

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

ESTUDIO DE POTENCIAL ELÉCTRICO ALREDEDOR DE UN ELECTRODO DE PUESTA TIERRA UBICADO EN UN SUELO DE VARIAS CAPAS MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
INGENIERO ELÉCTRICO**

DAVID PATRICIO MORALES ALVAREZ

davidmoralesepn@gmail.com

DIRECTOR: ING. FAUSTO RAMIRO VALENCIA ARCOS, MSc.

fausto.valencia@epn.edu.ec

Quito, febrero 2018

AVAL

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por David Patricio Morales Alvarez, bajo mi supervisión.

Fausto Ramiro Valencia Arcos, MSc.

DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Yo David Patricio Morales Alvarez, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

DAVID MORALES ALVAREZ

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mi familia, en especial a mi mamá, quien ha sido un eje fundamental en mi vida para llegar a ser lo que soy. A todos mis amigos que me han apoyado y motivado para terminar este trabajo.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a mi Dios Jehová por la vida y las capacidades que me ha dado para culminar esta etapa de mi vida. A mi madre, por ser una mujer luchadora que trabajó duro por darnos a mí y mis hermanos lo mejor que pudo, y a quien también le debo este triunfo. A mi abuelita por su apoyo condicional y cariño. A mis hermanos y amigos, quienes entre risas y llanto han sido un apoyo enorme.

ÍNDICE DE CONTENIDO

AVAL.....	I
DECLARACIÓN DE AUTORÍA.....	II
DEDICATORIA.....	III
AGRADECIMIENTO.....	IV
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	V
RESUMEN.....	VIII
ABSTRACT.....	IX
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Objetivos.....	1
1.2 Alcance.....	2
1.3 Marco Teórico.....	2
1.3.1. Resistencia eléctrica y Resistencia de Puesta a Tierra.....	2
1.3.2. Resistividad del suelo.....	2
1.3.3. Medición de la resistividad del suelo.....	4
1.3.4. Planteamiento del problema electrostático.....	6
1.3.5. Modelamiento del suelo.....	9
1.3.6 Aplicación de métodos numéricos para la solución de la Ecuación de Laplace.....	15
1.3.7. Solución de la Ecuación de Laplace mediante el método de elementos finitos.....	16
2. METODOLOGÍA.....	27
2.1. Planteamiento del caso base.....	27
2.2. Metodología de análisis.....	28
2.3. Implementación del problema en FEMM.....	29
2.3.1. Implementación de la geometría del problema.....	30
2.3.2. Discretización del dominio.....	34
2.3.3. Solución del problema.....	34
2.4. Recopilación de datos.....	36
2.4.1. Determinación de voltaje de paso.....	36
2.4.2. Influencia en un electrodo cercano.....	37
2.4.3. Determinación de resistividad aparente.....	37
2.5. Análisis comparativo entre modelos de suelo.....	39

2.5.1.	Comparación con el modelo de suelo uniforme	40
2.5.2.	Comparación con el modelo a dos capas	40
3.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	43
3.1.	Análisis comparativo entre distintas corrientes de descarga	45
3.2.	Resultados para caso A – capa de baja resistividad encerrada entre dos capas de alta resistividad	47
3.2.1.	Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 3 capas para un electrodo vertical	48
3.2.2.	Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 3 capas para un electrodo horizontal.....	50
3.2.3.	Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 3 capas para un electrodo circular	53
3.2.4.	Análisis comparativo entre los tres tipos de electrodo para el modelo de 3 capas	55
3.3.	Resultados para caso B – capa de alta resistividad encerrada entre dos capas de baja resistividad	57
3.3.2.	Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 3 capas para un electrodo horizontal.....	61
3.3.3.	Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 3 capas para un electrodo circular	63
3.3.4.	Análisis comparativo entre los tres tipos de electrodo para el modelo de 3 capas	66
3.4.	Resultados para caso C – capa de alta resistividad en la superficie con capas inferiores de resistividad decreciente	68
3.4.1.	Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 4 capas para un electrodo vertical	69
3.4.2.	Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 4 capas para un electrodo horizontal.....	71
3.4.3.	Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 3 capas para un electrodo circular	74
3.4.4.	Análisis comparativo entre los tres tipos de electrodo para el modelo de 4 capas	76
3.5.	Resultados para caso D – capa de baja resistividad en la superficie con capas inferiores de resistividad creciente	79
3.5.1.	Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 4 capas para un electrodo vertical	79
3.5.2.	Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 4 capas para un electrodo horizontal.....	82
3.5.3.	Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 4 capas para un electrodo circular	84
3.5.4.	Análisis comparativo entre los tres tipos de electrodo para el modelo de 3 capas	87
4.	CONCLUSIONES	90

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	93
ORDEN DE EMPASTADO	96

RESUMEN

El presente trabajo analiza la influencia que tiene un suelo de varias capas en el comportamiento de un sistema de puesta a tierra bajo condiciones de descarga con tres tipos de electrodos tomados del IEEE Std. 142: una varilla vertical, una horizontal y un electrodo circular. Se enfoca en cuatro parámetros clave: potencial en la superficie, voltaje de paso, resistencia de puesta a tierra y voltaje en un electrodo cercano, todos ellos obtenidos mediante el software de simulación *FEMM* que usa el método de elementos finitos para la solución de la Ecuación de Laplace, que gobierna el problema electrostático. Se demuestra que la utilización de modelos simplificados de una y dos capas introduce importantes errores que llevan a un diseño sobredimensionado o subdimensionado, dependiendo del tipo de suelo, pero que otros casos tiene una exactitud aceptable.

PALABRAS CLAVE: medición de resistividad, método de elementos finitos, modelamiento del suelo, sistemas de puesta a tierra, suelos multicapas.

ABSTRACT

In this work, the influence of a multilayer soil on the behavior of a grounding system under fault conditions is analyzed, with three different shapes of electrodes taken from IEEE Std. 142: vertical and horizontal rods and circular electrode. The approach is on four key parameters: surface potential, step voltage, grounding resistance and voltage in a nearby electrode, obtained by means of the simulation software FEMM, which based on finite element method solves the Laplace equation that governs the electrostatic problem. The errors that representing a multilayer soil with uniform or two-layer models are shown. These errors lead to an oversized or undersized design, depending on the soil type. However, in some cases, these models have an acceptable accuracy.

KEYWORDS: finite elements method, grounding systems, multilayer soil resistivity measuring, soil modelling.

1. INTRODUCCIÓN

Determinar la distribución de potencial eléctrico de un sistema de puesta a tierra ha sido siempre un gran desafío para los ingenieros eléctricos debido a la complejidad matemática del problema. A su vez, de esto depende un diseño adecuado del sistema de puesta a tierra y su correcto funcionamiento en condiciones de falla o de descarga atmosférica. Este asunto es crucial pues se debe garantizar la seguridad de las personas que interactúan con el sistema, el funcionamiento de los equipos eléctricos y en última instancia, asegurar la continuidad del suministro eléctrico.

Las ecuaciones de Laplace y Poisson dentro del marco general de la Teoría Electromagnética desarrollada por Maxwell constituyen el modelo matemático para determinar el potencial eléctrico alrededor del electrodo. Aunque estas ecuaciones son conocidas desde hace bastante tiempo, su complejidad no permite encontrar una solución analítica para sistemas de puesta a tierra con geometrías asimétricas.

Esta es la razón por la que se han desarrollado métodos numéricos que permiten estimar la distribución de potencial eléctrico mediante la discretización del dominio de la función que da solución al problema. Uno de ellos es el método de elementos finitos. Este método ha resultado muy útil y de exactitud aceptable para el cálculo de potenciales en un sinnúmero de problemas. Sin embargo, para el estudio de sistemas de puesta a tierra, se ha asumido, en estudios previos, que el suelo constituye un medio de propiedades electromagnéticas uniformes a cualquier profundidad, o como mucho se han considerado dos capas. En la práctica esto no es verdad pues el suelo tiene varias capas con distintas propiedades y esto afecta directamente a la distribución de potencial alrededor de un electrodo en condiciones de falla o descarga, que a su vez tiene incidencia directa sobre cálculos basados en ese potencial, como el de una tierra remota o la resistencia de puesta a tierra del suelo en análisis.

En este estudio, se presenta un análisis de los equipotenciales y las respectivas diferencias de potencial producidos por una descarga a tierra a través de varios tipos de sistemas de puesta a tierra en un suelo de varias capas.

1.1 Objetivos

1.1.1. Objetivo General

- Analizar el comportamiento de sistemas de puesta a tierra bajo condiciones de descarga en un suelo de varias capas, en presencia de un electrodo cercano.

1.1.2. Objetivos específicos

- Modelar adecuadamente distintos suelos, o medios, en los que se colocará el sistema de puesta a tierra considerando varias capas para que se asemeje más a un suelo real.
- Obtener sistemáticamente las distribuciones de potencial en estos medios modelados con sistemas de puesta a tierra típicos.
- Procesar adecuadamente los datos obtenidos para observar las diferencias con estudios anteriores que no consideraban los suelos de varias capas.
- Documentar tendencias de comportamiento y deducir conclusiones generales para su posterior aplicación en el diseño de puestas a tierra.

1.2 Alcance

Se analizará el comportamiento de electrodos de tres tipos de geometrías, mostradas en la norma IEEE Std. 142, cuando el suelo contiene hasta cuatro capas de diferente resistividad.

1.3 Marco Teórico

El suelo es un conductor natural por el cual fluye la corriente eléctrica inyectada por un sistema de puesta a tierra. Como cualquier conductor, el suelo tiene sus propias características eléctricas, de las cuales, hay dos que determinan el comportamiento del sistema, y que se exponen a continuación.

1.3.1. Resistencia eléctrica y Resistencia de Puesta a Tierra

La resistencia de un conductor es la propiedad que indica cuantitativamente la oposición que este presenta ante el paso de la corriente eléctrica cuando se aplica una diferencia de potencial entre sus dos terminales, y que se mide en Ohmios (Ω). Sin embargo, aunque el suelo es un conductor, este no tiene “terminales” como un cable. Es más bien un medio en el cual la corriente se inyecta mediante un electrodo y que se propaga a través del suelo.

Por esta razón, es necesario definir el concepto de *resistencia de puesta a tierra*, que es la resistencia entre el electrodo del sistema y otro electrodo teórico infinitamente largo colocado a una distancia que tiende al infinito [1].

1.3.2. Resistividad del suelo

La resistividad es una constante de proporcionalidad que depende de la estructura atómica del material para la relación en la longitud de un conductor y el área de la sección del conductor, por lo que se establece la definición básica como:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

Ecuación 1.1. Resistencia eléctrica

Donde:

R es la resistencia eléctrica

ρ es la resistividad

L es la longitud del conductor

A es el área de la sección del conductor

Sin embargo, en el caso del suelo, su resistividad es comparada con la de conductores metálicos clásicos pero es necesario redefinirla como la resistencia eléctrica entre los lados opuestos de un cubo de tierra cuya dimensión es de 1 metro por lado, y se mide en ohmios por metro ($\Omega.m$). Los valores de resistividad del suelo pueden ser muy distintos, desde 1.5 $\Omega.m$ para un suelo húmedo junto a un río, hasta valores superiores a los 10 000 $\Omega.m$ para arena seca o suelos rocosos [2].

Los factores que influyen en la resistividad se pueden resumir como los siguientes [3]:

- Tipo de suelo (granito, arena, roca, ripio, arcilla, etc.)
- Estratificación geológica del suelo
- Humedad
- Temperatura
- Composición química y concentración de sales disueltas

Por ejemplo, en la Figura 1.1 se muestran las curvas de la resistividad en función de la salinidad, la humedad y la temperatura del suelo.

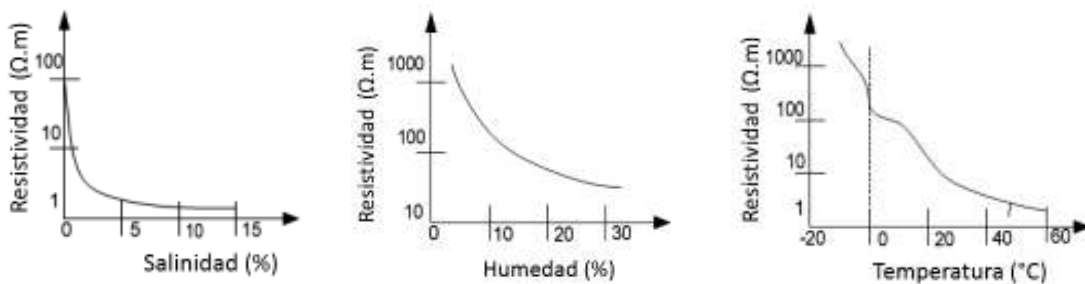


Figura 1.1. Variaciones de la resistividad del suelo [4]

1.3.3. Medición de la resistividad del suelo

Para medir la resistividad existen varios métodos, que consisten básicamente en inyectar una determinada corriente entre dos electrodos colocados externamente a otro par de electrodos de medición del voltaje, todos en línea recta, es decir, enterrados a una misma profundidad.

Esto permite calcular la *resistencia de puesta a tierra*, que no es más que la relación entre el voltaje medido y la corriente inyectada, de acuerdo a la ley de Ohm.

$$R = \frac{V}{I}$$

Ecuación 1.2. Resistencia eléctrica de acuerdo a la ley de Ohm

El principio básico es que si los electrodos de voltaje y los de corriente están ubicados cerca, tal vez a unos pocos metros, entonces las mediciones corresponden a la resistividad de la zona más superficial del suelo, mientras que si los electrodos están colocados mayor distancia, entonces se puede obtener la resistividad del suelo a mayor profundidad. Esta resistividad medida se conoce como *resistividad aparente*. A continuación se exponen dos de los métodos más usados.

1.3.3.1. Método de Wenner

Este método propuesto por F. A. Wenner [5] consiste en mover los cuatro electrodos manteniendo constante la distancia a entre cada par de electrodos adyacentes enterrados a una misma profundidad b [4]. Así, se puede medir la resistividad entre los dos electrodos internos (los de voltaje) que es equivalente a la resistividad promedio a una distancia igual al espaciamiento entre los electrodos adyacentes, por lo que a mayor espaciamiento se mide la resistividad a mayor profundidad.

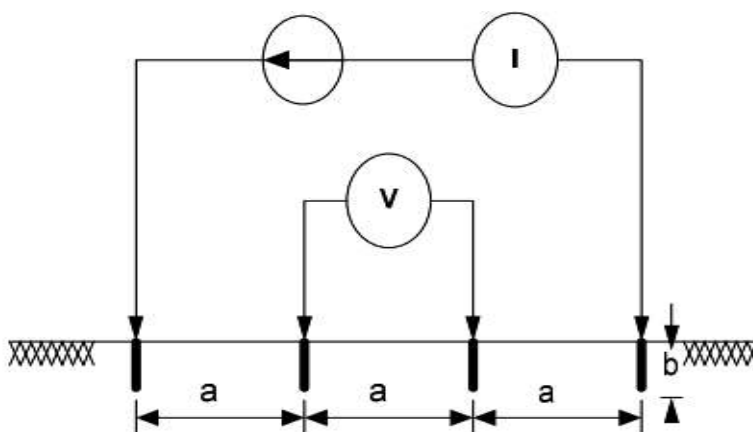


Figura 1.2 Disposición de electrodos y aparatos de medida para el método de Wenner

La Ecuación 1.3 permite calcular la resistividad aparente con base a las mediciones realizadas de acuerdo a la disposición de la Figura 1.2 si es que la relación entre la profundidad que alcanzan los electrodos y el espaciamiento entre ellos es pequeña.

$$\rho_a = \frac{4\pi a R}{1 + \frac{2a}{\sqrt{a^2 + 4b^2}} - \frac{2a}{\sqrt{4a^2 + 4b^2}}}$$

Ecuación 1.3. Resistividad en función del espaciamiento a y la resistencia medida de acuerdo al método de Wenner

Donde:

ρ_a es la resistividad aparente del suelo ($\Omega \cdot m$)

R es la relación óhmica entre el voltaje y la corriente medidos (Ω)

a es el espaciamiento entre electrodos (m)

b es la profundidad a la que llegan los electrodos (m)

En la práctica, el espaciamiento entre electrodos a es mucho mayor a la profundidad de los electrodos b ($a > 106b$) [4], por lo que la Ecuación 1.3 puede simplificarse y se obtiene la Ecuación 1.4.

$$\rho_a = 2\pi a R$$

Ecuación 1.4. Resistividad en función del espaciamiento a y la resistencia medida de acuerdo al método de Wenner, cuando $a \gg b$

Donde:

ρ_a es la resistividad aparente del suelo ($\Omega \cdot m$)

R es la relación óhmica entre el voltaje y la corriente medidos (Ω)

a es el espaciamiento entre electrodos (m)

1.3.3.2. Método de Schlumberger

En este método, los electrodos externos de corriente se mueven cuatro o cinco veces la distancia que se establece para los electrodos internos de voltaje [4]. Esto representa una ventaja en la práctica pues hay menos movimientos de los electrodos internos para efectuar las mediciones en comparación con el método de Wenner. El arreglo de electrodos se muestra en la Figura 1.3.

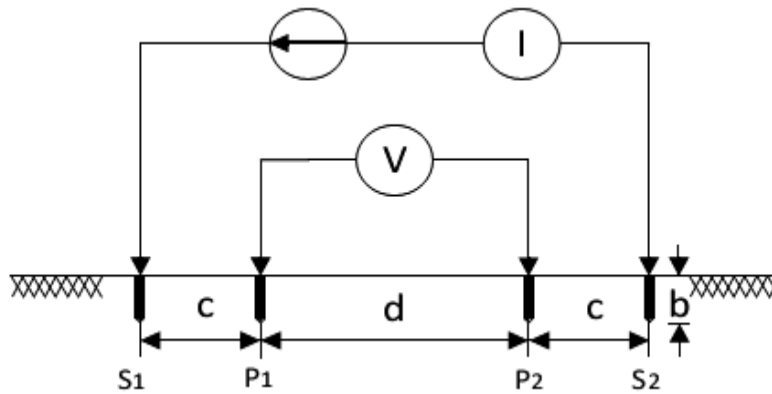


Figura 1.3 Disposición de electrodos y aparatos de medida para el método de Schlumberger [6]

La Ecuación 1.5 permite calcular la resistividad aparente para con este arreglo.

$$\rho_a = \frac{\pi R c^2}{d}$$

Ecuación 1.5. Resistividad aparente de acuerdo al método de Schlumberger

Donde:

ρ_a es la resistividad aparente del suelo ($\Omega \cdot m$)

R es la relación óhmica entre el voltaje y la corriente medidos (Ω)

d es el espaciamiento entre electrodos internos de voltaje (m)

c es el espaciamiento entre un electrodo interno y otro externo adyacentes (m)

1.3.4. Planteamiento del problema electrostático

Los campos eléctricos y de potencial originados por una carga tienen una presencia teórica infinita en el espacio. Sin embargo, para fines prácticos, resulta apropiado delimitar su región de influencia con conductores perfectos que sirven como fronteras, las cuales presentan potenciales constantes. Esto convierte a la determinación del campo y el potencial eléctrico en un problema con valores de frontera en una región dada, sujeta a valores de potencial o densidad de carga en las superficies que forman la frontera [7]. Por lo tanto, las ecuaciones de Poisson y de Laplace resultan adecuadas para modelar matemáticamente el problema, las cuales se deducen fácilmente en base a las ecuaciones de campo de Maxwell. Su desarrollo se presenta en [7]. La Ecuación de Poisson considera una carga volumétrica existente diferente de cero en el medio, mientras que la de Laplace la considera inexistente, por lo que es igual a cero.

Se utilizará la ecuación de Laplace en dos dimensiones, dada por la Ecuación 1.6, ya que el presente estudio se realizará únicamente en el plano y considerando una carga volumétrica igual a cero. Este planteamiento representa muy bien problemas reales de sistemas de puesta a tierra.

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

Ecuación 1.6. Ecuación de Laplace en dos dimensiones (1) en coordenadas rectangulares y (2) en coordenadas polares

1.3.4.1 Condiciones de frontera

Para que se pueda definir completamente el problema, es necesario establecer ciertas condiciones que debe cumplir la función V definida en un dominio Ω . Estas condiciones son conocidas como condiciones de frontera. Existen 3 tipos de condiciones de frontera [8]:

- Condición de primer tipo o de Dirichlet.- El potencial en el contorno de la región es constante:

$$V = k \text{ en el borde de } \Omega$$

- Condición de segundo tipo o de Neumann.- Esta condición implica que la derivada normal del potencial eléctrico a lo largo del borde es cero.

$$\frac{\partial V}{\partial n} = 0 \text{ en el borde de } \Omega$$

- Condición del tercer tipo o de Robin.- Es una especie de combinación entre las condiciones de Dirichlet y Neumann, incluyendo la relación entre el valor de V y su derivada normal.

$$\frac{\partial V}{\partial n} + cV = 0 \text{ en el borde de } \Omega$$

En el presente estudio se utilizará la condición de Dirichlet para el análisis, otorgando el potencial de cero en el contorno de frontera del problema.

Cuando se presentan discontinuidades en el problema, se establecen dos condiciones adicionales de continuidad [9]:

$$V^+ = V^-, \quad \epsilon_r^+ \frac{\partial V^+}{\partial n} = \epsilon_r^- \frac{\partial V^-}{\partial n}$$

Ecuación 1.7. Condiciones de frontera aplicadas en discontinuidades

Donde los signos indican cada uno de los lados junto a la discontinuidad Γ_d en el área de Ω y \vec{n} es el vector normal al borde, como se muestra en la Figura 1.4.

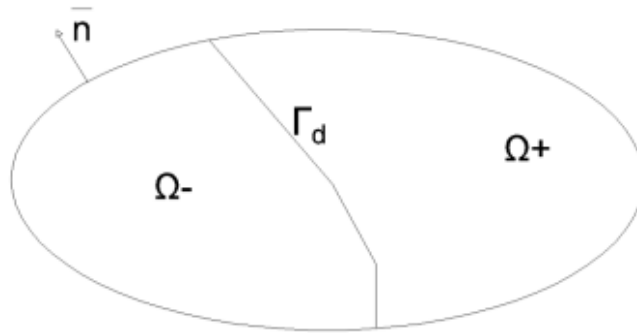


Figura 1.4. Área con discontinuidad en el dominio Ω

Establecer estas condiciones es fundamental para el problema, pues el suelo de varias capas presentará discontinuidad de resistividad entre cada capa.

1.3.4.2. Solución analítica del problema

Una forma de resolver la Ecuación de Laplace en dos dimensiones para hallar el potencial eléctrico por una fuente puntual de corriente (Figura 1.5) es asumiendo que $V(r,z)$ (Ecuación 1.6 (2)) puede expresarse como el producto de dos funciones dependientes de una única variable, con lo que se obtienen dos ecuaciones diferenciales ordinarias independientes. La solución se trata de una sumatoria infinita en términos de funciones de Bessel de orden cero del primer y segundo tipo, y ya que las condiciones de frontera implican una variación continua de la variable de m , la solución debe expresarse como una integral [10]. Entonces, la solución general para el potencial eléctrico vendría dada por la Ecuación 1.8.

$$V_0 = \frac{\rho_0 I}{4\pi} \int_0^{\infty} e^{-m|z|} J_0(mr) dm$$

Ecuación 1.8 Potencial debido a una fuente puntual de corriente en un medio homogéneo en coordenadas cilíndricas [10]

Donde:

ρ_0 es la resistividad del medio

$J_0(mr)$ es la función de Bessel de primer tipo de orden cero

I es la magnitud de corriente inyectada en el punto 0

z es la profundidad del suelo

r es la distancia radial al punto

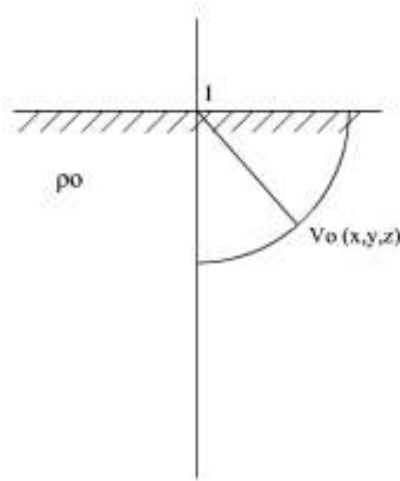


Figura 1.5. Potencial en cualquier punto inyectando una corriente I en un punto de la superficie

Esta solución analítica es la base para realizar un modelamiento adecuado del suelo, el cual se presenta a continuación.

1.3.5. Modelamiento del suelo

La Ecuación 1.8 corresponde con el potencial en un suelo *homogéneo*, pues se considera una única resistividad del medio en cualquier punto por debajo de la superficie. Sin embargo, en la práctica las mediciones rara vez arrojan datos uniformes. En la gran mayoría de casos el suelo presenta una resistividad variable a medida que el espaciamiento de los electrodos aumenta, lo que implica que la resistividad varía en función de la profundidad.

En ciertos suelos se puede *aproximar* un modelo homogéneo, pero en otros se debe tener en cuenta su estructura y formación geológica, por lo que se requiere modelar el suelo con varias capas verticales u horizontales de distintas resistividades, lo que influye directamente en la distribución de potencial en la superficie circundante.

Las ecuaciones que determinan el comportamiento de un sistema de puesta a tierra en un suelo de varias capas también se obtienen mediante resolver la Ecuación de Laplace para una fuente puntual de corriente, o mediante el método de las imágenes, lo cual otorga resultados idénticos [4]. Cualquiera de los métodos resulta en una serie infinita de términos que representa las contribuciones de cada imagen de la fuente puntual de corriente. La Ecuación 1.8 es la base para una formulación exacta de esas ecuaciones, por lo que es desarrollada y utilizada en [10], [11], [12] y [13] para estudios de modelamiento del suelo. A continuación se exponen los principales modelos.

1.3.5.1 Modelo del suelo con una capa

Este es el modelo más simple y consiste en aproximar la resistividad del suelo a una constante. Este modelo es adecuado cuando las mediciones de la resistividad aparente no varían significativamente (menos de un 30% según [2]) cuando el espaciamiento entre los electrodos aumenta.

La resistividad de un suelo uniforme podría calcularse mediante las ecuaciones 1.3 o 1.4, dependiendo de la relación entre profundidad a la que llegan los electrodos y la separación entre ellos, y el valor calculado representaría la resistividad para todo el suelo alrededor del sistema de puesta a tierra hasta una profundidad infinita. Sin embargo, con el objetivo de que las mediciones permitan obtener un modelo del suelo de mayor espectro, el estándar IEEE 80 [4] establece dos ecuaciones para el cálculo de la resistividad aparente. La primera (Ecuación 1.9) no es más que un promedio de cierto número n de mediciones y la otra (Ecuación 1.10) es la media entre la medición máxima registrada y la mínima.

$$\rho_a = \frac{\rho_{a(1)} + \rho_{a(2)} + \rho_{a(3)} + \dots + \rho_{a(n)}}{n} \quad (8)$$

Ecuación 1.9. Resistividad promedio entre n mediciones

$$\rho_a = \frac{\rho_{a(máx)} + \rho_{a(mín)}}{2} \quad (9)$$

Ecuación 1.10. Resistividad promedio entre las mediciones máxima y mínima

1.3.5.2. Modelo de suelo con dos capas

En la mayoría de casos, las mediciones de la resistividad presentan variaciones importantes, mayores al 30%, pues el suelo es naturalmente heterogéneo, como se muestra en la Figura 1.6. El modelo de dos capas resulta ser más exacto para cálculos y simulaciones que el modelo equivalente de una capa.

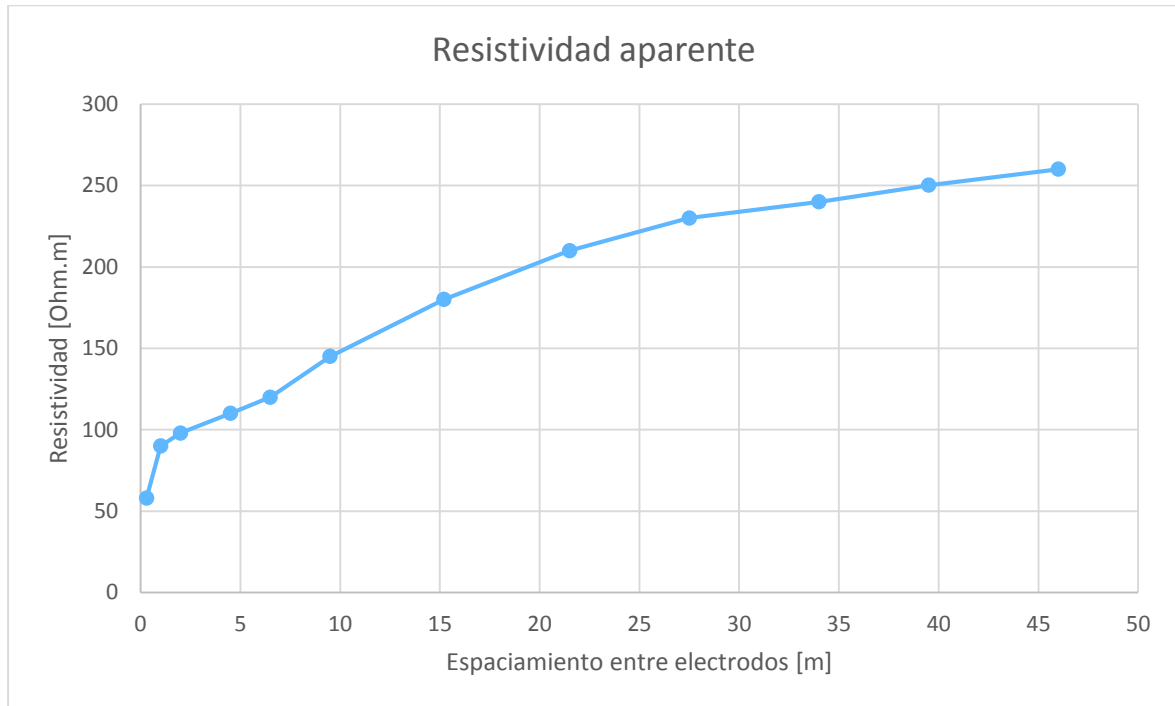


Figura 1.6. Mediciones de resistividad de un suelo tipo I [4]

Básicamente, este modelo consiste en una capa superior de profundidad finita h con su respectiva resistividad ρ_1 y una capa de profundidad infinita de resistividad ρ_2 . Ambas se pueden deducir mediante una simple inspección de las mediciones. La dificultad que presenta este modelo es la determinación matemática de la profundidad h , para lo cual varios autores han desarrollado distintos métodos de cálculo.

Uno de los más utilizados es el método gráfico planteado por Sunde, el cual está detallado en el IEEE Std, 80-2000 [4]. Se trata de una familia de curvas que permiten realizar una interpolación gráfica de h basándose en el arreglo de Wenner de cuatro electrodos.

Por otro lado, existe también una solución analítica para el cálculo de los parámetros de un suelo de dos capas [6] para lo cual se utilizan las ecuaciones 1.11 y 1.12. El coeficiente de reflexión K describe el cambio abrupto de resistividades entre capas. Su cálculo se basa en las observaciones experimentales de ρ_1 y ρ_2 mientras que el cálculo de h requiere del desarrollo de series infinitas y generalmente se hace mediante programas informáticos.

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$$

Ecuación 1.11. Coeficiente de reflexión para un suelo de dos capas

$$\rho_a = \rho_1 * \left\{ 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2nh}{a}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{4 + \left(\frac{2nh}{a}\right)^2}} \right] \right\}$$

Ecuación 1.12. Cálculo analítico de la resistividad aparente y la profundidad de la primera capa en un suelo de dos capas

Donde:

ρ_a es la resistividad aparente a calcular ($\Omega.m$)

ρ_1 y ρ_2 son los valores extremos obtenidos experimentalmente ($\Omega.m$)

K es el coeficiente de reflexión

h es la profundidad de la capa superior (m)

Sin embargo, a pesar de lo práctico y sencillo del método, distintos estudios han demostrado que en muchos casos el método gráfico propuesto por Sunde introduce errores importantes [14] [15]. Además, la solución analítica también ha sido comparada con distintos métodos de cálculo y estimación [16]. Un importante avance ha sido la utilización de algoritmos genéticos [17] [18], cuya utilización disminuye significativamente los errores introducidos y el modelo optimizado del suelo a dos capas es más confiable.

1.3.5.3. Modelo de suelo multicapas

En suelos con alto grado de heterogeneidad hasta un modelo optimizado de dos capas no es suficiente para representarlo con suficiente exactitud, por lo que es necesario un modelo de varias capas. El desafío de modelar un suelo con varias capas consiste en encontrar las resistividades de cada capa y su respectivo espesor. Este proceso se conoce como estratificación del suelo [11].

Takahashi y Kawase [12] desarrollaron una solución analítica para la estratificación de un suelo multicapas basándose en las ecuaciones desarrolladas para el cálculo de la resistividad aparente de un suelo de dos capas. Básicamente, consiste en una extensión de la Ecuación en coordenadas polares del potencial eléctrico en un medio de resistividad homogénea (Ecuación 1.8).

La solución propuesta por estos autores incluye términos de corrección que corresponden con la influencia de las demás capas y con 4 condiciones de frontera bien definidas, aplicadas a un modelo de n capas (Figura 1.7).

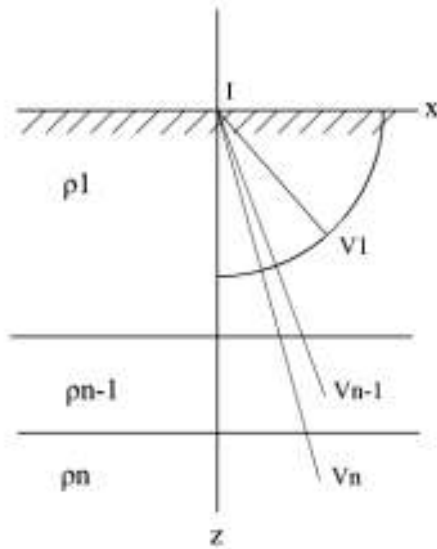


Figura 1.7 Potencial en cualquier punto inyectando una corriente I en un suelo con n capas de distintas resistividades [12]

Mediante el método de separación de variables, se puede obtener la Ecuación 1.13 para el potencial eléctrico en cualquier punto independientemente de en qué capa se encuentre, incluyendo la influencia de las otra capas. Esto a su vez requiere del cálculo de la función $F(r)$ y los factores K .

$$V(r, 0) = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{r} + 2F(r) \right]$$

Ecuación 1.13. Potencial eléctrico en cualquier punto en un suelo de N capas

Donde:

$$F(r) = \int_0^{\infty} \frac{K_{N1} \cdot e^{-2\lambda \cdot h_1}}{1 - K_{N1} \cdot e^{-2\lambda \cdot h_1}} J_0(\lambda r) d\lambda$$

$$K_{N1} = \frac{k_1 + K_{N2} \cdot e^{-2\lambda \cdot h_2}}{1 + k_1 \cdot K_{N2} \cdot e^{-2\lambda \cdot h_2}}, \quad K_{N2} = \frac{k_1 + K_{N3} \cdot e^{-2\lambda \cdot h_3}}{1 + k_2 \cdot K_{N3} \cdot e^{-2\lambda \cdot h_3}} \cdots K_{NS} = \frac{k_S + k_{NS} + e^{-2\lambda \cdot h_{S+1}}}{1 + k_2 \cdot K_{N3} + e^{-2\lambda \cdot h_{S+1}}}$$

$$K_{NN-2} = \frac{k_{N-2} + K_{NN} - e^{-2\lambda \cdot h_{N-1}}}{1 + k_{N-2} \cdot K_{NN} - e^{-2\lambda \cdot h_{N-1}}}$$

$$K_{NN-1} = k_{N-1} \quad k_{N-1} = \frac{\rho_N - \rho_{N-1}}{\rho_N + \rho_{N-1}}$$

Esta solución analítica fue aplicada al método de Wenner para la medición de la resistividad, pues para hallar el voltaje entre los electrodos internos es suficiente con encontrar la diferencia entre sus potenciales. Mediante un programa informático, se

calcularon familias de curvas de resistividad en función del espaciamiento entre los electrodos separados una distancia a , como se muestra en la Figura 1.8.

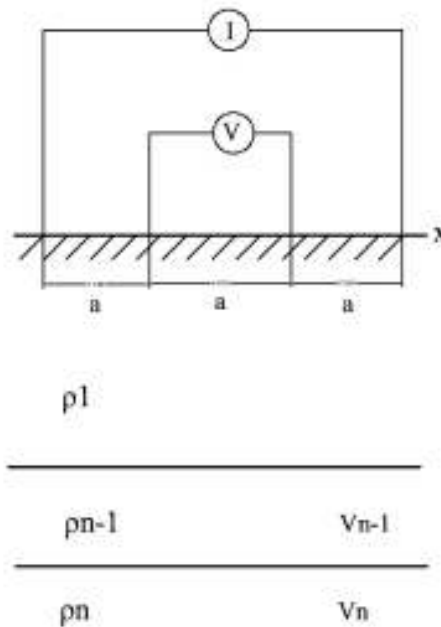


Figura 1.8. Método de Wenner aplicado a un suelo de n capas

Uno de los logros más importantes del trabajo de Takahashi y Kawase fue determinar los errores significativos que se introducen en el modelamiento del suelo cuando se utiliza un modelo de dos capas en vez de un modelo multicapas, un 10.8% en promedio para el de dos capas mientras que el de varias capas obtuvo un error promedio de tan solo 3% [12]. Se puede ver además que mientras mayor es el espaciamiento, los errores introducidos son mayores.

Más de 20 años después de la presentación del modelo propuesto por Takahashi y Kawase, He Zhiqiang y Zhiang Bin optimizaron el proceso mediante la utilización de algoritmos genéticos, aunque su trabajo sólo muestra los resultados con un modelo de hasta 3 capas [13]. La mejora más significativa que presenta este trabajo es que la utilización de algoritmos genéticos permite crear un modelo adaptable tanto para el grosor como para la resistividad de cada capa, por lo que es más exacto, a diferencia de otros métodos más tradicionales que dependen sobretodo de la selección de los parámetros como el grosor de las capas para modelo inicial.

Los procesos de estratificación del suelo mencionados hasta aquí han tenido como objetivo encontrar únicamente las respectivas resistividades y espesores de las capas, *asumiendo* un número de capas predeterminado. Calixto, et al. desarrollaron un proceso que considera el número óptimo de capas del suelo a modelar como una variable adicional a ser estimada

[11]. Básicamente, el número de capas viene estimado por el número de puntos de inflexión en las mediciones, es decir, si la curva espaciamento versus resistividad presenta dos puntos de inflexión, entonces se emplea un modelo de tres capas; si hay tres puntos de inflexión entonces se emplea un modelo de cuatro capas, y así sucesivamente.

En todos los casos, los resultados obtenidos tuvieron el mejor desempeño en relación a estudios anteriores, por lo que estos modelos se pueden usar como casos de estudio base para el análisis de la distribución de potencial eléctrico.

1.3.6 Aplicación de métodos numéricos para la solución de la Ecuación de Laplace

La Ecuación de Laplace se trata de una Ecuación diferencial en derivadas parciales de dos o tres dimensiones cuya resolución es compleja, sobre todo para problemas asimétricos o con discontinuidades. En esos casos, hallar una solución analítica es extremadamente complicado. Sin embargo, la utilización de métodos numéricos permite estudiar el comportamiento cualitativo de la función solución utilizando aproximaciones basadas en la discretización del dominio [9]. Los más utilizados en la resolución de problemas electrostáticos y magnetostáticos son el método de elementos de frontera, el método de diferencias finitas y el de elementos finitos. A continuación se exponen las ventajas y desventajas de cada uno.

1.3.6.1 Método de elementos de frontera

El método de elementos de frontera (*BEM* por sus siglas en inglés) es una técnica computacional de cálculo para seleccionar ecuaciones integrales de frontera y resolverlas numéricamente mediante dividir los dominios de integración en un grupo de elementos de frontera [19]. Este método se usó para el análisis de sistemas de puesta a tierra con volúmenes finitos definidos (hemisféricos y rectangulares) de resistividad uniforme en [20], demostrando ser más eficiente en el tiempo de procesamiento del computador. En [21] se utilizó el método para determinar exitosamente perfiles de voltaje en la superficie debido a un sistema de puesta a tierra en condiciones de descarga con un electrodo cercano.

A pesar de las ventajas computacionales y prácticas que el *BEM* ofrece, este tiene la limitación de que es aplicable sobretodo en medios homogéneos o en aquellos que puedan ser modelados hasta con dos capas, teniendo mejoras notables en la exactitud de los cálculos, pero con tiempos de cómputo significativamente mayores [22].

1.3.6.2. Método de diferencias finitas

El método de diferencias finitas (*FDM* por sus siglas en inglés) consiste en ubicar puntos discretos, espaciados ordenadamente sobre toda la región de la función que describe el campo. Estos valores se obtienen mediante reemplazar una Ecuación diferencial de campo por muchas ecuaciones más simples en diferencias finitas que forman un sistema de ecuaciones lineales al relacionar el potencial de cada punto con el potencial de los puntos circundantes.

Este método fue utilizado para determinar el potencial eléctrico alrededor de un sistema de puesta tierra homogéneo en [21], sin embargo, este método introduce mayores errores en la discretización de las formas irregulares [8], lo que ha llevado a que no haya sido empleado en estudios posteriores.

1.3.6.3. Método de elementos finitos

El método de elementos finitos (*FEM* por sus siglas en inglés) es una técnica computacional numérica para encontrar soluciones aproximadas para problemas con valores de frontera, como las ecuaciones de Laplace y Poisson. El método consiste básicamente en dividir todo el dominio de la solución en subdominios más pequeños y usar funciones de prueba definidas sobre cada subdominio para aproximar la solución [9].

Entre las ventajas que presenta el *FEM* está el hecho de permite resolver problemas electrostáticos en medios heterogéneos, anisótropos, no lineales o con geometrías asimétricas. Además, en la discretización de las formas se pueden emplear aproximaciones triangulares que introducen errores más pequeños en relación al método *BEM* [8]. Sin embargo, uno de los inconvenientes que presenta es que los tiempos de procesamiento son generalmente mayores en relación al *BEM*. Aun así, los métodos de cálculo optimizados y el aumento de la capacidad de procesamiento de las computadoras actuales hace que su utilización sea viable para el análisis electrostático.

Debido a las ventajas que presenta, en este trabajo se emplea el método de elementos finitos para el análisis del potencial eléctrico en un suelo de varias capas.

1.3.7. Solución de la Ecuación de Laplace mediante el método de elementos finitos

En los sistemas de puesta a tierra, en donde los efectos capacitivo e inductivo son despreciables ya que la frecuencia industrial es muy baja, el potencial eléctrico en el suelo satisface la Ecuación de Laplace [23]. Entonces, la solución de la Ecuación de Laplace es

equivalente, de acuerdo al principio de la mínima energía potencial, a la siguiente función de optimización de energía (Ecuación 1.14), la cual indica la energía almacenada en el campo eléctrico por unidad de volumen [24].

$$W(u) = \frac{1}{2} \iiint_V |\nabla u|^2 dV \quad (10)$$

Ecuación 1.14. Función de optimización de energía

Donde u es el potencial eléctrico y V es el volumen.

La integral es evaluada sobre todo el volumen definido por la frontera del problema, que cumple a su vez las condiciones de Dirichlet o Neumann.

A continuación se expone el proceso de aplicación del *FEM* para la solución del problema.

1.3.7.1. Discretización del dominio

Primero, se divide el dominio Ω en subdominios o elementos más simples, que para este estudio será de dos dimensiones. Aunque se puede utilizar distintas formas para esta subdivisión, se utilizarán triángulos por su simplicidad (Figura 1.10), donde cada elemento está relacionado con otros tres nodos a los que se les asigna una etiqueta local relativa al elemento asociado y también una etiqueta global en relación a todo el sistema, como se muestra en la Figura 1.9 [8].

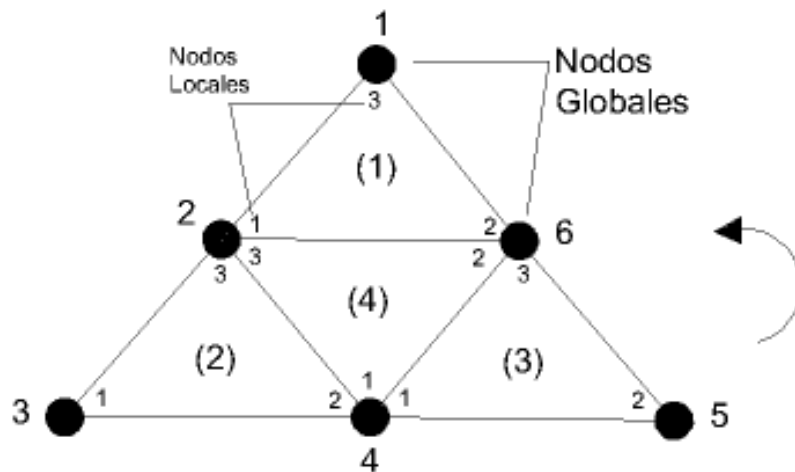


Figura 1.9. Etiquetas para los nodos globales y locales con su sentido de numeración para cada elemento.

En esencia, el método consiste en hacer una primera aproximación del potencial u dentro de cada elemento triangular para luego interrelacionar la distribución de potencial en varios elementos para asegurar la continuidad del potencial en los bordes de cada uno [24]. El

potencial en cada elemento se representa matemáticamente mediante un polinomio de primer orden para aproximar la solución a la real, la cual se obtiene mediante la interpolación lineal de los potenciales de los nodos. Ya que el problema se modelará en dos dimensiones, se emplearán coordenadas polares en función de r y z .

$$u(r, z) = a + br + cz$$

Ecuación 1.15. Polinomio de primer orden que aproxima la solución real dentro del elemento finito

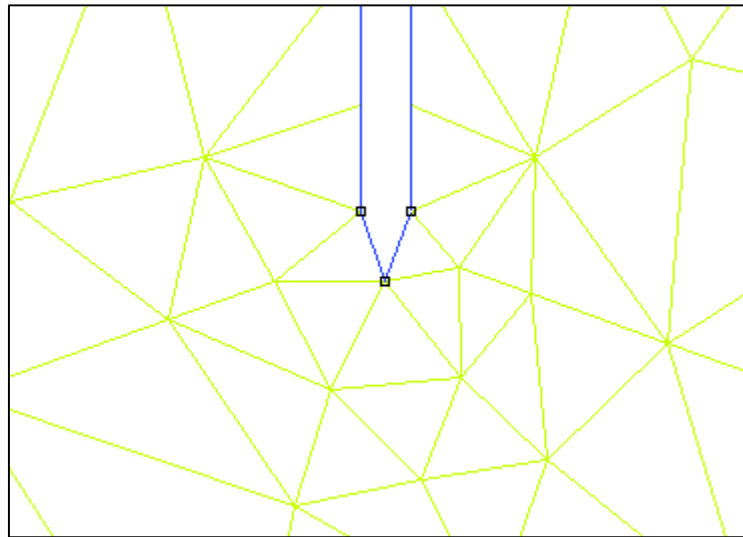


Figura 1.10. Modelo de electrodo discretizado con triángulos

Para un elemento triangular, la Ecuación 1.15 debe satisfacer los potenciales de los nodos. Entonces se puede plantear un sistema de ecuaciones lineales aplicando la Ecuación a cada nodo (Ecuaciones 1.16), con lo que se puede calcular las constantes a , b y c como funciones de potencial de cada nodo.

$$\begin{cases} U_1 = a + br_1 + cz_1 \\ U_2 = a + br_2 + cz_2 \\ U_3 = a + br_3 + cz_3 \end{cases}$$

Ecuación 1.16. Sistema de ecuaciones de potencial para los nodos de un elemento triangular

Donde U_1 , U_2 y U_3 son los potenciales de cada nodo.

Mediante el método de Cramer se pueden obtener las constantes de los polinomios. En la Ecuación 1.17 se muestra la fracción de cálculo para el coeficiente a .

$$a = \frac{\begin{vmatrix} U_1 & r_1 & z_1 \\ U_2 & r_2 & z_2 \\ U_3 & r_3 & z_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & r_1 & z_1 \\ 1 & r_2 & z_2 \\ 1 & r_3 & z_3 \end{vmatrix}}$$

Ecuación 1.17. Cálculo del coeficiente a mediante la regla de Cramer

El denominador corresponde con el doble del área del triángulo (2A) [24].

Para resolver la Ecuación 1.16 es necesario conocer los potenciales de los nodos, los cuales se obtienen mediante la representación del potencial en el interior de cada elemento como una función de los potenciales de los nodos, como se muestra en la Ecuación 1.18.

$$u = \frac{\begin{cases} [(r_2 z_3 - r_3 z_2) + (z_2 - z_3)r + (r_3 - r_2)z]U_1 + \\ [(r_3 z_1 - r_1 z_3) + (z_3 - z_1)r + (r_1 - r_3)z]U_2 + \\ [(r_1 z_2 - r_2 z_1) + (z_1 - z_2)r + (r_2 - r_1)z]U_3 \end{cases}}{2A}$$

Ecuación 1.18. Cálculo del potencial u en un elemento triangular

Los factores que multiplican los potenciales de los nodos divididos para 2A se conocen como *funciones de forma*. De esta manera, se puede reformular la Ecuación 1.18 con las funciones de forma, como se muestra en la Ecuación 1.19.

$$u(r, z) = a_1(r, z)U_1 + a_2(r, z)U_2 + a_3(r, z)U_3 = \sum_{i=1}^3 U_i a_i(r, z)$$

Ecuación 1.19. Cálculo del potencial en un elemento triangular expresado en base a las funciones de forma

Estas funciones de forma tienen dos propiedades importantes [23]:

1. Su valor es 1 en el nodo asociado y 0 en los otros dos.
2. En cualquier punto adentro del elemento finito, la suma de estas funciones es 1.

Ahora se puede reemplazar la Ecuación 1.19 en la Ecuación 1.14. Como los potenciales de los nodos son constantes, el gradiente de potencial se puede representar mediante la Ecuación 1.20.

$$\vec{\nabla}u = \sum_{i=1}^3 U_i \vec{\nabla}a_i(r, z)$$

Ecuación 1.20. Gradiente de potencial con elementos finitos

Ahora la energía del elemento finito puede ser evaluada con las ecuaciones 1.20 y 1.14. Como el argumento de la integral tiene nueve términos debido al cuadrado del gradiente de potencial, la función de energía para un elemento único es:

$$W^e(u) = \frac{1}{2} \iiint_V \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 U_i U_j \nabla \vec{a}_i \cdot \nabla \vec{a}_j dV$$

Integrando por descomposición:

$$W^e(u) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 U_i \iiint_V \nabla \vec{a}_i \cdot \nabla \vec{a}_j \cdot dV \cdot U_j$$

Ecuación 1.21. Función de energía en un elemento finito

Y definiendo la variable S como:

$$S_{ij} = \iiint_V \nabla \vec{a}_i \cdot \nabla \vec{a}_j \cdot dV$$

Ecuación 1.22. Definición de la variable S

Como las funciones de forma son polinomios de primer grado, los gradientes constantes y sus productos internos, la integral se obtiene a través del cálculo de sólido de revolución del elemento finito, que es $2\pi r_c$ donde r_c es el radio-eje del sólido. Entonces la variable S tiene la forma de la Ecuación 1.23a para índices iguales y la de la Ecuación 1.23b para índices diferentes.

$$S_{11}^e = \frac{(z_2 - z_3)^2 + (r_2 - r_3)^2}{2A} \pi r_c$$

$$S_{12}^e = \frac{(z_2 - z_3)(z_3 - z_1) + (r_3 - r_2)(r_1 - r_3)}{2A} \pi r_c$$

Ecuación 1.23. Variable S para (a) índices iguales y (b) índices diferentes

El resto de términos pueden ser hallados cíclicamente rotando los índices. Finalmente, la energía de un elemento finito viene dada por la Ecuación 1.24.

$$W^e(u) = \frac{1}{2} U^T S U \quad (16)$$

Ecuación 1.24. Energía de un elemento finito en forma matricial del método de elementos finitos

Donde S es una matriz de dimensión 3×3 y U la matriz de potenciales de los nodos.

1.3.7.2. Ensamblaje de elementos

La energía total será la suma de todos los elementos finitos de energía. Para calcularla, se debe considerar los siguientes dos elementos con sus nodos numerados en la unión entre ellos (Figura 1.11).

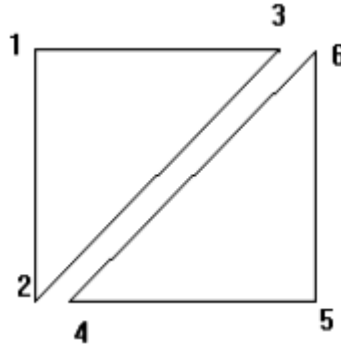


Figura 1.11. Numeración entre elementos finitos separados [23]

El potencial en cada nodo de los dos elementos es:

$$U_{2e}^T = [U_1 \quad U_2 \quad U_3 \quad U_4 \quad U_5 \quad U_6]$$

Ecuación 1.25. Potencial en cada nodo

$$S_{2e} = \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{bmatrix}$$

Ecuación 1.26. Matriz de Dirichlet

La matriz de variables S se forma también a través de las matrices elementales de elementos (Ecuación 1.26). Esta matriz tri-diagonal es conocida como la matriz de Dirichlet [24]. La energía de los dos elementos viene dada entonces por la Ecuación 1.27.

$$W^{2e}(u) = \frac{1}{2} U_{2e}^T S_{2e} U_{2e}$$

Ecuación 1.27. Energía de dos elementos

La continuidad de los potenciales implica que los valores son iguales para los nodos adyacentes: el potencial del nodo 3 es igual al del 6 y el del 2 al del 4. Con esto, se puede definir una numeración global para el ensamblaje de los elementos finitos, como se muestra en la Figura 1.12.

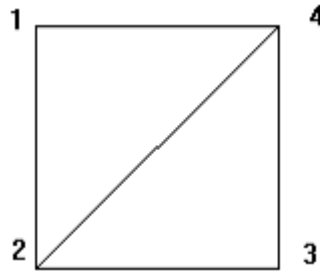


Figura 1.12. Numeración global del ensamblaje de elementos finitos

Matemáticamente, la continuidad de potencial se expresa mediante una transformación lineal que relaciona la numeración de elementos separados con la numeración global de elementos, que sería:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}_{conj}$$

Que se puede expresar como:

$$U_{2e} = CU_{conj}$$

Ecuación 1.28. Matriz global de potenciales

Con la Ecuación 1.28 y la 1.25 se puede encontrar la energía en función de la numeración global de los potenciales, como se muestra en la Ecuación 1.29.

$$W(u) = \frac{1}{2} U_{conj}^T S U_{conj}$$

Ecuación 1.29. Energía global de un elemento finito

Donde:

$$S = C^T S_{2e} C$$

Ecuación 1.30. Definición global de función S

La función global de energía debe optimizarse, para lo cual es necesario derivar la Ecuación 1.30 con respecto al vector U y así resolver la Ecuación 1.31.

$$SU = 0$$

Ecuación 1.31. Expresión de optimización de energía

$$[S_n \quad S_k] \begin{bmatrix} U_n \\ U_k \end{bmatrix} = 0$$

Ecuación 1.32. Optimización de energía en forma matricial

Donde:

U_n es un vector de potenciales de nodo desconocidos

U_k es un vector de potenciales de nodo conocidos

Los potenciales desconocidos deben ser los primeros en ser numerados, mientras que los potenciales conocidos deben satisfacer las condiciones de frontera. La solución final para el potencial desconocido viene dado por la Ecuación 1.33.

$$U_n = -S_n^{-1} S_k U_k$$

Ecuación 1.33. Vector de potenciales desconocidos

Esta solución de elementos finitos es conocida como *solución de energía almacenada* [23] y es en esta en la que se basa el software *FEMM* [25], la herramienta computacional utilizada en este estudio técnico.

1.3.7.3. Aproximación matemática del problema a una “frontera en el infinito”

La aplicación del *FEM* requiere de la definición de condiciones de frontera, por lo que es óptimo para problemas electrostáticos en regiones cerradas. Sin embargo, existen muchos problemas en los cuales no existe una frontera natural definida. Ese es el caso de un sistema de puesta a tierra.

Sin embargo, existen métodos que pueden simular y aproximar la solución para una “frontera en el infinito” usando el *FEM*.

El más simple, pero menos exacto, es un método conocido como **truncamiento de las fronteras externas**. Consiste en seleccionar una frontera lo suficientemente lejana al área de interés y asumir que $V = 0$ y que $\frac{\partial V}{\partial n} = 0$ en esta frontera (condiciones de Dirichlet y Neumann, respectivamente). De acuerdo a [26], la regla dictamina que la distancia desde el centro del problema hasta la frontera debe ser al menos cinco veces la distancia desde el centro hasta los objetos de interés más externos. Debido a que la nueva área exterior es bastante extensa y requiere ser modelada con elementos finitos, los tiempos de cálculo son mayores también [25].

Para el problema del sistema de puesta a tierra, este método implicaría definir una “tierra remota”, que es básicamente un electrodo de potencial conocido igual a cero ubicado teóricamente en el infinito. Este electrodo debe estar lo suficientemente lejos como para que no tenga influencia en el sistema de puesta a tierra, pues no se puede determinar con certeza para un caso real en qué punto del terreno el potencial es cero ante condiciones de descarga.

Otro método más exacto que permite aproximar la frontera en el infinito es el método de **las condiciones de frontera asintóticas improvisadas** (Figura 1.13) [26]. Consiste en una serie de fronteras concéntricas que simulan el carácter asintótico del comportamiento del potencial en el infinito. De esta manera se puede aproximar una solución de frontera abierta. Consiste en considerar un plano 2D en coordenadas polares y un dominio circular de radio r_0 en una región no delimitada. Cuando $r \rightarrow \infty$ el potencial V tiende a cero. En la superficie del dominio circular, V es una función asumida de θ , con lo que se puede hallar una solución analítica de acuerdo a la Ecuación 1.34.

$$V(r, \theta) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{a_m}{r^m} \cos(m\theta + b_m)$$

Ecuación 1.34. Solución analítica del problema con una frontera circular

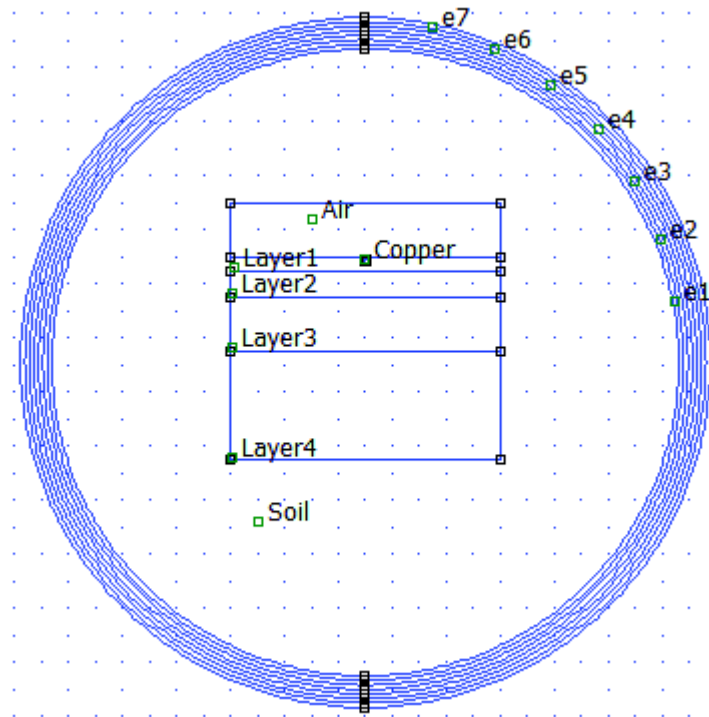


Figura 1.13. Fronteras concéntricas asintóticas improvisadas

Donde a_m y b_m son parámetros escogidos para que la solución satisfaga el potencial asumido en la superficie del círculo. La solución *adentro* del círculo es encontrada mediante el método de elementos finitos mientras que *afuera* del círculo la solución se encuentra analíticamente, por lo que este método es una combinación de ambas soluciones.

En la Ecuación 1.34 se puede observar que mientras mayor sea el índice del armónico, menor será su magnitud a medida que r aumenta. Después de una corta distancia, los armónicos de mayor índice decrecen hasta que casi toda la solución en el espacio abierto queda descrita por el armónico predominante. Si n es el número del armónico predominante, la solución para el espacio abierto para un r muy grande, aunque no infinito, viene dado aproximadamente por la Ecuación 1.35.

$$V(r, \theta) \approx \frac{a_n}{r^n} \cos(n\theta + b_n)$$

Ecuación 1.35. Solución aproximada para el espacio abierto

Al derivar con respecto a r :

$$\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{n \cdot a_n}{r^{n+1}} \cos(n\theta + b_n)$$

Ecuación 1.36. Derivación de la función de potencial

Al resolver la Ecuación 1.36 para a_n y sustituir esa solución en la Ecuación 1.35 se obtiene que:

$$\frac{\partial V}{\partial r} + \left(\frac{n}{r}\right)V = 0 \quad (20)$$

Ecuación 1.37. Condición combinada de frontera

La Ecuación 1.37 representa la condición combinada de Dirichlet y Neumann. Si el dominio exterior de la solución es circular y la frontera exterior de la solución en elementos finitos es removida del área principal de interés, entonces la solución de dominio abierto se puede aproximar mediante aplicar la Ecuación 1.37 en la frontera circular.

Para aplicar la condición asintótica de frontera improvisada al problema electrostático, se definen los siguientes parámetros:

$$c_0 = \frac{\epsilon_0 n}{r_0}$$

$$c_1 = 0$$

Donde r_0 es el radio exterior de la región en metros y ε_0 es la constante de permitividad del vacío.

Aunque la solución aproximada obviamente introduce errores, en la mayoría de casos es suficiente realizar el cálculo para un armónico $n=1$ para obtener buenos resultados sin imponer un costo computacional adicional [25].

2. METODOLOGÍA

En el presente trabajo se realiza una investigación exploratoria sobre la distribución del potencial eléctrico en un suelo con varias capas para determinar a su vez ciertos parámetros que son de utilidad práctica, como la resistencia de puesta, el voltaje de paso y el voltaje en un electrodo cercano. Para lograrlo, se emplea el software de simulación FEMM 4.2 (Finite Element Method Magnetics). El FEMM es un conjunto de programas diseñado para la resolución de problemas electromagnéticos en dos dimensiones usando el método de elementos finitos. Tiene módulos para resolver problemas lineales y no lineales en baja frecuencia magnetostáticos, con armónicos en el tiempo, electrostáticos, de flujo de corriente y de transferencias de calor en estado estacionario [25]. Además, está integrado con un módulo de programación en lenguaje Lua, lo cual permite realizar cálculos iterativos y modificaciones cíclicas en el problema de análisis. Los problemas pueden ser modelados en dos dimensiones únicamente.

2.1. Planteamiento del caso base

Un sistema de puesta a tierra conecta partes específicas de una instalación eléctrica a tierra [27]. Generalmente, esta conexión se realiza mediante un electrodo en forma de varilla o malla enterrado en el suelo a cierta profundidad, y que está conectado al polo de tierra de una instalación eléctrica. Entonces un sistema básico de puesta a tierra se puede modelar como un electrodo de material conductor con geometría definida ubicado en un medio con sus respectivas propiedades electromagnéticas. Además, en condiciones de descarga, el electrodo actúa como una fuente de corriente de impulso rodeado de un medio conductor, como se muestra en la Figura 2.1.

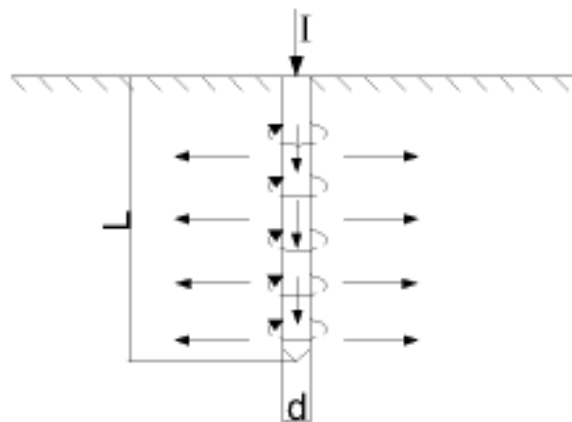


Figura 2.1. Dispersión de corriente desde un electrodo debido a una corriente de impulso. Se representa también campo magnético inducido

En base a esto, se modelará el problema base como un electrodo simple en forma de varilla, enterrado a cierta profundidad en una primera capa de un suelo de varias capas.

Gonos en [18] presenta un modelo de un suelo real optimizado con métodos numéricos, cuyos datos se presentan en la Tabla 2.1. El ancho del área que se considera es de 200 m. Este se tomará como caso base para el presente estudio.

Tabla 2.1. Datos del caso base de estudio [18]

Nombre de capa	Resistividad [Ω.m]	Espesor [m]
Capa1	10	5
Capa2	50	10
Capa3	100	20
Capa4	500	40
Ext	1000	∞
Aire	3×10^{14}	20

Además, se utiliza la geometría de una varilla #11 para sistemas de puesta a tierra en edificios según el Std. 142 de la IEEE [27, p. 172], que tiene un diámetro de 3,5 cm y 1,5m de longitud, enterrado a 0,5m de profundidad.

2.2. Metodología de análisis

El procedimiento que se propone para analizar el comportamiento del sistema de puesta a tierra es el siguiente:

1. Se determina el tipo de electrodo a utilizar (dimensiones, forma, posición)
2. Se asume que el suelo real tiene una estructura con un determinado número de capas y sus respectivas resistividades. Se utilizarán modelos optimizados de estudios anteriores.
3. Se utiliza la condición de frontera asintótica improvisada de *FEMM* para simular una frontera abierta.
4. Se asume una corriente conocida que se inyecta a través del electrodo, producto de una descarga.

5. La distribución de potencial en toda la región permite determinar el efecto en el electrodo cercano mediante el perfil de voltaje y los voltajes de paso.
6. Suponiendo electrodos de medición de voltaje de acuerdo al método de Wenner se puede determinar la resistividad aparente, el modelo homogéneo y de dos capas y comparar con la estructura real. Además, con la relación V-I se puede determinar la resistencia de puesta a tierra.
7. Se realizan cambios en la estructura del suelo y en el tipo de electrodo y se vuelve a repetir el proceso. Además, se utilizará el módulo de programación en lenguaje Lua para automatizar la recopilación de datos y los cambios a realizarse en el problema.

2.3. Implementación del problema en FEMM

Aunque la distribución de potencial alrededor de un electrodo de puesta a tierra se trata de un problema electrostático, el módulo para problemas electrostáticos del *FEMM* sólo permite ingresar datos de permitividad y densidad de carga, no de resistividad directamente, pues esta propiedad de los materiales está relacionada con el flujo de corriente antes que con el flujo electrostático. Esto representa una limitación importante para el modelamiento del problema, pues la resistividad de cada capa es un dato fundamental de entrada en el análisis del comportamiento del suelo. Sin embargo, sí se puede ingresar conductividad, el inverso de la resistividad, como un parámetro de entrada en el módulo de cálculo de flujo de corriente. La documentación de este módulo indica que los problemas de flujo de corriente resueltos por el *FEMM* son esencialmente problemas cuasi-electrostáticos en los que los términos del campo magnético en las ecuaciones de Maxwell son despreciables [25, p. 11], por lo que usarlo para un problema electrostático es una aplicación válida. Es por eso que en base a las ecuaciones de Maxwell se puede deducir la Ecuación 2.1, la cual tiene en cuenta la conductividad del medio y la frecuencia.

$$-\nabla((\sigma + j\omega\varepsilon)\nabla V) = 0$$

Ecuación 2.1. Ecuación de voltaje para un flujo de corriente [25]

Donde σ es la conductividad del medio.

Aproximando el problema a una frecuencia cero (corriente continua), el término correspondiente con la frecuencia y la permitividad se anula, con lo que se llega a la Ecuación 2.2. Esta Ecuación tiene en cuenta la conductividad del medio y *FEMM* la

resuelve con el método de elementos finitos. Por estas razones se utiliza el módulo de cálculo de flujo de corriente.

$$-\nabla(\sigma \nabla V) = 0$$

Ecuación 2.2. Ecuación de voltaje resuelta por el *FEMM* en el módulo de flujo de corriente

2.3.1. Implementación de la geometría del problema

Al abrir el *FEMM* es necesario crear un nuevo archivo en el módulo de flujo de corriente (Figura 2.2).

En el ambiente que se despliega, en el menú *Problem* se ingresan las definiciones mostradas en la Figura 2.3. Todas se mantendrán por defecto, excepto las unidades de longitud a ser usadas, que se cambiarán a centímetros.

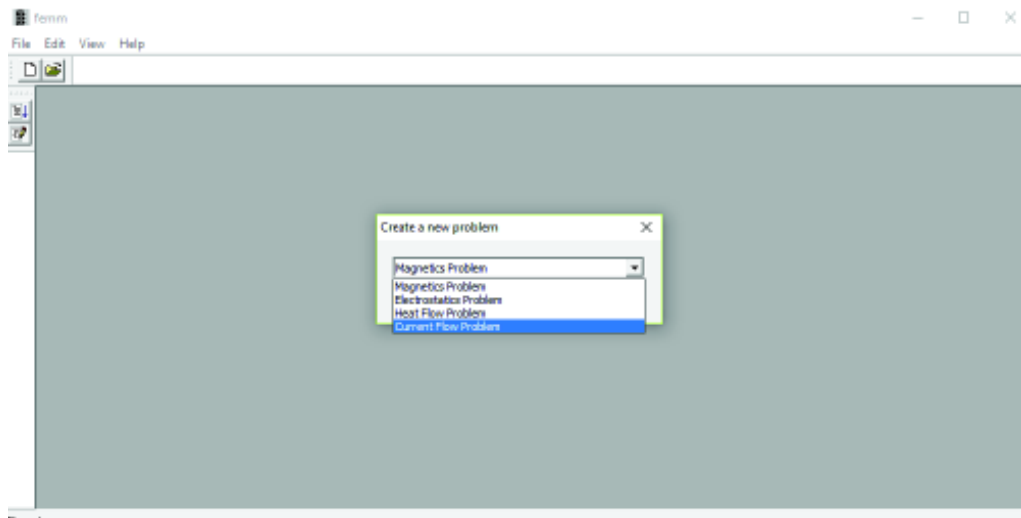


Figura 2.2. Selección del módulo para flujo de corriente

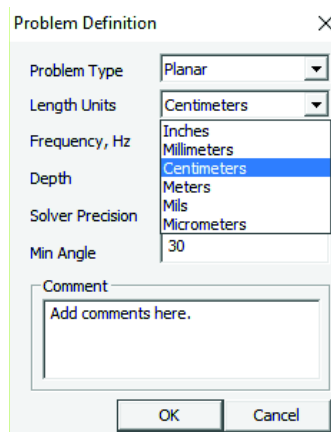


Figura 2.3. Definiciones generales del problema

A continuación se debe implementar la geometría del problema en dos dimensiones, para lo cual se usan nodos y segmentos. Se puede insertar un nodo en una posición específica en coordenadas (x,y) con la tecla *tab*. Entonces, la geometría del problema de base se muestra en la Figura 2.4.

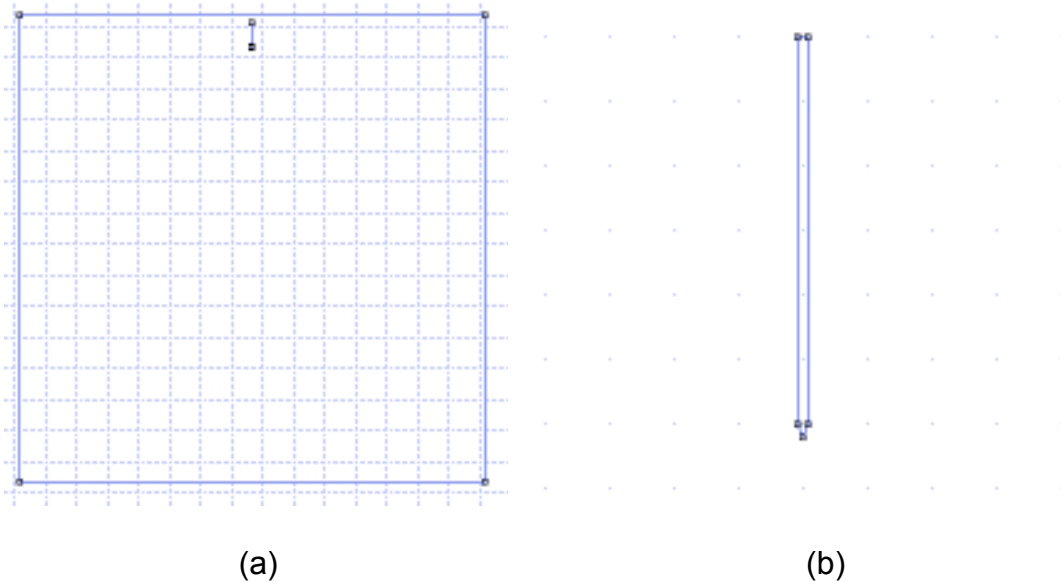


Figura 2.4. Geometría del problema implementada en *FEMM*. En (a) se muestra la caja que representa el suelo como un medio a ser modelado, mientras que en (b) se muestra la geometría del electrodo a detalle

El suelo será modelado con varias capas, con un máximo de 5 capas de resistividad y espesor conocidos. Para ingresar los datos de resistividad, es necesario crear Materiales con sus respectivas propiedades electromagnéticas, lo cual se puede hacer en el menú *Properties/Materials*. Se añade un nuevo material conductor con su respectivo nombre y se ingresan los datos de conductividad eléctrica en siemens/metro. No es necesario cambiar los parámetros de permitividad eléctrica relativa pues como se muestra en la Ecuación 2.2, al asumir una frecuencia cero, se anula la influencia de la permitividad del medio en la solución.

Por otro lado, cada espacio dentro de la frontera debe tener un material asignado para que los cálculos converjan [25]. Por ejemplo, la conductividad adentro del electrodo bidimensional sería la del cobre, pero ya que este actuará como la fuente de corriente hacia todo el suelo, en realidad no interesa cómo es el flujo de corriente, ni el potencial eléctrico adentro. Sin embargo, a modo de ejemplo, se crea el material *Cobre* con su respectiva conductividad: $5,96 \times 10^7$ S/m [7]. Este dato se ingresa para la conductividad en el eje x

como en el eje y , ya que se considerará que las variaciones del potencial y de la distribución de corriente serán uniformes en el plano.

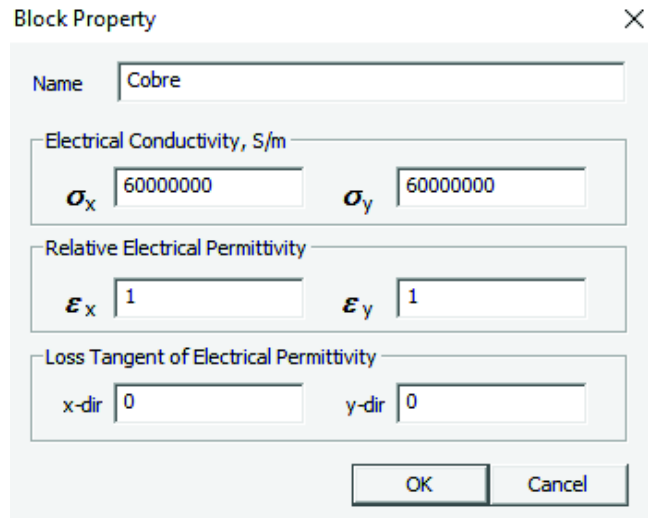


Figura 2.5. Ingreso de un nuevo material con su respectiva conductividad

De la misma manera se añaden cinco nuevos materiales para las capas con las que se modelará el suelo, inicialmente, con las conductividades de un caso de estudio en [18], mostradas en la Tabla 2.1.

Finalmente, se implementa la condición de frontera asintótica improvisada con círculos concéntricos con la funcionalidad automática que ofrece *FEMM*. La Figura 2.6 muestra la geometría del problema completamente implementada.

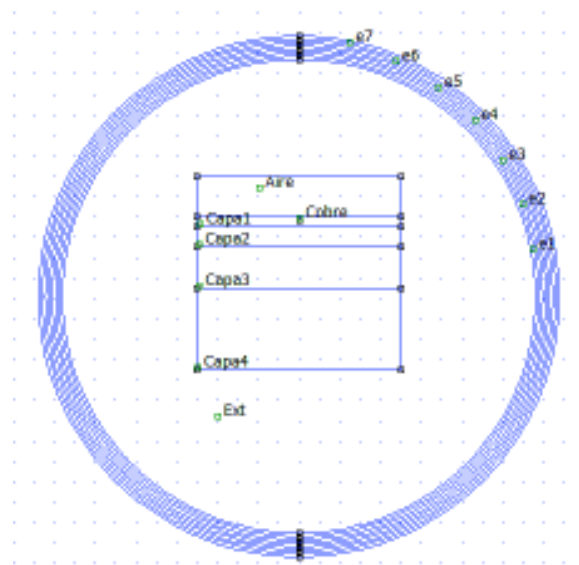


Figura 2.6. Problema de la Tabla 2.1 implementado en *FEMM* con 4 capas y una frontera infinita simulada por la condición asintótica.

Ya que el problema es simétrico con respecto a un eje vertical, es adecuado cambiar el tipo de problema en la configuración a *Axisymmetric*, con lo que se recorta el problema a la mitad. De esta manera se optimiza el tiempo de procesamiento.



Figura 2.7. Problema con su dominio reducido simétricamente a la mitad

Finalmente, el electrodo debe funcionar como una fuente de corriente. Para implementar esta condición, se debe crear una nueva propiedad de Conductor que se le llamará Fuente 1kA, y al que se le asignará la corriente de 1kA (Figura 2.8a). A continuación, se debe seleccionar todos los segmentos que conforman el electrodo y asignarle la propiedad del conductor creada (Figura 2.8b).

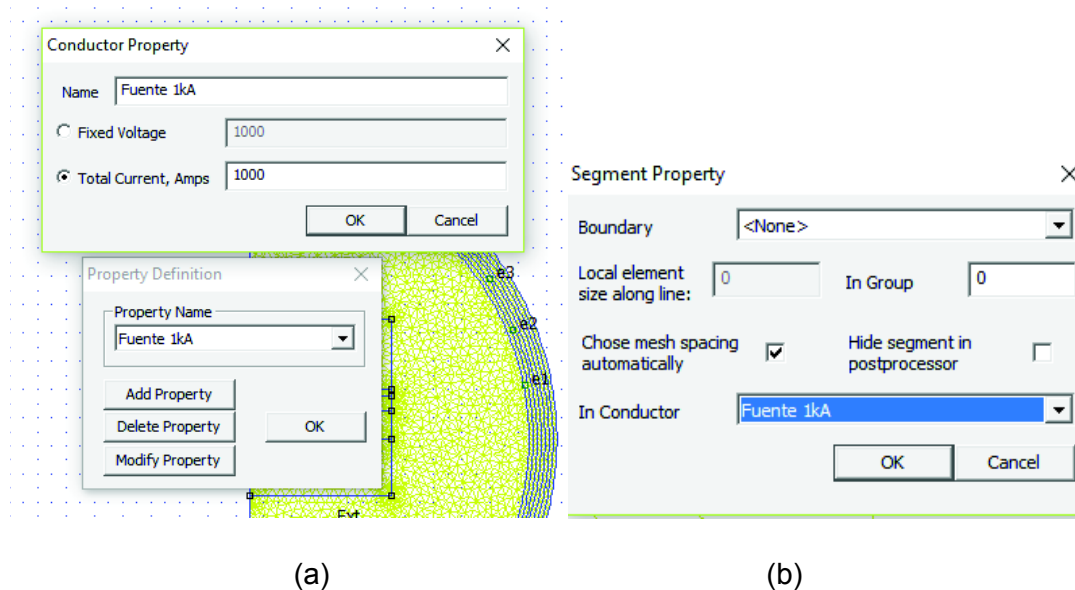


Figura 2.8. Creación de nueva propiedad de conductor (a) y asignación de esta propiedad al electrodo (b)

2.3.2. Discretización del dominio

FEMM utiliza la discretización del dominio en elementos finitos de forma triangular mediante un algoritmo que optimiza la cantidad de elementos y nodos, llamado *Mesh Generator*. Así, el programa crea más triángulos cerca de bordes y ángulos de la geometría para aumentar la precisión pero reduce la cantidad en zonas internas donde las condiciones son más uniformes.

Con el comando *Mesh Generator* se crea la malla de elementos finitos en todo el dominio delimitado por los círculos concéntricos. El programa indica la cantidad optimizada de nodos y los elementos finitos para la resolución del problema. El resultado se muestra en la Figura 2.9.

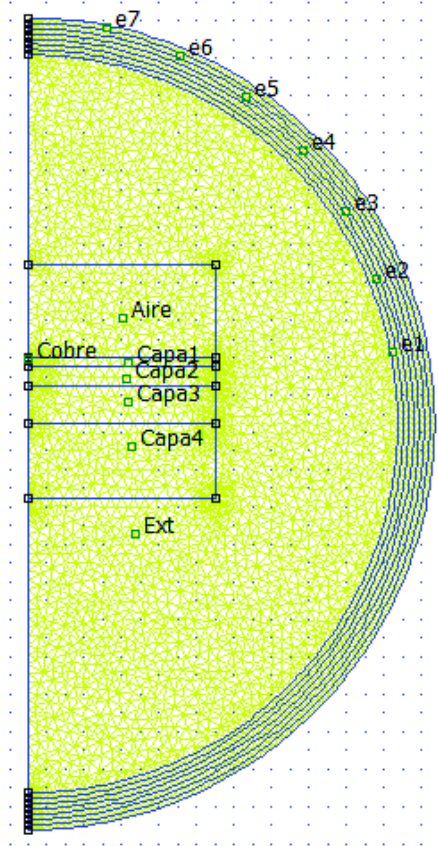


Figura 2.9. Dominio discretizado con 11188 elementos finitos triangulares entre 5897 nodos

2.3.3. Solución del problema

Al correr el análisis, dependiendo de la complejidad del problema, este puede tomar de 3 a 10 segundos. Para el caso base el tiempo de procesamiento para un computador con procesador Intel i5 con 8GB de RAM fue de 5 segundos. El programa dibuja el perfil de

voltaje para un electrodo bajo condiciones de descarga con 1000 V de potencial. La solución se presenta en la Figura 2.10.

Además, se pueden obtener perfiles de voltaje en la superficie, como se muestra en la Figura 2.11. Se pueden ver puntos de inflexión causados por el cambio de resistividad entre capa y capa.

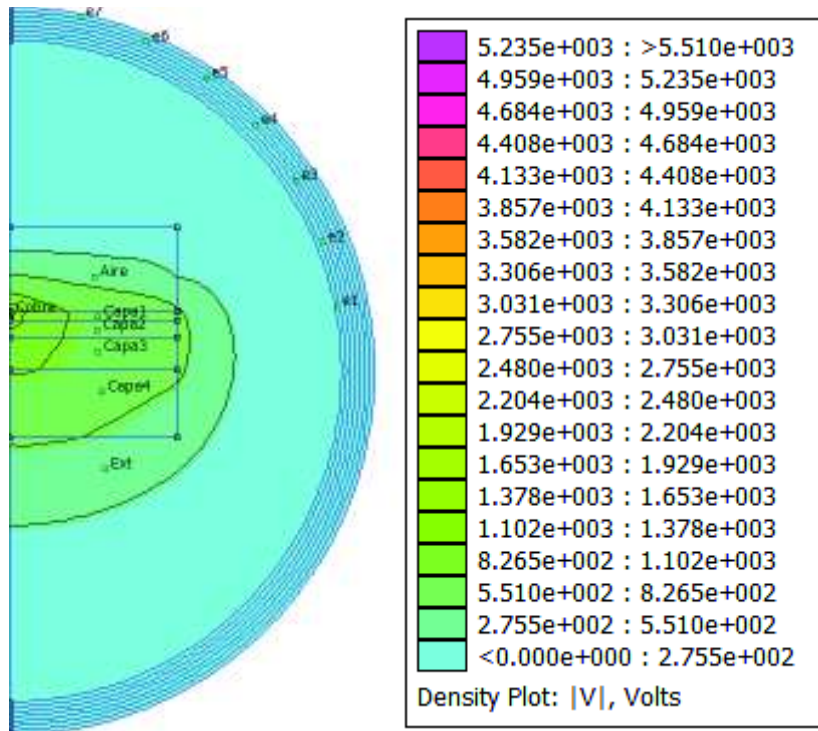


Figura 2.10. Solución de la distribución de voltaje para el problema de la Tabla 2.1.

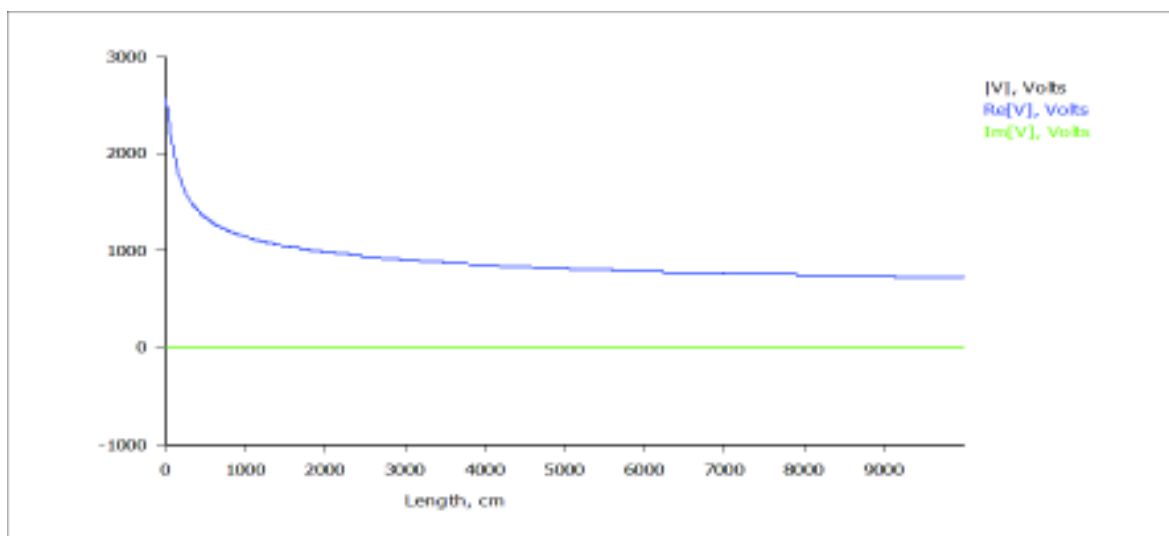


Figura 2.11. Perfil de voltaje en la superficie en función de la distancia horizontal desde el electrodo

2.4. Recopilación de datos

Los resultados que se obtienen con la solución del problema tienen por sí mismos mucha utilidad para el análisis del comportamiento del sistema. Sin embargo, para establecer comparaciones con estudios anteriores y analizar casos reales con distintos tipos de suelo, se vuelve necesario recolectar mediciones de diferencias de potencial, pues estas son las que se obtienen en la práctica y las que permiten definir los parámetros para el diseño de sistemas de puesta a tierra. El módulo de programación en Lua permite obtener estos datos sistemáticamente almacenando los resultados en un archivo .txt.

2.4.1. Determinación de voltaje de paso

El voltaje de paso se define como la diferencia de potencial en la superficie que puede experimentar una persona al tener una distancia de 1 m entre sus dos pies sin tener contacto con ningún objeto aterrizado [28]. Por lo tanto se puede implementar un pequeño algoritmo de determinación sistemática del voltaje en la superficie, sencillamente obteniendo la diferencia de potencial entre dos puntos distantes 1 m entre sí. Para ello, en primer lugar se determina el voltaje de un punto a una distancia de un metro del punto en la superficie por encima del electrodo, y luego se toma el voltaje 1 m más adelante. Luego, se mueven ambas mediciones horizontalmente con pasos de 1 m manteniendo constante la distancia de 1 m. Los resultados se presentan en la Figura 2.12.

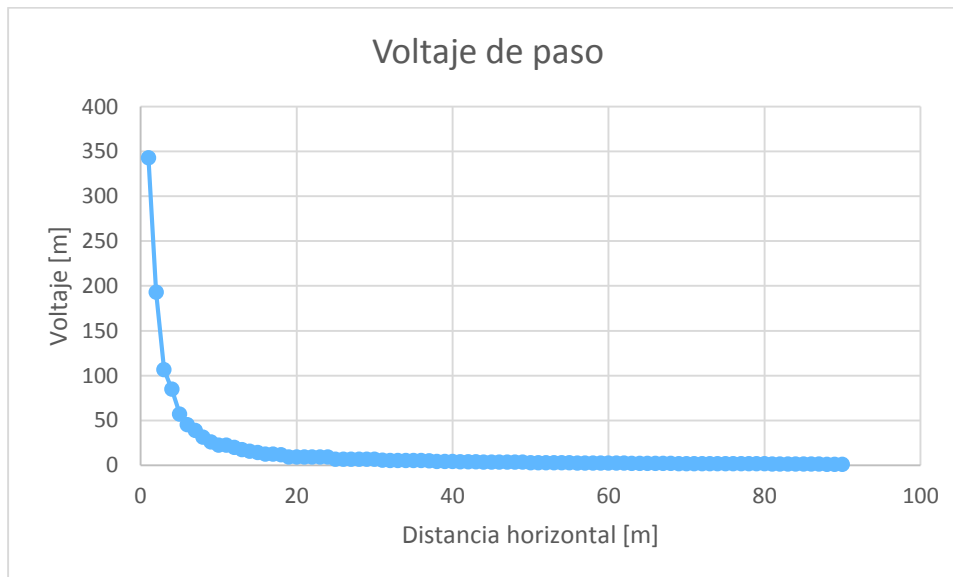


Figura 2.12. Voltajes de paso a lo largo del eje x

Los voltajes de paso son peligrosos en los primeros 5 metros junto a la zona de descarga, donde varían entre 50 y 350 V según estos resultados. El análisis sobre la influencia del suelo con varias capas en este parámetro se realiza en el capítulo 3.

2.4.2. Influencia en un electrodo cercano

En la práctica este electrodo puede ser la referencia del sistema electrónico separado del de potencia, o la puesta a tierra de una instalación cercana. La diferencia de potencial entre ellos puede representar un peligro para los equipos sensibles.

Para determinarlo se sigue un proceso similar que en el caso anterior, sólo que una referencia de potencial se mantiene inmóvil encima del electrodo bajo descarga, mientras que el potencial del otro punto, que representa el electrodo cercano, se mide sistemáticamente en el área de influencia. En la Figura 2.13 se presentan los resultados en los primeros 25 m.

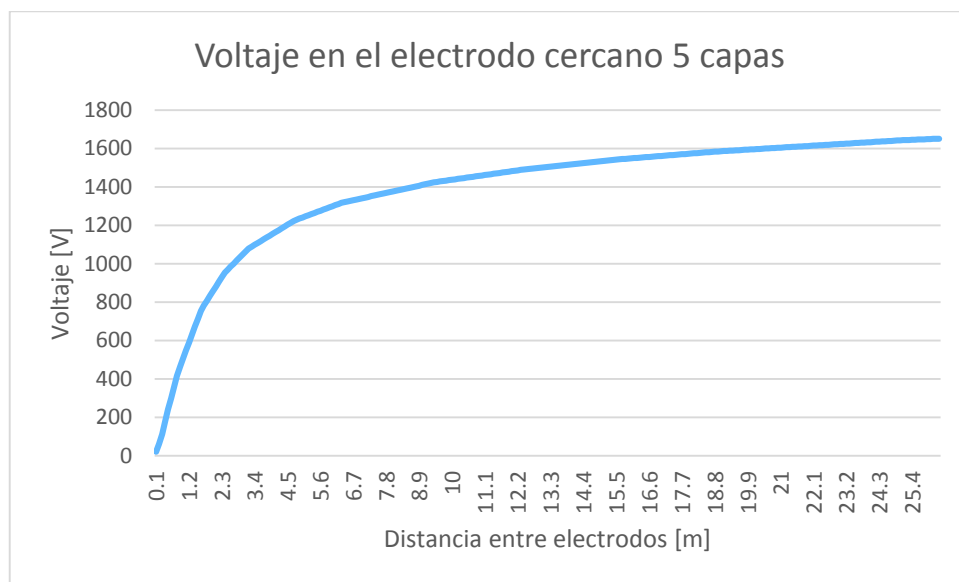


Figura 2.13. Voltaje entre electrodos en función de la distancia

Se puede observar que hay voltajes peligrosos para un electrodo cercano en condiciones de descarga. Las protecciones y el diseño del sistema de puesta a tierra deben considerar estos factores. Resulta pertinente analizar la influencia de tener varias capas en este voltaje, análisis que se realizará en el capítulo 3.

2.4.3. Determinación de resistividad aparente

El método de Wenner analizado previamente es el más utilizado en la práctica para determinar la resistividad aparente del suelo. Si se asume que el suelo tiene efectivamente las 5 capas que se muestran en el caso de estudio, se puede simular la aplicación del

método en este suelo, crear modelos de dos o tres capas para comparar con el “caso real” y calcular los errores introducidos.

Para simular el método de Wenner para la determinación de la resistividad se tiene que realizar ciertas modificaciones. En primer lugar, se inyecta una corriente conocida a través del electrodo del sistema, en vez de asumir un voltaje. Luego, con la configuración de la Figura 1.2, se toman sistemáticamente las mediciones de voltaje manteniendo la separación entre los dos puntos igual a la distancia entre el electrodo y el punto más cercano al electrodo, como se muestra en la Figura 2.14. De esta manera se obtiene el perfil de voltaje simulando una medición real (Figura 2.15).

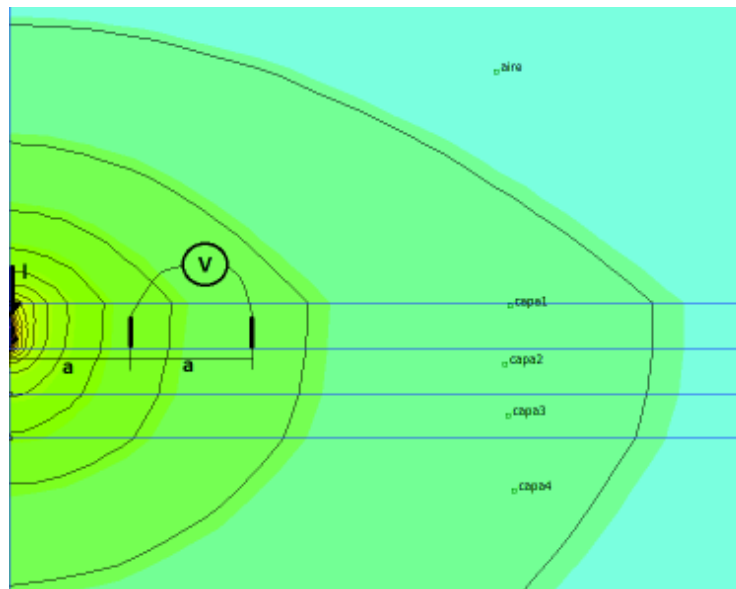


Figura 2.14. Ubicación de puntos de medición para método de Wenner

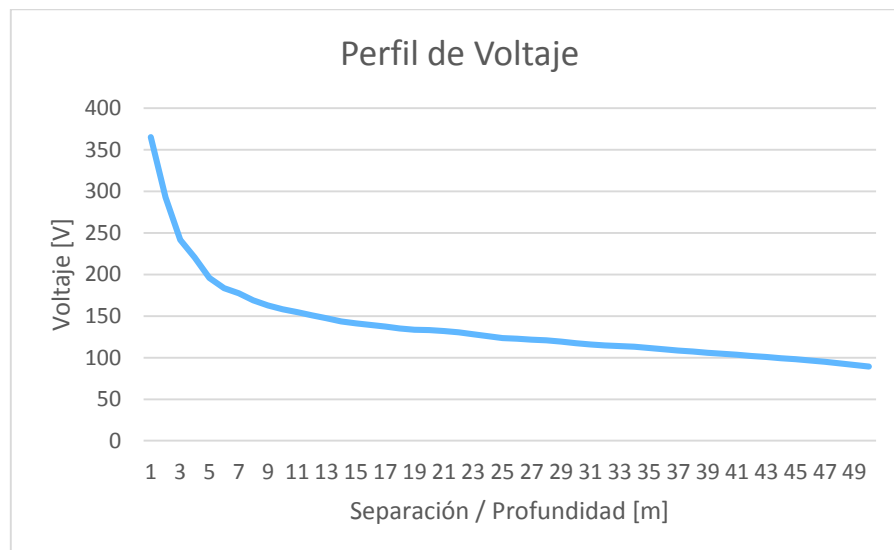


Figura 2.15. Perfil de voltaje medido con el método de Wenner

Ya que la separación entre electrodos es equivalente a la profundidad a la cual se mide la resistividad [28], se puede comparar los datos medidos por el método de Wenner con los de resistividad real. Los resultados se muestran en la Figura 2.16 y en la Tabla 2.2. Se ve claramente que la medición es considerablemente menor a la de la resistividad real de cada capa, aunque el patrón creciente es muy similar.

Tabla 2.2. Cuadro comparativo de resistividad real versus resistividad medida con el método de Wenner

Separación / profundidad [m]	Resistividad medida [Ohm.m]	Resistividad real [Ohm.m]	Error
5	6.26	10	-37%
15	13.34	50	-73%
35	24.56	100	-75%
75	276.90	500	-45%

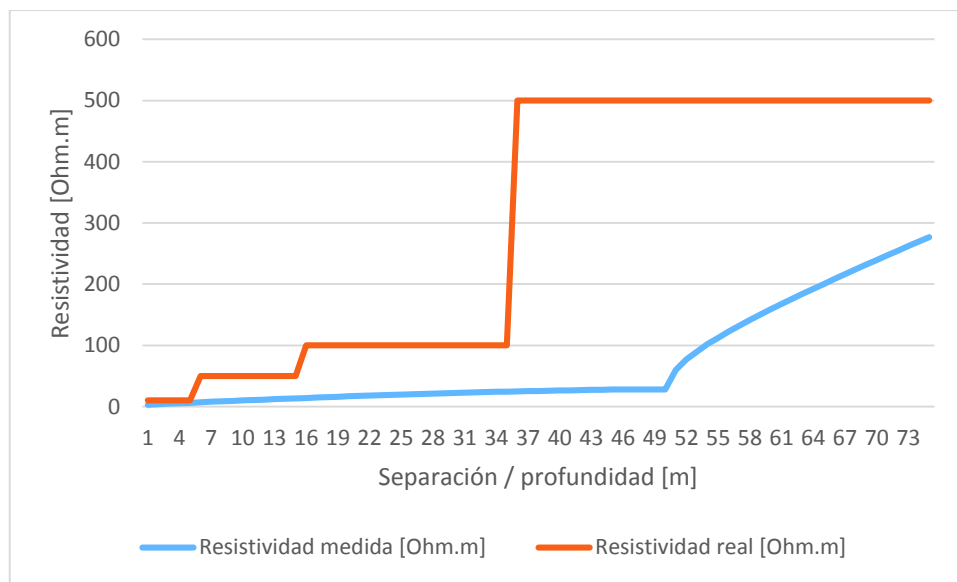


Figura 2.16. Resistividad real versus resistividad medida

2.5. Análisis comparativo entre modelos de suelo

Ya que en la práctica se suele modelar el suelo con una estructura uniforme o hasta con dos capas para el diseño de los sistemas de puesta a tierra, resulta pertinente analizar los errores que estas asunciones introducen.

Con base en los perfiles de voltaje determinados por las mediciones según el método de Wenner se puede determinar el modelo de suelo homogéneo y el de dos capas, para luego comparar su desempeño con el modelo de 5 capas planteado.

2.5.1. Comparación con el modelo de suelo uniforme

Para determinar la resistividad aparente se utiliza la Ecuación 1.9, que es un promedio de todas las resistividades medidas. De esta forma se obtiene que:

$$\rho_a = 72,14 \Omega.m$$

Ahora, se implementa este valor en *FEMM* para un suelo uniforme, igualando el valor de todas las capas al valor promedio.

Los resultados de la Figura 2.17 muestran la enorme desviación de los datos. Asumir un suelo uniforme implica estimar el valor del voltaje en un electrodo cercano hasta 7 veces el valor real.

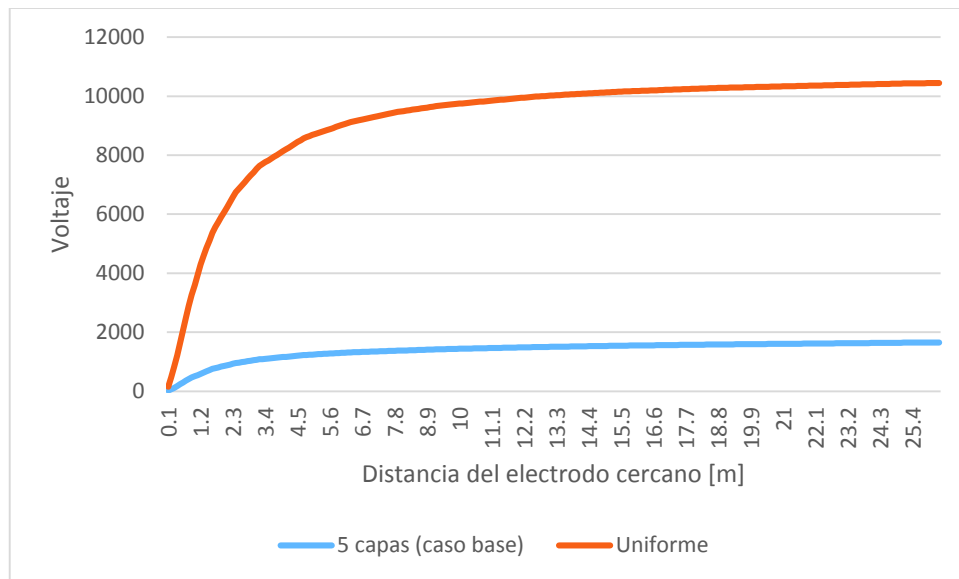


Figura 2.17. Comparación entre voltaje en el electrodo cercano para un modelo de cinco capas versus un modelo uniforme

2.5.2. Comparación con el modelo a dos capas

Para aproximar el modelo de dos capas se emplea el método de Sunde [3, pp. 58-60], basado en las mediciones de resistividad que se muestran en la Figura 2.16. El proceso se detalla a continuación:

- En base al gráfico de resistividad aparente de la Figura 2.16 se estima ρ_1 y ρ_2 , que preferiblemente son los valores extremos en una inflexión. Para este caso se estima $\rho_1 = 30 \Omega.m$ y $\rho_2 = 300 \Omega.m$.

- b) Se determina la relación $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{300}{30} = 10$ y se selecciona la curva correspondiente para este valor en la familia de curvas.
- c) Se selecciona un valor del eje horizontal que cruce a la curva. En este caso será el valor de $\frac{\rho_a}{\rho_1} = 5$.
- d) Se lee el valor de $\frac{a}{h} = 7$ para $\frac{\rho_a}{\rho_1} = 5$ en el eje horizontal de las curvas de Sunde.
- e) Se calcula $\rho_a = 5\rho_1 = 5(30) = 150 \Omega \cdot m$.
- f) Se lee $a = 60$ en la curva de resistividad aparente de la Figura 2.16 para $\rho_a = 150$.
- g) Finalmente, se calcula h de la relación $h = \frac{a}{a/h}$. Entonces $h = \frac{60}{7} \approx 9m$.

El modelo obtenido de dos capas tendría los siguientes parámetros:

$$h = 9m$$

$$\rho_1 = 30 \Omega \cdot m$$

$$\rho_2 = 300 \Omega \cdot m$$

Estos datos se implementan en *FEMM* para obtener los valores comparativos de voltajes de paso y voltaje en el electrodo cercano (Figura 2.19)

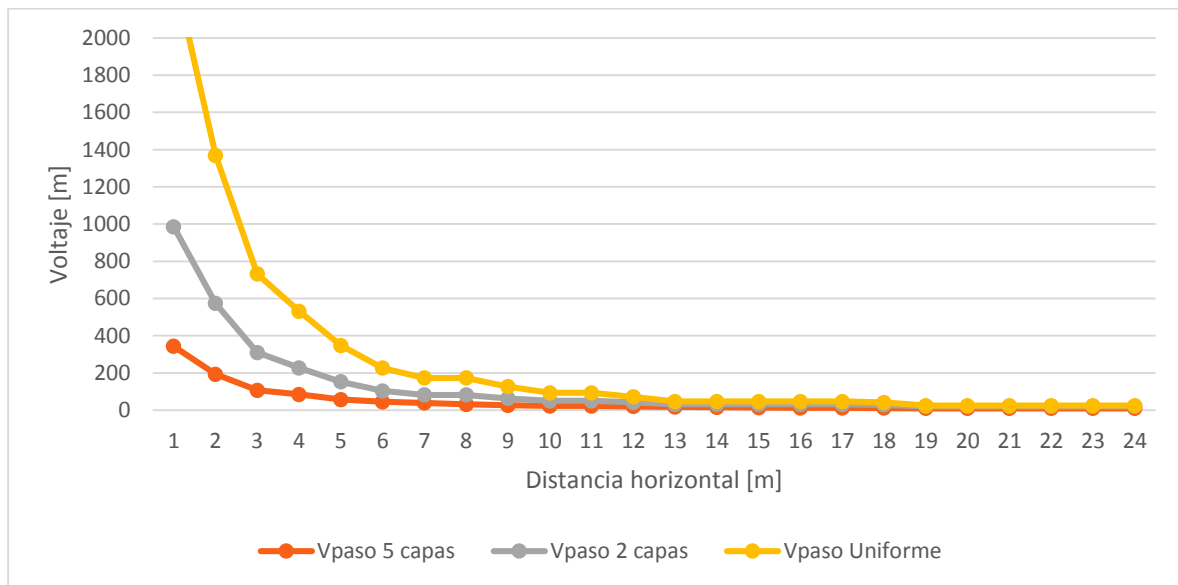


Figura 2.18. Voltajes comparativos de paso para los modelos de suelo de 5, 2 y 1 capas

El modelo de dos capas redujo significativamente el error, haciendo que el voltaje en el electrodo cercano y el voltaje de paso sean hasta 3 veces mayor, en relación a las 6 veces mayor que se tenía en el modelo uniforme.

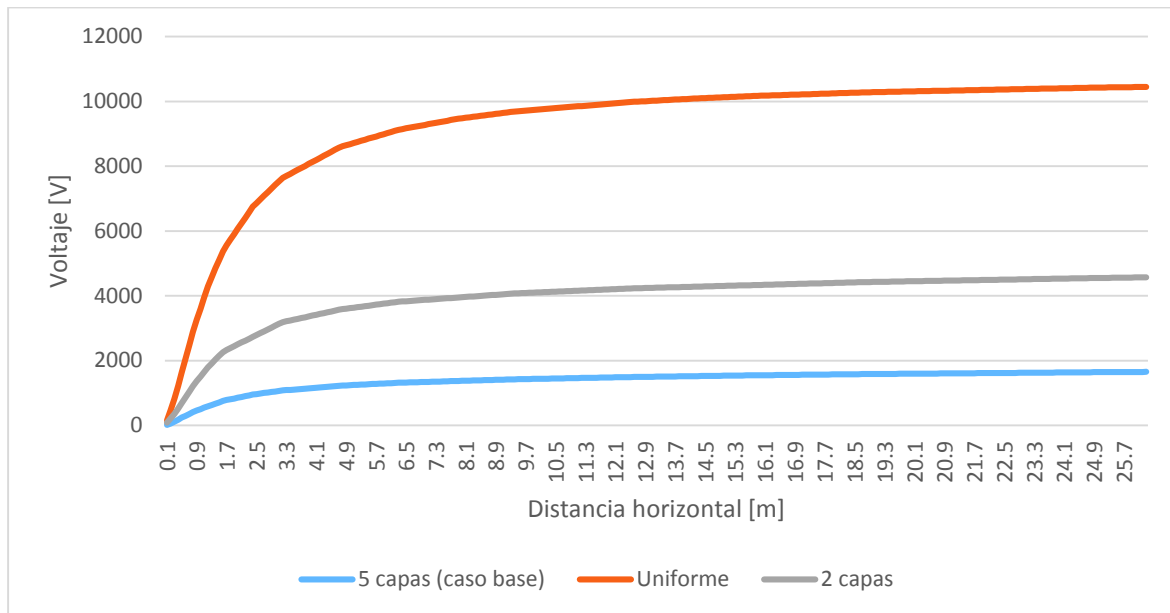


Figura 2.19. Voltajes comparativos en un electrodo cercano para los modelos de suelo de 5, 2 y 1 capas

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Con la metodología propuesta, el *FEMM* se utilizó para el análisis de sistemas de puesta a tierra bajo condiciones de descarga considerando cuatro estructuras representativas de suelo, utilizadas en un estudio previo [14].

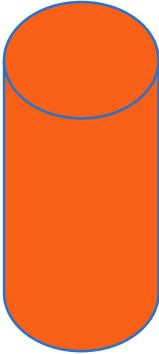

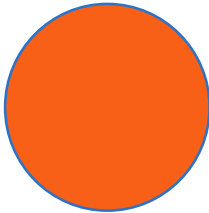
Tabla 3.1. Cuatro estructuras representativas de suelo [14]

Modelo de suelo	Capa	Resistividad	Espesor
		[$\Omega.m$]	[m]
A	1	2000	0.3
	2	100	2.3
	3	1000	∞
B	1	50	0.2
	2	1000	3
	3	100	∞
C	1	1000	2
	2	500	2
	3	250	2
	4	100	∞
D	1	100	2
	2	250	2
	3	500	2
	4	1000	∞

El modelo A consiste en una capa de baja resistividad ubicada dos capas de alta resistividad. El modelo B se trata del caso opuesto, una capa de alta resistividad en medio de dos capas de baja resistividad. El modelo C consiste en una capa de alta resistividad en la superficie y capas inferiores cuya resistividad decrece gradualmente a medida que aumenta la profundidad. Finalmente, el modelo D tiene una capa de baja resistividad en la superficie mientras que la resistividad de las capas inferiores aumenta con la profundidad. Los cuatro modelos son representativos ya que cada uno corresponde con un tipo de suelo multicapa hallado en la práctica [14]. Es importante mencionar que para los modelos A y B el espesor de la capa superficial es pequeño, tal que el electrodo se ubica en la segunda capa, mientras que en los modelos C y D, el electrodo estará en la primera capa.

En cada tipo de suelo se analizó su comportamiento utilizando tres tipos de electrodos comunes según [27] y que se muestran en la Tabla 3.2. El electrodo está enterrado a 50 cm de profundidad. Además, se inyectaron 3 corrientes de valores representativos: 1kA, 100A y 10A. En total, se realizaron 36 simulaciones (9 por cada caso) para el análisis.

Tabla 3.2. Geometrías de electrodos a utilizar para simulaciones

Tipo de electrodo	Geometría	Dimensiones
Una varilla vertical de cobre, longitud L y radio a		$L = 1.5 \text{ m}$ $a = 16 \text{ mm}$
Una varilla horizontal enterrada de cobre, longitud L y radio a		$L = 3 \text{ m}$ $a = 16 \text{ mm}$
Plato redondo horizontal de cobre, de radio a		$a = 15 \text{ cm}$

Para cada caso de estudio se obtuvieron los siguientes datos:

- el perfil de potencial en la superficie en los primeros 40 m
- los voltajes de paso para los primeros 40 m
- el voltaje en un electrodo cercano ubicado dentro de los primeros 40 m
- la resistencia de puesta a tierra como la relación V/I
- el perfil de resistividad
- los modelos equivalentes de 1 y 2 capas
- los errores introducidos por los modelos para resistencia de puesta a tierra, voltajes de paso y voltajes en el electrodo cercano

Para el modelo equivalente de dos capas, se obtuvieron los parámetros de la Tabla 3.3 por el método de Sunde.

Tabla 3.3. Modelos equivalentes de 2 capas obtenidos por el método de Sunde

	Caso A	Caso B	Caso C	Caso D
Rho1:	300	350	950	150
Rho2:	550	200	150	470
Rho2/Rho1:	1.833333333	0.57142857	0.15789474	3.133333333
Rho_a/Rho1:	1.8	0.5	0.2	2
a/h:	5	4	3	3.5
Rho_a:	540	175	190	300
a:	3	9	8	5
h:	0.6	2.25	2.66666667	1.42857143

3.1. Análisis comparativo entre distintas corrientes de descarga

Al inyectar 3 corrientes representativas distintas (1kA, 100A y 10A), los perfiles de potencial, voltaje de paso y voltaje en electrodo cercano presentan patrones similares para cada valor de corriente. Obviamente, mientras mayor es la corriente, el potencial y los voltajes son mayores (Figuras 3.1 y 3.2). Además, mientras más cercano es el punto de análisis al electrodo bajo descarga, todos estos parámetros son mayores.

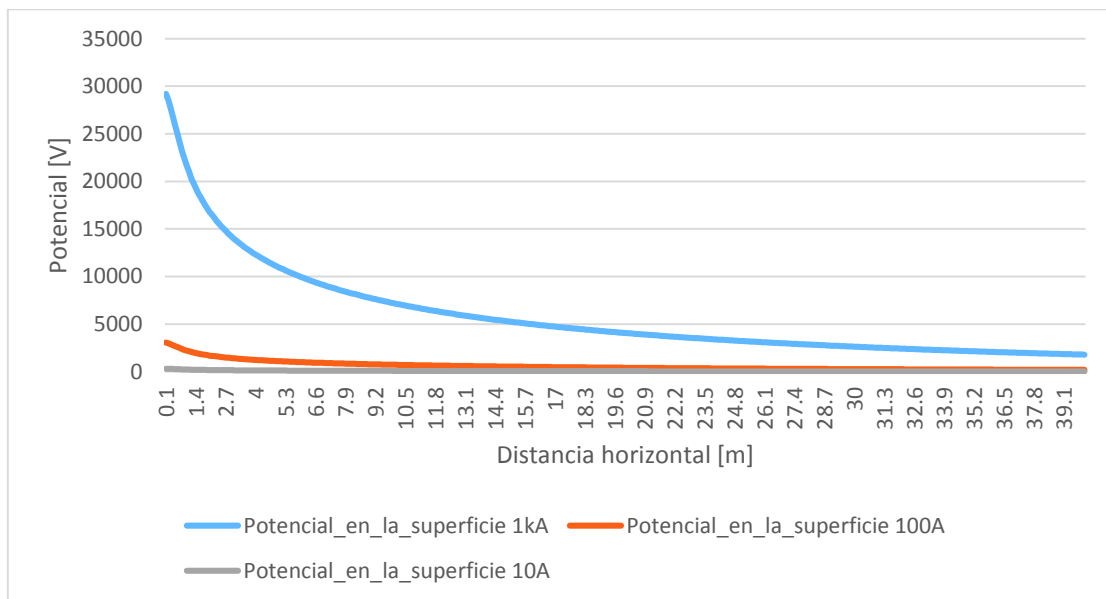


Figura 3.1. Perfil de potencial eléctrico en la superficie en el caso A para 3 corrientes distintas

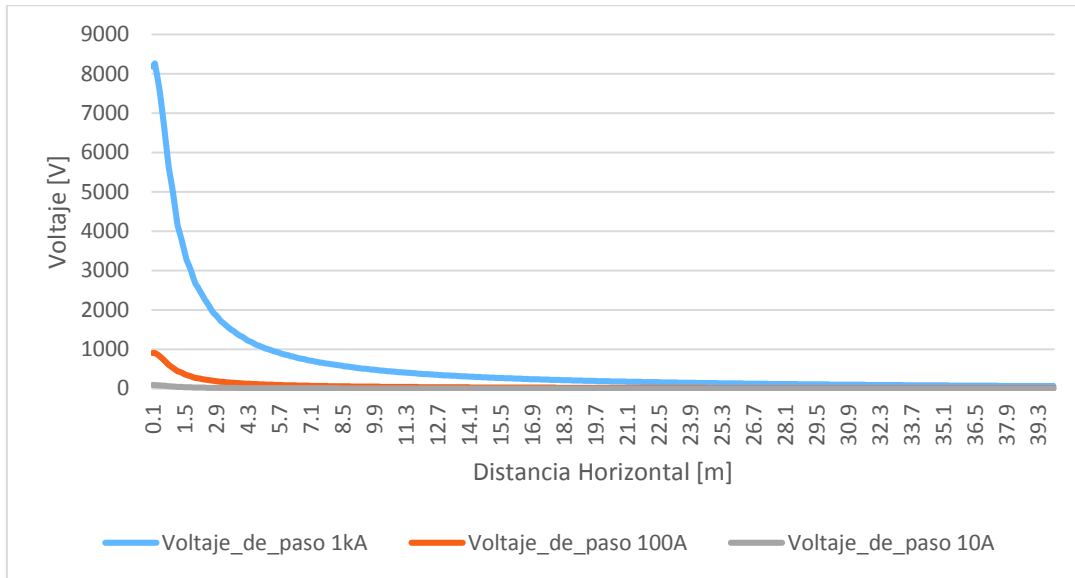


Figura 3.2. Voltajes de paso para 3 corrientes distintas para el caso A

Este patrón de comportamiento de potencial y voltajes se replica en todos los tipos de suelo. Mientras mayor es la corriente, los voltajes de paso son mayores en la proximidad de la descarga para luego hacerse cero en la distancia (Figura 3.2). De la misma manera, el voltaje en un electrodo cercano es mucho mayor para una mayor corriente de descarga (Figura 3.3).

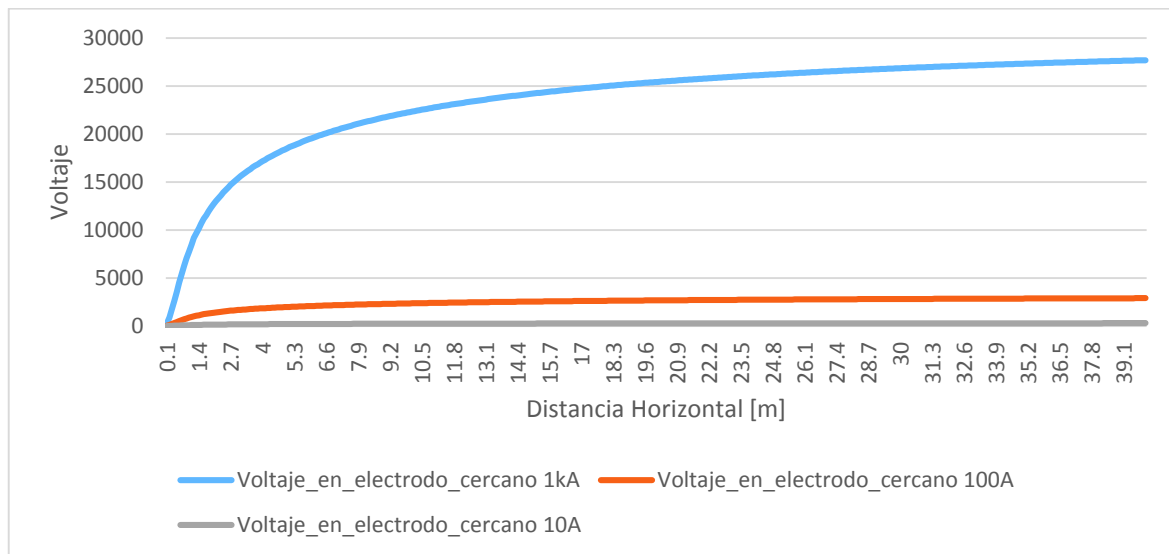


Figura 3.3. Voltaje en un electrodo cercano para el caso A

Con respecto a la resistividad medida y la resistencia de puesta a tierra, los resultados fueron aún más contundentes al comparar el comportamiento del mismo suelo ante condiciones de descarga con distintas corrientes, como se muestra en la Figura 3.4. La resistividad y la resistencia de puesta a tierra son prácticamente las mismas, como se

esperaba, pues estos parámetros son teóricamente independientes de la corriente inyectada [28].

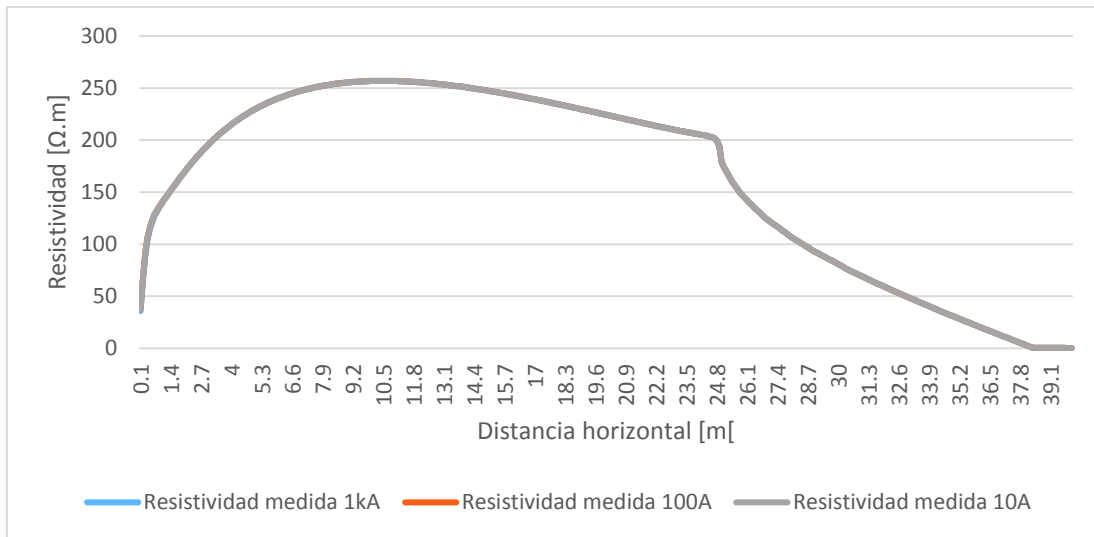


Figura 3.4. Resistividad medida para distintas corrientes para el caso A

3.2. Resultados para caso A – capa de baja resistividad encerrada entre dos capas de alta resistividad

En la Figura 3.5 se muestran los equipotenciales para el caso A con una descarga de 1kA, que son decrecientes a medida que se alejan del electrodo horizontalmente.

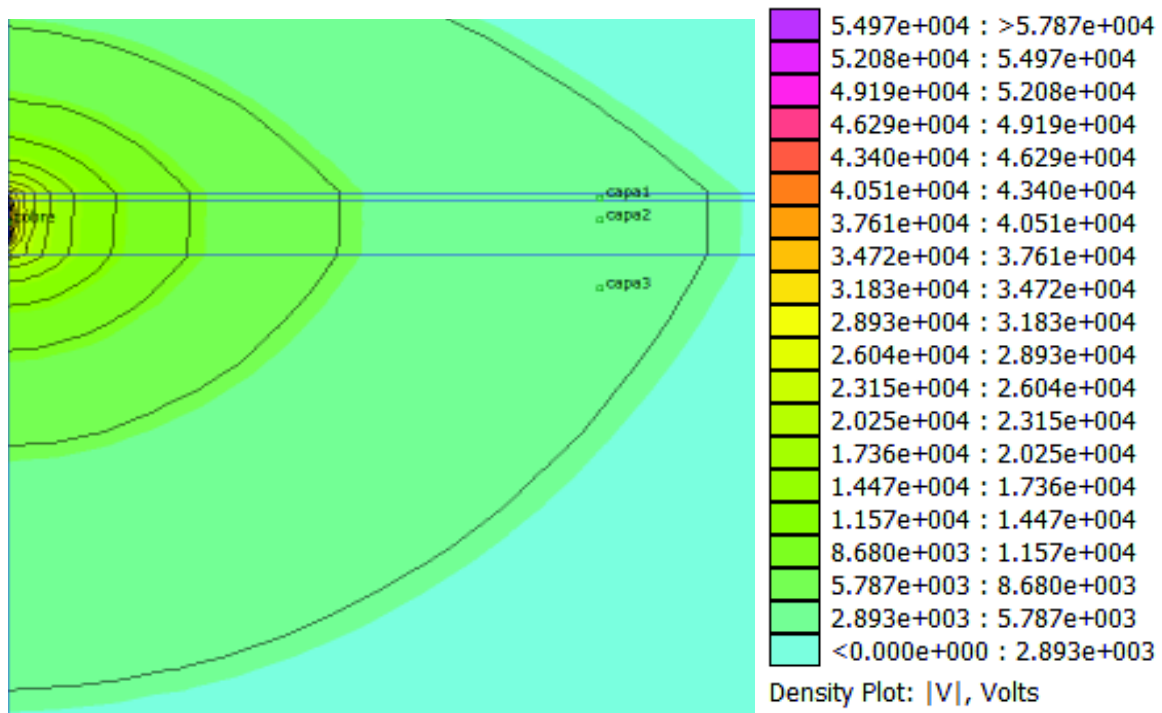


Figura 3.5. Equipotenciales del caso A para una descarga de 1kA

Se observa que existen cambios abruptos en los equipotenciales entre capa y capa, y obviamente el potencial es mayor mientras más cerca del electrodo se mide. Este patrón se repite en todos los casos, independientemente del tipo de electrodo, corriente inyectada, o modelo de suelo.

3.2.1. Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 3 capas para un electrodo vertical

En la Figura 3.6 se observa que el potencial en la superficie es mucho mayor, sobre todo en los primeros 5 metros alrededor de la descarga, para los modelos de 1 y 2 capas. Esta diferencia es aún más crítica cuando se compara el voltaje inducido en un electrodo cercano, en el que hay una diferencia de casi 500kV. Esto se debe a que la primera capa es tan delgada, que en los modelos de 1 y 2 capas, su influencia prácticamente se pierde, pues se asume que ambos electrodos están enterrados *por debajo* de la primera capa, que es la de mayor resistividad.

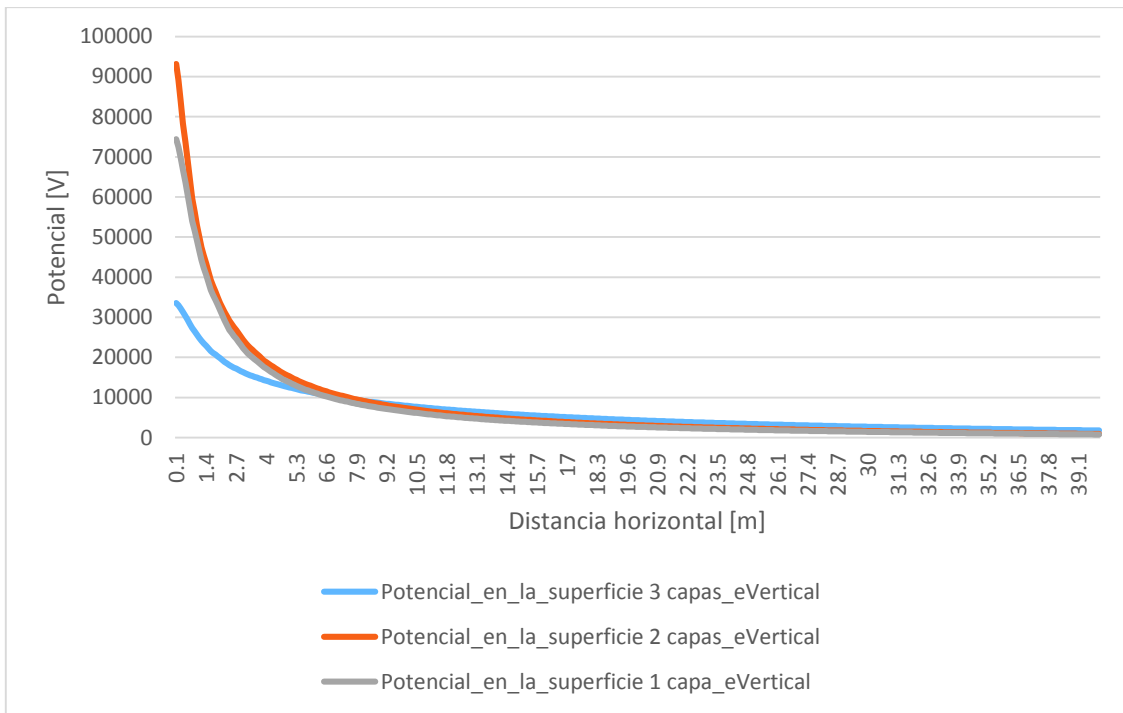


Figura 3.6. Potencial en la superficie producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo vertical en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

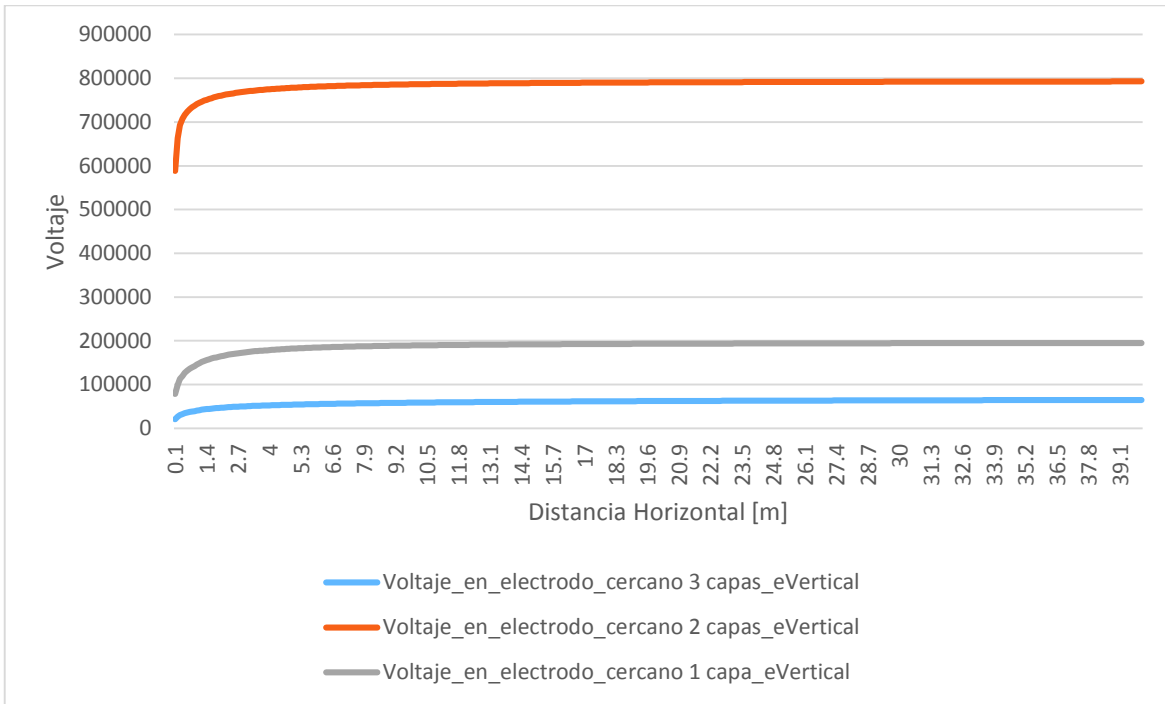


Figura 3.7. Voltaje en un electrodo cercano por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo vertical en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

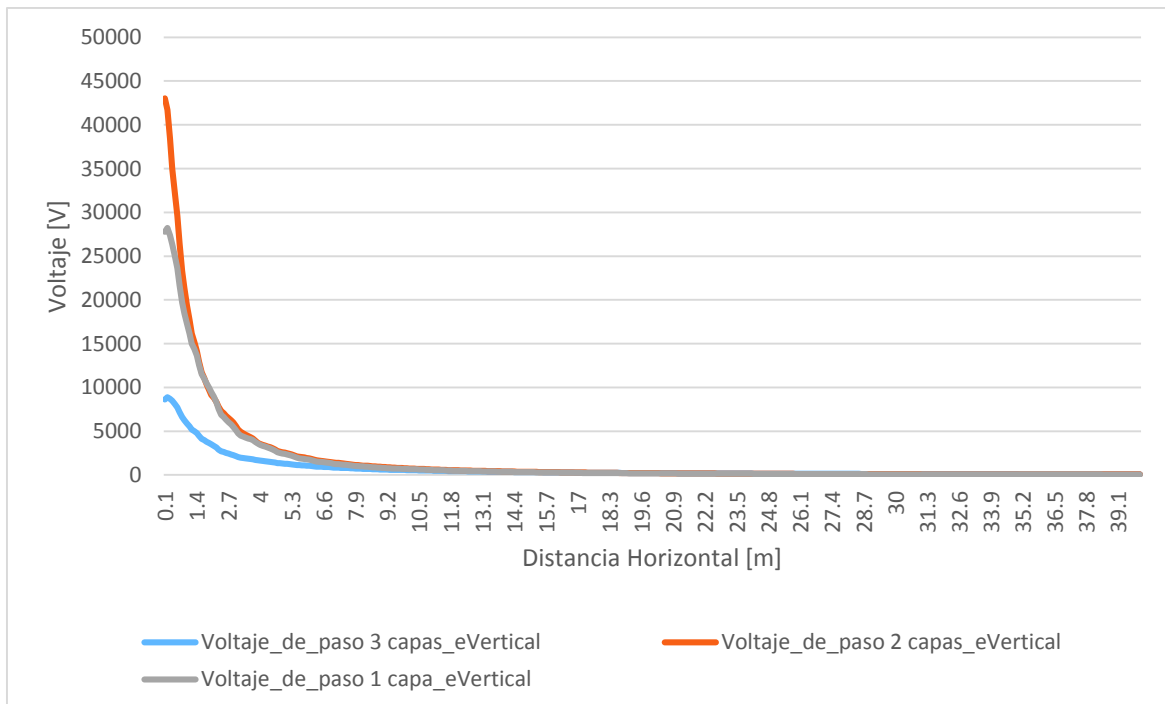


Figura 3.8. Voltaje de paso producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo vertical en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

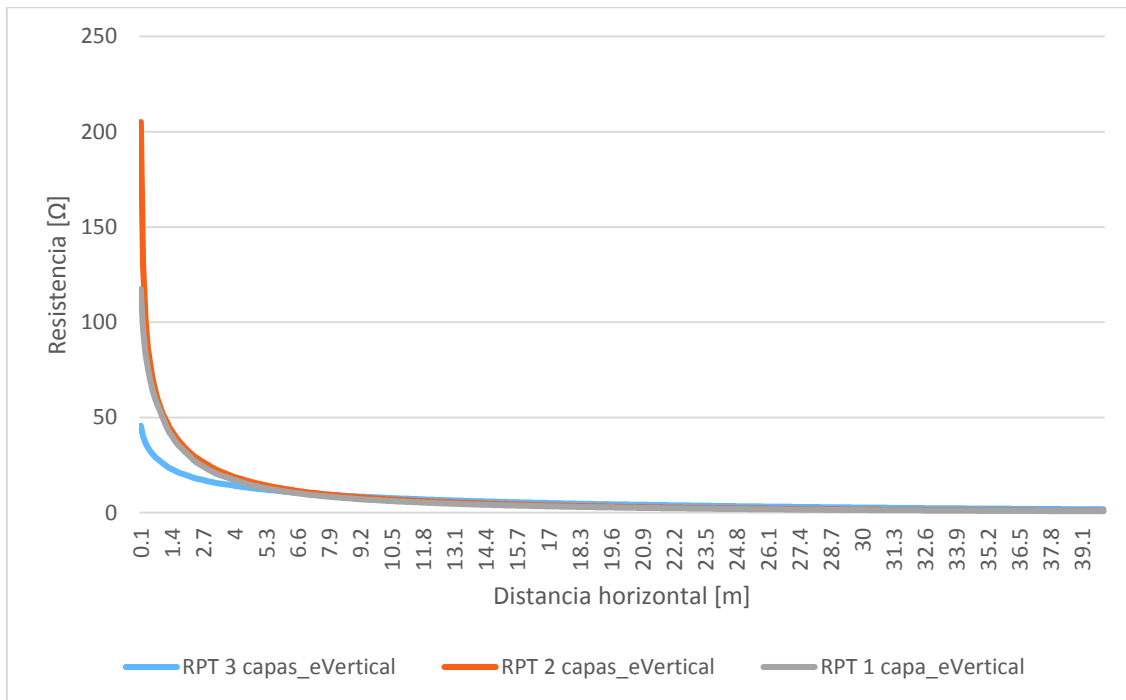


Figura 3.9. Resistencia de puesta a tierra para una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo vertical en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

Con el voltaje de paso y el voltaje en electrodo cercano se da un fenómeno interesante: los valores para un modelo de 3 capas son mucho menores que para los modelos simplificados de 1 y 2 capas (Figuras 3.7 y 3.8), lo cual también sucede para la resistencia de puesta a tierra sobre todo en la cercanía a la descarga, como se muestra en la Figura 3.9. Sin embargo, estos valores se igualan más allá de los primeros 5 metros y tienden a cero.

En todos los casos, el modelo de 3 capas obtuvo los menores valores para los parámetros establecidos, lo que muestra la inexactitud de los otros dos, principalmente en el área cercana al electrodo bajo descarga.

3.2.2. Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 3 capas para un electrodo horizontal

De la misma manera que para el electrodo vertical, todos los valores de potencial, voltaje y resistencia son menores para el modelo de tres capas, sobre todo para los primeros 5 metros, como se muestra en las Figuras 3.10, 3.11, 3.12 y 3.13.

El voltaje en el electrodo cercano tiene una brecha bastante grande, de hasta 80kV, comparando el modelo de 3 capas con los modelos simplificados, como se puede ver en la Figura 3.12. El modelo de tres capas nuevamente presenta un voltaje menor, lo que muestra la inexactitud de los modelos simplificados y el sobredimensionamiento que

ocasionarían en el caso de ser utilizados para el diseño del sistema de puesta a tierra. En los demás parámetros hay una tendencia creciente en el primer metro debido a que el electrodo horizontal se extiende en esta longitud.

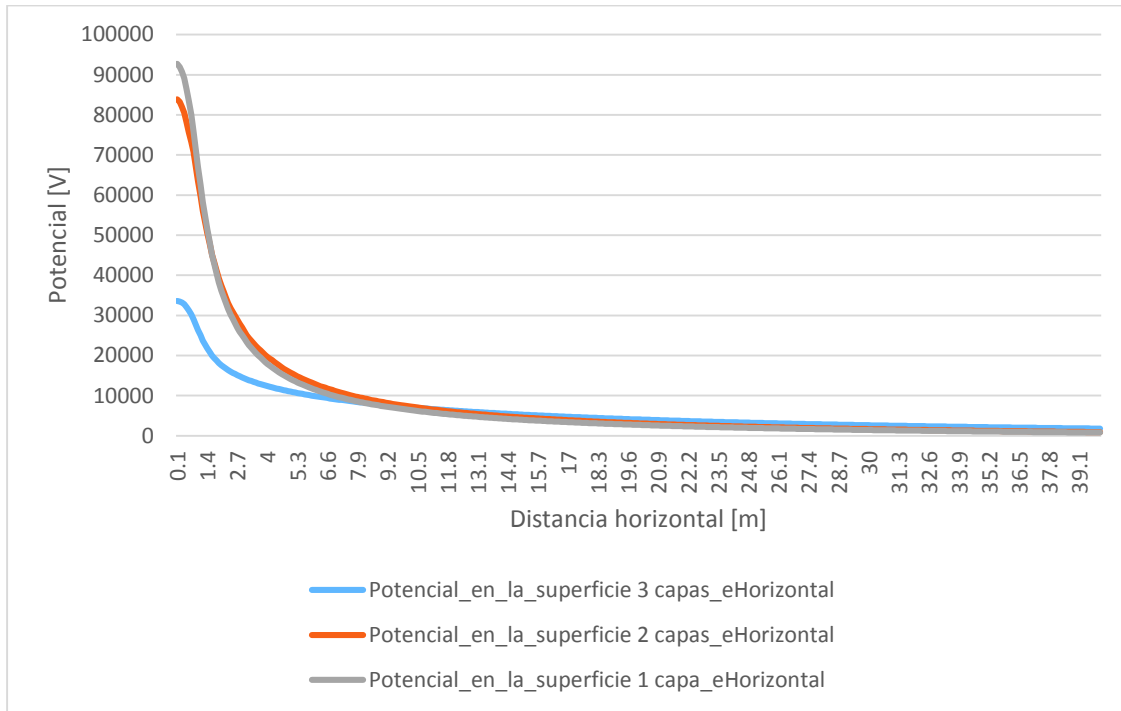


Figura 3.10. Potencial en la superficie producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo horizontal en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

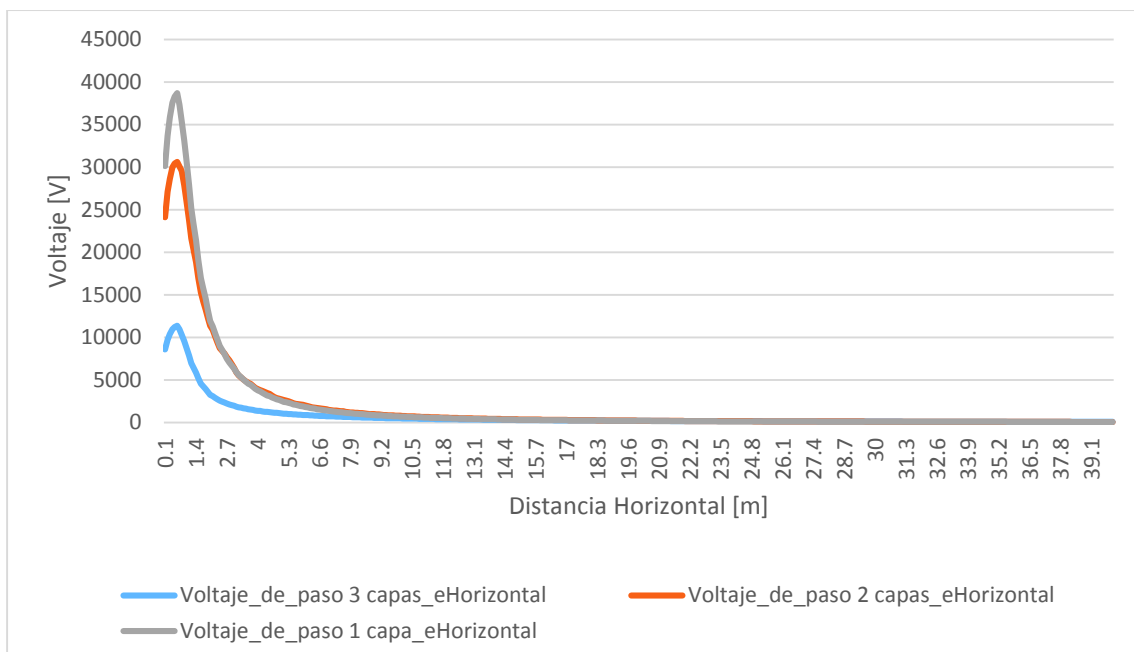


Figura 3.11. Voltaje de paso producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo horizontal en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

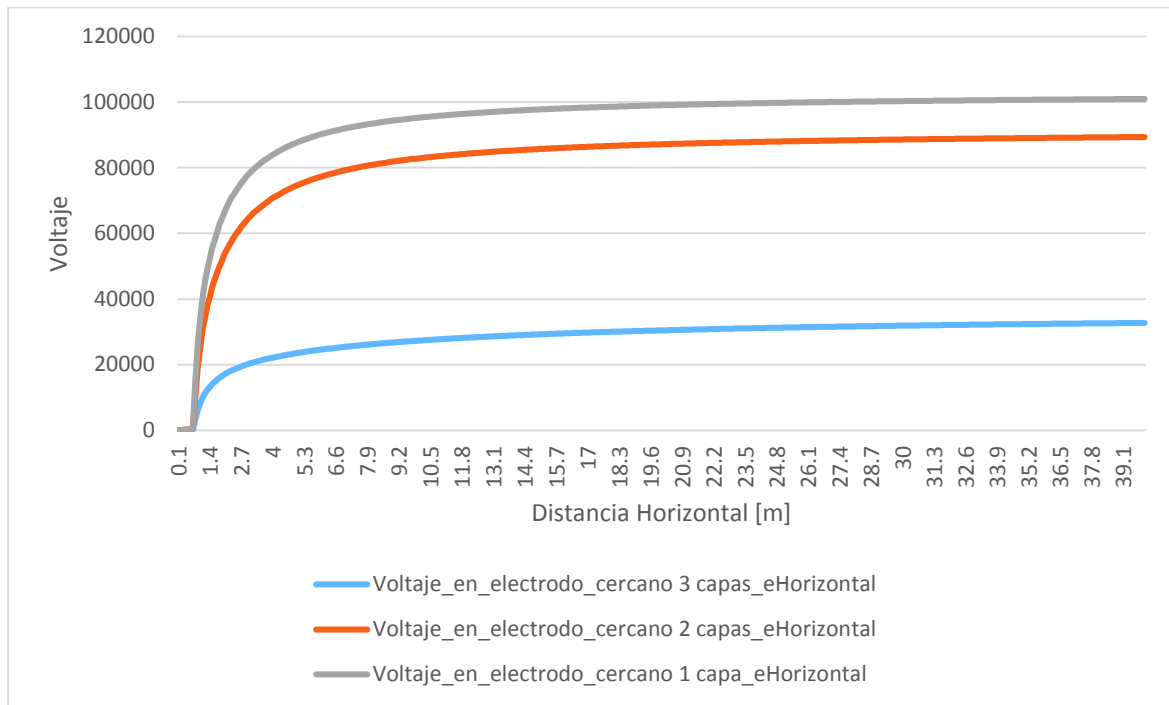


Figura 3.12. Voltaje en un electrodo cercano por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo horizontal en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

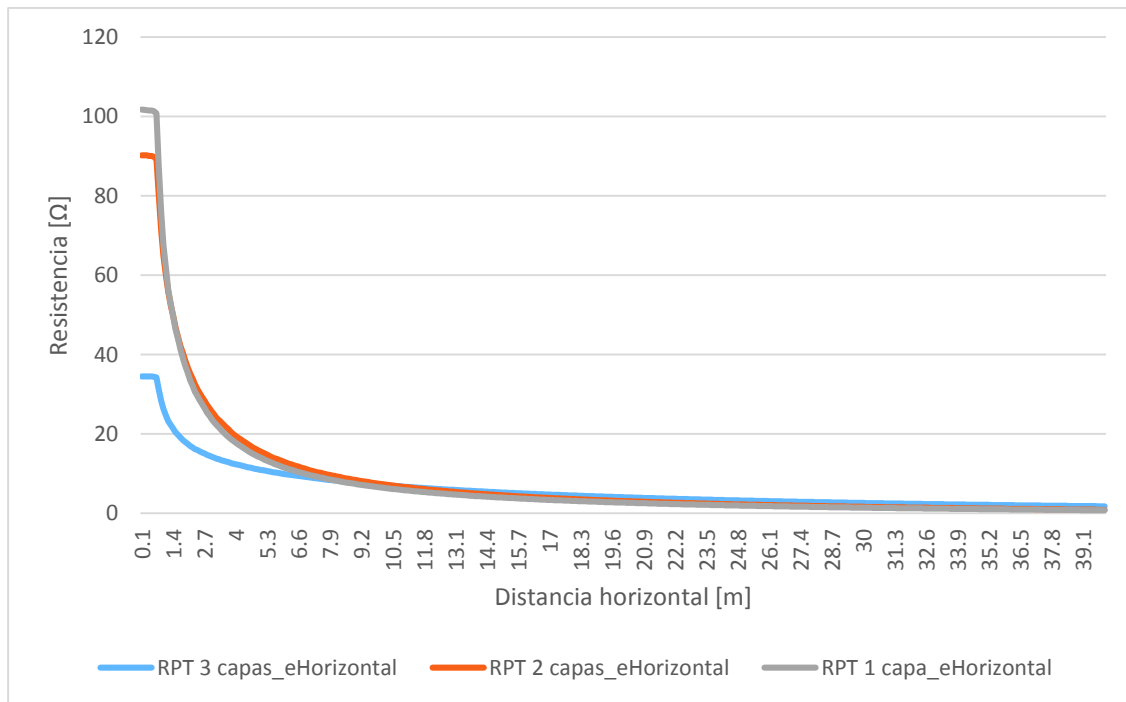


Figura 3.13. Resistencia de puesta a tierra para una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo horizontal en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

Por otro lado, al comparar los resultados de resistencia de puesta a tierra mostrados en las Figuras 3.9 y 3.13 se observa que el electrodo enterrado horizontalmente presenta una menor resistencia. Cuando se modela con tres capas, hay una diferencia de 10Ω , entre los dos tipos de electrodo, mientras que el modelo de 2 capas presenta una diferencia de más de 150Ω entre las resistencias de ambas configuraciones.

3.2.3. Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 3 capas para un electrodo circular

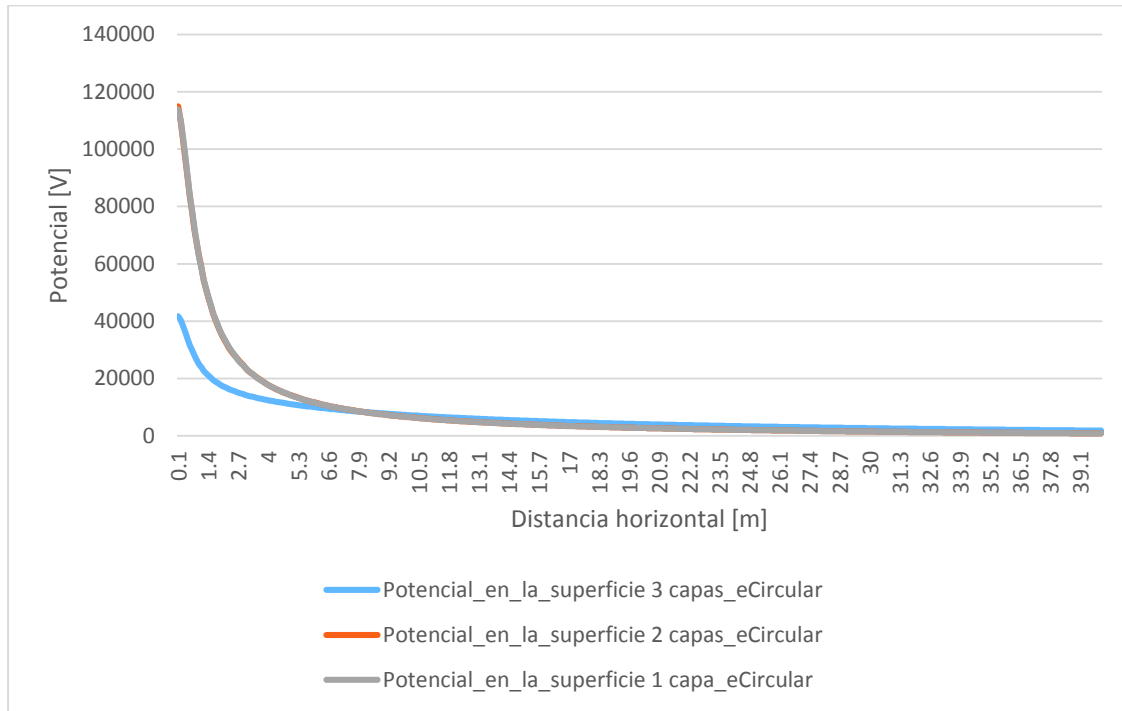


Figura 3.14. Potencial en la superficie producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo circular en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

Para un electrodo circular los modelos de 1 y 2 capas presentan resultados prácticamente idénticos para todos los parámetros en análisis. Al igual que para los electrodos anteriores, para los primeros 5 metros hay una diferencia importante de estos dos modelos con respecto al de 3 capas.

En la Figura 3.14 se observa que el potencial en la superficie es notablemente menor en la cercanía, al igual que el voltaje de paso que se muestra en la Figura 3.15. El voltaje en el electrodo cercano nuevamente presenta una desviación de hasta 200kV, siendo el voltaje medido para el modelo de 3 capas significativamente menor (Figura 3.16).

La resistencia de puesta a tierra para este tipo de electrodo, mostrada en el Figura 3.17, al igual que con los otros parámetros, el modelo de 3 capas presenta menores valores en la cercanía al electrodo de descarga.

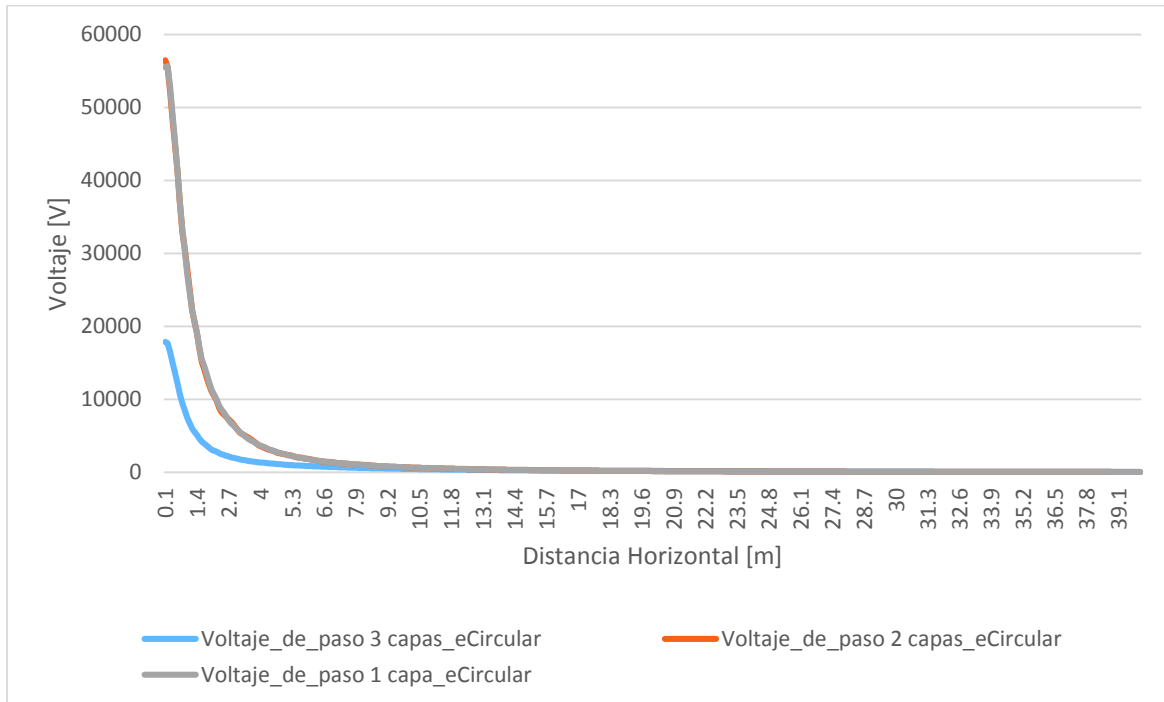


Figura 3.15. Voltaje de paso producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo circular en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

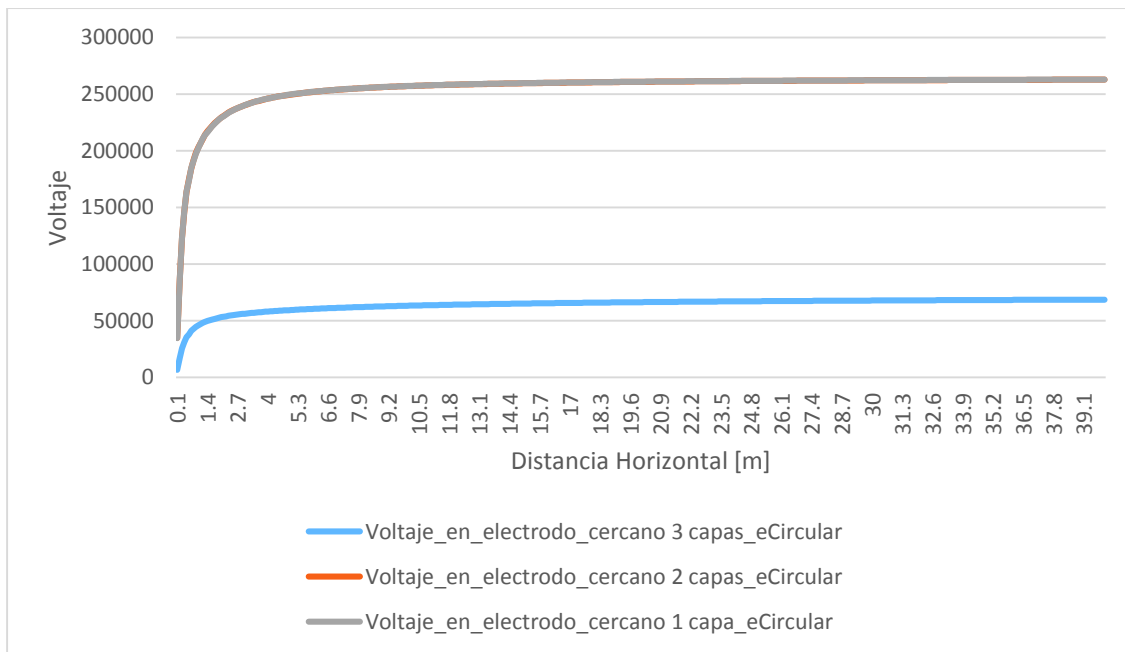


Figura 3.16. Voltaje en un electrodo cercano por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo circular en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

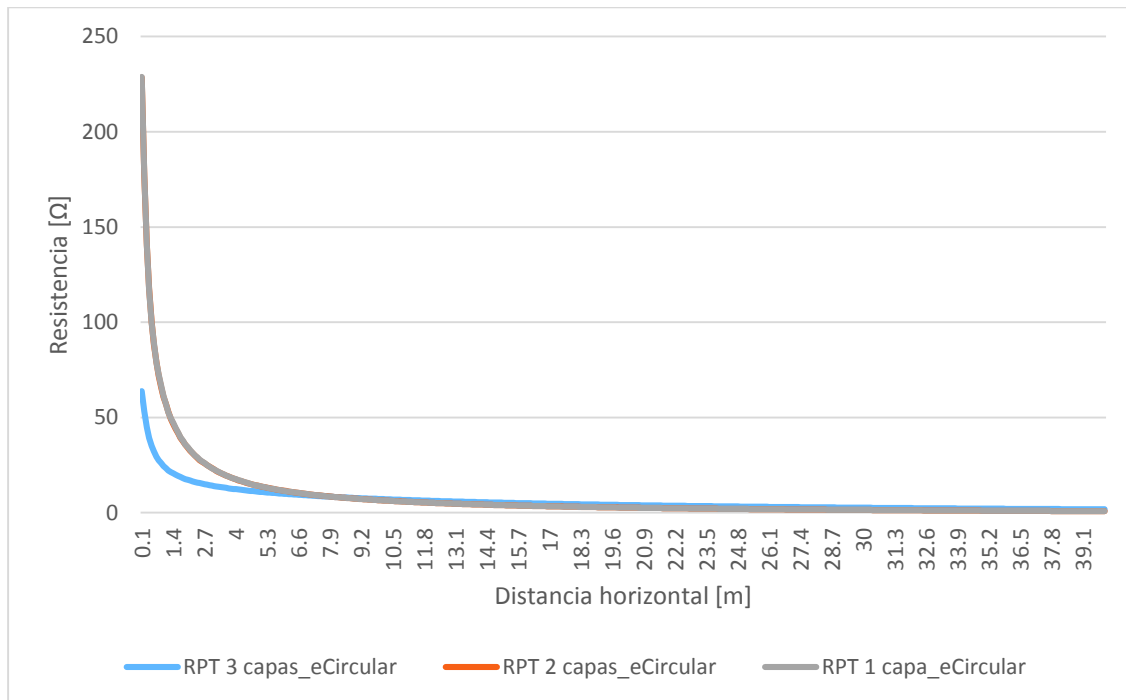


Figura 3.17. Resistencia de puesta a tierra para una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo circular en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

3.2.4. Análisis comparativo entre los tres tipos de electrodo para el modelo de 3 capas

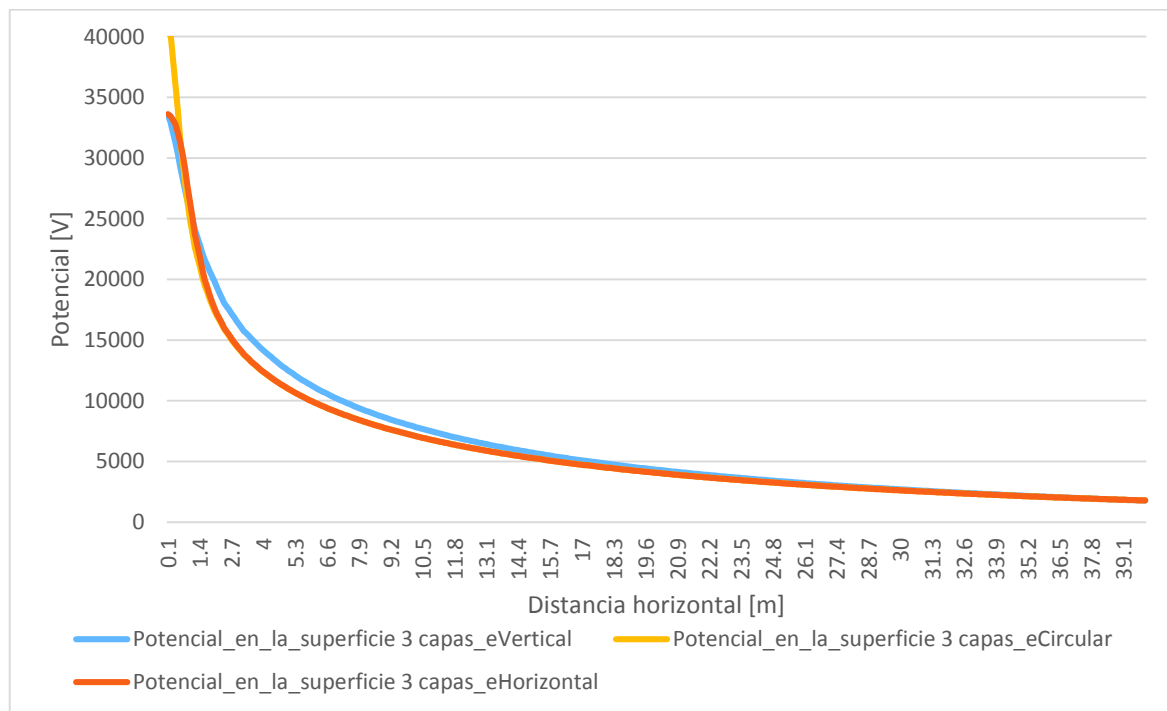


Figura 3.18. Potencial en la superficie para tres tipos de electrodo

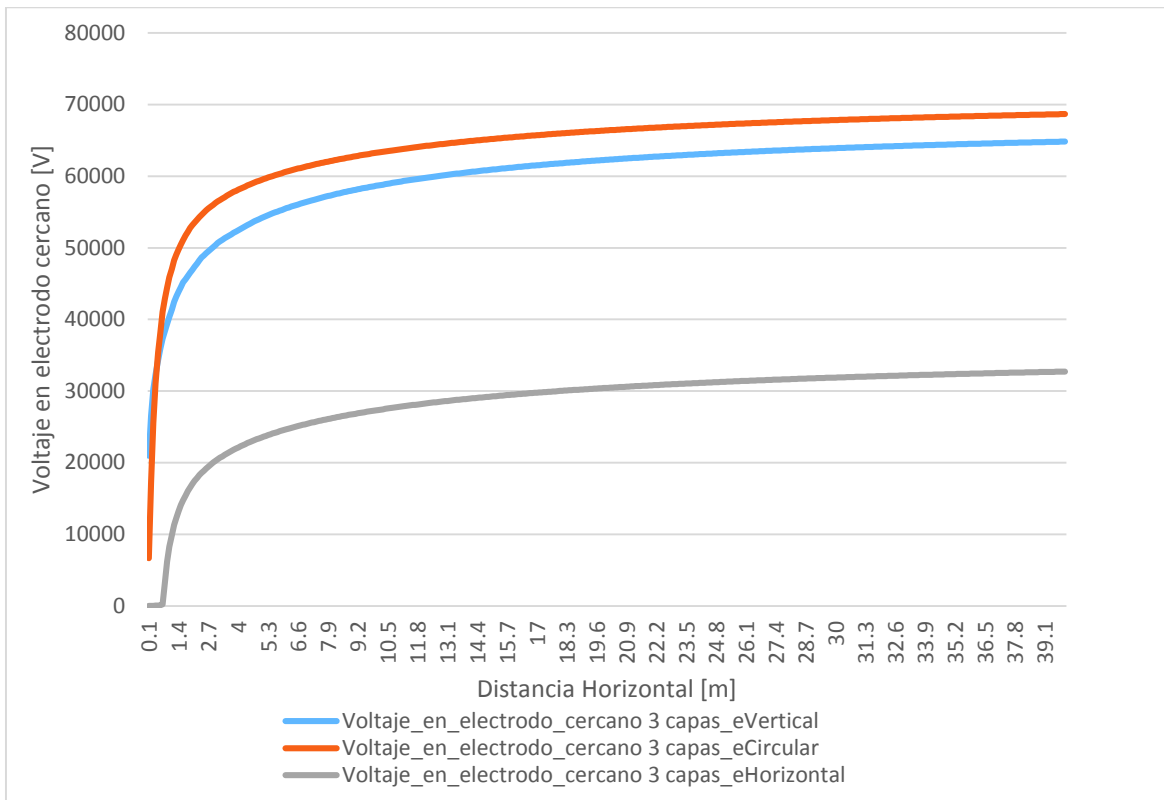


Figura 3.19. Voltaje en electrodo cercano para tres tipos de electrodo

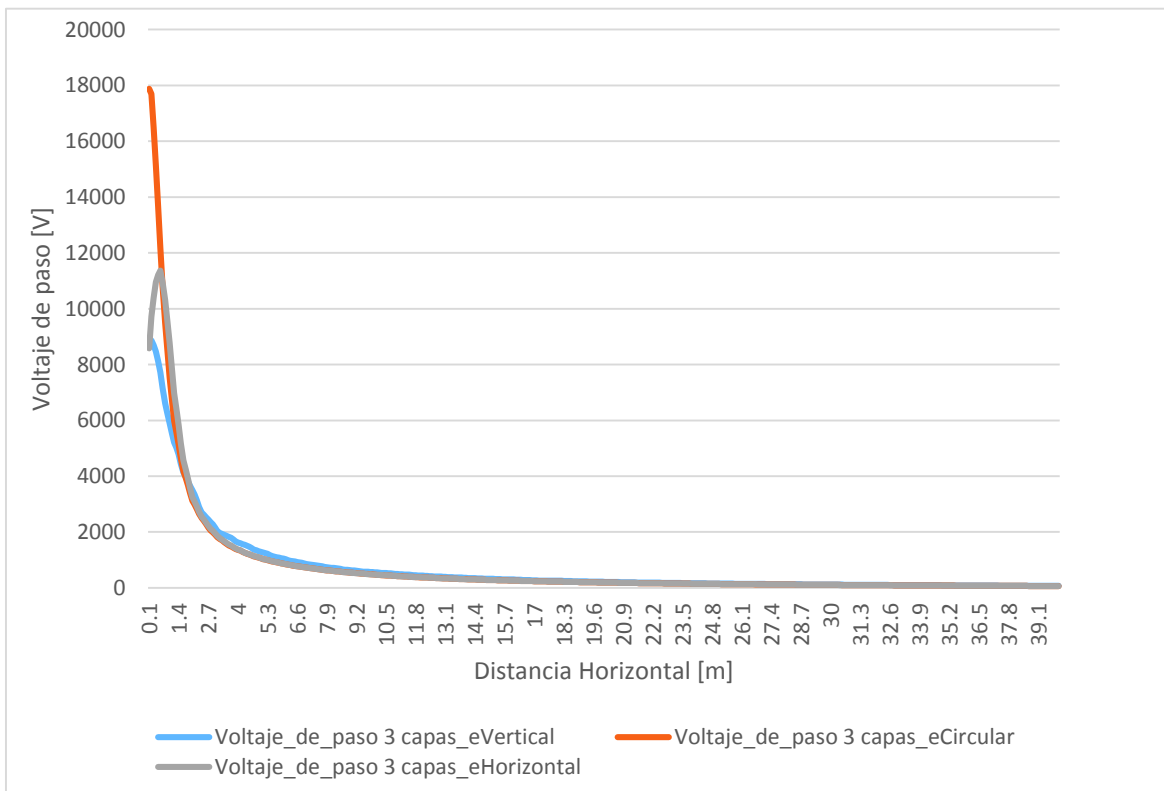


Figura 3.20. Voltaje de paso para tres tipos de electrodo

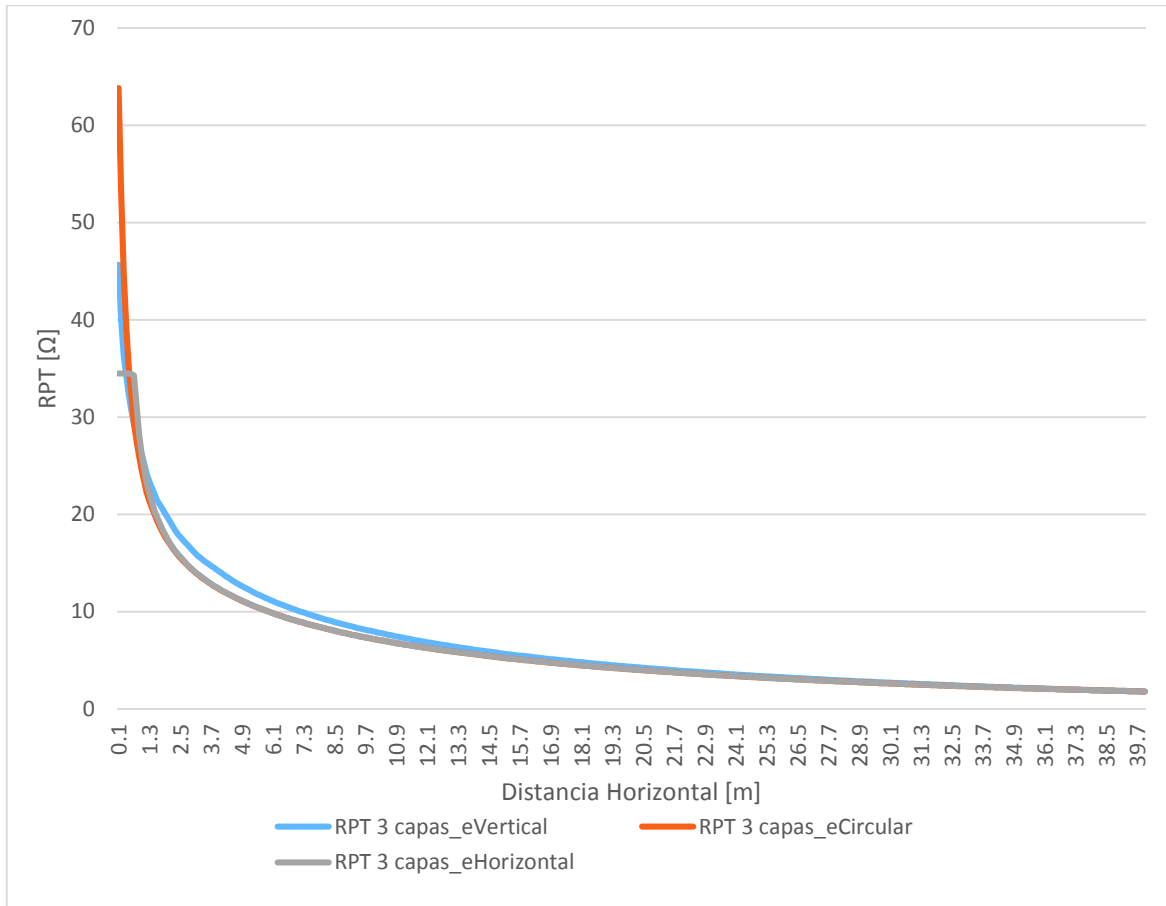


Figura 3.21. Resistencia de puesta a tierra para tres tipos de electrodo

Los perfiles de potencial, voltaje de paso y resistencia de puesta a tierra son muy similares en cuanto a tendencia para los tres tipos de electrodo, como se muestra en las Figuras 3.18, 3.20 y 3.21. Sin embargo, el electrodo circular presenta un voltaje de paso significativamente mayor justo por encima del electrodo por hasta 6 kV.

Por otro lado, en la Figura 3.19 se observa que el electrodo circular presenta un voltaje en electrodo cercano significativamente mayor, para el cual hay una diferencia de hasta 38 kV después de los 4 metros de distancia horizontal.

En general, el electrodo circular tiene el peor desempeño, principalmente en la zona más próxima a la descarga.

3.3. Resultados para caso B – capa de alta resistividad encerrada entre dos capas de baja resistividad

En la Figura 3.22 se pueden observar los equipotenciales para un electrodo vertical. Los electrodos se ubican siempre en la segunda capa, que en este caso es la de mayor

resistividad. El gradiente de potencial es mayor en un suelo de este tipo, por lo que las diferencias de potencial más importantes se hallan muy cerca al electrodo.

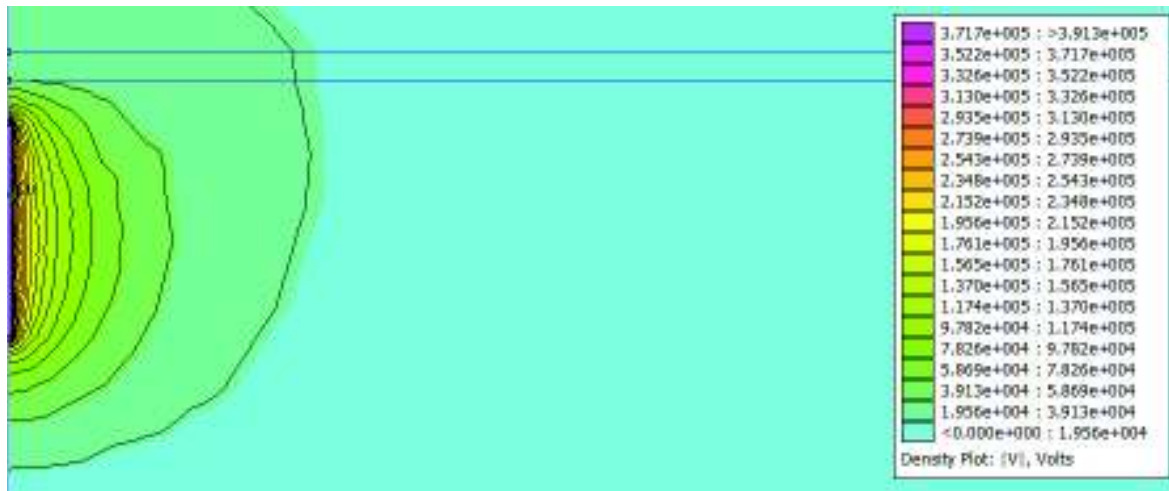


Figura 3.22. Equipotenciales para un electrodo vertical ubicado en la segunda capa en modelo de suelo del caso B

3.3.1. Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 3 capas para un electrodo vertical

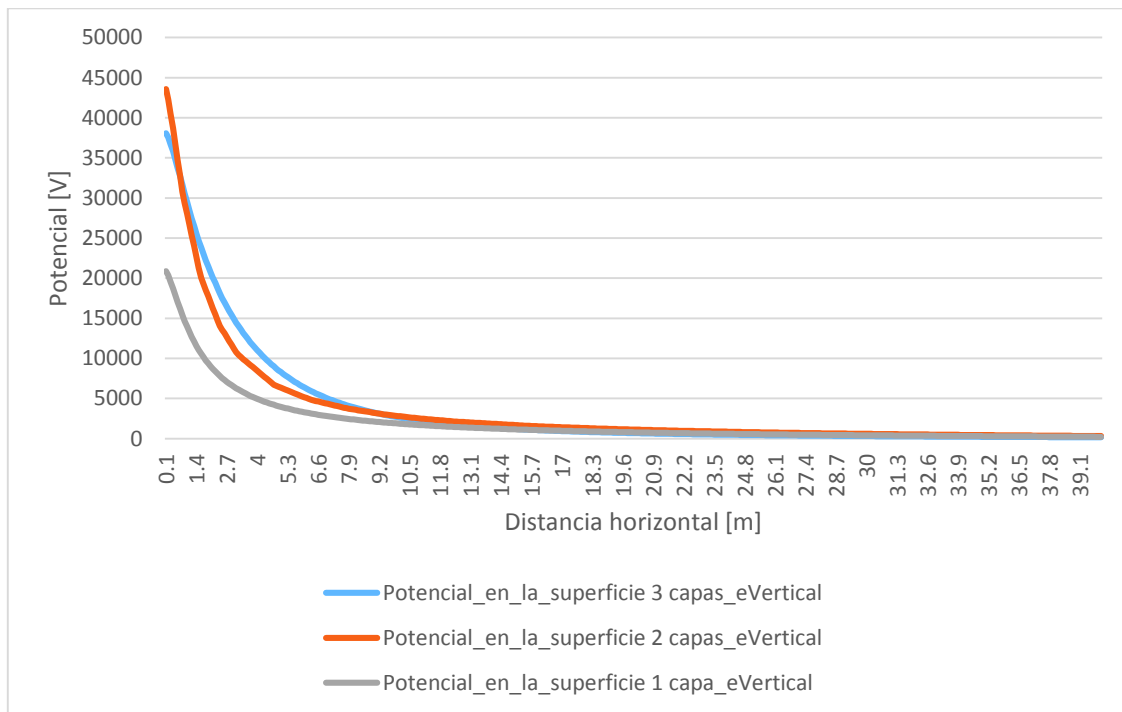


Figura 3.23. Potencial en la superficie producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo vertical en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

En la Figura 3.23 se observa que el potencial en la superficie es muy similar para los modelos de 2 y 3 capas, mientras que el modelo uniforme presenta potenciales significativamente menores en los primeros 10 metros. Estas diferencias con respecto al caso A se deben principalmente a que el electrodo se encuentra en la capa intermedia de alta resistividad. Para el caso B con un electrodo vertical, el modelo de dos capas tiene una exactitud aceptable para el análisis del potencial, mientras que el modelo uniforme introduce errores importantes.

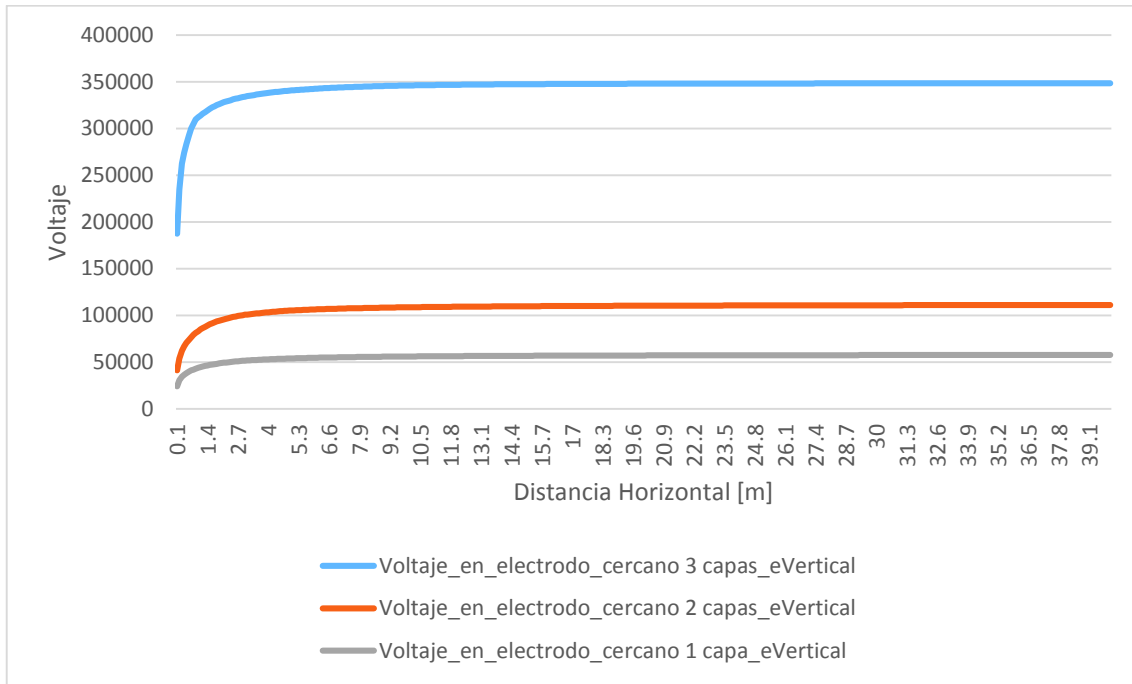


Figura 3.24. Voltaje en un electrodo cercano por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo vertical en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

En la Figura 3.24 se observa que para este tipo de suelo, el voltaje en el electrodo cercano es mucho mayor para el modelo de tres capas, con una diferencia de hasta 250kV, por lo que resulta muy peligroso utilizar un modelo simplificado para el diseño de un sistema de puesta a tierra en un suelo de este tipo. Sucede lo contrario a lo que pasa en el suelo del tipo A, pues en este el modelo de tres capas presentaba un voltaje en electrodo cercano mucho menor en relación a los modelos simplificados.

Para el voltaje de paso, mostrado en la Figura 3.25, los valores para el modelo de 3 capas toman una posición intermedia, entre el modelo de 2 capas, que presenta el perfil más alto y el modelo uniforme. Estas variaciones se observan principalmente en los primeros 2 metros.

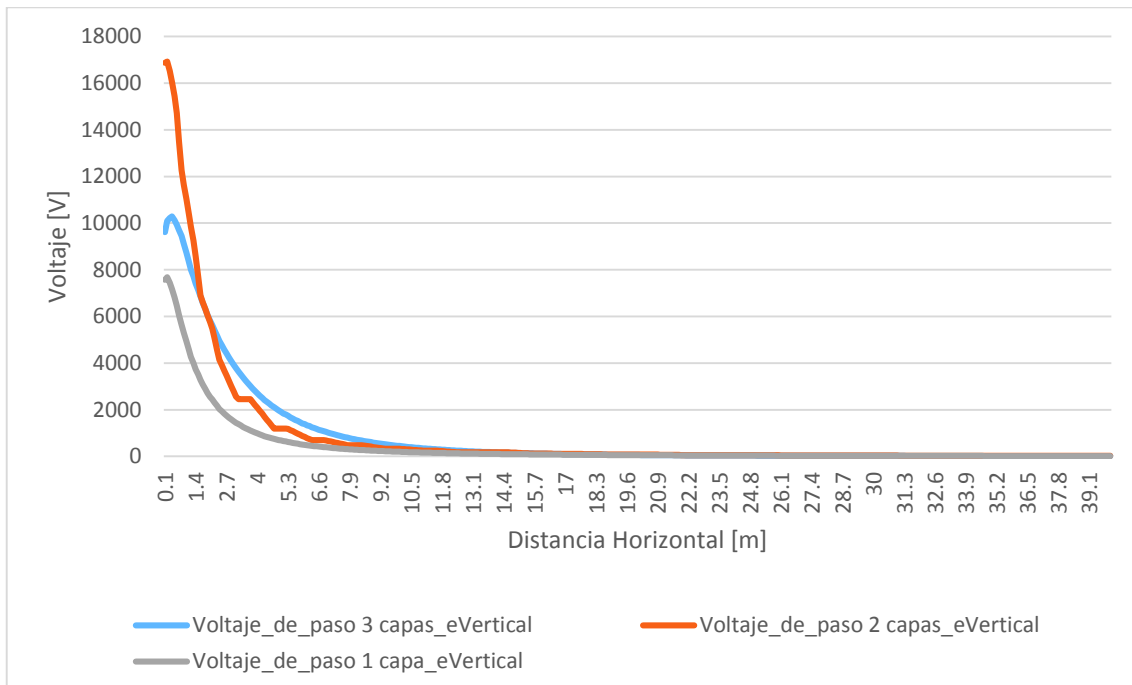


Figura 3.25. Voltaje de paso producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo vertical en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

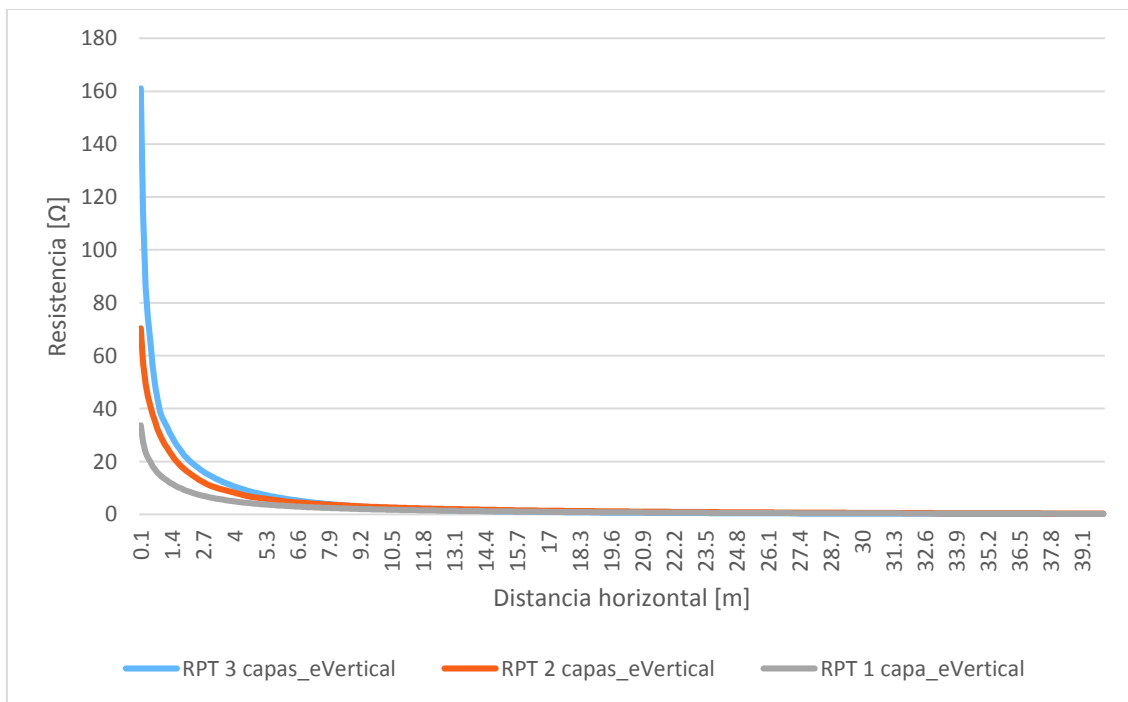


Figura 3.26. Resistencia de puesta a tierra para una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo vertical en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

Con respecto a la resistencia de puesta a tierra, la Figura 3.26 muestra que los modelos simplificados presentan valores bastante menores dentro de los primeros 2 metros

alrededor del punto de descarga. El modelo uniforme es el que menor exactitud tiene, aunque todos convergen luego de 7 metros.

3.3.2. Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 3 capas para un electrodo horizontal

El electrodo horizontal presenta un desempeño muy similar al del electrodo vertical en cuanto a potencial en la superficie, voltaje en electrodo cercano y voltaje de paso.

Se observa en la Figura 3.27 que el modelo de tres capas en los primeros 2 metros presenta un perfil de potencial intermedio entre los otros dos. A partir de esa distancia, el potencial en la superficie del modelo de tres capas es mayor hasta converger con los demás a los 10 metros.

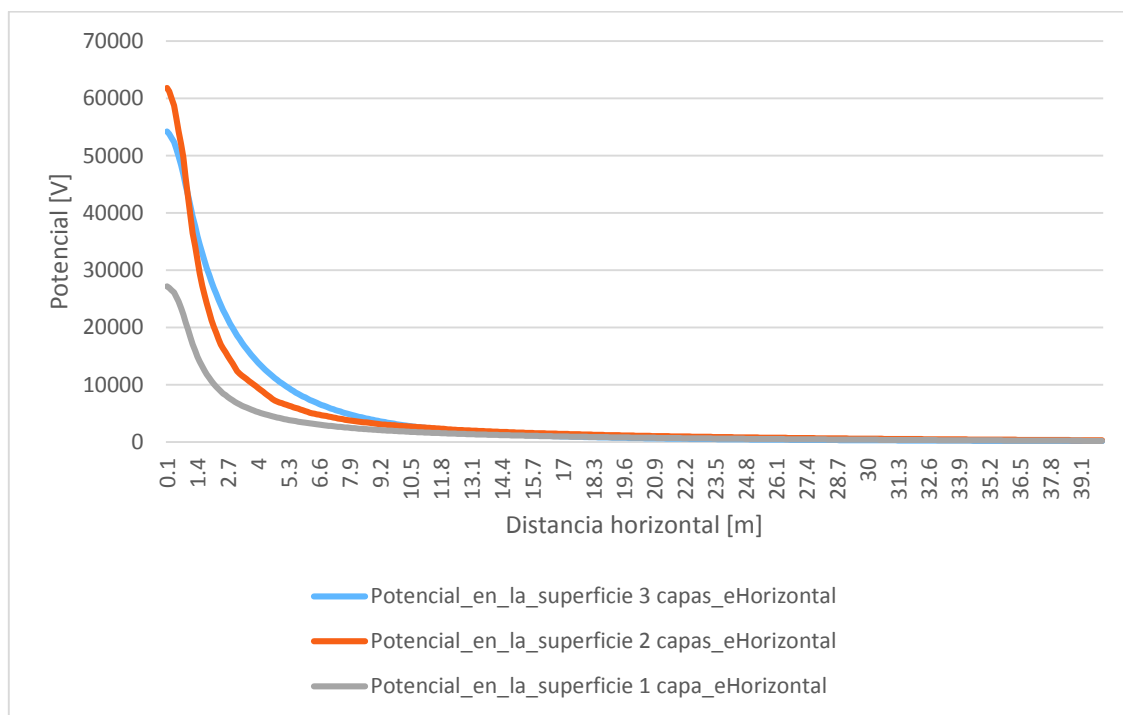


Figura 3.27. Potencial en la superficie producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo horizontal en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

Algo similar sucede para el voltaje de paso: el valor para el modelo de dos capas es bastante mayor a los otros dos en los primeros 2 metros y luego el modelo de tres capas es ligeramente mayor hasta converger a los 10 metros, como se muestra en la Figura 3.28.

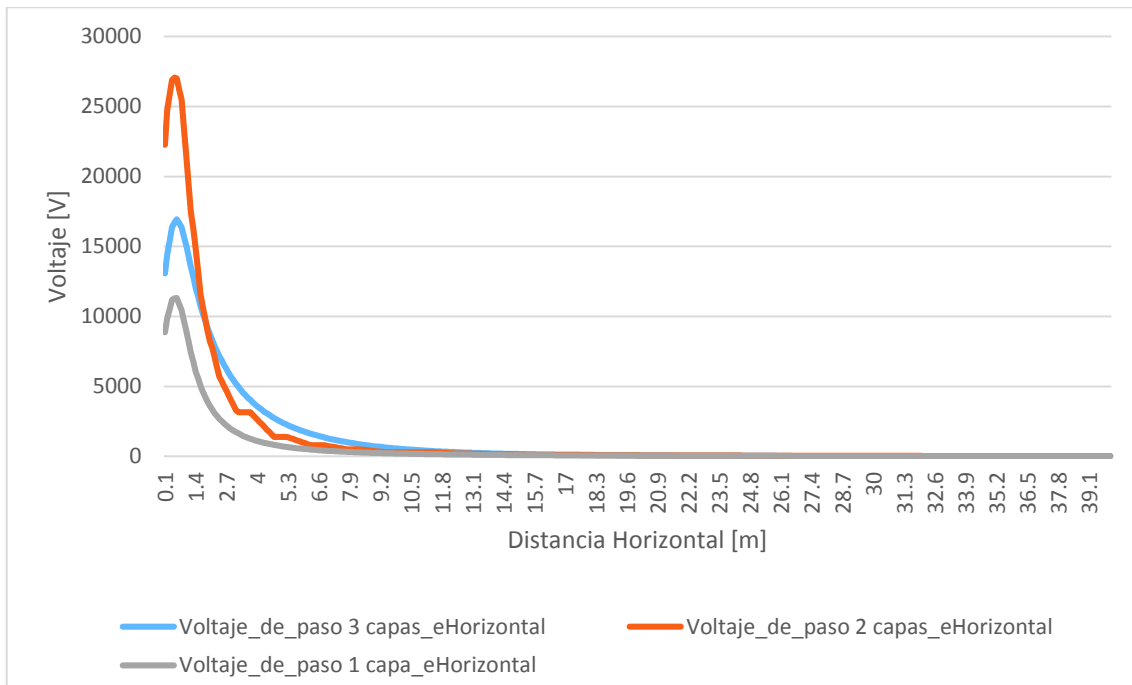


Figura 3.28. Voltaje de paso producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo horizontal en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

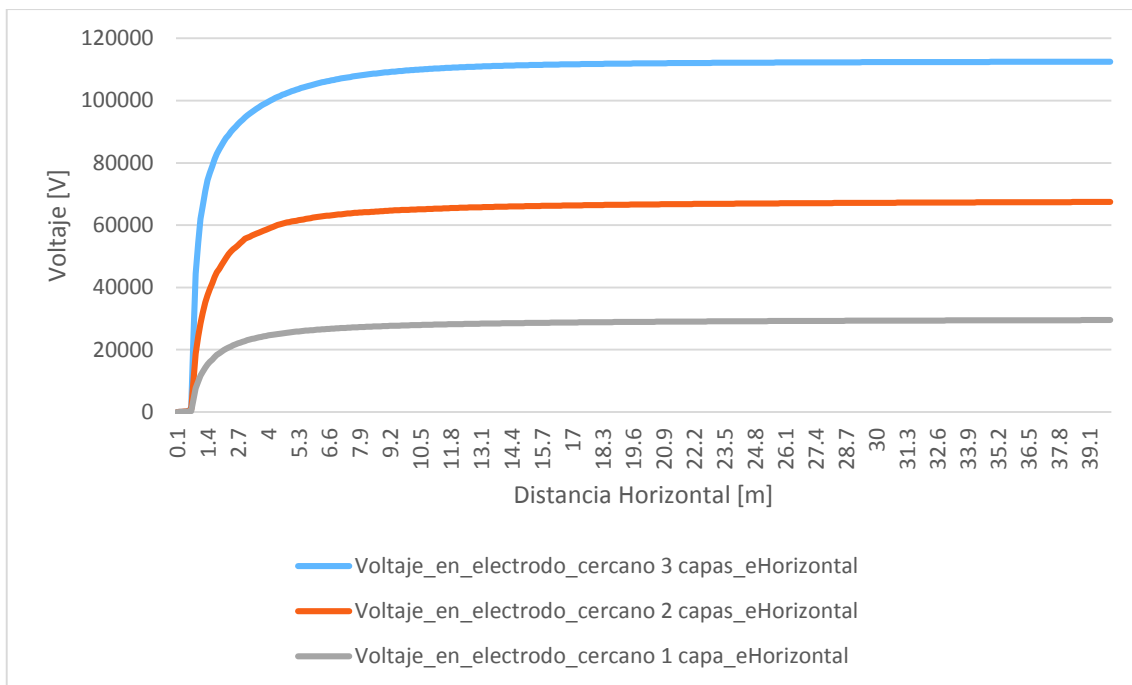


Figura 3.29. Voltaje en un electrodo cercano por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo horizontal en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

El modelo de dos capas presenta los mayores valores de voltaje en un electrodo cercano con una diferencia de hasta 80kV con el modelo uniforme, como se muestra en la Figura

3.29. El modelo de tres capas tiene un comportamiento intermedio entre los otros dos modelos.

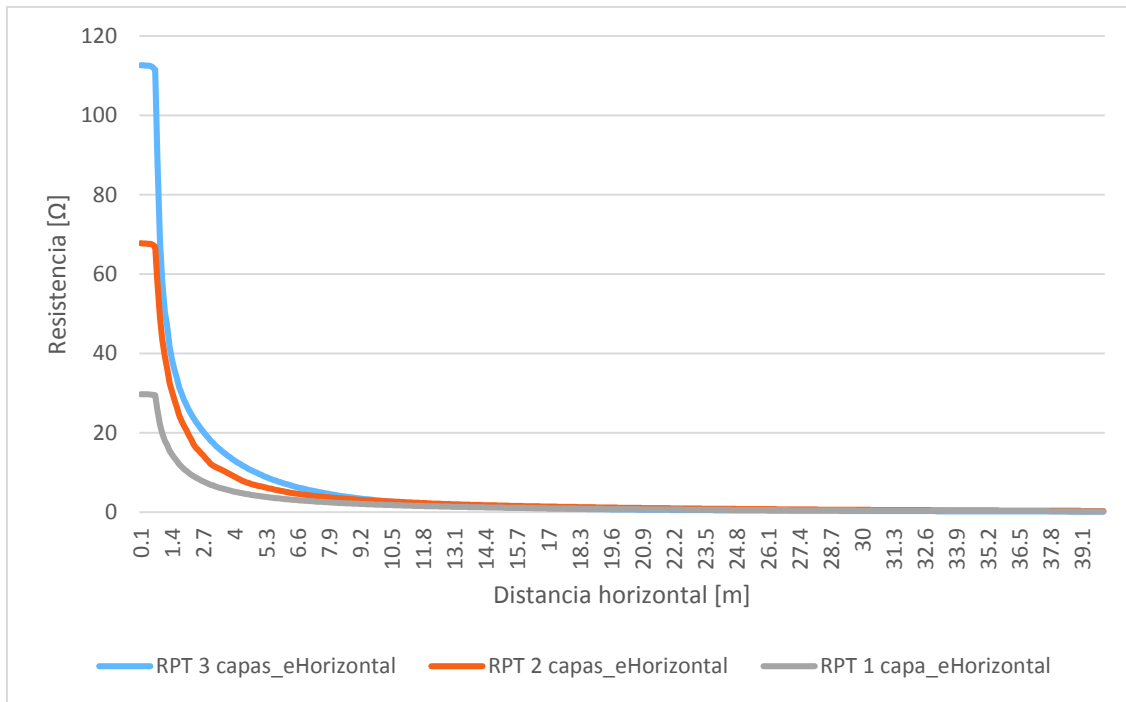


Figura 3.30. Resistencia de puesta a tierra para una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo horizontal en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

Por otro lado, la Figura 3.30 muestra que la resistencia de puesta a tierra es mayor para el modelo de 3 capas, por lo que un modelo simplificado introduciría errores importantes y podría ocasionar un subdimensionamiento en el diseño.

3.3.3. Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 3 capas para un electrodo circular

En la Figura 3.31 se observa que el modelo de 3 capas tiene un menor potencial en la superficie para los primeros 2 metros en relación al del modelo de 2 capas, mientras que el modelo uniforme tiene valores bastante menores de potencial en este rango. Luego de los 2 metros, el potencial es mayor para el modelo de 3 capas, hasta que converge con los otros a los 10 metros.

Algo similar ocurre con el voltaje de paso, como se observa en la Figura 3.32, el voltaje de paso es bastante mayor en el modelo de 2 capas en los primeros 2 metros, pero más allá de esa distancia el modelo de 3 capas presenta valores ligeramente mayores hasta los 10 metros, donde convergen las tres curvas y se aproximan a cero. El modelo uniforme presenta valores menores en la proximidad de la descarga.

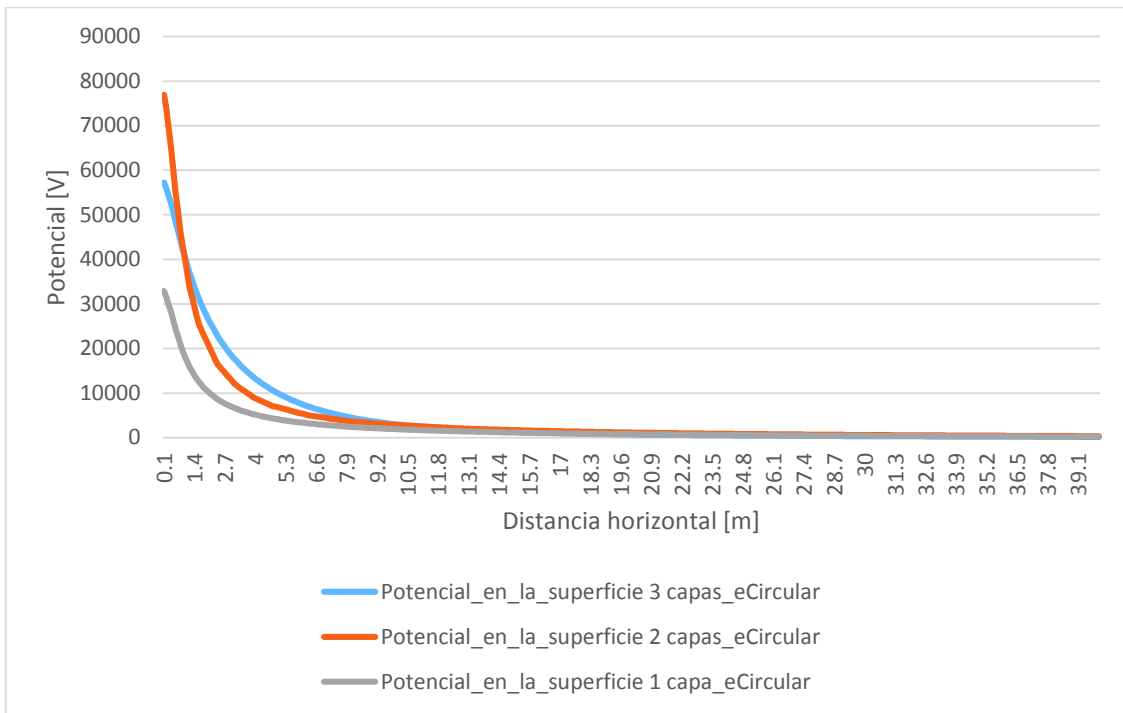


Figura 3.31. Potencial en la superficie producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo circular en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

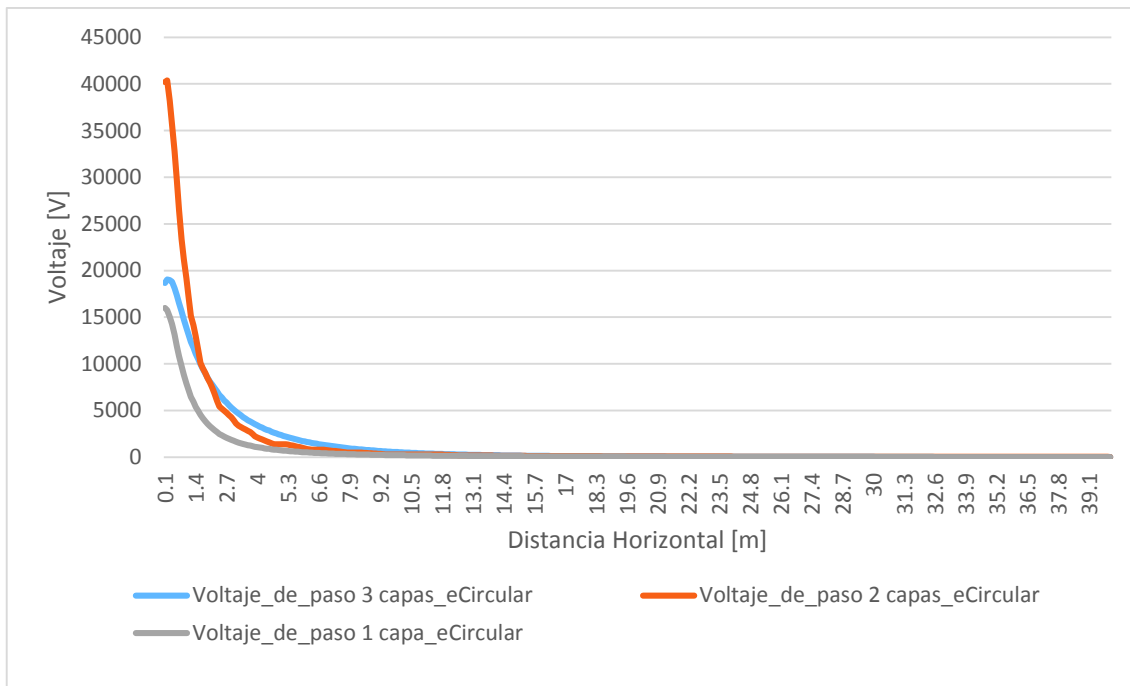


Figura 3.32. Voltaje de paso producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo circular en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

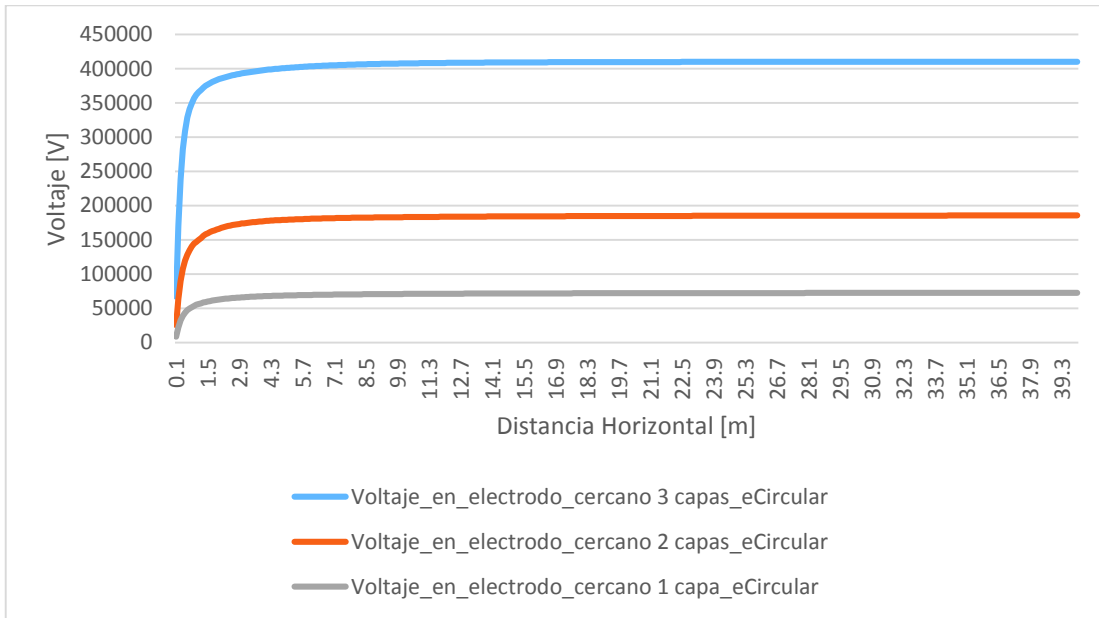


Figura 3.33. Voltaje en un electrodo cercano por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo circular en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

Con respecto al voltaje en un electrodo cercano, la Figura 3.33 muestra que hay diferencias muy importantes, de más de 200 kV entre los distintos modelos. El modelo de 3 capas es el que presenta las mayores magnitudes, por lo que un modelo simplificado introduce errores muy importantes para este parámetro.

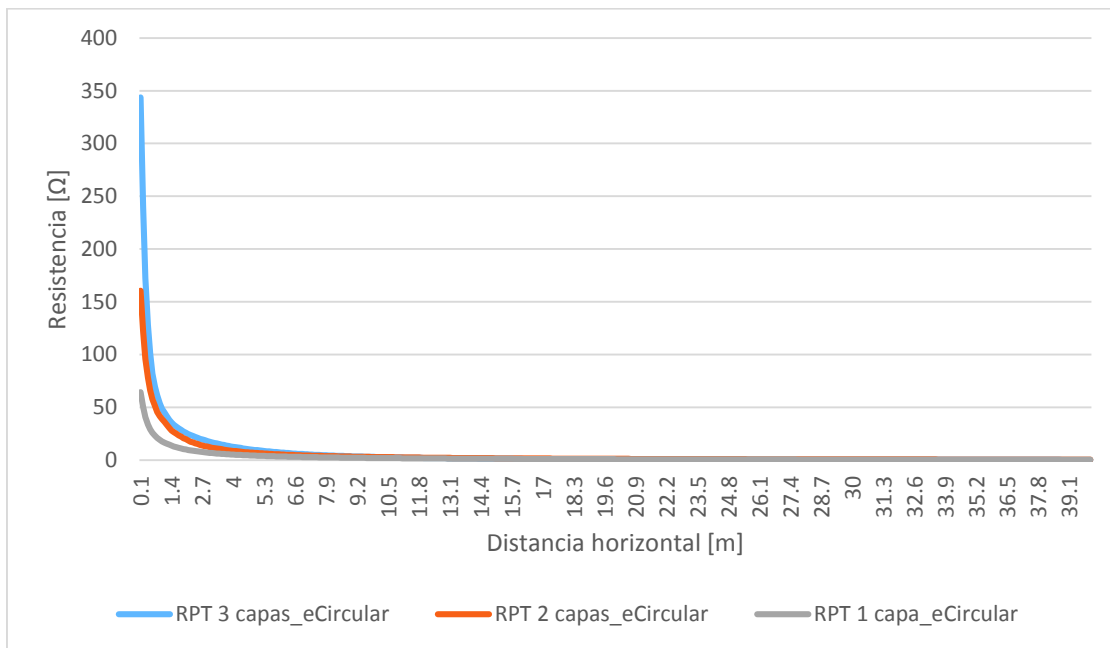


Figura 3.34. Resistencia de puesta a tierra para una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo circular en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

Con respecto a la resistencia de puesta a tierra, en la Figura 3.34 se observa que su magnitud es mayor para el modelo de 3 capas justo por encima de la descarga y el modelo uniforme, mientras que el voltaje de paso es mayor para el modelo de 2 capas en la proximidad de la descarga. Sin embargo, convergen en cero luego de los primeros 8 metros.

3.3.4. Análisis comparativo entre los tres tipos de electrodo para el modelo de 3 capas

El electrodo circular presenta los mayores valores para todos los parámetros de medición, por lo que se puede considerar el menos adecuado en este tipo de suelo, sobre todo en el área más próxima a la descarga.

Los perfiles de potencial en la superficie son muy similares, aunque en los primeros 10 metros el electrodo vertical presenta valores ligeramente menores, como se observa en la Figura 3.35.

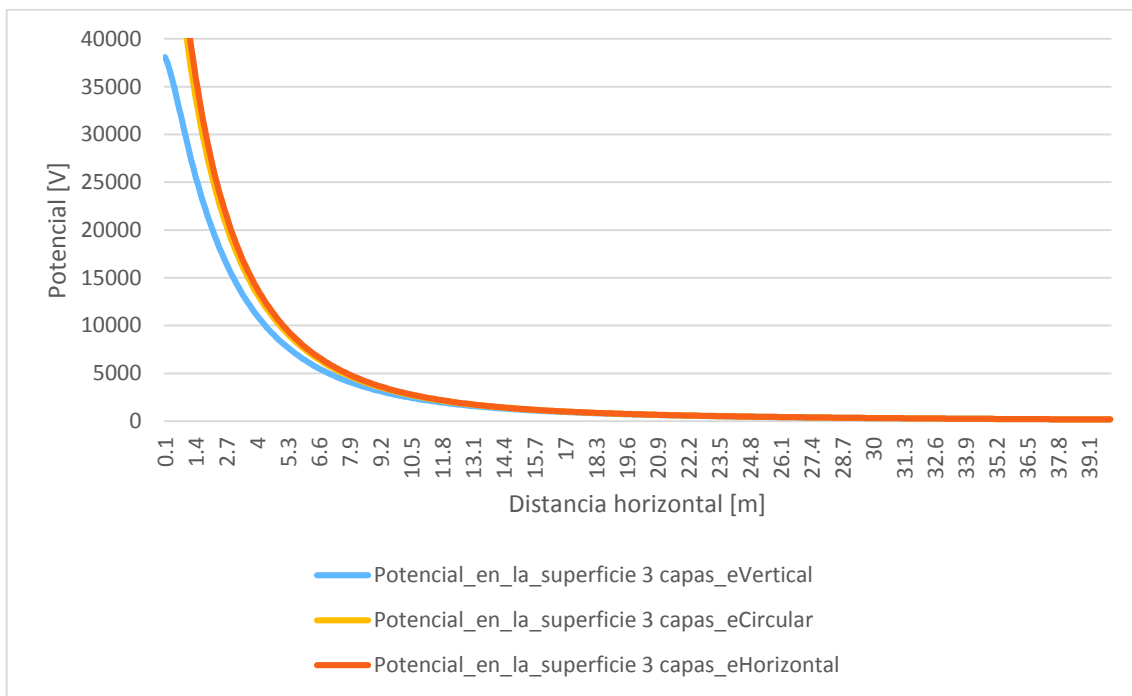


Figura 3.35. Potencial en la superficie para tres tipos de electrodo

Por otro lado, se observa en la Figura 3.36 que el electrodo horizontal bajo descarga produce el menor voltaje en un electrodo cercano, aunque luego de los 5 metros supera los 100kV. Sin embargo, con un electrodo circular, este voltaje puede ser hasta cuatro veces mayor.

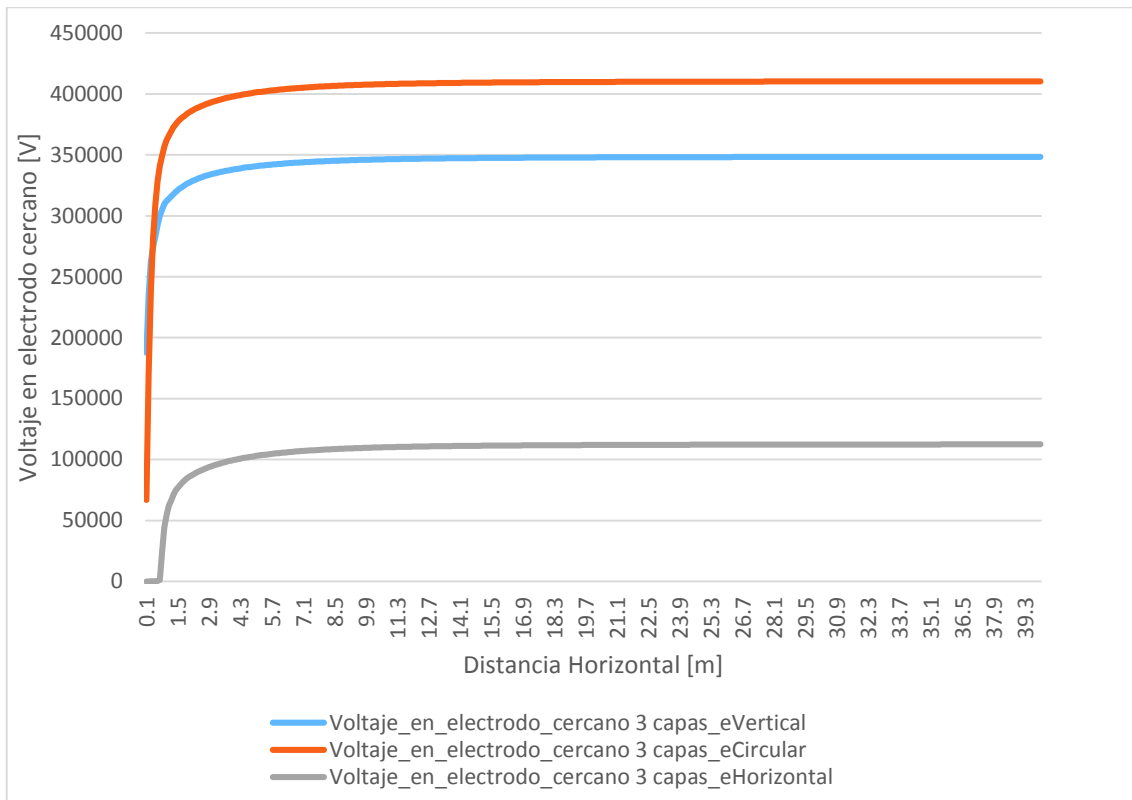


Figura 3.36. Voltaje en electrodo cercano para tres tipos de electrodo

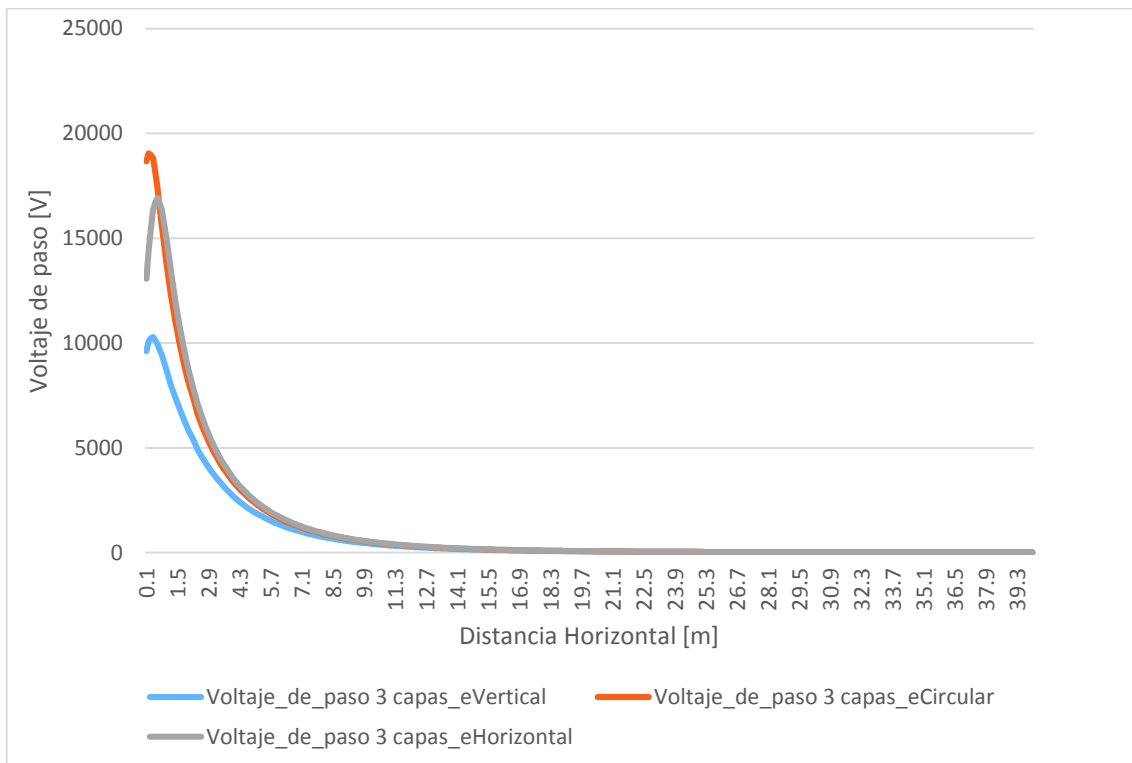


Figura 3.37. Voltaje de paso para tres tipos de electrodo

El mejor desempeño en cuanto a voltaje de paso fue el del electrodo vertical, mientras que el electrodo horizontal tuvo el mejor desempeño con respecto a voltaje en electrodo cercano, como se muestra en la Figura 3.37.

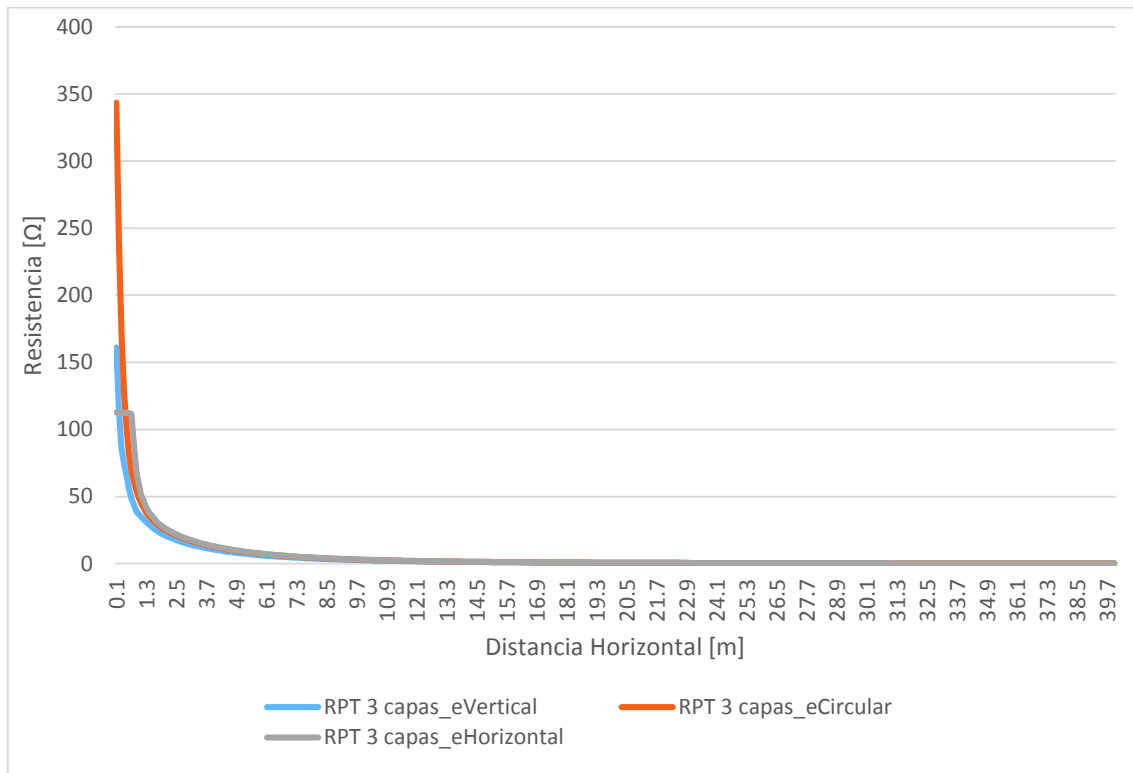


Figura 3.38. Resistencia de puesta a tierra para tres tipos de electrodo

En cuanto a la resistencia de puesta a tierra, en el primer metro de distancia se observa que el electrodo circular presenta los mayores valores, pero después de los 2 metros los valores son prácticamente los mismos para los tres tipos de electrodo.

3.4. Resultados para caso C – capa de alta resistividad en la superficie con capas inferiores de resistividad decreciente

En la Figura 3.39 se observan los equipotenciales alrededor del electrodo bajo descarga. En este caso el electrodo se encuentra en la capa de mayor resistividad, por lo que el gradiente de potencial es mayor en la cercanía al electrodo, pero el efecto de una descarga es casi nulo luego de los primeros 5 metros.

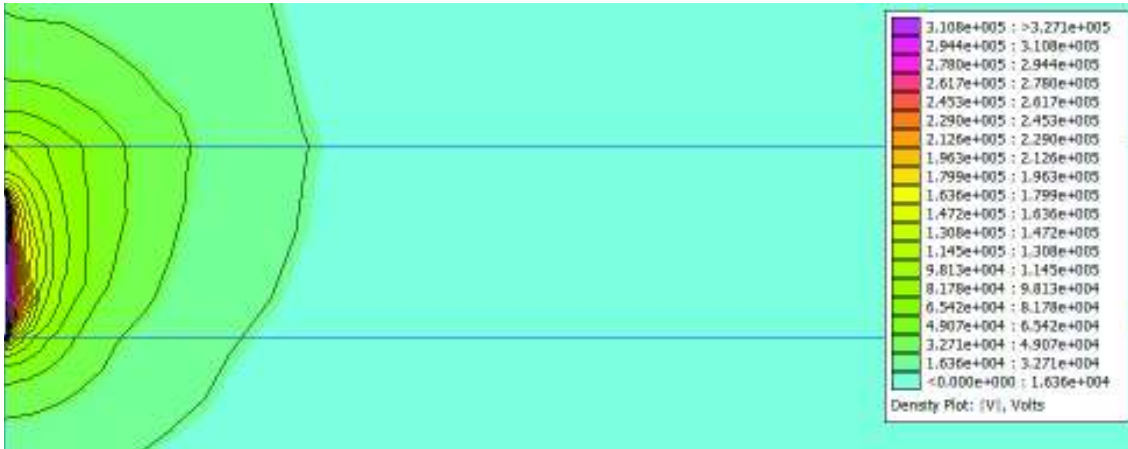


Figura 3.39. Solución del problema del caso C con un electrodo vertical, con los equipotenciales respectivos

3.4.1. Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 4 capas para un electrodo vertical

Dentro de los primeros 5 metros, el modelo uniforme presenta valores significativamente menores para todas las mediciones. Sin embargo, en este tipo de suelo sucede algo interesante: el modelo de 2 capas es muy exacto y reproduce resultados casi iguales a los del modelo de 4 capas. En las Figuras 3.40, 3.42, 3.42 y 3.43 se observa esta particularidad.

Con respecto a voltaje en el electrodo cercano, se observa que el modelo uniforme es hasta 250 kV menor que el voltaje con los modelos de 2 y 4 capas.

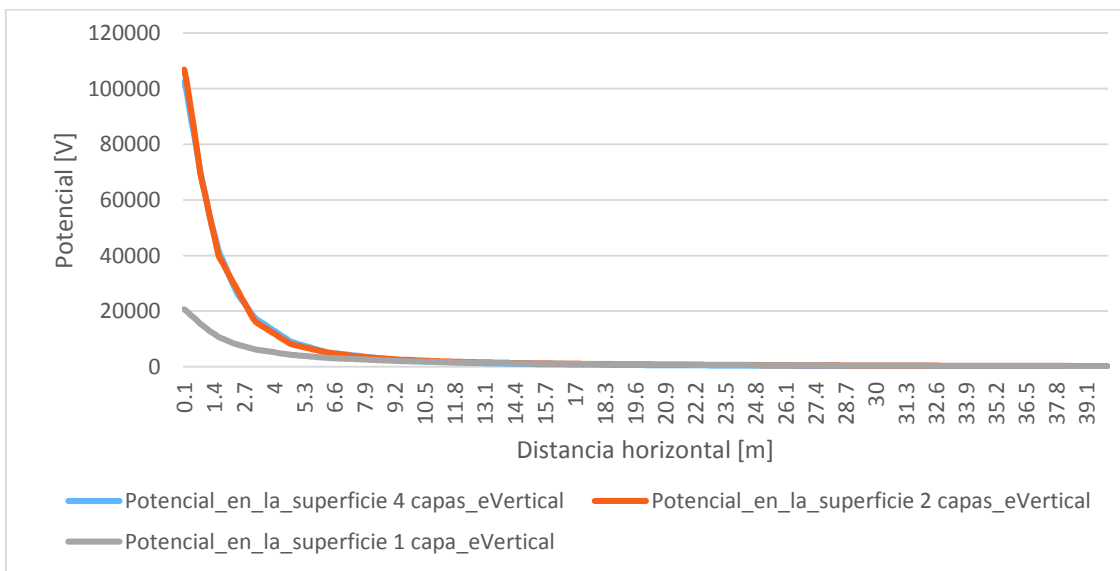


Figura 3.40. Potencial en la superficie producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo vertical en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 4 capas

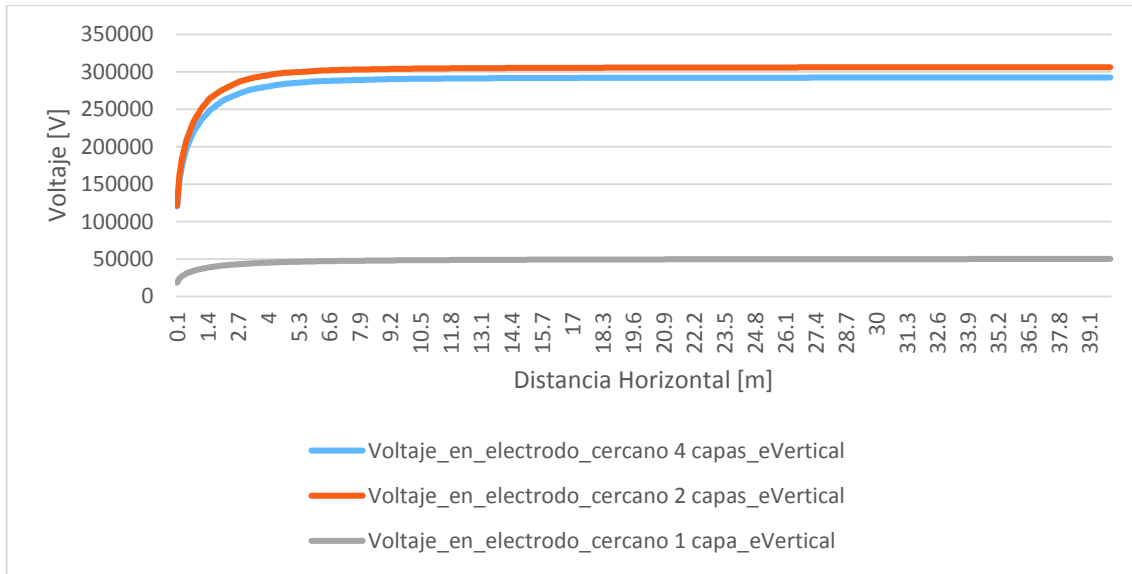


Figura 3.41. Voltaje en un electrodo cercano por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo vertical en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 4 capas

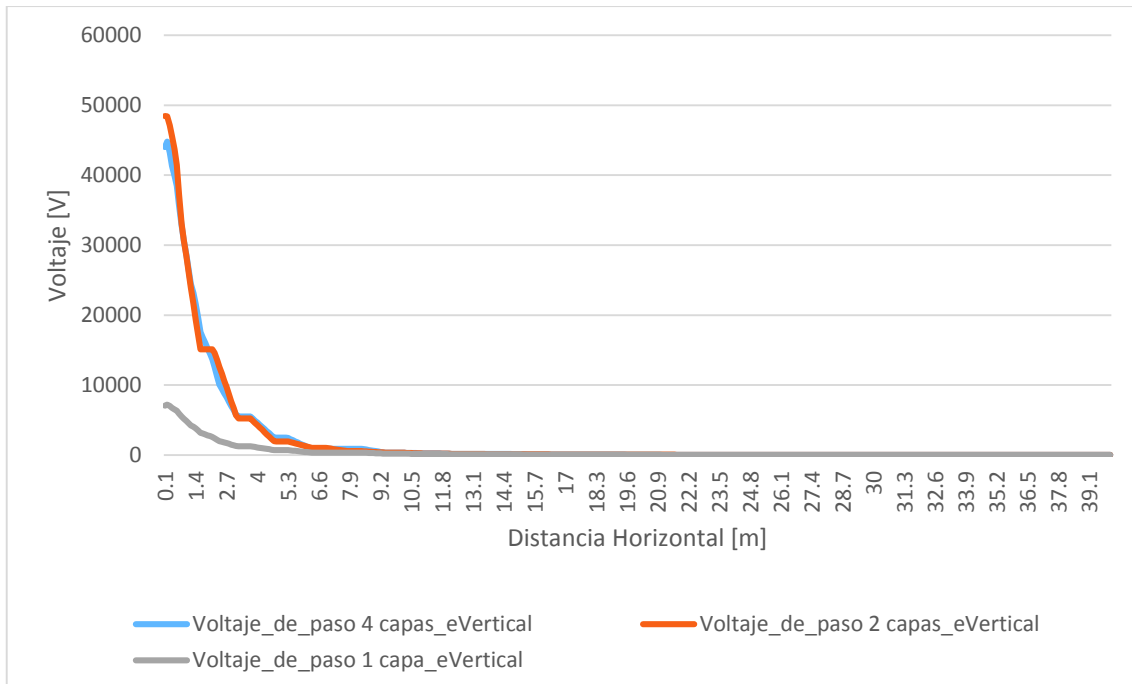


Figura 3.42. Voltaje de paso producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo vertical en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 4 capas

En la Figura 3.42 se observa que el voltaje de paso en un suelo uniforme es mucho menor en los primeros 5 metros en relación al producido en suelos de 2 y 4 capas.

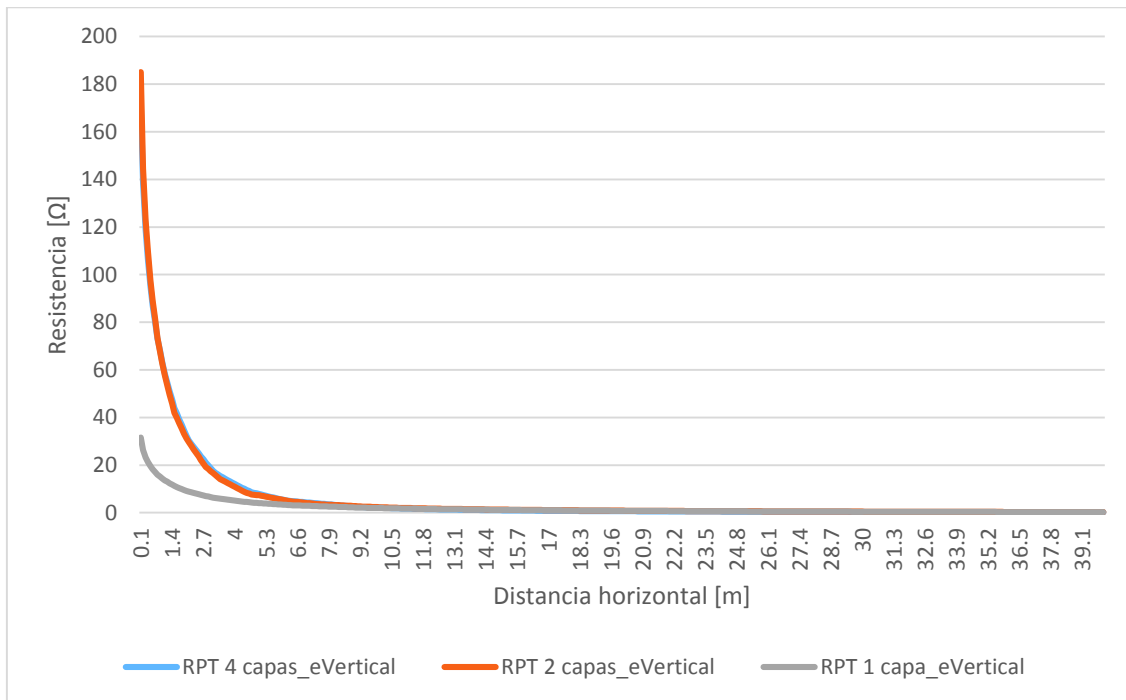


Figura 3.43. Resistencia de puesta a tierra para una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo vertical en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 4 capas

La Figura 3.43 muestra los errores que se introducen con un modelo uniforme con respecto a los modelos de 2 y 4 capas cuando se calcula la resistencia de puesta a tierra en los primeros 5 metros.

3.4.2. Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 4 capas para un electrodo horizontal

Los resultados son muy similares a generados por el electrodo vertical. El modelo uniforme es inexacto sobre todo en los primeros 5 metros, mientras que los modelos de 2 capas y de 4 capas presentan comportamientos casi idénticos.

La Figura 3.44 muestra el perfil de potencial en la superficie, el cual tiene valores mayores para los modelos de 2 y 4 capas, mientras que el modelo uniforme introduce errores importantes en los primeros 5 metros. Lo mismo sucede con los voltajes de paso, como se muestra en la Figura 3.45

Con respecto al voltaje en un electrodo cercano, la Figura 3.46 permite observar que utilizar el modelo simplificado uniforme introduce errores muy grandes, de hasta 160 kV, mientras que los modelos de 2 y 4 capas presentan valores similares, con unos 10 kV de diferencia.

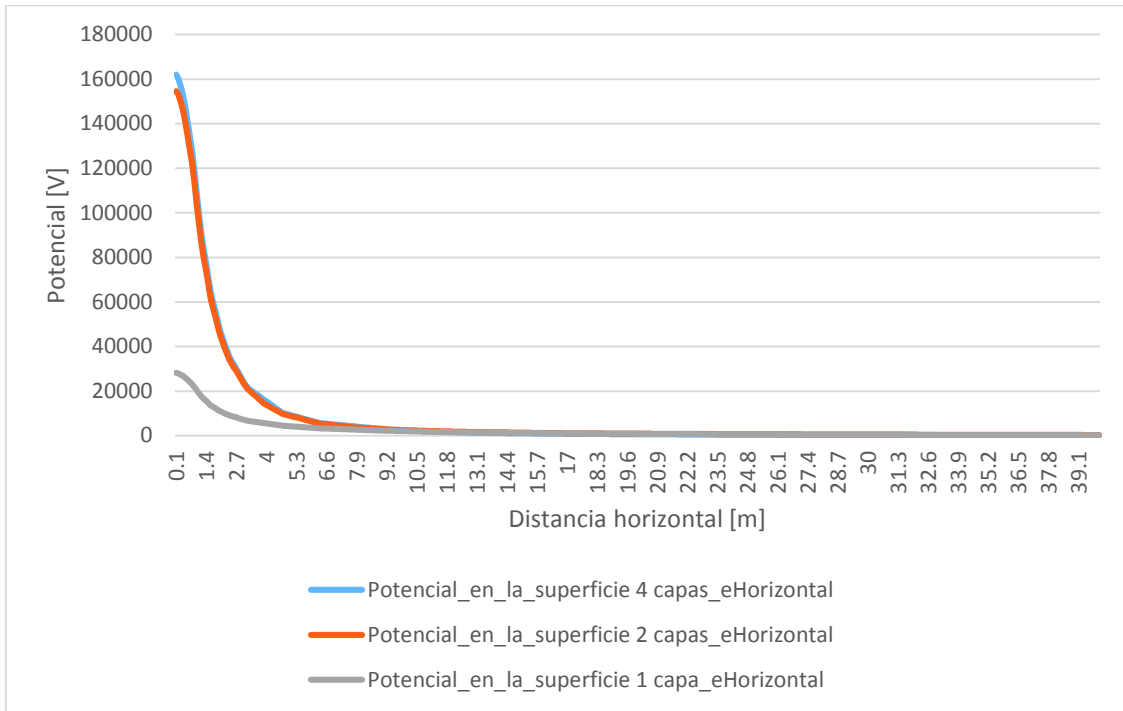


Figura 3.44. Potencial en la superficie producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo horizontal en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

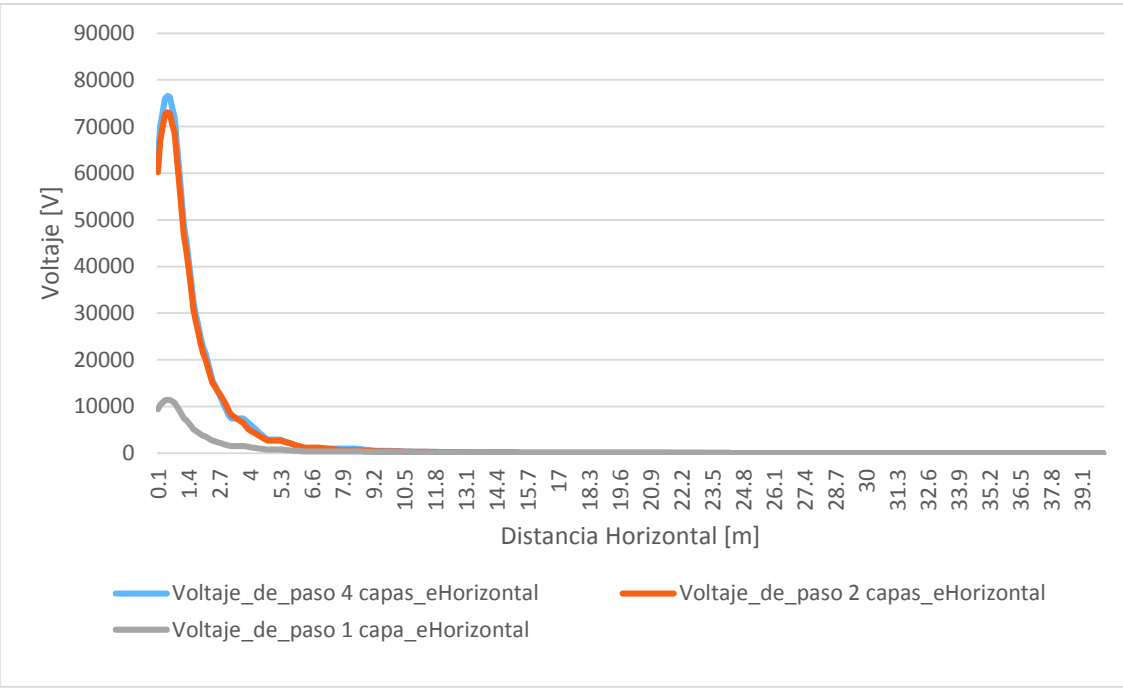


Figura 3.45. Voltaje de paso producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo horizontal en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

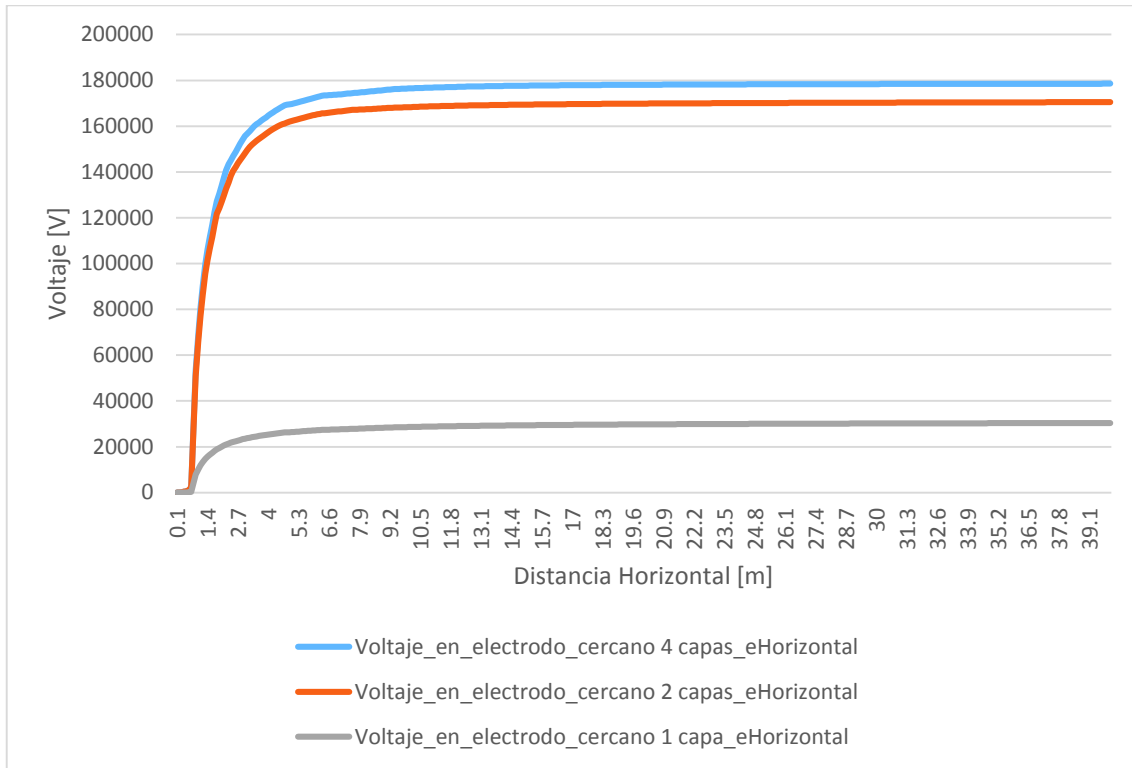


Figura 3.46. Voltaje en un electrodo cercano por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo horizontal en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

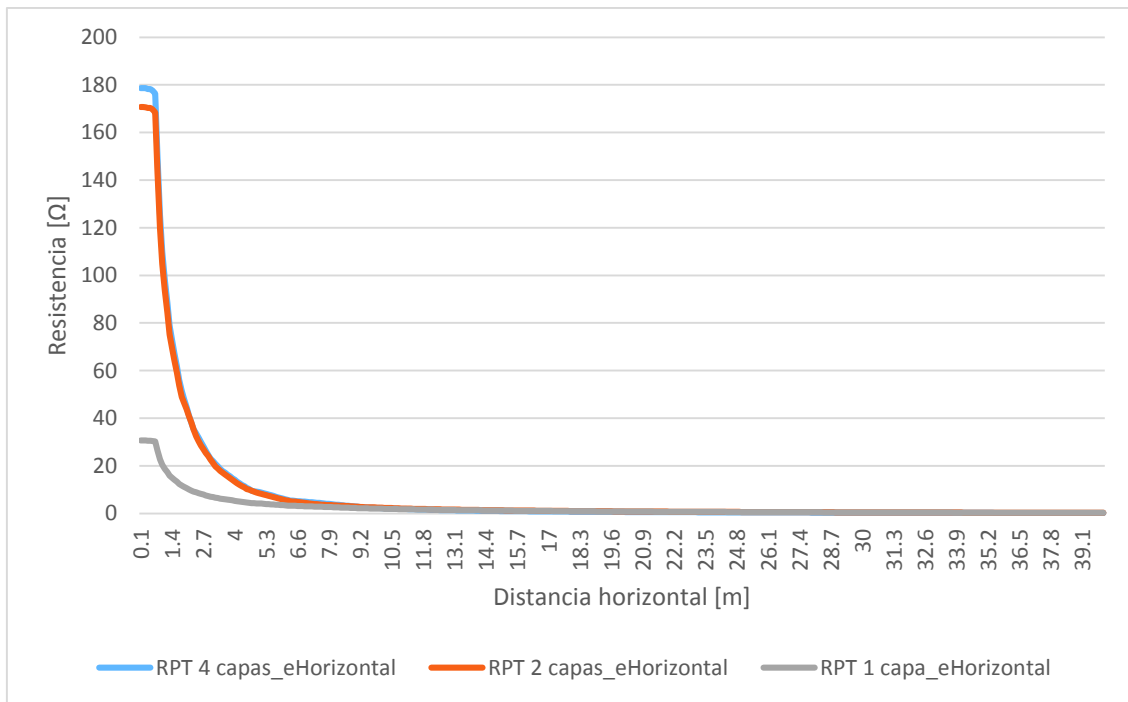


Figura 3.47. Resistencia de puesta a tierra para una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo horizontal en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 4 capas

La resistencia de puesta a tierra es bastante mayor en los primeros 5 metros para los modelos de 2 y 4 capas. El modelo uniforme introduce también errores importantes en rango como se muestra en la Figura 3.47.

3.4.3. Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 3 capas para un electrodo circular

El sistema de puesta a tierra con electrodo circular presenta un comportamiento muy similar a los sistemas con electrodos verticales u horizontales. Nuevamente, el modelo de dos capas resulta ser bastante exacto en cuanto potencial en la superficie, voltaje de paso, voltaje en electrodo cercano y resistencia de puesta a tierra, pues en las Figuras 3.48, 3.49, 3.50 y 3.51 las curvas para el modelo de 4 capas y para el de 2 capas resultan ser prácticamente las mismas.

El modelo simplificado uniforme introduce errores enormes para el voltaje en electrodo cercano, de hasta 400kV, como se observa en la Figura 3.50. En los demás parámetros, es inexacto sobre todo en los primeros 5 metros. Luego de esta distancia, las mediciones convergen para los tres modelos, excepto para el voltaje en el electrodo cercano.

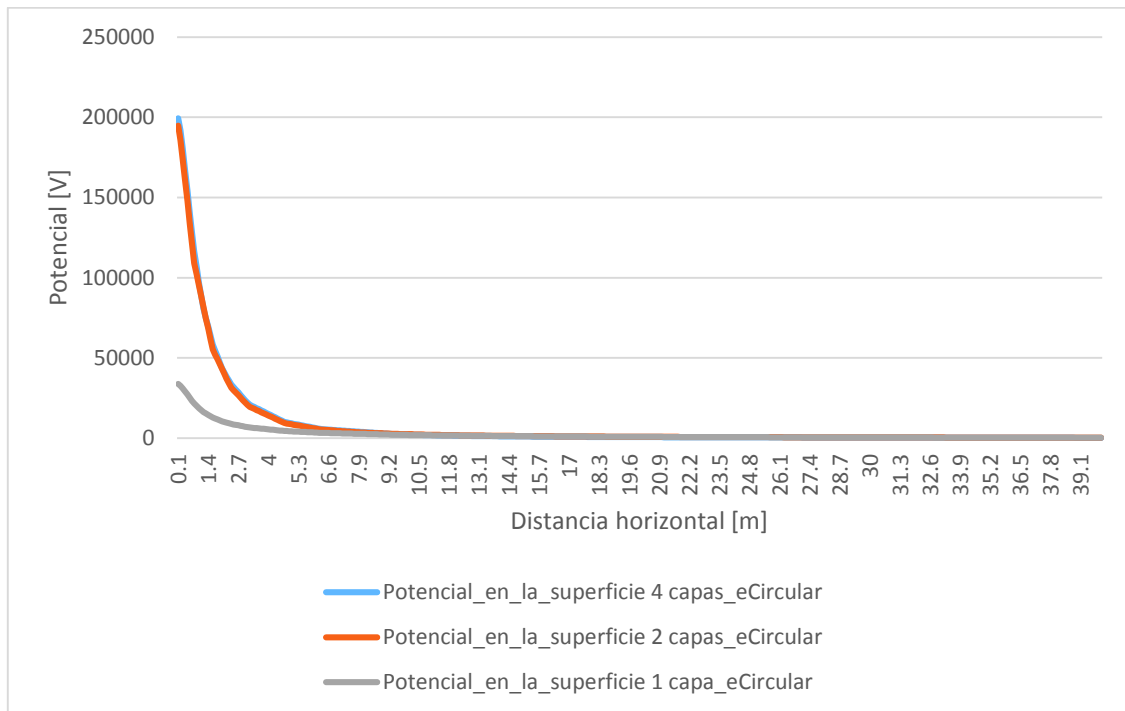


Figura 3.48. Potencial en la superficie producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo circular en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 4 capas

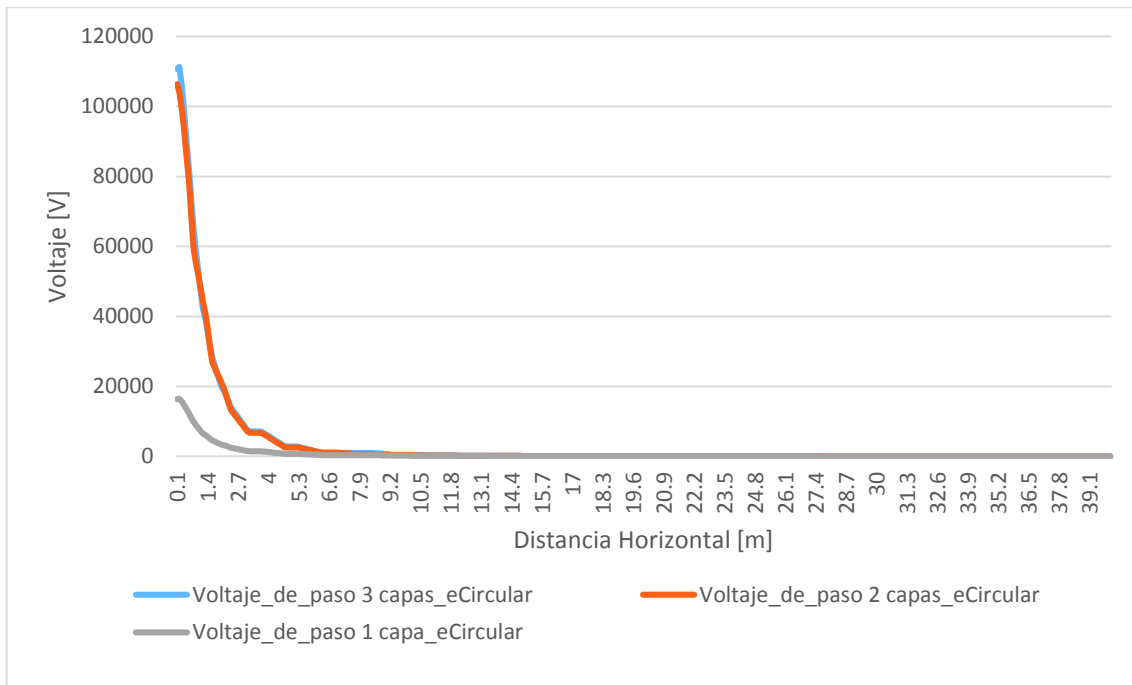


Figura 3.49. Voltaje de paso producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo circular en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 4 capas

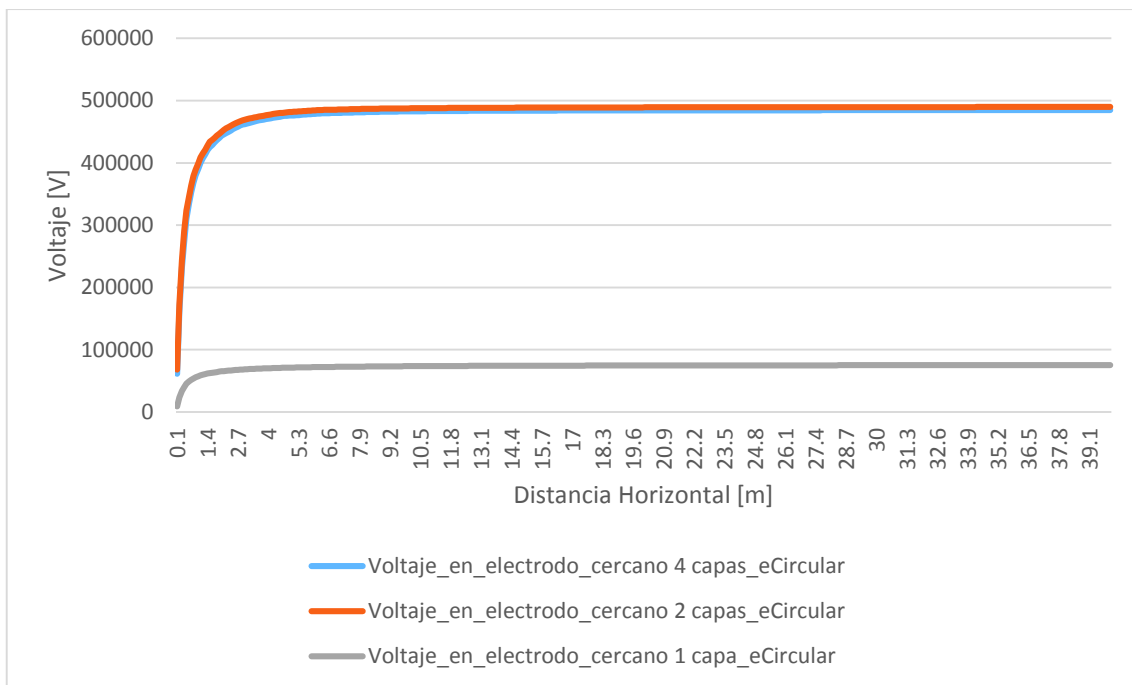


Figura 3.50. Voltaje en un electrodo cercano por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo circular en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 4 capas

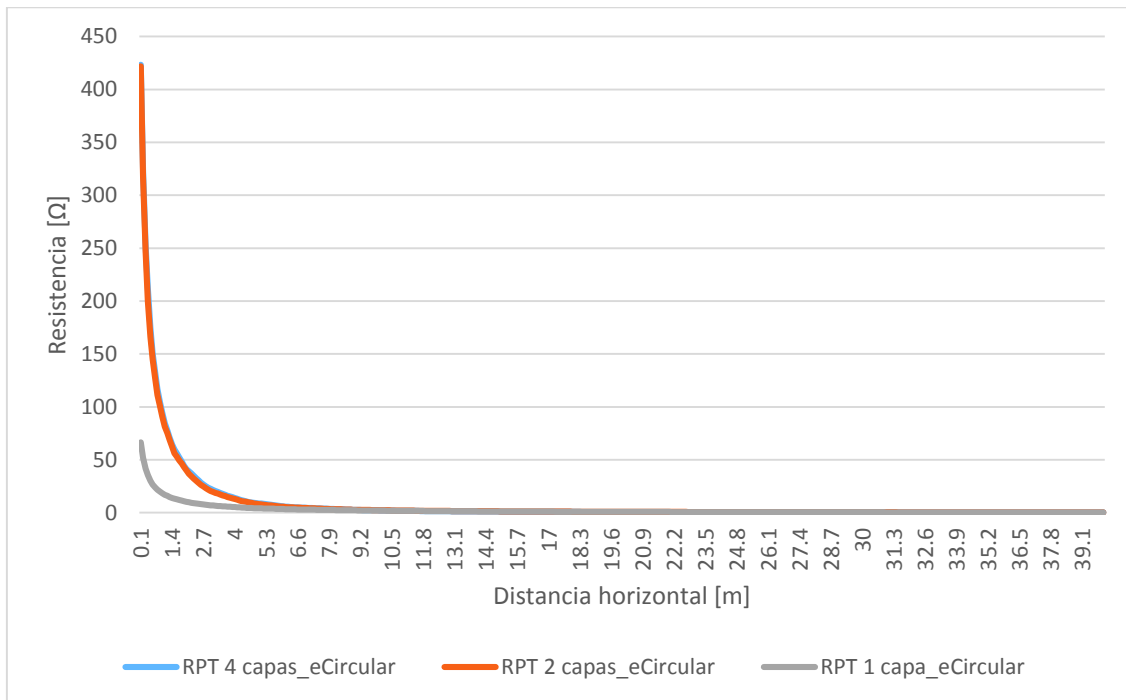


Figura 3.51. Resistencia de puesta a tierra para una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo circular en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 4 capas

3.4.4. Análisis comparativo entre los tres tipos de electrodo para el modelo de 4 capas

El electrodo vertical presenta el mejor desempeño para este tipo de suelo excepto en cuanto al voltaje en electrodo cercano, pues como se observa en la Figura 3.53, el electrodo horizontal produce un voltaje 120kV y 320kV por debajo de los voltajes producidos por los electrodos vertical y circular, respectivamente.

Tanto con respecto a la resistencia de puesta a tierra (Figura 3.55) como al voltaje de paso (Figura 3.54) el electrodo vertical presenta los menores valores en el área más próxima a la descarga, es decir, los primeros 5 metros.

Hay que tener en cuenta que los electrodos siempre se ubican en la capa superficial que es la de mayor resistividad, por lo que el gradiente de potencial es mayor en relación a otros tipos de suelo, como se observa en el descenso brusco en el potencial superficial mostrado en la Figura 3.52

El electrodo circular es el que presenta el peor desempeño, pues en todos los parámetros presenta los mayores valores en la cercanía a la descarga.

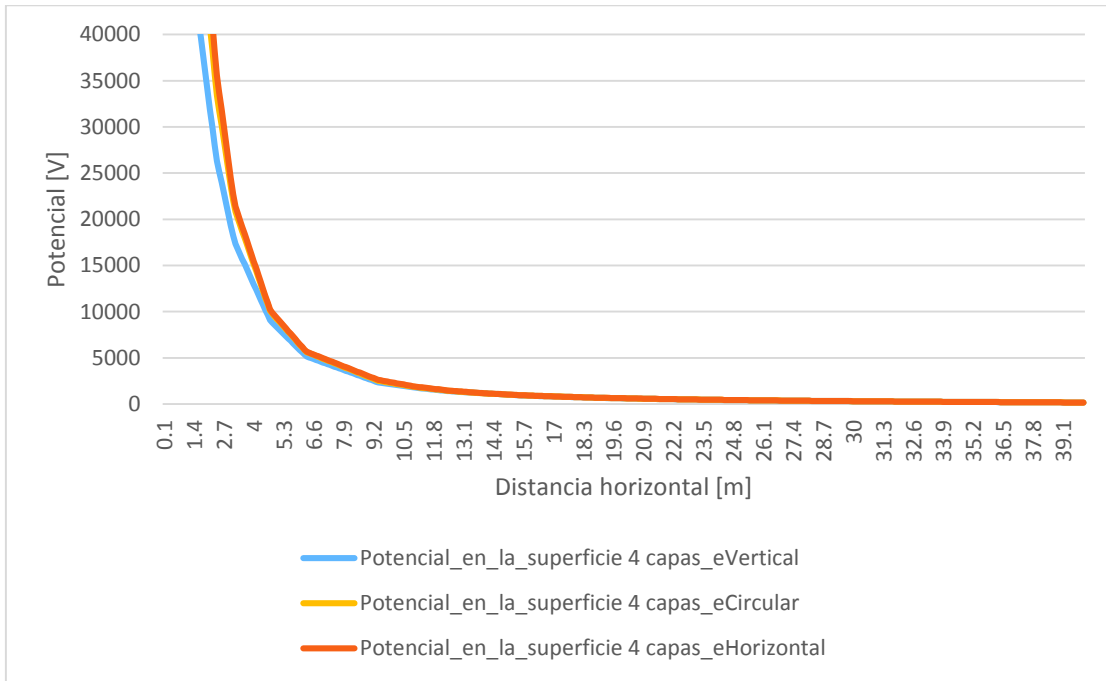


Figura 3.52. Potencial en la superficie para tres tipos de electrodo

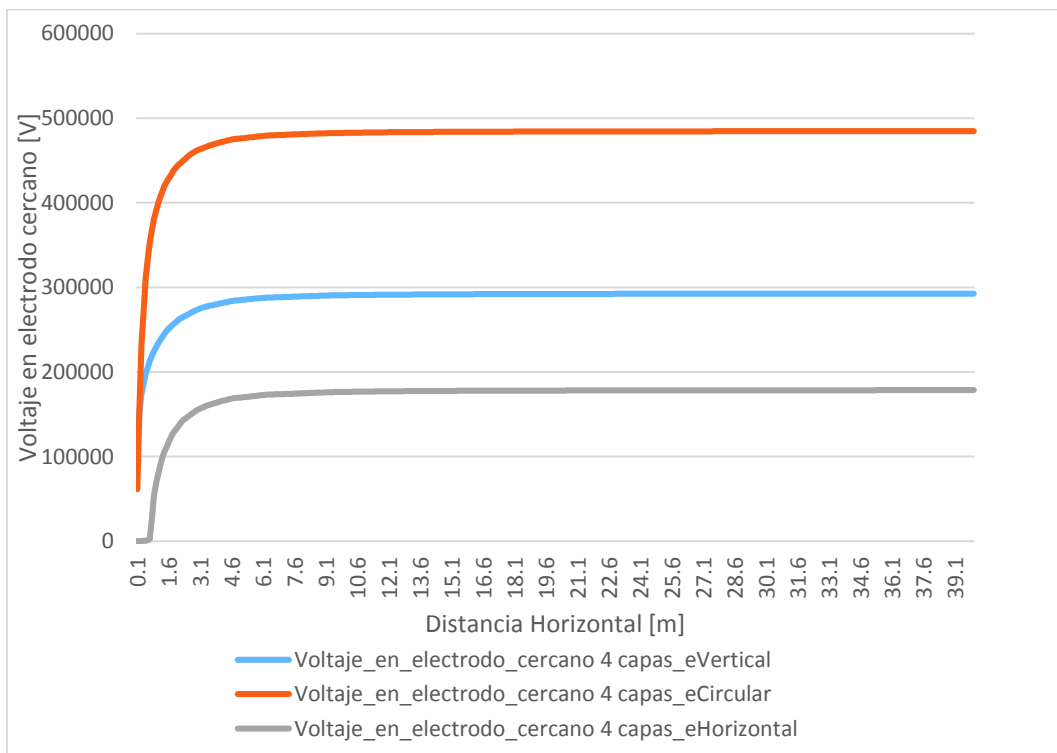


Figura 3.53. Voltaje en electrodo cercano para tres tipos de electrodo

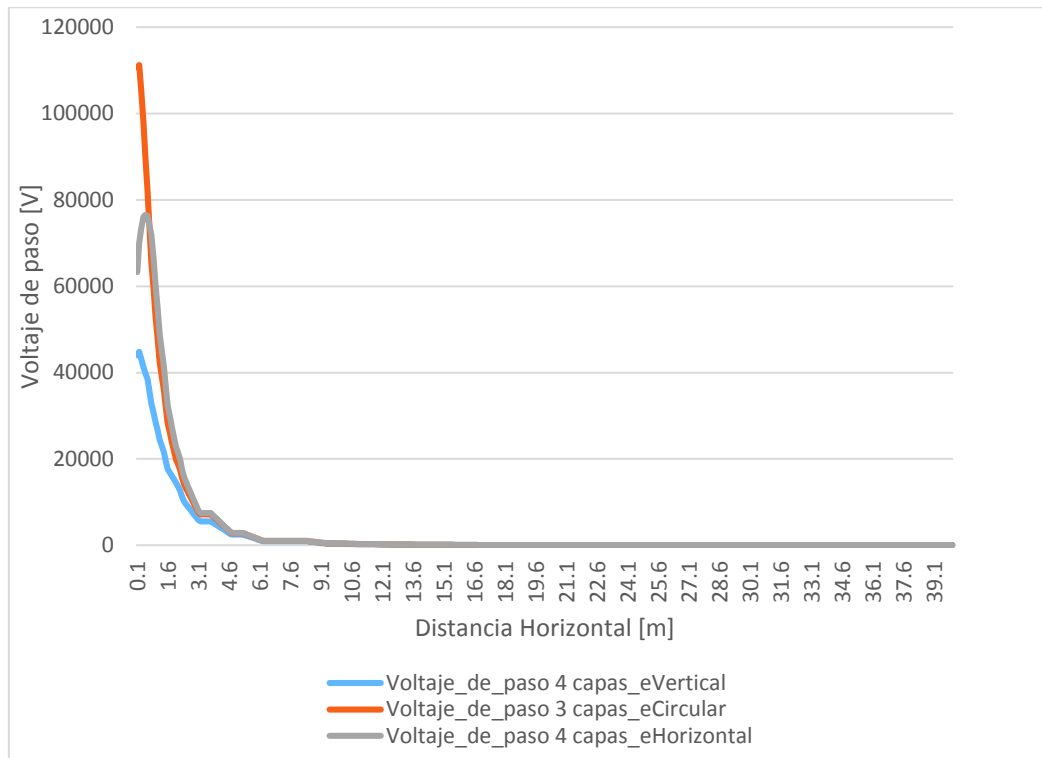


Figura 3.54. Voltaje de paso para tres tipos de electrodo

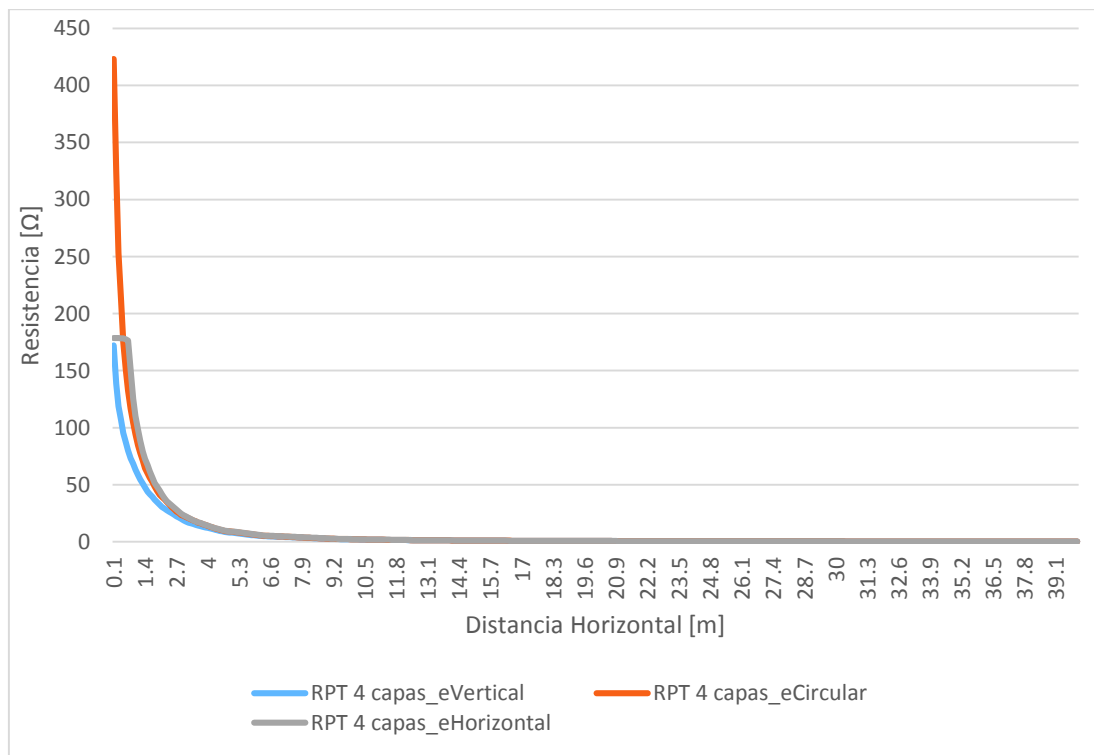


Figura 3.55. Resistencia de puesta a tierra para tres tipos de electrodo

3.5. Resultados para caso D – capa de baja resistividad en la superficie con capas inferiores de resistividad creciente

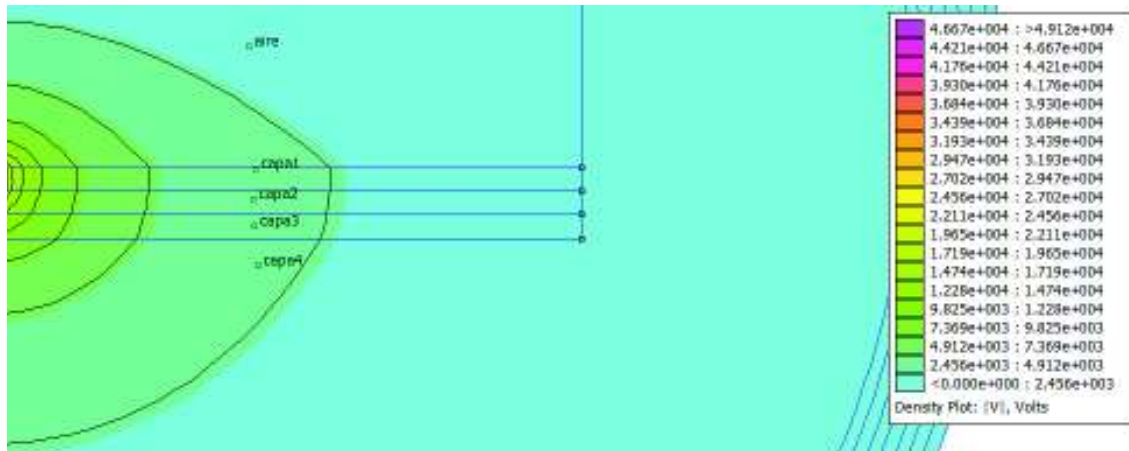


Figura 3.56. Solución al problema del caso D con sus equipotenciales respectivos

En este tipo de suelo, el electrodo se ubica en una superficial de baja resistividad, por lo que el gradiente de potencial es menor que en el caso C, que es básicamente el caso inverso. En la Figura 3.56 se puede ver cómo la influencia de la descarga se extiende a mayor distancia, lo cual se confirma con los resultados que se analizan a continuación.

3.5.1. Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 4 capas para un electrodo vertical

En todos los casos, el modelo de 4 capas con electrodo vertical presenta valores menores que los modelos simplificados.

En la Figura 3.57 se observa que el potencial eléctrico en la superficie desciende más lentamente conforme el punto de medición se aleja de la descarga y tiende a cero después de los 30 metros. Además, se observa que el modelo uniforme presenta los mayores valores en los primeros 7 metros, mientras que el modelo de 4 capas tiene los menores valores en este rango.

El voltaje en el electrodo cercano, para el modelo de 4 capas, es hasta 100kV menor que los otros modelos, como se muestra en la Figura 3.58.

La Figura 3.59 muestra que el voltaje de paso para un modelo de 4 capas es significativamente menor en los primeros 7 metros y nuevamente el modelo uniforme presenta los mayores valores.

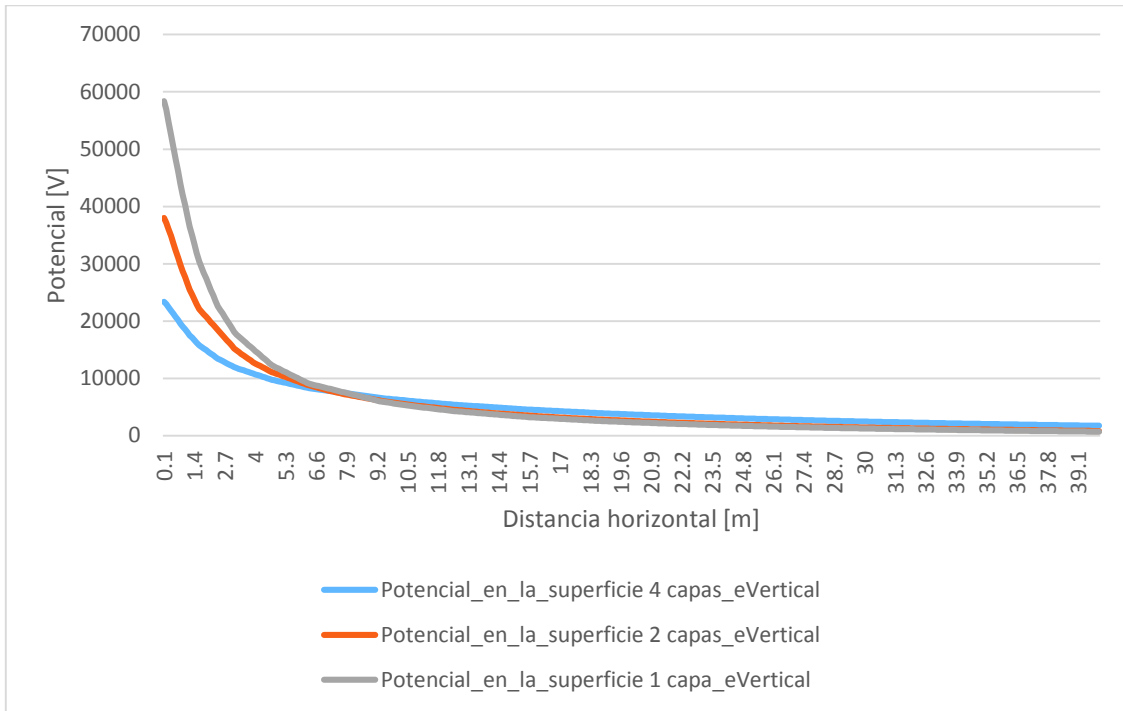


Figura 3.57. Potencial en la superficie producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo vertical en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 4 capas

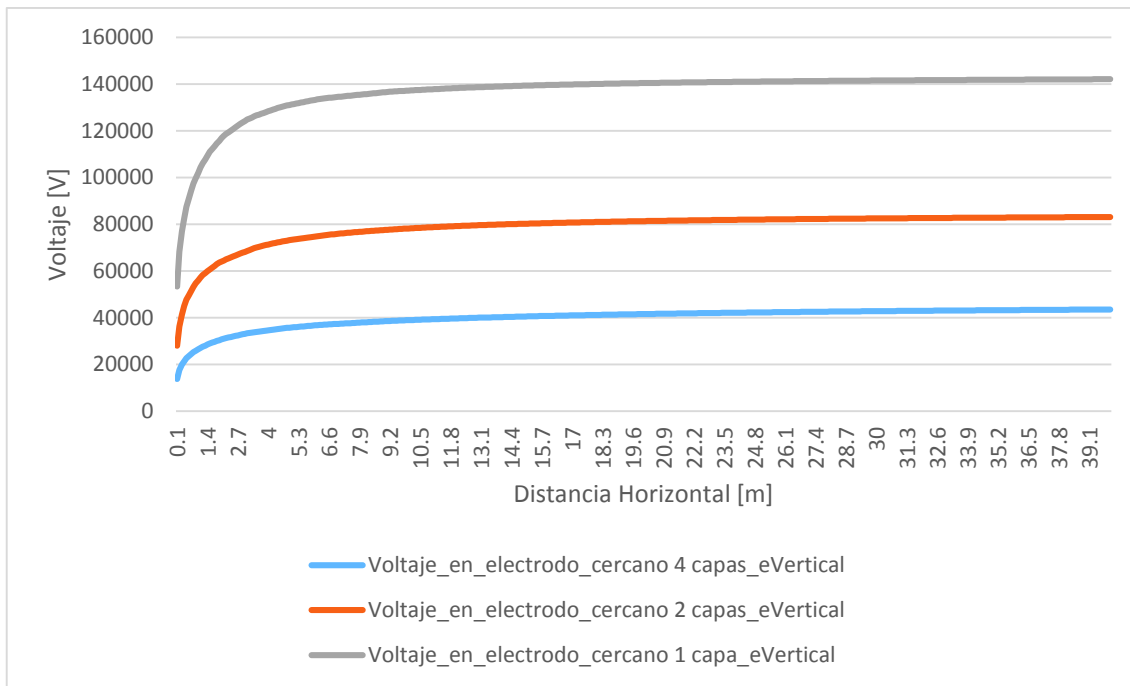


Figura 3.58. Voltaje en un electrodo cercano por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo vertical en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 4 capas

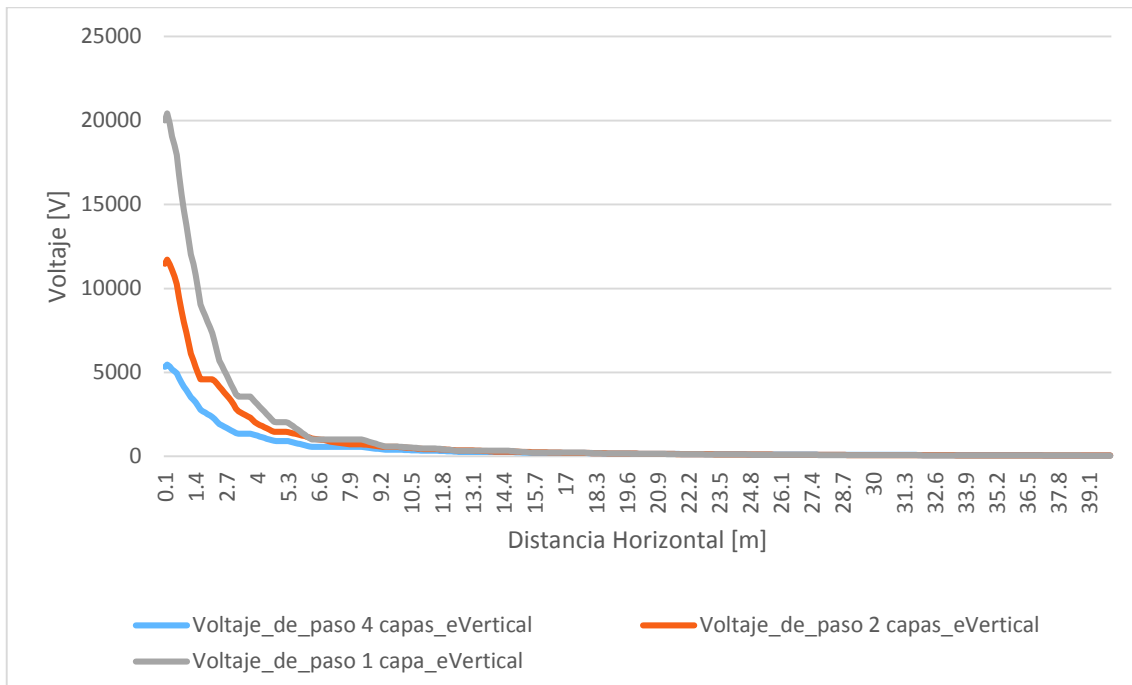


Figura 3.59. Voltaje de paso producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo vertical en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 4 capas

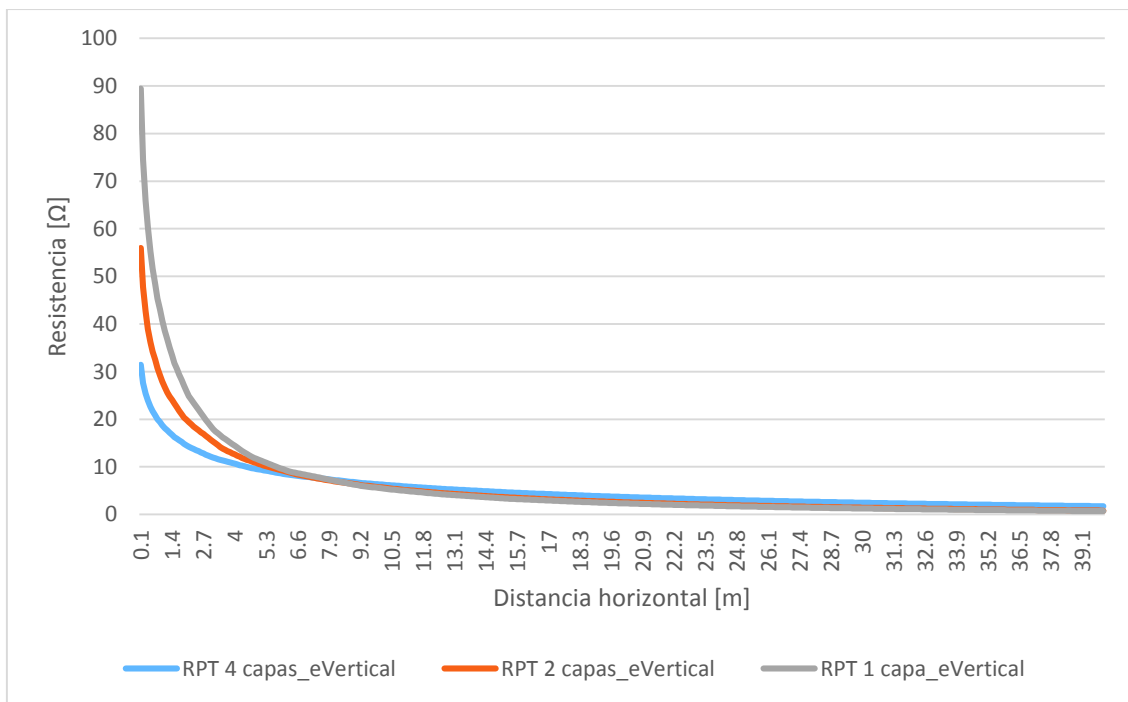


Figura 3.60. Resistencia de puesta a tierra para una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo vertical en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 4 capas

En cuanto a resistencia de puesta a tierra, este modelo uniforme presenta los mayores valores en la cercanía a la descarga, mientras que el modelo de 4 capas tiene los menores valores, como se muestra en la Figura 3.60.

3.5.2. Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 4 capas para un electrodo horizontal

Este modelo presenta resultados muy similares que para el electrodo vertical, con la diferencia de que el voltaje de paso y la resistencia de puesta a tierra se ven influenciados por la longitud horizontal del electrodo. El voltaje de paso tiene una tendencia creciente a lo largo de esta (Figura 3.62), mientras que la resistencia se mantiene constante, como se muestra en la Figura 3.64, pues el potencial tiende a ser constante a lo largo del electrodo.

Las Figuras 3.61, 3.62, 3.63 y 3.64 muestran que valores todos los parámetros obtenidos en la simulación fueron menores para el modelo de 4 capas en relación a los modelos simplificados en los 7 metros próximos a la descarga. También, el modelo uniforme fue el más inexacto en este rango.

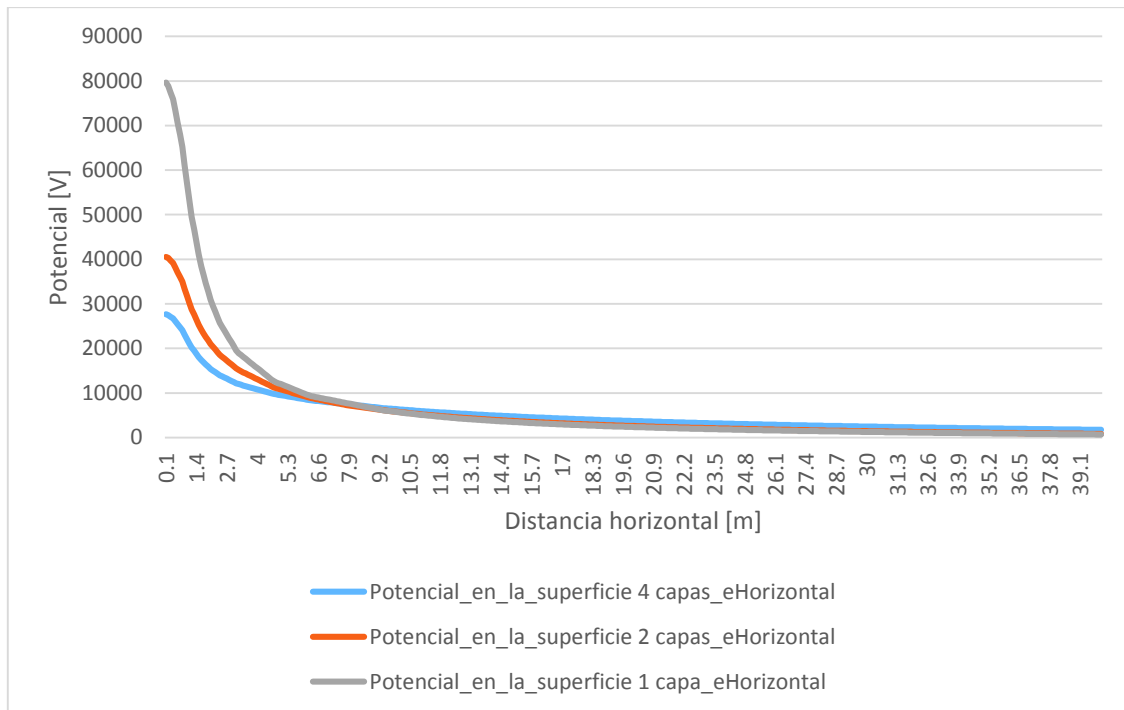


Figura 3.61. Potencial en la superficie producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo horizontal en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 4 capas

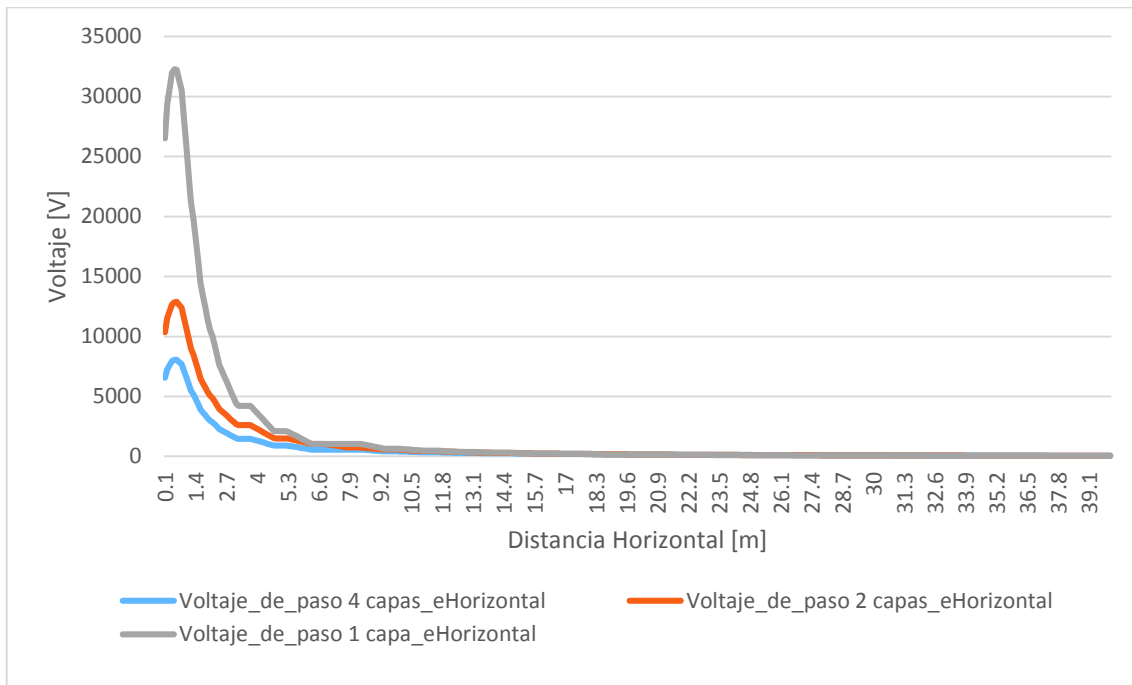


Figura 3.62. Voltaje de paso producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo horizontal en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 4 capas

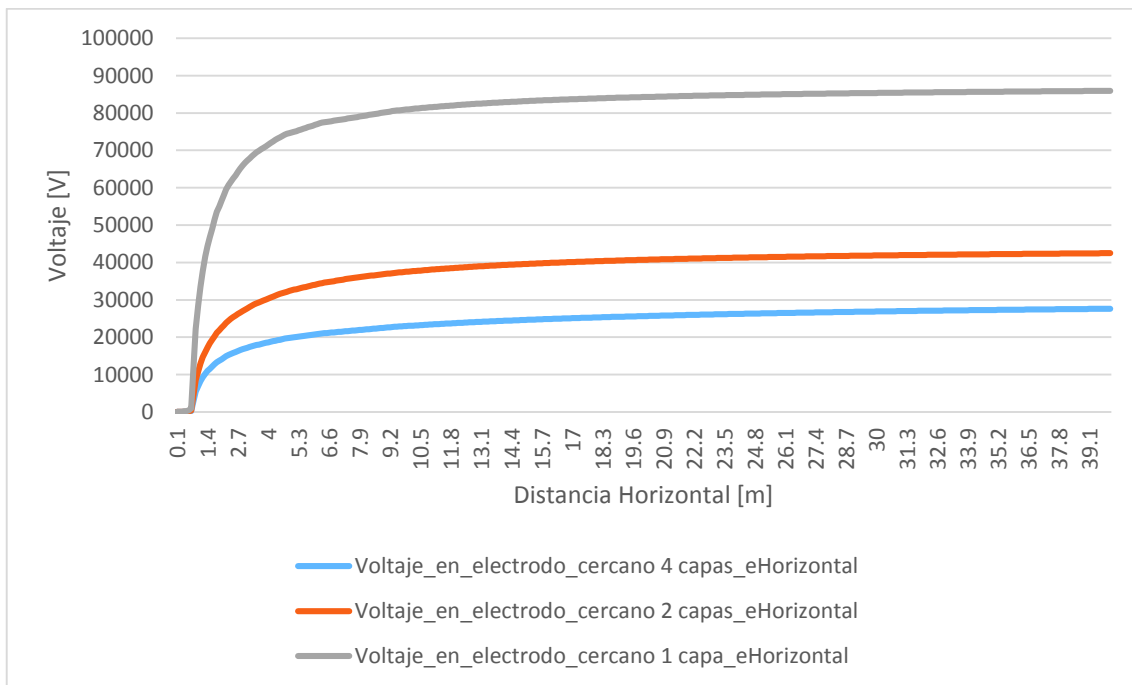


Figura 3.63. Voltaje en un electrodo cercano por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo horizontal en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 4 capas

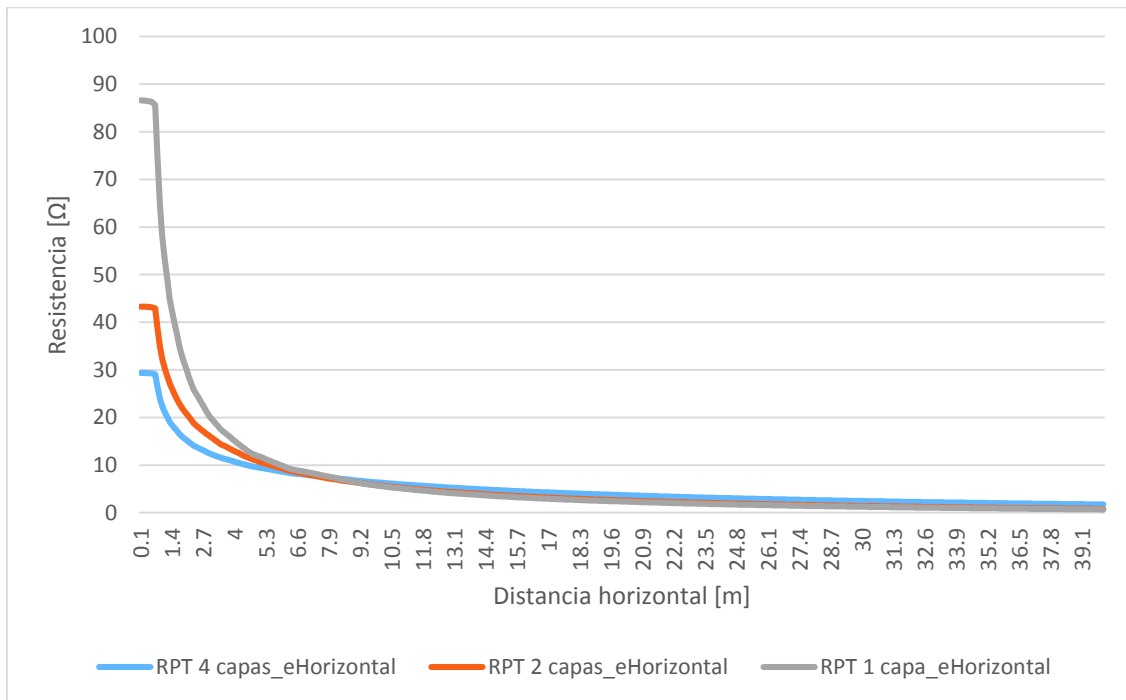


Figura 3.64. Resistencia de puesta a tierra para una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo horizontal en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 4 capas

3.5.3. Análisis comparativo entre modelos equivalentes del suelo de 1, 2 y 4 capas para un electrodo circular

El sistema con electrodo circular presenta un comportamiento similar al de los sistemas con electrodos vertical u horizontal. Nuevamente, las Figuras 3.65, 3.66, y 3.68 muestran que el modelo de 4 capas tiene valores menores para el perfil de potencial, el voltaje de paso y la resistencia de puesta a tierra en los 7 metros próximos a la descarga.

Por otro lado, se puede observar también que el modelo uniforme es el más inexacto en todos los casos, pues presenta valores significativamente mayores en relación a los otros modelos. Principalmente en cuanto a voltaje en un electrodo cercano (Figura 3.67), este modelo presenta valores hasta 150kV por encima del modelo de 4 capas.

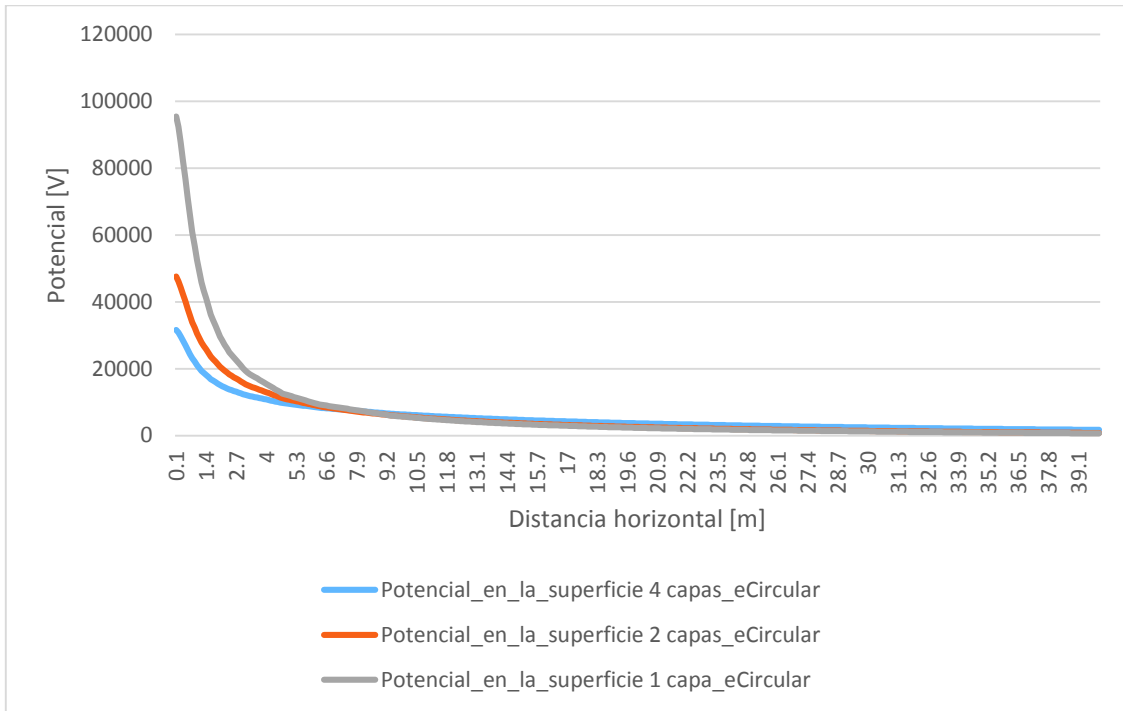


Figura 3.65. Potencial en la superficie producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo circular en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

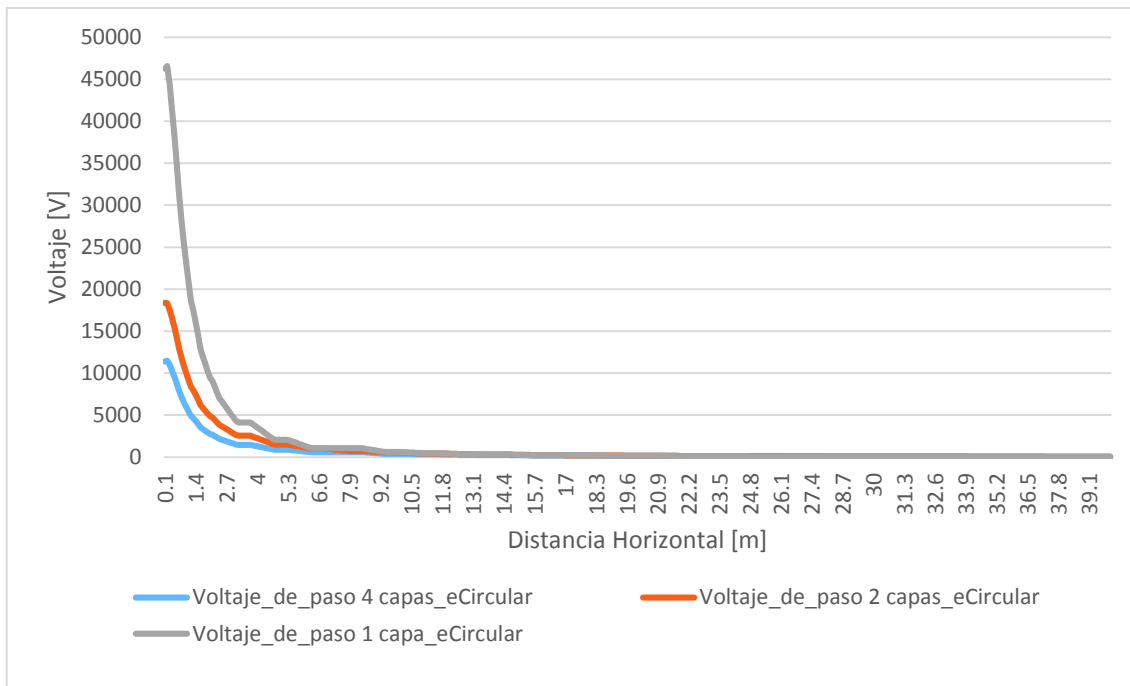


Figura 3.66. Voltaje de paso producido por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo circular en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

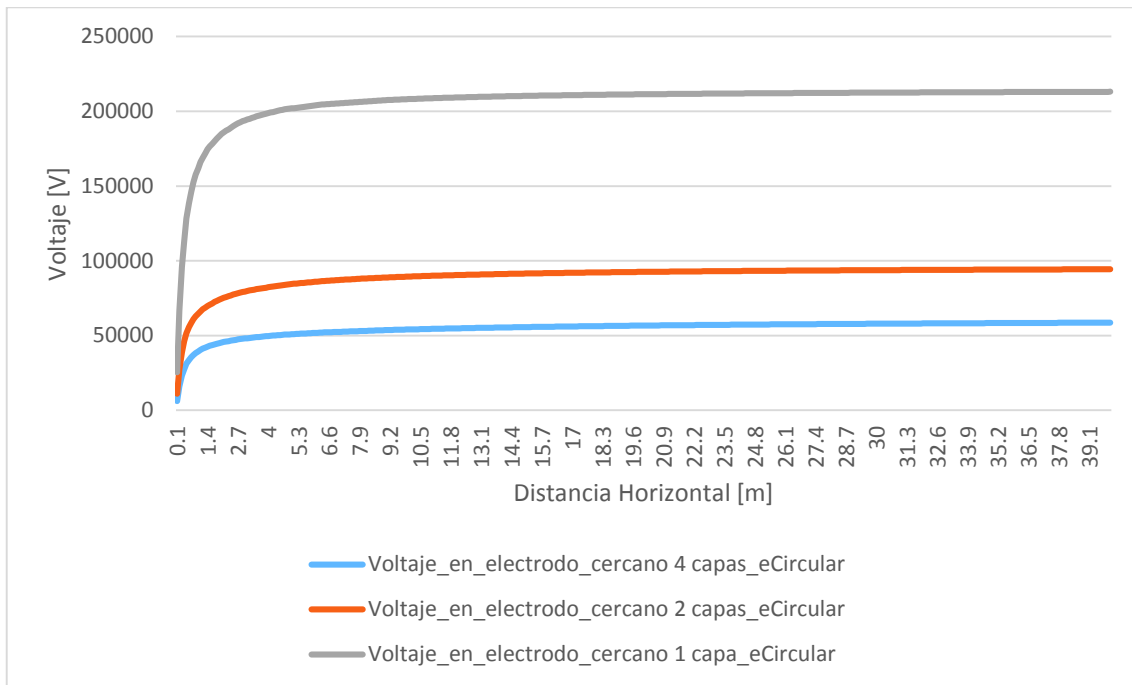


Figura 3.67. Voltaje en un electrodo cercano por una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo circular en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

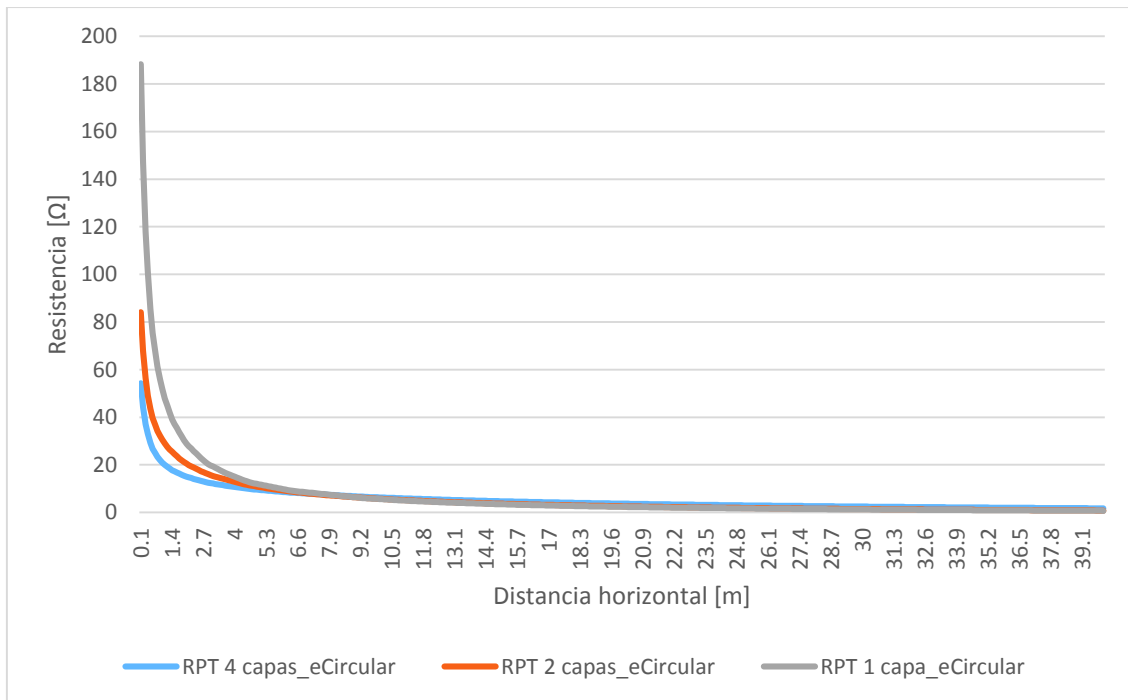


Figura 3.68. Resistencia de puesta a tierra para una corriente de 1kA inyectada a través de un electrodo circular en modelos equivalentes de suelo para 1, 2 y 3 capas

3.5.4. Análisis comparativo entre los tres tipos de electrodo para el modelo de 3 capas

Nuevamente, el electrodo circular es el que peor desempeño presenta en todos los casos. La Figura 3.69 muestra que el potencial en la superficie es muy similar para los tres tipos de electrodo, excepto justo por encima de la descarga, donde el electrodo de forma circular produce un potencial de 33kV, 10kV por encima del potencial producido por un electrodo vertical.

La Figura 3.70 muestra que una descarga a través del electrodo circular produce un voltaje de hasta 60kV en el electrodo cercano, mientras que el electrodo horizontal llega a 28kV. El electrodo horizontal presenta un mejor desempeño con respecto al voltaje en el electrodo cercano pues tiene el menor valor.

Con respecto a voltaje de paso, en la Figura 3.71 se observa que el electrodo vertical tiene el mejor desempeño, pues presenta los menores valores, aunque más allá de los 3.5 m, los perfiles de voltaje convergen para los tres electrodos.

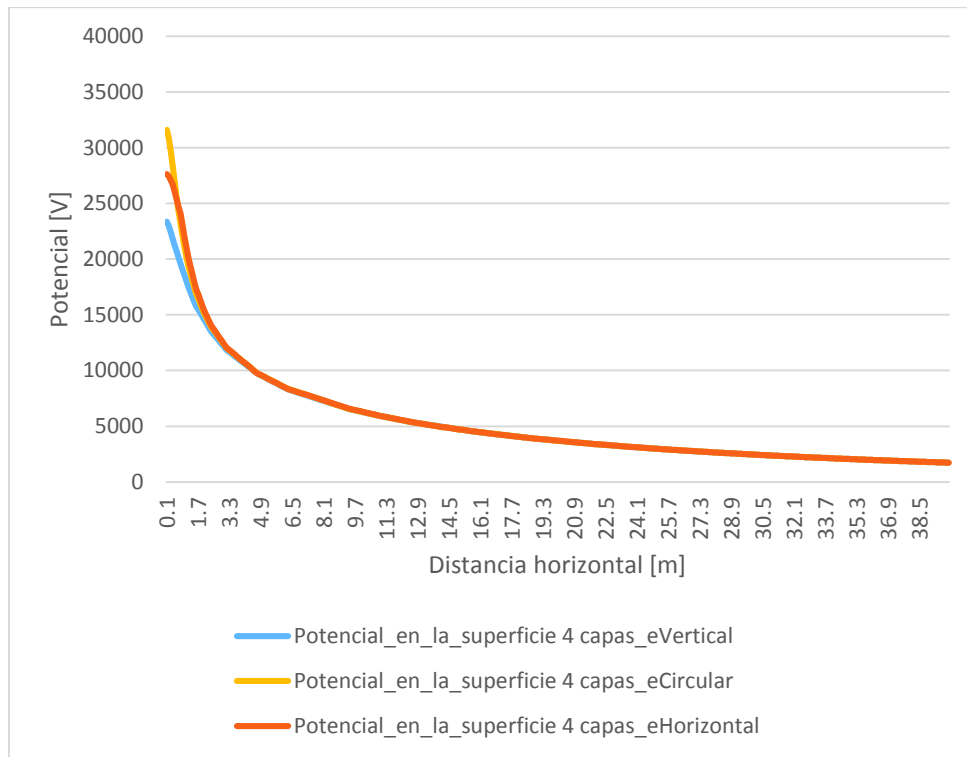


Figura 3.69. Potencial en la superficie para tres tipos de electrodo

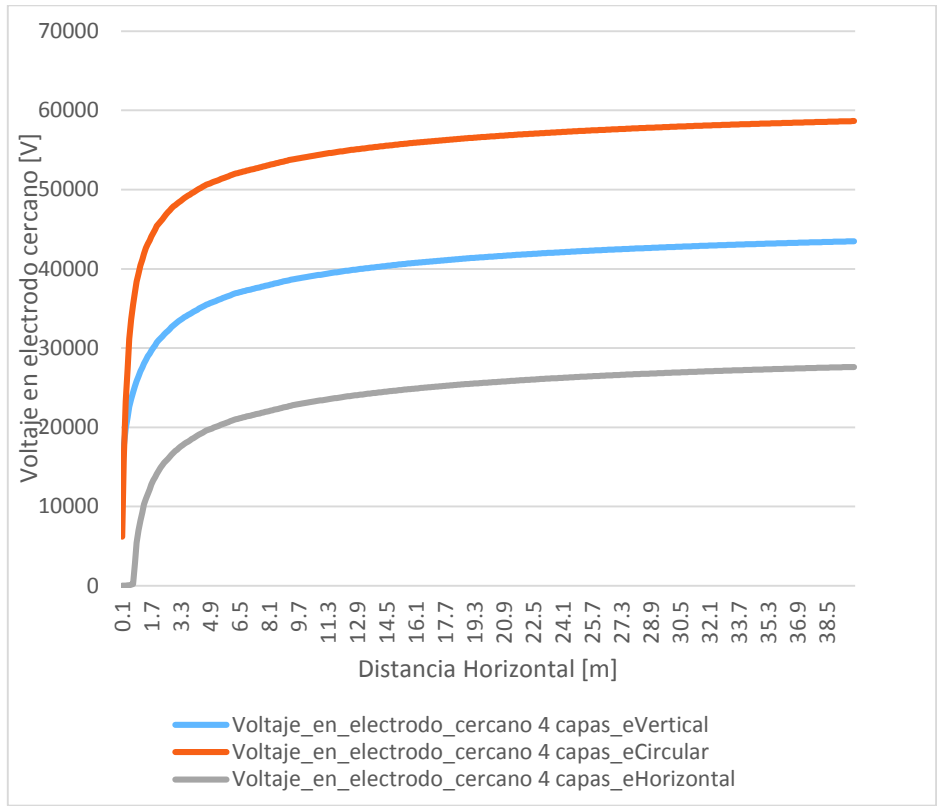


Figura 3.70. Voltaje en electrodo cercano para tres tipos de electrodo

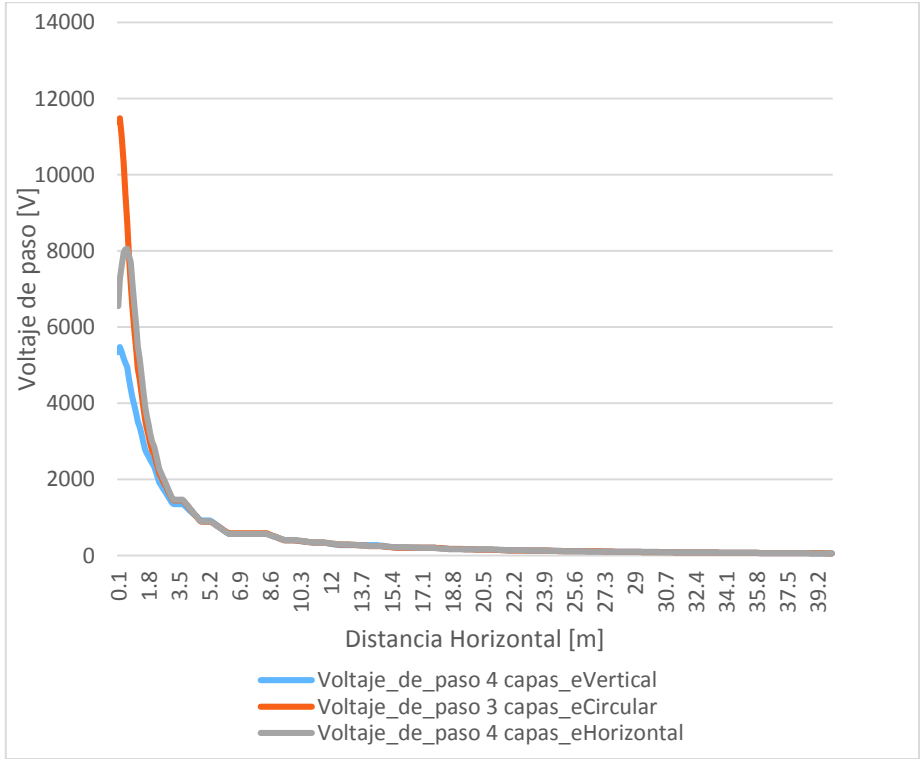


Figura 3.71. Voltaje de paso para tres tipos de electrodo

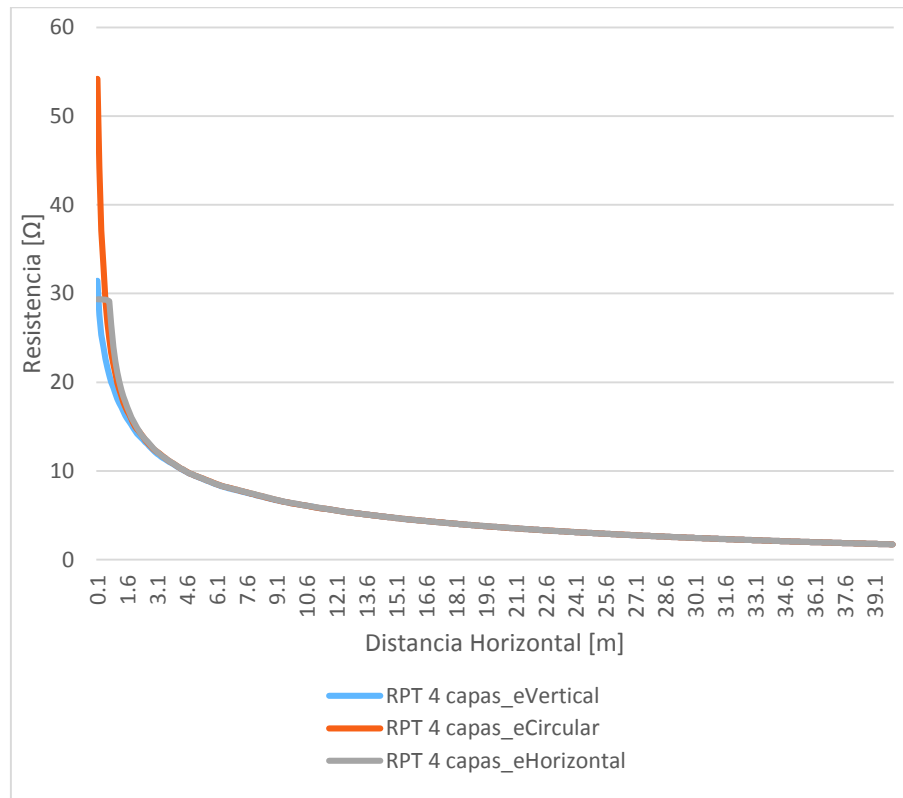


Figura 3.72. Resistencia de puesta a tierra para tres tipos de electrodo

Con respecto a la resistencia de puesta a tierra, el comportamiento es muy similar para los tres electrodos, excepto en el primer metro de proximidad, en el que según la Figura 3.72, el electrodo horizontal tiene mejor desempeño.

4. CONCLUSIONES

- El método de elementos finitos es adecuado para analizar el comportamiento de sistemas de puesta a tierra en un suelo de varias capas, pues permite resolver de manera aproximada la Ecuación de Laplace con condiciones de frontera, la cual representa matemáticamente al problema. Además, el software *Finite Element Methods Magnetics* es una herramienta computacional útil que permite automatizar cálculos mediante el lenguaje de programación Lua. Aunque en este estudio se modelaron suelos con hasta 5 capas, este software puede ser utilizado para cualquier número de capas.
- Utilizar la condición de frontera asintótica improvisada permite simular una frontera abierta y así aumentar la exactitud de los cálculos. El software *FEMM* tiene implementado un módulo que la genera automáticamente y que establece la condición de frontera de Dirichlet, o Neumann, de ser necesario, en un infinito teórico.
- La resistividad aparente representa la resistividad real del suelo únicamente con respecto al método de medición empleado, mas no representa la estructura real. Por esta razón, cuando se simularon mediciones con el método de Wenner en un suelo que se asumía con una estructura real de 3 o 4 capas, los resultados no permitían visualizar claramente una resistividad fija en cada capa y sus respectivas discontinuidades. La estructura real presenta una variación continua de resistividad y difícil de determinar. Esto está también validado por los trabajos de Gonos [18] y Karnas [29]. El primero sugiere utilizar un número limitado de capas pero con parámetros optimizados mediante algoritmos genéticos mientras que el segundo propone modelar el suelo con un mayor número de capas. La segunda opción es más simple de implementar con la metodología propuesta en este trabajo, pues básicamente no hay limitación en el número de capas. Mientras el número de capas sea mayor y con menor espesor, se puede simular un comportamiento más continuo y más real. Se recomienda validar con resultados experimentales el modelo de capas y el método de Wenner para medición.
- Siempre es necesario hacer un análisis del suelo donde se va a colocar un sistema de puesta a tierra, sobre todo si este debe proteger personal o equipo sensible, ya que si tienen varias capas, se introducen errores enormes que pueden llevar a un sobredimensionamiento de aislamiento y protecciones para suelos similares a los de los casos A y C, lo cual representa un mayor costo, o a un subdimensionamiento

como en suelos similares a los casos B y D lo cual resulta en peligro para los agentes y aparatos en contacto con el sistema.

- Si se utiliza alguna de las configuraciones de electrodos analizadas en este trabajo, para una descarga de 1kA, es muy importante diseñar adecuadamente los equipos de protección y aislamiento con modelos multicapas de suelo, sobre todo para los 5 metros adyacentes al electrodo bajo descarga, pues es en este rango en el que se presentan las mayores variaciones e inexactitudes introducidas por modelos simplificados.
- No se puede determinar un patrón de comportamiento simple y constante que aplique a todos los modelos ni tipos de suelo debido a la complejidad matemática que representa el problema de la descarga en un suelo multicapas. Es necesario realizar un estudio para cada caso específico de suelo en el que se va a colocar un sistema de puesta a tierra. Por ejemplo, en el caso A, un suelo con una capa de baja resistividad en medio de dos capas de alta resistividad, el voltaje para un electrodo cercano enterrado a una profundidad similar es mucho mayor que en el caso B, en el que la capa del medio tiene alta resistividad. En este tipo de disparidades es que resulta útil el método de análisis propuesto en este trabajo. También los resultados tienen variaciones importantes con respecto a resistencia de puesta a tierra, como lo evidenció el caso A, en el que las resistencias de puesta a tierra variaban hasta en un 20% entre los electrodos vertical y horizontal. Se recomienda validar estos resultados con mediciones reales, pues los estudios previos no tenían este enfoque.
- Algo similar sucede con la utilización de modelos simplificados. Para el caso B, por ejemplo, desde el punto de vista de voltaje de paso, utilizar un modelo de dos capas para un suelo que en realidad tiene tres no introduce errores significativos, mientras que con respecto a voltaje en un electrodo cercano las desviaciones son enormes en casi todos los casos, por lo que la utilización de modelos simplificados debe sustentarse con un estudio previo y enfocado a los parámetros de mayor interés para el diseño, sea el voltaje de paso, el de toque (que no se analizó en el presente estudio), la influencia en un electrodo cercano, o los gradientes de potencial en la superficie. La metodología de análisis propuesta en este trabajo y la utilización del software FEMM resulta muy útil para el diseñador de sistemas de puestas a tierra.
- En todos los casos hubo diferencias muy grandes en el voltaje calculado para un electrodo cercano, de varias decenas de kV, cuando se comparaba el

comportamiento del sistema en distintos modelos de suelo. Esto muestra la relevancia de analizar los efectos de una descarga sobre electrodos cercanos, que pueden ser los electrodos de referencia del sistema electrónico, que suelen ser más sensibles.

- Para un suelo de resistividad alta en la superficie que va decreciendo (caso C), el modelo de 2 capas resultó ser bastante exacto. En todas las mediciones, voltaje de paso, voltaje en el electrodo cercano, perfil de potencial y resistencia de puesta a tierra, el comportamiento fue casi idéntico, de lo que se concluye que se puede utilizar este modelo simplificado para un tipo de suelo con estas características.
- Cuando se tiene un suelo con resistividad superficial baja que va incrementando con la profundidad, el utilizar modelos simplificados puede ocasionar un sobredimensionamiento en los equipos de protección y aislamiento del sistema, pues el desempeño real presenta valores de voltaje de paso, en un electrodo cercano y de resistencia de puesta a tierra menores. Aunque esto no representa un peligro para los equipos o el personal, sí representa costos mayores. Por otro lado, la utilización de un modelo de dos capas tiene una exactitud aceptable, pero que debe analizarse para en cada caso práctico.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. El-Mosherdy, High-Voltage Engineering, theory and practice, Giza, Egipto: Cairo University, 2006.
- [2] G. Gilbert, «Soil modelling techniques,» *International Journal of Materials Science and Applications*, vol. 1, nº 1, pp. 8-13, 2012.
- [3] I. o. E. a. E. E. Inc., Std. 80 IEEE recommended practice for grounding of industrial and commercial power systems, New York, 2007.
- [4] I. The Institute of Electrical and Electronic Engineers, IEEE Guide for Safety in AC Substation Grounding, Std. 80, New York: Publisher, 2000.
- [5] F. A. Wenner, Method of measuring earth resistivity, Washington D.C.: Bull. Nat. Bu-reau Std., 1916.
- [6] G. K. Z. B. Srete Nikolovski, «Assessment of Step and Touch Voltages for Different Multilayer Soil Models of Complex Grounding Grid,» *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*, vol. 6, nº 4, pp. 1441-1445, 2016.
- [7] W. Hayt y J. Buck, «Ecuaciones de Poisson y Laplace,» de *Teoría electromagnética, 7ma Ed.*, México, McGraw-Hill Interamericana, 2001, pp. 172 - 200.
- [8] E. S. Chicaiza, Tesis de grado: Diagnóstico de deformaciones en devanados de transformadores de potencia mediante la evaluación de la reactancia de dispersión, Quito, Ecuador: Escuela Politécnica Nacional, 2016.
- [9] J. Jianming, The finite element method in Electromagnetics, New York: John Wiley & Sons, 2010.
- [10] e. a. E. Mombello, «Two-layer soil model for power station grounding system calculation considering multilayer soil stratification,» *Electric Power Systems Research*, vol. 37, nº 1, pp. 67-78, 1996.
- [11] L. M. N. M. W. K. Y. E. d. P. M. Wesley Pacheco Calixto, «Parameters Estimation of a Horizontal Multilayer Soil Using Genetic Algorithm,» *IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY*, vol. 25, nº 3, pp. 1250-1257, 2010.
- [12] T. K. Takehiko Takahashi, «ANALYSIS OF APPARENT RESISTIVITY IN A MULTI-LAYER EARTH STRUCTURE,» *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 5, nº 2, pp. 604 - 612, 1990.
- [13] Z. B. He Zhiqiang, «Soil's model inversion calculation based on genetic algorithm,» de *7th Asia-Pacific International Conference on Lightning*, Chengdu, China, 2011.

- [14] F. D. R. J. Ma, «On the equivalence of uniform and two-layer soils to multilayer soils in the analysis of grounding systems,» *IEE Proc-Generation Transmission Distribution*, vol. 143, nº 1, pp. 49-55, 1996.
- [15] Y. a. M. S. Chow, «A simplified method for calculating the substation grounding grid resistance,» *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 9, pp. 736-742, 1994.
- [16] J. L. D. Alamo, «A comparison among eight different techniques to achieve an optimum estimation of electrical grounding parameters in two-layered earth,» *IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY*, vol. 8, nº 4, pp. 1890 - 1899, 1993.
- [17] M. Y. C. a. M. S. Elsherbiny, «A fast and accurate analysis of grounding resistance of driven rod in a two-layer soil,» *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 11, pp. 808-814, 1996.
- [18] I. A. S. Ioannis F. Gonos, «Estimation of Multilayer Soil Parameters Using Genetic Algorithms,» *IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY*, vol. 20, nº 1, pp. 100 - 106, 2005.
- [19] N. Morita, *The boundary-element method in Analysis Methods for Electromagnetic Wave Problems*, Norwood, MA: Artech: E. Yamashita, Ed, 1990.
- [20] F. P. D. Jinxi Ma, «Analysis of Grounding Systems in Soils With Finite Volumes of Different Resistivities,» *IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY*, vol. 17, nº 2, pp. 596-602, 2002.
- [21] J. A. Íñiguez, *Tesis de Pregrado: Estudio de potencial de acoplamiento entre electrodos de puesta a tierra cercanos*, Quito: Escuela Politécnica Nacional, 1997.
- [22] F. N. a. M. C. Ignasi Colominas, «A Numerical Formulation for Grounding Analysis in Stratified Soils,» *IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY*, vol. 17, nº 2, pp. 587 - 595, 2002.
- [23] A. Martins, S. Mariano y M. d. R. Calado, «The IEEE Model for a Ground Rod in a Two Layer Soil – A FEM Approach,» *InTech*, Lisboa, Portugal, 2012.
- [24] P. Sylvester y R. Ferrari, *Finite Elements for Electrical Engineers*, Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
- [25] D. Maker, *Finite Element Method Magnetics , User's Manual*, 2015.
- [26] Q. C. a. A. Konrad, «A review of finite element open boundary techniques for static and quasistatic electromagnetic field problems,» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 1, nº 33, pp. 663-676, 1997.
- [27] I. o. E. a. E. E. Inc., *Std. 142 - Grounding of Industrial and Commercial Power Systems*, New York, 2007.
- [28] I. o. E. a. E. E. Inc., *Std. 81 Guide for Measuring Earth Resistivity, Ground Impedance, and Earth Surface Potentials of a Ground System*, New York, 1983.

- [29] G. Karnas, G. Maslowski, R. Ziemba y S. Wyderka, «Influence of Different Multilayer Soil Models on Grounding System Resistance,» de *International Conference on Lightning Protection*, Viena, Austria, 2012.
- [30] J. D. McDonald, *Electric Power Substations Engineering*, Third Edition, Boca Raton, FL: CRC Press, 2017.
- [31] T. Shimura, *Denki-Tansa-Ho* (en Japonés), Tokio: Shyokodo Ltd., 1970.
- [32] S. Samadinasab, F. Namdari y M. Bakhshipour, «A Novel Approach for Earthing System Design Using Finite Element Method,» *Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology*, vol. 8, nº 29, pp. 54-63, 2016.

ORDEN DE EMPASTADO