

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y  
ELECTRÓNICA**

**UBICACIÓN ÓPTIMA DE TRANSFORMADORES DE  
DISTRIBUCIÓN, CONSIDERANDO RESTRICCIONES FÍSICAS  
EXISTENTES MEDIANTE TÉCNICAS DE CONGLOMERADOS  
COMBINADAS CON LA TEORÍA DE GRAFOS**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE  
INGENIERO ELÉCTRICO**

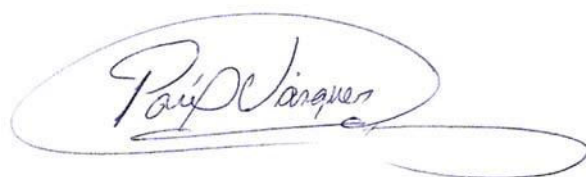
**DARWIN ERIK VINCENT PALAGUACHI**

**DIRECTOR: Dr.-Ing. PAÚL FABRICIO VÁSQUEZ MIRANDA**

**Quito, enero 2021**

## AVAL

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Darwin Vincent, bajo mi supervisión.

A handwritten signature in cursive script, enclosed within a large, hand-drawn oval. The signature appears to read "Paúl Vásquez".

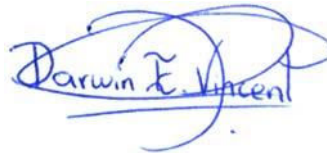
---

Dr.-Ing. PAÚL VÁSQUEZ  
DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

## DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Yo, Darwin Erik Vincent Palaguachi, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración dejo constancia de que la Escuela Politécnica Nacional podrá hacer uso del presente trabajo según los términos estipulados en la Ley, Reglamentos y Normas vigentes.



---

DARWIN VINCENT

## DEDICATORIA

*“Si, pues, coméis o bebéis, o hacéis otra cosa, hacedlo todo para la gloria de Dios”.*

1 Corintios 10:31

*A mi Dios toda la gloria, la honra y el poder.*

## AGRADECIMIENTO

*“Doy gracias al que me fortaleció, a Cristo Jesús nuestro Señor, porque me tuvo por fiel, poniéndome en el ministerio, habiendo yo sido antes blasfemo, perseguidor e injuriador; mas fui recibido a misericordia porque lo hice por ignorancia, en incredulidad”.*

*1 Timoteo 1:12-13*

A mi Dios por hacer posible lo que parecía imposible, por sostenerme, por Su Fidelidad en todo tiempo.

Al Dr.-Ing. Paúl Vásquez por su colaboración y su paciencia, porque supo extender su mano cuando así lo necesité. Gracias doctor no sólo por su conocimiento y dirección, sino también por su calidad como ser humano.

A mis dos mamás: Blanca Palaguachi y Dolores Pérez. Han sido mi soporte y fuente de motivación.

A mi princesa, Estefanía González, nada de esto hubiera sido posible sin ti. Te debo mucho, lo sabes y lo sé. Gracias por ayudarme a cumplir esta meta. ¡Te amo hermanita!

A Sonia Salazar, por su apoyo incondicional. Gracias por ver en mí lo que yo ignoraba. ¡Lo logramos!

A toda mi familia, amigos y compañeros que con sus ánimos me ayudaron a finalizar este trabajo de titulación. Gracias no haber perdido la esperanza en mí.

# ÍNDICE DE CONTENIDO

AVAL.....	I
DECLARACIÓN DE AUTORÍA.....	II
DEDICATORIA .....	III
AGRADECIMIENTO .....	IV
RESUMEN.....	IX
ABSTRACT.....	X
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. OBJETIVOS .....	3
1.2. ALCANCE .....	4
1.3. MARCO TEÓRICO.....	5
1.3.1. CONCEPTOS PRELIMINARES .....	5
1.3.1.1. Demanda .....	5
1.3.1.2. Demanda Promedio .....	5
1.3.1.3. Demanda Máxima Coincidente.....	6
1.3.1.4. Factor de Coincidencia .....	6
1.3.1.5. Factor de Utilización .....	7
1.3.1.6. Factor de Pérdidas.....	7
1.3.1.7. Caída de Voltaje .....	8
1.3.1.8. Etapas del sistema eléctrico de potencia.....	10
1.3.1.9. Topología radial en redes de distribución .....	11
1.3.2. MÉTODO DE LA REA PARA ESTIMACIÓN DE DEMANDA.....	12
1.3.2.1. Nomograma de la REA.....	14
1.3.3. CAÍDA DE VOLTAJE EN CIRCUITOS SECUNDARIOS .....	15
1.3.4. PÉRDIDAS EN LOS TRANSFORMADORES DE DISTRIBUCIÓN .....	18
1.3.4.1. Pérdidas en el núcleo .....	18
1.3.4.2. Pérdidas en el cobre .....	18
1.3.4.3. Pérdidas de potencia y energía de un transformador .....	19

1.3.5. CONDUCTOR ECONÓMICO.....	19
1.3.6. ANÁLISIS DE GRUPOS ( <i>clustering</i> ).....	21
1.3.7. MÉTODOS DE PARTICIÓN.....	22
1.3.7.1. Agrupamiento de datos por <i>k-means</i> .....	23
1.3.7.2. Agrupamiento de datos por <i>k-medoids</i> .....	26
1.3.8. ALGORITMOS GENÉTICOS .....	29
1.3.9. TEORÍA DE GRAFOS .....	30
1.3.9.1. Definición de Grafo .....	32
1.3.9.2. Orden de un Grafo.....	32
1.3.9.3. Grado de un Vértice.....	32
1.3.9.4. Trayectoria .....	32
1.3.9.5. Grafos Simples .....	33
1.3.9.6. Grafo Conectado.....	33
1.3.9.7. Digrafos.....	33
1.3.9.8. Representaciones de un Grafo .....	33
1.3.9.9. Matrices de Adyacencia e Incidencia.....	34
1.3.9.10. Lista de Adyacencias .....	34
1.3.9.11. Árbol y árbol de expansión mínima .....	35
1.3.9.12. Ruta más corta .....	35
1.3.9.13. Algoritmo BFS .....	35
1.4. ANÁLISIS DE LAS METODOLOGÍAS MÁS RELEVANTES.....	36
1.4.1. USO DEL ALGORITMO <i>K-MEDOIDS</i> .....	36
1.4.2. USO DEL ALGORITMO DE POLINIZACIÓN DE FLORES .....	38
1.4.3. USO DEL ALGORITMO <i>K-MEANS</i> .....	39
1.4.4. USO DEL ALGORITMO ENJAMBRE DE PARTÍCULAS (PSO).....	40
1.4.5. USO DE ALGORITMOS GENÉTICOS.....	41
2. METODOLOGÍA.....	44
2.1. ETAPA 1: AGRUPACIÓN Y UBICACIONES ÓPTIMAS .....	45
2.1.1. IMPLEMENTACIÓN DE LA RED VIAL .....	45

2.1.2. ALGORITMO DE AGRUPACIÓN ÓPTIMA DE USUARIOS .....	49
2.1.3. DISTANCIAS SUJETAS A LA REPRESENTACIÓN VIAL ( <i>dist</i> ) .....	53
2.2. ETAPA 2: CAPACIDAD DE TRANSFORMADORES Y DISTANCIA MÁXIMA...	57
2.2.1. DETERMINACIÓN DE LA CAPACIDAD ÓPTIMA DE LOS TRANSFORMADORES.....	57
2.2.2. RESTRICCIÓN DE CAPACIDAD MÁXIMA DISPONIBLE .....	59
2.2.3. MÁXIMA DISTANCIA TRANSFORMADOR-USUARIO PARA UNA CAÍDA DE VOLTAJE ACEPTABLE .....	60
2.2.4. RESTRICCIÓN DE DISTANCIA TRANSFORMADOR-USUARIO MÁS LEJANO .....	63
2.3. ETAPA 3: NÚMERO ÓPTIMO DE TRANSFORMADORES .....	64
2.3.1. MODELO DE OPTIMIZACIÓN PARA OBTENER EL NÚMERO ÓPTIMO DE TRANSFORMADORES.....	65
2.3.2. COSTOS DE INVERSIÓN, PÉRDIDAS Y OPERACIÓN Y MANTENIMIENTO .....	67
2.3.2.1. Costo de inversión ( <i>C<sub>inva</sub></i> ) .....	67
2.3.2.2. Costo por pérdidas ( <i>C<sub>péra</sub></i> ) .....	68
2.3.2.3. Costo de operación y mantenimiento ( <i>C<sub>OMa</sub></i> ) .....	70
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	73
3.1. RESULTADOS .....	73
3.1.1. APLICACIÓN Y RESULTADOS SOBRE EL SISTEMA DE PRUEBA .....	73
3.2. DISCUSIÓN .....	84
3.2.1. ANÁLISIS SIN CONSIDERAR RESTRICCIONES FÍSICAS.....	84
3.2.2. ANÁLISIS COMPARATIVO.....	86
4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	90
4.1. CONCLUSIONES.....	90
4.2. RECOMENDACIONES .....	93
5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	95
ANEXOS.....	99
ANEXO A. ....	100



ANEXO B. ....	104
ANEXO C. ....	108
ORDEN DE EMPASTADO .....	112

## RESUMEN

Este trabajo se centra en la optimización de la ubicación y dimensionamiento de transformadores de distribución como una alternativa a lo que ocurre actualmente en las distribuidoras del medio local, donde se ubica a los transformadores con procedimientos simplificados que omiten criterios relevantes, como las pérdidas y la minimización de los costos totales de los sistemas implementados.

Se desarrolló una metodología capaz de determinar el número, capacidad y ubicación de transformadores en una red de distribución, que minimiza los costos del sistema, tomando en cuenta restricciones físicas y de topología vial. Para ello, se trabajó con tres etapas. En primer lugar, se desarrolló un algoritmo de agrupación que considera momentos eléctricos de demanda, en lugar de sólo distancias como ciertos modelos tradicionales, lo cual permitió encontrar la ubicación de los transformadores. Luego, se determinó la capacidad de los transformadores de acuerdo a la agrupación óptima de los usuarios sujeta al cumplimiento de una restricción de una distancia máxima, calculada entre cada transformador y su usuario más lejano, la cual garantizó que la caída de voltaje cumpliera con los límites establecidos. Finalmente, se determinó el número óptimo de transformadores al minimizar el costo total anualizado del sistema.

Esta metodología se aplica a un sistema de prueba urbano de 106 usuarios, en donde se verificó el desempeño y validez de la metodología que incluye la consideración de restricciones físicas para la ubicación de los transformadores. Como resultado se obtuvo un número óptimo de 6 transformadores de distribución que generó el costo anual mínimo de *USD* 6849, una reducción de pérdidas de transformación de 36.8% y una disminución del tiempo computacional de 53.7%, con respecto a los resultados obtenidos con una metodología diferente, tomada de una referencia citada en este trabajo.

**PALABRAS CLAVE:** Redes eléctricas de distribución, planificación, ubicación, dimensionamiento, transformadores, optimización, agrupación, caída de voltaje, distancia máxima, restricciones geográficas, restricciones físicas.

## ABSTRACT

This work focuses on the location and sizing optimization of distribution transformers as an alternative to what is currently happening in local distribution companies, where transformers are located with simplified procedures that omit relevant criteria, such as losses and total cost minimization of the implemented systems.

A methodology which minimizes the system costs, taking into account physical restrictions and road topology, was developed in order to determine the number, capacity and location of transformers in a distribution network. To do this, three stages were developed. First, a clustering algorithm that considers electrical demand momentums, instead of only considering distances like certain traditional models, was developed, which allowed finding the location of the transformers. Then, the transformers' capacities were determined according to the optimal users' clustering subject to a constraint of maximum distance, calculated between each transformer and its furthest user, which guaranteed that the voltage drop met the established limits. Finally, the optimal number of transformers was determined by minimizing the total system annualized cost.

This methodology is applied to a 106-user urban test system, where the performance and validity of the methodology that includes the consideration of physical restrictions for the transformer location was verified. As a result, an optimal number of 6 transformers was obtained, which generated a minimum annual cost of USD 6849, a reduction in transformation losses of 36.8%, and a computational time decrease of 53.7 comparing to the results obtained with a different methodology, taken from a reference cited in this work.

**KEYWORDS:** Electrical distribution networks, planning, location, dimensioning, transformers, optimization, clustering, voltage drop, maximum distance, geographic restrictions, physical restrictions.

# 1. INTRODUCCIÓN

Una parte muy importante del sistema eléctrico de potencia (SEP) lo conforman los sistemas eléctricos de distribución (SED), pues su principal objetivo es abastecer de energía eléctrica a los usuarios finales. Sin embargo, el SED no había recibido la atención requerida sino hasta hace unos cuantos años, cuando se empezó a buscar alternativas de optimización que redujeran los costos del mismo. No obstante, la optimización en la planificación de SED es un problema complejo. Debido a esta dificultad, ciertos investigadores han propuesto la división del problema completo en subproblemas de optimización [1].

En el Ecuador, una de las empresas distribuidoras referentes es la Empresa Eléctrica Quito (EEQ), la cual cuenta con normas propias para realizar el diseño de redes de distribución, considerando límites de pérdidas y caídas de voltaje, lo cual se asume como aceptable, pero no necesariamente es eficiente, ya que no se realiza ningún estudio de optimización. Por ejemplo, las normas plantean que siempre que se cumpla con una caída de voltaje aceptable según tablas, los transformadores de distribución pueden ser ubicados indistintamente, según el criterio del proyectista [2], quien lo realiza de una manera empírica. Con esto, se incurre en un probable incremento de pérdidas y, por lo tanto, también de costos, dependiendo de cuán lejanos estén los transformadores de sus respectivos centros de demanda. Además, puesto que tampoco se optimiza el agrupamiento, para áreas grandes se puede obtener como consecuencia, un posible sobredimensionamiento ya sea de la capacidad o del número de estos equipos, incrementando innecesariamente los costos de inversión.

El presente trabajo propone una metodología que encuentra la agrupación óptima de los usuarios del sistema, empleando la técnica de conglomerados o *clustering*. Luego, se determina la ubicación óptima de los transformadores del sistema, su capacidad y los costos mínimos. Además, se consideran las restricciones físicas existentes al realizar una representación de la topología vial, utilizando distancias reales; es decir, distancias que son medidas sobre las calles. Para ello, se hace empleo de la teoría de grafos.

Adicionalmente, al tomar en cuenta la demanda eléctrica de los clientes, los transformadores de distribución son ubicados, en el centro de demanda de cada grupo obtenido; es decir, se trabaja con momentos de demanda eléctrica.

Con este trabajo, se incursiona en el ámbito de la optimización en la planificación de sistemas eléctricos de bajo voltaje, aplicándola a la ubicación de transformadores de distribución, con mínimos costos y condiciones operativas dentro de los límites establecidos. En efecto, se reducen los costos como consecuencia de disminuir las pérdidas, y un posible número innecesario de transformadores. Es por esto que el presente trabajo será de gran utilidad para empresas distribuidoras y universidades.

Para llevar a cabo este trabajo, el presente documento se ha estructurado las siguientes secciones o capítulos.

En el capítulo 1, a más de la presente introducción, se muestran los objetivos y alcance del trabajo, así como también un apartado de conceptos teóricos y un breve análisis de metodologías relevantes de optimización de la ubicación de transformadores de distribución.

En el capítulo 2, se desarrolla la metodología propuesta para lograr obtener la ubicación óptima de los transformadores, su capacidad nominal, la asignación de usuarios a cada grupo, la verificación de la máxima distancia entre cada transformador y sus usuarios, y el número de grupos (transformadores) que brinde los costos mínimos del diseño.

En el capítulo 3, se describe la implementación de la metodología en el sistema de prueba y se analizan los resultados obtenidos; además, se realiza un análisis comparativo de los valores obtenidos.

En el capítulo 4, se exponen las conclusiones y recomendaciones obtenidas de este trabajo, que pudieran ser utilizadas para trabajos futuros en la línea de optimización en sistemas de distribución.

## 1.1. OBJETIVOS

El objetivo general de este Proyecto Técnico es:

- Desarrollar e implementar una metodología para determinar el número, capacidad y ubicación óptimos de transformadores en una red de distribución, tomando en cuenta las restricciones físicas del área de estudio.

Los objetivos específicos del Proyecto Técnico son:

- Analizar, en base a un levantamiento bibliográfico, las metodologías más relevantes para la optimización de ubicación de transformadores en redes de distribución.
- Desarrollar una metodología basada en técnicas de conglomerados para determinar el número de transformadores de distribución a ser instalados en una determinada zona, así como sus capacidades y ubicaciones óptimas.
- Implementar la metodología propuesta en MATLAB para un sistema de prueba de 106 usuarios.
- Realizar un análisis de los resultados obtenidos con la metodología propuesta, comparándolos con los resultados que se obtienen al omitir las restricciones físicas.

## 1.2. ALCANCE

Se desarrollará una metodología en la que, conociendo la ubicación y demanda de los usuarios de una zona de prueba, se determine el número de transformadores que deben instalarse, la capacidad y ubicación óptimas, así como los usuarios asociados a cada transformador.

Se utilizará la técnica de agrupamiento o conglomerados (*clustering*) para formar grupos de clientes, los cuales serán asociados a los transformadores para determinar sus capacidades. Para minimizar las pérdidas, los transformadores serán ubicados en los centros de demanda eléctrica de cada grupo. Además, se asume que estos transformadores serán alimentados por uno o más alimentadores primarios disponibles en la zona.

En el presente proyecto técnico se propone encontrar la ubicación óptima de los transformadores de distribución aéreos sin determinar los recorridos secundarios óptimos; sin embargo, dado que la formulación planteada no debe desligarse del criterio de eficiencia en recorridos secundarios, este criterio es tomado en cuenta mediante una restricción que considera la distancia máxima entre el transformador y su usuario más lejano que, junto con la demanda total, servirá para determinar el número de transformadores a ser instalados. Adicionalmente, se trabajará con distancias reales que consideren las restricciones físicas de la zona de prueba. Para el efecto, se propone como aporte el uso de la teoría de grafos junto con la técnica de conglomerados.

Se comprobará que la alternativa del menor número posible de transformadores cumpla con los límites permisibles de caída de voltaje y pérdidas. Además, se evaluarán los costos obtenidos.

Puesto que este estudio toma en consideración las restricciones de ubicación, son conocidos los datos cartográficos y la ubicación de los clientes. La metodología será aplicada a un sistema urbano de prueba de 106 usuarios.

A continuación, mediante el uso del software MATLAB, se realizará un modelo computacional que aplique la metodología desarrollada y calcule la solución al problema planteado.

Finalmente, se realizará un análisis de los resultados obtenidos con los diferentes escenarios.

## 1.3. MARCO TEÓRICO

### 1.3.1. CONCEPTOS PRELIMINARES

#### 1.3.1.1. Demanda

La demanda de un sistema eléctrico es la cantidad de potencia requerida en los terminales receptores (cargas), cuyo valor es el promedio en un periodo de tiempo. Este período de tiempo es conocido como intervalo de demanda. Este intervalo usualmente es de 15 minutos, aunque podría tomar otros valores como 10 o 30 minutos, etc. Debido a la relación de la demanda con el tiempo, es indispensable indicar cuál es el intervalo de demanda, pues sin este valor no se tendría un verdadero sentido práctico. A la demanda se la puede expresar en kilovatios ( $kW$ ), kilo voltamperios ( $KVA$ ) o amperios ( $A$ ) [2].

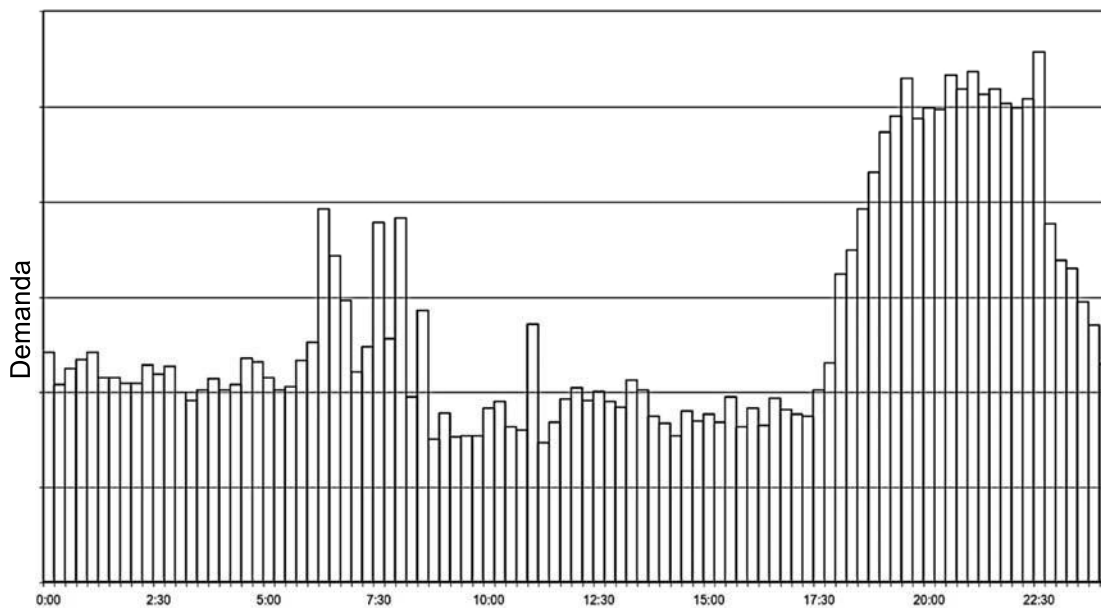


Figura 1.1. Perfil de carga diario con intervalos de demanda de 15 minutos [3].

#### 1.3.1.2. Demanda Promedio

También conocida como demanda media, es la relación entre el consumo de energía durante un tiempo de análisis y dicho tiempo [2].

$$\bar{D} = \frac{E_T}{T} \quad (1.1)$$



Donde:

$\bar{D}$ : Demanda promedio o demanda media

$E_T$ : Energía en *kWh* consumida en el tiempo *T*

*T*: Tiempo en horas considerado para el análisis

### 1.3.1.3. Demanda Máxima Coincidente

Debido a que las demandas máximas anuales de los clientes se producen en diferentes épocas del año, la demanda de un grupo de clientes será siempre menor a la suma de sus demandas máximas individuales [3]. Es así que, la demanda máxima coincidente se calcula como el producto de la suma de las demandas máximas individuales de los clientes del grupo por un factor de coincidencia.

$$D_{m\acute{a}x.coin} = \sum D_{m\acute{a}x.ind} \times F_{coin} \quad (1.2)$$

Donde:

$D_{m\acute{a}x.coin}$ : Demanda máxima coincidente de un grupo de clientes.

$\sum D_{m\acute{a}x.ind}$ : Sumatoria de las demandas máximas individuales.

$F_{coin}$ : Factor de coincidencia del grupo.

### 1.3.1.4. Factor de Coincidencia

El factor de coincidencia se puede expresar como la relación entre la demanda máxima coincidente de todo del sistema y la suma de las demandas máximas individuales. El factor de coincidencia siempre será menor a 1, y su recíproco es el factor de diversidad [4].

$$F_{coin} = \frac{D_{m\acute{a}x.coin}}{\sum D_{m\acute{a}x.ind}} \quad (1.3)$$

$$F_{div.} = \frac{1}{F_{coin}} \quad (1.4)$$

Donde:

$F_{div}$  : Factor de diversidad del grupo de clientes.

### 1.3.1.5. Factor de Utilización

Se trata de la relación entre la demanda máxima y la capacidad instalada de un sistema. Este factor indica cuánto de la capacidad del sistema se utiliza durante el pico de carga en el intervalo considerado [2].

$$F_u = \frac{D_{m\acute{a}x}}{P_{inst}} \quad (1.5)$$

Donde:

$F_u$  : Factor de utilización

$D_{m\acute{a}x}$  : Demanda o carga máxima

$P_{inst}$  : Potencia o capacidad instalada

### 1.3.1.6. Factor de Pérdidas

Consiste en el porcentaje de tiempo que la carga máxima tomaría para producir iguales pérdidas que las producidas por las cargas reales en un intervalo de tiempo. Este factor puede ser determinado como la relación cuadrática de la demanda promedio y la demanda máxima como se observa en la ecuación (1.6), o mediante la relación de la sumatoria de los cuadrados de las demandas reales y el cuadrado de la demanda máxima en el tiempo total de análisis. Esta segunda relación se muestra en (1.7) [2].

$$F_{p\acute{e}r} = \frac{\bar{D}^2}{D_{m\acute{a}x}^2} \quad (1.6)$$

$$F_{pér} = \frac{\sum D_i^2 \cdot h}{D_{máx}^2 \cdot T} \quad (1.7)$$

Donde:

$F_{pér}$  : Factor de pérdidas

$D_i$  : Demanda en cada intervalo de tiempo

$h$ : Tiempo del intervalo de demanda

$T$ : Horas del período de tiempo considerado

### 1.3.1.7. Caída de Voltaje

Cuando un circuito abastece de corriente a una carga, éste experimenta una caída de voltaje, además de una disipación de energía en forma de calor. Entonces, la caída de voltaje es la diferencia de voltaje que existe entre los nodos de envío y recepción [5].

$$\Delta V(\%) = \left| \frac{V_r - V_n}{V_n} \right| \times 100 \quad (1.8)$$

Donde:

$\Delta V(\%)$ : Caída de voltaje porcentual.

$V_r$  : Voltaje en el terminal de recepción.

$V_n$  : Voltaje nominal del circuito.

Mientras que para los circuitos de corriente continua la caída de voltaje es igual al producto de la corriente por la resistencia del conductor, en circuitos de corriente alterna como los de distribución, la caída de voltaje es función de la corriente de carga, así como del factor de potencia y de la impedancia del conductor. Sin embargo, se suele despreciar la capacitancia debido a las cortas longitudes y voltajes de operación de los conductores en este tipo de sistemas; en otras palabras, la capacitancia es despreciable [6].

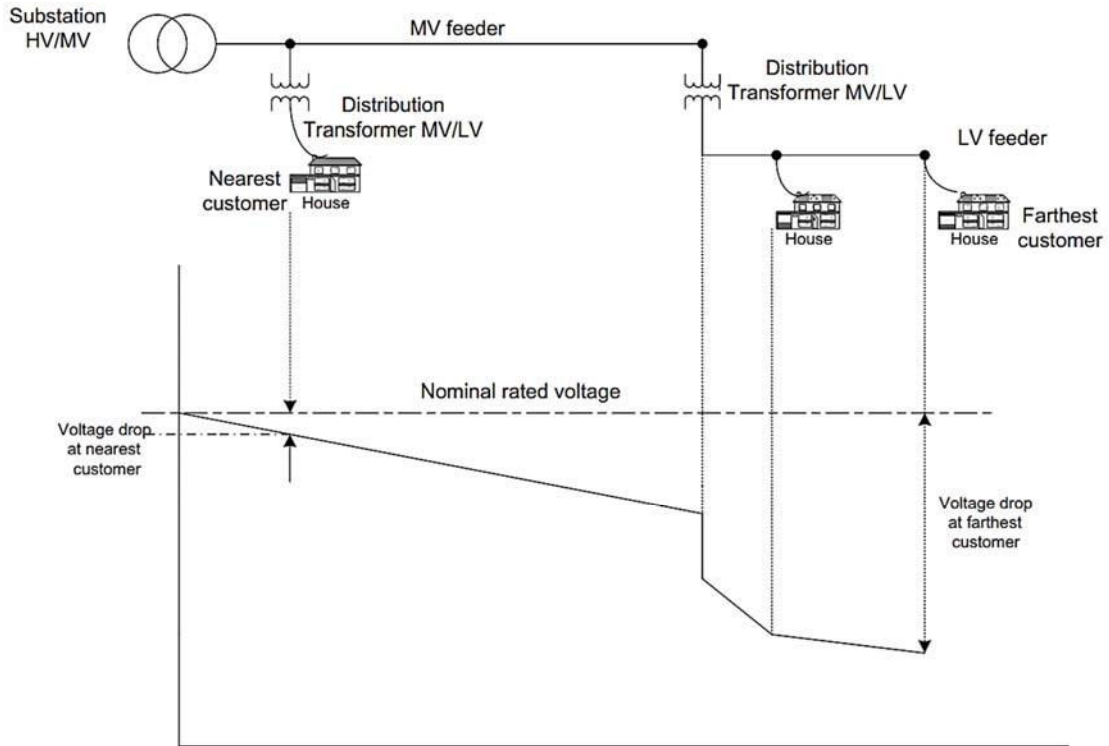


Figura 1.2. Perfil de voltaje de un alimentador residencial [7]

La caída de voltaje se puede calcular utilizando un método fasorial. En efecto, la caída de voltaje es función de la corriente de carga, del factor de potencia, y de la resistencia y reactancia del conductor [8].

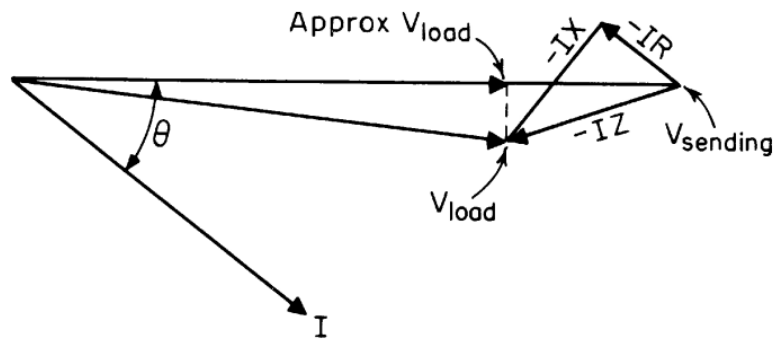


Figura 1.3. Diagrama fasorial que muestra la relación de voltajes [8].

La máxima caída de voltaje obedece a las normas impuestas por las empresas distribuidoras para cumplir con los requerimientos de la calidad del servicio [9]. Por ejemplo, en la Tabla 1.1 se muestran los límites establecidos por la Empresa Eléctrica Quito [10].

Tabla 1.1. Caída máxima de voltaje en redes secundarias

Consideración	Alimentador urbano	Alimentador rural
Subestación con cambiador de taps bajo carga	3%	3.5%
Subestación sin cambiador de taps bajo carga	2.5%	3%

### 1.3.1.8. Etapas del sistema eléctrico de potencia

Un sistema de potencia debe tener todo el equipamiento necesario para poder suministrar de energía eléctrica a los consumidores. Tal equipamiento incluirá generadores, transformadores, tanto de elevación como de reducción, líneas de transmisión y subtransmisión, subestaciones, etc. En este sentir, generalmente se ha dividido al sistema eléctrico de potencia en cuatro partes principales: generación, transmisión, subtransmisión y distribución [7].

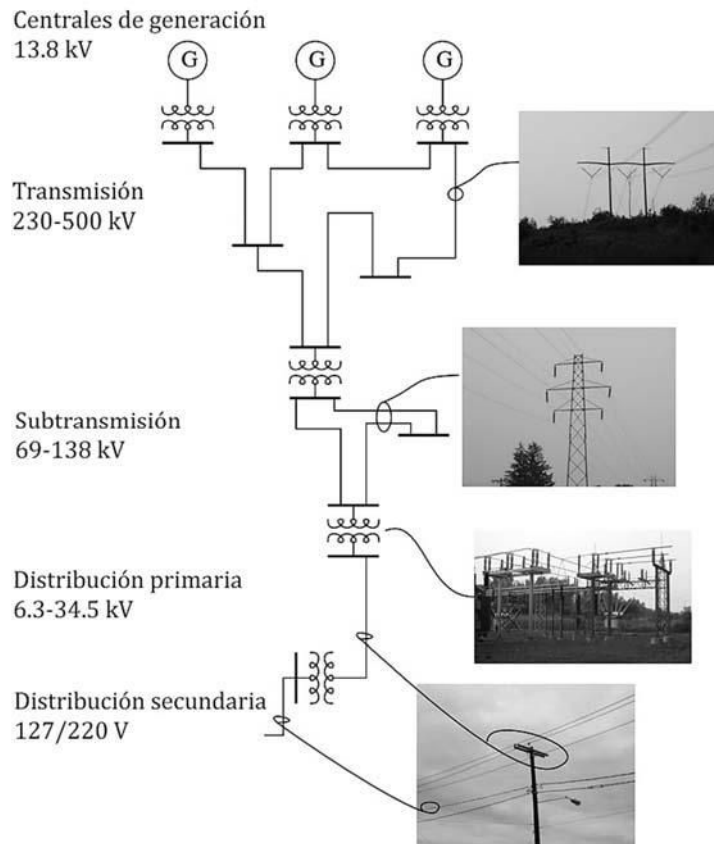


Figura 1.4. Diagrama simple de un sistema eléctrico de potencia típico [4]

### 1.3.1.9. Topología radial en redes de distribución

Las redes de distribución podrían tener diferentes configuraciones, ya que existen varias. No obstante, comúnmente las redes de distribución tanto primarias como secundarias son de configuración radial [4]. La principal característica de un sistema radial es que cuenta con un simple camino sin retorno para el paso de la corriente.

Esta configuración es la más simple y, por lo tanto, también la de menor costo. Algunas de las ventajas de un sistema radial, además del bajo costo, son:

- Mayor facilidad de control de voltaje
- Mayor facilidad en la protección contra fallas de corriente y menores corrientes de falla sobre la mayoría del circuito
- La predicción y el control de flujos de potencia también se vuelve menos complejo

Sin embargo, la confiabilidad será baja ya que la existencia de una falla podría ocasionar el corte del suministro eléctrico [2]. La Figura 1.5 muestra un sistema de configuración radial de dos alimentadores primarios que parten de una subestación de distribución, notándose un troncal y sus ramales. Se observa que el flujo parte de la subestación de medio voltaje, el cual se distribuye en forma de ramas hacia los transformadores de distribución y luego a los consumidores, sin contar con retorno alguno.

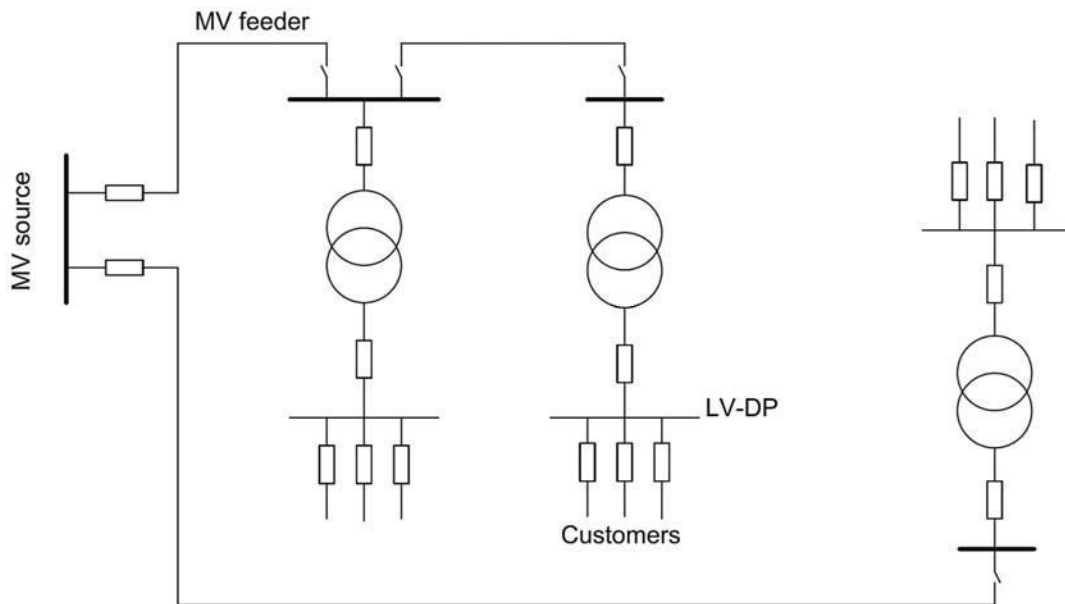


Figura 1.5. Configuración radial típica de una red de distribución [7]

### 1.3.2. MÉTODO DE LA REA PARA ESTIMACIÓN DE DEMANDA

El método de la *Rural Electric Administration* (REA) de los Estados Unidos de América relaciona consumos promedios mensuales de energía de un cliente con la demanda máxima coincidente. Este método se basa sobre una amplia base estadística, la cual garantiza su solidez. Es así que, éste tiene su base en registros realizados en 1939, 1945 y 1949 sobre 2000, 5000 y 10000 usuarios, respectivamente [11]. Las mediciones fueron hechas en el período de máxima demanda durante cuatro meses consecutivos. Por lo tanto, ya que los registros antes mencionados provienen de casi tres décadas consecutivas, se demuestra que nuevos equipamientos no afectan estas estimaciones de manera relevante. En otras palabras, un consumo de energía de hoy en los Estados Unidos, por ejemplo 100 kWh, corresponde a un equipamiento distinto al de 1950, pero a un equipamiento similar al de otras ubicaciones en la actualidad.

Además, gracias a la estrecha relación que se presenta entre el consumo de energía eléctrica y los ingresos familiares, se pueden realizar comparaciones entre usuarios de diferentes ubicaciones. Esto bajo la consideración de que, a equipamientos similares, la demanda máxima deberá ser similar independientemente del lugar.

En base a los registros realizados, Vest [11] propuso dos factores. El factor  $A$  es función del número de usuarios, mientras que el factor  $B$  tiene que ver con la energía consumida por mes por cliente. Estas expresiones se muestran en las ecuaciones (1.9) y (1.10), respectivamente.

$$A = C \left[ 1 - 0.4 \cdot C + 0.4 \left( C^2 + 40 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (1.9)$$

$$B = 0.005925 (kmc)^{0.886} \quad (1.10)$$

Donde:

$C$  : Número de clientes

$kmc$  : kWh/mes/cliente

Estas ecuaciones nos son exactas, pero brindan muy buenas aproximaciones que son válidas para los cálculos [12]. Por otro lado, el producto de los factores  $A$  y  $B$  da como resultado la demanda máxima coincidente para un número  $C$  de clientes.

$$D_{m\acute{a}x.coin} = A \times B \quad (1.11)$$

Este método trabaja correctamente cuando el número de usuarios es igual o mayor a 5. Por esta razón, cuando se desea encontrar la demanda máxima coincidente para una agrupación menor a 5 clientes, se debe utilizar expresión (1.2).

Para la determinación de este factor de coincidencia, como se observa en [13], se utiliza una curva típica presente en el *Distribution Data Book* de General Electric. Esta curva permite obtener el valor del factor de coincidencia en función del número de clientes [14]. Sin embargo, tal curva es parte de un conjunto basado en una recopilación de trabajos sobre el factor de coincidencia bajo diferentes escenarios. La curva de interés es la obtenida del trabajo que propuso Bary [15], cuya representación se observa en la Figura 1.6.

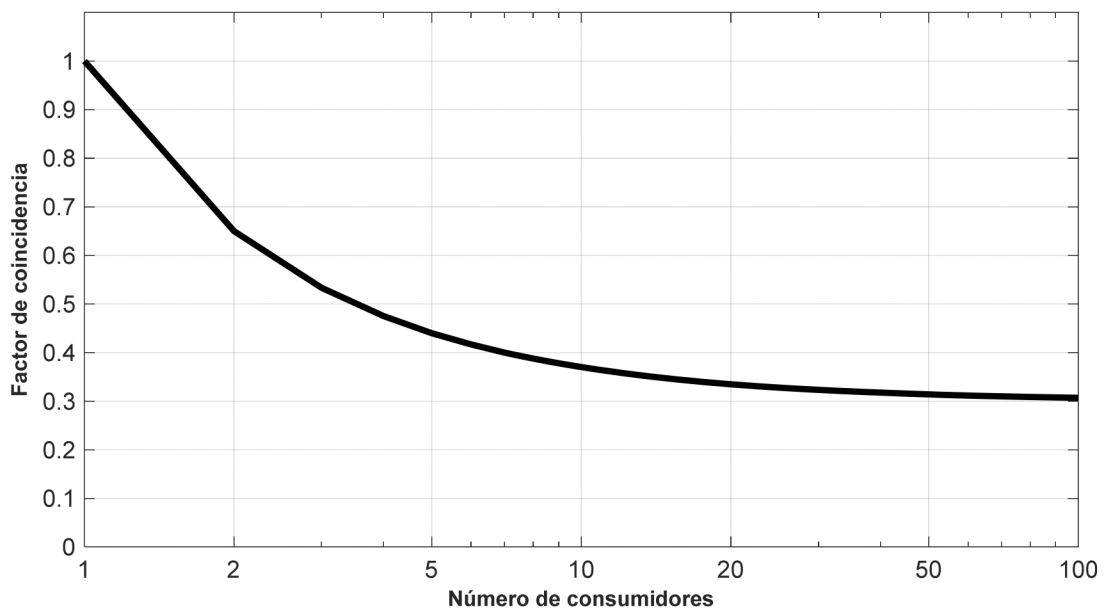


Figura 1.6. Curva del factor de coincidencia en función del número de usuarios para cargas residenciales

La Figura 1.6. se obtiene al graficar la expresión (1.12). Además, se observa que para más de 100 usuarios el factor de coincidencia se estabiliza.



$$E_n = E_{n_\infty} + (1 - E_{n_\infty})^{\frac{1}{n}} \quad (1.12)$$

Donde:

$E_n$  : Factor de coincidencia calculado

$E_{n_\infty}$  : Variable que depende de la carga y oscila entre 0.25 y 0.75 [15]

$n$ : Número de clientes

### 1.3.2.1. Nomograma de la REA

Por otro lado, existe un nomograma planteado por Vest que permite omitir cálculos para la determinación de la demanda máxima. Es así que, esta representación gráfica, conocida como Nomograma de la REA, permite encontrar la demanda máxima coincidente en  $kW$  en función del número de usuarios del grupo y su consumo mensual. La Figura 1.7 muestra el nomograma antes mencionado, en donde la sección izquierda se usa para grupos de entre 5 y 140 clientes, mientras que la sección derecha permite trabajar con hasta diez mil usuarios.

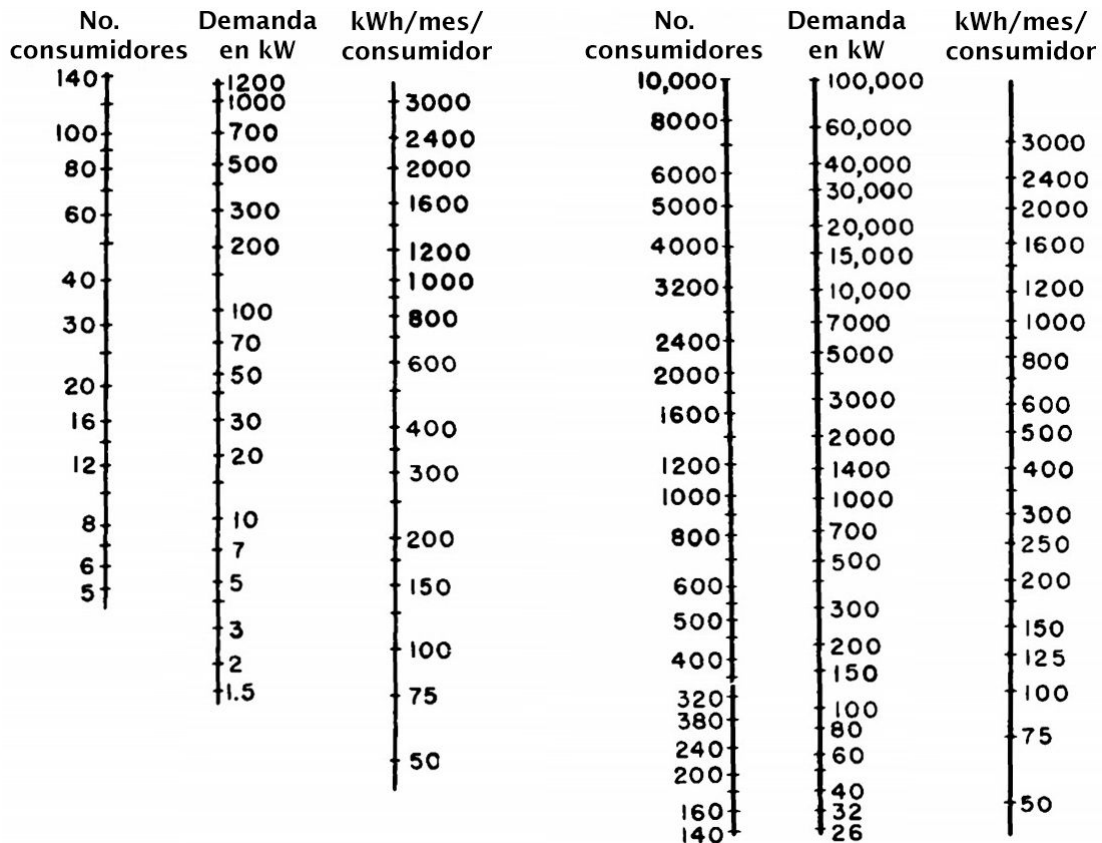


Figura 1.7. Nomograma de la REA [11]

### 1.3.3. CAÍDA DE VOLTAJE EN CIRCUITOS SECUNDARIOS

A continuación, se presenta el proceso que usa la Empresa Eléctrica Quito (EEQ), distribuidora local y referente a nivel nacional, para el cómputo de las caídas de voltaje en circuitos secundarios conocidas, las demandas de los usuarios, las ubicaciones de los postes (a criterio del proyectista) y, por tanto, también la longitud de los tramos. Esta información se muestra en la sección A-12.07 de la parte A de las normas de esta distribuidora [10]. El objetivo de dichas indicaciones es lograr encontrar una red que acumule una caída de voltaje igual o menor a las indicadas en la Tabla 1.1.

El formato tipo se muestra en la Tabla 1.2 y el proceso sistematizado es el que se indica a continuación [10]:

- Se debe contar la información pertinente del proyecto y llenar la plantilla con tal información, por ejemplo, nombre del proyecto, denominación del transformador de distribución, número del circuito, etc.

- Se representa el circuito, localizando postes o puntos de derivación, indicando la separación entre ellos. Además, se debe indicar sobre el esquema el número de postes a partir del transformador, el número de usuarios alimentados desde cada punto de derivación, y el número total de clientes que inciden sobre cada tramo.
- Se presenta un formato tipo, que consta de 10 columnas (ver Tabla 1.2), las cuales se llenan según se indica a continuación.
- Ubicado el transformador en el plano bajo el criterio del proyectista, se denomina a cada tramo con un código asociado al código de los postes extremos del mismo. Esta codificación se la ubica en la columna 1.
- En la columna 2 se coloca la longitud del tramo denominado en el literal anterior, iniciando desde el transformador de distribución.
- En la columna 3 se coloca el número total de clientes correspondiente al tramo denominado en la columna 1. Este número se expresa como la suma de todos los usuarios vistos desde la fuente hacia los respectivos extremos del circuito.
- En la columna 4 se escribe la demanda de diseño, calculada conforme al número de clientes por tramo, con las expresiones que la EEQ brinda para este propósito.
- En la columna 5 se define el calibre del conductor a ser utilizado en cada tramo. Por otro lado, la columna 6 debe ser llenada únicamente cuando se trabaje con redes subterráneas. En este trabajo se obvia esta última columna.
- En la columna 7 se llena con el valor del momento  $kVA \times m$  para caídas de voltaje de 1%, cuyo valor se puede se muestra en la Tabla 1.2.
- A diferencia del literal anterior, la columna 8 se llena con los  $kVA \times m$  obtenidos al realizar el producto de los valores de la segunda y cuarta columna.
- En la columna 9 se coloca el cociente de los valores de la columna 8 sobre los de la columna 7. El resultado corresponde a la caída de voltaje parcial en el tramo.
- Finalmente, la columna 10 muestra cuál es la caída de voltaje total, al considerar la suma de las caídas de voltaje parciales. El camino más desfavorable responde a la caída de voltaje máxima del circuito y, por lo tanto, es ésta la que debe ser inferior,

o a lo sumo igual, al valor establecido como límite dentro de las normas. Estos límites se muestran en la Tabla 1.1.

Tabla 1.2. Formato de la EEQ para el cálculo de la caída de voltaje en secundarios

<b>FORMATO TIPO PARA CÓMPUTO DE CAÍDA DE VOLTAJE CIRCUITOS SECUNDARIOS</b>									
NOMBRE DEL PROYECTO:					CENTRO DE TRANSFORMACIÓN N°:				
N° DEL PROYECTO:					USUARIO TIPO:				
TIPO INSTALACIÓN:					DMU: <span style="float: right;">kVA</span>				
VOLTAJE:			N° FASES:		CIRCUITO N°:				
LÍMITE CAÍDA DE TENSIÓN: <span style="float: right;">%</span>					MATERIAL DEL CONDUCTOR:				
ESQUEMA									
ESQUEMAS			DEMANDA	CONDUCTOR			COMPUTO		
TRAMO		NÚMERO DE USUARIOS	KVA (d)	CALIBRE	KVA (LT)	kVA- m	kVA- m	$\Delta V$ %	
DESIGNACIÓN	LONG (m)							PARCIAL	TOTAL
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Tabla 1.3.  $kVA \cdot m$  para 1% de caída de voltaje en conductores secundarios

Calibre AWG	Aluminio desnudo ASC		Cable preensamblado ASC	
	$kVA \cdot m$ (1 $\phi$ )	$kVA \cdot m$ (3 $\phi$ )	$kVA \cdot m$ (1 $\phi$ )	$kVA \cdot m$ (3 $\phi$ )
2	429	283	-	-
1/0	665	431	711	476
2/0	766	502	883	592
3/0	925	604	1067	716
4/0	1094	731	1859	1124

### 1.3.4. PÉRDIDAS EN LOS TRANSFORMADORES DE DISTRIBUCIÓN

Las pérdidas que se presentan en un transformador son de dos clases: pérdidas en el núcleo, también conocidas como pérdidas en el hierro y pérdidas en el cobre, que son las que se presentan en los devanados del transformador [16].

#### 1.3.4.1. Pérdidas en el núcleo

Estas pérdidas se producen por la magnetización del núcleo ferromagnético y siempre que el transformador se encuentre energizado; es decir, son pérdidas permanentes. Además, no dependen de la carga del transformador, sino más bien del voltaje de operación [16]. Adicionalmente, es conocido que en aquellos transformadores de mayor capacidad el núcleo será de mayor tamaño; por lo cual, las pérdidas también aumentarán para estos transformadores de capacidad mayor [2].

#### 1.3.4.2. Pérdidas en el cobre

Son las pérdidas que se producen en los devanados del transformador debido a la resistencia que existe en sus conductores. Una característica particular de estas pérdidas es que son proporcionales a la corriente cuadrática; es decir, las pérdidas en el cobre se

incrementan aproximadamente de manera cuadrática con el aumento de la carga del transformador [2].

#### 1.3.4.3. Pérdidas de potencia y energía de un transformador

Para encontrar las pérdidas totales de potencia y energía de un transformador, tanto en el hierro como en el cobre se utilizan las expresiones siguientes. Las pérdidas de potencia son generalmente proporcionadas por el fabricante [16].

$$P_{\text{ér}_p} = P_{\text{hierro}} + P_{\text{cobre}} \cdot F_u^2 \quad (1.13)$$

$$P_{\text{ér}_E} = 8760 \left( P_{\text{hierro}} + P_{\text{cobre}} \cdot F_u^2 \cdot F_{\text{pér}} \right) \quad (1.14)$$

Donde:

$P_{\text{ér}_p}$  : Pérdidas de potencia en un transformador de distribución, en [kW]

$P_{\text{ér}_E}$  : Pérdidas de energía en un transformador de distribución, en [kWh]

$P_{\text{hierro}}$  : Pérdidas de potencia en el hierro del transformador, en [kW]

$P_{\text{cobre}}$  : Pérdidas de potencia en el cobre del transformador, en [kW]

$F_u$  : Factor de utilización del transformador

$F_{\text{pér}}$  : Factor de pérdidas

#### 1.3.5. CONDUCTOR ECONÓMICO

Un diseño eléctrico óptimo, desde la perspectiva económica, corresponde a la solución que brinde un costo total mínimo. En este sentido, no se debe considerar únicamente el costo inicial de inversión, sino también el valor presente de los costos acumulados de las pérdidas y costos de operación y mantenimiento, estimados para el tiempo de vida útil del sistema [2].

Sin tomar en cuenta lo anterior, bien podría pensarse que, para tener una mayor eficiencia, las líneas se deberían cargar lo más cercano posible al 100% de su capacidad. No

obstante, desde el punto de vista económico esto no es cierto, puesto que las pérdidas se incrementarían significativamente, aumentando también el costo total. Entonces, para conductores de varios calibres, existen zonas o regiones en las cuales un conductor será óptimo para ser utilizado, según su nivel de carga. Por lo tanto, si bien un conductor de calibre más grueso tiene un costo de inversión inicial ligeramente mayor a otro más delgado, existe un punto en el cual el de mayor calibre justificará su costo de operación, ya que este costo será menor que el del conductor más delgado.

Según lo plantean algunos trabajos [13], [17], se obtiene el valor del costo anual de la inversión en los conductores, evaluado en los  $n$  años de vida útil, con una tasa de descuento  $T_d$ , y sumando además los costos relacionados con la operación y mantenimiento de la red, así como también los costos más significativos que son los correspondientes a las pérdidas de potencia y energía.

$$C_{ta} = \frac{T_d}{1 - (1 + T_d)^{-n}} \cdot c_{cond} + C_{OM} \quad (1.15)$$

$$C_{pér_p} = c_p \cdot Pér_p \quad (1.16)$$

$$C_{pér_e} = c_e \cdot Pér_{en} \quad (1.17)$$

Donde:

$C_{ta}$  : Costo de inversión anual, más operación y mantenimiento, en [USD/año]

$C_{cond}$  : Costo del conductor analizado por unidad de longitud, en [USD/km]

$C_{OM}$  : Costo de operación y mantenimiento (usualmente 2% de la inversión)

$C_{pér_p}$  : Costo por pérdidas de potencia en la red

$Pér_p$  : Pérdidas de potencia [kW/año]

$C_{pér_e}$  : Costo por pérdidas de energía en la red

$Pér_p$  : Pérdidas de energía [kWh]

La suma de las expresiones (1.15) - (1.17) dan como resultado el costo anual total de la línea, que depende de la corriente de operación.

$$C_{AT} = C_{ta} + C_{pér_p} + C_{pér_e} \quad (1.18)$$

La Figura 1.8 muestra visualmente los rangos de corriente de operación (eje horizontal), en los cuales uno de los conductores será el óptimo ya que generará los menores costos anuales (eje vertical) obtenidos con la expresión (1.18). Además, como se puede observar el análisis de la alternativa óptima no depende de la longitud del conductor.

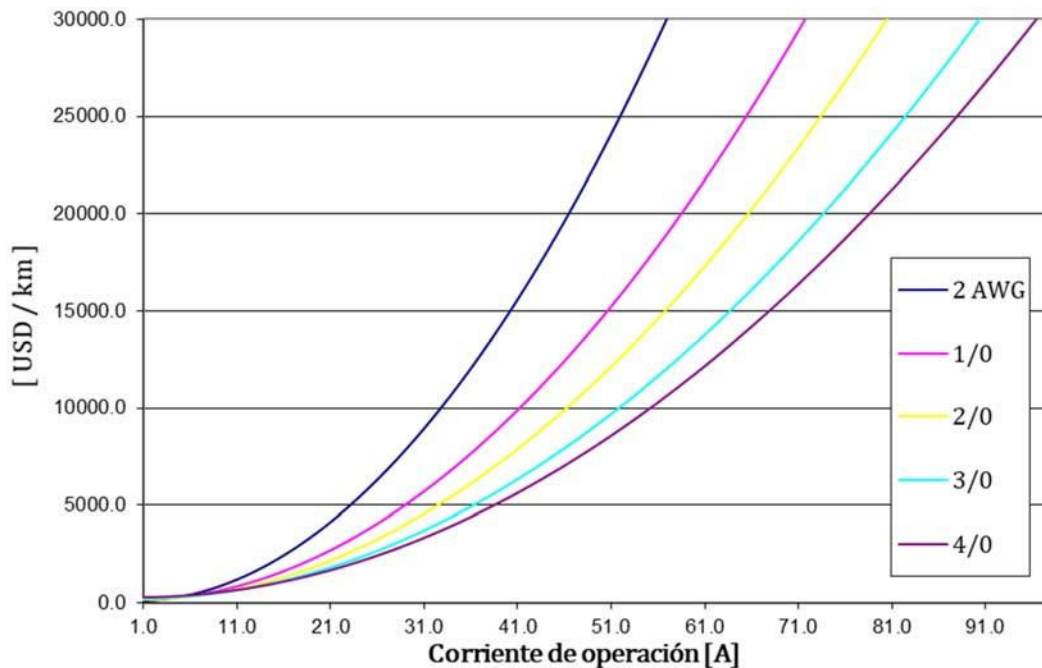


Figura 1.8. Gráfica de corriente de operación vs costo por kilómetro de línea [13]

### 1.3.6. ANÁLISIS DE GRUPOS (*clustering*)

Conocido en inglés como *Clustering analysis* o simplemente *clustering*, el análisis de grupos<sup>1</sup> o agrupamiento es el proceso de dividir un conjunto de datos u observaciones en subconjuntos. Cada grupo o clúster es un subconjunto que contiene elementos similares entre sí y, al mismo tiempo, distintos a los de otros subconjuntos [18].

<sup>1</sup> En este trabajo se ha elegido “Análisis de grupos” como posible traducción del vocablo inglés *Cluster Analysis*. En términos estadísticos podría también ser considerado el término “Análisis de Conglomerados”.



Además, los algoritmos de agrupamiento han ganado un importante uso en la actualidad y su importancia ha crecido proporcionalmente en el tiempo por causa del crecimiento continuo de datos, así como del crecimiento exponencial de la velocidad de procesamiento en los computadores [19]. En efecto, el análisis de grupos se ha usado ampliamente en aplicaciones de: aprendizaje automático, minería de datos, estadística, patrones de reconocimiento, recuperación de información, y biología, entre otros.

En general los algoritmos se pueden categorizar en: métodos de partición, métodos jerárquicos, métodos basados en densidad y métodos basados en cuadrículas [20]. En este trabajo se hace énfasis en los algoritmos de partición únicamente. Sin embargo, la Figura 1.9 muestra una división de los métodos de análisis de grupos, denotando sus algoritmos más característicos.

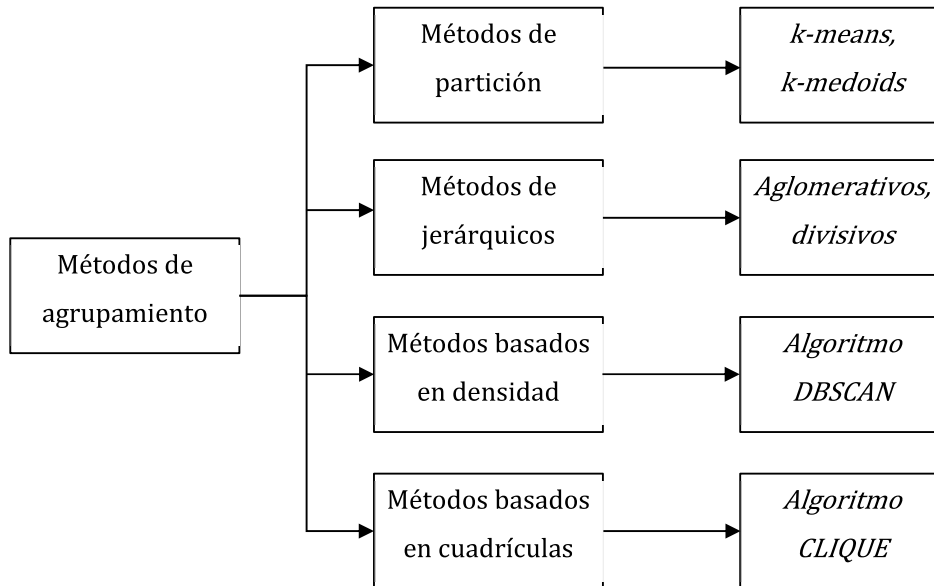


Figura 1.9. Métodos de agrupamiento (*clustering*) más destacados [19]

### 1.3.7. MÉTODOS DE PARTICIÓN

Los métodos de partición tienen como objetivo agrupar datos mediante la optimización de una función objetivo, mejorando la calidad de las particiones de manera iterativa. Estos algoritmos han sido muy usados en un amplio rango de aplicaciones gracias a su simplicidad y relativa facilidad en cuanto a su implementación, al compararlos con otros algoritmos de agrupamiento [21].

Estos métodos crean una agrupación inicial, luego utilizan una técnica iterativa de reubicación que pretende mejorar el agrupamiento al mover datos de un grupo a otro. Es así que, dado un conjunto de  $n$  datos, un método de partición crea  $k$  divisiones de dicho conjunto. Estas divisiones forman los grupos de modo que  $k$  sea menor o a lo sumo igual a  $n$ , puesto que cada grupo debe tener al menos un dato. En general, se escogen puntos representativos en cada iteración, los cuales pueden ser virtuales. Por ejemplo, cuando se encuentran los centroides de los grupos, estos centroides no necesariamente son parte del conjunto de datos a agrupar. Por otro lado, los métodos de partición básicos adoptan una separación exclusiva de grupos de tal manera que cada dato pertenezca a un único grupo [18], [21], lo cual es deseable para este proyecto.

La mayoría de métodos de partición son métodos basados en distancias. El criterio para un buen agrupamiento es que los datos dentro de un mismo clúster se encuentren tan cercanos como sea posible o sean lo más relacionados posible entre sí, mientras que los objetos en diferentes grupos deberán estar lo más alejados posible, o que se encuentren lo menos relacionados posible entre sí. Realmente, no es posible encontrar un óptimo global<sup>2</sup> usando métodos de partición debido a que los recursos computacionales no lo permitirían, puesto que se requeriría de un proceso exhaustivo de enumeración de todas las posibles agrupaciones. Esto no resulta eficiente; por este motivo, la mayoría de aplicaciones utilizan métodos heurísticos simplificados como los algoritmos *k-means* y *k-medoids*, que permiten encontrar un óptimo local al mejorar progresivamente la calidad de las particiones [18].

### **1.3.7.1. Agrupamiento de datos por *k-means***

Esta técnica de agrupamiento fue desarrollada en el año de 1967 por James MacQueen. Sin embargo, es todavía uno de los algoritmos más utilizados en cuanto a técnicas de agrupamiento. Al algoritmo *k-means* se lo conoce también, en ciertos trabajos, como método de Lloyd-Forgy.

Este algoritmo considera un  $n$  número de observaciones que se dividen en  $k$  clústeres o grupos. Tales observaciones se encuentran a la mayor cercanía posible respecto de su distancia con el centroide de cada grupo. La distancia más grande entre clústeres se calcula mediante una fórmula estándar de distancia, la cual permite encontrar la similitud

---

<sup>2</sup> Se considera como “óptimo global” aquella única solución que permita optimizar al máximo la función objetivo. Esto es, encontrar el máximo o el mínimo dependiendo del planteamiento de la función objetivo del problema a optimizar.

entre los datos. El algoritmo *k-means* es en sí un método rápido, comparándolo con aquellos métodos que usan algunas de sus variaciones para otros fines [19].

Para este algoritmo, los datos se clasifican en  $k$  grupos para así definir  $k$  centroides. La ubicación de los centroides es de suma importancia considerando que mientras más lejanos estén unos de otros, mejores serán los resultados obtenidos. En las siguientes iteraciones los puntos de información, que pertenecen a cierto grupo inicialmente, son asignados a un centroide más cercano; en consecuencia, se puede decir que ninguno de los puntos quedará sin cambio de asignación. Luego, se recalculan  $k$  nuevos centroides varias veces y, este proceso se repite hasta que no exista otra posibilidad de asignar los puntos a nuevos centroides.

La distancia que se utiliza en este algoritmo suele ser usualmente la distancia euclidiana, la cual está dada por la siguiente expresión [22]:

$$d(x, \mu_x) = \|x - \mu_x\|^2 = (x - \mu_x)^T \cdot (x - \mu_x)^T \quad (1.19)$$

Donde:

$d$  : Distancia euclidiana.

$x$  : Vector de coordenadas de los datos.

$\mu_x$  : Centroide obtenido del valor medio de los datos.

El algoritmo *k-means* se desarrolla como se indica a continuación [23]:

1. Se seleccionan los centroides iniciales tomando  $k$  puntos arbitrariamente.
2. Se calculan las distancias de los puntos del conjunto de datos a los centroides. Además, cada punto se asigna al centroide más cercano, formando así  $k$  grupos.
3. Se recalculan los  $k$  centroides con los valores medios de los puntos asignados a cada grupo, logrando que ciertos puntos se encuentren ahora más cercanos a un nuevo centroide y, por lo tanto, sean asignados a un nuevo grupo.
4. Se repiten los dos pasos previos hasta que ningún punto se mueva a un nuevo clúster o hasta alcanzar un criterio de convergencia que indique una variación mínima entre dos iteraciones consecutivas.

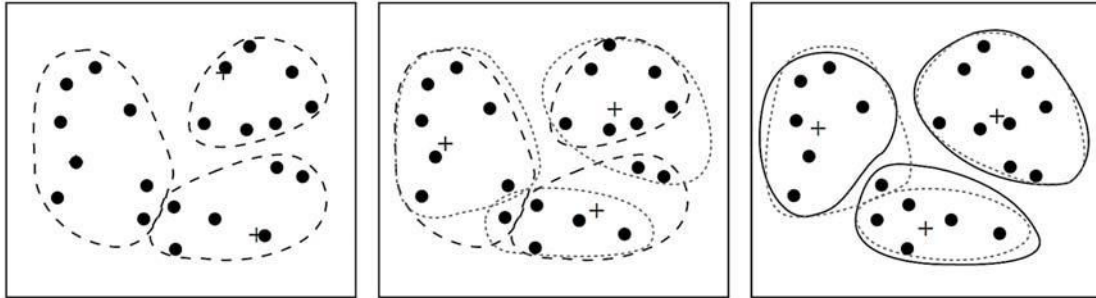


Figura 1.10. Ilustración del desarrollo del algoritmo k-means: partición inicial, iteración y agrupación final [18]

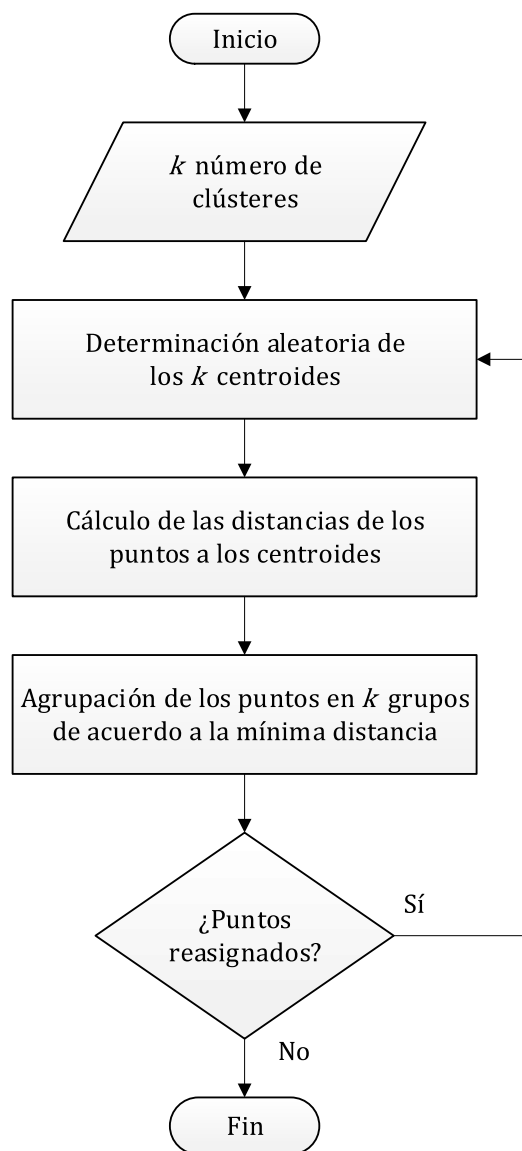


Figura 1.11. Diagrama de flujo del algoritmo k-means [24]

La función objetivo del algoritmo *k-means* es minimizar la suma cuadrática de errores, o *SSE* por sus siglas en inglés. Entonces, se pretende minimizar la expresión (1.20) al realizar un agrupamiento adecuado. Adicionalmente, la expresión (1.21) muestra cómo se calcula el centroide de cada uno de los  $k$  grupos en cada iteración [21].

$$SSE(C) = \sum_{k=1}^K \sum_{x_i \in C_k} \|x_i - c_k\|^2 \quad (1.20)$$

$$c_k = \frac{\sum_{x_i \in C_k} x_i}{|C_k|} \quad (1.21)$$

Donde:

$SSE$  : Suma cuadrática de las distancias de los puntos a los centroides

$C_k$  : Grupo o clúster  $k$

$x_i$  : Dato o coordenada  $i$ -ésima

$c_k$  : Centroide del grupo  $k$

$C_k$  : Grupo o clúster  $k$

$K$  : número de clústeres

### 1.3.7.2. Agrupamiento de datos por *k-medoids*

*K-means* y *k-medoids* han sido los más conocidos algoritmos de partición [25]. El método *k-medoids* fue propuesto por Kaufman y Rousseeuw como una alternativa al algoritmo *k-means*. En efecto, este algoritmo es más sensible a aquellos puntos muy lejanos de los grupos que no son correctamente abordados por el algoritmo *k-means* [19]. Esto debido a que, *k-medoids* trabaja con datos discretos, buscando encontrar los puntos más cercanos a los centros de los grupos correspondientes. No obstante, aunque *k-medoids* es más robusto que *k-means*, su complejidad computacional es mayor,  $O(k(n-k)^2)$  [25]. Esto limita al algoritmo a trabajar de manera efectiva con bases de datos relativamente pequeñas y, no así cuando se tienen bases de datos en escalas muy grandes [21].

De manera similar a *k-means*, el objetivo del algoritmo *k-medoids* es encontrar una solución que minimice una función objetivo predefinida. Sin embargo, a diferencia de *k-means*, este algoritmo no busca minimizar la suma del error cuadrático, sino el criterio de valor absoluto.

Para esto, el algoritmo toma como puntos representativos a puntos reales que se encuentran dentro del conjunto de datos. Luego, se busca minimizar un criterio de error absoluto trabajando de manera iterativa hasta que cada punto representativo sea el medoide<sup>3</sup> del grupo o clúster [18]. Usualmente la distancia utilizada es la euclidiana aunque podría utilizarse también distancias de otro tipo [17].

$$E = \sum_{k=1}^K \sum_{x_i \in C_k} \|x_i - o_k\| \quad (1.22)$$

Donde:

$E$  : Criterio de error absoluto

$o_k$  : Dato u objeto representativo  $i$ -ésimo del grupo (medoide).

$x_i$  :  $i$ -ésimo dato perteneciente al grupo  $C_k$

$K$  : número de clústeres

Inicialmente, se seleccionan  $k$  puntos pertenecientes al conjunto de datos, antes de calcular las distancias de los datos a los centroides. De este modo, la partición inicial se realiza de acuerdo a la cercanía de cada dato al medoide escogido. Luego, se realizan varias iteraciones hasta encontrar el agrupamiento más apropiado. Después de cada iteración los datos son agrupados de acuerdo a la mejoría de la calidad de la agrupación. El dato u objeto que se encuentre más centralmente localizado dentro del grupo es tomado como el medoide [19]; en contraste con lo que se tenía en el algoritmo *k-means*, en donde se calculaba un centroide para cada grupo como el promedio de todos los puntos [26].

El algoritmo *k-medoids* se desarrolla de la siguiente manera [19]:

---

<sup>3</sup> Se elige "medoide" como una posible traducción a la palabra en inglés *medoid*, que tiene similitud con un centroide, pero con la restricción de que un medoide debe ser miembro del conjunto de datos definido.

1. Se selecciona arbitrariamente  $k$  puntos pertenecientes al conjunto de  $n$  datos como medoides iniciales.
2. Cada punto se agrupa con su medoide más cercano, formando así  $k$  grupos.
3. Se calcula el costo total de intercambiar un dato por un medoide. Si el costo es menor que cero, se realiza el cambio.
4. Se repiten los dos pasos previos hasta que no exista cambio en los medoides asignados o hasta cumplir un criterio de convergencia.

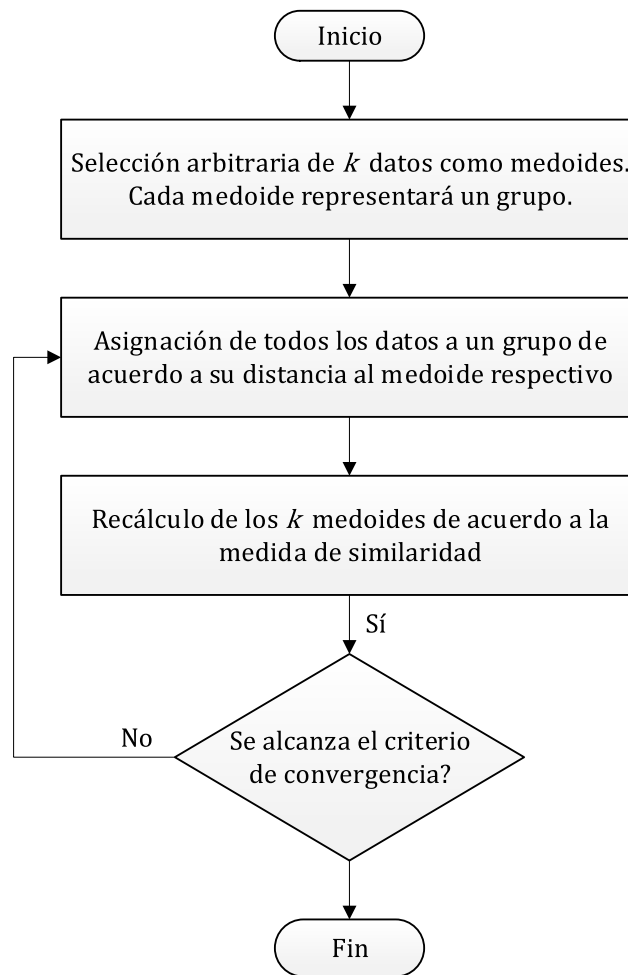


Figura 1.12. Diagrama de flujo del algoritmo  $k$ -medoids [27]

### 1.3.8. ALGORITMOS GENÉTICOS

Los denominados algoritmos genéticos (AGs) son meta-heurísticas que imitan los principios de evolución de Darwin, los cuales muestran un proceso de selección natural a través de la creación de un entorno en el que cientos de soluciones posibles de un problema compiten entre ellas; de modo que, sobrevive la mejor solución. Al igual que en la evolución biológica cada solución transmite sus mejores genes de manera que las soluciones mejoren a través de la evolución de la población [28].

Los primeros AGs fueron desarrollados por John Holland en 1975 para determinar las soluciones de difíciles problemas de optimización [29]. El AG original de Holland a la vez que fue simple y presentaba una gran solidez para encontrar soluciones óptimas a diferentes tipos de problemas. Actualmente, varios programas resuelven problemas reales grandes utilizando apenas ligeras modificaciones al AG original [28].

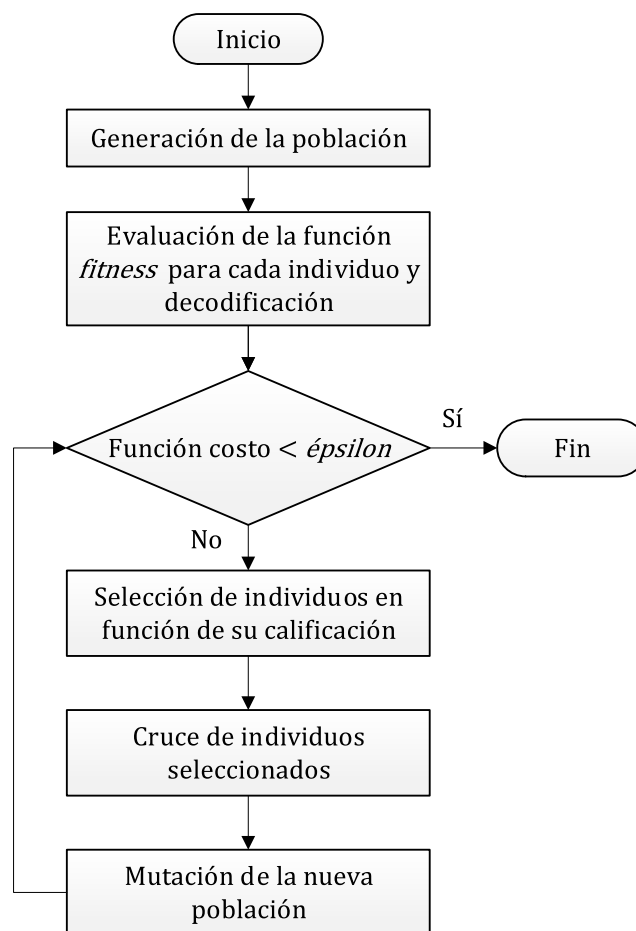


Figura 1.13. Secuencia de ejecución de un algoritmo genético general [30]



En la Figura 1.13 se muestra el diagrama de flujo de un algoritmo genético general, el cual se describe a continuación [29]:

- Una población inicial es generada de manera aleatoria
- Se calcula la aptitud de cada individuo evaluando la función de costo o *fitness*, y se escala la población en un intervalo de búsqueda mediante una decodificación binaria.
- Se seleccionan los mejores individuos en función de su aptitud
- Se realiza un cruce de los individuos seleccionados y luego se exploran nuevas alternativas con objeto de encontrar individuos que generen nuevas soluciones mediante un operador de mutación.
- Se repiten los dos últimos pasos hasta cumplir cierta condición de error (épsilon)

### 1.3.9. TEORÍA DE GRAFOS

Los grafos tienen una historia que data a 1736 cuando el problema conocido como “el problema de los siete puentes de Königsberg” fue resuelto por Euler. Tal problema planteaba si era posible o no visitar las cuatro áreas de la ciudad que estaban conectadas por los siete puentes sin cruzar cada puente en más de una sola ocasión [31]. Las cuatro áreas A, B, C y D se muestran en la Figura 1.14.

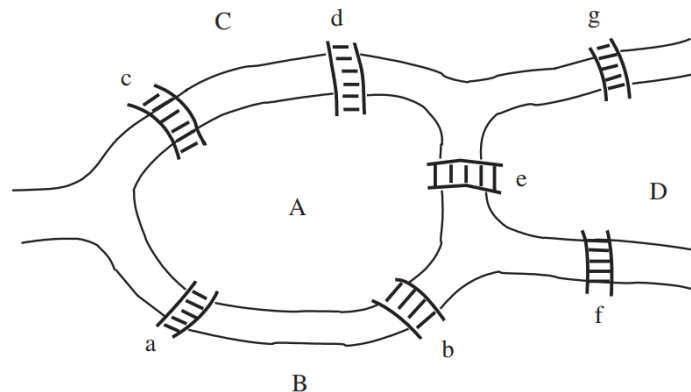


Figura 1.14. Problema de los siete puentes de Königsberg [32]

La respuesta fue que no era posible. La representación gráfica dada por Euler se ilustra en la Figura 1.15. Con la percepción de que únicamente las conexiones eran relevantes, Euler estableció la base para la teoría de grafos.

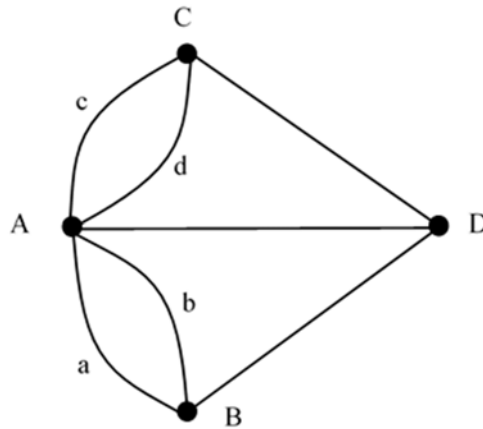


Figura 1.15. Representación en grafos del problema de los siete puentes de Königsberg

Los grafos pueden ser frecuentemente encontrados en la vida cotidiana, por ejemplo, en una red de carreteras que conecten cierto número de ciudades, en donde las ciudades y las carreteras, serían representadas por los vértices y arcos del grafo, respectivamente. Entonces, los grafos son estructuras no lineales de datos que se usan para modelar diversas aplicaciones; es así que, los grafos forman parte importante de la Teoría Combinatoria en Matemáticas [33].

En ingeniería eléctrica, por su parte, son bien conocidas las leyes de Kirchhoff [34], las cuales fueron desarrolladas en 1847. Kirchhoff deseaba calcular la corriente y el voltaje en un circuito eléctrico mediante ecuaciones lineales; es así que representó la red eléctrica por un grafo, demostrando que no era necesario determinar cada ciclo dentro del gráfico, sino que una red eléctrica  $N$  puede ser representada con un grafo  $G$ , cuya solución depende de la determinación de un árbol de expansión  $T$  para su solución [13].

### 1.3.9.1. Definición de Grafo

Un grafo  $G$  consiste de un conjunto de vértices  $V(G)$ , un conjunto de arcos  $E(G)$  y una relación que asocia un arco con dos vértices llamados puntos finales<sup>4</sup>. Por lo tanto, un grafo se puede representar como se muestra en la expresión (1.23) [35].

$$G = (V, E) \quad (1.23)$$

Los arcos que unen los nodos se representan con un par de elementos  $(v_i, v_j)$  que son los nodos iniciales y finales de tales arcos [33].

### 1.3.9.2. Orden de un Grafo

El orden de un grafo está determinado por el número de sus vértices y se denota como  $ord(g)$  o  $G^n$ , el cual es un grafo de orden  $n$ . Por otro lado, al número de aristas del grafo se lo conoce como talla del grafo [33].

### 1.3.9.3. Grado de un Vértice

El grado de un determinado vértice  $x$  es igual al número de vértices adyacentes a él; es decir, el número de aristas que inciden en tal vértice y se denota como  $grad(x)$  [33].

- Si un grafo tiene conjuntos finitos de vértices y arcos, a este grafo se lo conoce también como finito [35].

### 1.3.9.4. Trayectoria

Se considera como una trayectoria  $T$  a una secuencia de vértices  $(v_1, v_2)$ ,  $(v_2, v_3)$ , ...,  $(v_{n-1}, v_n)$ , en donde  $v_1, v_2, \dots, v_n$  son los nodos del grafo. Se conoce como trayectoria simple a aquella en la cual todos los nodos son distintos, a excepción del primero y último.

---

<sup>4</sup> Dentro de la teoría de grafos, los vértices también reciben el nombre de nodos, y los arcos son conocidos también como aristas.

Además, si una trayectoria parte y finaliza en un mismo nodo, ésta recibe el nombre de ciclo [33]. Por lo tanto, un ciclo tiene igual número de vértices y aristas [35]. Los ciclos que inician y terminan en el mismo nodo sin pasar por ningún otro reciben el nombre de lazos.

#### **1.3.9.5. Grafos Simples**

Un grafo simple, sencillo, o simplemente grafo, es aquel que no presenta lazos ni arcos múltiples. Un lazo es un arco cuyo punto inicial es igual al final; mientras que, los arcos múltiples son aquellas aristas del grafo que tienen los mismos vértices iniciales y finales. Por otro lado, un grafo acíclico es aquel que no tiene ningún ciclo [35].

#### **1.3.9.6. Grafo Conectado**

Si cada par de vértices del grafo pertenecen a una trayectoria, al grafo se lo denomina como conectado<sup>5</sup>; caso contrario, se tendría un grafo no conectado. En otras palabras, en un grafo conectado, para cualquier par de vértices existe al menos un camino que conecte tales nodos, formando una trayectoria que incluya todos los vértices [13].

#### **1.3.9.7. Digrafos**

Un grafo orientado o dirigido es aquel cuyos arcos presentan una dirección. A este tipo de grafos se los conoce también como digrafos. Para representar sus arcos basta con definir un par ordenado  $(v_i, v_j)$ , en donde el primer elemento es el origen y el segundo, el destino.

En contraste, un grafo cuyas aristas no tienen ninguna dirección es un grafo no dirigido en el cual  $(v_i, v_j) = (v_j, v_i)$ ; es decir, el orden no es determinante [33].

#### **1.3.9.8. Representaciones de un Grafo**

Un grafo dirigido o no dirigido puede ser representado de diferentes formas. Sin embargo, las más comunes suelen ser la matriz de adyacencia y la lista de adyacencias. Para efectos de programación computacional, esta última suele ser más conveniente, ya que ocupa menos memoria y, por tanto, es más rápida que la primera [33].

---

<sup>5</sup> Grafo conectado o conexo.

### 1.3.9.9. Matrices de Adyacencia e Incidencia

Sea  $G$  un grafo sin lazos con un conjunto de vértices  $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  y un conjunto de arcos  $E(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ , la matriz de adyacencia de  $G$  es una matriz simétrica  $n \times n$  y puede ser representada como  $A(G)$ . A esta matriz la conforman los elementos  $a_{ij}$ , equivalentes al número de arcos entre los vértices  $i$  y  $j$ .

La matriz de incidencias  $M(G)$ , en cambio, es una matriz  $n \times m$  formada por elementos  $m_{ij}$  que indican si al vértice  $v_i$  llega o incide la arista  $e_j$ . En caso afirmativo este elemento toma el valor de 1; caso contrario, el valor es de cero. En efecto, si un arco confluye a un nodo, se dice que tal arco y tal vértice son incidentes. La Figura 1.16 muestra un grafo  $G$ , así como sus matrices de adyacencia e incidencia.

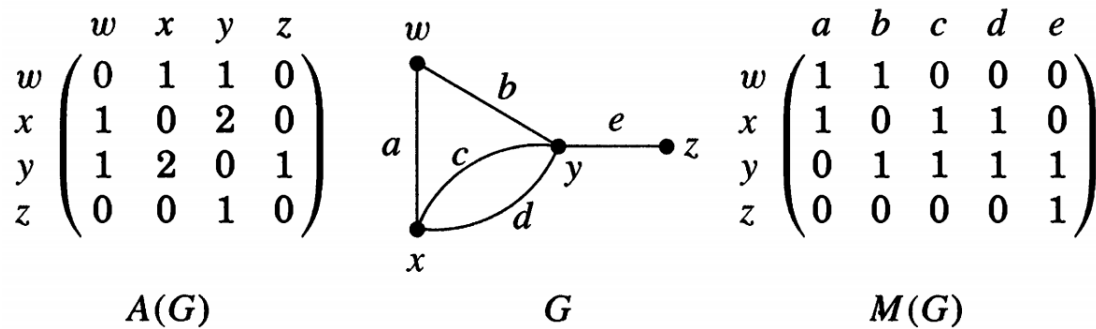


Figura 1.16. Matriz de adyacencia, grafo  $G$  y matriz de incidencia [35].

### 1.3.9.10. Lista de Adyacencias

Dado un grafo con  $n$  vértices, la lista de adyacencias del nodo  $i$  se trata de lista que indique todos los vértices adyacentes a dicho nodo [33]. Por ejemplo, el grafo indicado en la Figura 1.16 se puede indicar como se indica en la expresión (1.24), al emplear su lista de adyacencias.

$$G = [w : x, y; x : w, y; y : x, w; z : y] \quad (1.24)$$

### 1.3.9.11. Árbol y árbol de expansión mínima

Se llama árbol a un grafo no dirigido sin ciclos o lazos, pero que conecta todos sus nodos. En efecto, cualquier par de vértices está conectado únicamente por una arista. En el caso de las ciencias computacionales los árboles pueden ser también dirigidos.

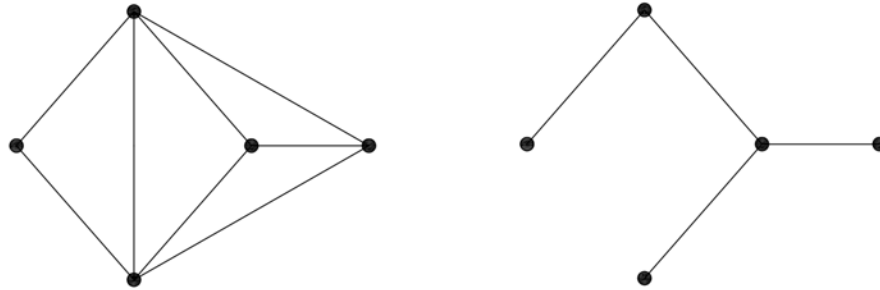


Figura 1.17. Ejemplo de un grafo original y un posible árbol [31]

Por otro lado, dentro de lo que se conoce como búsqueda de caminos, un árbol de expansión mínima es aquel árbol que se consigue al aplicar un algoritmo que calcula el grafo que conecta todos los vértices al mínimo costo [31]. Para el caso de este trabajo, el costo mínimo se relaciona con la mínima distancia.

### 1.3.9.12. Ruta más corta

Es el camino más corto que existe entre dos nodos especificados de un grafo. Para determinarla se aplican algoritmos computacionales, que pueden además calcular el camino más corto entre todo par de vértices del grafo, o también la ruta más corta entre un determinado nodo y todos los demás nodos del grafo [31].

Para determinar la ruta más corta se emplean ciertos algoritmos. Entre los más conocidos se podrían mencionar el algoritmo de Dijkstra, el algoritmo de Kruskal y el algoritmo de Floyd [13].

### 1.3.9.13. Algoritmo BFS

Conocido en español como búsqueda en anchura (*breadth-first search*), es uno de los algoritmos más simples de búsqueda en grafos. Es así que, dado un grafo  $G = (V, A)$ , se denomina un nodo origen o raíz,  $s$ . El algoritmo explora los arcos de  $G$  y encuentra todos los nodos alcanzables desde  $s$ . A la par calcula la distancia desde  $s$  hasta todos estos

nodos alcanzables, determinando de esta manera la ruta más corta hacia cada uno de ellos. Es un algoritmo que puede ser utilizado tanto para grafos orientados o no orientados [36]. La Figura 1.18 muestra un grafo de 8 nodos, en el cual se aplica la búsqueda en anchura y se obtiene el camino más corto a todos los nodos alcanzables, iniciando en el nodo  $s$ .

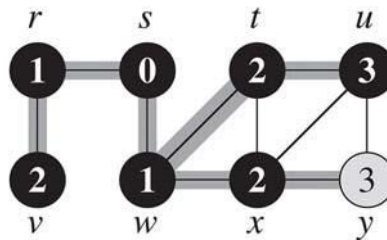


Figura 1.18. Ejemplo de la aplicación del algoritmo BFS, con  $s$  como nodo origen [36]

## 1.4. ANÁLISIS DE LAS METODOLOGÍAS MÁS RELEVANTES

En este apartado se realiza un breve análisis de ciertos trabajos que directa o indirectamente han propuesto alternativas a la problemática de la ubicación de transformadores de distribución, haciendo especial énfasis en las restricciones consideradas, así como en la aplicabilidad de estas metodologías a sistemas reales.

Cabe recalcar que, en nuestro medio no se toma en cuenta la ubicación óptima del transformador<sup>6</sup>, misma que depende de la estimación de la demanda de los usuarios, pero también de la ubicación física de los mismos. Por el contrario, en el diseño se ubica al transformador de manera empírica, tomando como única restricción la caída de voltaje [10]. Con esto, los sistemas funcionan, pero no son óptimos, pudiendo influir negativamente en el aumento de pérdidas técnicas y/o de costos de inversión de transformadores.

### 1.4.1. USO DEL ALGORITMO *K-MEDOIDS*

En el trabajo [17], Vásquez plantea una metodología para el rediseño de redes radiales de distribución, tomando en cuenta las restricciones de infraestructura urbana y eléctrica existentes. Es así que, se plantea la ubicación de los transformadores de distribución

<sup>6</sup> Para el caso de la EEQ, por ejemplo, se realiza un cálculo de caída de voltaje únicamente.

utilizando el algoritmo *k-medoids* que, al igual que *k-means*, se basa en métodos de partición.

Sin embargo, uno de los datos de entrada de un algoritmo de partición es precisamente el número de grupos a formar. Por este motivo, el autor plantea el uso del método del codo, que es uno de los métodos más antiguos para determinar el número de *k* grupos. No obstante, aunque el método puede encontrar buenas aproximaciones, ésta es una técnica inexacta. Por otro lado, para la estimación de la demanda eléctrica, se utiliza el método de la REA y, para determinar las rutas de los secundarios, se utiliza el algoritmo de Dijkstra.

Ahora bien, la agrupación en sí mediante el algoritmo *k-medoids* presume que se tengan los postes ya ubicados sobre el plano, de forma que uno de estos postes contenga al transformador. Sin embargo, esto resulta también en una limitación que puede desviar el cálculo de la ubicación óptima para el transformador, pues el resultado está restringido a uno de los puntos en el plano donde se encuentre un poste. Esto debido a que el trabajo expuesto, habla de una reconfiguración, en donde los elementos físicos se encuentran ya ubicados. En contraste, para la planificación de un nuevo diseño, tendría más sentido encontrar una ubicación óptima que garantice las menores pérdidas, y a partir de esto, ubicar los postes y demás elementos asociados al transformador.

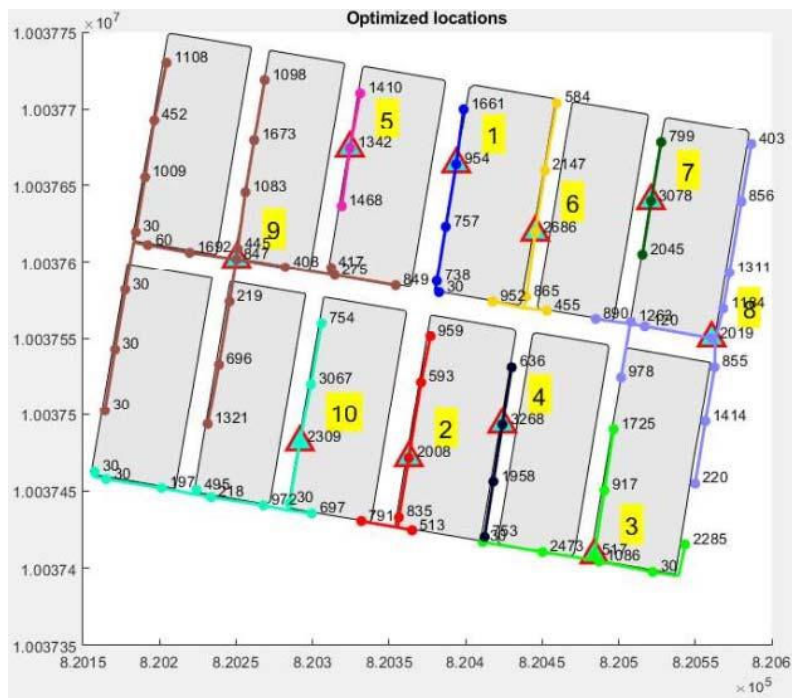


Figura 1.19. Ubicación de transformadores en un sistema de 79 postes [17]



### 1.4.2. USO DEL ALGORITMO DE POLINIZACIÓN DE FLORES

Huang en el año 2015, propone una metodología para optimizar la ubicación de transformadores en redes de bajo voltaje mediante el empleo del algoritmo de polinización de flores [37]. Además, formula un modelo difuso para representar el nivel de satisfacción del consumidor y el costo de instalación. Son necesarios, para esta metodología, como datos de entrada, las posibles posiciones disponibles, no restringidas, así como la ubicación de los usuarios, características de las líneas y, costos y capacidad de los transformadores disponibles. Adicionalmente, se tiene de antemano el número de transformadores. Entonces el problema consiste en ubicar la cantidad existente de transformadores en los puntos de análisis, definidos de antemano.

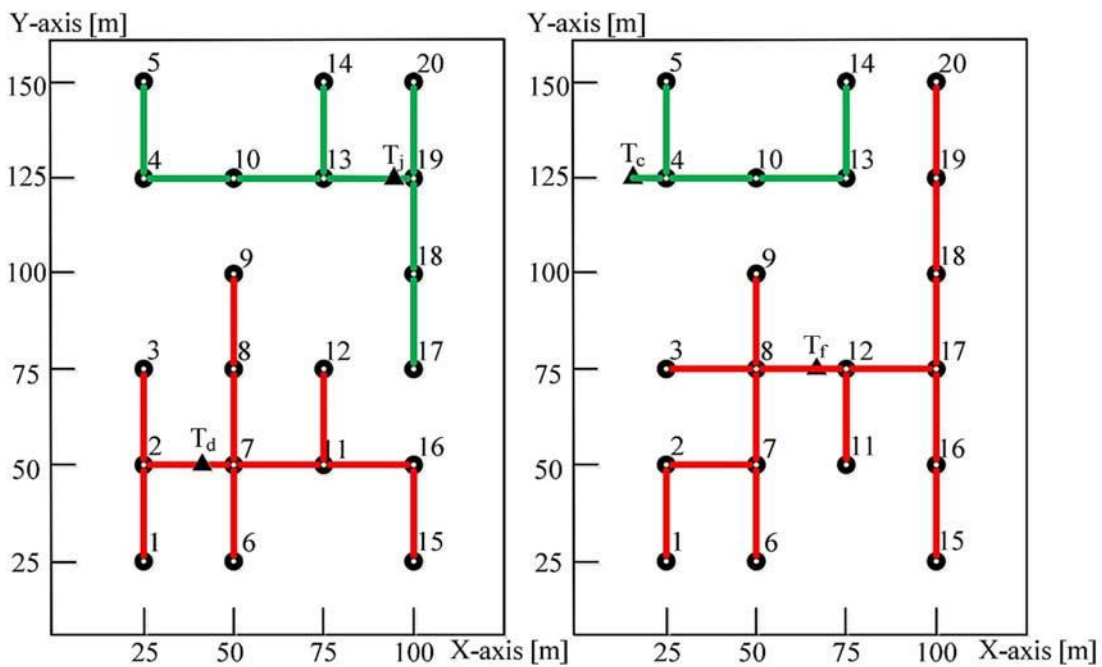


Figura 1.20. Ubicación de transformadores en una red de 20 nodos.

Analizando las condiciones antes expuestas, se puede rescatar que, debido a la naturaleza del problema planteado por el autor, no se habla realmente de optimización en todo el sentido de la palabra. Esto debido a que, por ejemplo, no se calcula el número óptimo de transformadores a ser instalados, sino que se tiene este número como un dato de entrada. Aún más, las posiciones finales de los transformadores, consideradas en este trabajo como óptimas, son parte del conjunto de pares cartesianos que se proponen inicialmente como posibles ubicaciones.

Estas posibles ubicaciones, no obstante, están limitadas por el criterio del autor. En efecto, los puntos que representan las ubicaciones posibles simplemente se tomaron de puntos cercanos a la carga; es así que, el número de ubicaciones posibles para instalar los transformadores es igual al número de clientes, lo cual hace que el universo de respuestas del algoritmo de optimización esté limitado a este número. Esto último, evidencia un escenario no tan real y limita la aplicación de esta metodología a escenarios muy específicos, pues se obvian otras ubicaciones que podrían dar un mayor acercamiento al óptimo global, en función de cuáles pares coordenados se tomen para formar el conjunto universo de ubicaciones posibles.

### **1.4.3. USO DEL ALGORITMO K-MEANS**

En el trabajo [38] de diseño de sistemas secundarios en redes de distribución, Cabrera, Novoa y Vásquez proponen un acercamiento interesante a la problemática planteada, pues la planificación del sistema de distribución se separa en dos etapas. En primer lugar, se determina la capacidad de los transformadores y su ubicación. Luego, se realiza la determinación de recorridos óptimos para los conductores secundarios. Se requieren como datos de entrada las coordenadas de ubicación de los usuarios, asumiendo que todos ellos pertenecen al mismo estrato y que, por ende, tienen el mismo consumo. Para la determinación de la ubicación de los transformadores de distribución se utiliza el algoritmo *k-means*. Por otro lado, el número de transformadores que van a ser instalados se determina mediante un método que combina un cálculo de centroides por *k-means* y una evaluación de distancias con el índice de Davies-Bouldin, el cual expone qué número *k* de grupos minimiza la distancia entre los miembros de cada clúster y maximiza la distancia entre clústeres.

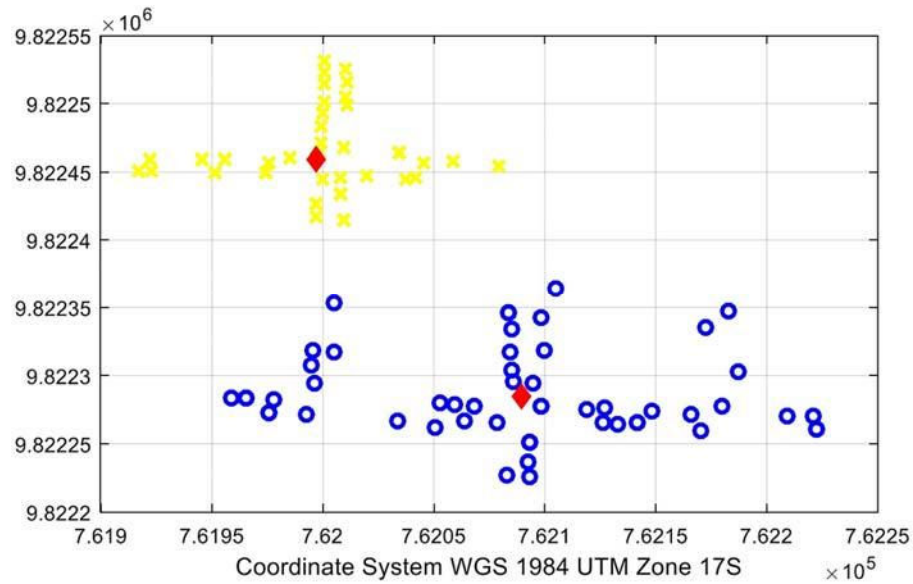


Figura 1.21. Ubicación de 2 transformadores por *k-means* [38]

Esta metodología utiliza el algoritmo *k-means* tradicional sin alteración; es decir, la distancia de cálculo entre usuarios y los centroides es la distancia euclidiana, lo cual en un proyecto se entendería como la distancia a campo traviesa. Esto se aleja un poco de la realidad, en donde podrían existir impedimentos de estructuras físicas o áreas restringidas, pero cabe también aclarar que los autores plantean esta metodología para zonas completamente rurales. Por otro lado, *k-means* toma en cuenta únicamente distancias y no demandas. Esto funciona bajo la asunción de que todos los usuarios tienen exactamente la misma demanda. En un sistema más real, para la agrupación, se debería considerar tanto las distancias como la demanda de cada usuario, en lugar de solamente las distancias. Así, los resultados arrojados ya no serían centroides, sino centros de demanda (haciendo una analogía con el centro de masa en Física).

#### 1.4.4. USO DEL ALGORITMO ENJAMBRE DE PARTÍCULAS (PSO)

En su propuesta de un diseño óptimo de redes de distribución de bajo voltaje [39], Avilés implementa una metodología que combina las propiedades de dos algoritmos como son el algoritmo de enjambre de partículas (PSO por sus siglas en inglés) y el algoritmo de Prim. Como uno de los datos de entrada se requiere la posición de los postes que conformarán la red de distribución, de manera similar al algoritmo *k-medoids*. Con estas posiciones, crea un árbol de expansión mínima, que representa el tendido de las redes eléctricas mediante el algoritmo de Prim, para lo cual se considera al sistema radial como un grafo con pesos

no direccionado. Después, se utiliza el método de optimización PSO para determinar cuál será la ubicación óptima del transformador de entre el número de posiciones disponibles que, para este trabajo, es función del número de postes presentes.

El autor se enfoca en minimizar la caída de voltaje; es decir, la posición del transformador y, adicionalmente, el diseño de la red secundaria apunta a que la caída de voltaje sea la mínima. Eso se plantea quizás porque según se expone, la caída de voltaje es el problema más común en redes de distribución de bajo voltaje. Sin embargo, en términos económicos, esto no es realmente una situación óptima, puesto que una caída de voltaje muy baja podría incurrir en gastos innecesarios. Para este indicador basta con respetar la caída de voltaje máxima que indiquen las normas correspondientes, y la optimización correspondería a reducir los costos.

Adicionalmente, asumir que la posición de los postes esté ya definida, aunque puede ser real en varios medios, no necesariamente garantiza que ésta sea la forma más adecuada de iniciar un diseño, especialmente para sistemas desde cero, como se plantea en este trabajo. En efecto, esta restricción representa una debilidad que podría alejar la posición del transformador del óptimo verdadero.

Finalmente, esta propuesta trabaja muy bien en sistemas pequeños que solamente necesiten un transformador. Si el sistema sobrepasa la capacidad del transformador o excede la caída de voltaje máxima, el algoritmo propuesto divide al sistema. Sin embargo, cuando esto sucede se pierde el sentido de optimización, puesto que para los dos nuevos sistemas el criterio será, igualmente, minimizar la caída de voltaje. Esta partición aleatoria podría alejar el resultado del óptimo global. Una mejora considerable sería implementar una metodología que, bajo un criterio pertinente, determine el número de transformadores y asocie los usuarios a cada uno de estos con el fin de obtener mejores resultados que, además, minimicen los costos.

#### **1.4.5. USO DE ALGORITMOS GENÉTICOS**

Para el problema de ubicación y dimensionamiento óptimo de transformadores de distribución, Ramezani [40] propone una metodología basada en algoritmos genéticos como método de optimización. Se toma en cuenta los costos de equipamientos y pérdida de energía de las líneas mediante un modelo difuso. Además, se considera también la restricción de máxima caída de voltaje. Una limitante de esta propuesta, sin embargo, es que se debe proveer las ubicaciones candidatas donde se localizarán los transformadores.

Esto se realiza en función de las subáreas del área total de prueba. Es así que, se divide el área completa en cuadrículas que son representadas como una única posibilidad de ubicación para los transformadores, ya sea en postes o subterráneos. Tal premisa, hace que las distancias que se utilizan para el cálculo no sean las reales, y que éstas se limiten, además, a una suma de distancias horizontales y verticales, únicamente.

El algoritmo genético, por su parte, prueba las asignaciones de cada transformador, así como los puntos de carga asociados a estos. Esto sucede porque cada subárea es representada como un único punto de carga, o demanda, independientemente del número real de usuarios y/o de la posición real de los mismos. Después de varias iteraciones el algoritmo arroja resultados prácticos bajo las restricciones presentes.

Esta metodología parece acertada para la determinación de la ubicación de subestaciones de transformación; sin embargo, no es la adecuada para el caso de transformadores de distribución debido a las múltiples simplificaciones que plantea.

En 2012, Mendoza [41] propone una mejora a la metodología analizada anteriormente. Aunque también utiliza un método basado en algoritmos genéticos, se toma en cuenta en este trabajo la posición real de los usuarios finales. La función objetivo a minimizar tiene que ver con los costos de inversión y pérdidas del sistema de distribución propuesto, lo cual es una ventaja en contraste con la propuesta anterior. Para la asociación de los usuarios a los transformadores se utiliza una metodología que considera la mínima distancia entre ellos mediante el algoritmo de Dijkstra. Luego, se define una red radial mediante un árbol de expansión mínima con el algoritmo de Prim. Finalmente, se realizan flujos de potencia considerando cargas de tipo potencia constante.

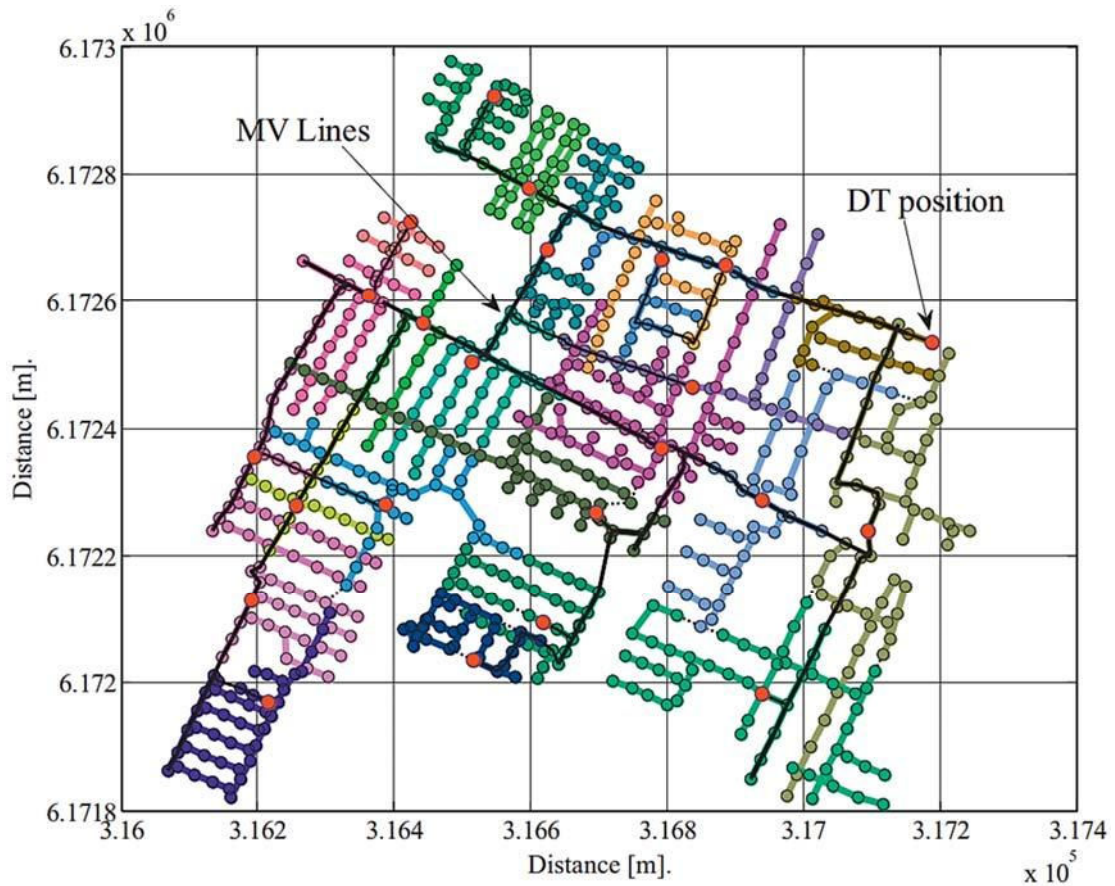


Figura 1.22. Disposición obtenida utilizando algoritmos genéticos [41]

Este método parece funcionar correctamente en los escenarios de análisis, para un sistema rural y urbano, siempre y cuando se defina el número de transformadores como dato de entrada, pues el mismo autor indica que tal número es parte de los valores fijos de la codificación del algoritmo genético. Otro trabajo, como el que Sarjiya presenta en 2016, muestra la misma consideración cuando aplica de igual manera un método basado en algoritmos genéticos a un sistema de distribución en Medan, Indonesia [42].

Si bien los autores de todos los trabajos expuestos anteriormente muestran que, bajo sus características y restricciones distintivas, sus métodos son aplicables para la ubicación de transformadores de distribución; todas estas metodologías permiten analizar debilidades y presentar mejoras.

## 2. METODOLOGÍA

La reducción de pérdidas en sistemas de distribución tiene relación directa con el recorrido (longitud) de los circuitos secundarios (CSs), así como con el calibre del conductor. Asimismo, mientras más conductor se tienda en las redes secundarias, mayor será el costo del proyecto. Este trabajo propone la minimización de costos de inversión, minimizando la longitud de los CSs, puesto que, al ubicar cada transformador de manera óptima, las distancias hacia los usuarios finales se verán reducidas y, consecuentemente, las pérdidas también serán mínimas.

Para esto se propone un modelo para la ubicación óptima de transformadores de distribución en su centro de demanda dentro de una red eléctrica de distribución urbana, cumpliendo con las restricciones topográficas; esto es, tanto restricciones geográficas como estructuras existentes. Además, para asociar los consumidores pertenecientes a cada transformador, se desarrolló una técnica de agrupamiento, derivada del algoritmo *k-means*, con la diferencia que, mediante el empleo de la teoría de grafos, en lugar de distancias euclidianas se aplican distancias que simulan el recorrido real de las redes, sobre las calles existentes de una zona urbana. Adicionalmente, la función objetivo de este algoritmo está definida por momentos de demanda, en lugar de únicamente por distancias, en contraste a lo que hace el algoritmo *k-means* tradicional.

Para evaluar el desempeño de las alternativas de solución, la metodología propuesta obvia el cálculo de flujos de potencia de las redes secundarias. No obstante, garantiza que no se viole la restricción de máxima caída de voltaje.

Para poder omitir el cálculo de flujos de potencia en las redes secundarias, se formula una restricción que toma en cuenta la máxima distancia entre un transformador de distribución y su usuario más alejado. Tal distancia máxima depende por supuesto de la demanda para cada caso o su valor también podría ser ingresado como dato conocido.

La metodología desarrollada se implementa en el programa computacional MATLAB®. Posteriormente, se aplica esta metodología a un sistema de prueba. Finalmente, se validan los resultados con un análisis de costos, el cual permite validar el número óptimo de transformadores de distribución.

En la Figura 2.1 se presenta con un diagrama de bloques las etapas de resolución del problema planteado en este trabajo. En color naranja se indica el nombre de cada etapa,

mientras que los bloques de color gris son los procesos de las mismas. Adicionalmente, en color azul se representa la información de entrada para los diferentes módulos; mientras que, en color verde se muestran las salidas o resultados de los procesos.

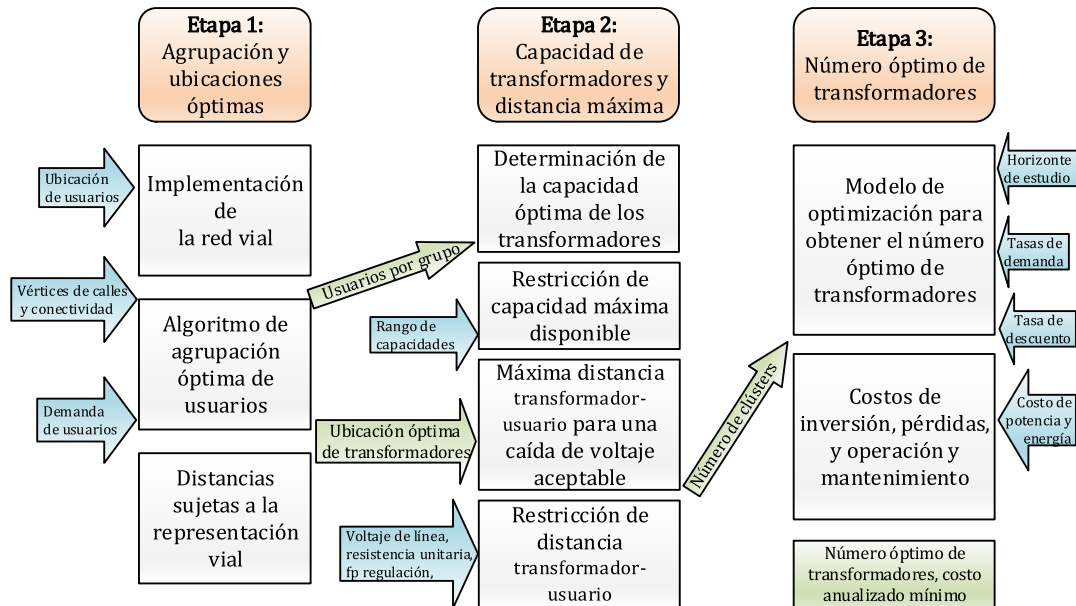


Figura 2.1. Estructura de la metodología propuesta

## 2.1. ETAPA 1: AGRUPACIÓN Y UBICACIONES ÓPTIMAS

### 2.1.1. IMPLEMENTACIÓN DE LA RED VIAL

La ejecución de esta primera etapa es crucial para la aplicación exitosa de la metodología propuesta. Es así que, al considerarse una planificación inicial que empieza desde cero, los únicos datos de entrada son la demanda de los consumidores y su ubicación en el plano cartesiano. Las coordenadas de cada usuario podrían tomarse para cualquier escenario, como por ejemplo del sistema GIS<sup>7</sup> de una empresa distribuidora de energía. No obstante, no es suficiente contar únicamente con la posición de los usuarios. En efecto, de acuerdo a distancias solamente, usuarios que se encuentran cercanos, podrían estar separados por restricciones físicas como ríos, parques, lagos, monumentos, etc., que no permitan una conexión entre ellos.

<sup>7</sup> Se entiende como GIS, o en español SIG, a un sistema de información geográfica que se utiliza para almacenar, gestionar y analizar datos. Trabaja con representaciones vectoriales.



Para evitar estas zonas o puntos prohibidos, las calles, restricciones físicas y postes existentes del sistema analizado deben constar en una base de datos; así como también, los vértices extremos de cada calle (o tramo de calle) en coordenadas cartesianas y la conectividad de dichos vértices para formar la red vial. De esta manera se evitan puntos o zonas no permitidas como parques, lagos, etc., así como también accidentes geográficos, puesto que en la representación vial no habrá tramos de calles que los atraviesen; sino que ésta los rodeará. La Figura 2.2 muestra la representación vial de la red la red de prueba de aplicación de este trabajo.

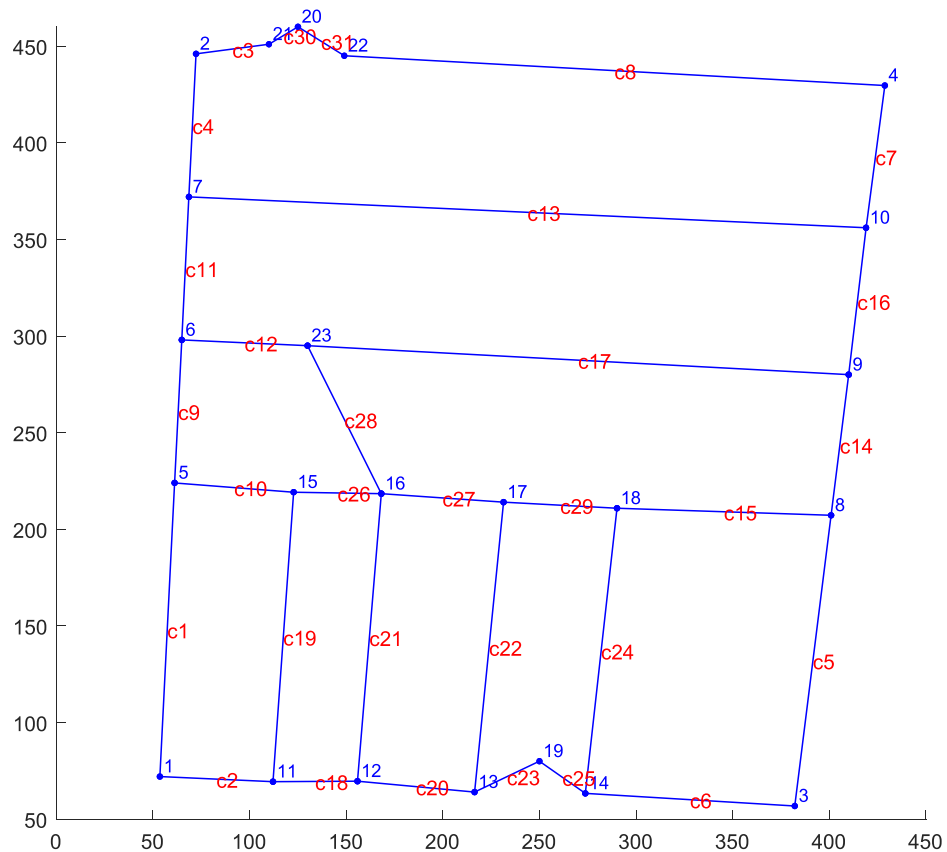


Figura 2.2. Representación vial del sistema de prueba de la referencia [43]

Por otro lado, para determinar la pertenencia de los usuarios a su calle respectiva; es decir, a qué calle pertenece cada usuario se toman en cuenta las siguientes consideraciones:

1. Aún no se han asignado los usuarios del sistema analizado a algún tramo de calle.
2. La posición brindada de un usuario, mediante sus coordenadas, puede ser cualquier punto que se encuentre dentro del terreno o propiedad de dicho usuario.

3. Cada usuario será asociado al segmento de recta más cercano, restringiendo así su posición a la red vial existente.
4. En el caso de que las coordenadas estén directamente sobre los segmentos de recta que representan las calles (caso ideal), no sería necesario realizar esta determinación.

En este trabajo las posiciones de los usuarios, de la base de datos de entrada, no recaen directamente sobre los segmentos de recta que representan calles, situación que será lo que comúnmente ocurra en la realidad. Por lo tanto, se procede a asignar cada usuario sobre la calle más cercana, siempre que no exista algún impedimento físico.

Para esto se calcula la ecuación de la recta de todas las calles del sistema de análisis. Se conoce que, dados dos vértices, la ecuación de la recta que los une es la que se muestra en la expresión (2.1), siendo  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$  los vértices, y siendo  $m$  la pendiente de la recta. En caso de existir calles paralelas al eje vertical  $Y$ , no se podría determinar la pendiente de esos segmentos debido a la división por cero que se obtiene en la expresión (2.2). En estos casos particulares, se plantea modificar en unos pocos centímetros la posición de uno de los vértices para evitar que la pendiente sea indefinida.

$$y = m \cdot (x - x_1) + y_1 \quad (2.1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (2.2)$$

Luego, utilizando las ecuaciones de las rectas encontradas y aplicando la ecuación (2.3) de distancia punto-recta, se calculan las distancias entre todos los usuarios y todas las calles del sistema; de esta forma cada usuario es asignado al segmento de recta más cercano.

$$d(P, r) = \frac{|Ax_p + By_p + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (2.3)$$

Donde:

$d(P, r)$  : Distancia del punto  $P(x_p, y_p)$  a la recta  $r$  de ecuación  $Ax + By + C$

Después se actualiza la ubicación de los usuarios proyectando su posición  $(x, y)$  sobre el tramo de calle asignado. Para esto, se utilizan las pendientes calculadas de todos los segmentos de recta que conforman el sistema y se resuelve un sistema de ecuaciones lineales, cuyos resultados arrojan la posición en coordenadas cartesianas de los usuarios, esta vez restringidas a la red vial, pues cumplen con la ecuación de su recta respectiva, según la asignación dada a cada usuario. Cabe mencionar que estas ubicaciones actualizadas de los usuarios representan básicamente las coordenadas donde se ubicarán los contadores de energía; por lo cual, tiene sentido que se encuentren sobre un tramo de calle y no metros adentro de una propiedad.

La Figura 2.3 muestra una pequeña sección de un sistema, donde las posiciones iniciales de los usuarios obtenidas como datos de entrada se representan con asteriscos de color rosa y, como se observa, están alejadas unos pocos metros de la representación vial. La cercanía de estos usuarios a los segmentos de recta dependerá de la calidad o exactitud de los datos brindados que se supone fueron tomados de un reconocimiento de campo o de una base de datos real. Sin embargo, como se mencionó anteriormente, no existirá ninguna complicación siempre y cuando la posición original sea un punto dentro de la propiedad del usuario correspondiente. En contraste, las posiciones actualizadas se representan en la figura como  $x$  de color negro.

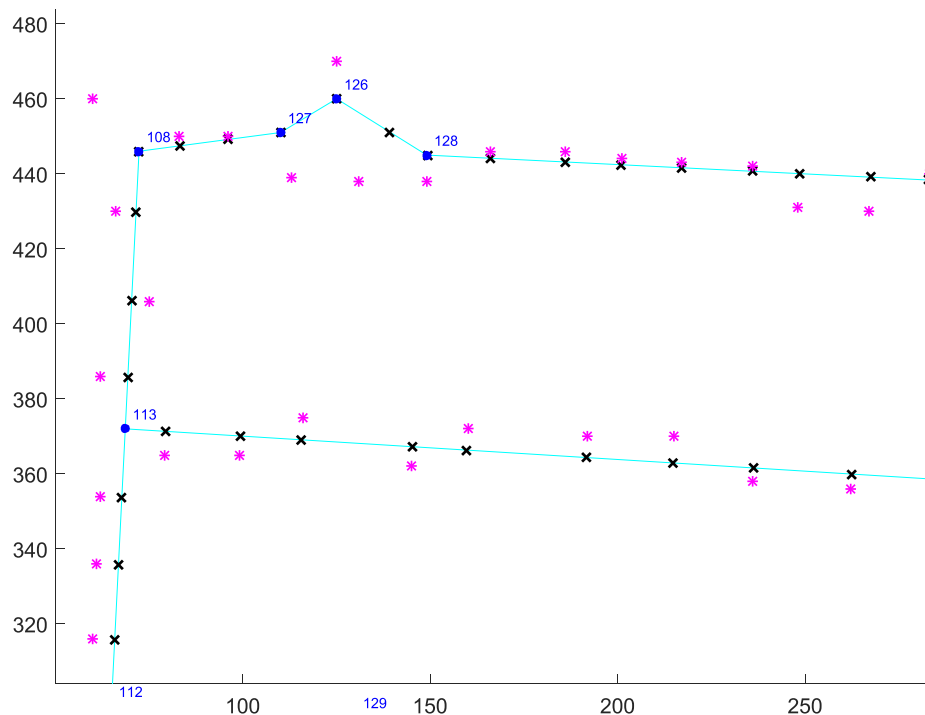


Figura 2.3. Asignación de los usuarios a sus calles respectivas

Para que lo planteado anteriormente ocurra, la posición inicial de los usuarios debe estar contenida entre el vértice inicial y el vértice final del segmento de recta que representa la calle o tramo correspondiente; es decir, debe ser factible, de modo que exista precisamente red vial sobre la cual realizar la proyección. Consecuentemente, cada usuario se proyecta no necesariamente a la recta más cercana, sino al segmento de recta que representa la calle o tramo de calle más cercano. Con esto se garantiza que no se tome una ubicación prohibida, por ejemplo, sobre alguna propiedad ajena al usuario analizado.

Además, si un punto no puede ser proyectado sobre un segmento de recta debido la geometría de la propiedad del usuario, este usuario es asignado al vértice del tramo de calle más cercano según sea pertinente. Por ejemplo, en la Figura 2.3 se observa que el usuario superior del gráfico no es proyectado a la prolongación del segmento 126-127, ya que tal prolongación no existe, sino que es más bien actualizado al vértice 126, que corresponde al punto más cercano de este usuario a la representación vial del sistema.

### **2.1.2. ALGORITMO DE AGRUPACIÓN ÓPTIMA DE USUARIOS**

Se parte de la consideración de que, a cada grupo le corresponde la instalación de un solo transformador. En otras palabras, cada clúster representa un grupo de usuarios asociados a un transformador de distribución aéreo. Además, el método desarrollado se deriva de una modificación realizada al conocido algoritmo de partición *k-means*. Las variaciones implementadas al algoritmo tradicional se realizaron puesto que, para resolver la problemática de este trabajo, *k-means* presenta las siguientes debilidades:

- Trabaja con distancias euclidianas<sup>8</sup>; es decir no toma en cuenta ningún tipo de restricción de ruta para la calcular la distancia entre usuarios. En otras palabras, no considera la representación vial para la agrupación.
- No considera ningún parámetro eléctrico para la agrupación tales como el consumo de energía o la demanda de los usuarios; es decir, basa su algoritmo de agrupación únicamente en distancias.
- Los centroides que arroja el algoritmo se determinan como los puntos medios de cada grupo [44], considerando únicamente distancias, como se expresó en el literal

---

<sup>8</sup> En el uso común del algoritmo *k-means* se trabaja con distancias euclidianas, aunque se podría variar el tipo de distancia como por ejemplo la distancia *de la geometría del taxista*; sin embargo, su aplicación se da para escenarios muy particulares y que no aportan al objetivo de este trabajo.

anterior. Por lo tanto, el centroide no representa en absoluto el centro de demanda de un clúster y ubicar un transformador de distribución en esta posición sería un error.

En efecto, la función objetivo del algoritmo *k-means* tradicional es minimizar la expresión mostrada en (2.4) que corresponde a la suma cuadrática de las distancias punto-centroide, obtenidas en cada uno de los grupos.

$$SSE = \sum_{k=1}^K \sum_{x_i \in C_k} \|x_i - c_k\|^2 \quad (2.4)$$

Donde:

$SSE$  : Suma cuadrática de las distancias de los puntos a los centroides

$C_k$  : Grupo o clúster  $k$ .

$x_i$  : Posición del  $i$ -ésimo usuario

$c_k$  : Posición del centroide del grupo  $C_k$

$K$  : número de clústeres

En contraste, el modelo desarrollado en este trabajo no minimiza simplemente la suma cuadrática de las distancias de los usuarios a su transformador, sino que considera el momento eléctrico al incluir también una variable adicional, la demanda de los usuarios del sistema. Por lo tanto, para determinar la ubicación óptima de los transformadores de distribución y la agrupación óptima de los usuarios, se minimiza la expresión (2.5), que consiste en la sumatoria del producto cuadrático de la demanda de los usuarios por la distancia a su transformador correspondiente.

$$SME = \sum_{j=1}^k \sum_{x_i \in G_j} \left[ DMU_{x_i} \cdot dist(x_i, c_j) \right]^2 \quad (2.5)$$

Donde:

$SME$  : Suma del producto cuadrático de los momentos eléctricos del sistema

$DMU_{x_i}$  : Demanda máxima unitaria del consumidor de posición  $x_i$ , en  $[kVA]$

$dist$  : Distancia entre dos puntos considerando la representación vial, en  $[m]$

$x_i$  : Posición del  $i$ -ésimo usuario del sistema perteneciente al grupo  $G_j$

$c_j$  : Posición del transformador del grupo  $G_j$

$G_j$  : Grupo o clúster  $j$

$k$  : número de grupos, en unidades

$\forall j = \{1, 2, 3, \dots, k\}$

Adicionalmente, se hizo uso de algoritmos genéticos para evaluar indistintamente las posibles ubicaciones de los transformadores y minimizar la expresión (2.5). La agrupación óptima se realiza para un número determinado,  $k$ , de transformadores. La determinación del número óptimo de grupos se expone en las secciones posteriores.

Se muestra a continuación el desarrollo del algoritmo de agrupación implementado:

1. Se escoge la posición de  $k$  transformadores, cuya ubicación está limitada a la representación vial, con un rango de valores mínimos y máximos de coordenadas cartesianas de acuerdo a los vértices del sistema.
2. Se encuentra el producto cuadrático de las distancias reales de los  $n$  consumidores a los  $k$  transformadores del sistema por la demanda correspondiente. Adicionalmente, se asigna cada consumidor al centro que produjo el menor valor del producto calculado, formando así  $k$  grupos.
3. Se calcula el valor total de la suma del producto cuadrático de los momentos eléctricos del sistema,  $SME$ , con la expresión (2.5).
4. Se asignan nuevos  $k$  centros de acuerdo a los valores definidos de la tasa de mutación y el tamaño de la población del algoritmo genético (0.01 y 100 respectivamente en este trabajo), y se repiten los pasos 2 y 3.
5. Si el valor de  $SME$  disminuye con respecto a la iteración anterior se actualiza la agrupación y la posición de los transformadores.

6. Se repiten los dos últimos pasos hasta encontrar la ubicación de los transformadores que no pueda disminuir el valor actual de *SME* o hasta alcanzar un criterio de convergencia<sup>9</sup> de  $10^{-7}$ .

Como un ejemplo de la aplicación del algoritmo de agrupación desarrollado, se presenta en la Figura 2.4 el resultado obtenido para el sistema de 106 usuarios analizado en este trabajo para  $k = 4$ . Los usuarios se representan con puntos de un mismo color para cada grupo, mientras que la ubicación óptima de los transformadores de distribución se denota en color naranja.

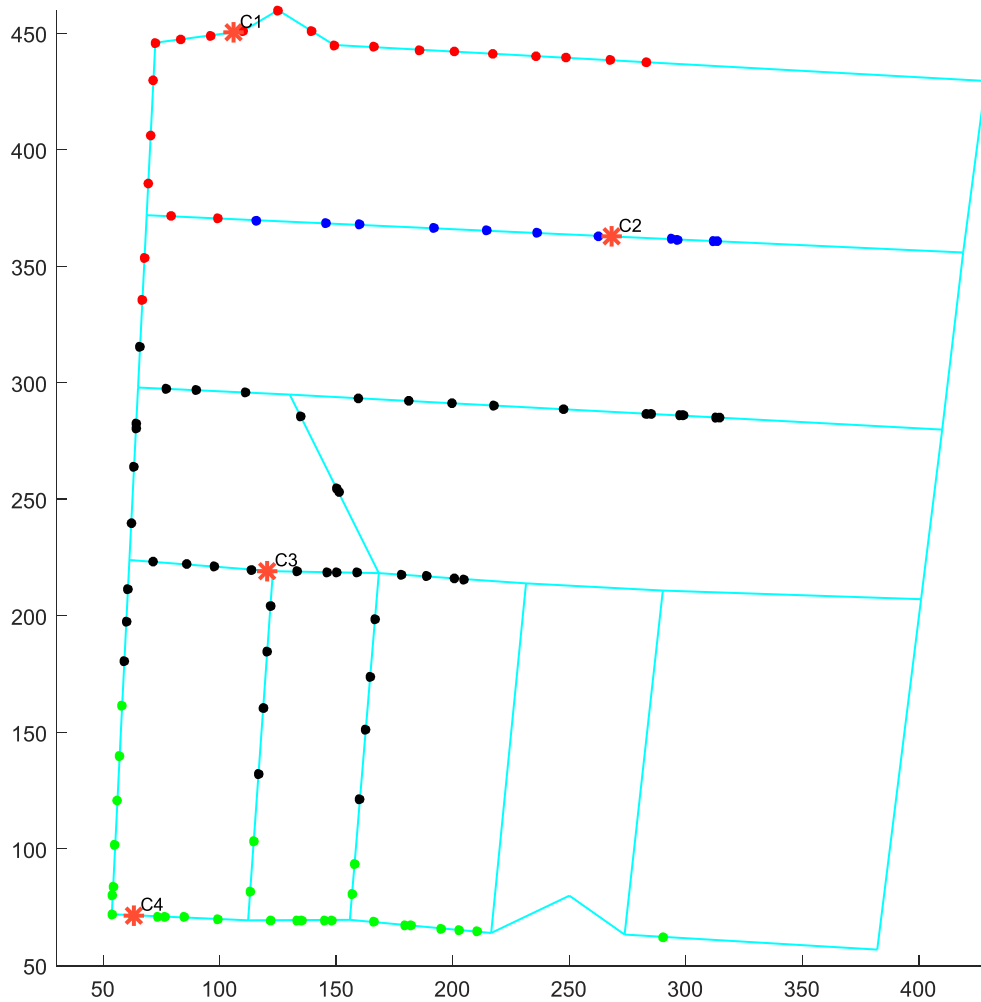


Figura 2.4. Aplicación del algoritmo de agrupación desarrollado con  $k = 4$  para el sistema de prueba de 106 usuarios

---

<sup>9</sup> El criterio de convergencia de  $10^{-7}$  se escogió después de varias simulaciones al observar que el error con un valor no era significativo.

### 2.1.3. DISTANCIAS SUJETAS A LA REPRESENTACIÓN VIAL (*dist*)

La tradicional distancia euclidiana aplicada a la problemática de este trabajo simularía una conexión de los usuarios a campo traviesa [23], lo cual no es práctico ni se acerca a la realidad en redes secundarias de distribución. En efecto, cuando se usan distancias euclidianas no se consideran ciertas restricciones importantes como, por ejemplo, que la red de bajo voltaje no podrá atravesar la infraestructura existente, ni deberá invadir propiedad privada.

En este trabajo se calcularon las distancias, *dist*, usuario-usuario y transformador-usuario dentro del algoritmo de agrupación desarrollado, tomando en cuenta la representación vial para la formación óptima de los grupos y la determinación de la ubicación de los transformadores. Para esto, se utilizó la teoría de grafos, representando al sistema como un grafo simple ponderado.

$$G = (S, T, w) \text{ es un grafo} \quad (2.6)$$

Donde:

$G$  : Grafo simple ponderado con aristas formadas por los vértices extremos de los conjuntos  $S$  y  $T$

$w$  : Conjunto de distancias entre los vértices del grafo (longitud de aristas), en  $[m]$

La representación con teoría de grafos del sistema se realizó bajo las siguientes consideraciones:

- El sistema se representa como un grafo no orientado simple (sin lazos), ponderado (con pesos). Los nodos corresponden a la ubicación de los usuarios y a los vértices de las calles.
- La conectividad de las aristas se calcula utilizando la información de los vértices del sistema y se representa con la lista de adyacencias con pesos del grafo.
- Los pesos representan las distancias existentes entre cada dos nodos del sistema que se conectan con una arista entre ellos.
- Un camino factible entre dos nodos es aquel que conecta los dos nodos respetando la conectividad entre aristas del grafo.



En concordancia con lo anteriormente expuesto, la distancia  $dist$  utilizada en la expresión (2.5), es la distancia real sobre las calles que se sujeta a las restricciones de la topología vial. Para encontrarla se hace uso, en primer lugar, del algoritmo de búsqueda en anchura,  $BFS^{10}$  (por sus siglas en inglés), que encuentra las rutas más cortas desde y hacia todos los nodos del grafo [36]. El diagrama de flujo del algoritmo de búsqueda en anchura se muestra en la Figura 2.5.

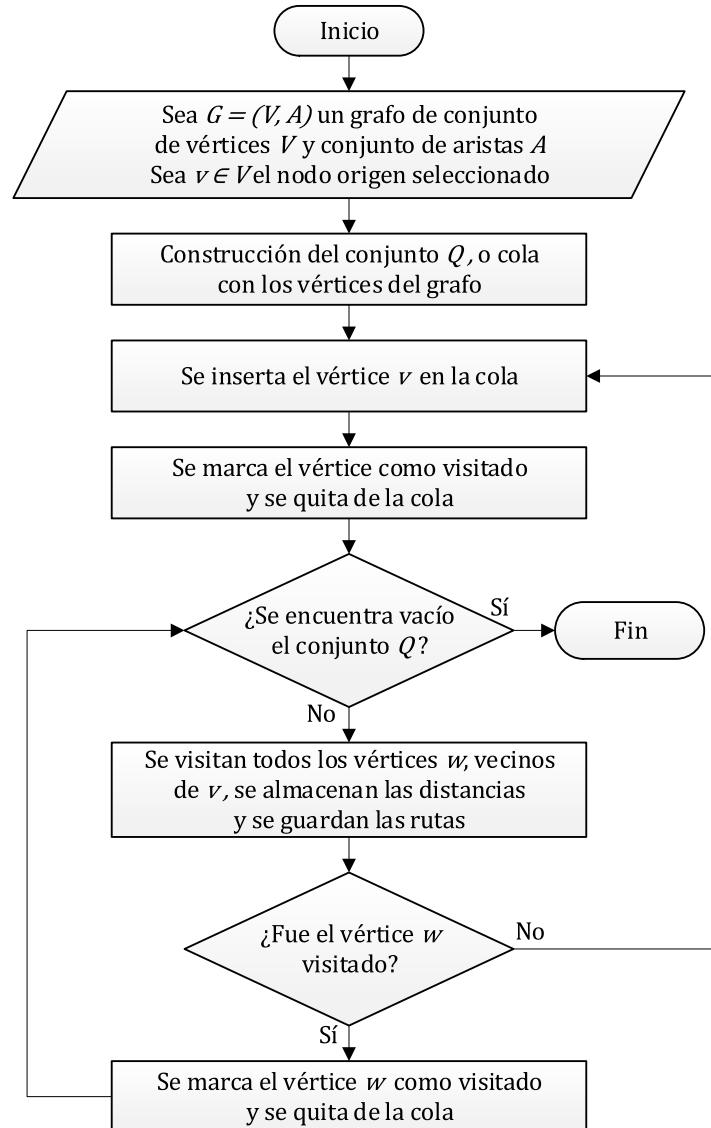


Figura 2.5. Secuencia del algoritmo BFS para determinar las rutas más cortas<sup>11</sup>

<sup>10</sup>  $BFS$ : *Breadth-first search*. En español se conoce a este algoritmo como “búsqueda en anchura”

<sup>11</sup> La Figura 2.5 es de elaboración propia, pero fue basada en el pseudocódigo de la referencia [51]

Además, el pseudocódigo del algoritmo BFS se muestra en la siguiente figura, en donde  $G$  es un grafo y  $root$  el nodo de partida desde el cual se desea encontrar las rutas más cortas hacia el resto de nodos.

```
1 procedure BFS( $G$ ,  $root$ ) is
2   let  $Q$  be a queue
3   label  $root$  as discovered
4    $Q.enqueue(root)$ 
5   while  $Q$  is not empty do
6      $v := Q.dequeue()$ 
7     if  $v$  is the goal then
8       return  $v$ 
9     for all edges from  $v$  to  $w$  in  $G.adjacentEdges(v)$  do
10      if  $w$  is not labeled as discovered then
11        label  $w$  as discovered
12         $Q.enqueue(w)$ 
```

Figura 2.6. Pseudocódigo del algoritmo de búsqueda en anchura [36]

Luego de encontrar las rutas más cortas, con las distancias asociadas a éstas se crea una matriz cuadrada  $n \times n$  que contiene las distancias mínimas factibles entre todos los nodos del grafo. Por lo tanto  $\forall i, \forall j = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ , se determina la distancia entre cualquier par de nodos  $i$  y  $j$ , encontrando el valor del elemento  $ij$  de la matriz.

El grafo del sistema se ingresa en el software computacional MATLAB® mediante su lista de adyacencias con pesos. Aquí, el algoritmo desarrollado toma el camino factible que produzca la menor distancia para conectar dos nodos; es decir, se utiliza el concepto de la ruta más corta. Dentro de la programación bastó con usar el comando `distances(G)`.

Para realizar una explicación más adecuada de la distancia  $dist$  se toma como ejemplo el grafo de 8 nodos del sistema de la Figura 2.7. Las líneas en color cian representan las calles y los nodos en color azul son los vértices de las calles. Se desea encontrar la distancia del usuario ubicado en el nodo 7 al transformador ubicado en el nodo 8, tal que esta distancia sea la mínima a través de una ruta o camino factible. En contraste, se denota en color rojo la distancia euclidiana entre los dos nodos, que no es factible ya que no existe una calle que conecte directamente los nodos 7 y 8.

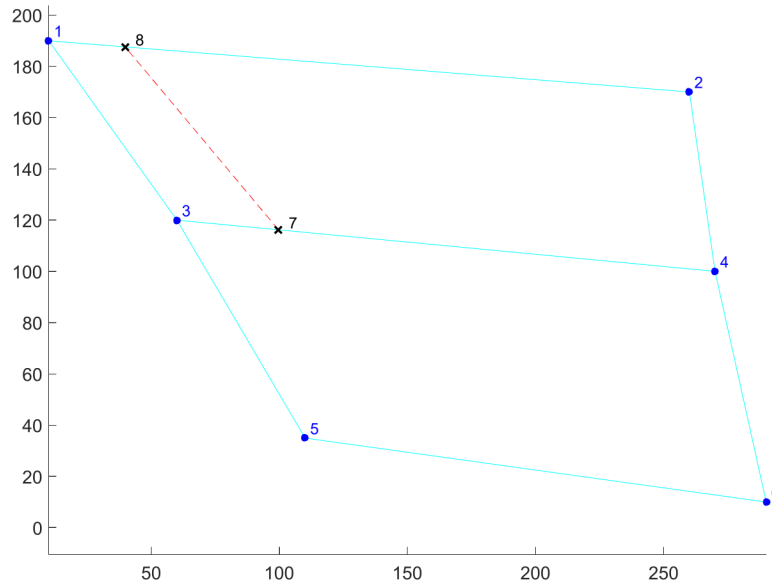


Figura 2.7. Ejemplo de un sistema de 8 nodos

Como se muestra en la Figura 2.8, la distancia encontrada entre los nodos 7 y 8 mediante el algoritmo implementado es la resultante de seguir el camino 7-3-1-8 (color verde), que es la ruta más corta y no, por ejemplo, las rutas 7-4-2-8 o 7-3-5-6-4-2-8 que, aunque son factibles, generan distancias más grandes. Dentro de este mismo ejemplo, de existir algún punto restringido entre los nodos 3 y 7, la conectividad entre estos dos nodos se anula, y la matriz de adyacencias del grafo se modifica, motivo por el cual, la distancia encontrada entre los nodos 7 y 8 que arroja el algoritmo desarrollado será la correspondiente a seguir el camino denotado en color rojo (7-4-2-8).

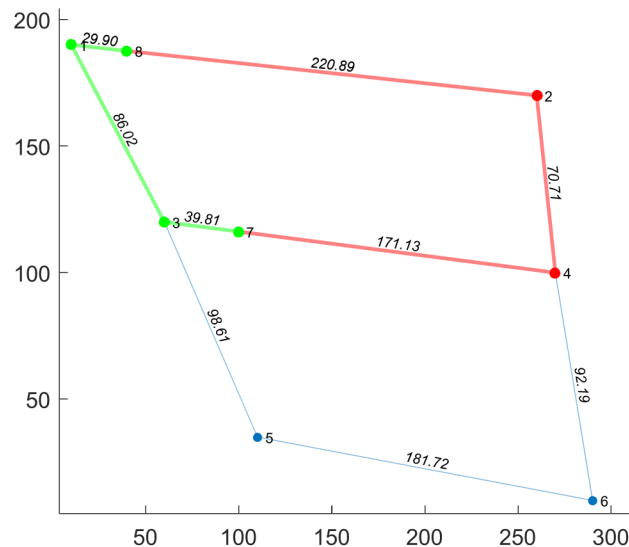


Figura 2.8. Grafo simple ponderado de 8 nodos implementado en MATLAB®

La Figura 2.9 se muestra una porción del grafo del sistema de 106 usuarios con los respectivos pesos (distancias) del grafo que se utilizan para las rutas mínimas entre los nodos del mismo.

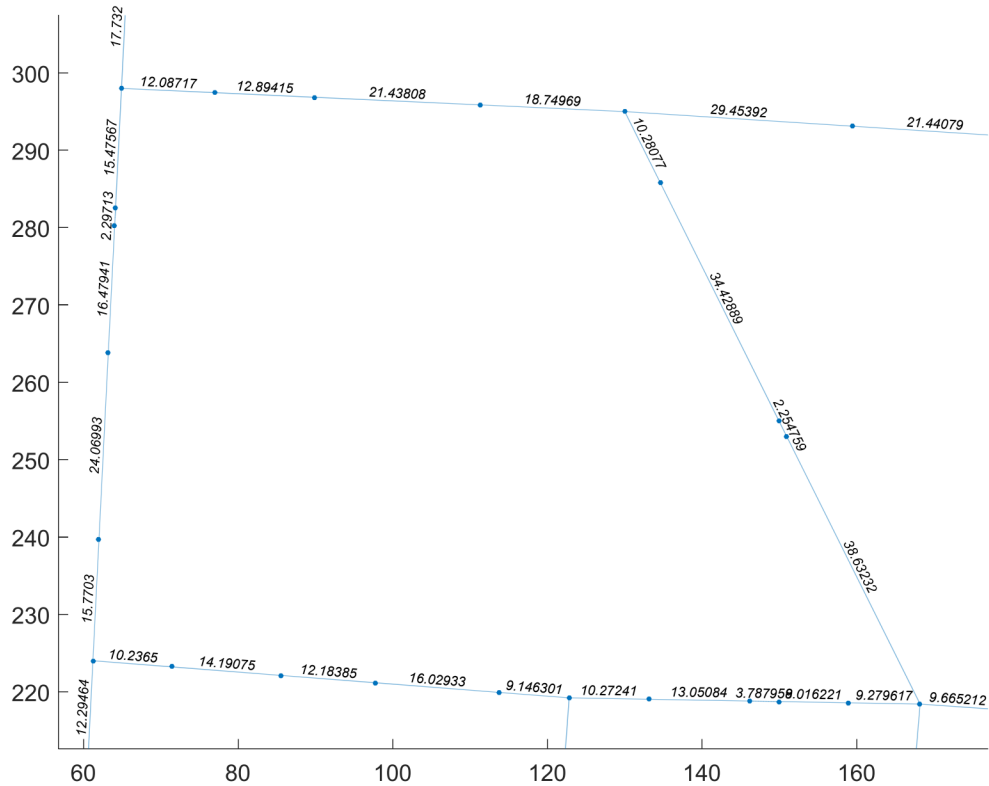


Figura 2.9. Distancias entre vértices, pesos de las aristas

## 2.2. ETAPA 2: CAPACIDAD DE TRANSFORMADORES Y DISTANCIA MÁXIMA

### 2.2.1. DETERMINACIÓN DE LA CAPACIDAD ÓPTIMA DE LOS TRANSFORMADORES

Una vez que se ha obtenido la agrupación óptima de todos los usuarios del sistema en  $k$  clústeres, así como la ubicación óptima de los  $k$  transformadores de distribución, se debe determinar la capacidad del transformador de cada grupo, tomando en cuenta la respectiva coincidencia. Por lo tanto, la demanda de diseño de cada transformador se obtiene mediante la ecuación (2.7).

$$S_i = \sum_{j=1}^{u_i} DMU_j \times F_{coin_i} \quad (2.7)$$

Donde:

$S_i$  : Potencia de diseño del transformador del grupo  $i$ , en  $[kVA]$

$DMU_j$  : Demanda máxima unitaria del consumidor  $j$ , en  $[kVA]$

$F_{coin_i}$  : Factor de coincidencia del grupo  $i$

$u_i$  : Número de usuarios del grupo  $i$ , en unidades

$\forall i = \{1, 2, 3, \dots, k\}$

Para determinar el factor de coincidencia del grupo  $i$ ,  $F_{coin_i}$ , se utiliza la expresión (2.8), que permite encontrar el valor del factor de coincidencia en función del número de usuarios del grupo, la cual ha sido usada en el *Distribution Data Book* de General Electric [14].

$$F_{coin_i} = F + (1 - F) \frac{1}{u_i} \quad (2.8)$$

Donde:

$F_{coin_i}$  : Factor de coincidencia del grupo  $i$ , en función del número de usuarios

$u_i$  : Número de usuarios del grupo  $i$ , en unidades

$F$  : Valor de la asíntota a la que tiende la curva del factor de coincidencia, en función del tipo de carga del sistema

Es importante mencionar que la expresión (2.8) trabaja correctamente para encontrar el factor de coincidencia de grupos de hasta 100 usuarios que serán asociados a un mismo transformador, valor en el cual la curva tiende a aplanarse [15]. Además, se usó en este trabajo un valor de  $F = 0.35$  para simular consumidores con características predominantemente residenciales [13].

La capacidad de los transformadores se encuentra generalmente estandarizada y se expresa en valores nominales de  $kVA$  [2]. Por otro lado, en este trabajo se consideraron sistemas de distribución aéreos trifásicos, omitiendo instalaciones subterráneas. En este

sentir, se analizó la lista de posibles capacidades de los transformadores de distribución de acuerdo con lo que expresan las normas de la EEQ para configuraciones de distribución aéreas [10]. Consecuentemente, en la Tabla 2.1 se muestra el rango de capacidad de los transformadores en  $kVA$  para este tipo de instalaciones.

Tabla 2.1. Rango de capacidad de transformadores de distribución disponibles

Transformador (denominación)	Capacidad [ $kVA$ ]
TD1	15
TD2	30
TD3	45
TD4	50
TD5	60
TD6	75
TD7	100
TD8	112.5
TD9	125

### 2.2.2. RESTRICCIÓN DE CAPACIDAD MÁXIMA DISPONIBLE

De acuerdo con la metodología desarrollada en este trabajo, se asigna a cada grupo el transformador de menor capacidad, capaz de satisfacer la demanda del grupo como se muestra en la expresión (2.9).

$$S_{tr_i} = \min\{x \in TD \mid x \geq S_i\} \quad (2.9)$$

$$TD = \{15, 30, 45, 50, 60, 75, 100, 112.5, 125\} \quad (2.10)$$

$$S_{nom_{m\acute{a}x}} = \max\{TD\} \quad (2.11)$$

Donde:

$S_{tr_i}$  : Potencia nominal del transformador seleccionado para el grupo  $i$ , en [ $kVA$ ]

$S_i$  : Potencia de diseño del transformador del grupo  $i$ , en [ $kVA$ ]

$TD$  : Conjunto del rango de capacidades de los transformadores, en  $[kVA]$

$S_{nom_{m\acute{a}x}}$  : Potencia nominal del transformador más grande disponible, en  $[kVA]$

$\forall i = \{1, 2, 3, \dots, k\}$

Sin embargo, si se viola la restricción de capacidad máxima; esto es, si la potencia de diseño de un transformador supera los  $kVA$  de la capacidad máxima disponible,  $S_{nom_{m\acute{a}x}}$ , no existirá ninguna opción que abastezca la carga que requiere el grupo. En este trabajo ese valor nominal máximo corresponde a la opción  $TD_9$ , con un valor de  $125 kVA$ .

Por lo tanto, la restricción de capacidad máxima se plantea como se muestra a continuación:

- Si  $S_i \leq S_{nom_{m\acute{a}x}}$ , el transformador del grupo será aquel de potencia  $S_{tr_i}$  en  $kVA$ , ó
- Si  $S_i > S_{nom_{m\acute{a}x}}$ , se realizará una nueva iteración del algoritmo de agrupación desarrollado, pero esta vez con un valor de  $k = k + 1$ ; es decir, aumentando en una unidad el número de transformadores.

### **2.2.3. MÁXIMA DISTANCIA TRANSFORMADOR-USUARIO PARA UNA CAÍDA DE VOLTAJE ACEPTABLE**

En principio, la caída de voltaje de una red de distribución radial secundaria no podría determinarse únicamente a partir de la distancia entre un extremo de la red y el transformador de distribución<sup>12</sup>, debido a las características mismas de la red, que generalmente tiene ramificaciones, generándose así diferentes flujos de potencia para cada tramo. Entonces, como aporte de este trabajo se determina una expresión aproximada de máxima distancia entre un transformador de distribución y su usuario más alejado, en función de la carga del transformador (Anexo A), como alternativa al tradicional cálculo de flujos en los tramos de la red que se usa para encontrar la caída de voltaje total en función de las caídas parciales [10].

Para esto, se partió del análisis de una línea con retorno ideal y carga concentrada; es decir, cuando se tiene la fuente en un extremo y la carga en el otro extremo de la línea

---

<sup>12</sup> Algunos trabajos como los de las referencias [43] y [52] ingresan un valor de 200 metros de distancia al usuario más lejano como dato de entrada.

como se muestra en la Figura 2.10. El diagrama fasorial de esta línea y a partir del cual se desarrolló el cálculo se muestra en la Figura 2.11.

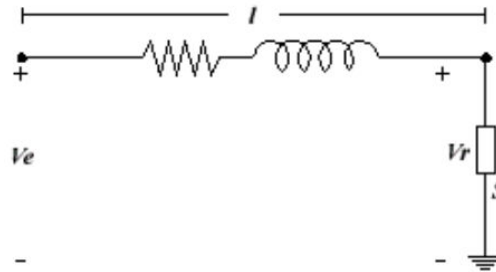


Figura 2.10. Diagrama unifilar de una línea con retorno ideal [2]



Figura 2.11. Diagrama fasorial de una línea típica de distribución [2]

En redes secundarias de distribución se considera únicamente el valor de la resistencia del conductor por unidad de longitud. Además, puesto que en este trabajo se plantearon redes trifásicas la expresión para determinar la máxima distancia entre un transformador y su usuario más lejano de manera que se cumpla con la regulación de voltaje será la que se muestra en la expresión (2.12). El desarrollo de su obtención se muestra en el Anexo A.

$$d_{m\acute{a}x_i} = V_e^2 \cdot \frac{\cos\phi - \sqrt{\cos^2\phi - reg(2 - reg)}}{S \cdot r} \quad (2.12)$$

Donde:

$d_{m\acute{a}x_i}$  : Distancia máxima permitida entre el transformador  $i$  y su usuario más lejano para cumplir con la regulación de voltaje  $reg$ , en  $[m]$

$V_e$  : Voltaje de línea de envío en el lado de la fuente, en  $[V]$ .

$r$  : Resistencia unitaria del conductor en  $[\Omega/km]$

$S$  : Potencia aparente suministrada en el extremo de envío, en  $[kVA]$



$\cos \phi$ : Factor de potencia en el lado de la fuente

$reg$ : Regulación o caída máxima de voltaje

En este trabajo se utilizó, para el cálculo, una resistencia unitaria de  $0.269 [\Omega/km]$  de un conductor 4/0 AWG [49], correspondiente al calibre más grande disponible para redes aéreas secundarias según las normas locales, para asegurar que la expresión (2.12) garantice, para cualquier escenario, que la caída de voltaje máxima de 3% permitida no sea superada [10]. Además, en la Tabla 2.2 se muestran los parámetros adicionales para el cálculo de la máxima distancia *transformador-usuario*.

Tabla 2.2. Parámetros para el cálculo de la distancia máxima

$V_e$ [V]	$r$ [ $\Omega/km$ ]	$\cos \phi$	$reg$
220	0.213	0.95	3%

La expresión (2.12) se desarrolló tomando en cuenta una carga concentrada; no obstante, los sistemas eléctricos de distribución normalmente se conforman de líneas que alimentan más de una carga a lo largo de su recorrido, como se muestra en la Figura 2.12. Para tomar en cuenta este hecho, como propuesta se trabaja con un valor equivalente de  $S$ , donde  $L$  representa la longitud máxima que tendrá el conductor secundario para que al alimentar la carga  $S$  pueda cumplir con la regulación establecida,  $reg$ , del 3% según las normas para el caso de redes de distribución secundarias urbanas (Ver Tabla 1.1).

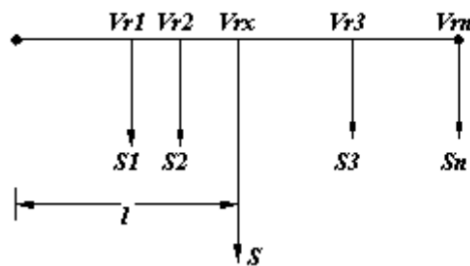


Figura 2.12. Cargas distribuidas en el recorrido de una línea [2]

Puesto que se trabaja con un valor equivalente de potencia para cada grupo, y con el fin de garantizar que se cumpla efectivamente con la regulación de voltaje establecida, se plantean dos escenarios, uno pesimista y otro optimista. El escenario pesimista considera que toda la carga del grupo correspondiente se encuentra en la ubicación del usuario más

alejado del transformador de distribución, a una distancia  $d_{m\acute{a}x_i}$ . Por lo tanto, en (2.12) se tiene que  $S = S_i$ , correspondiente a la potencia total que suministra el transformador del grupo  $i$ .

Para el escenario optimista se plantea que  $S = S_i/2$ , que indica que el usuario más alejado será representado con la mitad de la carga total del grupo  $i$ . Se propone este valor, relativamente alto, con objeto de asegurar que se cumpla con la regulación establecida pues visto desde el lado de la fuente, la potencia suministrada es la que abastece el flujo del último tramo de la red secundaria y también de las posibles ramificaciones.

De las pruebas realizadas, se destaca que el escenario pesimista arroja resultados más restringidos, que permiten asegurar en mayor medida la no violación de la caída de voltaje. Por lo tanto, éste es el valor que se utiliza para la determinación de la máxima distancia entre el transformador y su usuario más alejado.

Es importante mencionar que esta propuesta considera una aproximación, por tanto, una vez obtenidos los resultados se hace una verificación de la caída de voltaje máxima de cada grupo (Anexo C) utilizando la metodología de las normas de la referencia [10].

#### **2.2.4. RESTRICCIÓN DE DISTANCIA TRANSFORMADOR-USUARIO MÁS LEJANO**

Con la expresión (2.12) se define la distancia máxima usuario-transformador de cada grupo que asegure que se cumpla con la regulación de voltaje determinada. Entonces, para comparar este valor con las distancias obtenidas, se debe identificar en primer lugar al usuario más lejano al transformador en cada uno de los  $k$  grupos. Luego, se encuentra la distancia real entre estos usuarios y sus respectivos transformadores, respetando la representación vial implementada.

$$d_{usu\_tr_i} = dist(c_i, ul_i) \quad (2.13)$$

Donde:

$d_{usu\_tr_i}$  : Distancia del transformador  $i$  a su usuario más alejado, en  $[m]$

$c_i$  : Posición del transformador del grupo  $i$

$ul_i$  : Posición del usuario del grupo  $i$  más alejado a su transformador

$$\forall i = \{1, 2, 3, \dots, k\}$$

Entonces, la restricción por caída de voltaje tomando en cuenta la distancia *transformador-usuario más lejano* de cada grupo, se obtiene al comparar las expresiones (2.12) y (2.13):

- Si  $d_{usu\_tr_i} \leq d_{máx_i}$ , se mantiene la agrupación obtenida.
- Si  $d_{usu\_tr_i} > d_{máx_i}$ , se realizará una nueva iteración del algoritmo de agrupación desarrollado, pero aumentando en uno el número de grupos; es decir con un valor de  $k = k + 1$ .

### 2.3. ETAPA 3: NÚMERO ÓPTIMO DE TRANSFORMADORES

Se trabajó bajo la consideración de que, a menor número de transformadores, menores serán los costos totales ya que los costos de inversión son proporcionales al número de transformadores a instalarse [45]. Por lo tanto, la cantidad de transformadores se determina como el menor número posible de transformadores de distribución que puedan abastecer al sistema y que, a la par, cumplan con las restricciones de capacidad disponible y caída máxima de voltaje de la red secundaria en cada grupo.

Para esto, se realiza una primera iteración del algoritmo de agrupación con  $k = k_{ini}$ , donde  $k_{ini}$  será el número inicial de grupos. Luego, si se viola alguna de las restricciones mencionadas anteriormente, se realiza una nueva iteración con el valor de  $k$  aumentado en una unidad; esto se repite hasta que se cumplan todas las restricciones. Además, se podría iniciar con un valor de  $k_{ini} = 1$ ; no obstante, para reducir el espacio de búsqueda, el valor inicial de los grupos se calcula en función de la capacidad máxima de los transformadores disponibles como se muestra a continuación.

$$k_{ini} = \frac{S_{total}}{S_{tr_{máx}}} \quad (2.14)$$

Donde:

$k_{ini}$  : Valor inicial de  $k$  para el algoritmo de agrupación, en unidades

$S_{total}$  : Carga total del sistema analizado, en [kVA]

$S_{tr_{máx}}$  : Capacidad del transformador más grande disponible, en [kVA]

Desde el punto de vista técnico el número  $k$  de grupos, encontrado luego de las iteraciones correspondientes, es válido debido a que se cumplen con las restricciones establecidas por las normas. Sin embargo, desde un punto de vista económico podría ocurrir que un número superior de transformadores arrojara menores costos, lo que ocurre por ejemplo en [17]. Esto debido a que la creación de nuevos grupos implica una redistribución de los usuarios, con lo cual los niveles de carga del nuevo número de transformadores tienden a bajar al igual que sus pérdidas y sus costos asociados. Este fenómeno puede ser analizado, evaluando la metodología desarrollada para varios valores de  $k$  partiendo de manera ascendente de aquel número que permite cumplir con las restricciones eléctricas. Entonces, el número óptimo de transformadores, o de grupos, será aquel  $k$  que brinde los costos totales mínimos para el sistema. Estos costos se explican a detalle en la siguiente sección.

### 2.3.1. MODELO DE OPTIMIZACIÓN PARA OBTENER EL NÚMERO ÓPTIMO DE TRANSFORMADORES

Una solución adecuada a la problemática planteada en este trabajo debe tomar en cuenta aspectos técnico-económicos; por lo tanto, se desarrolló un problema de optimización que minimiza los costos totales del sistema y que, a la par, cumple con las restricciones eléctricas pertinentes. La función objetivo de la metodología desarrollada se muestra a continuación en la expresión (2.15).

Función objetivo:

$$\text{Minimizar } C_{tot\_anual} = C_{inv_{tr}} + C_{inv_{AP}} + C_{pér_a} + C_{OM_a} \quad (2.15)$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$\forall i \in K = \{1, 2, \dots, k\}$$

$$R_1: S_i \leq S_{nom_{máx}}$$

$$R_2: d_{usu\_tr_i} \leq d_{máx_i}$$

$$R_3: reg \leq 3\%$$

Donde:

$C_{tot\_anual}$  : Costo total anualizado del sistema, en  $[USD/año]$

$C_{invAP}$  : Costo de inversión de nuevos tramos de alimentadores primarios, en  $[USD/año]$

$C_{invtr}$  : Costo de inversión de transformación, en  $[USD/año]$

$C_{pérra}$  : Costo anual de pérdidas en los transformadores, en  $[USD/año]$

$C_{OMa}$  : Costo anual de operación y mantenimiento del sistema, en  $[USD/año]$

$S_i$  : Potencia de diseño del transformador del grupo  $i$ , en  $[kVA]$

$S_{nommáx}$  : Potencia nominal del transformador más grande disponible, en  $[kVA]$

$d_{usu\_tri}$  : Distancia del transformador  $i$  a su usuario más alejado, en  $[m]$

$d_{máxi}$  : Distancia máxima permitida entre el transformador  $i$  y su usuario más lejano para cumplir con la regulación de voltaje establecida, en  $[m]$

$reg$  : Regulación o caída máxima de voltaje a cumplir

$k$  : Número de grupos del sistema, en unidades

La demanda de los  $k$  grupos que se utiliza en esta formulación corresponde a los valores de los datos de entrada, los cuales se presentaron como proyección durante el horizonte de análisis, al año  $T$ . Consecuentemente, al no disponer de datos reales de demanda para cada año del horizonte de estudio, sino únicamente del valor final en el año  $T$ , se decidió utilizar en la función objetivo valores anualizados en  $USD/año$  [45]. Para esto, se amortiza el costo de la inversión y se toma en cuenta un valor representativo de demanda para evaluar los costos de pérdidas y operación y mantenimiento [13].

Por lo tanto, la ecuación (2.16) muestra el valor representativo de demanda de cada grupo que se utilizó en este trabajo, cuya obtención se muestra en el Anexo A.

$$D_i = \frac{S_i[r - (1+r)^{-T}]}{T(r-1)} \quad (2.16)$$

Donde:

$D_i$  : Valor anual representativo de la demanda del grupo  $i$ , en [kVA]

$T$  : Años del horizonte de estudio, en unidades

$r$  : Tasa anual geométrica de crecimiento de la demanda

El horizonte de análisis o período de diseño  $T$  será de 10 años para transformadores de distribución y redes secundarias, en concordancia con lo que indican las normas para sistemas de distribución de la EEQ [10]; mientras que se toma una tasa de crecimiento de la demanda del 3% anual [2], valor acorde con las tasas de crecimiento que se manifiestan el Plan Maestro de Electricidad ecuatoriano [46].

## 2.3.2. COSTOS DE INVERSIÓN, PÉRDIDAS Y OPERACIÓN Y MANTENIMIENTO

### 2.3.2.1. Costo de inversión ( $C_{inv_a}$ )

El costo de inversión tiene que ver con el número de transformadores de distribución a ser comprados, su costo de instalación, y con el costo de los nuevos tramos de red primaria que se instalarán para conectar los transformadores a la red de medio voltaje. Además, el costo de inversión se realiza en el primer año, por lo cual, para obtener un valor anualizado, se utiliza un factor de amortización.

$$C_{inv_a} = C_{inv_{tr}} + C_{inv_{AP}} \quad (2.17)$$

$$C_{inv_a} = \frac{T_d}{1 - (1 + T_d)^{-T}} \left( \sum_{i=1}^k (C_{tr_i} + C_{inst_i}) + C_{inver_{AP}} \right) \quad (2.18)$$

Donde:

$C_{inv_a}$  : Costo anualizado de la inversión, en [USD/año]

$T_d$  : Tasa de descuento porcentual para la amortización

$T$  : Horizonte de estudio, en años

$C_{tr_i}$  : Costo del transformador del grupo  $i$ , en [USD]

$C_{inst_i}$  : Costo de instalación del transformador  $i$ , en [USD]

$C_{inver_{AP}}$  : Costo asociado a los nuevos tramos de red de medio voltaje, en [USD]

$k$  : Número de grupos o transformadores del sistema

El costo de los transformadores y de su instalación se muestra en la Tabla 2.4; además, la tasa de descuento anual es del 12% [17]. Por otro lado, el costo de la red de medio voltaje se relaciona con la cantidad de nuevos ramales de red primaria que se necesitará para energizar los  $k$  transformadores de distribución. Para esto, el punto de alimentación en medio voltaje se tiene como dato de entrada, y es entregado por la distribuidora [10]; además, se toma como valor aproximado un costo de USD 700 por cada 50 metros de red primaria que correspondería al costo del conductor y de los postes nuevos a instalar<sup>13</sup>. Este valor es referencial y es parametrizable como dato de entrada.

### 2.3.2.2. Costo por pérdidas ( $C_{pér_a}$ )

El costo por pérdidas corresponde a las pérdidas en el hierro y en el cobre de los transformadores de distribución. Aunque algunos trabajos como el de la referencia [37], han optado por tomar en consideración únicamente las pérdidas de energía del transformador, existen tanto pérdidas de potencia como de energía que deben ser analizadas [45]. La metodología desarrollada contempla un valor representativo anual de pérdidas para el transformador de cada grupo.

$$C_{pér_a} = C_{pér_p} + C_{pér_E} \quad (2.19)$$

Donde:

$C_{pér_a}$  : Costo anual representativo de pérdidas, en [USD/año]

$C_{pér_p}$  : Costo anual de pérdidas de potencia del sistema, en [USD/año]

$C_{pér_E}$  : Costo anual de pérdidas de energía del sistema, en [USD/año]

---

<sup>13</sup> Se supone cada 50 metros debido a la consideración de que a esa distancia se necesitará un poste nuevo.

Considerando las expresiones de pérdidas de potencia y de energía en un transformador de distribución, se pueden encontrar las expresiones que reflejen el costo de dichas pérdidas como se indica a continuación.

$$C_{pér_p} = \sum_{i=1}^k c_p \left( P_{hierro_i} + P_{cobre_i} \cdot F_{u_i}^2 \right) \quad (2.20)$$

$$C_{pér_E} = 8760 \sum_{i=1}^k c_e \left( P_{hierro_i} + P_{cobre_i} \cdot F_{u_i}^2 \cdot F_{pér} \right) \quad (2.21)$$

$$F_{u_i} = \frac{D_i}{S_{tr_i}} \quad (2.22)$$

Donde:

$P_{hierro_i}$  : Pérdidas en el hierro del transformador  $i$ , en [kW]

$P_{cobre_i}$  : Pérdidas en el cobre del transformador  $i$ , en [kW]

$F_{u_i}$  : Factor de utilización del transformador  $i$

$F_{pér}$  : Factor de pérdidas

$c_p$  : Costo de la demanda en [USD/kW/año]

$c_e$  : Costo de la energía en [USD/kWh]

$D_i$  : Valor anual representativo de la demanda del grupo  $i$ , en [kVA]

$S_{tr_i}$  : Potencia nominal del transformador del grupo  $i$ , en [kVA]

$k$  : Número de grupos o transformadores del sistema



Tabla 2.3. Valores para la determinación del costo anual de inversión y pérdidas

Tasa de descuento $T_d$	Costo de demanda $c_p$ [USD/kW/año]	Costo de energía $c_e$ [USD/kWh]
0.12	382.56	0.09178

El costo por demanda corresponde a un valor de USD 31.88/kW por mes [17]. Sin embargo, la expresión (2.20), requiere de un valor anual; por lo cual, se trabaja con un valor de USD 382.56/kW/año, como se observa en Tabla 2.3. Adicionalmente, el costo de la energía se toma como USD 0.9178/kWh, según la resolución No. ARCONEL 034/19 [47].

Finalmente, los valores de las pérdidas de potencia de los transformadores de distribución fueron tomados de la norma NTE INEN 2115:2004 [48].

Tabla 2.4. Datos de los transformadores de distribución considerados

Denominación	TD1	TD2	TD3	TD4	TD5	TD6	TD7	TD8	TD9
Potencia nominal [KVA]	15	30	45	50	60	75	100	112.5	125
Costo [USD]	1667	1938	2208	2298	2479	2749	3200	3425	3651
Costo de instalación [USD]	58	58	70	70	70	77	77	85	85
Pérdidas en el hierro [kW]	0.8	0.134	0.182	0.197	0.225	0.266	0.33	0.361	0.39
Pérdidas en el cobre [kW]	0.313	0.514	0.711	0.776	0.903	1.094	1.393	1.539	1.682

### 2.3.2.3. Costo de operación y mantenimiento ( $C_{OM_a}$ )

Los costos de operación y mantenimiento corresponden al sistema completo y son variables en el horizonte de tiempo de estudio. En efecto, tales costos serán menores cuando el sistema es nuevo o recién implementado y su valor tiende a ser mayor a medida que pasan los años. Considerando un periodo de análisis de  $T$  años, se deberían sumar los  $T$  valores de los costos. Sin embargo, una alternativa es considerar un valor anual

representativo de estos costos, que es la opción utilizada en este trabajo como se indicó anteriormente.

Generalmente, se fija un valor anual, porcentaje del costo inicial de inversión, que represente los costos de operación y mantenimiento en *USD/año* [29]. Por lo tanto, el valor anual representativo de pérdidas se toma en este trabajo como el 2% de la inversión inicial del sistema [13] [17].

$$C_{OM_a} = 0.02 \cdot \frac{C_{inv_a}}{F_a} \quad (2.23)$$

$$F_a = \frac{T_d}{1 - (1 + T_d)^{-T}} \quad (2.24)$$

Donde:

$C_{OM_a}$  : Costo anual de operación y mantenimiento del sistema, en [*USD/año*]

$F_a$  : Factor de amortización

La metodología desarrollada expone un proceso iterativo hasta encontrar la agrupación óptima que genere los menores costos anuales y cumpla con todas las restricciones eléctricas. Este modelo fue implementado en el software computacional MATLAB®, lo cual se refleja ampliamente en el siguiente capítulo.

La Figura 2.13 muestra diagrama de flujo de la metodología propuesta, en donde se consideran los siguientes términos:

$k_{ini}$  : Número inicial mínimo de grupos, en unidades

$k$  : Número de grupos, en unidades

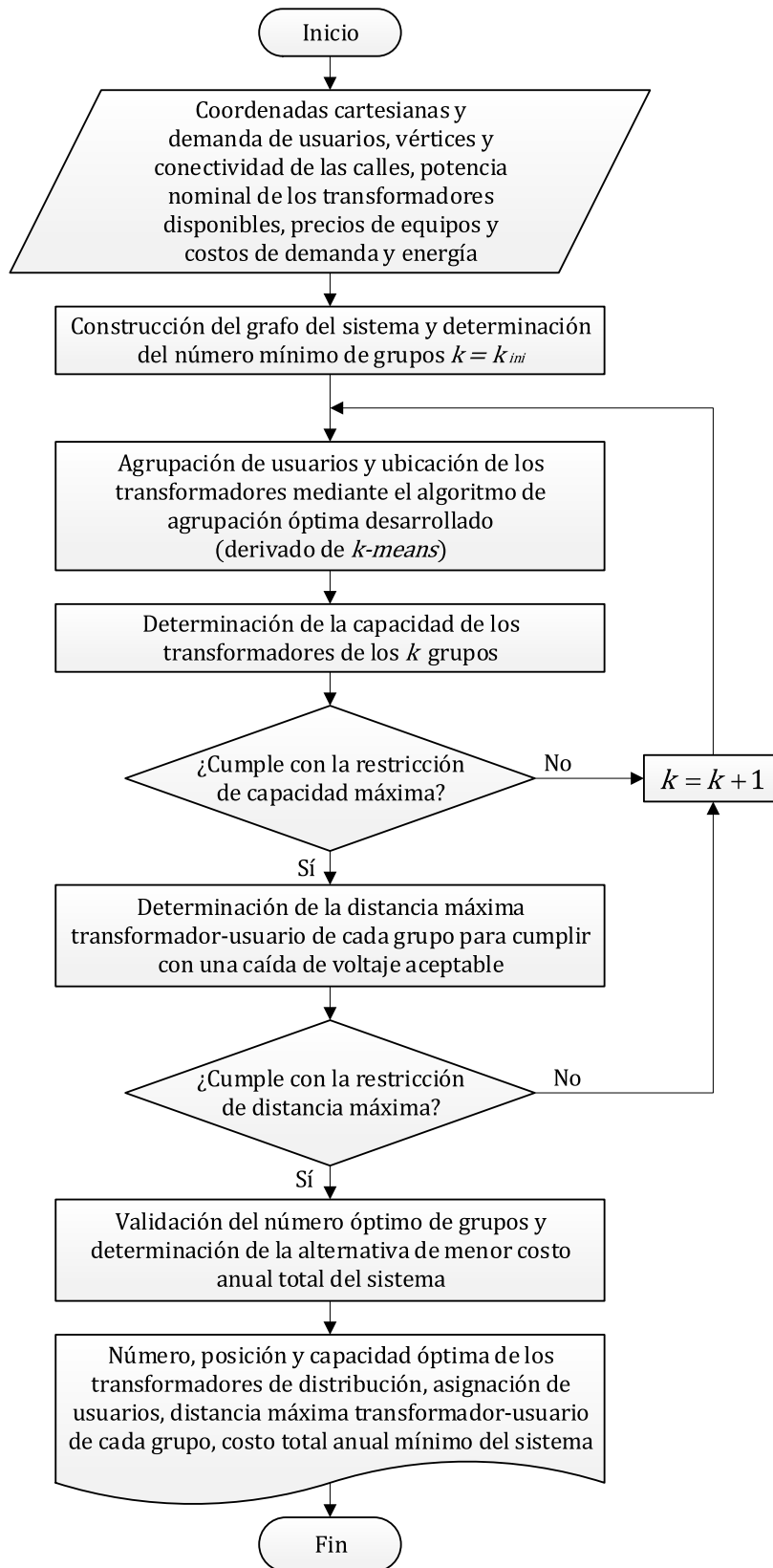


Figura 2.13. Diagrama de flujo de la metodología desarrollada

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se analizan los resultados obtenidos al aplicar la metodología desarrollada en el apartado anterior sobre un sistema de prueba, tomado de la referencia [43]. El ingreso de los datos se realiza a través de hojas de cálculo de Microsoft Excel. Luego, para la implementación computacional se utilizaron scripts de programación escritos en lenguaje (.m) del software MATLAB® R2016a.

Como resultados del modelo implementado, se obtiene el número y capacidad de los transformadores de distribución que serán instalados en el sistema, su ubicación en coordenadas cartesianas, los usuarios asociados a los mismos y el costo total anual mínimo del sistema que cumple con las restricciones técnicas, siendo ésta precisamente la solución al problema de optimización planteado.

Además, se realiza un análisis comparativo para contrastar los resultados obtenidos con la aplicación de la metodología desarrollada en este trabajo frente a los resultados que se muestran en el trabajo de la referencia [43].

#### 3.1. RESULTADOS

##### 3.1.1. APLICACIÓN Y RESULTADOS SOBRE EL SISTEMA DE PRUEBA

El modelado óptimo se aplicó sobre un sistema de prueba urbano que consta de 106 usuarios, principalmente residenciales. Adicionalmente, la representación de la topología vial consiste de 23 vértices conectados entre sí de forma que crean 31 tramos de calle. La Tabla 3.1 muestra la conectividad de los vértices para formar las calles o tramos de calle existentes; mientras que las coordenadas cartesianas de cada vértice del sistema se muestran en el Anexo B.

Tabla 3.1. Conectividad de los tramos de calle del sistema de prueba expresados en función de sus vértices extremos

Tramo No.	Vértice inicial	Vértice final	Tramo No.	Vértice inicial	Vértice final
1	1	5	17	9	23
2	1	11	18	11	12
3	2	21	19	11	15
4	2	7	20	12	13
5	3	8	21	12	16

6	3	14	22	13	17
7	4	10	23	13	19
8	4	22	24	14	18
9	5	6	25	14	19
10	5	15	26	15	16
11	6	7	27	16	17
12	6	23	28	16	23
13	7	10	29	17	18
14	8	9	30	20	21
15	8	18	31	20	22
16	9	10			

La Figura 3.1 muestra el trazado en Matlab de los 31 tramos de calles; en color azul se muestran, respectivamente numerados, los 23 vértices que componen el sistema y en color rojo la identificación de cada una de las 31 calles o tramos de calle.

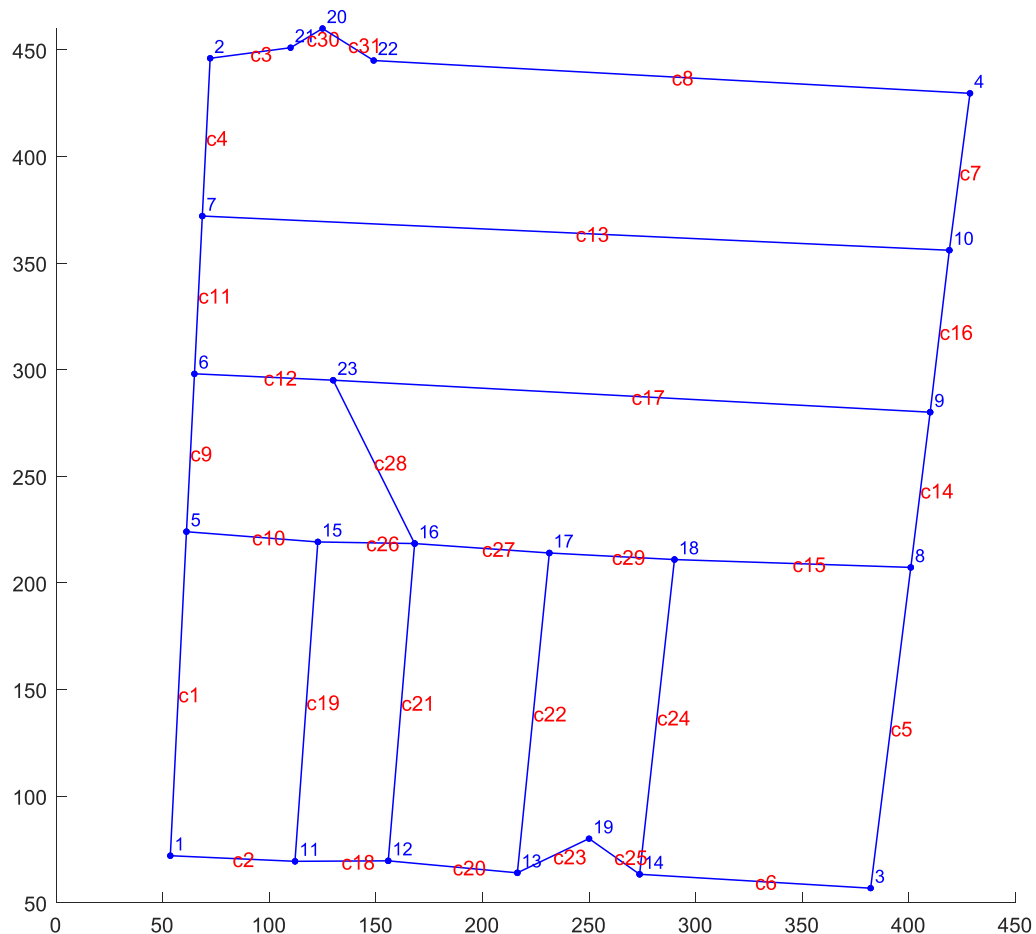


Figura 3.1. Representación de la topología vial del sistema de prueba

En la Figura 3.2 se visualiza la ubicación de los usuarios según la información de la base de datos de entrada (Anexo B). Como se observa en la gráfica, la posición marcada en

color rosa, no tendría sentido práctico puesto que, para un usuario cualquiera, indica un punto indistinto dentro del lote o terreno del propietario. En contraste, la posición real del consumidor representa la ubicación del contador de energía al que se conecta la acometida respectiva. Por lo tanto, la posición inicial del consumidor se actualiza al tramo de calle más cercano como una solución a esta situación.

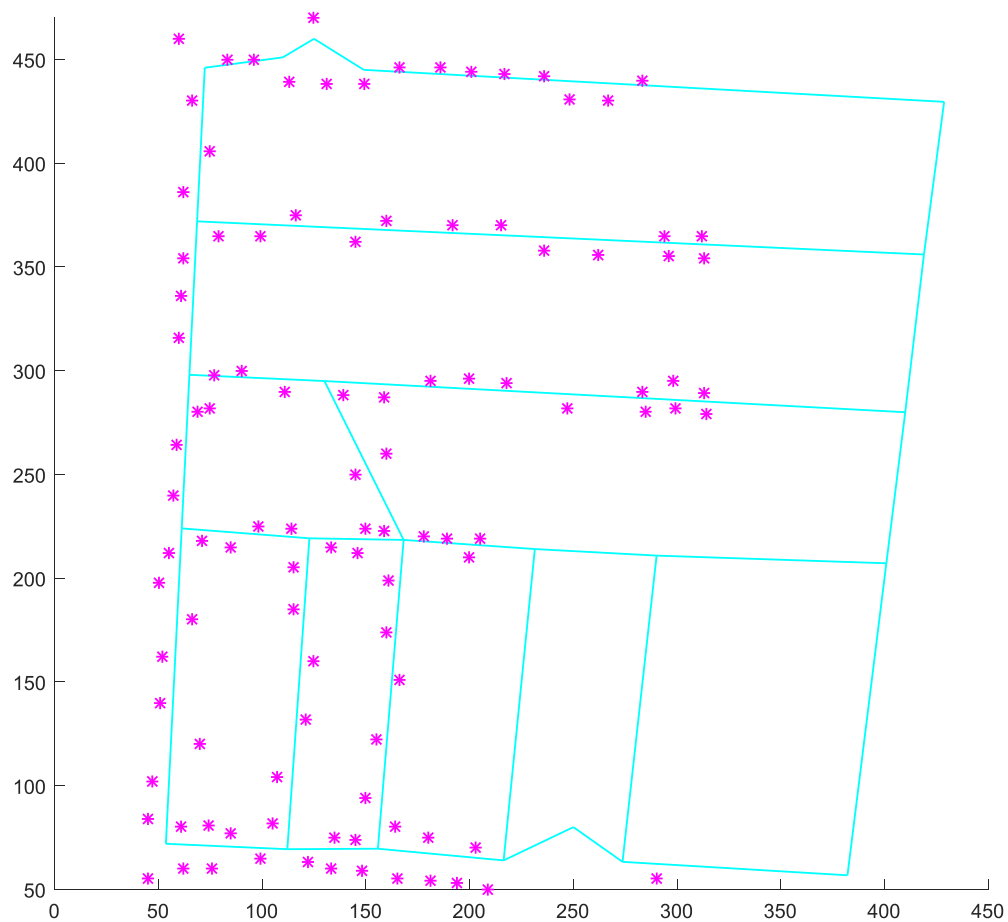


Figura 3.2. Ubicación geográfica tentativa de los usuarios<sup>14</sup>

En la Tabla 3.2 se indica la posición actualizada definitiva de los 106 usuarios del sistema de prueba analizado a través de sus coordenadas en los ejes  $X$  y  $Y$ ,  $cu_x$  y  $cu_y$ , respectivamente. Estos valores se obtienen con el modelo desarrollado y son

---

<sup>14</sup> Aunque el sistema de prueba es teórico, la representación cartesiana trabaja correctamente también para sistemas de coordenadas georreferenciadas como en los trabajos de las referencias [11] o [15], los cuales toman valores del SIG de una empresa distribuidora.

utilizados como datos de entrada para la agrupación óptima, puesto que dichas posiciones están contenidas ahora dentro del trazado vial.

Tabla 3.2. Posición actualizada de los usuarios en coordenadas cartesianas

Usuario	$cu_x$	$cu_y$	Usuario	$cu_x$	$cu_y$	Usuario	$cu_x$	$cu_y$
1	54.02	80.34	37	166.54	198.54	73	159.81	367.84
2	62.52	71.60	38	71.41	223.20	74	191.83	366.37
3	73.56	71.11	39	85.55	222.10	75	214.79	365.32
4	76.49	70.98	40	97.70	221.16	76	236.29	364.34
5	84.72	70.62	41	113.68	219.91	77	262.33	363.15
6	99.22	69.97	42	133.07	219.02	78	83.34	447.46
7	121.97	69.45	43	146.12	218.79	79	96.11	449.16
8	132.96	69.50	44	149.91	218.72	80	110.00	451.00
9	135.03	69.50	45	158.92	218.56	81	139.20	451.12
10	145.02	69.55	46	177.84	217.73	82	149.38	444.98
11	147.95	69.56	47	188.86	216.96	83	165.89	444.07
12	166.26	68.63	48	200.43	216.16	84	185.83	442.97
13	179.30	67.43	49	204.78	215.85	85	200.90	442.14
14	182.22	67.16	50	61.99	239.75	86	216.90	441.26
15	195.20	65.96	51	63.19	263.79	87	235.90	440.22
16	202.56	65.28	52	64.01	280.25	88	248.47	439.52
17	210.35	64.56	53	64.13	282.54	89	267.47	438.48
18	54.18	83.54	54	65.79	315.71	90	282.87	437.63
19	55.08	101.60	55	66.79	335.71	91	282.83	286.81
20	56.03	120.70	56	67.69	353.72	92	285.36	286.68
21	56.99	139.70	57	69.28	385.64	93	297.52	286.03
22	58.08	161.70	58	70.31	406.23	94	299.21	285.94
23	59.02	180.35	59	71.49	429.73	95	312.80	285.21
24	59.88	197.51	60	76.97	297.44	96	314.33	285.13
25	60.59	211.72	61	89.85	296.85	97	293.85	361.71
26	112.96	81.43	62	111.27	295.86	98	296.30	361.60
27	114.53	103.46	63	134.59	285.80	99	311.81	360.89
28	116.59	132.31	64	159.34	293.43	100	313.31	360.83
29	118.60	160.46	65	180.85	292.28	101	290.44	62.30
30	120.33	184.62	66	199.75	291.26	102	125.00	460.00
31	121.75	204.52	67	217.80	290.30	103	72.30	446.00
32	156.72	80.61	68	247.36	288.71	104	53.60	72.00
33	157.78	93.35	69	79.30	371.51	105	150.96	252.97
34	160.13	121.57	70	99.26	370.60	106	149.95	254.99
35	162.61	151.28	71	115.76	369.85			
36	164.47	173.63	72	145.30	368.50			

A partir de la ubicación geográfica de las cargas que se indican en la Figura 3.2, el programa desarrollado en este trabajo establece la ubicación definitiva de los futuros usuarios como se muestra en la Figura 3.3.

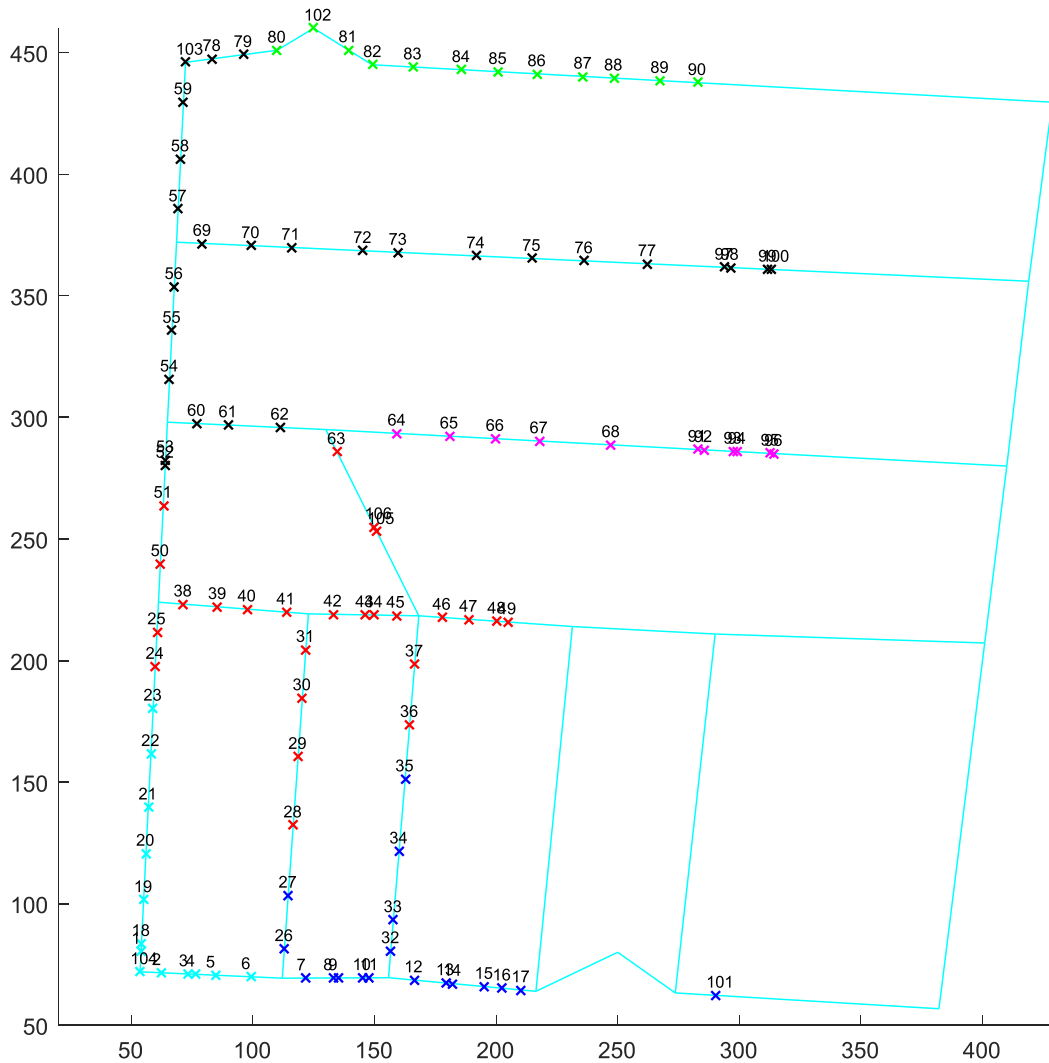


Figura 3.3. Posición definitiva de los usuarios del sistema

En la figura anterior se representa la posición real y práctica de los consumidores; esto es, a puerta de calle, sobre el tramo de calle más cercano a la propiedad del consumidor. El color representa el grupo al que pertenecen los usuarios.

Además, para la ejecución del modelo desarrollado se define el voltaje de línea de la red de bajo voltaje, el factor de potencia y la regulación de voltaje establecida en las normas para asegurar que no se incurra en una caída de voltaje excesiva. Adicionalmente, en cuanto a los costos es necesario establecer el valor de crecimiento de la demanda, la tasa de descuento y los costos de potencia y energía. Con estos valores y los datos de posición y demanda de los usuarios se realizan los cálculos y se obtienen los resultados que generan el costo mínimo anual del sistema.



Tabla 3.3. Parámetros para el cálculo de la distancia máxima

$V_e$ [V]	$\cos \phi$	$reg$	Tasa de descuento ( $T_d$ )	Costo de demanda $c_p$ [USD/kW/año]	Costo de energía $c_e$ [USD/kWh]
220	0.95	3%	0.12	382.56	0.09178

Para realizar el agrupamiento óptimo se representa al sistema completo como un grafo no orientado sin ciclos y con pesos, tomando en cuenta los vértices de las calles y la posición geográfica definitiva de los usuarios. La ejecución del modelo implementado en MATLAB, entrega los siguientes resultados para la agrupación óptima.

-----  
COSTOS ANUALES OBTENIDOS  
-----

Costo anual de inversión de transformadores y nuevos tramos de A/P [USD/año]  
= 6137  
Costo anual de pérdidas de transformación [USD/año] = 19  
Costo anual de operación y mantenimiento del sistema [USD/año] = 693  
Costo anualizado total mínimo del sistema [USD/año] = 6849  
Número óptimo de transformadores de distribución = 6

-----  
CAPACIDAD Y UBICACIÓN ÓPTIMA DE LOS TRANSFORMADORES DE DISTRIBUCIÓN  
-----

No. transf.	Pot. nom. [kVA]	Coordenada en X	Coordenada en Y
1	30.0	122.69	217.68
2	30.0	162.89	68.94
3	30.0	77.03	371.62
4	15.0	200.92	442.14
5	30.0	54.04	80.75
6	15.0	287.79	286.55

-----  
RESULTADOS DE LA AGRUPACIÓN ÓPTIMA  
-----

Id. usuario	Coordenada en X	Coordenada en Y	Grupo No.
1	54.02	80.34	5
2	62.52	71.60	5
3	73.56	71.11	5
4	76.49	70.98	5
5	84.72	70.62	5
6	99.22	69.97	5
7	121.97	69.45	2
8	132.96	69.50	2
9	135.03	69.50	2
10	145.02	69.55	2
11	147.95	69.56	2
12	166.26	68.63	2
13	179.30	67.43	2
14	182.22	67.16	2
15	195.20	65.96	2
16	202.56	65.28	2

17	210.35	64.56	2
18	54.18	83.54	5
19	55.08	101.60	5
20	56.03	120.70	5
21	56.99	139.70	5
22	58.08	161.70	5
23	59.02	180.35	5
24	59.88	197.51	1
25	60.59	211.72	1
26	112.96	81.43	2
27	114.53	103.46	2
28	116.59	132.31	1
29	118.60	160.46	1
30	120.33	184.62	1
31	121.75	204.52	1
32	156.72	80.61	2
33	157.78	93.35	2
34	160.13	121.57	2
35	162.61	151.28	2
36	164.47	173.63	1
37	166.54	198.54	1
38	71.41	223.20	1
39	85.55	222.10	1
40	97.70	221.16	1
41	113.68	219.91	1
42	133.07	219.02	1
43	146.12	218.79	1
44	149.91	218.72	1
45	158.92	218.56	1
46	177.84	217.73	1
47	188.86	216.96	1
48	200.43	216.16	1
49	204.78	215.85	1
50	61.99	239.75	1
51	63.19	263.79	1
52	64.01	280.25	3
53	64.13	282.54	3
54	65.79	315.71	3
55	66.79	335.71	3
56	67.69	353.72	3
57	69.28	385.64	3
58	70.31	406.23	3
59	71.49	429.73	3
60	76.97	297.44	3
61	89.85	296.85	3
62	111.27	295.86	3
63	134.59	285.80	1
64	159.34	293.43	6
65	180.85	292.28	6
66	199.75	291.26	6
67	217.80	290.30	6
68	247.36	288.71	6
69	79.30	371.51	3
70	99.26	370.60	3
71	115.76	369.85	3
72	145.30	368.50	3
73	159.81	367.84	3
74	191.83	366.37	3
75	214.79	365.32	3
76	236.29	364.34	3
77	262.33	363.15	3
78	83.34	447.46	3
79	96.11	449.16	3

80	110.00	451.00	4
81	139.20	451.12	4
82	149.38	444.98	4
83	165.89	444.07	4
84	185.83	442.97	4
85	200.90	442.14	4
86	216.90	441.26	4
87	235.90	440.22	4
88	248.47	439.52	4
89	267.47	438.48	4
90	282.87	437.63	4
91	282.83	286.81	6
92	285.36	286.68	6
93	297.52	286.03	6
94	299.21	285.94	6
95	312.80	285.21	6
96	314.33	285.13	6
97	293.85	361.71	3
98	296.30	361.60	3
99	311.81	360.89	3
100	313.31	360.83	3
101	290.44	62.30	2
102	125.00	460.00	4
103	72.30	446.00	3
104	53.60	72.00	5
105	150.96	252.97	1
106	149.95	254.99	1

Tabla 3.4. Costos desglosados obtenidos para diferente números de grupos

Cantidad de transformadores (Número de grupos)	6	7	8	9	10
Costo anualizado de inversión [USD/año]	6137	6771	8205	9254	9424
Costo anual por pérdidas [USD/año]	19	20	23	26	28
Costos por operación y mantenimiento [USD/año]	693	765	927	1046	1065
Costo total anualizado [USD/año]	6849	7556	9155	10326	10518

Como se observa, el costo anualizado total mínimo de este sistema en unidades de dólares por año es de *USD 6849/año*, para un valor óptimo de 6 transformadores de distribución: 4 unidades de 30 *kVA* y 2 de 15 *kVA*. Aunque el número inicial,  $k_{ini}$ , de grupos encontrado por el algoritmo fue de 2, luego de tomar en cuenta las restricciones del problema este número aumenta hasta que éstas se cumplan. En efecto, el número óptimo de transformadores de distribución aéreos que arroja el modelo desarrollado para el sistema de prueba de 106 usuarios es de 6, como se describió anteriormente. Este valor resulta de analizar el valor mínimo que cumpla con las restricciones técnicas y que, adicionalmente,

genere los menores costos. La Figura 3.4 ratifica lo anterior, puesto que se observan los costos obtenidos con un número superior de grupos al mínimo que cumple con las restricciones eléctricas. La tendencia para este sistema en particular es a subir el costo cuando sube también el número de grupos. Sin embargo, esto dependerá de la carga del sistema, por lo cual fue necesario realizar este análisis.

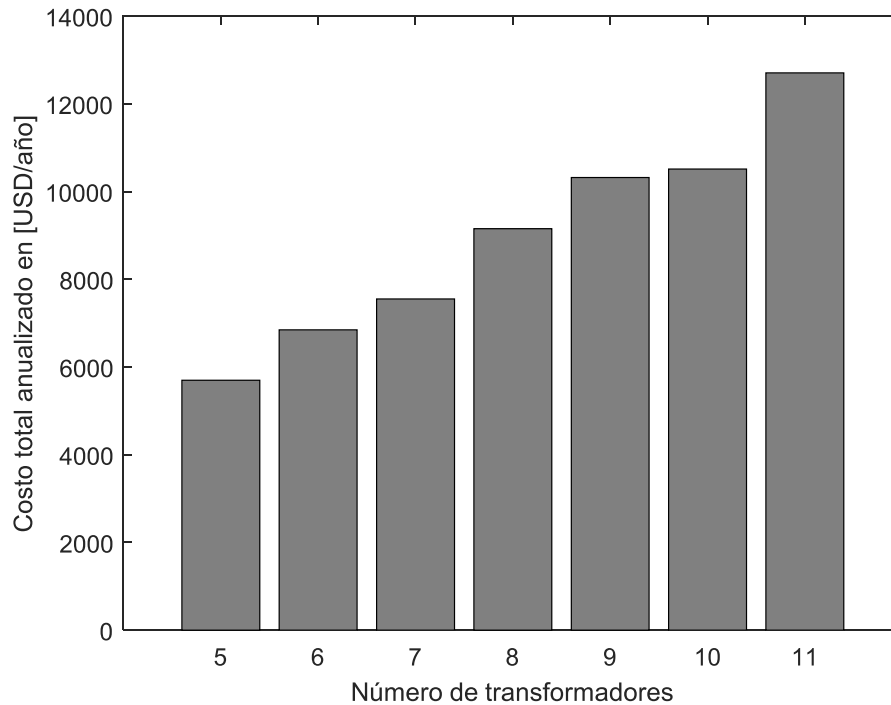


Figura 3.4. Costo total anualizado del sistema en función del número de transformadores

Como se observa en la Figura 3.4, se ha graficado también el costo que se obtendría con una agrupación para  $k = 5$ . Aunque el costo total anualizado para 5 transformadores de distribución es menor que para 6, dicho número incurre en una violación de la caída de voltaje al superar la distancia máxima permitida con esta agrupación. Por lo tanto, como se expuso anteriormente el número óptimo de transformadores de distribución que cumple con la restricción de caída de voltaje máxima es y que genera el menor costo total anual es de 6 unidades para el sistema de prueba.

Por otro lado, en la Figura 3.5 se representa, en color naranja, ubicación geográfica de los transformadores de distribución encontrados por el modelo desarrollado. Además, cada grupo de usuarios se representa con un color diferente para poder diferenciar el *clustering* de una manera adecuada.

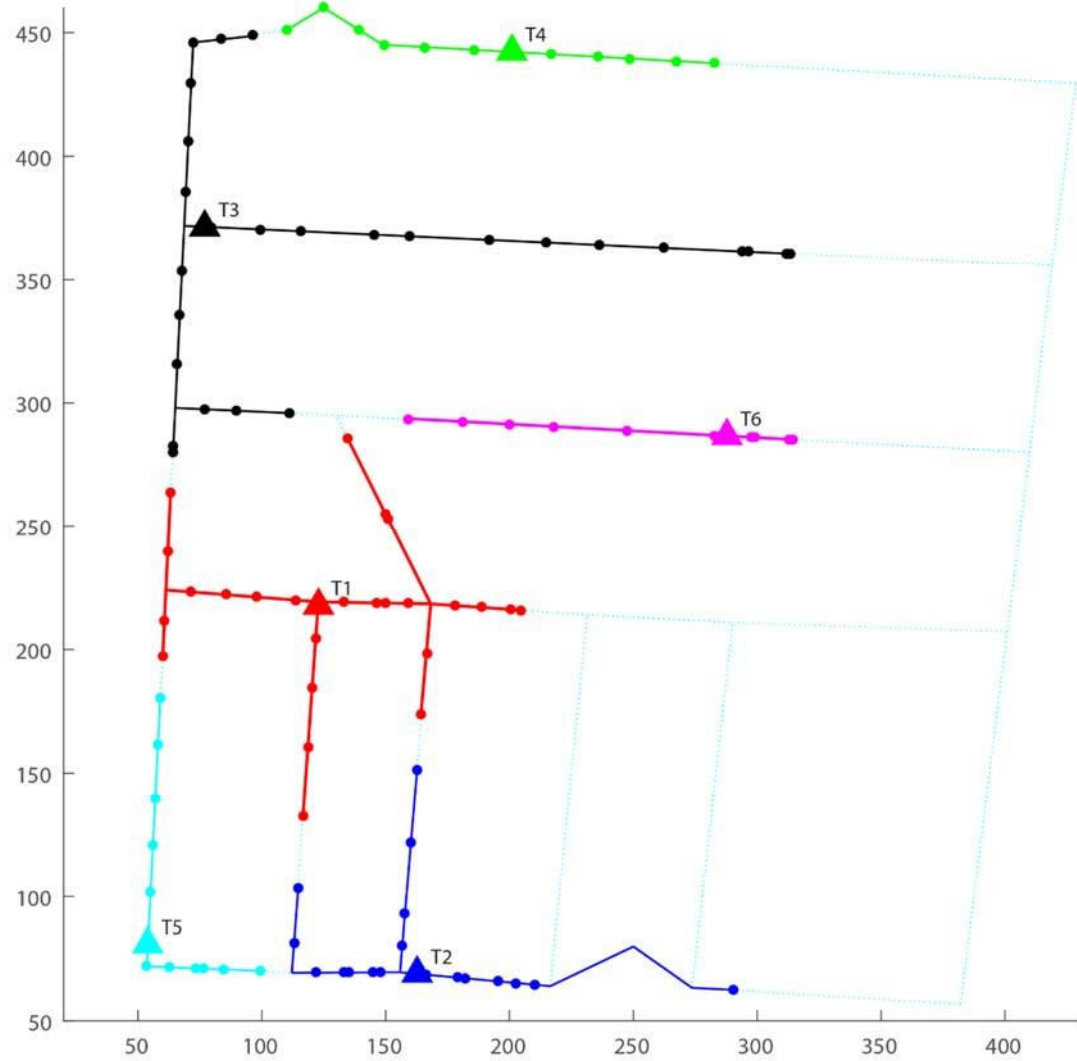


Figura 3.5. Ubicación óptima de los transformadores de distribución y agrupación de los usuarios obtenidas con la metodología propuesta

En cuanto a la distancia entre cada transformador y su usuario más lejano, la Tabla 3.5 muestra estos valores calculados con la metodología propuesta tomando en cuenta la representación de la topología vial, con un valor de 429 kVA-m, correspondiente a un conductor No. 2 AWG en disposición aérea, que corresponde al conductor más delgado para redes aéreas según lo plantean las normas [10], para el cual se visualiza una caída de voltaje baja.

Tabla 3.5. Distancia calculada desde el transformador al usuario más alejado

Transformador No.	Id usuario más lejano	Distancia transformador-usuario más lejano [m]	Caída de voltaje al usuario más lejano (%)
1	63	120.72	1.013
2	101	133.32	0.673
3	100	234.25	1.209
4	80	97.77	0.235
5	23	100.12	0.325
6	64	126.19	0.235

Por otro lado, la Figura 3.6 muestra en color verde el trazado de los nuevos tramos de red primaria, necesarios para energizar los transformadores del sistema y cuyo costo de inversión se considera dentro del costo total del sistema. La acometida en medio voltaje se representa con un punto de color azul, origen del árbol que representa el recorrido de red primaria. El trazado de esta red se obtiene al calcular la ruta más corta desde la acometida de medio voltaje hacia cada nodo extremo del árbol formado, que para este caso corresponde a los transformadores de distribución a energizar.

Tabla 3.6. Resultados tabulados de los transformadores de distribución

Id transformador	Coordenada X	Coordenada Y	Número de usuarios por grupo	Capacidad del transformador [kVA]
T1	122.69	217.68	25	15
T2	162.89	68.94	18	15
T3	77.03	371.62	27	30
T4	200.92	442.14	12	15
T5	54.04	80.75	13	30
T6	287.79	286.55	11	15

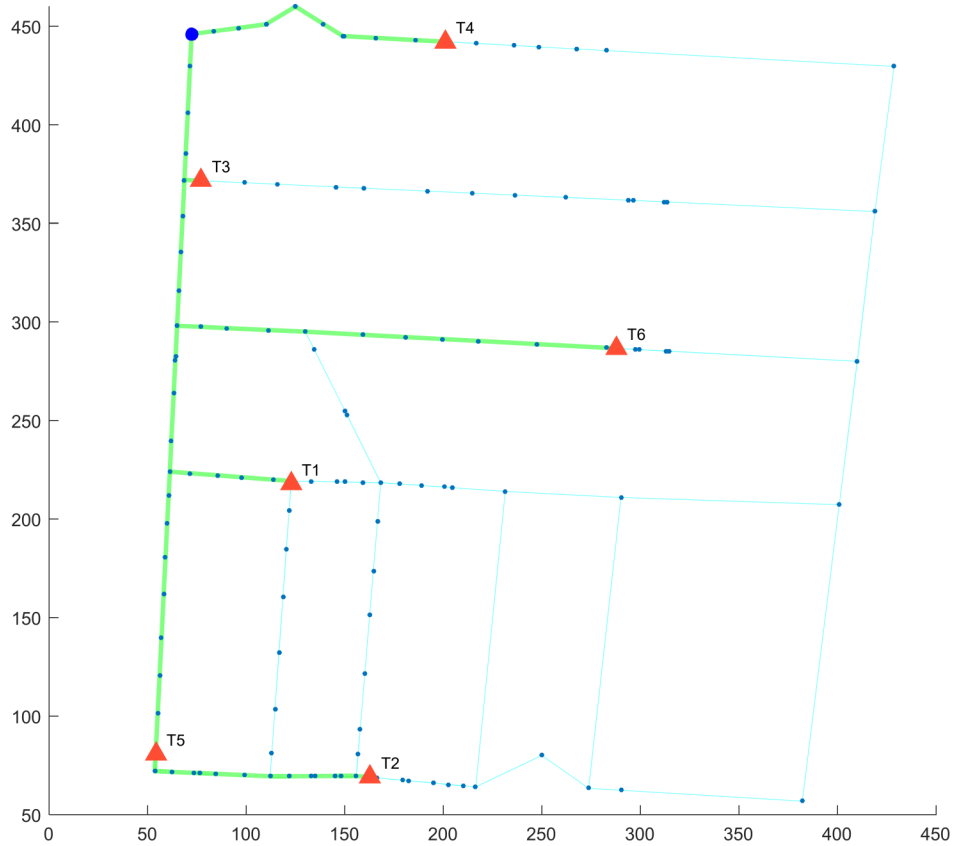


Figura 3.6. Nuevos tramos de red de medio voltaje a implementar para energizar los nuevos transformadores del sistema analizado

## 3.2. DISCUSIÓN

### 3.2.1. ANÁLISIS DEL MODELO PROPUESTO AL NO CONSIDERAR RESTRICCIONES FÍSICAS

En esta sección se realiza una comparativa entre los resultados obtenidos con la metodología propuesta y los valores mostrados en la Tabla 3.7, que resultan al simular el mismo sistema de prueba de 106 usuarios, pero sin considerar las restricciones físicas de la representación vial. En otras palabras la agrupación se realiza considerando distancias a campo traviesa [38].

Para realizar un análisis coherente se utilizó el mismo número de transformadores, 6 en este caso, y se realizó un agrupamiento por *k-means*, que toma en cuenta distancias euclidianas únicamente (no considera restricciones de topología vial). Además, puesto que

la distancia es euclidiana, la ubicación de los transformadores tomando en cuenta la demanda de los usuarios se encuentra con la expresión del centro de demanda como una analogía al centro de gravedad en Física [17].

$$(cc_x, cc_y) = \left( \frac{x_1 C_1 + \dots + x_n C_n}{C_{tot}}, \frac{y_1 C_1 + \dots + y_n C_n}{C_{tot}} \right) \quad (3.1)$$

Donde:

$(cc_x, cc_y)$  : Ubicación del centro de demanda sin considerar restricciones físicas

$C_{tot}$  : Carga total de los usuarios del grupo, en [kVA]

Los resultados obtenidos bajo estas consideraciones se presentan a continuación.

Tabla 3.7. Resultados de transformadores sin considerar restricciones físicas

Transformador	Coordenada X	Coordenada Y	Número de usuarios por grupo	Capacidad del transformador [kVA]
1	149.05	445.00	18	15
2	67.42	71.39	16	30
3	275.55	362.55	18	15
4	122.18	210.51	24	15
5	93.26	296.69	16	15
6	175.28	67.80	14	15

A priori, los resultados expresados en la tabla anterior se podrían prestar para un análisis de costos de forma de poder comparar con los costos de la metodología propuesta. Sin embargo, este *clustering* no óptimo, que no considera la topología vial, arroja resultados no factibles. Por ejemplo, se asigna a un mismo transformador usuarios que no podrían conectarse directamente con una red de distribución secundaria, debido a que ésta invadiría propiedad privada, cruzando zonas prohibidas, que es la principal limitación al usar distancias a campo traviesa.

En la Figura 3.7 se muestra cómo los resultados obtenidos no son prácticos cuando no se considera la representación de la topología vial pues los usuarios son agrupados de manera errónea, ya que no se restringen los puntos o zonas prohibidas por las cuales no debería existir ninguna red que conecte a los usuarios.



Aunque ciertos trabajos como [23] y [38] afirman que la consideración de una distancia a campo traviesa no implicaría mayores diferencias en redes rurales, la mejor opción en esos escenarios es considerar la planificación vial con la que actualmente cuentan aún las zonas rurales.

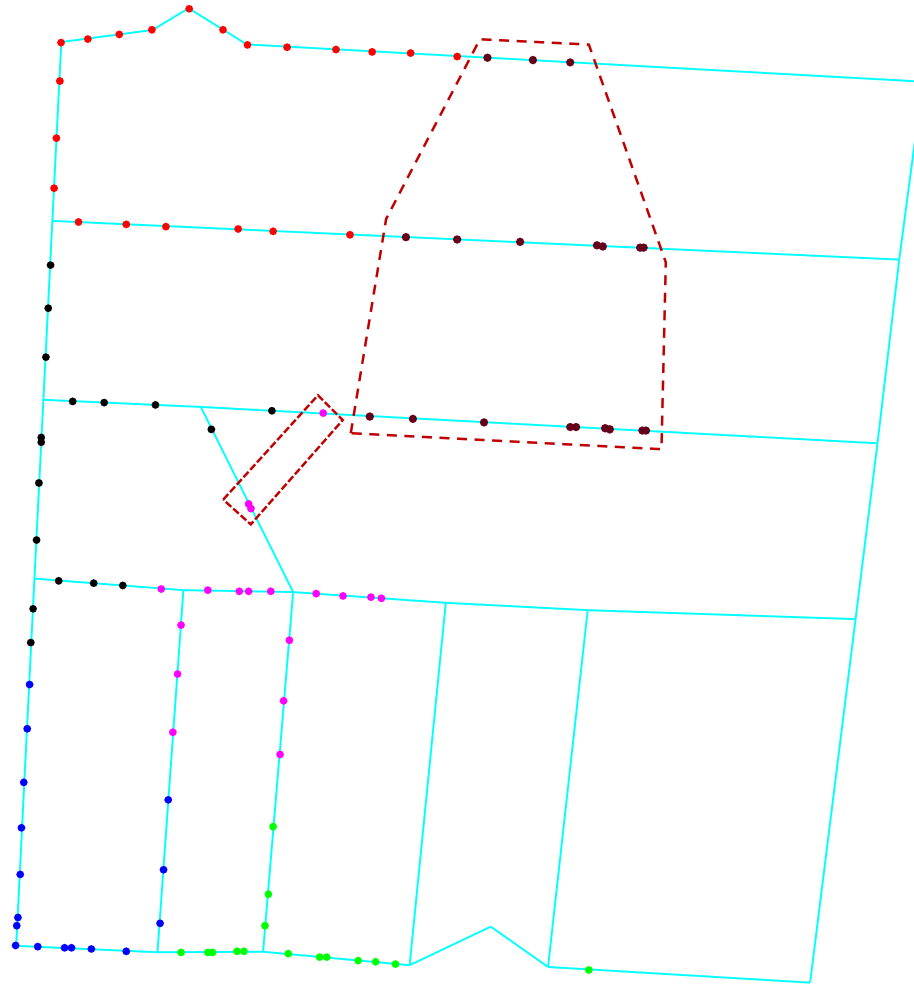


Figura 3.7. Agrupación errónea al no respetar la topología vial

### 3.2.2. ANÁLISIS COMPARATIVO DEL MODELO PROPUESTO

Para realizar un análisis comparativo práctico de la metodología desarrollada, se consideran los resultados obtenidos en el caso ejemplo de la referencia [43], el cual consiste del mismo sistema de prueba urbano de 106 usuarios analizado en este trabajo. Sin embargo, la metodología de la referencia antes mencionada no considera momentos de demanda para la agrupación de los usuarios, sino que realiza una primera agrupación

por *k-means* y luego una reagrupación en una segunda etapa [50]. Además, los costos se expresan en valor presente, por lo cual, no se pueden comparar directamente. Por lo tanto, se realiza un acondicionamiento de los datos para obtener valores de costos anualizados de manera que se comparen valores consistentes [17]. Entonces, de la referencia [43] se obtiene el agrupamiento de los usuarios y, la cantidad, posición y capacidad de los transformadores de distribución. Los valores de costo de potencia, energía y tasas se encuentran tabulados en el capítulo 2.

En la Tabla 3.8 se muestra la ubicación de los transformadores de distribución que obtiene el autor de la referencia [43] utilizando una metodología que no considera momentos de demanda en una primera instancia.

Tabla 3.8. Ubicación de los transformadores de distribución según la referencia [43]

<b>Transformador No.</b>	<b>Coordenada en X</b>	<b>Coordenada en Y</b>
1	154.41	218.64
2	161.03	69.12
3	175.82	367.10
4	144.10	448.06
5	58.21	71.80
6	170.10	292.85

Como resultado, en ambos trabajos se obtuvo el mismo número de transformadores de distribución; no obstante, la posición y capacidad difieren debido a que el agrupamiento también es distinto. En efecto, el agrupamiento óptimo de la metodología propuesta en este trabajo considera la demanda de los usuarios y, a diferencia de la referencia comparada, no se limita a una distancia máxima predeterminada entre el usuario y su transformador respectivo, sino que para cada grupo calcula la máxima distancia que permita asegurar una caída de voltaje adecuada entre el transformador respectivo y su usuario más alejado.

En cuanto a la capacidad de los transformadores, en este trabajo se consideran más opciones de acuerdo a la potencia nominal de placa presentes en las normas [10]. Por esta razón, la capacidad también difiere en ambos casos, pudiendo notarse aún más la diferencia en el agrupamiento de acuerdo al número de usuarios por grupo, como se evidencia en la siguiente tabla.

Tabla 3.9. Tabla comparativa de la agrupación obtenida

Transformador No.	Metodología en [43]		Metodología desarrollada	
	Número de usuarios por grupo	Capacidad del transformador [kVA]	Número de usuarios por grupo	Capacidad del transformador [kVA]
1	16	30	25	30
2	15	30	18	30
3	16	30	27	30
4	18	30	12	15
5	20	50	13	30
6	21	50	11	15

Por otro lado, en cuanto a las pérdidas obtenidas, las más importantes fueron precisamente las relacionadas con los transformadores de distribución. En la Tabla 3.10 se visualiza que las pérdidas de transformación, considerando las pérdidas de potencia tanto en el hierro como en el cobre, disminuyen. En total, las pérdidas de transformación se reducen en aproximadamente un 40% al emplear la metodología propuesta en este trabajo frente a la metodología de la referencia [43].

Tabla 3.10. Tabla comparativa de pérdidas de transformación

Transformador No.	Metodología en [43]			Metodología desarrollada		
	Pérdidas en el hierro [kW]	Pérdidas en el cobre [kW]	Pérdidas totales [kW]	Pérdidas en el hierro [kW]	Pérdidas en el cobre [kW]	Pérdidas totales [kW]
1	0.134	0.514	0.648	0.08	0.313	0.393
2	0.134	0.514	0.648	0.08	0.313	0.393
3	0.134	0.514	0.648	0.134	0.514	0.648
4	0.134	0.514	0.648	0.08	0.313	0.393
5	0.197	0.776	0.973	0.134	0.514	0.648
6	0.197	0.776	0.973	0.08	0.313	0.393
<b>Total</b>	0.93	3.608	4.538	0.588	2.28	2.868

Tabla 3.11. Tabla comparativa de costos de inversión y pérdidas

	Metodología en [43]	Metodología desarrollada
Cantidad de transformadores	6	6
Costo anualizado de inversión [USD/año]	6461	6137
Costo anual por pérdidas [USD/año]	31	19
Costos por operación y mantenimiento [USD/año]	730	693
Costo total anualizado [USD/año]	7222	6849

En la Tabla 3.10 y Tabla 3.11 se evidencia que los valores obtenidos con el modelo desarrollado en este trabajo mejoran los resultados, teniendo así una disminución de pérdidas en los transformadores de distribución del 36.8% y el tiempo computacional se reduce en un 53.7%. Además, en cuanto a costos totales del sistema completo, se logra una disminución del 5.15% en *USD/año*.

Tabla 3.12. Comparación de pérdidas de transformación y tiempo de computación de la iteración que genera la solución óptima entre las metodologías analizadas

	Metodología en [43]	Metodología desarrollada	Mejora porcentual
Pérdidas de transformación [kW]	4.538	2.868	36.8%
Tiempo computacional empleado [s]	11.993	5.558	53.7%

Los resultados mencionados anteriormente ratifican la validez de la metodología propuesta en este trabajo como una alternativa práctica para determinar la ubicación, capacidad y número de transformadores de distribución dentro de la Planificación de Sistemas Eléctricos de Distribución.

## 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 4.1. CONCLUSIONES

- En este trabajo se analizaron las metodologías más relevantes de los últimos años en cuanto al estudio de la ubicación óptima de transformadores de distribución. Para esto, se realizó una revisión general de trabajos académicos y publicaciones relacionados con esta temática, los cuales proponen métodos principalmente basados en algoritmos como: *k-means*, *k-medoids*, algoritmo de polinización de flores, algoritmo de enjambre de partículas (PSO) y algoritmos genéticos. Estos métodos se desarrollaron para escenarios con características muy específicas, siendo algunos de ellos modelos teóricos y no tan prácticos, mientras que otros se pueden tomar como punto de partida para desarrollar mejoras.
- Se desarrolló una propuesta metodológica basada principalmente en técnicas de conglomerados (*clustering*) para encontrar el agrupamiento óptimo de los usuarios, considerando momentos de demanda y no únicamente distancias, solventando esta debilidad de otros estudios revisados. Este algoritmo de agrupación se ha desarrollado por primera vez en este trabajo, partiendo como punto de partida de algoritmos de partición tradicionales, pero considerando restricciones de la topología vial y no la comúnmente utilizada distancia euclidiana.
- La metodología propuesta considera la gran importancia de la representación vial en la planificación de redes de distribución tanto para la ubicación práctica de los usuarios como para el agrupamiento de los mismos, los cuales son asociados a un determinado transformador de distribución. En efecto, con la representación de la topología vial se evita el paso de redes eléctricas a través de restricciones físicas, o zonas prohibidas como propiedad privada, por ejemplo. Para tal efecto, se ha propuesto el empleo de la teoría de grafos, en donde cada grafo representa un grupo de usuarios y su transformador respectivo. Esto se realiza representando la conectividad vial como las aristas de los grafos.
- El agrupamiento de usuarios no presenta mayor complejidad cuando se trata de sistemas pequeños con un solo transformador. Sin embargo, para redes de mayor tamaño se presenta una deficiencia al realizar una agrupación empírica basada en distancia. En este trabajo se supera esta debilidad actual, mediante una agrupación óptima que minimiza la sumatoria de los momentos de demanda de los usuarios de

cada grupo, en contraste al error que se comete al considerar únicamente distancias y no carga eléctrica. Este problema de optimización, que es una variación del *clustering* con algoritmos tradicionales como *k-means* y *k-medoids*, se resolvió con una herramienta computacional (Solver de Excel), con la alternativa de algoritmos genéticos.

- En este trabajo se hizo empleo del algoritmo de búsqueda en anchura (BFS, por sus siglas en inglés) de la teoría de grafos para determinar las rutas más cortas y las distancias entre dos usuarios o entre un usuario y su transformador correspondiente, como una alternativa más rápida al algoritmo de Dijkstra, utilizado en otros trabajos. Esto debido a que las distancias que deben utilizarse son las distancias reales sujetas a la representación vial. Además, el algoritmo BFS presenta la ventaja de ser fácilmente programable e incluso podría ser provechoso para otro tipo de aplicaciones eléctricas como recorridos de redes secundarias.
- La metodología propuesta encuentra la capacidad de los transformadores a ser instalados tomando en cuenta la demanda máxima unitaria de los usuarios y la coincidencia. El factor de coincidencia puede ser obtenido de curvas; no obstante, el tipo de curva depende del tipo de usuarios. Esto se ve reflejado mediante un factor  $F$ , que representa el valor de la asíntota a la que tiende la curva del factor de coincidencia, de acuerdo al tipo de carga del sistema. Esta alternativa presenta buenos resultados para redes desde cero (*greenfield planning*) frente al comúnmente utilizado método de la REA, el cual necesita del valor de los consumos por mes y por cliente; es decir, tiene mayor sentido para redes ya existentes que presenten registros de energía.
- En este trabajo se observó que los resultados de costos del modelo de optimización varían con la cantidad de alternativas estándar de capacidad de transformadores de distribución existentes. En efecto, a mayor número de opciones de capacidad en  $kVA$ , el costo total del sistema mejora como resultado de una reducción de la capacidad instalada, así como de las pérdidas de transformación y, por ende, del costo total. Además, con más opciones de transformadores disponibles se evita tener un problema innecesario de sobredimensionamiento.
- En este trabajo se desarrolló una expresión aproximada, en función de la demanda, que permite encontrar la distancia máxima que debería existir entre el transformador de un grupo y su usuario más alejado, de forma que no se sobrepase

el límite de caída máxima de voltaje. Esta consideración permite, de una manera práctica, reducir los tiempos de programación.

- Ciertos trabajos buscan minimizar la caída de voltaje como función objetivo de la red secundaria, incurriendo en gastos no justificados. Es así que, aunque en términos eléctricos una caída de voltaje mínima es algo positivo, en términos económicos no lo es, pues basta con cumplir con la restricción de caída máxima de voltaje establecida en las normas. Por lo tanto, como se expone en el presente trabajo, la función adecuada para optimizar es la minimización del costo total del sistema, resaltando que, a la par, se respetan las restricciones técnicas.
- A fin de reducir el espacio de búsqueda, la metodología propuesta calcula un número inicial de grupos,  $k_{ini}$ , para iniciar el algoritmo de agrupación desarrollado. Esto permite reducir los tiempos de programación computacionales al omitir iteraciones innecesarias con números muy bajos de transformadores que no son suficientes para abastecer al sistema completo.
- De acuerdo a los resultados obtenidos en este trabajo, el aumento del número de transformadores produce un incremento en el costo total anual. Esto se justifica debido a que los costos principales en los transformadores se dieron por pérdidas en los devanados; por tanto, el costo total tiende a aumentar conforme aumenta el número de equipos. Además, con un número superior de transformadores, existe también un aumento en los nuevos tramos de red primaria, necesarios para energizar tales equipos, contribuyendo también al aumento del costo del sistema completo. En consecuencia, una vez cumplidas las restricciones eléctricas, el número óptimo de transformadores se determina como aquel que genera el menor costo total anual.
- En este trabajo se realizó un análisis de los resultados que se obtienen al omitir las restricciones físicas y de topología vial frente a los resultados de la metodología propuesta. Se observó que al omitir las restricciones se introduce un gran error puesto que la agrupación no toma en cuenta zonas prohibidas, sino que forma clústeres en base a distancias euclidianas únicamente. En otras palabras, las redes de distribución resultantes de aplicar métodos de planificación teóricos, cruzarían por cualquier lugar, sin respetar la propiedad privada, por ejemplo. La inconsistencia de estos resultados no permite realizar una comparación de costos reales. Sin embargo, la metodología propuesta considera esta situación práctica, y sujeta la

construcción de las redes secundarias a la representación de la topología vial al utilizar la teoría de grafos.

- Finalmente, la metodología propuesta se comparó con la metodología desarrollada en un trabajo implementado en un software de optimización de planificación de redes de distribución, observando los resultados que se obtienen en un sistema urbano de prueba de 106 usuarios. Tales resultados muestran, con la metodología propuesta, un costo total anual de *USD 6849*, con una reducción de pérdidas de 36.8%; además de una mejora en el tiempo de simulación de 53.7%. Esto se dio debido a que la agrupación óptima en este trabajo es superior a la agrupación de doble etapa presentada en la referencia consultada. Con estos valores, se verifica la validez del modelo propuesto, constituyéndose así en un modelo de aporte en la planificación de sistemas eléctricos de distribución.

## **4.2. RECOMENDACIONES**

La metodología propuesta en este trabajo busca optimizar sistemas eléctricos de distribución secundarios con énfasis en los de transformadores, en base al número, capacidad y posición adecuadas para minimizar las pérdidas y los costos totales del sistema. En este sentir, la metodología propuesta, al igual que aquellas consultadas, puede ser sujeta a mejoras en trabajos futuros; no obstante, el modelo desarrollado es práctico y completamente aplicable. Se enlistan a continuación algunas observaciones obtenidas de los resultados del presente trabajo.

- La metodología propuesta parte de una variación del algoritmo de agrupación *k-means*, pero considerando las distancias reales y la demanda de los usuarios. En trabajos futuros se podría buscar una alternativa de agrupación. En efecto, una posible mejora podría darse al utilizar algoritmos genéticos que consideren el número óptimo de transformadores dentro de la agrupación inicial. Esto sin duda, representa un desafío en la programación y tiempos de ejecución, pero podría ser una de las alternativas a la metodología presentada en este trabajo.
- En este trabajo se realizó una propuesta de distancia máxima entre cada transformador y su usuario más lejano para limitar la caída de voltaje de cada grupo. La expresión matemática encontrada, corresponde a una aproximación que depende del calibre del conductor, por lo cual fue necesario una verificación



posterior. Una mejora en este sentido es encontrar una expresión para determinar la caída de voltaje directamente. Además, en un trabajo posterior se podría considerar el problema completo al realizar también una optimización en cuanto a las redes secundarias, de modo que se consideren costos, pérdidas y calibre óptimo.

- Como resultado del modelo se obtienen las ubicaciones óptimas de los transformadores de distribución. Consecuentemente, se propone la definición de la ubicación de los postes del sistema a diseñar a partir de esta consideración; es decir, partiendo de la ubicación de los postes donde se ubicarán los transformadores se procedería a definir la ubicación el resto de postes de la red. Esto, en contraste con lo que actualmente ocurre, en donde se conoce de antemano la ubicación de los postes, resultando esto en una simplificación que aleja del óptimo global al limitarlo a las posiciones posibles ingresadas.
- La metodología propuesta puede ser utilizada predominantemente para redes secundarias; sin embargo, podría ser aplicada en redes de mayor escala. Esto se puede conseguir representando la ubicación de los postes que agrupan a varios usuarios, en lugar de la ubicación misma de los consumidores, para reducir el tiempo de cálculo. La posición conocida de los postes tendrá sentido cuando se tengan redes existentes; es decir, se podría analizar el estado de una red existente, a diferencia de lo expuesto en este trabajo que se aplicó a redes por ser construidas. Además, como una mejora se podrían analizar redes subterráneas como alternativas adicionales, dependiendo del tipo de carga del sistema de estudio.

## 5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] R. Sempértégui, J. Bautista, R. G. Cubero, y J. Pereira, “Models and procedures for electric energy distribution planning. A review”, en *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)*, 2002, vol. 15, núm. 1, pp. 395–400.
- [2] S. Ramírez, *Redes de Distribución de Energía*, Tercera ed. Manizales: Centro de Publicaciones Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales, 2004.
- [3] M. Poveda, “Ingeniería de Distribución Eléctrica. Estudio de la Carga”, Quito.
- [4] T. A. Short, *Electric Power Distribution Equipment and Systems*. USA: CRC Press, 2006.
- [5] D. S. Rosero, “Análisis de la Distribución de Carga y Estudios Eléctricos de los Alimentadores de la Nueva Subestación El Rosal de Emelnorte S.A.”, Escuela Politécnica Nacional, 2019.
- [6] M. E. Farinango, “Diseño Gráfico de Redes Eléctricas de Distribución en Urbanizaciones”, Escuela Politécnica Nacional, 2001.
- [7] A. A. Sallam y O. P. Malik, *Electric Distribution Systems*. Hoboken, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2011.
- [8] H. W. Beaty y D. G. Fink, “Power Distribution”, en *Standard Handbook for Electrical Engineers*, 15a ed., D. J. Ward, Ed. New York: McGraw-Hill, 2006, pp. 1–68.
- [9] K. B. Ayala y F. D. Contenido, “Asignación de Caídas de Voltaje por Zonas en el Área de Servicio de la Empresa Eléctrica Quito”, Escuela Politécnica Nacional, 2017.
- [10] Empresa Eléctrica Quito, “Normas para Sistemas de Distribución - Parte A. Guía para Diseño de Redes de Distribución”, Instructivo DI-EP-P001-D001, 2015.
- [11] S. J. Vest, “Estimating kW Demand for Future Loads on Rural Distribution Systems”, *Trans. Am. Inst. Electr. Eng. Part III Power Appar. Syst.*, vol. 76, núm. 3, pp. 652–655, 1957.
- [12] D. Campoverde y J. Sánchez, “Determinación de la Demanda en Transformadores, para los Servicios de Comercialización en Base a los Usos de Energía, en la Empresa Eléctrica Regional Centrosur para la Ciudad de Cuenca”, Universidad de Cuenca, 2012.
- [13] C. A. Pichucho Andrade, “Metodología para el Diseño Óptimo de Circuitos Secundarios en Redes de Distribución Eléctrica”, Escuela Politécnica Nacional, 2018.
- [14] General Electric, *Distribution Data Book*. USA: General Electric, 1957.
- [15] C. Bary, “Coincidence-Factor Relationships of Electric-Service-Load Characteristics”, *Trans. Am. Inst. Electr. Eng.*, vol. 64, núm. 9, pp. 623–629, 1945.

- [16] D. Haro, “Mejora del Factor de Utilización de Transformadores de Distribución de la EEQ”, Escuela Politécnica Nacional, 2015.
- [17] R. M. Vásquez Villaruel, “Rediseño Óptimo de Redes Radiales de Distribución Eléctrica en Bajo Voltaje Considerando las Restricciones de la Infraestructura Eléctrica y Urbana Existente”, Escuela Politécnica Nacional, 2019.
- [18] J. Han, Jiawei, Kamber Micheline, Pei, *Data Mining Concepts and Techniques*, 3a ed., vol. 53, núm. 9. Waltham, USA: Elsevier Inc., 2012.
- [19] K. Soni y A. Patel, “Comparative Analysis of K-means and K-medoids Algorithm on Iris Data”, *Int. J. Comput. Intell. Res.*, vol. 13, pp. 899–906, 2017.
- [20] G. Nathiya, S. C. Punitha, y M. Punithavalli, “An Analytical Study on Behavior of Clusters Using K Means, EM and K\* Means Algorithm”, *Int. J. Comput. Sci. Inf. Secur.*, vol. 7, núm. 3, pp. 185–190, 2010.
- [21] U. of Minnesota, *Data Clustering Algorithms and Applications*. Minneapolis, USA: CRC Press, 2014.
- [22] A. A. Navarro, “Planificación de Redes de Distribución: Aproximación Vía Clustering, Diagramas de Voronoi y Búsqueda Tabú”, Pontificia Universidad Católica de Chile, 2007.
- [23] A. Navarro y H. Rudnick, “Large-Scale Distribution Planning - Part I: Simultaneous Network and Transformer Optimization”, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 24, núm. 2, pp. 744–751, 2009.
- [24] K. Teknomo, “K-Means Clustering Tutorial”, 2007.
- [25] D. Xu y Y. Tian, “A Comprehensive Survey of Clustering Algorithms”, *Ann. Data Sci.*, vol. 2, núm. 2, pp. 165–193, 2015.
- [26] A. Fahad *et al.*, “A Survey of Clustering Algorithms for Big Data: Taxonomy and Empirical Analysis”, *IEEE Trans. Emerg. Top. Comput.*, vol. 2, núm. 3, pp. 267–279, 2014.
- [27] L. Nguyen, “User Model Clustering”, *J. Data Anal. Inf. Process.*, vol. 02, núm. 02, pp. 41–48, 2014.
- [28] Palisade Corporation, “Guía para el uso de Evolver. Solver de algoritmo genético para Microsoft Excel”, 2013.
- [29] C. A. Solís, “Planificación de Redes Eléctricas de Distribución en Zonas Urbanas Consolidadas Considerando Criterios de Confiabilidad”, Escuela Politécnica Nacional, 2018.
- [30] J. C. Seck, J. Medina, y N. Hernández, “Introducción a los Algoritmos Genéticos con Matlab”, vol. 1, núm. 1. Hidalgo, pp. 1–67, 2016.
- [31] M. Needham y A. E. Hodler, *Graph Algorithms Practical Examples in Apache Spark*

- & *Neo4j*, 1a ed. Sebastopol: O'Reilly Media, 2019.
- [32] A. Benjamin, G. Chartrand, y Ping Zhang, "The Fascinating World of Graph Theory", en *The Fascinating World of Graph Theory*, Princeton University Press, 2015, pp. 1–21.
- [33] A. Caicedo, G. Wagner, y R. Méndez, *Introducción a la Teoría de Grafos*, 1a ed. Armenia, Quindío: Elizcom, 2010.
- [34] T. M. Reese, J. D. Fehribach, R. C. Paffenroth, y B. Servatius, "Matrices over finite fields and their Kirchhoff graphs", *Linear Algebra Appl.*, vol. 547, pp. 128–147, 2018.
- [35] D. B. West, *Introduction to Graph Theory*, 2a ed. Delhi, India: Pearson Education, Inc., 2002.
- [36] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, y C. Stein, *Introduction to Algorithms*, 3a ed. Massachusetts Institute of Technology, 2009.
- [37] S. J. Huang, P. H. Gu, W. F. Su, X. Z. Liu, y T. Y. Tai, "Application of Flower Pollination Algorithm for Placement of Distribution Transformers in a Low-Voltage Grid", *Proc. IEEE Int. Conf. Ind. Technol.*, vol. 2015-June, núm. June, pp. 1280–1285, 2015.
- [38] G. C. Cabrera-Celi, E. G. Novoa-Guaman, y P. F. Vasquez-Miranda, "Design of Secondary Circuits of Distribution Networks using Clustering and Shortest Path Algorithms", en *2017 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference - Latin America (ISGT Latin America)*, 2017, pp. 1–6.
- [39] J. P. Aviles, O. Erives, y O. Micheloud, "Optimal Design of Low Voltage Distribution Networks Using a PSO-PRIM Algorithm", *2018 IEEE 3rd Ecuador Tech. Chapters Meet. ETCM 2018*, núm. 1, pp. 1–6, 2018.
- [40] M. Ramezani, H. Falaghi, M. P. Moghaddam, y M.-R. Haghifam, "Genetic Based Algorithm for Optimal Placement of Distribution Transformers", *2006 IEEE Power Eng. Soc. Gen. Meet.*, pp. 1–5, 2006.
- [41] J. E. Mendoza, M. E. López, H. E. Peña, y D. A. Labra, "Low voltage distribution optimization: Site, quantity and size of distribution transformers", *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 91, pp. 52–60, 2012.
- [42] Sarjiya, H. R. Ali, y R. B. A. Pardede, "Application of Genetic Algorithm for Optimal Sizing and Placement of Distribution Transformers in PT PLN East Medan Indonesia", en *Advances of Science and Technology for Society*, 2016, vol. 1755.
- [43] M. García, "Manual de Usuario. Herramienta de Diseño Óptimo de Redes Eléctricas de Distribución", 2014.
- [44] D. Arthur y S. Vassilvitskii, "K-means++: The advantages of careful seeding", *Proc. Annu. ACM-SIAM Symp. Discret. Algorithms*, vol. 07-09-Janu, pp. 1027–1035, 2007.

- [45] C. O. Oscullo, "Programa Interactivo Para la Selección y Operación Económica de Transformadores de Distribución", Escuela Politécnica Nacional, 2001.
- [46] Ministerio de Energía y Recursos Naturales No Renovables, "Plan Maestro de Electricidad", Ecuador, 2020.
- [47] Agencia de Regulación y Control de Electricidad, *Resolución Nro. ARCONEL-034/19*. Ecuador, 2019, pp. 2–7.
- [48] INEN, *Transformadores de Distribución Nuevos Trifásicos. Valores de Corriente sin Carga, Pérdidas y Voltajes de Cortocircuito*. Ecuador, 2004.
- [49] ElectroCables, "Conductores de Aluminio ASC ó AAC", núm. 593. Electrocables, Guayaquil, pp. 1–2.
- [50] M. García y M. Otorongo, "Planificación y Diseño Automático Óptimo de Grandes Redes Eléctricas de Distribución: Aplicación al Centro Histórico de Quito", *Rev. Energía*, núm. 12, pp. 157–166, 2016.
- [51] E. Demaine y S. Devadas, "Lecture 13: Graphs I: Breadth First Search", 2011, pp. 1–7.
- [52] E. Inga, M. Campaña, R. Hincapié, y O. Moscoso-Zea, "Optimal dimensioning of electrical distribution networks considering stochastic load demand and voltage levels", *Commun. Comput. Inf. Sci.*, vol. 833, pp. 200–215, 2018.

## **ANEXOS**

- ANEXO A. Expresiones matemáticas desarrolladas
- ANEXO B. Datos de entrada del sistema de prueba
- ANEXO C. Verificación de la caída de voltaje del sistema de prueba de 6 usuarios según el formato de la EEQ

## ANEXO A.

### Expresiones matemáticas desarrolladas

- Desarrollo de la expresión matemática para obtener la máxima distancia transformador-usuario para una regulación *reg*

Se parte del análisis de una línea con retorno ideal y carga concentrada; cuyo diagrama fasorial se muestra en la siguiente figura.



Figura 5.1. Diagrama fasorial de una línea típica de distribución [2]

Se trabaja con el triángulo formado por  $V_r$ ,  $I \cdot Z$  y  $V_e$ . Luego de aplicar la ley de cosenos, se obtiene la siguiente expresión.

$$V_r^2 = V_e^2 + (I \cdot Z)^2 - 2 \cdot V_e \cdot I \cdot Z \cos(\theta - \phi) \quad (5.1)$$

Siendo  $\phi$  el ángulo del factor de potencia y  $\theta$  el ángulo de línea<sup>15</sup>, un ángulo relacionado con la reactancia y resistencia de la línea. Por otro lado,  $I$  y  $Z$  pueden ser expresadas como se muestra a continuación.

$$I = \frac{S}{V_e} \quad (5.2)$$

$$Z = z \cdot L \quad (5.3)$$

Utilizando las dos expresiones anteriores en (5.1) se obtienen las siguientes expresiones.

$$V_r^2 = V_e^2 + \frac{S^2}{V_e^2} (z \cdot L)^2 - 2 \cdot V_e \cdot \frac{S}{V_e} (z \cdot L) \cos(\theta - \phi) \quad (5.4)$$

<sup>15</sup> En otra referencia se denomina también a  $\theta$  como ángulo de fase [2].

$$V_r^2 = V_e^2 + \frac{z^2}{V^2} (S \cdot L)^2 - 2 \cdot z \cdot \cos(\theta - \phi) (S \cdot L) \quad (5.5)$$

Al término  $SL$  se lo conoce como momento eléctrico de la línea<sup>16</sup>. Por otro lado, conocido el voltaje de envío la regulación es la que se muestra en la expresión (5.6) [2].

$$reg = \frac{V_e - V_r}{V_e} \quad (5.6)$$

$$V_r = V_e (1 - reg) \quad (5.7)$$

Reemplazando la última expresión en (5.5) y aplicando la fórmula general de una ecuación de segundo grado se obtienen las siguientes expresiones.

$$V_e^2 (1 - reg)^2 = V_e^2 + \frac{z^2}{V_e^2} (S \cdot L)^2 - 2 \cdot z \cdot \cos(\theta - \phi) (S \cdot L) \quad (5.8)$$

$$\frac{z^2}{V_e^2} (S \cdot L)^2 - 2 \cdot z \cdot \cos(\theta - \phi) (S \cdot L) + V_e^2 \cdot reg(2 - reg) = 0 \quad (5.9)$$

$$S \cdot L = \frac{2z \cos(\theta - \phi) \pm \sqrt{4z^2 \cos^2(\theta - \phi) - 4z^2 \cdot reg(2 - reg)}}{2z^2 / V_e^2} \quad (5.10)$$

$$S_e \cdot L = V_e^2 \cdot \frac{\cos(\theta - \phi) \pm \sqrt{\cos^2(\theta - \phi) - reg(2 - reg)}}{z} \quad (5.11)$$

La expresión anterior muestra la existencia de dos posibles soluciones. No obstante, se descarta el radical de signo positivo debido a que éste implicaría un valor completamente exagerado momento eléctrico [2]. Por lo tanto, se podría aplicar la siguiente expresión a la fase de una línea de distribución primaria.

$$L = V_e^2 \cdot \frac{\cos(\theta - \phi) - \sqrt{\cos^2(\theta - \phi) - reg(2 - reg)}}{S \cdot z} \quad (5.12)$$

Donde:

---

<sup>16</sup> El momento eléctrico de una línea de distribución  $SL$  podría ser encontrado también conociendo las condiciones en el lado de la carga, las cuales son desconocidas para este trabajo.



$$\theta = \arctan(x / r) \quad (5.13)$$

$$z = r + jx \quad (5.14)$$

En redes secundarias de distribución se considera únicamente el valor de la resistencia del conductor por unidad de longitud. Por este motivo, para poder aplicar la expresión (5.12) se considera que  $x$  y  $\theta$  tendrán un valor de cero. La expresión final será la que se muestra a continuación.

$$L = V_e^2 \frac{\cos \phi - \sqrt{\cos^2 \phi - \text{reg}(2 - \text{reg})}}{S_e \cdot r} \quad (5.15)$$

Entonces, la máxima distancia entre *transformador-usuario más lejano* o, dicho de otro modo, la longitud máxima del conductor que conecta el transformador de un grupo con su usuario más alejado para asegurar que se cumpla con una regulación predeterminada es:

$$d_{\text{máx}_i} = V_e^2 \frac{\cos \phi - \sqrt{\cos^2 \phi - \text{reg}(2 - \text{reg})}}{S_i \cdot r} \quad (5.16)$$

Donde:

$d_{\text{máx}_i}$  : Distancia máxima permitida entre el transformador  $i$  y su usuario más lejano para cumplir con la regulación de voltaje  $\text{reg}$ , en  $[m]$

$V_e$  : Voltaje de línea de envío en el lado de la fuente en voltios.

$r$  : Resistencia unitaria del conductor en  $[\Omega/km]$

$S_i$  : Potencia aparente suministrada en el extremo del transformador  $i$ , en  $[kVA]$

$\cos \phi$  : Factor de potencia en el lado de la fuente

- **Desarrollo de la obtención de la demanda representativa anual para el horizonte de análisis de  $T$  años**

Se considera una tasa de crecimiento anual geométrica de la demanda [2]. De este modo, el término general para encontrar la demanda en el año  $T$  será:

$$D_T = D_1(1+r)^T \quad (5.17)$$

Sin embargo, el término que se conoce es justamente el término final en el año  $T$ , puesto que los elementos se dimensionan con la demanda proyectada. En contraste, la demanda en el primer año será:

$$D_1 = D_T(1+r)^{-T} \quad (5.18)$$

La suma de todos los términos hasta el año  $T$  será:

$$S_T = \frac{D_T \cdot r - D_1}{r - 1} \quad (5.19)$$

Entonces, el valor representativo anual de la demanda del grupo  $i$  se obtiene mediante la relación entre valor de la suma total de demandas y el horizonte de estudio. Reemplazando el valor del primer término con la ecuación (5.18) se obtiene:

$$D_i = \frac{S_i[r - (1+r)^{-T}]}{T(r-1)} \quad (5.20)$$

Donde:

$D_i$  : Valor anual representativo de la demanda del grupo  $i$

$S_i$  : Valor de carga del transformador  $i$  en el año  $T$

$T$  : Años del horizonte de estudio

$r$  : tasa de crecimiento anual de la demanda

## ANEXO B.

### Datos de entrada del sistema de prueba

Tabla 5.1. Datos cargados en Excel de las coordenadas cartesianas de los vértices de los tramos de calle del sistema de prueba de este trabajo

Vértice de calle No.	Coordenada X ( $cc_x$ )	Coordenada Y ( $cc_y$ )
1	53.6	72
2	72.3	446
3	305	60
4	350	435
5	61.2	224
6	64.9	298
7	68.6	372
8	323	208
9	332	282
10	341	355
11	112.1	69.4
12	155.8	69.6
13	216.4	64
14	273.7	63.3
15	122.8	219.2
16	168.2	218.4
17	231.4	214
18	290.1	210.9
19	250	80
20	125	460
21	110	451
22	149	445
23	130	295

Tabla 5.2. Datos cargados en Excel de las aristas que representan los tramos de calle del sistema de prueba expresados en función de sus vértices extremos

Tramo No.	Vértice inicial	Vértice final
1	1	5
2	1	11
3	2	21
4	2	7
5	3	8
6	3	14
7	4	10
8	4	22

9	5	6
10	5	15
11	6	7
12	6	23
13	7	10
14	8	9
15	8	18
16	9	10
17	9	23
18	11	12
19	11	15
20	12	13
21	12	16
22	13	17
23	13	19
24	14	18
25	14	19
26	15	16
27	16	17
28	16	23
29	17	18
30	20	21
31	20	22

Tabla 5.3. Datos cargados en Excel de las coordenadas cartesianas y demanda de los usuarios del sistema de prueba

<b>Usuario No.</b>	<b>Coordenada X (<math>cu_x</math>)</b>	<b>Coordenada Y (<math>cu_y</math>)</b>	<b>DMU [kVA]</b>
1	60.9	80	14
2	62	60	14
3	74	81	1.5
4	76	60	1.5
5	85	77	1.5
6	99	65	1.5
7	122	63	1.5
8	133	60	1.5
9	135	75	1.5
10	145	74	1.5
11	148	59	1.5
12	165	55	1.5
13	180	75	1.5
14	181	54	1.5
15	194	53	1.5
16	203	70	1.5

17	209	50	1.5
18	45	84	1.5
19	47	102	1.5
20	70	120	1.5
21	51	140	1.5
22	52	162	1.5
23	66	180	1.5
24	50	198	1.5
25	55	212	1.5
26	105	82	1.5
27	107	104	1.5
28	121	132	1.5
29	125	160	1.5
30	115	185	1.5
31	115	205	1.5
32	164	80	1.5
33	150	94	1.5
34	155	122	1.5
35	166	151	1.5
36	160	174	1.5
37	161	199	1.5
38	71	218	1.5
39	85	215	1.5
40	98	225	1.5
41	114	224	1.5
42	133	215	1.5
43	146	212	1.5
44	150	224	1.5
45	159	223	1.5
46	178	220	1.5
47	189	219	1.5
48	200	210	1.5
49	205	219	1.5
50	57	240	1.5
51	59	264	1.5
52	69	280	1.5
53	75	282	1.5
54	60	316	1.5
55	61	336	1.5
56	62	354	1.5
57	62	386	1.5
58	75	406	1.5
59	66	430	1.5
60	77	298	1.5
61	90	300	1.5
62	111	290	1.5
63	139	288	1.5

64	159	287	1.5
65	181	295	1.5
66	200	296	1.5
67	218	294	1.5
68	247	282	1.5
69	79	365	1.5
70	99	365	1.5
71	116	375	1.5
72	145	362	1.5
73	160	372	1.5
74	192	370	1.5
75	215	370	1.5
76	236	358	1.5
77	262	356	1.5
78	83	450	1.5
79	96	450	1.5
80	113	439	1.5
81	131	438	1.5
82	149	438	1.5
83	166	446	1.5
84	186	446	1.5
85	201	444	1.5
86	217	443	1.5
87	236	442	1.5
88	248	431	1.5
89	267	430	1.5
90	283	440	1.5
91	283	290	1.5
92	285	280	1.5
93	298	295	1.5
94	299	282	1.5
95	313	289	1.5
96	314	279	1.5
97	294	365	1.5
98	296	355	1.5
99	312	365	1.5
100	313	354	1.5
101	290	55	1.5
102	125	470	1.5
103	60	460	1.5
104	45	55	1.5
105	145	250	1.5
106	160	260	1.5

## ANEXO C.

Verificación de la caída de voltaje del sistema de prueba de 106 usuarios según el formato de la EEQ

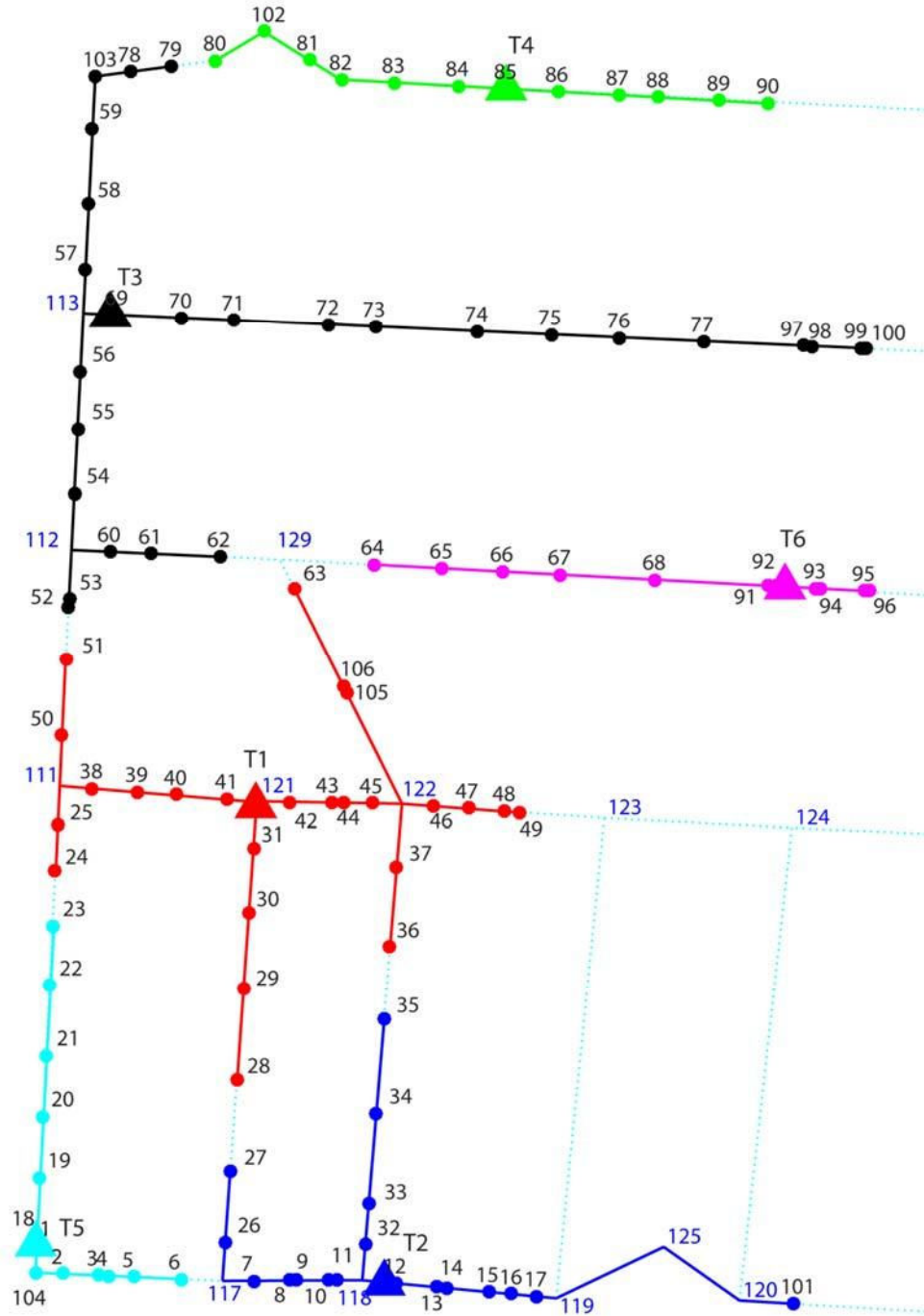


Figura 5.2. Agrupación y posición de transformadores obtenidas

Tabla 5.4. Verificación de la caída de voltaje para el transformador T1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Designación tramo	Longitud [m]	# usuarios	$D_{dis}$ [kVA]	Calibre		kVA-m	kVA-m	Caída parcial	Caída Total
T1-121	1.521	13	7.80	2	-	429	11.867	0.028	0.028
121-42	10.272	13	7.80	2	-	429	80.125	0.187	0.214
42-43	13.051	12	7.28	2	-	429	94.945	0.221	0.436
43-44	3.788	11	6.75	2	-	429	25.569	0.060	0.495
44-45	9.016	10	6.23	2	-	429	56.126	0.131	0.626
45-122	9.280	9	5.70	2	-	429	52.894	0.123	0.749
122-105	38.632	1	1.50	2	-	429	57.948	0.135	0.885
105-106	2.255	1	1.50	2	-	429	3.382	0.008	0.892
106-63	34.429	1	1.50	2	-	429	51.643	0.120	1.013

Tabla 5.5. Verificación de la caída de voltaje para el transformador T2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Designación tramo	Longitud [m]	# usuarios	$D_{dis}$ [kVA]	Calibre		kVA-m	kVA-m	Caída parcial	Caída Total
T2-12	3.381	7	4.65	2	-	429	15.721	0.037	0.037
12-13	13.096	6	4.13	2	-	429	54.021	0.126	0.163
13-14	2.928	5	3.60	2	-	429	10.541	0.025	0.187
14-15	13.037	4	3.08	2	-	429	40.088	0.093	0.281
15-16	7.398	3	2.55	2	-	429	18.864	0.044	0.325
16-17	7.815	2	2.03	2	-	429	15.825	0.037	0.361
17-119	6.080	1	1.50	2	-	429	9.121	0.021	0.383
119-125	37.215	1	1.50	2	-	429	55.823	0.130	0.513
125-120	28.993	1	1.50	2	-	429	43.489	0.101	0.614
120-101	16.768	1	1.50	2	-	429	25.151	0.059	0.673

Tabla 5.6. Verificación de la caída de voltaje para el transformador T3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Designación tramo	Longitud [m]	# usuarios	$D_{dis}$ [kVA]	Calibre		kVA-m	kVA-m	Caída parcial	Caída Total
T3-69	2.272	13	7.80	2	-	429	101.400	0.236	0.236
69-70	19.979	12	7.28	2	-	429	87.300	0.203	0.440
70-71	16.526	11	6.75	2	-	429	74.250	0.173	0.613



71-72	29.563	10	6.23	2	-	429	62.250	0.145	0.758
72-73	14.528	9	5.70	2	-	429	51.300	0.120	0.878
73-74	32.058	8	5.18	2	-	429	41.400	0.097	0.974
74-75	22.976	7	4.65	2	-	429	32.550	0.076	1.050
75-76	21.526	6	4.13	2	-	429	24.750	0.058	1.108
76-77	26.064	5	3.60	2	-	429	18.000	0.042	1.150
77-97	31.556	4	3.08	2	-	429	12.300	0.029	1.178
97-98	2.454	3	2.55	2	-	429	7.650	0.018	1.196
98-99	15.527	2	2.03	2	-	429	4.050	0.009	1.206
99-100	1.501	1	1.50	2	-	429	1.500	0.003	1.209

Tabla 5.7. Verificación de la caída de voltaje para el transformador T4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Designación tramo	Longitud [m]	# usuarios	$D_{dis}$ [kVA]	Calibre		kVA-m	kVA-m	Caída parcial	Caída Total
T4-85	0.020	7	4.65	2	-	429	32.550	0.076	0.076
85-84	15.087	6	4.13	2	-	429	24.750	0.058	0.134
84-83	19.970	5	3.60	2	-	429	18.000	0.042	0.176
83-82	16.535	4	3.08	2	-	429	12.300	0.029	0.204
82-81	11.939	3	2.55	2	-	429	7.650	0.018	0.222
81-102	16.748	2	2.03	2	-	429	4.050	0.009	0.231
102-80	17.493	1	1.50	2	-	429	1.500	0.003	0.235

Tabla 5.8. Verificación de la caída de voltaje para el transformador T5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Designación tramo	Longitud [m]	# usuarios	$D_{dis}$ [kVA]	Calibre		kVA-m	kVA-m	Caída parcial	Caída Total
T5-1	0.401	7	10.19	2	-	429	71.300	0.166	0.166
1-18	3.201	6	4.13	2	-	429	24.750	0.058	0.224
18-19	18.077	5	3.60	2	-	429	18.000	0.042	0.266
19-20	19.126	4	3.08	2	-	429	12.300	0.029	0.295
20-21	19.026	3	2.55	2	-	429	7.650	0.018	0.312
21-22	22.023	2	2.03	2	-	429	4.050	0.009	0.322
22-23	18.677	1	1.50	2	-	429	1.500	0.003	0.325

Tabla 5.9. Verificación de la caída de voltaje para el transformador T6

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Designación tramo	Longitud [m]	# usuarios	$D_{dis}$ [kVA]	Calibre		kVA-m	kVA-m	Caída parcial	Caída Total
T6-92	2.439	7	4.65	2	-	429	32.550	0.076	0.076
92-91	2.532	6	4.13	2	-	429	24.750	0.058	0.134
91-68	35.521	5	3.60	2	-	429	18.000	0.042	0.176
68-67	29.600	4	3.08	2	-	429	12.300	0.029	0.204
67-66	18.081	3	2.55	2	-	429	7.650	0.018	0.222
66-65	18.919	2	2.03	2	-	429	4.050	0.009	0.231
65-64	21.541	1	1.50	2	-	429	1.500	0.003	0.235

## ORDEN DE EMPASTADO