot:

$$\dot{\propto} = \frac{\partial f_\propto}{\partial q_1}\dot{q}_1 + \frac{\partial f_\propto}{\partial q_2}\dot{q}_2 + \cdots + \frac{\partial f_\propto}{\partial q_n}\dot{q}_n$$

Ecuación 1.17. Velocidad angular del extremo del robot

Para la representación de la Matriz jacobiana se agrupa cada una de las derivadas:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\propto} \end{bmatrix} = J(q) \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\propto} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial q_1} & \frac{\partial f_x}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial f_x}{\partial q_n} \\ \frac{\partial f_y}{\partial q_1} & \frac{\partial f_y}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial f_y}{\partial q_n} \\ \frac{\partial f_z}{\partial q_1} & \frac{\partial f_z}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial f_z}{\partial q_n} \\ \frac{\partial f_\propto}{\partial q_1} & \frac{\partial f_\propto}{\partial q_2} & \cdots & \frac{\partial f_\propto}{\partial q_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.18. Representación de la matriz jacobiana

Robot Manipulador Aéreo

Un manipulador aéreo es un robot que consta de un vehículo aéreo no tripulado, en este caso de estudio un cuadricóptero y un manipulador o brazo robótico, ver Figura 1.20, se puede decir que va orientado a tres funcionalidades básicas tales como captura, transporte y ensamblaje en ambientes de trabajo remotos o peligrosos, minimizando los riesgos para el ser humano [19]. En comparación con un manipulador móvil, este robot tiene un amplio campo de acción donde el efector final puede desplazarse [18].

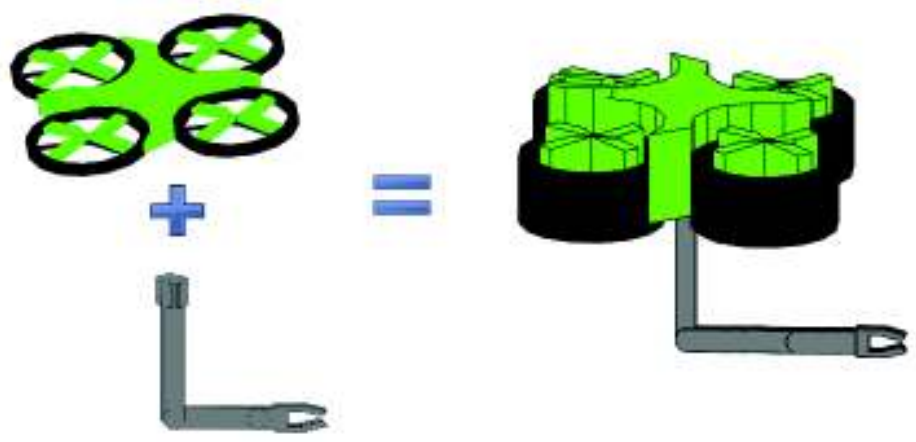


Figura 1.20. Manipulador aéreo

Existe varias aplicaciones de la Manipulación Aérea, tales como traslación y manipulación de cargas, toma de muestras, construcción de estructuras entre otras, orientadas a campos de investigación, así como al campo militar y civil, de esta manera se ha podido extender nuevas aplicaciones y servicios en robótica aérea y espacial.

En el siguiente capítulo se detallará la obtención del modelo cinemático del manipulador aéreo utilizado en este trabajo.

Controladores

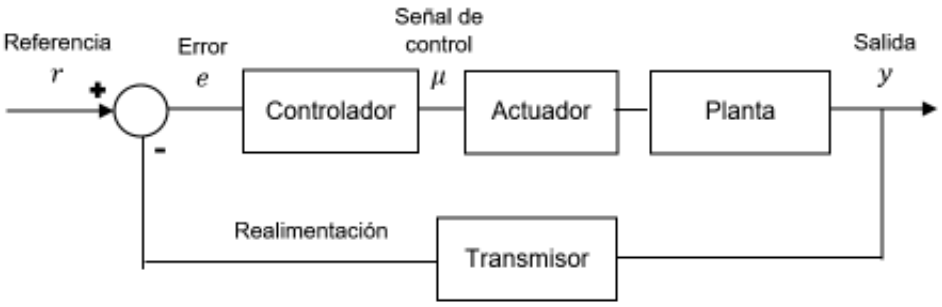


Figura 1.21. Estructura de controlador

Controladores Tipo PID

Es un controlador clásico muy utilizado a nivel industrial, también usado para plantas no lineales y lineales, en la Figura 1.21 se muestra el esquema general de control.

- **Control Proporcional**

La acción de control es proporcional al error del sistema, ver Ecuación 1.19.

$$u = k_p e$$

Ecuación 1.19. Acción proporcional

Donde k_p es una ganancia proporcional ajustable. Este controlador puede ser aplicado en cualquier planta estable, pero su desempeño es limitado ya que siempre existirá error en estado estacionario o régimen permanente, off-set [22].

- **Control Proporcional Derivativo**

Esta acción de control permite que el sistema sea más rápido ya que tiene un carácter anticipativo, el mismo que provoca que se amplifique señales de ruido y saturación en el controlador. La acción de control derivativa no podrá ir sola ya que solo funciona en estados transitorios. La Ecuación 1.20 representa su ley de control [22].

$$u = k_p \left(e + T_d \frac{de}{d} \right)$$

Ecuación 1.20. Acción proporcional derivativa

Donde T_d es una constante denominada de tiempo derivativo.

- **Control Proporcional Integral**

El valor de salida del controlador proporcional varia en razón proporcional al tiempo en que ha permanecido el error y la magnitud del mismo, su representación vine dada por la Ecuación 1.21.

$$u = k_p\left(e + \frac{1}{T_i}\int_0^t edt \right)$$

Ecuación 1.21. Acción proporcional integral

Donde k_p es la ganancia proporcional y T_i es el tiempo de acción integral es decir regula la velocidad de acción de control [23].

- **Control Proporcional Integral Derivativo**

Este control aprovecha las características de los tres controladores ya descritos, la ley de control que lo describe se nota en la Ecuación 1.22.

$$u = k_p\left(e + \frac{1}{T_i}\int_0^t edt + T_d\frac{de}{d} \right)$$

Ecuación 1.22. Acción proporcional integral derivativa

Controlador en Modos Deslizantes

El control en Modo Deslizante es muy aplicado en sistemas no lineales y variantes en el tiempo debido a su robustez. La idea de este controlador es definir una superficie, ver Figura 1.22, en la cual el proceso pueda deslizarse a su valor deseado, esta superficie está en función del error e, donde n es el orden del sistema y λ es un parámetro de ajuste para definir la superficie [19], ver Ecuación 1.23.

$$S = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^n \int_0^t edt$$

Ecuación 1.23. Superficie de deslizamiento

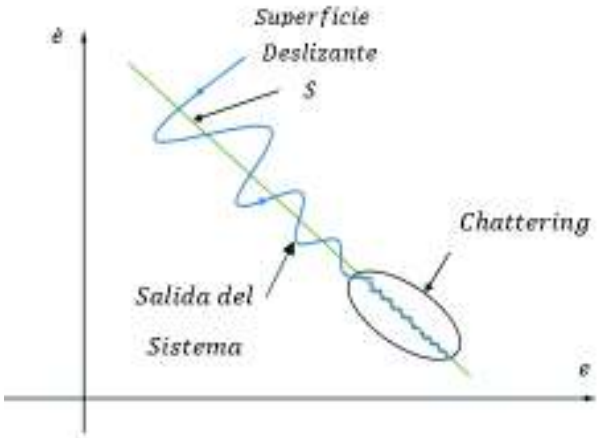


Figura 1.22. Superficie deslizante

El objetivo de este tipo de controlador es asegurar que las variables que intervienen en el sistema alcancen la superficie deslizante. Por lo cual su configuración viene dada por la Ecuación 1.24, para su componente continua μ_c se toma en cuenta que $\dot{S} = 0$ considerando que el sistema ya alcanzo la superficie definida.

$$\mu = \mu_c + \mu_D$$

Ecuación 1.24. Superficie de deslizamiento

Para su componente discontinua μ_D intervine su alcanzabilidad ya que es la encargada de que el sistema alcance en menor tiempo la superficie deslizante, esto origina oscilaciones a lo largo de la superficie llamado chattering, para minimizar este efecto se usa la función sigmoide como se nota en la Ecuación 1.25, donde el parámetro δ ayuda a disminuir las oscilaciones de alta frecuencia producidas y K_1 valor positivo de ajuste de alcance.

$$\mu_D = K_1 \frac{S}{|S| + \delta}$$

Ecuación 1.25. Superficie de deslizamiento

Estabilidad en el sentido de Lyapunov

El análisis de estabilidad de Lyapunov es aplicable para sistemas no lineales o sistemas variantes con el tiempo, además de ser empleada como método para la construcción de controladores [22].

Existen múltiples puntos de equilibrio en los sistemas no lineales que es necesario estudiarlos, para la estabilidad de los puntos de equilibrio se tiene técnicas entre ellas el método directo de Lyapunov. En este método se dice que un punto de equilibrio es estable en el sentido de Lyapunov si todas las soluciones que nacen en las cercanías del punto de equilibrio permanecen en dichas cercanías, caso contrario resulta inestable. Mientras que es asintóticamente estable si las soluciones tienden hacia el mismo punto conforme el tiempo transcurre, ver Figura 1.23, representación de los puntos de equilibrio con fricción [23].

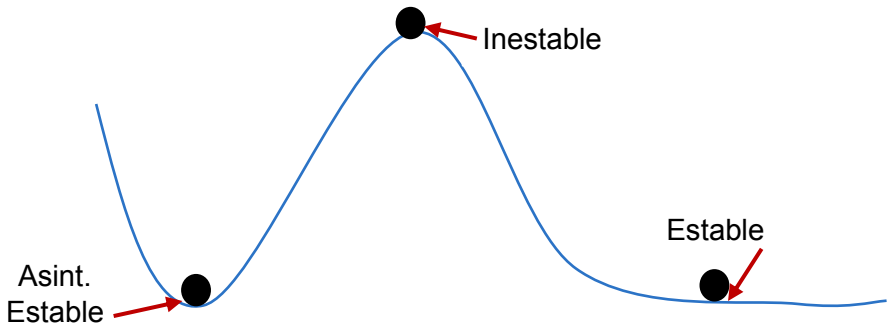


Figura 1.23. Tipos de punto de equilibrio

Punto de Equilibrio

$$\dot{x}(t) = f[t, x(t)]; \;\; t \leq 0$$

$$x(t) \in \Re^n$$

$$f: \Re^+ \times \Re^n \;\rightarrow \Re^n \; continua$$

Ecuación 1.26. Condiciones iniciales

Se supone que existe solución única $S(t, t_0, x_0)$ correspondiente a cada condición inicial $x(t_0) = x_0$.

El estado x^* es un punto de equilibrio si:

$$f[t, x^*] \equiv \boldsymbol{O}; \;\; \forall t \geq 0$$

Ecuación 1.27. Estado x^*

Entonces:

$$S(t, t_0, x^*) = x^*; \;\; \forall t \geq t_0 \geq 0$$

Ecuación 1.28. Solución única

Entonces se tiene el punto de equilibrio:

$$f(t, \boldsymbol{O}) = \boldsymbol{O}; \quad \forall t \geq 0$$

$$\text{Si } x(t_0) = \boldsymbol{O},\ S(t, t_0, \boldsymbol{O}) = \boldsymbol{O}; \quad \forall t \geq t_0 \geq 0$$

Ecuación 1.29. Punto de equilibrio

- **Estable**

Se dice que un punto de equilibrio $\boldsymbol{O}$ es estable si, para cada $\varepsilon > 0, t_0 \geq 0$,

$\exists\ \delta(t_0, \varepsilon) > 0$ tal que:

$$\|x_0\| < \delta(\ t_0, \varepsilon) \rightarrow \|S(t, t_0, x_0)\| < \varepsilon; \quad \forall t \geq t_0$$

Ecuación 1.30. Punto de equilibrio estable

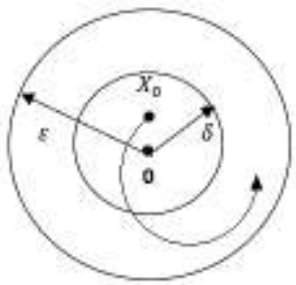


Figura 1.24. Punto de equilibrio estable

- **Asintóticamente Estable**

Un punto de equilibrio $\boldsymbol{O}$ es asintóticamente estable si:

$$\exists \delta_1(t_0) > 0 / x_0 \ \| < \delta_1(t_0) \rightarrow |S(t + t_0, t_0, x_0)| \rightarrow 0; \ \ t \rightarrow \infty$$

Ecuación 1.31. Punto de equilibrio asintóticamente estable

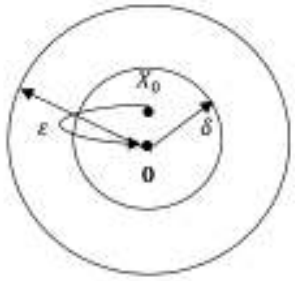


Figura 1.25. Punto de equilibrio asintóticamente estable

- **Inestable**

Un punto de equilibrio $\boldsymbol{O}$ es inestable si la trayectoria parte de una condición inicial x_0 dentro de una bola δ y que al transcurrir el tiempo queda fuera de la bola determinada por ε.

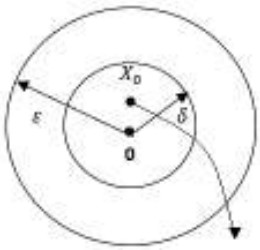


Figura 1.26. Punto de equilibrio inestable

Condiciones de Estabilidad

Los criterios de estabilidad están referidos a las trayectorias de un sistema cuando el estado inicial esta próximo al punto de equilibrio.

Se define a un sistema dinámico, autónomo y estacionario, lineal o no lineal tal que:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x,t)$$

Ecuación 1.32. Sistema

Se busca una función candidata de Lyapunov $V(x)$, para la demostración de la estabilidad del sistema, la misma que debe ser definida positiva, es decir que cumpla con las siguientes condiciones:

$$V(x,t) > 0; t \geq t_0$$
$$V(0,t) = 0; t \leq t_0$$

Ecuación 1.33. Condiciones de función definida positiva

De acuerdo con la derivada de la función de Lyapunov $\dot{V}(x)$, se examinará la estabilidad del sistema de acuerdo a:

- Si $\dot{V}(x) < 0$, la energía disminuye y alcanza un valor pequeño, el punto de equilibrio es estable, y se define asintóticamente estable si este punto llega a cero.

- Si $\dot{V}(x) > 0$, la energía presenta un incremento indefinido por lo tanto el sistema es inestable.

- Si $\dot{V}(x) = 0$, la energía no presenta cambios, es decir no disminuye ni aumenta, es decir es estable.

Índice de Desempeño

Para evaluar el comportamiento del sistema de control, se emplean los índices de desempeño. Estos son valores que ayudan a evaluar la calidad del comportamiento del sistema controlado además de valorar la respuesta del sistema respecto a cambios en la entrada [21]. IAE es el parámetro utilizado en el desarrollo del proyecto.

Criterio integral de error absoluto IAE

Integral de valor absoluto del error, está definido por la Ecuación 1.34:

$$IAE = \int_0^\infty |e| dt$$

Ecuación 1.34. Criterio de desempeño IAE

En sistemas altamente sub-amortiguados o sobre-amortiguados este criterio no es capaz de optimizar, ya que este criterio es más sensible a pequeños errores y menos sensible a errores grandes. Se recomienda para evaluación de sistemas en simulación por computador [31], la diferencia entre el criterio IAE y el ISE, consiste en que con el ISE se tiene más ponderación para errores grandes, los cuales se presentan generalmente al inicio de la respuesta, y menor ponderación para errores pequeños los mismos que se presentan al final de la respuesta [32].

Figura 1.27. Evolución del IAE en la posición X

Trabajos similares y publicación

En la Escuela Politécnica Nacional actualmente no se han desarrollado técnicas de control para manipuladores aéreos, no obstante, se encuentra temáticas relacionadas a seguimiento de trayectorias para manipuladores móviles:

- L. Herrera y J. Suárez, Seguimiento de trayectoria mediante tres estrategias de control basado en espacio nulo, control en modo deslizante (SMC) y tipo PID aplicadas a una formación de manipuladores móviles. Quito, 2016 [33].

En este trabajo, se desarrolló diferentes controladores para el seguimiento de trayectoria en una formación de manipuladores móviles [3]. En el proyecto propuesto, se generarán trayectorias fijas que deberán ser seguidas por el manipulador aéreo.

- R. Guamán y W. Lozada, Control de posición y seguimiento de trayectorias de un manipulador móvil de 3 grados de libertad. Quito, 2016 [34].

En este proyecto, se determinó el modelo cinemático y dinámico de un robot móvil y se desarrolló técnicas de control para seguimiento de trayectoria y control de posición. El presente proyecto va orientado a obtener el modelo cinemático para un manipulador aéreo. Igualmente se probará los diversos controladores.

2. METODOLOGÍA

Entre la multiplicidad de clasificaciones de métodos de investigación, este trabajo se hace uso de la investigación básica y de la investigación aplicada [34]. La investigación básica denominada también pura o fundamental se interesa en el desarrollo y descubrimiento de las leyes y principios que rigen el comportamiento de ciertos eventos, teniendo como objetivo el progreso científico, acrecentando los conocimientos teóricos [35]. Por otro lado, la investigación aplicada está relacionada con la investigación básica ya que esta depende de los descubrimientos y avances de la investigación pura, pero se caracteriza por su interés en la aplicación, utilización y puesta en práctica de los conocimientos [36].

La información obtenida mediante la investigación fundamental es usada en campos como la robótica, ciencias exactas, sistemas de control, para que por medio de la investigación aplicada se pueda exponer una solución específica al problema de control sobre un manipulador aéreo para seguimiento de trayectoria.

Con relación a las fuentes de recolección de información, se hace uso de fuentes secundarias que son aquellas que ofrecen información, pero no son la fuente original de los hechos, sino solo los referencian [37]. Es así como la información en este proyecto se obtiene de libros, revistas científicas, documentos escritos, libros y sitios web académicos. Las técnicas de recolección de información empleadas son:

- Observación: permite conocer directamente el objeto de estudio para posteriormente describirlo y analizar su comportamiento. En este proyecto se emplea para analizar el comportamiento del sistema con diferentes trayectorias.
- Análisis de documentos: analiza el material impreso, para el desarrollo del marco teórico se analizó publicaciones, tesis, libros.
- Internet: proporciona información académica que se encuentra recopilada en sitios como IEEE, Springerlink, Google Scholar.
- Experimentación: se relaciona a la manipulación de una o más variables para analizar las consecuencias que tiene sobre las otras variables. En este trabajo se utiliza para analizar el comportamiento de la planta en lazo abierto y a la vez para la calibración de los controladores al manipular las constantes de estos.

Este trabajo se divide en cuatro fases metodológicas descritas a continuación:

A. Fase teórica:

Se estudiará el modelo cinemático de un cuadricóptero y un brazo robótico, los mismos que serán acoplados para obtener un modelo cinemático de un manipulador aéreo, así como la teoría de control en modo deslizante y PID. Además, se estudiará el índice IAE que permita analizar el desempeño de los controladores.

B. Fase de diseño, análisis o implementación metodológica:

Se determinará el modelo cinemático del Manipulador Aéreo, integrando el modelo cinemático de un cuadricóptero y un brazo robótico de 3 DOF. Se diseñará e implementará algoritmos de control tipo PID y SMC para seguimiento de trayectoria en un manipulador aéreo.

C. Fase de simulación:

Se simulará el modelo del Manipulador Aéreo en lazo abierto y los controladores Modo Deslizantes (CMD) y tipo PID en la herramienta de software Matlab. Además, se diseñará una interfaz gráfica que permita mostrar las simulaciones de los algoritmos desarrollados.

D. Fase de validación / análisis de resultados:

Se efectuará pruebas experimentales a nivel de simulación para corroborar el rendimiento de los algoritmos de control diseñados e implementados. Posteriormente los resultados de la simulación se analizarán para poder realizar ajustes necesarios que ayudarán a mejorar el desempeño de cada uno de los controladores.

A continuación, se detallan los modelos utilizados en este trabajo.

2.1 Modelo cinemático del Cuadricóptero

El movimiento de traslación del cuadricóptero viene dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{y}_B \\ \dot{z}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.1. Movimiento traslacional cuadricóptero

En la Ecuación 2.1 se puede diferenciar la matriz $[V_x \quad V_y \quad V_z]^T$ expresa las velocidades lineales en el sistema de referencia del cuadricóptero, o acciones de control y la matriz $[\dot{x}_B \quad \dot{y}_B \quad \dot{z}_B]^T$ representan las velocidades del cuadricóptero respecto a su centro de masa B.

Para enlazar el sistema de referencia de centro de masa B y el sistema fijo a tierra E se emplea la matriz de rotación como se denota en la Ecuación 2.2

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_E \\ \dot{y}_E \\ \dot{z}_E \end{bmatrix} = R(\phi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{y}_B \\ \dot{z}_B \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.2. Movimiento traslacional cuadricóptero

En la sección 1.3 se definió la matriz de rotación, tomando en cuenta su desarrollo se sustituye la Ecuación 1.13 y la Ecuación 2.1 en la Ecuación 2.2, para obtener en función de los ángulos ϕ, θ, ψ el Modelo cinemático completo del cuadricóptero, ver Ecuación 2.3:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_E \\ \dot{y}_E \\ \dot{z}_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\psi cos\theta & cos\psi sin\theta sin\phi - sin\psi cos\phi & cos\psi sin\theta cos\phi + sin\psi sin\phi \\ sin\psi cos\theta & sin\psi sin\theta sin\phi + cos\psi cos\phi & sin\psi sin\theta cos\phi - cos\psi sin\phi \\ -sin\theta & cos\theta sin\phi & cos\theta cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.3. Modelo cinemático completo del cuadricóptero

Durante el tiempo de vuelo estable (estado estacionario del cuadricóptero) se considerando que el ángulo de roll y pitch tienen a cero, por lo que se utiliza la técnica de aproximación de ángulo pequeño, que consiste en simplificación de las leyes trigonométricas presentando una precisión cuando el ángulo tiende a cero, $cos\phi = 1,\ cos\theta = 1;\ sin\phi = 0,$ $sin\theta = 0,\ [13]$, obteniéndose la Ecuación 2.4:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_E \\ \dot{y}_E \\ \dot{z}_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\psi & -sin\psi & 0 \\ sin\psi & cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.4. Modelo cinemático

2.2 Modelo cinemático del Manipulador

Obtención del modelo cinemático de manipulador mediante el Algoritmo de Denavit Hartenberg (DH).

En base a lo descrito en el capítulo 1, se ubica los ejes de rotación para cada articulación, los sistemas de coordenadas cartesianas (x, y, z) , como se visualiza en la Figura 2.1.

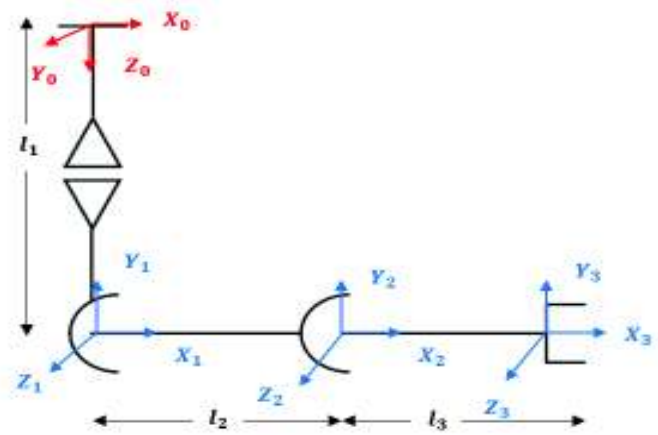


Figura 2.1. Algoritmo DH aplicado al manipulador

En base a la Figura 2.1 y a la teoría descrita se puede obtener los parámetros DH, detallados en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1. Parámetros DH

Articulación	$\boldsymbol{d}$	$\boldsymbol{\theta}$	$\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{\alpha}$
1	$-\boldsymbol{l_1}$	$\boldsymbol{\theta_1}$	0	$-\boldsymbol{\pi}/\mathbf{2}$
2	$\mathbf{0}$	$\boldsymbol{\theta_2}$	$\boldsymbol{l_2}$	0
3	$\mathbf{0}$	$\boldsymbol{\theta_3}$	$\boldsymbol{l_3}$	0

Para obtener las matrices de trasformación de cada articulación se reemplaza los parámetros DH descritos en la Tabla 2.1 en la Ecuación 1.13.

$i = 1$

$$ {}^{0}A_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & 0 & -\sin(\theta_1) & 0 \\ \sin(\theta_1) & 0 & \cos(\theta_1) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Ecuación 2.5. Matriz de transformación para la articulación 1

$i = 2$

$$ {}^{1}A_2 = \begin{bmatrix} cos(\theta_2) & -sin(\theta_2) & 0 & l_2 cos(\theta_2) \\ sin(\theta_2) & cos(\theta_2) & 0 & l_2 sin(\theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Ecuación 2.6. Matriz de transformación para la articulación 2.

$i = 3$

$$ {}^{2}A_3 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 & l_3 cos(\theta_3) \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & l_3 sin(\theta_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Ecuación 2.7. Matriz de transformación para la articulación 3.

Para obtener el modelo cinemático del manipulador, Ecuación 2.8, reemplazar Ecuaciones 2.5, 2.6, 2.7 en la Ecuación 1.14.

$$ T_e = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1)\cos(\theta_2+\theta_3) & -\cos(\theta_1) sin(\theta_2+\theta_3) & \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1)[l_2\cos(\theta_2) + l_3\cos(\theta_2+\theta_3)] \\ \sin(\theta_1)\cos(\theta_2+\theta_3) & -\sin(\theta_1)\sin(\theta_2+\theta_3) & -\cos(\theta_1) & \sin(\theta_1)[l_2\cos(\theta_2) + l_3\cos(\theta_2+\theta_3)] \\ \sin(\theta_2+\theta_3) & \cos(\theta_2+\theta_3) & 0 & -l_1 - l_2\sin(\theta_2) + l_3\sin(\theta_2+\theta_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Ecuación 2.8. Modelo cinemático del manipulador.

De la Ecuación 2.8 se puede obtener información sobre la posición del efector final $(T_{3\times1})$ al igual que el rotacional del sistema (R), como se muestra en la Ecuación 2.9.

$$ T_e = \begin{bmatrix} R_{3\times3} & T_{3\times1} \\ 0_{1\times3} & 1 \end{bmatrix} $$

Ecuación 2.9. Representación de la matriz de transformación.

La posición del efector final $x_e, y_e, z_e,$ viene dada por la Ecuación 2.10:

$$ T_{3\times1} = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1)\,[l_2\cos(\theta_2) + l_3\cos(\theta_2+\theta_3)] \\ \sin(\theta_1)\,[l_2\cos(\theta_2) + l_3\cos(\theta_2+\theta_3)] \\ -l_1 - l_2\sin(\theta_2) + l_3\sin(\theta_2+\theta_3) \end{bmatrix} $$

Ecuación 2.10. Posiciones del efector final.

2.3 Modelo cinemático del Manipulador Aéreo

Para poder obtener el modelo del manipulador aéreo se unen los dos modelos descritos en las secciones 2.1 y 2.2 se toma en cuenta las siguientes consideraciones:

a. El valor angular de θ_1 correspondiente a la primera articulación, mismo que depende de la posición angular del cuadricóptero:

$$\theta_1 = \theta_{a1} + \psi$$

Ecuación 2.11. Valor angular para la articulación 1.

b. La posición final del efector del manipulador aéreo depende de la posición del cuadricóptero respecto a su eje de referencia.

$$x_{ee} = x_e + x_E$$

Ecuación 2.12. Posición del efector final en los ejes x.

$$y_{ee} = y_e + y_E$$

Ecuación 2.13. Posición del efector final en los ejes y.

$$z_{ee} = z_e + z_E + l_c$$

Ecuación 2.14. Posición del efector final en los ejes z.

Una vez definidas las condiciones para obtener el modelo cinemático compuesto se reemplaza la Ecuación 2.10 en la Ecuación 2.12:

$$x_{ee} = \cos(\theta_1 + \psi_{cuad})\,[l_2 \cos(\theta_2) + l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)] + x_E$$

Ecuación 2.15. Posición del efector final en los ejes x.

Se reemplaza la Ecuación 2.10 en la Ecuación 2.13:

$$y_{ee} = \sin(\theta_1 + \psi_{cuad})\,[l_2 \cos(\theta_2) + l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)] + y_E$$

Ecuación 2.16. Posición del efector final en los ejes y.

Se reemplaza la Ecuación 2.10 en la Ecuación 2.14:

$$z_{ee} = -l_1 - l_2 \sin(\theta_2) + l_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) + z_E + l_c$$

Ecuación 2.17. Posición del efector final en los ejes z.

Se recurre a la matriz Jacobiana para obtener una representación del sistema en función de velocidades de entrada y salida, es decir relacionar las velocidades angulares de cada articulación del brazo y del cuadricóptero del efector final.

$$\dot{h}_{ee} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{ee} \\ \dot{y}_{ee} \\ \dot{z}_{ee} \end{bmatrix} = J\dot{q}_{ee}$$

Ecuación 2.18. Representación del sistema en función de las velocidades.

De la Ecuación 2.18 se nota:

- $\dot{h}_{ee}$: son las velocidades en x, y, z del efector final, $[\dot{x}_{ee}, \dot{y}_{ee}, \dot{z}_{ee}]$.
- J: es la matriz jacobiana analítica
- $\dot{q}_{ee}$: son las velocidades lineales y angulares del manipulador aéreo, Ecuación 2. 19.

$$\dot{q}_{ee} = \begin{bmatrix} \dot{x}_E & \dot{y}_E & \dot{z}_E & \dot{\psi} & \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}^T$$

Ecuación 2.19. Velocidades del sistema

En base a las ecuaciones que relacionan al manipular con el cuadricóptero se puede obtener la matriz jacobiana, Ecuación 2.20.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{ee}}{\partial x_E} & \frac{\partial x_{ee}}{\partial y_E} & \frac{\partial x_{ee}}{\partial z_E} & \frac{\partial x_{ee}}{\partial \psi} & \frac{\partial x_{ee}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x_{ee}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial x_{ee}}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial y_{ee}}{\partial x_E} & \frac{\partial y_{ee}}{\partial y_E} & \frac{\partial y_{ee}}{\partial z_E} & \frac{\partial y_{ee}}{\partial \psi} & \frac{\partial y_{ee}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y_{ee}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial y_{ee}}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial z_{ee}}{\partial x_E} & \frac{\partial z_{ee}}{\partial y_E} & \frac{\partial z_{ee}}{\partial z_E} & \frac{\partial z_{ee}}{\partial \psi} & \frac{\partial z_{ee}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial z_{ee}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial z_{ee}}{\partial \theta_3} \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.20. Matriz Jacobiana

Desarrollando las derivadas de la Ecuación 2.15 se obtiene la fila 1 de la Matriz Jacobiana:

$$\frac{\partial x_{ee}}{\partial x_E} = 1$$

$$\frac{\partial x_{ee}}{\partial y_E} = 0$$

$$\frac{\partial x_{ee}}{\partial z_E} = 0$$

$$\frac{\partial x_{ee}}{\partial \psi} = -sin(\theta_1 + \psi_{cuad})\,[l_2\, cos(\theta_2) + l_3\, cos(\theta_2 + \theta_3)]$$

$$\frac{\partial x_{ee}}{\partial \theta_1} = -sin(\theta_1 + \psi_{cuad})\,[l_2\, cos(\theta_2) + l_3\, cos(\theta_2 + \theta_3)]$$

$$\frac{\partial x_{ee}}{\partial \theta_2} = -cos(\theta_1 + \psi_{cuad})\,[l_2\, sin(\theta_2) + l_3\, sin(\theta_2 + \theta_3)]$$

$$\frac{\partial x_{ee}}{\partial \theta_3} = -l_3 cos(\theta_1 + \psi_{cuad})\, sin(\theta_2 + \theta_3)$$

Desarrollando las derivadas de la Ecuación 2.16 se obtiene la fila 2 de la Matriz Jacobiana:

$$\frac{\partial y_{ee}}{\partial x_E} = 0$$

$$\frac{\partial y_{ee}}{\partial y_E} = 1$$

$$\frac{\partial y_{ee}}{\partial z_E} = 0$$

$$\frac{\partial y_{ee}}{\partial \psi} = cos(\theta_1 + \psi_{cuad})\,[l_2\, cos(\theta_2) + l_3\, cos(\theta_2 + \theta_3)]$$

$$\frac{\partial y_{ee}}{\partial \theta_1} = cos(\theta_1 + \psi_{cuad})\,[l_2\, cos(\theta_2) + l_3\, cos(\theta_2 + \theta_3)]$$

$$\frac{\partial y_{ee}}{\partial \theta_2} = -sin(\theta_1 + \psi_{cuad})\,[l_2\, sin(\theta_2) + l_3\, sin(\theta_2 + \theta_3)]$$

$$\frac{\partial y_{ee}}{\partial \theta_3} = -l_3 sin(\theta_1 + \psi_{cuad})\, sin(\theta_2 + \theta_3)$$

Desarrollando las derivadas de la Ecuación 2.17 se obtiene la fila 3 de la Matriz Jacobiana:

$$\frac{\partial z_{ee}}{\partial x_E} = 0$$

$$\frac{\partial z_{ee}}{\partial y_E} = 0$$

$$\frac{\partial z_{ee}}{\partial z_E} = 1$$

$$\frac{\partial z_{ee}}{\partial \psi} = 0$$

$$\frac{\partial z_{ee}}{\partial \theta_1} = 0$$

$$\frac{\partial z_{ee}}{\partial \theta_2} = -l_2\, cos(\theta_2) + l_3\, cos(\theta_2 + \theta_3)$$

$$\frac{\partial z_{ee}}{\partial \theta_3} = l_3\, cos(\theta_2 + \theta_3)$$

Reescribiendo a 2.18 se tiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{ee} \\ \dot{y}_{ee} \\ \dot{z}_{ee} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{x}_E \\ \dot{y}_E \\ \dot{z}_E \\ \dot{\psi} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.21. Representación del sistema en función de las velocidades.

Se reemplaza las derivadas en la Ecuación 2.21 y desarrollando se obtiene $\dot{x}_{ee}, \dot{y}_{ee}, \dot{z}_{ee}$:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{ee} &= \dot{x}_E + \{-\sin(\theta_1 + \psi)\,[l_2 \cos(\theta_2) + l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)]\}\dot{\psi} \\ &+ \{-\sin(\theta_1 + \psi)\,[l_2 \cos(\theta_2) + l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)]\}\dot{\theta}_1 \\ &+ \{-\cos(\theta_1 + \psi)\,[l_2 \sin(\theta_2) + l_3 \sin(\theta_2 + \theta_3)]\}\,\dot{\theta}_2 \\ &+ \{-l_3 \cos(\theta_1 + \psi) \sin(\theta_2 + \theta_3)\}\dot{\theta}_3 \end{aligned}$$

Ecuación 2.22. Posición en x del efector final.

$$\begin{aligned} \dot{y}_{ee} &= \dot{y}_E + \{\cos(\theta_1 + \psi)\,[l_2 \cos(\theta_2) + l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)]\}\dot{\psi} \\ &+ \{\cos(\theta_1 + \psi)\,[l_2 \cos(\theta_2) + l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)]\}\dot{\theta}_1 \\ &+ \{-\sin(\theta_1 + \psi)\,[l_2 \sin(\theta_2) + l_3 \sin(\theta_2 + \theta_3)]\}\,\dot{\theta}_2 \\ &+ \{-l_3 \sin(\theta_1 + \psi) \sin(\theta_2 + \theta_3)\}\dot{\theta}_3 \end{aligned}$$

Ecuación 2.23. Posición en y del efector final.

$$\dot{z}_{ee} = \dot{z}_E + \{-l_2 \cos(\theta_2) + l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)\}\,\dot{\theta}_2 + \{l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)\}\dot{\theta}_3$$

Ecuación 2.24. Posición en z del efector final.

Las Ecuaciones 2.22, 2.23, 2.24 necesitan las velocidades del cuadricóptero en cada uno de los ejes con respecto a tierra y la velocidad angular en el eje z, por lo que se debe tomar en cuenta el modelo cinemático del cuadricóptero.

Al reemplazar la Ecuación 2.4 en las Ecuaciones 2.22, 2.23, 2.24 se obtiene ya el modelo cinemático simplificado de un Manipulador Aéreo.

$$\begin{aligned}\dot{x}_{ee} &= \cos(\psi)\,V_x - \sin(\psi)\,V_y + \{-\sin(\theta_1+\psi)\,[l_2\cos(\theta_2) + l_3\cos(\theta_2+\theta_3)]\}\dot{\psi} \\ &+ \{-\sin(\theta_1+\psi)\,[l_2\cos(\theta_2) + l_3\cos(\theta_2+\theta_3)]\}\dot{\theta}_1 \\ &+ \{-\cos(\theta_1+\psi)\,[l_2\sin(\theta_2) + l_3\sin(\theta_2+\theta_3)]\}\,\dot{\theta}_2 \\ &+ \{-l_3\cos(\theta_1+\psi)\sin(\theta_2+\theta_3)\}\dot{\theta}_3\end{aligned}$$

Ecuación 2.25. Posición en x del efector final.

$$\begin{aligned}\dot{y}_{ee} &= \sin(\psi)\,V_x + \cos(\psi)\,V_y + \{\cos(\theta_1+\psi)\,[l_2\cos(\theta_2) + l_3\cos(\theta_2+\theta_3)]\}\dot{\psi} \\ &+ \{\cos(\theta_1+\psi)\,[l_2\cos(\theta_2) + l_3\cos(\theta_2+\theta_3)]\}\dot{\theta}_1 \\ &+ \{-\sin(\theta_1+\psi)\,[l_2\sin(\theta_2) + l_3\sin(\theta_2+\theta_3)]\}\,\dot{\theta}_2 \\ &+ \{-l_3\sin(\theta_1+\psi)\sin(\theta_2+\theta_3)\}\dot{\theta}_3\end{aligned}$$

Ecuación 2.26. Posición en y del efector final.

$$\dot{z}_{ee} = V_z + \{-l_2\cos(\theta_2) + l_3\cos(\theta_2+\theta_3)\}\,\dot{\theta}_2 + \{l_3\cos(\theta_2+\theta_3)\}\dot{\theta}_3$$

Ecuación 2.27. Posición en z del efector final.

En base a las Ecuaciones 2.25, 2.26, 2.27 el modelo cinemático del manipulador aéreo se define como:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_{ee}\\ \dot{y}_{ee}\\ \dot{z}_{ee}\end{bmatrix} = J\begin{bmatrix}V_x\\ V_y\\ V_z\\ \dot{\psi}\\ \dot{\theta}_1\\ \dot{\theta}_2\\ \dot{\theta}_3\end{bmatrix}$$

Ecuación 2.28. Modelo cinemático del manipulador aéreo.

La Matriz Jacobiana Analítica será definida por:

$$J = \begin{bmatrix}\frac{\partial x_{ee}}{\partial V_x} & \frac{\partial x_{ee}}{\partial V_y} & \frac{\partial x_{ee}}{\partial V_z} & \frac{\partial x_{ee}}{\partial \psi} & \frac{\partial x_{ee}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x_{ee}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial x_{ee}}{\partial \theta_3}\\ \frac{\partial y_{ee}}{\partial V_x} & \frac{\partial y_{ee}}{\partial V_y} & \frac{\partial y_{ee}}{\partial V_z} & \frac{\partial y_{ee}}{\partial \psi} & \frac{\partial y_{ee}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y_{ee}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial y_{ee}}{\partial \theta_3}\\ \frac{\partial z_{ee}}{\partial V_x} & \frac{\partial z_{ee}}{\partial V_y} & \frac{\partial z_{ee}}{\partial V_z} & \frac{\partial z_{ee}}{\partial \psi} & \frac{\partial z_{ee}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial z_{ee}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial z_{ee}}{\partial \theta_3}\end{bmatrix}$$

Ecuación 2.29. Matriz Jacobiana

Para simplificar las expresiones obtenidas se utiliza la siguiente nomenclatura:

$$C_\psi = \cos(\psi),\ S_\psi = \sin(\psi)\,, S_{\theta_1\psi} = \sin(\theta_1 + \psi)\,, C_{\theta_2} = \cos(\theta_2),\ S_{\theta_2} = \sin(\theta_2)$$

$$C_{\theta_2\theta_3} = \cos(\theta_2 + \theta_3)\,, C_{\theta_1\psi} = \cos(\theta_1 + \psi), S_{\theta_2\theta_3} = \sin(\theta_2 + \theta_3)$$

Reescribiendo la Ecuación 2.28 se tiene:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_{ee}\\ \dot{y}_{ee}\\ \dot{z}_{ee}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\psi & -S_\psi & 0 & -S_{\theta_1\psi}[l_2C_{\theta_2} + l_3C_{\theta_2\theta_3}] & -S_{\theta_1\psi}[l_2C_{\theta_2} + l_3C_{\theta_2\theta_3}] & -C_{\theta_1\psi}[l_2S_{\theta_2} + l_3S_{\theta_2\theta_3}] & -l_3C_{\theta_1\psi}S_{\theta_2\theta_3} \\ S_\psi & C_\psi & 0 & C_{\theta_1\psi}\left[l_2C_{\theta_2} + l_3C_{\theta_2\theta_3}\right] & C_{\theta_1\psi}\left[l_2C_{\theta_2} + l_3C_{\theta_2\theta_3}\right] & -S_{\theta_1\psi}\left[l_2S_{\theta_2} + l_3S_{\theta_2\theta_3}\right] & -l_3S_{\theta_1\psi}S_{\theta_2\theta_3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -l_2C_{\theta_2} + l_3C_{\theta_2\theta_3} & l_3C_{\theta_2\theta_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ \dot{\psi} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.30. Modelo cinemático del manipulador aéreo

2.4 Diseño de Controlador de seguimiento de trayectoria.

Para el seguimiento de trayectoria se ha desarrollado los controladores tipo PID y SMC, en la Figura 2.2 se muestra el esquema del sistema implementado.

Diseño del controlador tipo PID basado en Lyapunov

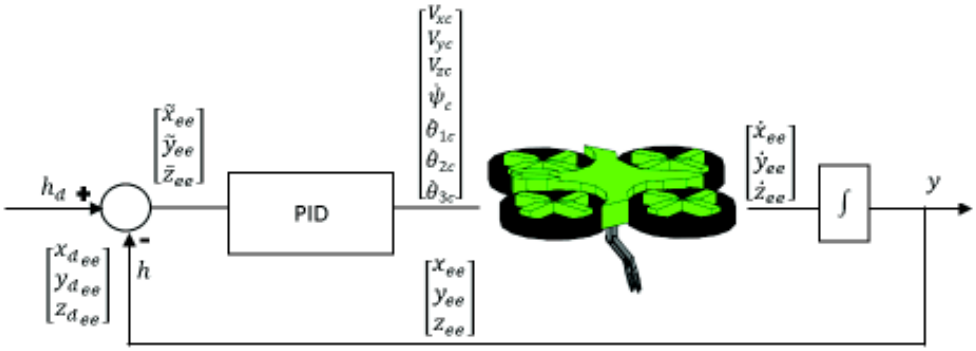


Figura 2.2. Diagrama de bloques del sistema

Para el diseño del controlador tipo PID se parte del error del sistema $\tilde{h}$ que está en función de la posición de referencia h_d y la posición real del efector final h, ver Ecuación 2.31.

$$\tilde{h} = h_d - h = \begin{bmatrix} x_{d_{ee}} - x_{ee} \\ y_{d_{ee}} - y_{ee} \\ z_{d_{ee}} - z_{ee} \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.31. Error del sistema

Se deriva la Ecuación 2.31, se obtiene:

$$\dot{\tilde{h}} = \dot{h}_d - \dot{h} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{d_{ee}} - \dot{x}_{ee} \\ \dot{y}_{d_{ee}} - \dot{y}_{ee} \\ \dot{z}_{d_{ee}} - \dot{z}_{ee} \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.32. Derivada del error del sistema

Se define una función candidata de Lyapunov, ver Ecuación 2.33:

$$V = \frac{1}{2}\tilde{h}^2$$

Ecuación 2.33. Candidata de Lyapunov

Se deriva la Ecuación 2.33 para demostrar la estabilidad el sistema:

$$\dot{V} = \frac{1}{2}\, 2\tilde{h}\dot{\tilde{h}}$$

$$\dot{V} = \tilde{h}\dot{\tilde{h}}$$

Ecuación 2.34. Derivada de la candidata de Lyapunov

Reemplazar la Ecuación 2.31 y $\dot{h} = JU$ en la Ecuación 2.33 da como resultado:

$$\dot{V} = \tilde{h}\ \left(\dot{h}_d - JU\right)$$

Ecuación 2.35. Derivada de la candidata de Lyapunov

Asumiendo seguimiento perfecto de velocidad: $U = U_c$.

Donde $U_c = \begin{bmatrix} V_{xc} & V_{yc} & V_{zc} & \dot{\psi}_c & \dot{\theta}_{1c} & \dot{\theta}_{2c} & \dot{\theta}_{3c} \end{bmatrix}^T$ son las señales de control que ingresan al manipulador aéreo.

La Ecuación 2.35 debe cumplir con las condiciones de estabilidad descritas en la sección 1.3, por lo que se propone el siguiente controlador

$$U_c = J^{-1}\ \left(\dot{h}_d + k\tilde{h}\right)$$

Ecuación 2.36. Controlador

Remplazando la Ecuación 2.36 en la Ecuación 2.35:

$$\dot{V} = \tilde{h}\ \left(\dot{h}_d - J\left(J^{-1}\ \left(\dot{h}_d + k\tilde{h}\right)\right)\right)$$

$$\dot{V} = \tilde{h}^T\ \left(\dot{h}_d - \dot{h}_d - k\tilde{h}\right)$$

$$\dot{V} = -\tilde{h}\, k\tilde{h}$$

Ecuación 2.37. Estabilidad de la candidata de Lyapunov

Para que $\dot{V} < 0$, k debe ser definido positivo, con lo cual, se verifica que $\tilde{h} \to 0$ con $t \to \infty$.

Diseño del Controlador en Modo Deslizante con superficie proporcional

El esquema de control se visualiza en la Figura 2.3.

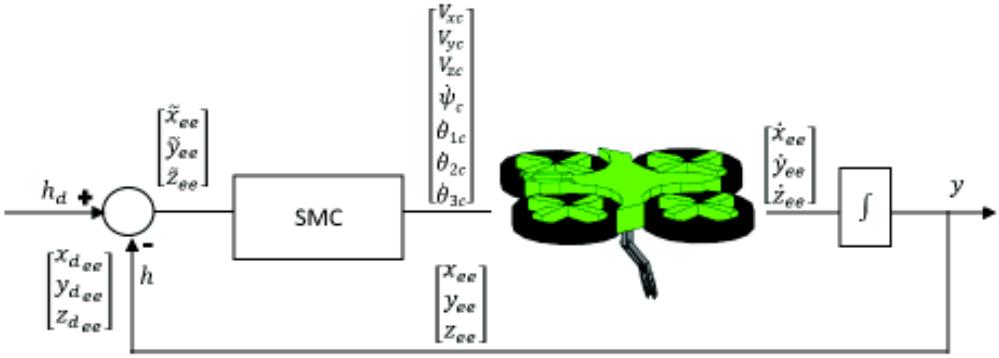


Figura 2.3. Esquema de control SMC

Este controlador consta de dos partes:

$$U_{smc} = \mu_c + \mu_D$$

Ecuación 2.38. Estructura de controlador SMC

Donde μ_c es componente continua del control que permite mantenerse en la superficie deslizante; μ_D es la componente discontinua del control que permite alanzar la superficie deslizante.

Para el diseño de este controlador se define una superficie deslizante dada por:

$$S = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} \tilde{h}$$

Ecuación 2.39. Superficie deslizante

Donde $\tilde{h} = h_d - h$.

El modelo cinemático planteado es de orden $n = 1$, por lo que la superficie se define por:

$$S = \tilde{h}$$

Ecuación 2.40. Superficie deslizante

Se deriva la Ecuación 2.40 se tiene:

$$\dot{S} = \dot{\tilde{h}}$$

Ecuación 2.41. Derivada de la superficie deslizante

Para encontrar su componente continua μ_c se considera que $\dot{S} = 0,$ mientras que la componente discontinua es nula $\mu_D = 0$:

$$0 = \dot{h}_d - \dot{h}$$

Ecuación 2.42. Superficie deslizante nula

Reemplazar $\dot{h} = JU$ en la Ecuación 2.42:

$$0 = \dot{h}_d - JU$$

Ecuación 2.43. Superficie deslizante nula

Asumiendo seguimiento perfecto de velocidad: $U = U_{smc}$.

Donde $U_{smc} = \begin{bmatrix} V_{xc} & V_{yc} & V_{zc} & \dot{\psi}_c & \dot{\theta}_{1c} & \dot{\theta}_{2c} & \dot{\theta}_{3c} \end{bmatrix}^T$ son las señales de control que ingresan al manipulador aéreo.

Para encontrar μ_c se reemplaza $U_{smc} = \mu_c$ en la Ecuación 2.43:

$$0 = \dot{h}_d - J\mu_c + \lambda h_d - \lambda h$$

$$\mu_c = J^{-1}\dot{h}_d$$

Ecuación 2.44. Componente Continua

Para encontrar la componente discontinua se aplica la estabilidad de Lyapunov, para esto se define una candidata de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2}SS^T$$

Ecuación 2.45. Candidata de Lyapunov

Derivar la Ecuación 2.45 y reemplazar la Superficie deslizante:

$$\dot{V}(t) = s^T\left[\dot{h}_d - JU\right]$$

Ecuación 2.46. Candidata de Lyapunov

donde $U_{smc} = \mu_c + \mu_D$.

Reemplazar la Ecuación 2.44 en la Ecuación 2.46:

$$\dot{V} = S^T\left[\dot{h}_d - J\left(J^{-1}\dot{h}_d + \mu_D\right)\right]$$

Ecuación 2.47. Derivada de la candidata de Lyapunov

Desarrollar la Ecuación 2.47 se tiene:

$$\dot{V} = S^T[-J\mu_D]$$

Ecuación 2.48. Derivada de la candidata de Lyapunov

Para que $\dot{V} < 0, \mu_D = J^{-1}K\, sgn(S),$ se puede reemplazar por $\frac{S}{|S|+\delta}$ para suavizar el chattering producido al buscar la superficie deslizante, entonces la componente discontinua se define como:

$$\mu_D = J^{-1}K\,\frac{S}{|S| + \delta}$$

Ecuación 2.49. Componente discontinua del controlador

Por lo tanto, el controlador SMC:

$$U_{smc} = J^{-1}\left[\dot{h}_d + K\,\frac{S}{|S| + \delta}\right]$$

Ecuación 2.50. Ley de control

Diseño del Controlador en Modo Deslizante con superficie integral

Para el diseño de este controlador se define una superficie deslizante dada por:

$$S = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^n \int_0^t \tilde{h}\, dt$$

Ecuación 2.51. Superficie deslizante

Donde $\tilde{h} = h_d - h$. Para el sistema de orden $n = 1$, se tiene:

$$S = \tilde{h} + \lambda \int_0^t \tilde{h}\, dt$$

Ecuación 2.52. Superficie deslizante

Derivando la Ecuación 2.52 se tiene:

$$\dot{S} = \dot{\tilde{h}} + \lambda\tilde{h}$$

Ecuación 2.53. Derivada de la Superficie deslizante

Para encontrar su componente continua μ_c se considera que $\dot{S} = 0,$ mientras que la componente discontinua es nula $\mu_D = 0$:

$$0 = \dot{h}_d - \dot{h} + \lambda\tilde{h}$$

Ecuación 2.54. Superficie deslizante nula

Reemplazar $\dot{h} = JU$ en la Ecuación 2.54:

$$0 = \dot{h}_d - JU + \lambda\tilde{h}$$

Ecuación 2.55. Superficie deslizante nula

Asumiendo seguimiento perfecto de velocidad: $U = U_{smc}$.

Donde $U_{smc} = \begin{bmatrix} V_{xc} & V_{yc} & V_{zc} & \dot{\psi}_c & \dot{\theta}_{1c} & \dot{\theta}_{2c} & \dot{\theta}_{3c} \end{bmatrix}^T$ son las señales de control que ingresan al manipulador aéreo.

Para encontrar μ_c se reemplaza $U_{smc} = \mu_c$ en la Ecuación 2.55:

$$0 = \dot{h}_d - J\mu_c + \lambda h_d - \lambda h$$

$$\mu_c = J^{-1}\left[\dot{h}_d + \lambda(h_d - h)\right]$$

Ecuación 2.56. Componente continua

Para encontrar la componente discontinua se aplica la estabilidad de Lyapunov, para esto se define una candidata de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2}SS^T$$

Ecuación 2.57. Candidata de Lyapunov

Derivar la Ecuación 2.57 y reemplazar la Superficie deslizante:

$$\dot{V}(t) = s^T\left[\dot{h}_d - JU + \lambda h_d - \lambda h\right]$$

Ecuación 2.58. Candidata de Lyapunov

donde $U_{smc} = \mu_c + \mu_D$.

Reemplazar la Ecuación 2.56 en la Ecuación 2.58:

$$\dot{V} = S^T\left[\dot{h}_d - J\left(J^{-1}\left[\dot{h}_d + \lambda(h_d - h)\right] + \mu_D\right) + \lambda h_d - \lambda h\right]$$

Ecuación 2.59. Derivada de la candidata de Lyapunov

Desarrollar la Ecuación 2.59 se tiene:

$$\dot{V} = S^T[-J\mu_D]$$

Ecuación 2.60. Derivada de la candidata de Lyapunov

Para que $\dot{V} < 0, \mu_D = J^{-1}K\, sgn(S),$ se puede reemplazar por $\frac{S}{|S|+\delta}$ para suavizar el chattering producido al buscar la superficie deslizante, entonces la componente discontinua se define como:

$$\mu_D = J^{-1}K\,\frac{S}{|S| + \delta}$$

Ecuación 2.61. Componente discontinua del controlador

Por lo tanto, el controlador SMC:

$$U_{smc} = J^{-1}\left[\dot{h}_d + \lambda\tilde{h} + K\,\frac{S}{|S| + \delta}\right]$$

Ecuación 2.62. Ley de control

2.5 Desarrollo de la Interfaz de Usuario

Matlab dispone de varias herramientas las cuales ayudan a expandir sus prestaciones, dos herramientas son usadas en este proyecto, SIMULINK es una plataforma de simulación multi-dominio basado en sistemas dinámicos, además proporciona un entorno gráfico interactivo con varias librerías de bloques las mismas que facilitan la simulación de sistemas variantes en el tiempo [25], por otro lado se destaca también GUI definido como editor de interfaz de usuario, ayuda a que el proceso de diseño o creación de interfaces sea simplificado gracias a sus elementos como paneles, botones, barras de desplazamiento, cuadro de texto, entre otros [26]. Es así como en SIMULINK fue implementado controladores y planta mientras que en GUI se realizó la interfaz.

En la interfaz gráfica de usuario desarrollada para este proyecto se puede evaluar y simular los resultados de los controladores, además se puede ingresar los parámetros de simulación tales como el tipo de trayectoria, tipo de controlador y tiempo de simulación también se puede visualizar errores y realizar comparaciones.

Ejecución

Para iniciar la interfaz en Matlab es necesario seguir los siguientes pasos:

a. Disponer el programa MATLAB R2016a.

b. Abrir la carpeta “Manipulador Aéreo”.

c. Dar clic derecho en el archivo CARATULA1.m y presionar RUN, ver Figura 2.4, ejecutándose la ventana principal.

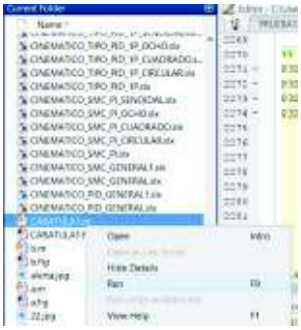


Figura 2.4. Archivo de inicio de la Interfaz

Una vez ejecutado el archivo CARATULA1.m, se muestra la siguiente ventana:

Pantalla Principal

En la Figura 2.5 se puede observar la portada de la interfaz de usuario, dispone de dos opciones, MENÚ permite continuar con la presentación, mientras que la opción SALIR cierra completamente la misma.

Figura 2.5. Ventana de la portada de la interfaz de usuario

Menú

En la Figura 2.6, se presenta la pantalla de simulación de los controladores de un manipulador aéreo, contiene las configuraciones y botones necesarios para llevar acabo la simulación.

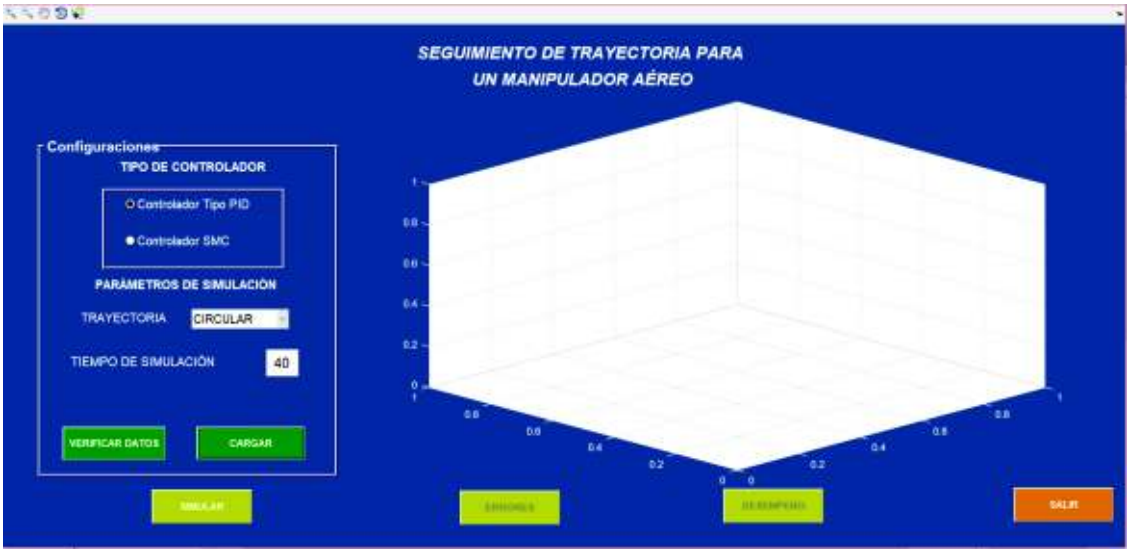


Figura 2.6. Ventana de presentación

Dentro del panel de configuraciones se detalla:

- **Tipo de controlador:** se puede elegir entre dos tipos de controlador:
  - Controlador tipo PID o,
  - Controlador SMC.
- **Parámetros para el controlador:** se define la trayectoria a seguir por el manipulador aéreo, se puede seleccionar entre 4 tipos de trayectoria:
  - Circular,
  - Cuadrada,
  - En forma de ocho o
  - Senoidal

Además, permite establecer el tiempo que dure la simulación, dado en segundos [s].

La ventana dispone además de 6 botones:

- **Botón 1 – VERIFICAR:** Verifica si los parámetros ingresados son correctos, en el caso que falte por definir algún parámetro por el usuario en la ventana presentará un mensaje de error.
- **Botón 2 – SIMULAR:** Simula el controlador escogido por el usuario, internamente el sistema implementado empieza a ser evaluado bajo los parámetros ya establecidos, posteriormente se detalla.
- **Botón 3 – ANIMAR:** Simula el controlador en el axis definido en la pantalla en un entorno 3D.
- **Botón 4 – ERRORES:** Ejecuta una ventana externamente con el objetivo de visualizar los errores que presenta el controlador y con los parámetros predefinidos.
- **Botón 5 – DESEMPEÑO:** Ejecuta una ventana externamente para visualizar el desempeño de los dos controladores tipo PID y SMC, cabe destacar que esta opción se podrá llevar a cabo una vez que se hayan simulado los dos casos.
- **Botón 6 – SALIR:** Cierra completamente toda la presentación.

En la ventana se visualiza que existe un axes, en el cual la simulación se lleva a cabo durante el tiempo establecido y en un entorno 3D, una vez que se presiona el botón ANIMAR, ver Figura 2.7.

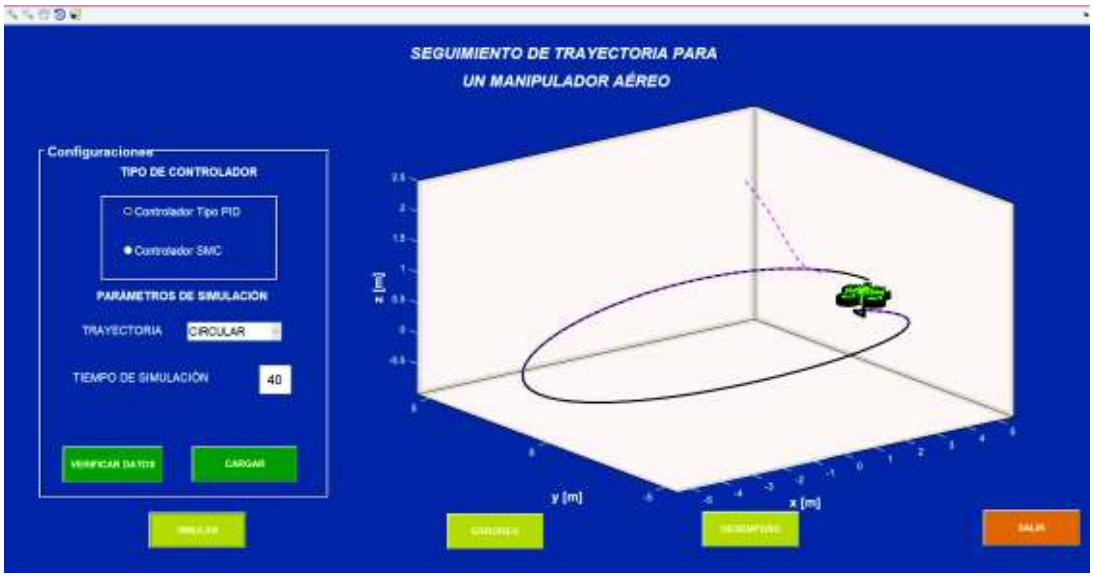


Figura 2.7. Ventana de simulación en entorno 3D del manipulador aéreo

Al presionar el Botón SIMULAR, internamente empieza a ejecutarse el modelo cinemático con el controlador escogido, implementados en simulink, ver Figura 2.8, los bloques utilizados en el desarrollo del modelo se describen a continuación:

- TRAYECTORIA DESEADA: Existen cuatro trayectorias las mismas que pueden ser elegidas desde la interfaz de usuario, esta enviará un número del 1 al 4, mismo que fijará la trayectoria dentro del simulink.
- PLANTA: Este bloque contiene la matriz jacobiana analítica que describe al Manipulador Aéreo. Las velocidades lineales y angulares del manipulador aéreo son realimentados al bloque de control.
- CONTROL: A este bloquee ingresan las variables deseadas y la realimentación proveniente de la panta, se encuentra también la matemática correspondiente a cada controlador diseñado tipo PID y SMC. De este bloque se puede obtener información de errores en la posición x, y, z.
- TIEMPO DE SIMULACIÓN: se establece de acuerdo con lo que el usuario configure en la interfaz, en el bloque llamado *tiempo_simu1*.

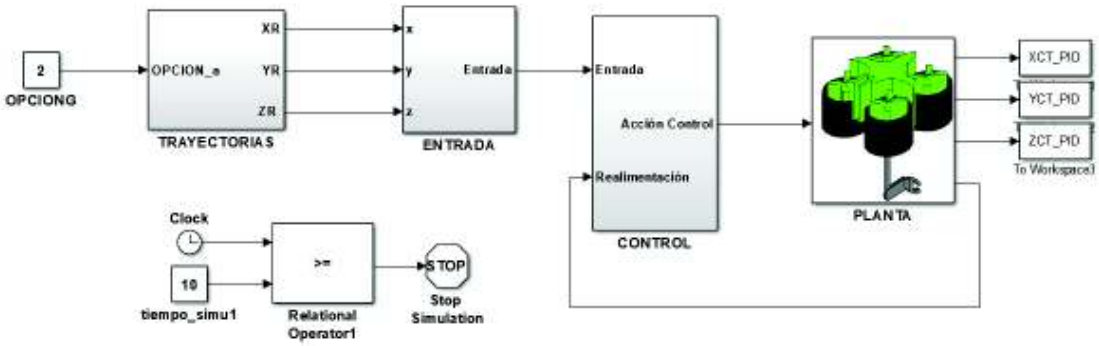


Figura 2.8. Esquema general diseñado en Simulink

Ventada de Visualización de Errores

Con el objetivo de visualizar los errores existentes en las posiciones x_{ee}, y_{ee}, z_{ee} del Manipulado Aéreo, se tiene un botón ERRORES, el cual abrirá una nueva venta de gráficos mostrada en la Figura 2.9.

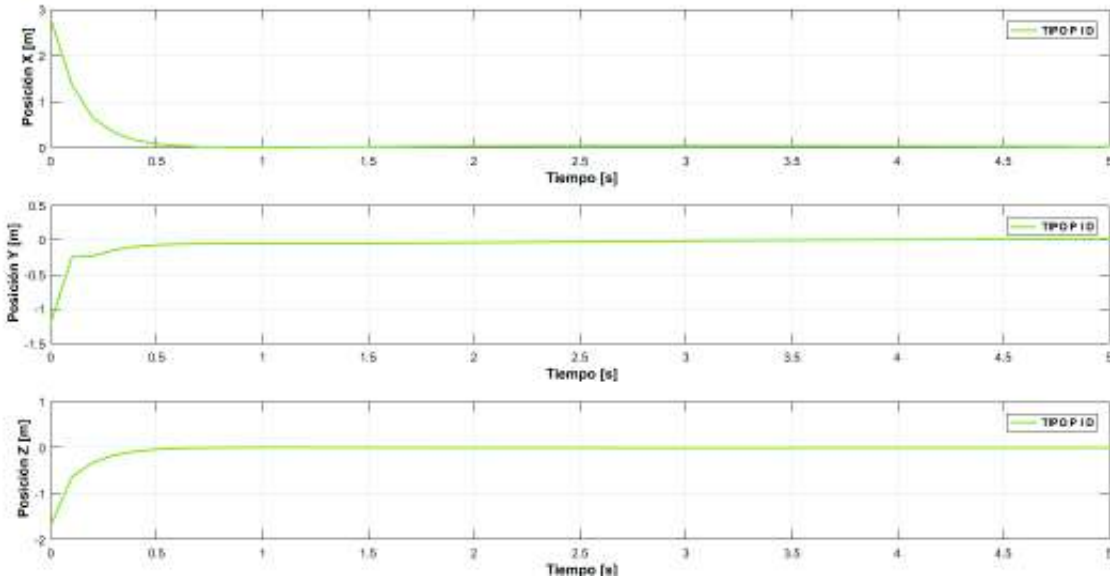


Figura 2.9. Ventana de visualización de errores

Ventana de Desempeño

Esta ventana proporciona información al usuario sobre el desempeño de cada uno de los controladores empleados tipo PID y SMC, ver Figura 2.10.

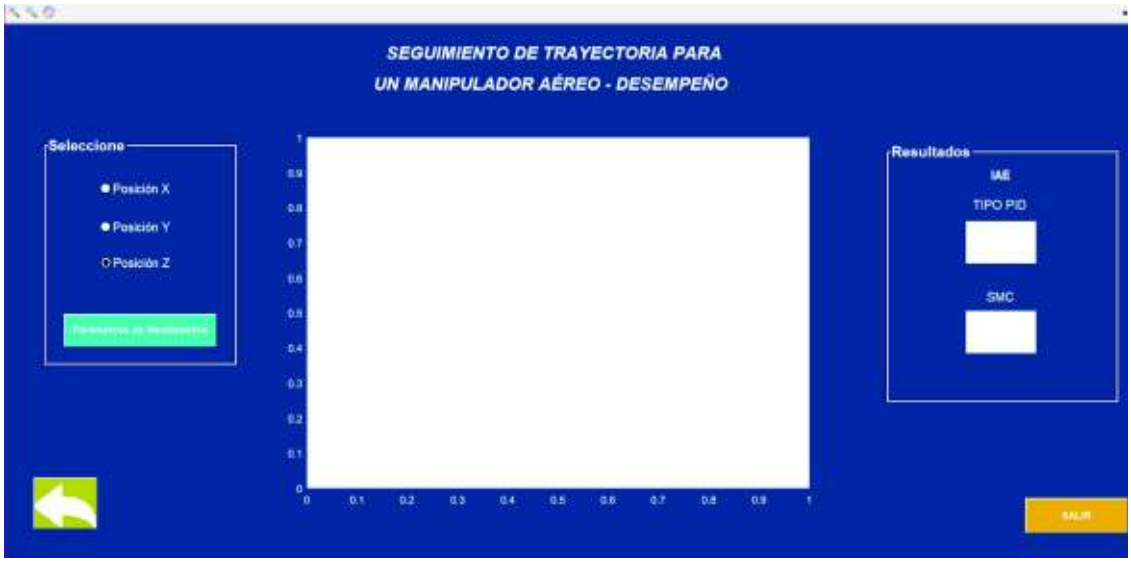


Figura 2.10. Ventana de desempeño entre controlador tipo PID y SMC

En la misma ventana se puede encontrar información sobre el parámetros o índice de rendimiento empleado para evaluar cada controlador, al presionar el Botón-PARÁMETROS DE RENDIMIENTO, muestra el valor del índice IAE de cada controlador como se nota en la Figura 2.10. Sobre esta ventana se encuentra otros dos botones:

- Botón 1 – SALIR: Permite salir de la interfaz y cerrar todas las ventadas.
- Botón 2 – ATRÁS: regresa a la pantalla principal de configuraciones

Al presionar el Botón – SALIR despliega un mensaje que permite al usuario confirmar la salida del programa, ver Figura 2.11.

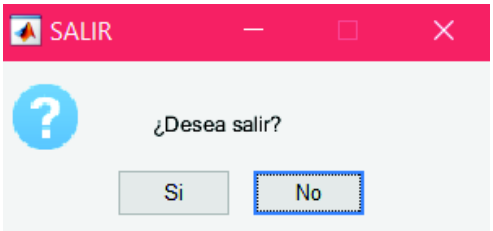


Figura 2.11. Botón salir

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Se incluye las pruebas y los resultados de los controladores diseñados para seguimiento de trayectoria de un Manipulador Aéreo. Las pruebas que se realizaron para el Manipulador Aéreo son las siguientes:

- Prueba 1: Modelo en Lazo abierto, se visualizará el comportamiento del manipulador aéreo sin controlador al variar sus parámetros.
- Prueba 2: Desempeño del controlador tipo PID y SMC en trayectoria circular.
- Prueba 3: Desempeño del controlador tipo PID y SMC en trayectoria cuadrada.
- Prueba 4: Desempeño del controlador tipo PID y SMC en trayectoria forma de ocho.
- Prueba 5: Desempeño del controlador tipo PID y SMC en trayectoria senoidal.

Desde la prueba 2 hasta la prueba 5 se podrá ver el comportamiento de los controladores mediante el índice IAE, además se mostrará las curvas de las mismas.

Para las pruebas a realizar, los valore de l_1, l_2, l_3, l_c son medidas de la estructura del manipularon aéreo como se muestra en la Figura 2.2, corresponden a 0.4[m], 0.305[m], 0.285[m] y 0.038[m] respectivamente, cabe destacar que el brazo robótico fue ubicado sobre el centro de masa del cuadricóptero.

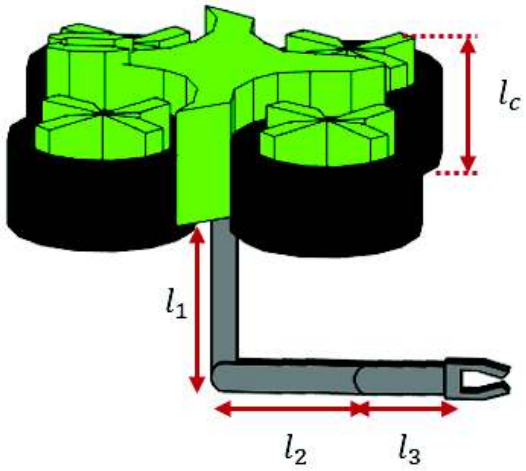


Figura 3.1. Estructura del manipulador aéreo.

3.1 Prueba 1: Modelo en lazo abierto.

Esta prueba se realiza para validar el modelo determinado, para esta se define diferentes variaciones de velocidades en las entradas de la planta, ver Figura 3.2, teniendo diferentes comportamientos deseados en la salida, estos son comparados con los valores en la salida obtenidos de las ecuaciones matemáticas del modelo cinemático obtenido, descritas en la sección 2.3.

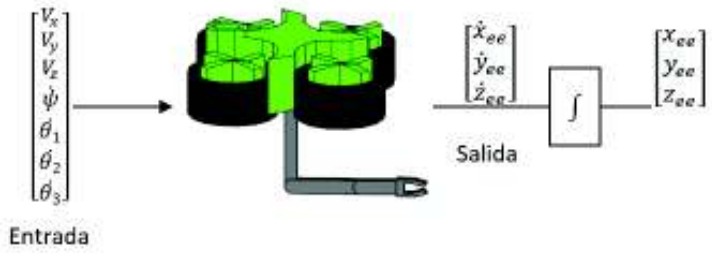


Figura 3.2. Esquema en lazo abierto.

En primera instancia se asigna una velocidad lineal constante $V_x = 1[^m/_s]$, y las demás entradas permanecen en cero, durante un tiempo de simulación $t = 10[s]$.

En la figura 3.3 se puede visualizar el recorrido del efector final al presentar como entrada $V_x = 1[^m/_s]$, el robot alcanza una distancia de diez metros en la posición x es decir $x_{ee} = 12.2\ [m]$ este valor corresponde a la distancia recorrida por el cuadricóptero sumada a la posición inicial del mismo. Las posiciones en y, z no presentan variación, permanecen en $y_{ee} = 1.2\ , z_{ee} = 2.2$.

Figura 3.3. Trayectoria en x del efector final con $V_x = 1[^m/_s]$.

Para verificar su movimiento sobre el eje z, se asigna un valor de velocidad lineal en su entrada dada por $V_z = 1[^m/_s]$, durante $t = 10[s]$. El robot alcanza una distancia de diez metros en la posición x es decir $z_{ee} = 12.2\,[m]$ este valor corresponde a la distancia recorrida por el cuadricóptero sumada a la posición inicial del mismo. Las posiciones en x, y no presentan variación, permanecen en $x_{ee} = 2.2\,, y_{ee} = 1.2$.

Figura 3.4. Trayectoria en z del efector final con $V_z = 1[^m/_s]$.

Posteriormente se asigna un valor de velocidad angular en su entrada dada por $\dot{\theta}_1 = 1\left[^{rad}/_s\right]$, de igual manera que el caso anterior las demás entradas al sistema permanecen en cero durante $t = 10[s]$.

Figura 3.5. Trayectoria del efector final con $\dot{\theta}_1 = 1\left[^{rad}/_s\right]$.

El comportamiento que presenta el manipular aéreo se ilustra en la Figura 3.5, se ve reflejado en el cambio de posición del brazo robótico del Manipulador Aéreo, se observa que describe un círculo en el plano x, y, mientras que en el eje z permanece constante. Los resultados sobre el comportamiento del sistema en lazo abierto se detallan en la Tabla 3.1, donde se nota la posición que toma el efector final al variar las entradas de velocidad del Manipulador Aéreo.

Tabla 3.1. Pruebas en lazo abierto – Variación de velocidades.

t=10[s]									
Entrada-Velocidades							Efector Final-Posiciones		
$V_x\left[\frac{m}{s}\right]$	$V_y\left[\frac{m}{s}\right]$	$V_z\left[\frac{m}{s}\right]$	$\dot{\psi}\left[\frac{rad}{s}\right]$	$\dot{\theta}_1\left[\frac{rad}{s}\right]$	$\dot{\theta}_2\left[\frac{rad}{s}\right]$	$\dot{\theta}_3\left[\frac{rad}{s}\right]$	$x_{ee}[m]$	$y_{ee}[m]$	$z_{ee}[m]$
0	0	0	0	0	0	0	2.2	1.2	2.2
1	0	0	0	0	0	0	12.2	1.2	2.2
0	1	0	0	0	0	0	2.2	11.2	2.2
0	0	1	0	0	0	0	2.2	1.2	12.2
0	0	0	1	0	0	0	0.7287	0.7648	2.2
0	0	0	0	1	0	0	0.7287	0.7648	2.2
0	0	0	0	0	1	0	0.7287	1.2	1.765
0	0	0	0	0	0	1	1.28	1.2	1.928

3.2 Prueba 2: Desempeño del controlador tipo PID y SMC en trayectoria circular

Se comprueba el funcionamiento de los controladores tipo PID y SMC con la planta cinemática, cuando en el eje z (altura) es constante y variable. Posteriormente se analizará los parámetros de desempeño de los controladores.

Las condiciones iniciales del efector final se muestran en la Tabla 3.2. El tiempo de simulación es 40 segundos.

Tabla 3.2. Posiciones iniciales del efector final

$x_{ee}\ [m]$	$y_{ee}\ [m]$	$z_{ee}\ [m]$
2.2	1.2	2.2

Altura constante

Su trayectoria se describe en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3. Trayectoria circular

$x\ [m]$	$y\ [m]$	$z\ [m]$
$5\cos(0.16t)$	$5\sin(0.16t)$	2.2

En la Figura 3.6 se muestra el seguimiento de trayectoria del manipulador aéreo para el controlador tipo PID y el controlador SMC, con altura constante.

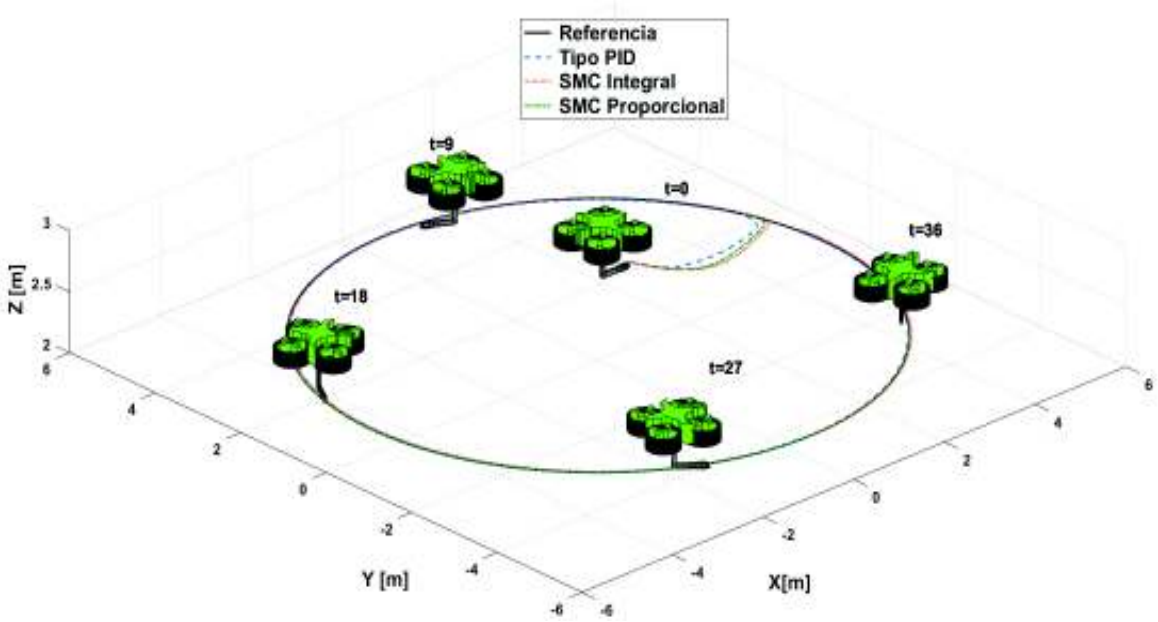


Figura 3.6. Seguimiento de trayectoria tipo circular, $eje\ z = cte$.

En la Figura 3.7, se muestra el error producido en la posición x, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

Tipo PID

Figura 3.7. Análisis de error en la posición x, trayectoria tipo circular.

En la Figura 3.8, se muestra el error producido en la posición y, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

Tipo PID

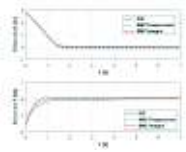


Figura 3.8. Análisis de error en la posición y, trayectoria tipo circular

La Tabla 3.4. muestra los valores de IAE en el seguimiento de trayectoria Circular para cada controlador.

Tabla 3.4. Valores de IAE, trayectoria tipo circular

CONTROLADOR	IAE
TIPO PID	4.355
SMC Proporcional	2.60
SMC Integral	4.81

El controlador SMC Proporcional presenta mejor rendimiento, al tener menor índice de IAE en relación con el controlador tipo PID.

Altura variable

Su trayectoria se describe a continuación, ver Tabla 3.5.

Tabla 3.5. Trayectoria circular – z variable

$x\ [m]$	$y\ [m]$	$z\ [m]$
$5\cos(0.16t)$	$5\sin(0.16t)$	$0.5\cos(0.2t)$

En la Figura 3.9 se muestra el seguimiento de trayectoria del manipulador aéreo para el controlador tipo PID y el controlador SMC, con altura variable.

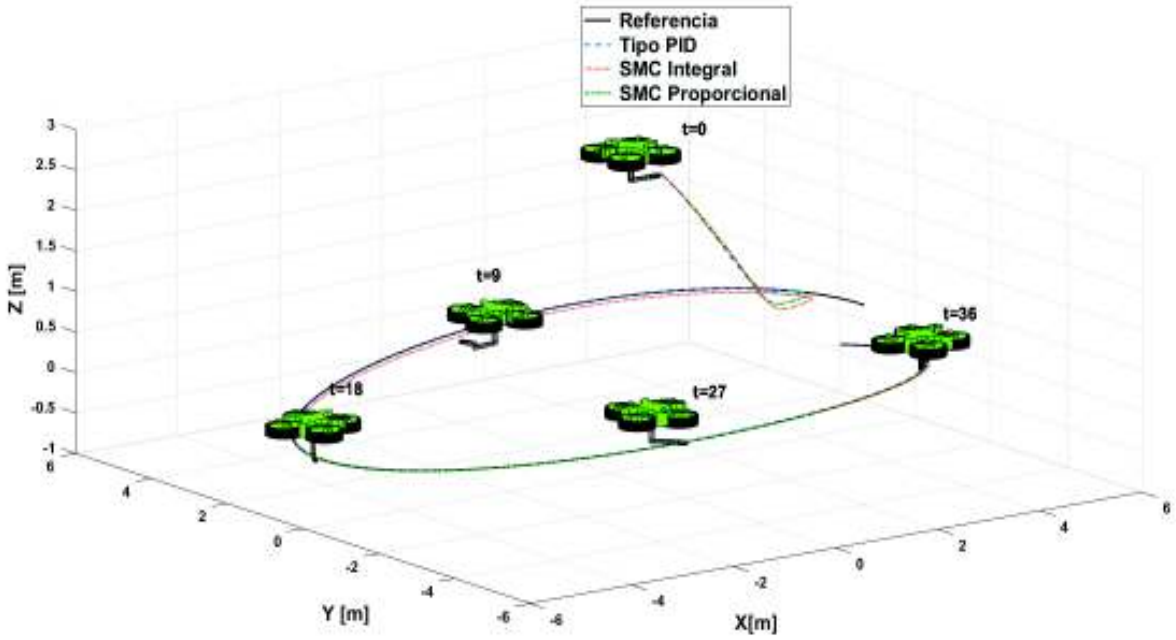


Figura 3.9. Seguimiento de trayectoria tipo circular, $eje\ z \neq cte$.

Como se puede apreciar el manipular aéreo alcanza la trayectoria deseada.

En la Figura 3.10, se muestra el error producido en la posición x, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

Tipo PID

Figura 3.10. Análisis de error en la posición x, trayectoria tipo circular.

En la Figura 3.11, se muestra el error producido en la posición y, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

Figura 3.11. Análisis de error en la posición y, trayectoria tipo circular

En la Figura 3.12, se muestra el error producido en la posición z, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

Figura 3.12. Análisis de error en la posición z, trayectoria tipo circular

La Tabla 3.6. muestra los valores de IAE en el seguimiento de trayectoria Circular para cada controlador.

Tabla 3.6. Valores de IAE, trayectoria tipo Circular

CONTROLADOR	IAE
TIPO PID	5.16
SMC Proporcional	3.31
SMC Integral	6.151

El controlador SMC Proporcional presenta mejor rendimiento, al tener menor índice de IAE en relación con el controlador tipo PID.

3.3 Prueba 3: Desempeño del controlador tipo PID y SMC en trayectoria cuadrada

Se comprueba el funcionamiento de los controladores tipo PID y SMC con la planta cinemática, cuando en el eje z (altura) es constante y variable. Posteriormente se analizará los parámetros de desempeño de los controladores.

Las condiciones iniciales del efector final se muestran en la Tabla 3.7. El tiempo de simulación es 40 segundos.

Tabla 3.7. Posiciones iniciales del efector final

$x_{ee}\ [m]$	$y_{ee}\ [m]$	$z_{ee}\ [m]$
2.2	1.2	2.2

Altura constante

Su trayectoria se describe en la Tabla 3.8.

Tabla 3.8. Trayectoria tipo cuadrada

$x\ [m]$	$y\ [m]$	$z\ [m]$
$\begin{cases} \frac{1}{2}t, & 0 \leq t < 10 \\ 9, & 0 \leq t < 20 \\ -\frac{1}{2}t + 18, & 20 \leq t < 30 \\ 0, & 30 \leq t < 40 \end{cases}$	$\begin{cases} 0, & 0 \leq t < 10 \\ \frac{1}{2}t - 9, & 0 \leq t < 20 \\ 9, & 20 \leq t < 30 \\ -\frac{1}{2}t + 36, & 30 \leq t < 40 \end{cases}$	2.2

En la Figura 3.13 se muestra el seguimiento de trayectoria del manipulador aéreo para el controlador tipo PID y el controlador SMC, con altura constante. Como se puede apreciar en el gráfico, el manipular aéreo alcanza la trayectoria.

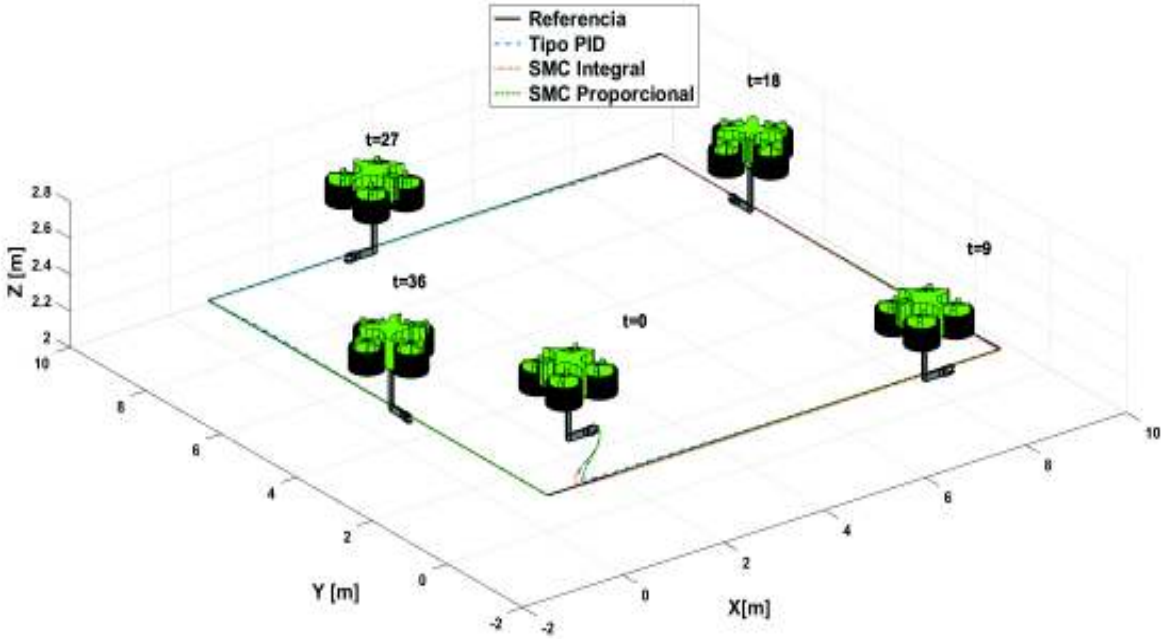


Figura 3.13. Seguimiento de trayectoria tipo cuadrada, $eje\ z = cte$.

En la Figura 3.14, se muestra el error producido en la posición x, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

Tipo PID

Figura 3.14. Análisis de error en la posición x, trayectoria tipo cuadrada.

En la Figura 3.15, se muestra el error producido en la posición y, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

Tipo PID

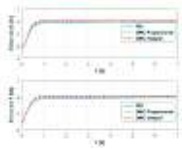


Figura 3.15. Análisis de error en la posición y, trayectoria tipo cuadrada.

La Tabla 3.9. muestra los valores de IAE en el seguimiento de trayectoria tipo Cuadrada para cada controlador.

Tabla 3.9. Valores de IAE, trayectoria tipo cuadrada

CONTROLADOR	IAE
TIPO PID	2.532
SMC Proporcional	1.167
SMC Integral	2.181

El controlador SMC Proporcional presenta mejor rendimiento, al tener menor índice de IAE en relación con el controlador tipo PID.

Altura variable

Su trayectoria se describe a continuación, ver Tabla 3.10.

Tabla 3.10. Trayectoria cuadrada – z variable

$x\ [m]$	$y\ [m]$	$z\ [m]$
$\begin{cases} \frac{1}{2}t, & 0 \leq t < 10 \\ 9, & 0 \leq t < 20 \\ -\frac{1}{2}t + 18, & 20 \leq t < 30 \\ 0, & 30 \leq t < 40 \end{cases}$	$\begin{cases} 0, & 0 \leq t < 10 \\ \frac{1}{2}t - 9, & 0 \leq t < 20 \\ 9, & 20 \leq t < 30 \\ -\frac{1}{2}t + 36, & 30 \leq t < 40 \end{cases}$	$0.5\cos(0.2t)$

En la Figura 3.16 se muestra el seguimiento de trayectoria del manipulador aéreo para el controlador tipo PID y el controlador SMC, con altura variable. Como se puede apreciar en el gráfico, el manipular aéreo alcanza la trayectoria.

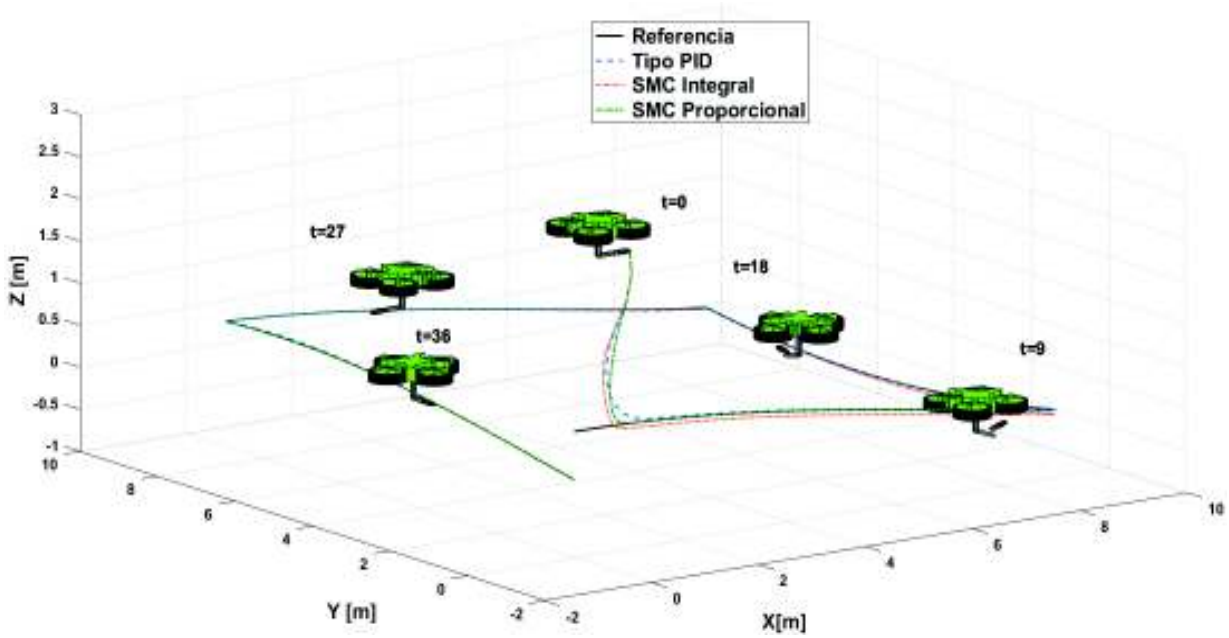


Figura 3.16. Seguimiento de trayectoria tipo cuadrada, $eje\ z \neq cte$.

En la Figura 3.17, se muestra el error producido en la posición x, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

Tipo PID

Figura 3.17. Análisis de error en la posición x, trayectoria tipo cuadrada.

En la Figura 3.18, se muestra el error producido en la posición y, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

Tipo PID

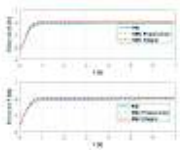


Figura 3.18. Análisis de error en la posición y, trayectoria tipo cuadrada.

En la Figura 3.19, se muestra el error producido en la posición z, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

Figura 3.19. Análisis de error en la posición z, trayectoria tipo cuadrada.

La Tabla 3.11. muestra los valores de IAE en el seguimiento de trayectoria Cuadrada para cada controlador.

Tabla 3.11. Valores de IAE, trayectoria tipo cuadrada

CONTROLADOR	IAE
TIPO PID	3.322
SMC Proporcional	1.848
SMC Integral	3.471

El controlador SMC Proporcional presenta mejor rendimiento, al tener menor índice de IAE en relación con el controlador tipo PID.

3.4 Prueba 4: Desempeño del controlador tipo PID y SMC en trayectoria forma de ocho

Se comprueba el funcionamiento de los controladores tipo PID y SMC con la planta cinemática, cuando en el eje z (altura) es constante y variable. Posteriormente se analizará los parámetros de desempeño de los controladores.

Las condiciones iniciales del efector final se muestran en la Tabla 3.12. El tiempo de simulación es 40 segundos.

Tabla 3.12. Posiciones iniciales del efector final

x_{ee} $[m]$	y_{ee} $[m]$	z_{ee} $[m]$
2.2	1.2	2.2

Altura constante

Su trayectoria se describe en la Tabla 3.13.

Tabla 3.13. Trayectoria tipo ocho

$x\ [m]$	$y\ [m]$	$z\ [m]$
$4\sin(0.321t)$	$8\sin(0.1605t)$	2.2

En la Figura 3.20 se muestra el seguimiento de trayectoria del manipulador aéreo para el controlador tipo PID y el controlador SMC, con altura constante. Como se puede apreciar en el gráfico, el manipular aéreo alcanza la trayectoria deseada.

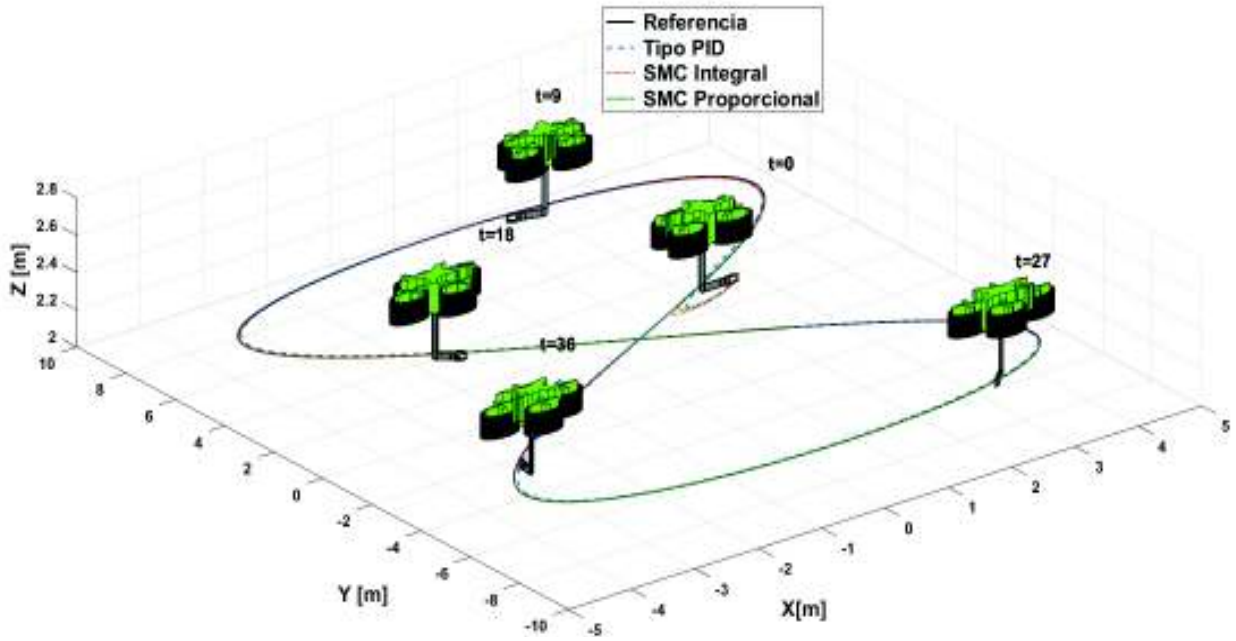


Figura 3.20. Seguimiento de trayectoria tipo ocho, $eje\ z = cte$.

En la Figura 3.21, se muestra el error producido en la posición x, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

Tipo PID

Figura 3.21. Análisis de error en la posición x, trayectoria tipo ocho.

En la Figura 3.22, se muestra el error producido en la posición y, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

Figura 3.22. Análisis de error en la posición y, trayectoria tipo ocho.

La Tabla 3.14. muestra los valores de IAE en el seguimiento de trayectoria tipo Ocho para cada controlador.

Tabla 3.14. Valores de IAE, trayectoria tipo ocho

CONTROLADOR	IAE
TIPO PID	3.35
SMC Proporcional	1.05
SMC Integral	1.78

El controlador SMC Proporcional presenta mejor rendimiento, al tener menor índice de IAE en relación con el controlador tipo PID.

Altura variable

Su trayectoria se describe a continuación, ver Tabla 3.15.

Tabla 3.15. Trayectoria tipo ocho – z variable

$x\ [m]$	$y\ [m]$	$z\ [m]$
$4\sin(0.321t)$	$8\sin(0.1605t)$	$0.5\cos(0.2t)$

En la Figura 3.23 se muestra el seguimiento de trayectoria del manipulador aéreo para el controlador tipo PID y el controlador SMC, con altura variable. Como se puede apreciar en el gráfico, el manipular aéreo alcanza la trayectoria.

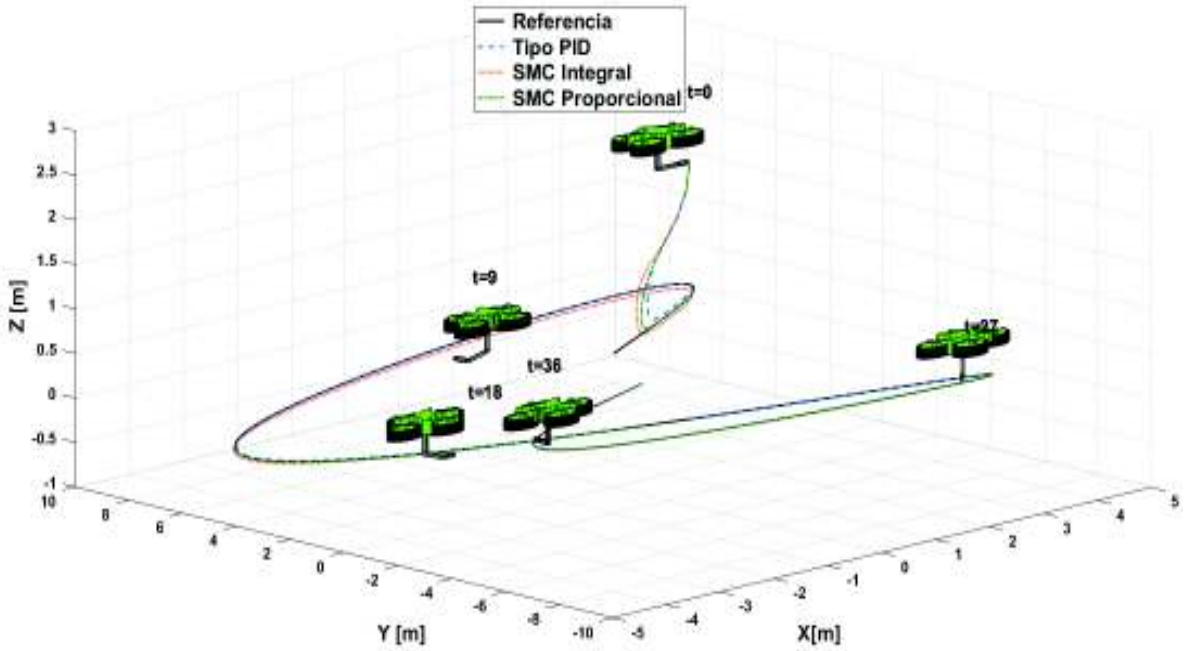


Figura 3.23. Seguimiento de trayectoria tipo ocho, $eje\ z \neq cte$.

En la Figura 3.24, se muestra el error producido en la posición x, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

Tipo PID

Figura 3.24. Análisis de error en la posición x, trayectoria tipo ocho.

En la Figura 3.25, se muestra el error producido en la posición y, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

Tipo PID

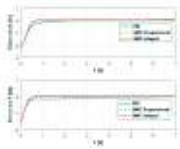


Figura 3.25. Análisis de error en la posición y, trayectoria tipo ocho.

En la Figura 3.26, se muestra el error producido en la posición z, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

Tipo PID

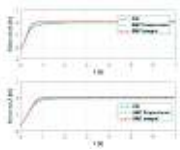


Figura 3.26. Análisis de error en la posición z, trayectoria tipo ocho.

La Tabla 3.16. muestra los valores de IAE en el seguimiento de trayectoria Ocho para cada controlador.

Tabla 3.16. Valores de IAE, trayectoria tipo ocho

CONTROLADOR	IAE
TIPO PID	4.106
SMC Proporcional	1.719
SMC Integral	3.026

El controlador SMC Proporcional presenta menor índices de IAE en comparación al controlador Tipo PID, esto representa que tiene, mejor rendimiento.

3.5 Prueba 5: Desempeño del controlador tipo PID y SMC en trayectoria senoidal

Se comprueba el funcionamiento de los controladores tipo PID y SMC con la planta cinemática, cuando en el eje z (altura) es constante y variable. Posteriormente se analizará los parámetros de desempeño de los controladores.

Las condiciones iniciales del efector final se muestran en la Tabla 3.17. El tiempo de simulación es 40 segundos.

Tabla 3.17. Posiciones iniciales del efector final

$x_{ee}\ [m]$	$y_{ee}\ [m]$	$z_{ee}\ [m]$
2.2	1.2	2.2

Altura constante

Su trayectoria se describe en la Tabla 3.18.

Tabla 3.18. Trayectoria tipo senoidal

$x\ [m]$	$y\ [m]$	$z\ [m]$
$0.825t$	$5\sin(0.20)$	2.2

En la Figura 3.27 se muestra el seguimiento de trayectoria del manipulador aéreo para el controlador tipo PID y el controlador SMC, con altura constante.

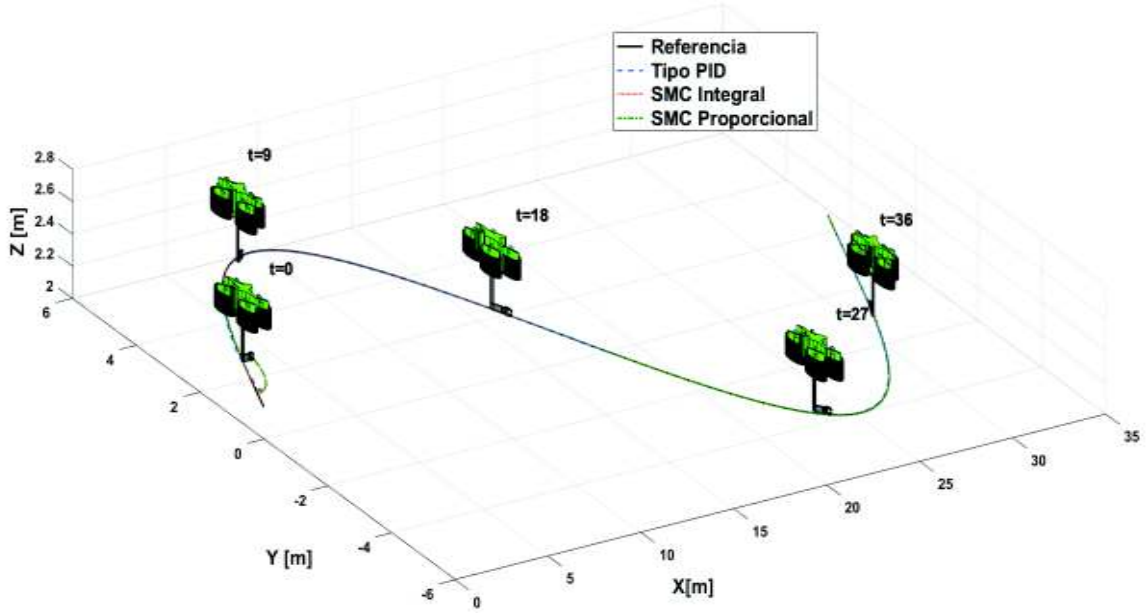


Figura 3.27. Seguimiento de trayectoria tipo senoidal, $eje\ z = cte$.

Como se puede apreciar en el gráfico, el manipular aéreo alcanza la trayectoria.

En la Figura 3.28, se muestra el error producido en la posición x, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

Figura 3.28. Análisis de error en la posición x, trayectoria tipo senoidal.

En la Figura 3.29, se muestra el error producido en la posición y, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

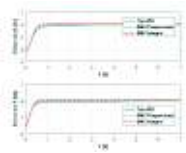


Figura 3.29. Análisis de error en la posición y, trayectoria tipo senoidal.

La Tabla 3.19. muestra los valores de IAE en el seguimiento de trayectoria tipo Senoidal para cada controlador.

Tabla 3.19. Valores de IAE, trayectoria tipo senoidal

CONTROLADOR	IAE
TIPO PID	2.09
SMC Proporcional	1.06
SMC Integral	1.93

El controlador SMC Proporcional presenta menor índices de IAE en comparación al controlador Tipo PID, esto representa que tiene, mejor rendimiento.

Altura variable

Su trayectoria se describe a continuación, ver Tabla 3.20.

Tabla 3.20. Trayectoria tipo senoidal – z variable

$x\ [m]$	$y\ [m]$	$z\ [m]$
$0.825t$	$5\sin(0.20t)$	$0.5\cos(0.2t)$

En la Figura 3.30 se muestra el seguimiento de trayectoria del manipulador aéreo para el controlador tipo PID y el controlador SMC, con altura variable. Como se puede apreciar en el gráfico, el manipular aéreo alcanza la trayectoria.

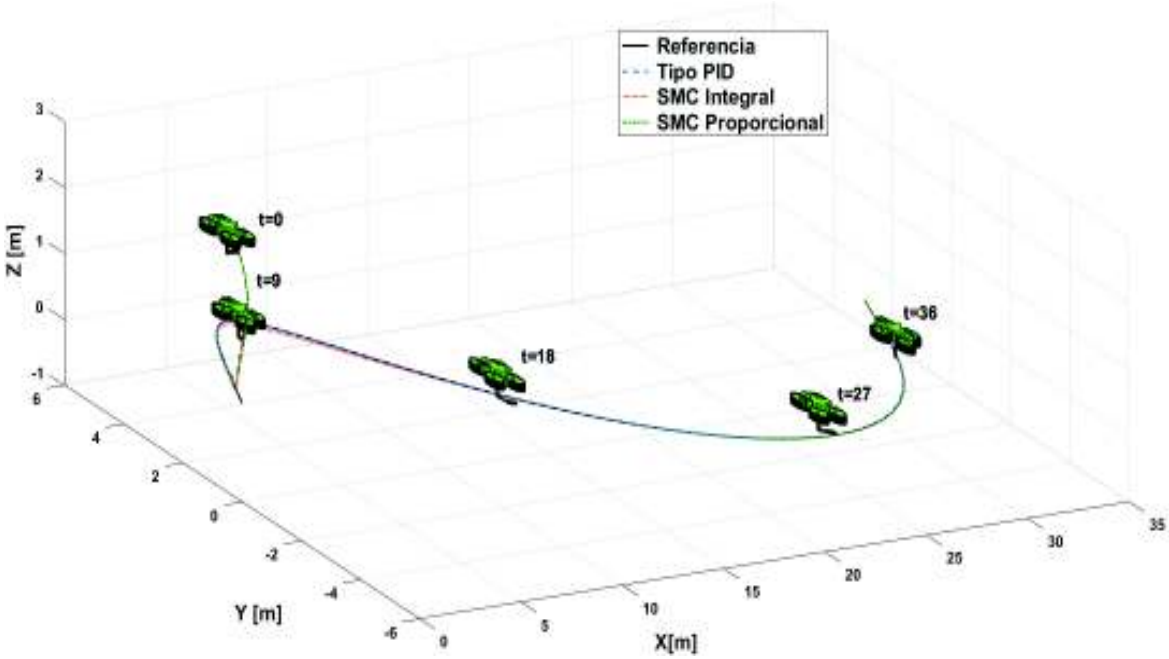


Figura 3.30. Seguimiento de trayectoria tipo senoidal, $eje\ z \neq cte$.

En la Figura 3.31, se muestra el error producido en la posición x, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

Figura 3.31. Análisis de error en la posición x, trayectoria tipo senoidal.

En la Figura 3.32, se muestra el error producido en la posición y, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

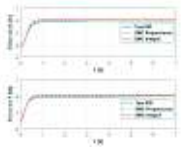


Figura 3.32. Análisis de error en la posición y, trayectoria tipo senoidal.

En la Figura 3.33, se muestra el error producido en la posición z, se observa que, en los tres controladores, el robot alcanza la trayectoria deseada.

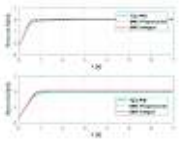


Figura 3.33. Análisis de error en la posición z, trayectoria tipo senoidal.

La Tabla 3.21. muestra los valores de IAE en el seguimiento de trayectoria Senoidal para cada controlador.

Tabla 3.21. Valores de IAE, trayectoria tipo senoidal

CONTROLADOR	IAE
TIPO PID	2.85
SMC Proporcional	1.72
SCMC Integral	3.20

El controlador SMC Proporcional presenta mejor rendimiento, al tener menor índice de IAE en relación con el controlador tipo PID.

4. CONCLUSIONES

- Se estudio el modelo cinemático del cuadricóptero y manipulador de 3 GDL, para determinar el modelo cinemático del Manipulador Aéreo verificándose su correcto funcionamiento en lazo abierto.
- Se diseñó controladores para seguimiento de trayectoria de un Manipulador Aéreo, basadas en control tipo PID y control por modos deslizantes, se verifico un buen desempeño de los controladores.
- Los controladores de seguimiento de trayectoria diseñados fueron implementados en el software Matlab, permitiendo realizar pruebas a nivel de simulación de los controladores.
- Se desarrolló una interfaz gráfica, mediante el editor de diseño de GUIDE – Matlab, para simular el comportamiento del Manipulador Aéreo con los controladores implementados.
- Por medio de los criterios de Lyapunov, se pudo analizar la estabilidad de los controladores, los mismos que se han corroborado mediante simulaciones.

RECOMENDACIONES

- Se recomienda utilizar métodos para optimizar el funcionamiento de los controlares ya que sus parámetros de ajuste se realizaron de manera heurística.
- Se recomienda continuar con el estudio para el modelo dinámico del manipulador aéreo.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] S. May, "NASA," 04 Agosto 2017. [Online]. Available: https://www.nasa.gov/audience/forstudents/k-4/stories/nasa-knows/what_is_robotics_k4.html.

[2] K. Oussama, "Stanford Engineering Everywhere," 21 Marzo 2008. [Online]. Available: https://see.stanford.edu/Course/CS223A. [Accessed 06 noviembre 2017].

[3] V. G. Fernández, "Control automatizado y robótica," marzo 2002. [Online]. Available: http://platea.pntic.mec.es/vgonzale/cyr_0204/cyr_01/index.htm. [Accessed 06 November 2017].

[4] Mayank, "Basic Parts of a Robot," 18 Junio 2012. [Online]. Available: http://maxembedded.com/2012/06/basic-parts-of-a-robot/.

[5] D. Mihai, "Standards and Classifications of Industrial Robots," in Smashingrobotics, 2014.

[6] ISO8373, "Industrial robots - definition and classification," in International Federation of Robotics IFR, 2012.

[7] S. G. Tzafestas, Introduction to Mobile Robot Control, 2013.

[8] E. Santana, "XDRONES-UAVs-RPAs," 06 enero 2017. [Online]. Available: http://www.xdrones.es/.

[9] P. Castillo, R. Lozano and A. Dzul, "Modelling and Control of Mini Flying Machines," in Springer, London, 2005.

i[10] J. M. B. Domínguez, "Quadrotor prototype," Universidad Técnica de Lisboa, 2009.

[11] F. Sabatino, "Quadrotor control: modeling, nonlinear control design, and simulation.," KTH Electrical Engineering, Estocolmo, 2015.

[12] S. Swanson. "The Quadcopter Class," UC San Diego Jacobs School of Engineering, 2016.

[13] V. Espinoza and V. Moya, "Diseño y simulación de un algoritmo de control robusto para la formación de cuadricópteros," Escuela Politécnica Nacional, Quito, 2016.

[14] "Robótica del Brazo Manipulador. Capítulo II," [Online]. Available: http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/msp/florencia_y_an/capitulo2.pdf.

[15] "Robot Manipulador industrial," [Online]. Available: https://es.scribd.com/document/50201805/Robot-Manipulador-industrial.

[16] B. Antonio, L. F. Peñín, C. Balaguer and R. Aracil, Fundamentos de Robótica, Madrid, 2 Edición.

[17] P. Fernández, "Configuraciones de Robots Industriales," Avances tecnológicos de la Robótica Industrial, 15 abril 2009. [Online]. Available: http://roboticaindustrial2009.blogspot.com/2009/04/configuraciones-de-robots-industriales_15.html.

[18] G. Heredia, "Diseño, fabricación y pruebas de un manipulador aéreo de 6 GDL para la construcción de estructuras de barras con UAS.," in Dep. Ingeniería de Sistemas y Automática. Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla, 2015.

[19] O. Camacho and C. Smith, "Sliding mode control: an approach to regulate nonlinear chemical processes," ISA Transactions, vol. 39, pp. 205-218, 2000.

[20] E. Martínez, "Controladores Automáticos," in Instituto Universitario Politécnica "Santiago Mariño", Maturín, 2013.

[21] J. A. Sánchez, Instrumentación y control avanzado de procesos, España, 2006. [1] [2]

[22] V. Mazzone, «Control Automático 1. Automatización y Control Industrial,» Universidad Nacional de Quilmes, Marzo 2002.

[23] V. Mazzone, «Sistemas de Control Automático,» Universidad Nacional de Quilmes, Marzo 2002.

[24] D.Mellinguer, L. Quentin, S. Michael & V. Kumar. Design, Modeling, Estimation and Control for Aerial Grasping and Manipulation. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, (pp. 2668-2673). San Francisco, 2011.

[25] L. Mello, B. Adorno, & G. Raffo. Whole-Body modeling and control of an unmanned aerial manipulator. XII Simposio Brasileiro de Automação Inteligente, (pp. 969-974). Brasil, 2015.

[26] H. Yang, & D. Lee. Hierarchical Cooperative Control Framework of Multiple Quadrotor-Manipulator Systems. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), (pp. 4656-4662). Seattle, Washington, 2015.

[27] A. Ollero Baturone. Robótica manipuladores y robots móviles. Marcombo,S.A. 2001.

[28] J. Legarreta, & R. Martínez. Modelado geométrico y cinemático del robot. [En línea]. Available: http://ocw.ehu.eus/pluginfile.php/15326/mod_recourse/content8/T5%20CINEMATICA %20OCW_Revision.pdf.

[29] Geometría y cinemática. Control y programación de Robots. [En línea]. Available: http://www.esi2.us.es/~vivas/ayr2iaei/CIN_ROB.pdf

[30] Cinemática de Robots. Prácticas de Robótica utilizando Matlab. [En línea]. Available: http://nbio.umh.es/files/2012/04/practica2.pdf

[31] J. Ramírez. Control predictivo basado en modelo no lineal por modo dual viable. Universidad Nacional de Colombia, 2011.

[32] O. Camacho. Apuntes de control de procesos industriales. Escuela Politécnica Nacional, octubre, 2014.

[33] L. Herrera y J. Suárez, Seguimiento de trayectoria mediante tres estrategias de control basado en espacio nulo, control en modo deslizante (SMC) y tipo PID aplicadas a una formación de manipuladores móviles. Quito, 2016.

[34] R. Guamán y W. Lozada, Control de posición y seguimiento de trayectorias de un manipulador móvil de 3 grados de libertad. Quito, 2016

[35] G. Gómez y L. Reidl, Metodología de investigación. Universidad Nacional Autónoma de México.

[36] N. Llanos, Clases y tipos de investigación y sus características. Universidad América, Bogotá, 2011.

[37] R. Jiménez. Metodología de la investigación. Editorial ciencias médicas, La Habana, 1998.

6. ANEXOS

ANEXO I

Programación en Simulink del Manipulador Aéreo

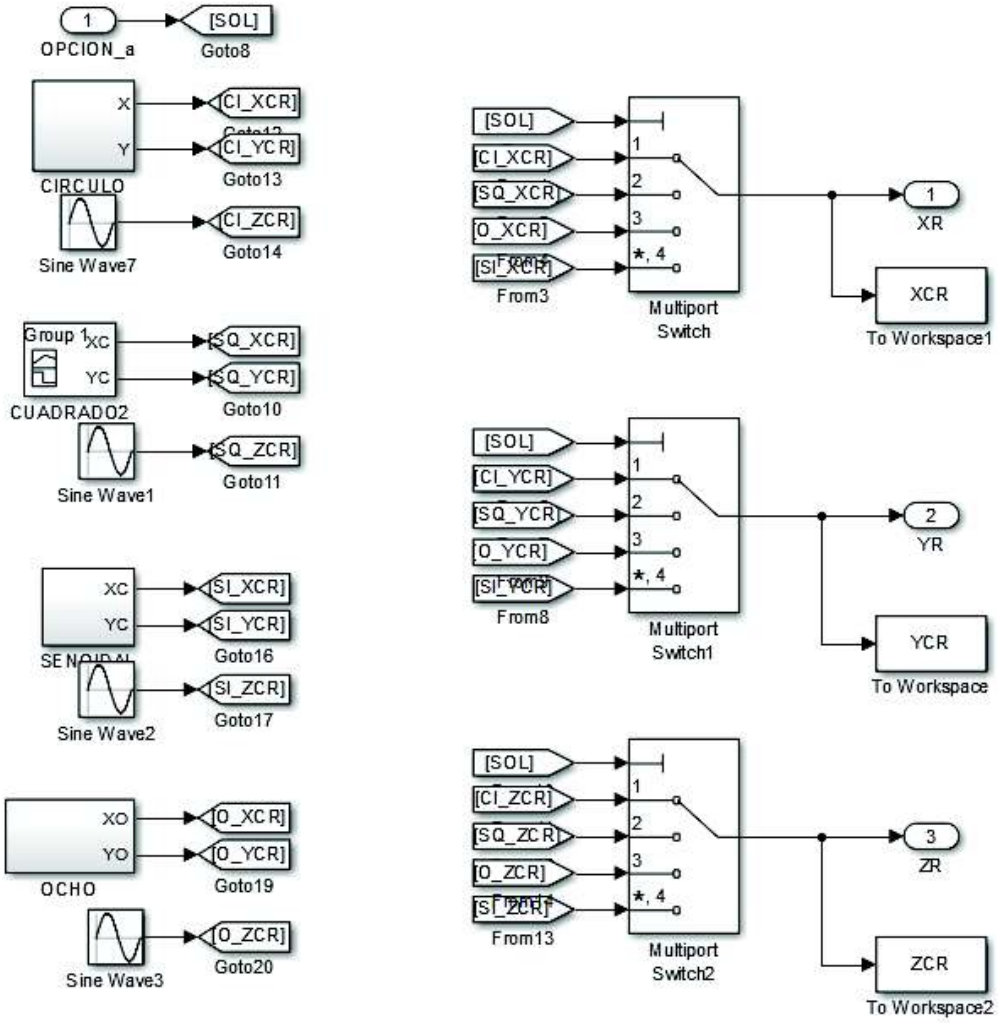


Figura 6.1 Generación de las cuatro trayectorias

ANEXO II

Programación en Simulink del Manipulador Aéreo

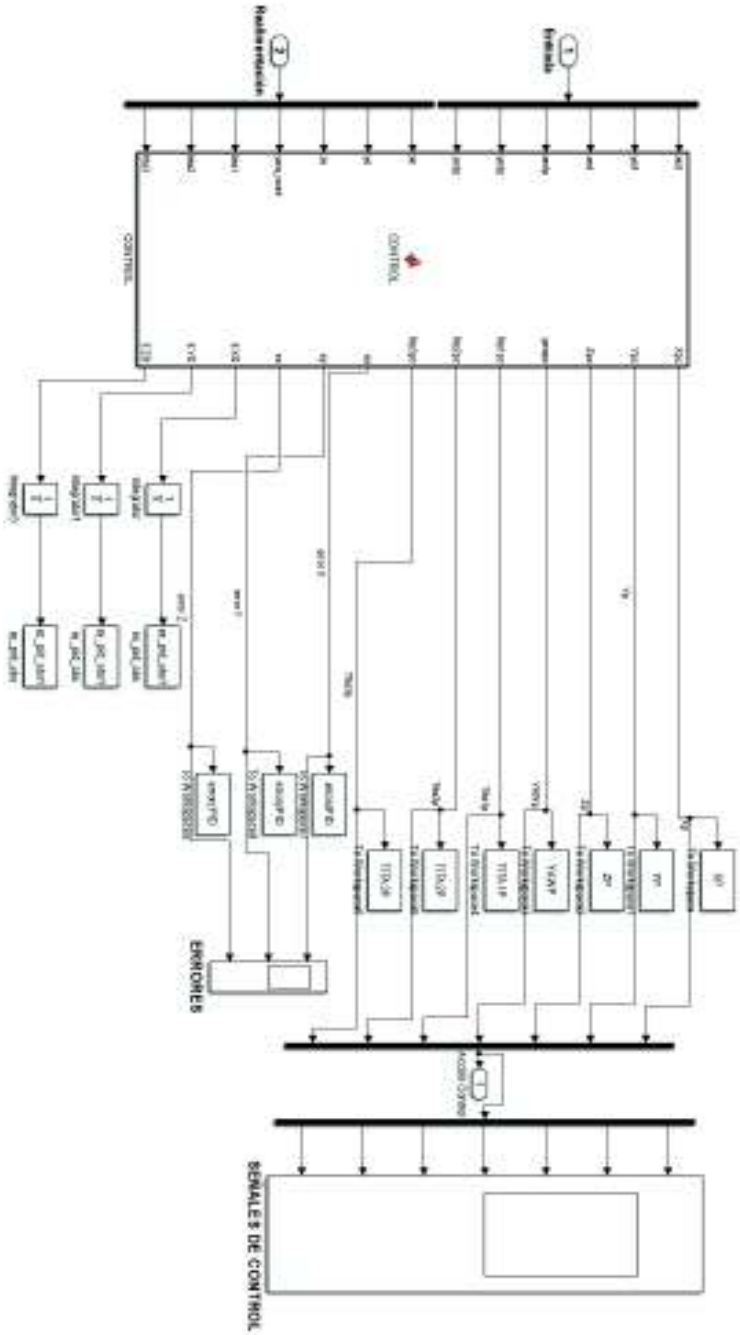


Figura 6.2 Control tipo PID para el manipulador aéreo.

ANEXO III

Programación en Simulink del Manipulador Aéreo

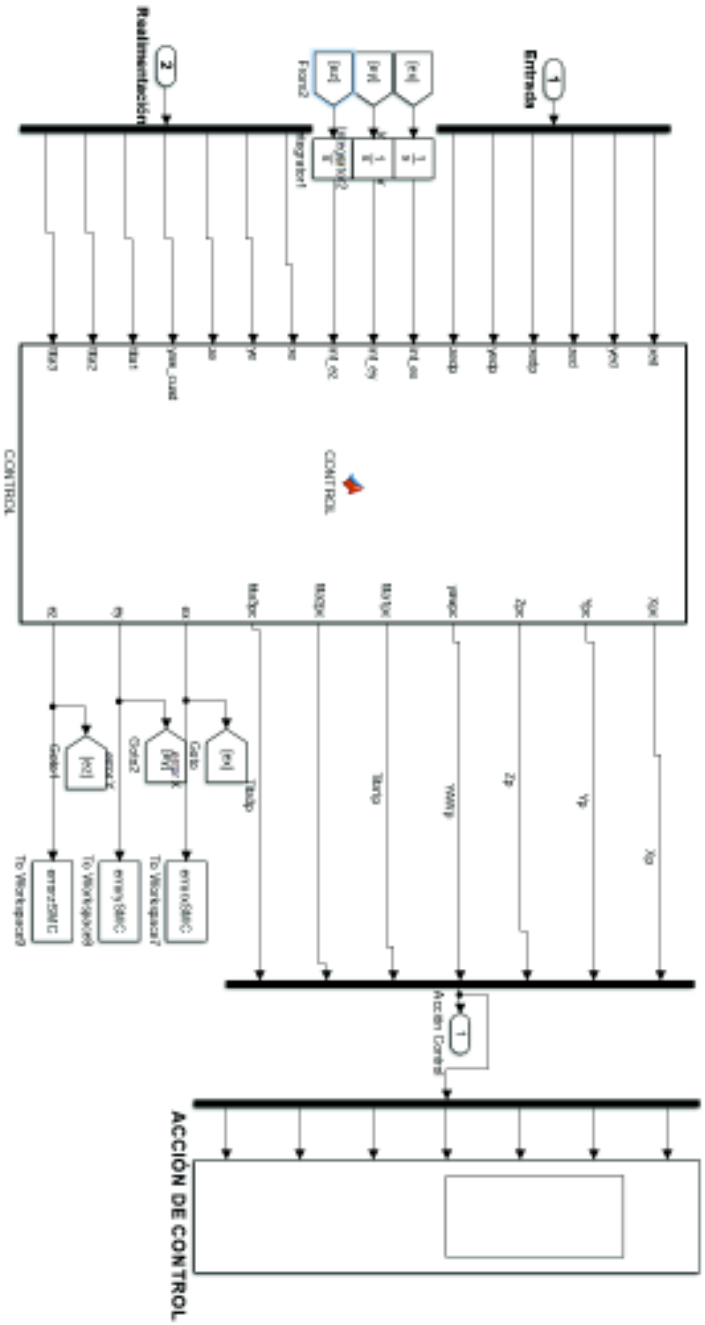


Figura 6.3 Control SMC para el manipulador aéreo.

ANEXO VI

Manual de usuario de la interfaz gráfica

1. Disponer el programa MATLAB R2016a.

2. Abrir la carpeta “Manipulador Aéreo”.

3. Dar clic derecho en el archivo CARATULA1.m y presionar en RUN, ver Figura 6.4, ejecutándose la ventana principal.

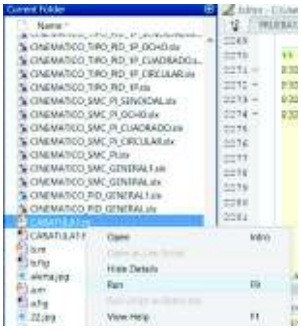


Figura 6.4. Archivo de inicio de la Interfaz

4. Una vez ejecutado el archivo CARATULA1.m, se muestra la pantalla mostrada en la Figura 6.5, es la portada en la interfaz de usuario. Para continuar presione el MENÚ y en caso contrario presione en la opción SALIR.

Figura 6.5. Ventana de la Portada de la interfaz de usuario

5. En la Figura 6.6 se presenta la pantalla de simulación de los controladores de un manipulador aéreo, contiene las configuraciones y botones necesarios para llevar acabo la simulación.

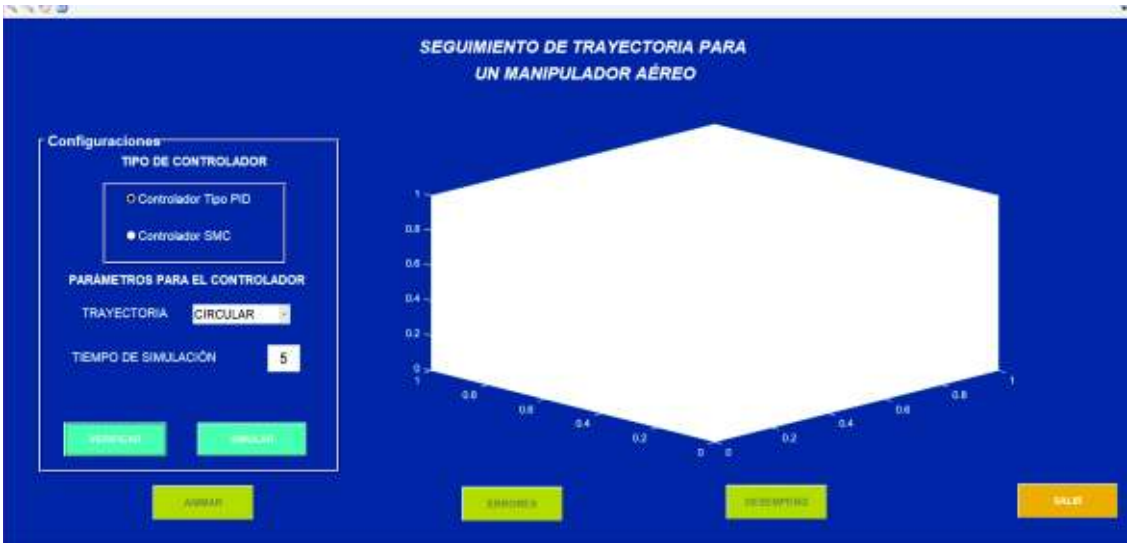


Figura 6.6. Ventana de presentación

6. Dentro del panel de configuraciones se define algunos parámetros, los mismos que deben ser ingresados en este orden:

- **Tipo de controlador:** elegir entre dos tipos de controlador:
    - Controlador tipo PID o,
    - Controlador SMC.
- **Trayectoria:** definir la trayectoria a seguir por el manipulador aéreo, se puede seleccionar entre 4 tipos de trayectoria:
    - Circular,
    - Cuadrada,
    - En forma de ocho o
    - Senoidal
- **Tiempo:** establecer el tiempo de simulación, en segundos [s], dado hasta 40[s].

7. Posteriormente presionar el botón VERIFICAR, el mismo que leerá si todos los campos de los parámetros han sido cubiertos, en caso de no estar completa la información saldré un mensaje de aviso.

Figura 6.7 Aviso

8. Presionar el botón SIMULAR, ejecuta el controlador escogido por el usuario, internamente el sistema implementado empieza a ser evaluado bajo los parámetros ya establecidos.

9. Para ver la simulación en un entorno 3D, presionar el botón ANIMAR.

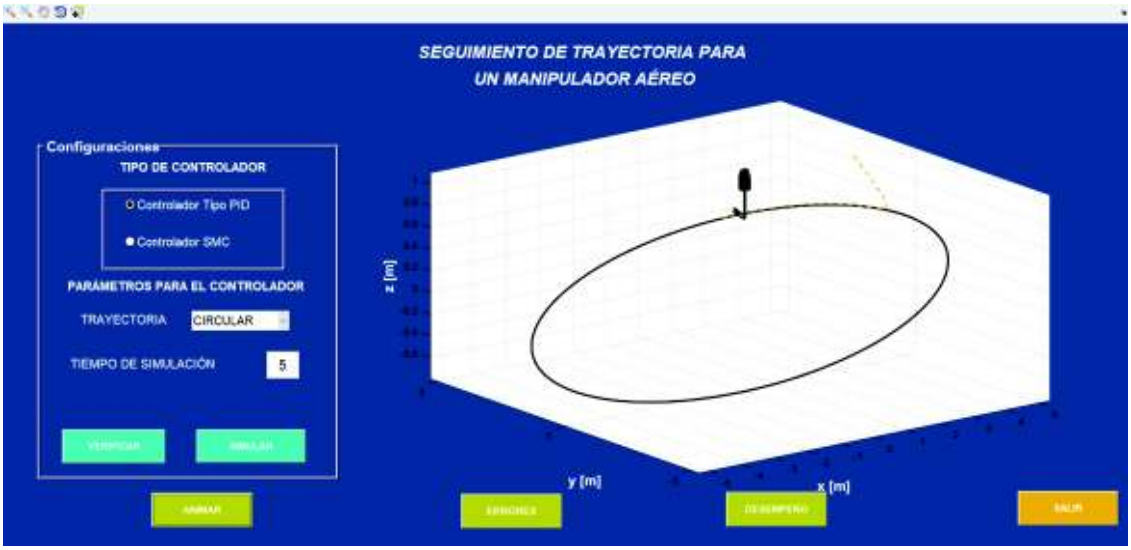


Figura 6.8 Ventana de simulación en entorno 3D del Manipulador Aéreo

10. Al terminar la animación, se activará el botón ERRORES, pudiendo visualizar las gráficas de los mismo.

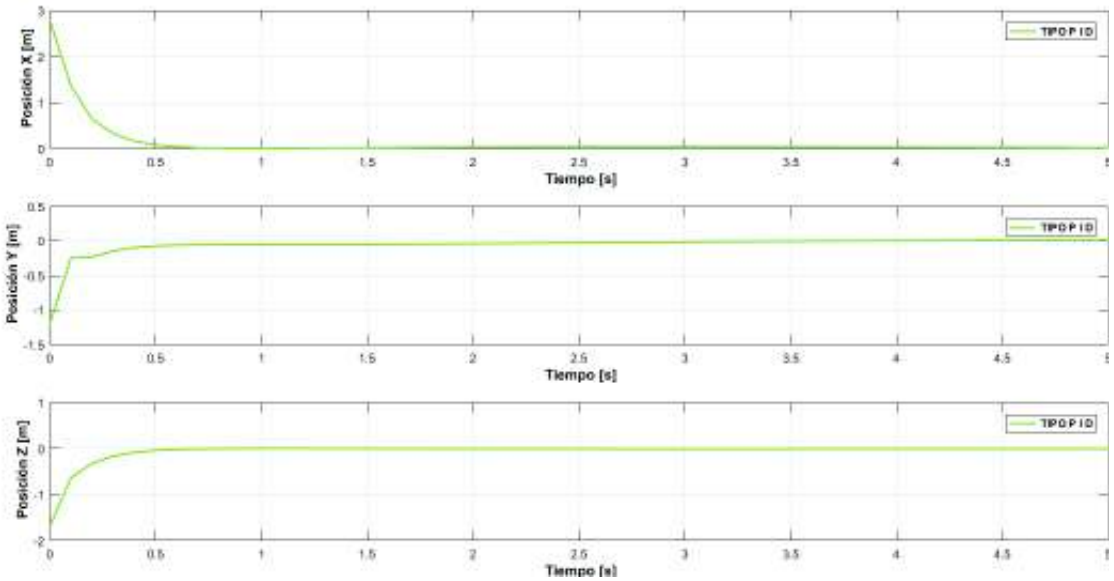


Figura 6.9 Ventana de visualización de errores

11. El botón DESEMPEÑO dirige a una ventana, donde se podrá visualizar el desempeño del robot en cada uno de las posiciones con cada uno de los controladores empleados al presionar sobre cada uno de ellos y podrá visualizar el desempeño IAE al presionar PARÁMETROS DE RENDIEMINTO

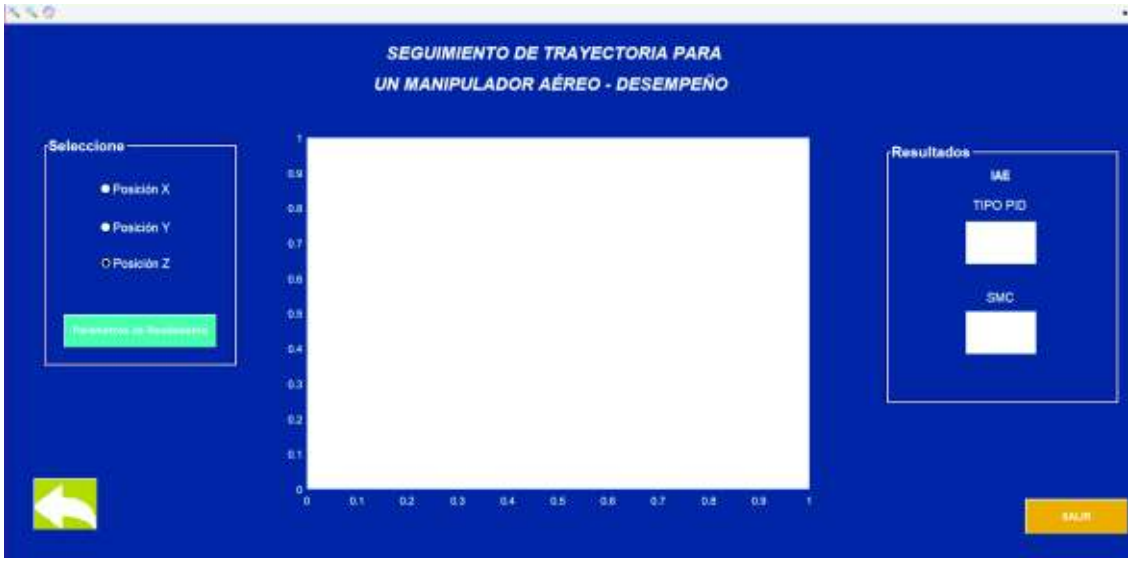


Figura 6.10 Ventana de desempeño entre controlador tipo PID y SMC

12. Podrá regresar a la ventana inicial, presionando la flecha o cerrar todas las ventanas de la interfaz presionando SALIR.

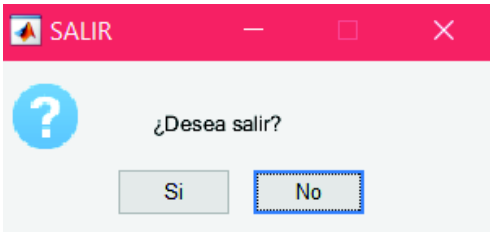


Figura 6.11 Botón Salir

ORDEN DE EMPASTADO