

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

## **FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA**

### **DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN CONTROLADOR POR MODOS DESLIZANTES DINÁMICOS PARA SISTEMAS INESTABLES EN LAZO ABIERTO CON RETARDO DE TIEMPO**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE  
INGENIERO EN ELECTRÓNICA Y CONTROL**

**CHRISTIAN DAVID CAMACHO MORALES**

**christian.camacho@epn.edu.ec**

**DIRECTOR: ING. OSCAR EDUARDO CAMACHO QUINTERO, PhD.**

**oscar.camacho@epn.edu.ec**

**Quito, agosto 2021**

## **AVAL**

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Christian David Camacho Morales, bajo mi supervisión.

**ING. OSCAR EDUARDO CAMACHO QUINTERO, PhD.  
DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN**

## **DECLARACIÓN DE AUTORÍA**

Yo Christian David Camacho Morales, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración dejo constancia de que la Escuela Politécnica Nacional podrá hacer uso del presente trabajo según los términos estipulados en la Ley, Reglamentos y Normas vigentes.

\_\_\_\_\_

CHRISTIAN DAVID CAMACHO MORALES

# DEDICATORIA

*“Siempre parece imposible hasta que se hace”*

***Nelson Mandela***

Dedico este trabajo de titulación a mi familia y a muchos amigos participes en mi trayectoria universitaria. Un sentimiento especial a mis queridos padres que fueron los promotores para que cada día salga adelante, a pesar de las adversidades presentadas en ciertos momentos, que, con sus palabras de aliento y presión de tenacidad, forjaron en mí la confianza y las ganas de seguir adelante, llegando a ser la persona que soy ahora y que, gracias a ellos, he podido concluir con esta meta en un camino que no ha sido nada sencillo, para ellos, sobre todo, es este presente trabajo de titulación.

*Christian D. Camacho M.*

## **AGRADECIMIENTO**

A Dios por brindarme salud y vida que ha sido primordial durante estos años de vida universitaria.

Agradecimiento especial a mis padres, que, en estos años de estudio, han sido el bastón de apoyo para lograr ser lo que soy hoy en día, gracias a sus consejos, motivaciones y su paciencia, he podido alcanzar un objetivo más en la vida.

A mi hermano, que, con pequeñas cosas, también ha sido participe de este logro.

A mi director de tesis, Doc. Oscar Camacho, que ha sabido guiarme de una manera inmejorable para el desarrollo de este trabajo. Gracias a su conocimiento, enseñanza y paciencia ha hecho que este periodo de trabajo junto a él sea una experiencia maravillosa. Le doy infinitas gracias por todo el tiempo invertido en mí.

También agradezco a los profesores que he conocido a lo largo de mi carrera universitaria, que, han sabido proporcionarme el conocimiento y herramientas necesarias para desenvolverme con excelencia en el ámbito profesional.

En general, a todas las personas que fueron parte de mi trayectoria estudiantil universitaria, a mis amigos más cercanos que han estado ahí, siendo los mayores animadores de este logro.

Finalmente, quiero agradecer la Escuela Politécnica Nacional, por haber acogido durante todo este tiempo de trayectoria académica, donde, además de haber adquirido los fundamentos del valor del conocimiento, también pase momentos indelebles que siempre serán recordados.

*Christian D. Camacho M.*

# ÍNDICE DE CONTENIDO

AVAL .....	I
DECLARACIÓN DE AUTORÍA.....	II
DEDICATORIA.....	III
AGRADECIMIENTO.....	IV
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	V
RESUMEN .....	VII
ABSTRACT .....	VIII
1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1. OBJETIVOS .....	3
1.2. ALCANCE .....	4
1.3. MARCO TEÓRICO.....	5
1.3.1. SISTEMAS INESTABLES .....	5
1.3.2. IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS INESTABLES.....	6
1.3.3. RETARDO DE TIEMPO .....	13
1.3.4. PREDICTOR DE SMITH .....	14
1.3.5. CONTROLADOR PID.....	15
1.3.6. CONTROLADOR POR MODELO INTERNO.....	16
1.3.7. CONTROLADOR POR MODELO INTERNO PARA SISTEMAS INESTABLES.....	16
1.3.8. CONTROL POR MODOS DESLIZANTES .....	22
1.3.9. CONTROL POR MODOS DESLIZANTES DINÁMICOS PARA SISTEMAS INESTABLES.....	25
1.3.10. ÍNDICES DE DESEMPEÑO .....	26
1.3.11. PROCESOS DE PRUEBA.....	28
1.3.12. MODELADO COMPUTACIONAL .....	29
2. METODOLOGÍA .....	30
2.1. MODELADO MATEMÁTICO DE LAS PLANTAS.....	30
2.1.1. SISTEMAS LINEALES INESTABLES .....	30
2.1.2. REACTOR BIOQUÍMICO .....	31
2.2. MODELADO EMPÍRICO DE SISTEMAS INESTABLES.....	33

2.2.1. IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS LINEALES INESTABLES DE ORDEN SUPERIOR .....	33
2.2.2. IDENTIFICACIÓN DEL REACTOR BIOQUÍMICO.....	39
2.3. DISEÑO DE CONTROLADORES.....	42
2.3.1. PID DE SEER Y NANDONG .....	42
2.3.2. SMCr DE ROJAS, CAMACHO Y GONZÁLEZ.....	46
2.3.3. DSMC PROPUESTO PARA SISTEMAS INESTABLES.....	48
2.4. IMPLEMENTACIÓN DE LOS SISTEMAS E INTERFAZ.....	51
2.4.1. IMPLEMENTACIÓN SISTEMAS LINEALES INESTABLES .....	51
2.4.2. IMPLEMETACIÓN REACTOR BIOQUÍMICO.....	52
2.4.3. DESARROLLO DE LA INTERFAZ GRÁFICA.....	52
2.4.4. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA INTERFAZ GRÁFICA.....	55
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....	56
3.1. RESULTADOS SIMULADOS.....	56
3.1.1. SISTEMA LINEAL INESTABLE DE TERCER ORDEN .....	56
3.1.2. SISTEMA LINEAL INESTABLE DE SEGUNDO ORDEN .....	71
3.1.3. REACTOR BIOQUÍMICO .....	85
4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	94
4.1. CONCLUSIONES.....	94
4.2. RECOMENDACIONES .....	95
5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	96
ANEXOS .....	99
ANEXO A .....	99

## RESUMEN

El trabajo de titulación muestra el diseño y simulación de un controlador por modos deslizantes dinámicos para sistemas inestables en lazo abierto con retardo de tiempo. Partiendo de los conceptos fundamentales del control por modos deslizantes y estructuras de modelo interno, se sintetiza la propuesta del control por modos deslizantes dinámicos. A partir de la ventaja que tienen los modelos de primer orden con retardo de tiempo para la representación de sistemas no lineales, se estructura el esquema del DSMC para sistemas inestables.

Como procesos de prueba se eligen dos plantas lineales inestables de segundo y tercer orden y un reactor bioquímico no lineal el cual opera en un punto inestable. A estos se les aplica un método de identificación de tal manera que se los aproximen a un modelo inestable de primer orden con retardo de tiempo. En las tres plantas se comprueba la mejora de seguimiento al ejecutar el controlador propuesto.

Se realiza una comparación de rendimiento y robustez frente a los controladores SMC propuesto por R. Rojas, O. Camacho y L. González y PID planteado por Q. Han Seer y J. Nandong mediante los índices de desempeño ISE y TVu, además de los parámetros transitorios  $M_p$  y  $T_s$ . Además, se desarrolla una interfaz gráfica donde se observa el comportamiento de los distintos sistemas. En la interfaz se puede apreciar las salidas de interés de los sistemas, así como el valor de los índices de desempeño.

**PALABRAS CLAVE:** controlador por modos deslizantes dinámicos, sistemas inestables, retardo de tiempo, controlador por modos deslizantes, modelo de primer orden, índices de desempeño.



## ABSTRACT

This document shows the design and simulation of a dynamic sliding mode controller for open-loop unstable systems with time delay. Starting from the fundamental sliding model control concepts and internal model structures, the proposal of dynamic sliding modes control is synthesized. Based on the advantage of a First Order Plus Dead Time (FOPDT) models to the representation of non-linear systems, the DSMC scheme for unstable systems is structured.

The test processes are two unstable linear plants of second and third order and a non-linear biochemical reactor which operates at an unstable point. An identification method is applied to these systems to approximate them to an FOPDT unstable model. Executing the proposed controller, in the three systems, the tracking improve is verified.

A comparison is made of performance and robustness of SMC proposed by R. Rojas, O. Camacho and L. González and PID proposed by Q. Han Seer and J. Nandong using the ISE and TVu performance indices, in addition to the transient parameters Mp and Ts. In addition, a graphical interface is developed where the behavior of the different systems is observed. In the interface you can see the system output, control signal and the value of the performance indices.

**KEYWORDS:** dynamic sliding mode controller, unstable systems, time delay, sliding model controller, first order model, performance indices.

# 1. INTRODUCCIÓN

En cualquier industria de procesos, el diseño de un sistema control óptimo es extremadamente importante. El tipo de automatización que se emplea no es muy eficiente ya que se basa en enfoques clásicos, por lo cual, surge la necesidad del uso de técnicas modernas de sistemas de control [1].

Dentro de las técnicas de control modernas más usuales se encuentran los controladores no lineales de estructura variable, grupo en el cual se encuentra el Control por Modos Deslizantes Dinámicos DSMC (Dynamic Sliding Mode Control) [2]. DSMC proporciona robustez y brinda soporte ante vibraciones inesperadas de cualquier tipo. Su implementación mejora la precisión de seguimiento en el modo de deslizamiento con respecto al Controlador por Modos Deslizantes SMC (Sliding Mode Control) [3].

DSMC es un controlador que proporciona una mejor estabilidad al sistema, de tal manera que se obtiene mejores rendimientos incluso bajo perturbaciones o incertidumbres paramétricas. Puede ser aplicado tanto a sistemas estables como inestables, donde los sistemas inestables son más difíciles de controlar y más aún si a estos se les añade la existencia de un retardo, lo cual complica más la estabilización de estos [4].

Las dificultades de los sistemas inestables se deben principalmente a la naturaleza inestable de la dinámica, por lo que la mayoría de las herramientas de diseño no se pueden utilizar. El problema fuerte de la desestabilización también es un obstáculo inmenso para el proceso inestable. Excepto por los problemas de estabilidad, la especificación de rendimiento que se puede asignar al sistema de control para un proceso inestable también es diferente de uno estable, es decir algunas especificaciones de rendimiento que son muy comunes para procesos estables, serían imposibles de lograr para procesos inestables [5].

La dinámica de muchas plantas y procesos industriales presenta un comportamiento inestable. Probablemente, la razón puede estar en la no linealidad de dichos procesos. Tales sistemas no lineales exhiben múltiples estados de tensión y algunos de ellos pueden ser inestables. La situación en la que los procesos tienen polos inestables puede ocurrir por ejemplo en un reactor de tanque exotérmico agitado de tiempo continuo, en columnas de destilación, en procesos de polimerización o en una clase de procesos bioquímicos donde los procesos deben operar en un estado estacionario inestable. Además, si a esto se le agrega un retardo de tiempo también puede ser una parte inherente de muchas plantas y procesos industriales [6].

El DSMC puede conseguirse mediante la unión de dos estructuras de control diferentes, es decir mediante un SMC convencional basado en conceptos de un Controlador por Modelo Interno IMC (Internal Model Control) para conseguir un controlador de estructura fija y aplicarlo a cualquier sistema no lineal [7]. El IMC permite reducir los efectos adversos que puede causar el retardo de tiempo, debido a que este controlador está estrechamente relacionado con el predictor de Smith (SP, Smith Predictor), el cual es uno de los métodos más conocidos para reducir los efectos de desestabilización ocasionados por el retardo de tiempo.

El diseño del DSMC para sistemas inestables comienza con la identificación de la planta inestable, con lo cual, se logra obtener una aproximación de dicha planta a un modelo inestable de primer orden con retardo de tiempo. La identificación del sistema inestable es la parte fundamental para desarrollar el diseño y sintonización del controlador [8].

El método de identificación que se utiliza se basa en cerrar el lazo con un cambio de la referencia en el punto de ajuste de un controlador P/PI/PID, de tal manera que la respuesta del sistema a lazo cerrado y las fórmulas analíticas para la identificación planteadas por R. Padma Sree y M. Chidambaram mediante el uso de un controlador P [8] y por I. Ananth y M. Chidambaram mediante el uso de un controlador PI/PID [9], son las que se utilizan para determinar la ganancia, el retardo de tiempo y la constante de tiempo del sistema inestable.

Basados en estos precedentes se propone el diseño y simulación de un controlador por modos deslizantes dinámicos para sistemas inestables a lazo abierto con retardo de tiempo, utilizando conceptos de modos deslizantes y estructuras de modelo interno. El controlador resultante dispone de un controlador interno tipo P/PD que permite que el sistema tenga rechazo ante perturbaciones, y de un DSMC, el cual se encarga de corregir los errores de modelado, brindar un mejor rendimiento y aumentar la vida útil del Elemento Final de Control (EFC). Es importante mencionar que la principal ventaja que tiene el DSMC con respecto al SCMC es reducir o eliminar la vibración no deseada producida por la conmutación de alta frecuencia del control, fenómeno conocido como chattering, el cual afecta en gran medida a los EFCs [10].

El DSMC diseñado ha sido aplicado a 2 sistemas lineales inestables y a un biorreactor no lineal trabajando en el punto inestable [11], donde se ha analizado la respuesta con respecto a los controladores SMC propuesto por R. Rojas, O. Camacho y L. González [12] y PID planteado por Q. Han Seer y J. Nandong [11].

A partir de los índices de desempeño ISE (tiempo por error cuadrático integral) y TVu (variación total del esfuerzo de control), además de los parámetros  $M_p$  (máximo sobrepico)

y Ts (tiempo de establecimiento), se ha realizado una comparación cuantitativa de los controladores SMC propuesto por R. Rojas, O. Camacho y L. González [12] y PID planteado por Q. Han Seer y J. Nandong [11] con respecto al DSMC propuesto, comprobando robustez y rendimiento ante perturbaciones y cambios de referencia.

Los resultados obtenidos se muestran en una interfaz gráfica desarrollada en Matlab en la cual se observa fácilmente el comportamiento de la variable a controlar, la referencia dada por el usuario, y los índices de desempeño ISE y TVu, que muestran la capacidad del controlador diseñado para los sistemas inestables anteriormente mencionados.

## **1.1. OBJETIVOS**

El objetivo general de este Proyecto Técnico es:

Diseñar y simular un controlador por modos deslizantes dinámicos para sistemas inestables en lazo abierto con retardo de tiempo.

Los objetivos específicos de este Proyecto Técnico son:

- Estudiar los principios de diseño del controlador por modos deslizantes dinámicos tanto en su parte continua como discontinua y revisar la bibliografía de los controladores SMC propuesto por Rojas, Camacho y González y PID con ajuste mediante algoritmos planteado por Qiu Han Seer y Jobrun Nandong aplicado sistemas inestables en lazo abierto con retardo de tiempo.
- Realizar la identificación de los sistemas inestables lineales y no lineales usando los métodos planteados por R. Padma Sree y M. Chidambaram mediante el uso de un controlador P y por I. Ananth y M. Chidambaram mediante el uso de un controlador PI/PID, para aproximarlos a un modelo inestable de primer orden con retardo de tiempo y realizar el diseño del DSMC a partir del modelo aproximado obtenido.
- Simular los dos sistemas lineales inestables y el biorreactor no lineal junto con la técnica de control propuesta en el software Simulink-Matlab, realizando pruebas ante cambios de referencia y ante perturbaciones.
- Desarrollar una interfaz gráfica en Matlab en la cual se podrá observar el comportamiento de la variable a controlar, la señal de salida del controlador y los índices de desempeño ISE y TVU, para los dos sistemas lineales inestables y para el biorreactor no lineal.

- Comprobar la robustez del DSMC diseñado mediante el análisis cuantitativo de los índices de desempeño ISE y TVU, además de los parámetros  $M_p$  y  $T_s$ , con respecto al SMC propuesto por Rojas, Camacho y Gonzáles y PID planteado por Qiu Han Seer y Jobrun Nandong para sistemas inestables con retardo de tiempo.

## 1.2. ALCANCE

- Se hará una revisión bibliográfica del diseño del controlador por modos deslizantes dinámicos planteado por Báez Edgar con la finalidad de obtener los parámetros de diseño y poderlos aplicar al control de sistemas inestables con retardo de tiempo
- Se revisará la bibliografía de los controladores SMC propuesto por Rojas, Camacho y Gonzáles y PID planteado por Qiu Han Seer y Jobrun Nandong, para hacer un posterior análisis con respecto al DSMC.
- Se revisará los métodos de identificación para sistemas inestables con retardo de tiempo planteados por R. Padma Sree y M. Chidambaram mediante el uso de un controlador P y por I. Ananth y M. Chidambaram mediante el uso de un controlador PI/PID, con el propósito de aproximar los sistemas inestables lineales y no lineales a un modelo inestable de primer orden con retardo de tiempo. Además, se realizará un análisis de los dos sistemas lineales inestables y del biorreactor no lineal trabajando en un punto inestable, para después proceder a la identificación de dichos sistemas, aproximándolos a un modelo inestable de primer orden con retardo de tiempo mediante los métodos anteriormente mencionados.
- Se diseñará un DSMC para sistemas inestables en lazo abierto con retardo de tiempo a partir de un modelo inestable de primer orden con retardo de tiempo, considerando seguimiento ante cambios de referencia y rechazo a perturbaciones.
- Se simulará los dos sistemas lineales inestables y el biorreactor no lineal operando en el punto inestable junto con la técnica de control propuesta en el software Simulink-Matlab, realizando pruebas ante cambios de referencia y rechazo a perturbaciones.
- Se comparará los índices de desempeño ISE y TVu, además de los parámetros  $M_p$  y  $T_s$  de los controladores SMC propuesto por Rojas, Camacho y Gonzáles y PID planteado por Qiu Han Seer y Jobrun Nandong, con respecto al DSMC propuesto para el trabajo de titulación, comprobando robustez y rendimiento en los dos sistemas lineales inestables, así como también en el biorreactor no lineal.

- Se desarrollará una interfaz gráfica en Matlab en la cual se podrá observar el comportamiento de la variable a controlar, la referencia dada por el usuario, y los índices de desempeño ISE y TVu, que mostrarán la capacidad del controlador diseñado aplicado a los dos sistemas lineales inestables y al biorreactor no lineal.

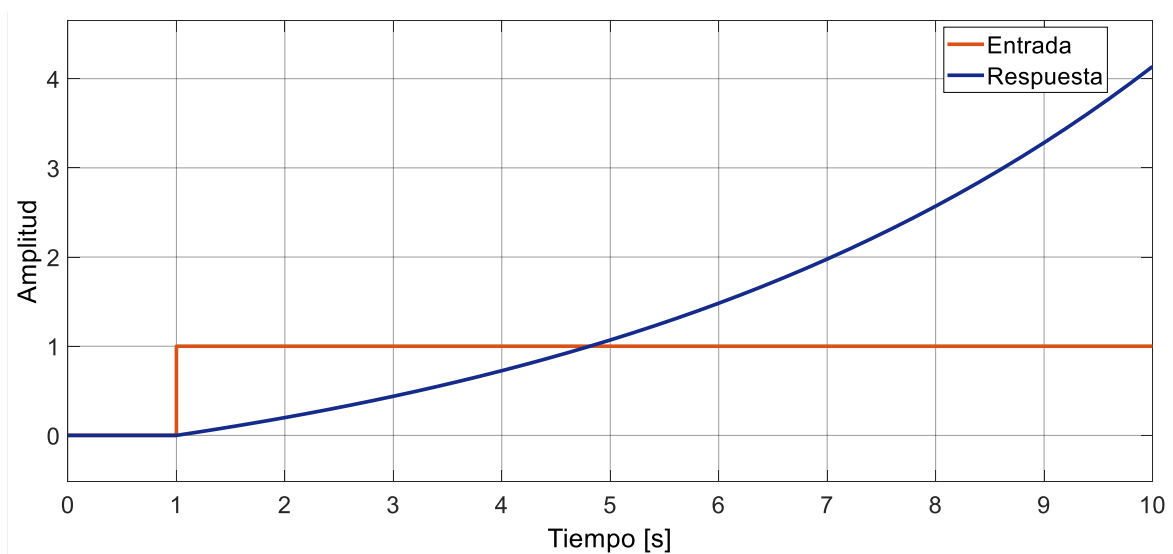
### 1.3. MARCO TEÓRICO

En esta sección se presenta toda la teoría utilizada para argumentar el trabajo de titulación y construir y evaluar la solución a la problemática planteada.

#### 1.3.1. SISTEMAS INESTABLES

Un sistema de control se define como un sistema de dispositivos que administra, ordena, dirige o regula el comportamiento de otros dispositivos o sistemas para lograr un resultado deseado [13]. La parte fundamental para el análisis de un sistema de control es la base proporcionada por el sistema o proceso a controlar, el cual, representa a las plantas donde ocurren los fenómenos físicos y químicos que se desea controlar [14]. Puede haber diversos tipos de procesos, donde su característica común es que todos son procesos no lineales. Estos pueden ser sistemas inestables, autorregulados y no autorregulados [15].

La ingeniería de control se basa en los fundamentos de la teoría de la realimentación y el análisis de los sistemas no lineales [15]. El control de realimentación está omnipresente en la tecnología moderna, incluidas las aplicaciones en las que se proporciona medios de estabilización además de rendimiento. El control de plantas inestables a lazo abierto que surgen, por ejemplo, en aplicaciones industriales y de control de vuelo, resalta la importancia de la estabilización de este tipo de sistemas con garantías de robustez.



**Figura 1.1** Respuesta de un sistema inestable a lazo abierto ante una entrada tipo paso

Los sistemas inestables se caracterizan por tener al menos un polo a lado derecho del plano complejo ( $j\omega$ ), lo cual significa que no es posible predecir su comportamiento, debido a que la variable a controlar tiene un incremento sostenido como se puede apreciar en la Figura 1.1.

Los procesos inestables son muy conocidos y complicados de controlar, especialmente cuando existe un retardo de tiempo dominante en la respuesta del sistema. Se han desarrollado varios enfoques diferentes para el control procesos inestables, la mayoría basados en enfoques clásicos [16].

### 1.3.2. IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS INESTABLES

Generalmente los sistemas exhiben múltiples estados estacionarios debido a las no linealidades que presentan los sistemas, por lo cual, es deseable que el sistema opere establemente en un estado inestable por razones económicas o de seguridad. Para que el diseño de controladores sea más fácil de realizar, es factible representar muchos de estos sistemas a un modelo inestable de primer orden con retardo de tiempo. El propósito de la identificación es mejorar el ajuste de los parámetros de los controladores diseñados, y, además, conseguir un modelo de primer orden aproximado para este tipo de sistemas [9].

Usualmente, la derivación de un modelo matemático riguroso es difícil debido a la naturaleza compleja de los procesos. Por tanto, el procedimiento de identificación es una herramienta viable para desarrollar un modelo matemático del proceso a tratar. Existen varias metodologías analíticas para la identificación de sistemas estables. Sin embargo, para los sistemas inestables solo se ha logrado un progreso limitado con enfoques analíticos como el método de relé, la prueba de respuesta escalonada en base a un controlador P [8] y la prueba de respuesta escalonada en base a un controlador PI/PID [9].

Los métodos anteriormente mencionados tienen como objetivo determinar los parámetros del proceso inestable, tales como la ganancia, la constante del tiempo y el retardo de tiempo del proceso a identificar. A partir de estos parámetros, se logra construir una función de transferencia FOPDT inestable a lazo abierto Ecuación 1.1, la cual, representa el modelo del proceso identificado.

$$G_P(s) = \frac{K}{\tau s - 1} e^{-t_o s} \quad (1.1)$$

La Ecuación 1.1 representa la función de transferencia de primer orden aproximada de un sistema inestable. Está caracterizada por poseer una ganancia  $K$ , un retardo de tiempo de tiempo  $t_o$  y una constante de tiempo  $\tau$ .

### 1.3.2.1. MÉTODOS BASADOS EN RELÉS

Este método fue propuesto por Astrom y Hagglund (1984) y es ampliamente adoptado en las industrias debido a su simplicidad. Este método utiliza la variación de ajuste automático (ATV), y es uno de los métodos más efectivos para procesos de orden inferior.

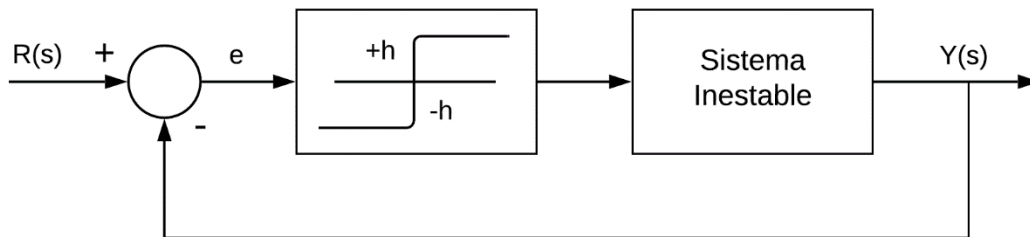
#### Relé básico

Esta prueba consiste en generar una oscilación sostenida de la variable a controlar, con el objeto de obtener información vital para el proceso, como la ganancia máxima ( $k_u$ ) Ecuación 1.2 y la frecuencia máxima ( $\omega_u$ ) Ecuación 1.3.

$$k_u = \frac{4h}{\pi a} \quad (1.2)$$

$$\omega_u = \frac{2\pi}{P_u} \quad (1.3)$$

Donde  $h$  es la altura del relé,  $a$  es la amplitud y  $P_u$  es el período de oscilaciones de la respuesta del proceso.



**Figura 1.2** Esquema de identificación basado en relés

En la Figura 1.2 se muestra el diagrama de bloques que representa la prueba a lazo cerrado basado en relés, con la cual se determinan los parámetros del sistema inestable a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\frac{k_u K}{\sqrt{\tau^2 \omega_u^2 + 1}} = 1 \quad (1.4)$$

$$-t_o \omega_u + \tan^{-1}(\tau \omega_u) = 0 \quad (1.5)$$

Donde  $K$  es la ganancia,  $\tau$  es la constante del tiempo, y  $t_o$  es el retardo de tiempo del proceso. Aquí, se debe tener en cuenta que la ganancia o el retardo de tiempo del proceso se deben conocer con anterioridad [8].



### 1.3.2.2. PRUEBAS DE LA RESPUESTA AL PASO A LAZO CERRADO

Esta prueba es uno de los métodos prácticos, considerado para la identificación del modelo de orden reducido para procesos inestables. Este método tiene la ventaja de que no necesita de un componente adicional como un relé, y en su lugar se tiene un controlador P/PI/PID el cual proporciona los datos necesarios para el desarrollo del modelo [8].

En este esquema, los parámetros del controlador se los obtiene por ensayo y error, hasta que el sistema exhiba una respuesta similar a una amortiguada.

#### Prueba de la respuesta al paso basado en un controlador P

La identificación basada en un controlador P fue propuesta por Srinivas y Chidambaram (1996). Este método identifica un modelo SOTPD inestable a lazo cerrado, para que, a partir de este, se derive el modelo FOPTD inestable a lazo abierto. En la Figura 1.3 se puede observar el diagrama de bloques de este método [8].

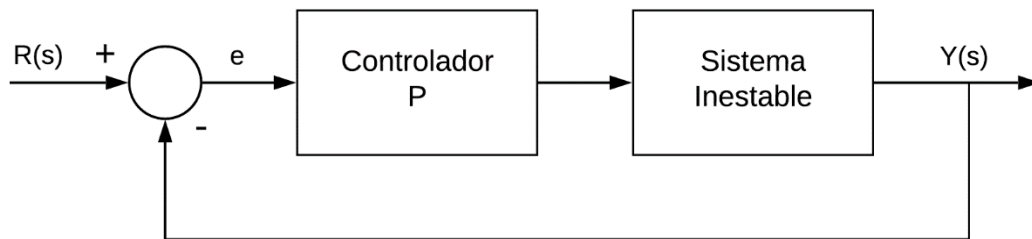


Figura 1.3 Esquema de identificación basado en un controlador P

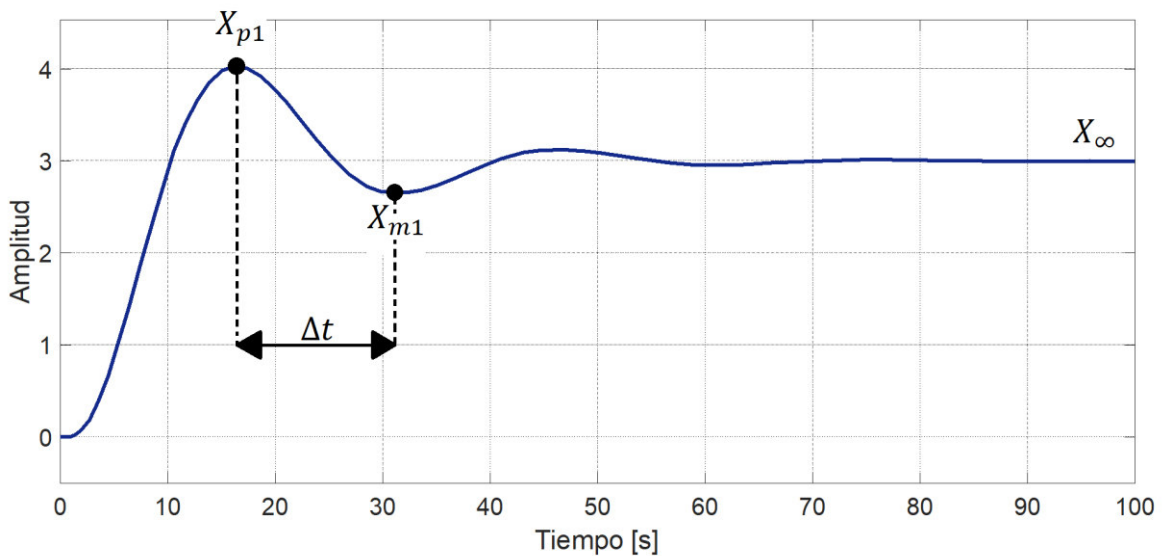


Figura 1.4 Parámetros para la identificación del sistema inestable basado en un controlador P

Este método comienza con la implementación del diagrama de bloques de la Figura 1.3. La excitación del sistema es una entrada paso de valor unitario. El valor de la constante proporcional del controlador se la obtiene por ensayo y error, hasta que la respuesta del sistema sea parecida o igual a la que se muestra en la Figura 1.4.

A partir de la gráfica de la Figura 1.4 se pueden obtener varios parámetros que nos permitirán obtener el modelo FOPDT del sistema inestable. Los parámetros son  $X_{p1}$ : Primer pico de la respuesta,  $X_{m1}$ : Primer valor mínimo de la respuesta,  $X_{\infty}$ : Valor de la respuesta en estado estable,  $\Delta t$ : Tiempo de diferencia entre  $X_{m1}$  y  $X_{p1}$ .

Los parámetros extraídos de la gráfica que se muestra en la Figura 1.4 son los valores suficientes para determinar el modelo FOPDT de la forma que se muestra en la Ecuación 1.1.

El valor de la Ganancia  $K$ , la constante de tiempo  $\tau$  y el retardo de tiempo  $t_o$  del modelo inestable, se determina a partir de una sucesión de ecuaciones planteadas por R. Padma Sree y M. Chidambaram.

$$K = \frac{X_{\infty}}{K_c(X_{\infty} - 1)} \quad (1.6)$$

$$K_o = K_c K \quad (1.7)$$

$$\Delta_p = \frac{X_{\infty} - X_{m1}}{X_{p1} - X_{\infty}} \quad (1.8)$$

$$\xi = \frac{-\ln(\Delta_p)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(\Delta_p))^2}} \quad (1.9)$$

$$P_1 = \sqrt{(1 - \xi^2)(K_o - 1)} \quad (1.10)$$

$$P_2 = \xi\sqrt{K_o - 1} + \sqrt{(K_o - 1)\xi^2 + (K_o + 1)} \quad (1.11)$$

$$t_o = \frac{2\Delta t P_1}{P_2 \pi} \quad (1.12)$$

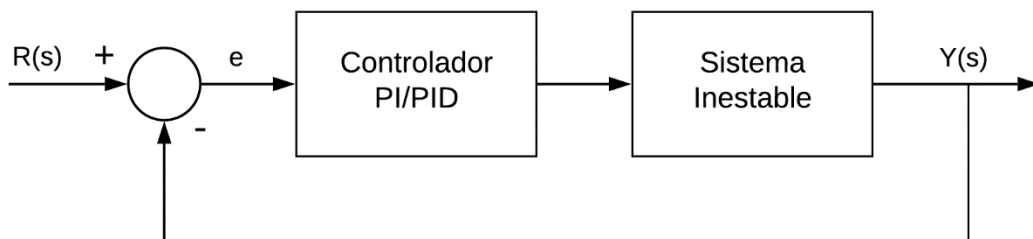
$$\tau = \frac{\Delta t P_1 P_2}{\pi} \quad (1.13)$$

Donde  $K_c$  es el valor de la constante proporcional del controlador,  $K_o$  es la ganancia a lazo cerrado,  $\xi$  es la relación de amortiguación y  $\Delta P$ ,  $P_1$ ,  $P_2$  son variables.

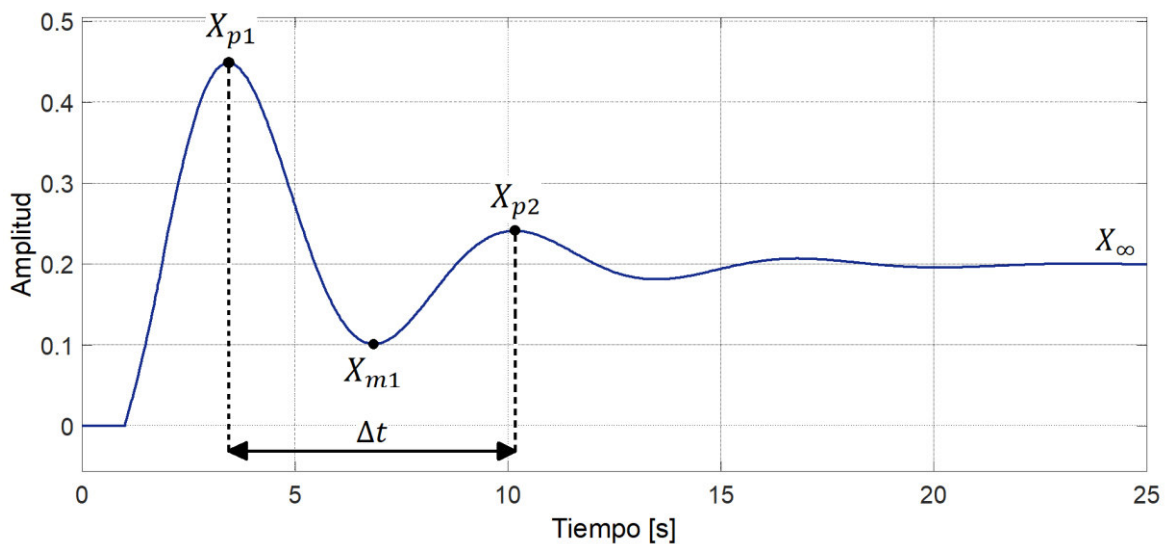
### Prueba de la respuesta al paso basado en un controlador PI/PID

En ciertas ocasiones el procedimiento de identificación de un sistema inestable basado en un controlador P no proporciona el modelo esperado debido a que existe una gran desviación con respecto al sistema original, esto, debido a que existen sistemas inestables que son más complejos y difíciles de tratar.

Por consiguiente, se considera una técnica de identificación basada en un controlador PI/PID, El procedimiento de identificación para este método es similar al procedimiento basado en un controlador P, excepto que los parámetros iniciales de ajuste del controlador cambian, ya sea este, un controlador PI o PID.



**Figura 1.5** Esquema de identificación basado en un controlador PI/PID



**Figura 1.6** Parámetros para la identificación del sistema inestable basado en un controlador PI/PID

Los parámetros del controlador PI o PID en un inicio se los obtiene siguiendo el procedimiento de sintonización que se muestra en [29], después se puede ir variando estos parámetros según se convenga hasta que el sistema proporcione una respuesta similar o

igual a la que se muestra en la Figura 1.6. El controlador PID tiene la forma que se presenta en la Ecuación 1.14.

$$G_{PID} = K_c \left[ e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int e(t) dt + \tau_D \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (1.14)$$

La respuesta de la Figura 1.6 proporciona los parámetros necesarios para determinar el modelo FOPDT del sistema inestable, los cuales son:  $X_{p1}$ : Primer pico de la respuesta,  $X_{m1}$ : Primer valor mínimo de la respuesta,  $X_{p2}$ : Segundo pico de la respuesta,  $X_{\infty}$ : Valor de la respuesta en estado estable,  $\Delta t$ : Tiempo de diferencia entre  $X_{p1}$  y  $X_{p2}$ .

Para el propósito de diseño de un controlador, se supone que un modelo inestable de la forma en la que se representa en la Ecuación 1.1. El controlador PID usado para estabilizar el sistema tiene la siguiente estructura:

$$u = K_p \left[ e + \frac{1}{\tau_i} \int e dt - \tau_d \frac{dX}{dt} \right] \quad (1.15)$$

Donde  $e = X_r - X$ . La función de transferencia a lazo cerrado está dada por:

$$\frac{X(s)}{X_r(s)} = \frac{(1 + \tau_i s) e^{-t_o s}}{\left[ (\tau s - 1) \left( \frac{\tau_i}{K_c K} \right) s + (1 + \tau_i s + \tau_i \tau_d s^2) e^{-t_o s} \right]} \quad (1.16)$$

Para evitar un sobre impulso excesivo bajo el cambio de entrada escalonada en el punto de ajuste, se supone que la derivada se toma solo para la salida del proceso y no para el valor del punto de ajuste [9]. El denominador de la Ecuación 1.16 tiene un número infinito de raíces debido a la presencia de retardo de tiempo, por lo cual, se considera solamente 2 raíces dominantes, las cuales se obtendrán de la respuesta escalonada del sistema a lazo abierto [9]. Por lo tanto, la Ecuación 1.16 puede ser aproximada a la siguiente forma:

$$\frac{X(s)}{X_r(s)} = \frac{(\tau_i s + 1) e^{-t_o s}}{[\tau_e^2 s^2 + 2\tau_e \xi s + 1]} \quad (1.17)$$

Para un cambio de paso dado en el punto de ajuste, se obtiene la respuesta a lazo cerrado que se presenta en la Figura 1.6. A partir de los valores de  $X_{p1}$ ,  $X_{m1}$ ,  $X_{p2}$ , los valores de  $\tau_e$  y  $\xi$  se determinan a partir de las ecuaciones planteadas por Yuwana y Seborg como:

$$\tau_e = \frac{\Delta t}{2\pi} (1 - \xi^2)^{0.5} \quad (1.18)$$

$$\xi = 0.5(\xi_1 + \xi_2) \quad (1.19)$$

Donde:

$$\xi_1 = \frac{-\ln(v_1)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(v_1))^2}} \quad (1.20)$$

$$\xi_2 = \frac{-\ln(v_2)}{\sqrt{4\pi^2 + (\ln(v_2))^2}} \quad (1.21)$$

$$v_1 = \frac{X_\infty - X_{m1}}{X_{p1} - X_\infty} \quad (1.22)$$

$$v_2 = \frac{X_{p2} - X_\infty}{X_{p1} - X_\infty} \quad (1.23)$$

Si la respuesta del sistema presenta solo un pico, entonces  $\xi_1$  puede usarse como  $\xi$ . A partir de los valores de  $\xi$  y  $\tau_e$ , los dos polos dominantes a lazo cerrado ( $\alpha \pm j\beta$ ) se pueden obtener como:

$$\alpha = -\frac{\xi}{\tau_e} \quad (1.24)$$

$$\beta = \frac{(1 - \xi^2)^{0.5}}{\tau_e} \quad (1.25)$$

Sustituyendo los polos dominantes de lazo cerrado en la Ecuación 1.17 y, además, igualando las partes real e imaginaria de la ecuación resultante, se obtendrá dos ecuaciones algebraicas en  $\tau$  y  $K$ . Al resolver las ecuaciones resultantes se obtiene lo siguiente:

$$K = \frac{-2\alpha^2\beta + (\alpha^2 - \beta^2)\beta}{(\alpha^2 - \beta^2)B - 2A\alpha\beta} \quad (1.26)$$

$$\tau = \frac{\alpha B - A\beta}{(\alpha^2 - \beta^2)B - 2A\alpha\beta} \quad (1.27)$$

Donde:

$$A = K_c e^{-t_o\alpha} \left\{ \left[ \tau_d(\alpha^2 - \beta^2) + \alpha + \frac{1}{\tau_i} \right] \cos(t_o\beta) + [2\alpha\beta\tau_d + \beta] \sin(t_o\beta) \right\} \quad (1.28)$$

$$B = K_c e^{-t_o\alpha} \left\{ [2\alpha\beta\tau_d + \beta] \cos(t_o\beta) - \left[ \tau_d(\alpha^2 - \beta^2) + \alpha + \frac{1}{\tau_i} \right] \sin(t_o\beta) \right\} \quad (1.29)$$

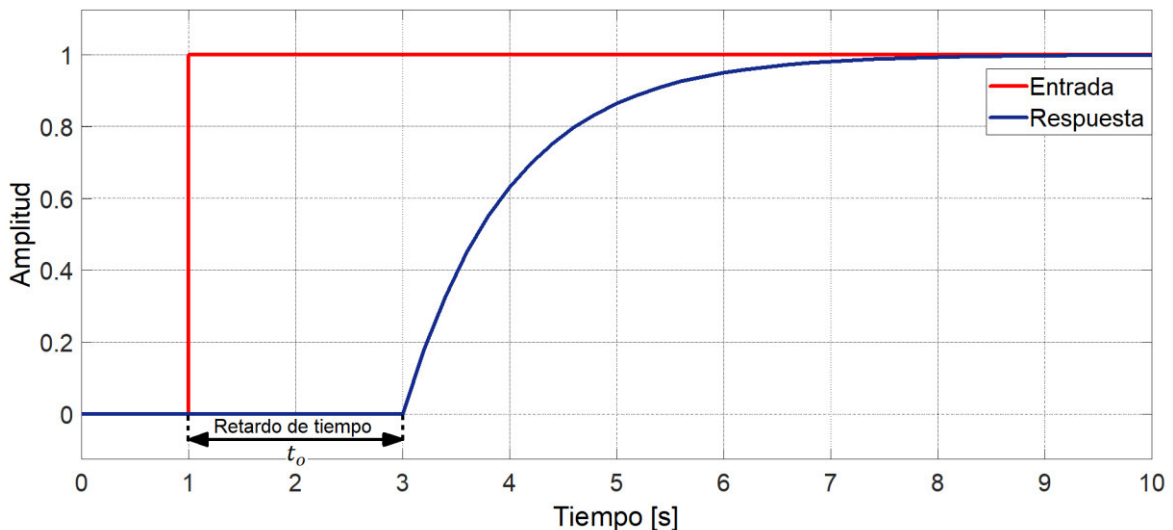
Cabe señalar que el retardo de tiempo  $t_o$  se lo obtiene de la parte inicial de la respuesta a la entrada escalón. Además, en el caso que el controlador usado sea un PI, la constante derivativa  $\tau_d$  es 0.

### 1.3.3. RETARDO DE TIEMPO

En las industrias de procesos, la aparición de "tiempos muertos" o "retardo de tiempo" es bastante común. En la mayoría de los lazos de control simples, la cantidad de tiempo muerto no suele ser significativa en comparación con la constante de tiempo. Para los bucles de control más complicados, como los de control de calidad, el retardo de tiempo puede ser muy significativo e incluso mayor que la constante de tiempo del sistema.

En términos simples, el retardo de tiempo es un retraso en la respuesta a una acción de control como se muestra en la Figura 1.7. Por lo tanto, existe un lapso entre el instante en el que aplica la acción de control y la respuesta del sistema. En los sistemas de control, el retardo de tiempo es un importante problema debido a que puede causar desestabilización y lentitud en la respuesta del bucle [17].

El retardo de tiempo aparece en los lazos de control ya sea por medición y el elemento final de control o también por sí mismo como parámetro inherente al sistema. También es notable que los retardos de tiempo existan en una gran cantidad excepcional en los sistemas o procesos. Algunos ejemplos de sistemas que presentan retardo de tiempo son los sistemas de tambor giratorio y los intercambiadores de calor, etc. [17].



**Figura 1.7** Respuesta con retardo de tiempo

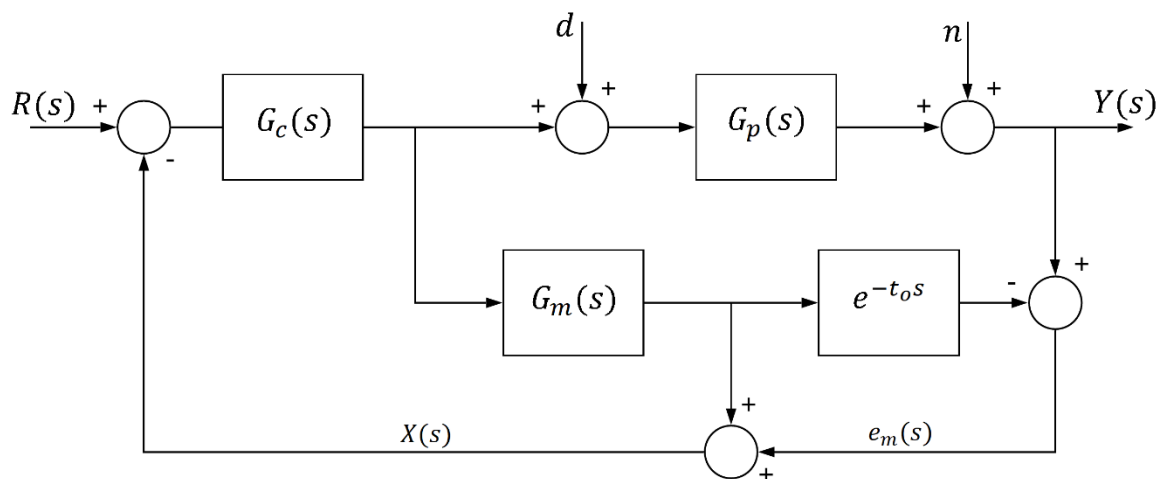
Debido a los problemas que causa la presencia de los retardos de tiempo en el lazo de control, se busca una alternativa que pueda minimizar los efectos adversos que pueda causar el retardo de tiempo en los sistemas de control, por lo cual, uno de los métodos que se encuentra en la literatura para eliminar los efectos desestabilizadores del retardo de tiempo se basa en una compensación de retardos planteado Smith que se conoce

popularmente como predictor de Smith. Por otro lado, un controlador muy conocido para la reducción de los efectos del retardo de tiempo es el IMC, el cual, desde el punto de vista actual, está fuertemente vinculado con el predictor de Smith.

#### 1.3.4. PREDICTOR DE SMITH

El predictor de Smith (SP, *Smith Predictor*) es una metodología propuesta por Otto Smith en el año de 1957. El predictor de Smith es el método más conocido y usado para la compensación del retardo de tiempo. Desde su planteamiento, este método ha sido objeto de numerosos análisis y aplicaciones experimentales [4].

El esquema tradicional del predictor de Smith de la Figura 1.8 es un modelo eficaz para procesos con un retardo de tiempo prolongado. Tiene un lazo interno con un controlador principal que se puede diseñar simplemente sin el retardo de tiempo. Los efectos de las perturbaciones de carga y de error de modelado se corrigen a través del lazo externo [4].



**Figura 1.8** Esquema predictor de Smith tradicional

La idea del predictor de Smith es que cuando la salida prevista es igual a la salida de la planta, la señal del modelado de la planta sin retardo de tiempo se puede usar para el control, de tal manera que el controlador se puede diseñar sin considerar el retardo, haciendo que el rendimiento del control mejore significativamente [4].

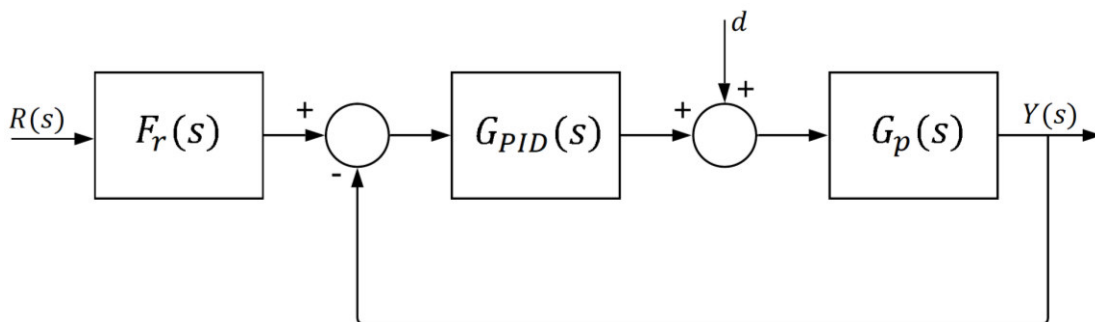
El predictor de Smith consta de un controlador primario  $G_c(s)$  y una estructura de predictor. La parte del predictor consta del modelo del sistema sin retardo de tiempo conocido como modelo rápido  $G_m(s)$  y del modelo de retardo de tiempo  $e^{-t_0 s}$ . Si el sistema no tiene perturbaciones de carga y no existiera errores de modelado de la planta, el error de modelado  $e_m(s)$  tendría un valor de cero.

### 1.3.5. CONTROLADOR PID

A pesar de la disponer de varias técnicas de control avanzadas en el control de procesos, el control proporcional integral derivativo (PID, *Proportional Integral Derivative*) de estructura fija de bajo orden todavía es muy utilizado en la industria debido a su simplicidad, confiabilidad y robustez. A nivel industrial, el 95% de los controladores son de tipo PID [11].

Este tipo de control es mayormente utilizado debido a las facilidades de diseño que presenta, por lo que la implementación de un controlador PID se lo puede realizar sin tener una comprensión profunda de la teoría de control. Además, a pesar de ser un compensador bastante simple, es un compensador bastante sofisticado porque captura el historial del sistema (a través de la integración) y anticipa el comportamiento profundo del sistema (a través de la diferenciación).

Debido a la gran importancia del control PID en la industria, se han desarrollado varios métodos de síntesis y ajuste del controlador PID, como los métodos de sintonización basados en Ziegler-Nicholas, los métodos de diseño IMC, método en el dominio de la frecuencia y el método de descomposición basado en el esquema de control multiescala (MSC). Cabe señalar que, para algunos procesos complejos, los controladores de orden superior pueden proporcionar un mejor rendimiento que los controladores PID de orden inferior. Por otro lado, se debe de tener en cuenta que el diseño de un control PID para un sistema inestable es más difícil de diseñar que un controlador PID para un sistema estable. Para un sistema estable se puede garantizar el margen de ganancia y fase deseados, mientras que para un sistema inestable no siempre se puede lograr el margen de ganancia y fase deseados.



**Figura 1.9** Estructura de control PID [11]

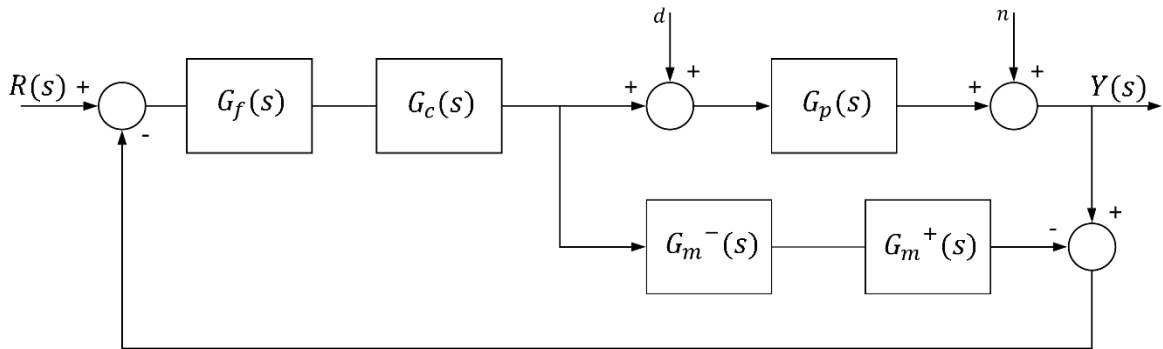
En la Figura 1.9 se muestra el esquema PID propuesto por Seer y Nandong para el control de sistemas inestables. El esquema está compuesto de un controlador  $G_{PID}(s)$  sintonizado mediante algoritmos [11] y de un pre-filtro  $F_r(s)$  encargado de reducir el sobre impulso en el transitorio de la respuesta.



### 1.3.6. CONTROLADOR POR MODELO INTERNO

El controlador por modelo interno (IMC, *Internal Model Control*) fue introducido por García y Morari en el año de 1982, pero varios investigadores han utilizado previamente y de forma independiente un concepto similar, utilizando el procedimiento de diseño IMC. La complejidad del controlador depende básicamente de la complejidad del modelo de la planta y de los requisitos de rendimiento preestablecidos por el diseñador [18].

El IMC se refiere a un procedimiento sistemático para el diseño de sistemas de control basado en el concepto de parametrización Q que es la base de muchas técnicas de control modernas. Como consecuencia, IMC ha sido un procedimiento de diseño popular en las industrias de procesos, particularmente como un medio para sintonizar controladores de tipo PID de lazo único [18].



**Figura 1.10** Esquema convencional IMC

La Figura 1.10 muestra el esquema convencional de un controlador por modelo interno. El IMC consta de un controlador principal  $G_c(s)$  acompañado de un filtro  $G_f(s)$  que introduce robustez frente a un posible desajuste del modelo interno. Además, consta de un lazo de control interno del modelo que utiliza funciones de transferencia de Laplace, que constan del modelo de la planta invertible  $G_m^-(s)$  y del modelo de la planta no invertible  $G_m^+(s)$ .

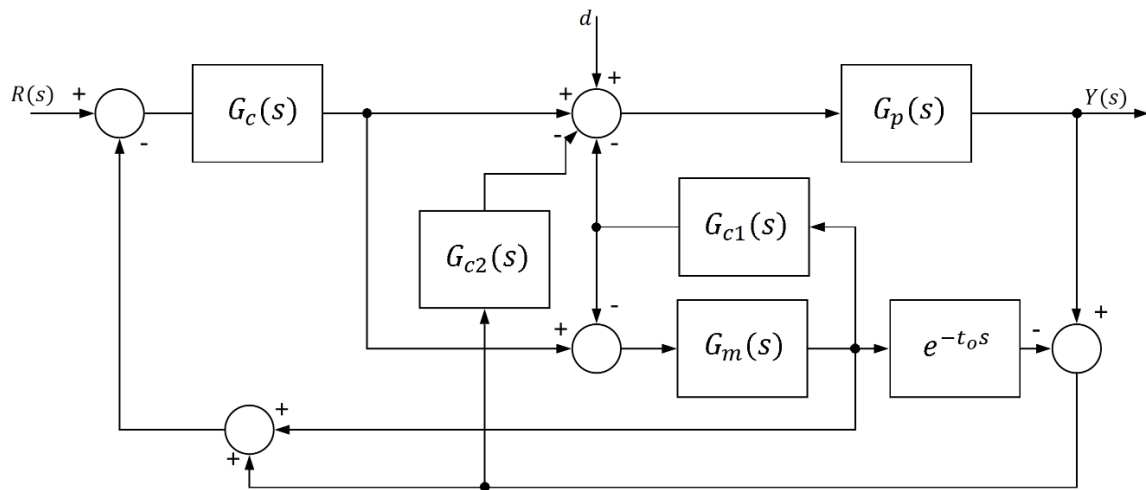
### 1.3.7. CONTROLADOR POR MODELO INTERNO PARA SISTEMAS INESTABLES

El control por modelo interno convencional tiene como límite no ser apto para el control de sistemas inestables debido a la inestabilidad interna de la estructura de control. Esta inestabilidad surge debido al proceso inestable y al efecto de desajuste que causa el modelado de la planta que crece sin límite. Debido a la popularidad del IMC en el entorno industrial para el control de sistemas con retardo de tiempo, se ha buscado varias formas

de adaptar este tipo de control a sistemas inestables con retardos de tiempo. Como se sabe, el IMC es prácticamente un predictor de Smith, donde este último es un controlador que tampoco es útil para el control de sistemas inestables. Por lo cual, se han planteado diferentes esquemas de control basados en el principio del IMC, donde se busca tener un esquema equivalente al IMC en lazo simple, y, una vez determinado el regulador, aproximar este a un controlador PID convencional.

### Esquema propuesto por Majhi *et al.*

En la Figura 1.11 se puede observar el esquema planteado por Majhi *et al.* [19]. Este esquema consta de 3 controladores, cada uno con un objetivo diferente dentro del esquema de control.



**Figura 1.11** Esquema propuesto por Majhi *et al.* [19]

Teniendo en cuenta que  $G_p(s) = G_m(s)e^{-t_0 s}$ , la función de transferencia que relaciona la referencia con la variable a controlar es la siguiente:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_m(s)G_c(s)e^{-t_0 s}}{1 + G_m(s)[G_c(s) + G_{c1}(s)]} \quad (1.30)$$

Por otro lado, la función de transferencia que relaciona la perturbación  $d$  y la variable a controlar es tal que:

$$\frac{Y(s)}{d(s)} = \frac{G_m(s)e^{-t_0 s}}{1 + G_m(s)[G_c(s) + G_{c1}(s)]} \frac{1 + G_m(s)[G_c(s) + G_{c1}(s)] - G_m(s)G_c(s)e^{-t_0 s}}{1 + G_m(s)G_{c2}(s)e^{-t_0 s}} \quad (1.31)$$

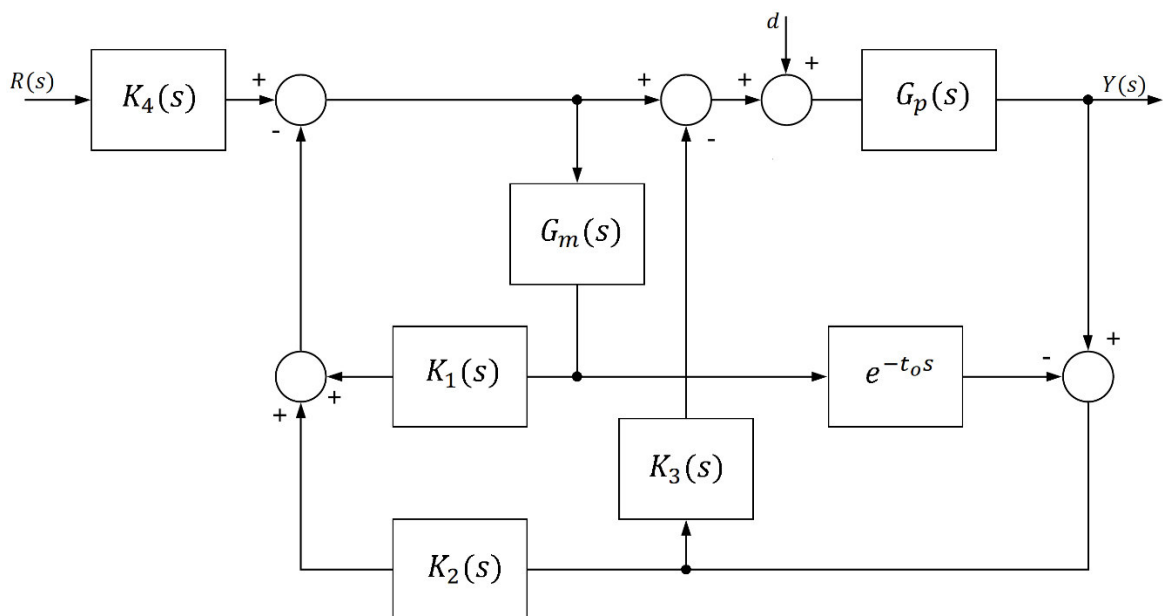
El controlador  $G_c(s)$  puede ser un PID convencional y tiene como objetivo ajustar la referencia, el  $G_{c1}(s)$  se diseña para estabilizar los sistemas inestables o con acción integral y finalmente el  $G_{c2}(s)$ , el cual, puede ser un control proporcional como lo propone De Paor *et al.* [26], tiene como propósito tener una adecuada respuesta ante perturbaciones.

El principal inconveniente que tiene este esquema es que aún se encuentra la presencia del retardo entre la perturbación y la variable a controlar, ocasionando que en el diseño se tome en cuenta la aproximación del retardo o se utilice otro método no analítico [4].

### Esquema propuesto por Xiang *et al.*

El esquema planteado por Xiang *et al.* [24] se presenta en la Figura 1.12. Considerando que no existe error de modelado, es decir que  $G_p(s) = G_m(s)e^{-t_0s}$ , la función de transferencia que relaciona la variable a controlar con la entrada y la perturbación se define como:

$$Y(s) = \frac{K_4 G_p(s)}{1 + K_1 G_m(s)} R(s) + \frac{G_p(s)[1 + K_1 G_m(s) - K_2 G_p(s)]}{[1 + K_1 G_m(s)][1 + K_3 G_p(s)]} d(s) \quad (1.32)$$



**Figura 1.12** Esquema propuesto por Xiang *et al.* [24]

A partir de la expresión de la Ecuación 1.30 se puede determinar que con un adecuado diseño de los controladores  $K_1$  y  $K_4$  se puede asignar los polos y ceros necesarios de la respuesta ante cambios de referencia. El controlador  $K_3$  se usa para estabilizar el factor  $1 + K_3 G_p(s)$ , con el propósito de obtener una adecuada respuesta ante perturbaciones. Adicionalmente el controlador  $K_2(s)$  se lo utiliza como un componente adicional para el ajuste de la respuesta al rechazo a perturbaciones [4]. La desventaja que tiene este método es que en el proceso de diseño se tiene que realizar una aproximación del retardo de tiempo, lo cual implica que cuanto más complejo sea la aproximación del retardo, si es que se quiere tener un comportamiento más real del mismo, más complejos serán los controladores resultantes [4].

El diseño parte considerando que el sistema tiene la forma del siguiente modelo:

$$G_p(s) = G_m(s)e^{-t_0s} = \frac{K}{\tau s - 1} e^{-t_0s} \quad (1.33)$$

Se puede obtener la dinámica del sistema a lazo cerrado, que tiene la siguiente expresión:

$$G_{RY}(s) = \frac{1}{\lambda s + 1} e^{-t_0s} \quad (1.34)$$

La dinámica del sistema a lazo cerrado se obtiene a partir de que los controladores  $K_1$  y  $K_4$  tengan las siguientes expresiones:

$$K_1 = \frac{1 + \frac{\tau}{\lambda}}{K} \quad (1.35)$$

$$K_4 = \frac{\tau}{K\lambda} \quad (1.36)$$

Para tener un adecuado ajuste de la respuesta al rechazo a perturbaciones, el controlador  $K_3$  de estabilizar la expresión  $G_m(s)e^{-t_0s}$ . De Paor *et al.* [26] propone la expresión para determinar el controlador basado en una optimización del margen de fase.

$$K_3 = \sqrt{\frac{\tau}{t_0 K^2}} \quad (1.37)$$

El diseño del controlador  $K_2$  se diseña con el mismo propósito que el controlador  $K_3$ .

$$K_2(s) = \frac{K_{2d}s + K_{2p}}{\frac{K_{2d}}{N}s + 1} \quad (1.38)$$

Donde:

$$K_{2p} = \frac{\tau}{K\lambda} \quad (1.39)$$

Si la aproximación de retardo de tiempo es  $e^{-t_0s} \approx (1 - t_0s)$ , entonces:

$$K_{2d} = \frac{\lambda(\tau - \sqrt{\tau t_0}) \left( \tau + \frac{\tau t_0}{\lambda} \right)}{K\lambda(\tau - \sqrt{\tau t_0} K t_0^2) \left( \sqrt{\frac{\tau}{t_0}} - 1 \right)} \quad (1.40)$$

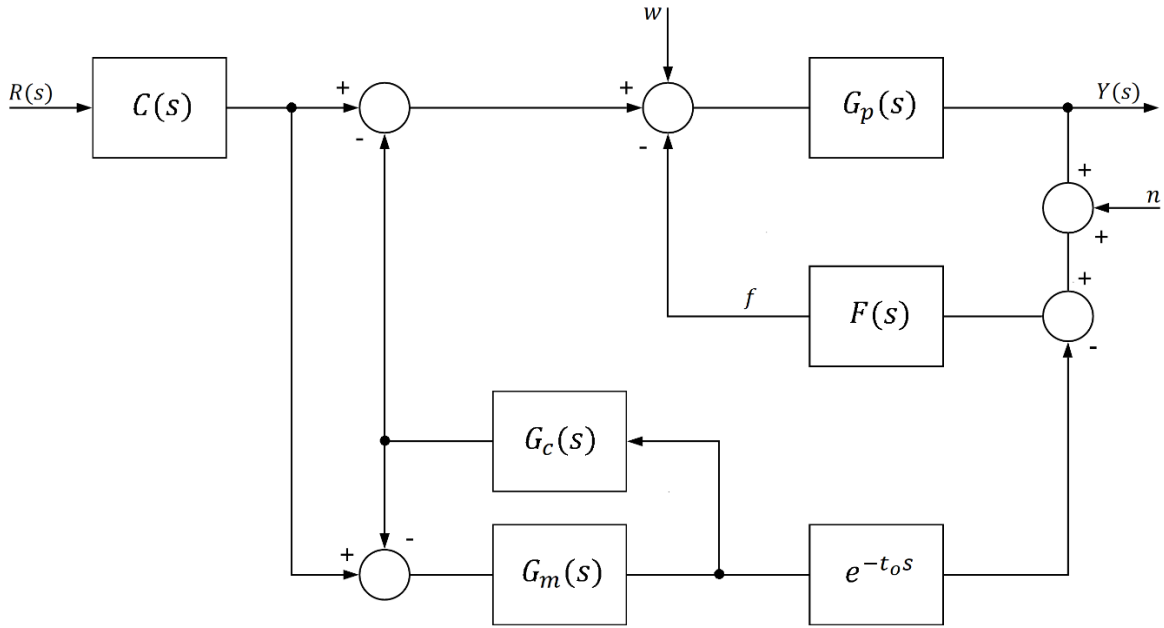
Si el retardo de tiempo es considerado como  $e^{-t_0s} \approx \frac{1-0.5t_0s}{1+0.5t_0s}$ , entonces:

$$K_{2d} = \frac{\left[ \frac{1}{2}\tau t_0 + \lambda \left( \tau - \frac{1}{2}t_0 - \frac{1}{2}\sqrt{\tau t_0} \right) \right] \left( \tau + \frac{\tau t_0}{\lambda} \right) - \frac{1}{4}t_0^3 \left( \sqrt{\frac{\tau}{t_0}} - 1 \right)}{K \left[ \frac{1}{2}\tau t_0 + \lambda \left( \tau - \frac{1}{2}t_0 - \frac{1}{2}\sqrt{\tau t_0} \right) \right] + \frac{1}{4}t_0^2 K \left( \sqrt{\frac{\tau}{t_0}} - 1 \right)} \quad (1.41)$$

**Esquema propuesto por Tao *et al.***

En la Figura 1.13 se muestra el esquema planteado por Tao *et al.* [20]. La función de transferencia que relaciona la variable a controlar con la referencia es la siguiente:

$$G_{RY}(s) = \frac{C(s)G_p(s)[1 + F(s)G_m(s)e^{-t_0s}]}{[1 + G_c(s)G_m(s)][1 + F(s)G_p(s)]} \quad (1.42)$$



**Figura 1.13** Esquema propuesto por Tao *et al.* [20]

En caso nominal se tendría que  $G_p(s) = G_m(s)e^{-t_0s}$ , por lo cual, la expresión de la Ecuación 1.40 se puede simplificar tal que:

$$G_{RY}(s) = \frac{C(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_m(s)} \quad (1.43)$$

Adicionalmente, la función de transferencia que relaciona la variable a controlar y la perturbación de carga  $w$  es la que se muestra a continuación:

$$G_{Yw}(s) = \frac{G_p(s)}{1 + F(s)G_p(s)} \quad (1.44)$$

A partir de la expresión de la Ecuación 1.41 se puede apreciar que en el diseño de controlador  $F(s)$  se debe tener en cuenta la presencia del retardo de tiempo.

Partiendo de las expresiones de la Ecuación 1.40 y la Ecuación 1.41 se puede determinar que se necesita el ajuste de 3 controladores. Para ajustar la referencia de la ecuación característica se utiliza el controlador  $G_c(s)$ . Para el ajuste del seguimiento a la referencia

se utiliza el control  $C(s)$ . Finalmente, el controlador  $F(s)$  se utiliza para el ajuste de la referencia ante perturbaciones [4].

Para las expresiones de los controladores se considera un modelo de la forma tal que:

$$G_m(s) = \frac{K}{\tau s - 1} e^{-t_o s} \quad (1.45)$$

El controlador  $G_c(s)$  se lo puede determinar como un simple controlador proporcional, es decir que:  $G_c(s) = K_p$ . El controlador  $C(s)$  se diseña para el ajuste de seguimiento a la referencia, cuya expresión es la que se muestra a continuación:

$$C(s) = \frac{\tau s + K - cK - 1}{K(\lambda_c s + 1)} \quad (1.46)$$

Donde  $\lambda_c$  es un introducido como un filtro con el propósito de que el controlador sea más fiable.

Para el diseño del controlador  $F(s)$  se parte de la función de sensibilidad entre la perturbación de la carga  $w$  y la señal  $f$ , tal que:

$$T_d = \frac{f}{w} = \frac{F(s)G_p(s)}{1 + F(s)G_p(s)} \quad (1.47)$$

Despejando la ecuación anterior se obtiene la siguiente expresión:

$$F_{im} = \frac{T_d}{(1 - T_d)G_p(s)} \quad (1.48)$$

Con el objeto de que el diseño parta de las limitaciones impuestas a los sistemas con polos inestables, y además con la garantía de que se cumpla el requisito de estabilidad interna, la función de sensibilidad debe resultar tal que:

$$T_d = \frac{a_1 s + 1}{(\lambda_f s + 1)^2} e^{-t_o s} \quad (1.49)$$

Finalmente, sustituyendo la expresión de la Ecuación 1.49 en la Ecuación 1.48, se tiene lo siguiente:

$$F_{im} = \frac{(\tau s - 1)(a_1 s + 1)}{K [(\lambda_f s + 1)^2 - (a_1 s + 1)e^{-t_o s}]} \quad (1.50)$$

Donde:  $\lambda_f$  es un parámetro de ajuste del controlador.

### 1.3.8. CONTROL POR MODOS DESLIZANTES

El control por modos deslizantes en estos últimos tiempos ha demostrado durante mucho tiempo sus intereses. Entre los cuales se resalta la relativa simplicidad de diseño, control de movimiento independiente, invariancia para procesar características dinámicas y perturbaciones externas, amplia variedad de modos operativos como regulación, control de trayectoria, seguimiento de modelos y observación [3].

El control por modos deslizantes es un enfoque de control robusto importante. Para la clase de sistemas a los que se aplique, este tipo de control ofrece un enfoque sistemático al problema de mantener la estabilidad y el rendimiento constante frente a la imprecisión del modelado. La principal desventaja que posee este controlador es que se presentan vibraciones no deseadas producidas por la alta conmutación de alta frecuencia del controlador, fenómeno el cual, es conocido como chattering [21].

Este controlador posee una ley de control que está definido en dos partes, una continua y otra discontinua. La parte continua es la encargada de que la salida del sistema esté en la superficie deslizante deseada, mientras que la parte discontinua es la que se encarga de que el sistema alcance a la superficie [3].

El procedimiento de diseño del controlador comienza con la selección de la ley de control de realimentación para verificar la condición de deslizamiento. La superficie de deslizamiento debe ser discontinua con el objeto de compensar las imprecisiones en el modelado y de perturbaciones. Por otro lado, la ley de control discontinua debe ser suavizada adecuadamente para lograr un correcto equilibrio entre el ancho de banda de control y la precisión de seguimiento [21].

La ley de control final conformada de las partes continua y discontinua se presenta en la Ecuación 1.51

$$U(t) = U_c(t) + U_D(t) \quad (1.51)$$

Donde:

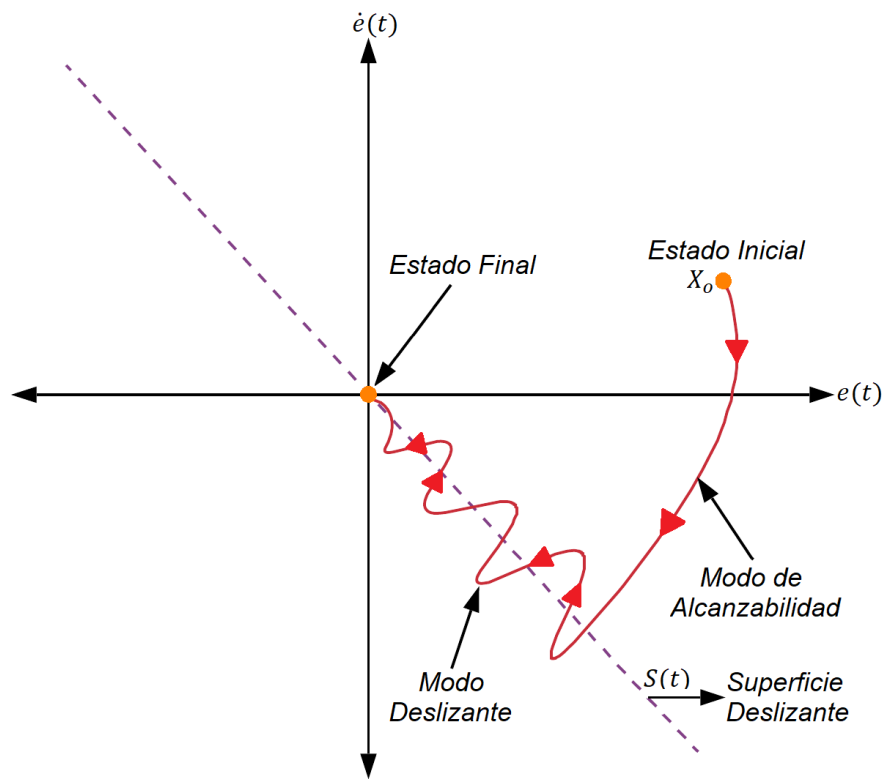
$U(t)$ : Ley de control de modos deslizantes

$U_c(t)$ : Función continua

$U_D(t)$ : Función discontinua

El controlador por modos deslizantes tiene como objetivo definir la superficie en la cual el sistema puede deslizarse en un valor deseado como se muestra en la Figura 1.14.

La superficie de deslizamiento  $S(t)$  determina la manera deseada de comportamiento del sistema a lazo cerrado [22].



**Figura 1.14** Interpretación gráfica del control por modos deslizantes

La superficie de deslizamiento debe alcanzarse en un tiempo finito y debe establecerse de tal forma que el error de seguimiento converja en cero. La superficie deslizante que se selecciona depende de las características y orden " $n$ " del sistema como se muestra en la Ecuación 1.52 [22].

$$S(t) = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^n \int_0^t e(t) dt \quad (1.52)$$

Las leyes de control que satisfacen la condición de deslizamiento conduciendo a un seguimiento relativamente perfecto frente a incertidumbres paramétricas del modelo, son discontinuas a lo largo de la superficie  $S(t)$ , lo cual provoca vibraciones de control no deseadas, fenómeno conocido como chattering. El chattering es un fenómeno indeseable, ya que provoca una actividad de control extremadamente alta provocando dinámicas de alta frecuencia haciendo que el elemento final de control se deteriore [21].

Para determinar la parte continua  $U_c(t)$  de la ley de control se lo hace utilizando la condición de Filippov como se muestra en la Ecuación 1.53. Esta ley hace referencia a que la variable controlada siempre sigue a la referencia, por lo cual, el error de seguimiento es igual a cero.

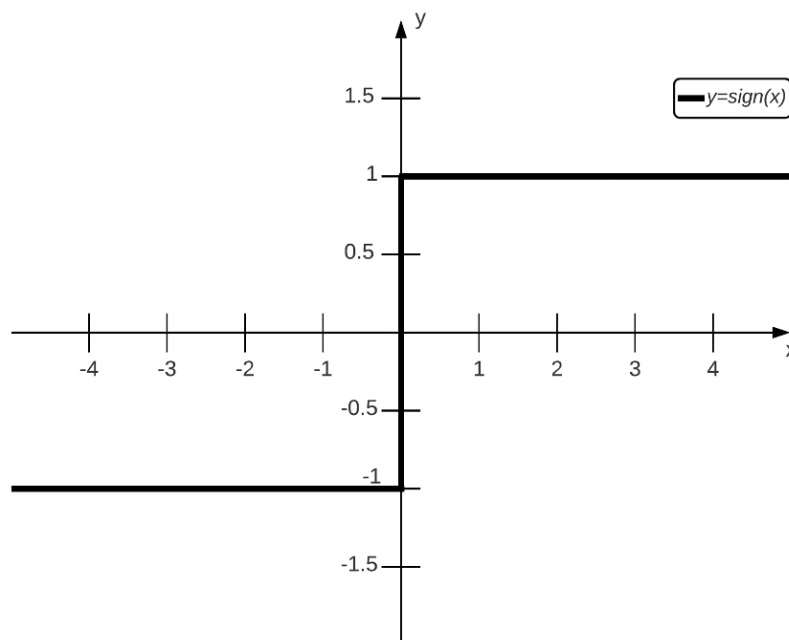


Por tanto, se supone que la superficie deslizante  $S(t)$  se mantiene constante implicando que su derivada  $\dot{S}(t)$  sea nula [22].

$$\dot{S}(t) = 0 \quad (1.53)$$

La parte discontinua  $U_D(t)$  de la ley de control conocida como la acción de alcanzabilidad es una expresión que contiene un término no lineal o discontinuo como se muestra en la Ecuación 1.54. Esta expresión está compuesta de una función signo, la cual se encarga de switchear la acción discontinua en el momento en que la variable controlada este fuera de la superficie deslizante  $S(t)$  [22].

$$U_D(t) = K_D \text{sign}(S(t)) \quad (1.54)$$



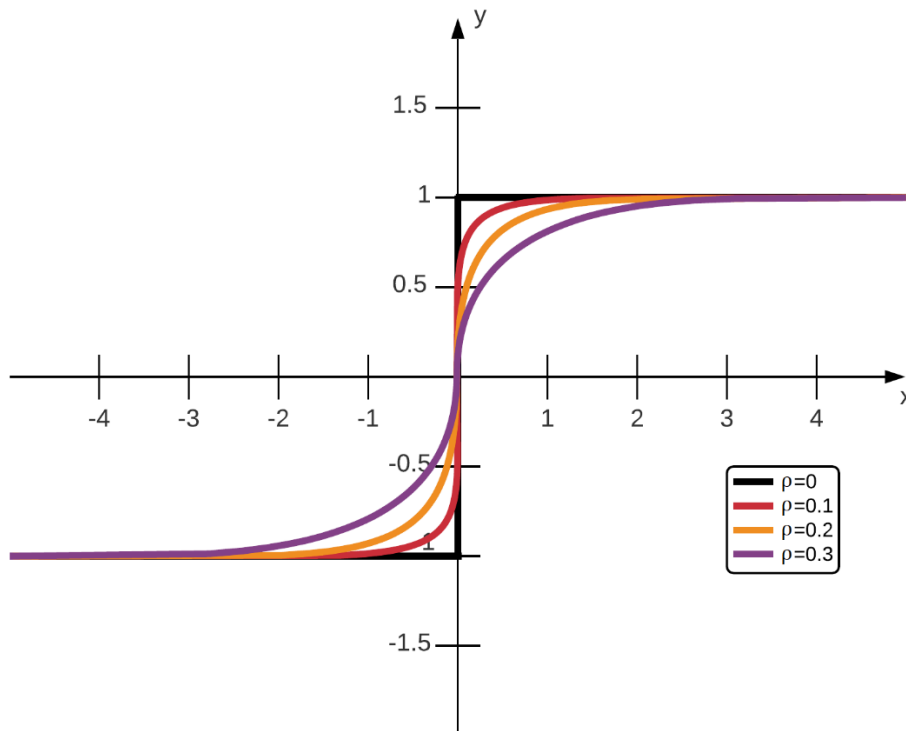
**Figura 1.15** Función signo

En la Figura 1.15 se muestra la función signo en la cual se puede observar que hay un cambio brusco de la respuesta cuando la función cambia de un valor negativo a uno positivo. Este cambio brusco de la función signo produce el fenómeno chattering en la acción de control, razón por la cual, no es una buena opción utilizar este tipo de función en un proceso real, por este motivo se buscan varias formas para tratar de reducir lo máximo posible el chattering originado por esta función [22].

Debido a que la función signo es brusca en el origen, se puede plantear otra función que sea más suave como la que se muestra en la Ecuación 1.55 con el propósito de reducir el chattering en la acción de control [22].

$$U_D(t) = K_D \frac{S(t)}{|S(t)| + \rho} \quad (1.55)$$

La expresión de la Ecuación 1.55 muestra la función sigmoide, la cual es una función más suavizada con respecto a la función signo. En la gráfica de la Figura 1.16 se muestra la respuesta de la función sigmoide en la que se puede observar que al ir aumentando el parámetro  $\rho$  la función tiende a ser más suave [22].



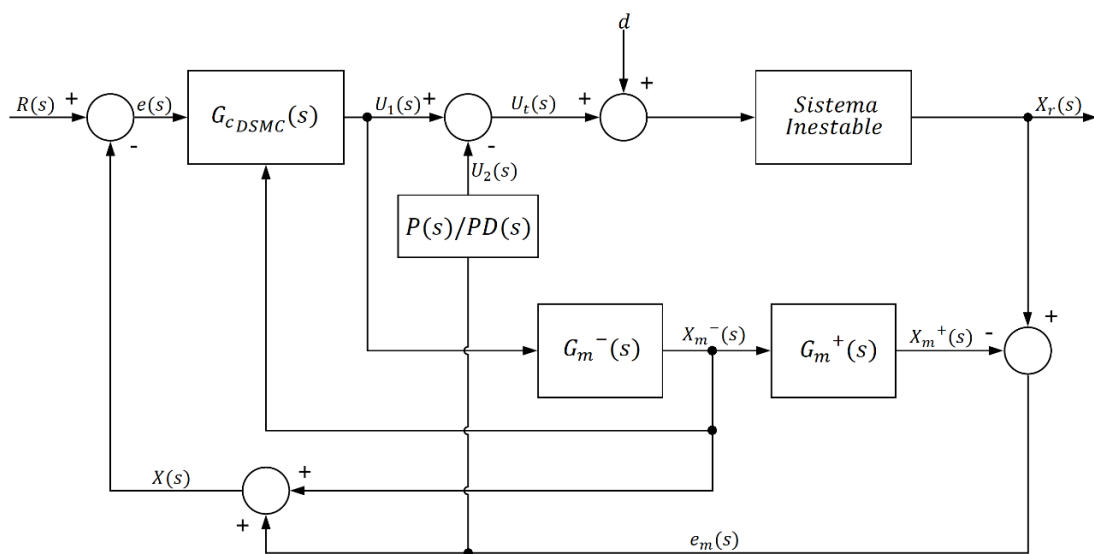
**Figura 1.16** Función sigmoide

### 1.3.9. CONTROL POR MODOS DESLIZANTES DINÁMICOS PARA SISTEMAS INESTABLES

En la industria nos podemos encontrar con una serie de procesos inestables, como por ejemplo varios tipos de reactores, columnas de destilación, sistemas de combustión, etc. Por tanto, dada la alta relevancia dentro de los procesos industriales y el manejo complejo de la dinámica de este tipo de sistemas se requiere técnicas de control modernas y avanzadas que proporcionen robustez, rendimiento y eficacia.

El control por modos deslizantes dinámicos sin duda es una opción viable para el control de sistemas inestables, este control proporcionará gran estabilidad lo cual implica que el sistema obtendrá mejor rendimiento incluso bajo perturbaciones e incertidumbres paramétricas, este controlador mejora la precisión de seguimiento logrando que se alcance rápidamente la referencia recabando que el error en estado estable sea nulo.

La estructura del DSMC para sistemas inestables está basado en la unión de dos estructuras de control diferentes el cual está conformado por un controlador por modos deslizantes basado en conceptos de un controlador por modelo interno consiguiendo un control de estructura fija y de altas prestaciones. En la Figura 1.17 se puede observar el esquema del DSMC para sistemas inestables usado, el cual consta de un lazo interno que tiene un controlador P o PD encargado de proporcionar una adecuada respuesta ante rechazo a perturbaciones, por otro lado, el lazo externo consta del DSMC que dado sus prestaciones proporciona robustez y rendimiento ante errores de modelado y cambios de referencia. Adicionalmente el esquema consta de un predictor de Smith con el propósito de compensar los retardos de tiempo evitando que estos causen inestabilidad en el sistema.



**Figura 1.17** Esquema DSMC propuesto para sistemas inestables

Por otro lado, es importante resaltar que una de las ventajas que presenta el DSMC con respecto al SMC es la reducción o eliminación del chattering en la acción de control producido por la conmutación de alta frecuencia del control provocando que la vida útil del elemento final de control disminuya.

### 1.3.10. ÍNDICES DE DESEMPEÑO

Los sistemas de control más complejos requieren criterios de rendimiento más sofisticados para medir el desempeño de estos. El índice de desempeños es una medida cuantitativa del rendimiento del sistema que resalta las especificaciones de la respuesta que se consideran importantes.

Un sistema de control se considera un sistema de altas prestaciones cuando los parámetros del sistema se ajustan de modo que el índice de desempeño alcance un valor

extremo, generalmente un valor mínimo. El valor del índice de desempeño debe ser positivo o cero para que resulte útil.

Cuando se diseña un sistema de control para un proceso físico, existen una variedad de indicadores para medir el desempeño del controlador. A continuación, se presentan los índices de desempeño que se utilizarán para medir el rendimiento de los controladores presentados en este documento.

### **Integral del error cuadrático (ISE, Integral Square of the Error)**

El índice de la integral del error cuadrático reprime los errores que se producen en el sistema. Generalmente se lo usa cuando existen entradas determinísticas (escalón) y entradas estadísticas debido a su fácil implementación tanto digital como analíticamente.

El ISE muestra la diferencia entre los sistemas que son excesivamente sobreamortiguados y excesivamente subamortiguados. Por lo tanto, este índice de desempeño da más importancia cuando el error es muy grande lo cual generalmente ocurre en el transitorio de la respuesta, mientras que este índice le da menos importancia cuando el error es pequeño lo cual se da en la respuesta final del sistema.

A nivel práctico ese indicador tiene una alta relevancia, debido a que una minimización del ISE se traduce en un menor consumo de energía en ciertos sistemas. La expresión que describe este criterio se muestra en la Ecuación 1.56.

$$ISE = \sum_{k=0}^{\infty} (e_k)^2 \quad (1.56)$$

### **Variación total del esfuerzo de control (TVu, Total Variation of control effort u)**

El TVu es un indicador que muestra la evolución de la salida del controlador. Este criterio analiza la señal de control y evalúa las variaciones del esfuerzo de control.

El uso de este indicador nos permite identificar las señales de control que son más suaves con el objeto de minimizar los esfuerzos de los actuadores, lo cual alargaría la vida útil de los mismos. La expresión que describe el criterio del TVu se lo puede observar en la Ecuación 1.57.

$$TVu = \sum_{k=0}^{\infty} |u_{k+1} - u_k| \quad (1.57)$$

### **1.3.11. PROCESOS DE PRUEBA**

A continuación, se muestra los procesos de prueba que se harán uso para el trabajo de titulación. Los procesos por usarse son dos sistemas lineales inestables y un reactor bioquímico (biorreactor) no lineal. Por lo tanto, se hará una descripción del biorreactor en el ámbito industrial, además de una descripción breve de los sistemas lineales en los sistemas de control.

#### **Reactor Bioquímico**

El reactor bioquímico desempeña un papel importante en la industria bioquímica, ya que la velocidad de reacción, la facilidad y la duración del funcionamiento del reactor afectan la productividad del reactor y, por tanto, la economía del proceso. El reactor más apropiado para una operación industrial debe tener una velocidad de reacción alta y su configuración debe ser simple. Bajo parámetros como pH, temperatura, sustrato y componentes del medio, la velocidad de reacción se puede incrementar aumentando la concentración de la masa celular en el reactor.

Los biorreactores están diseñados y operados para lograr una productividad volumétrica máxima. En vista de la importancia de las limitaciones de ingeniería y la necesidad de integrar mejoras biológicas y de ingeniería, es útil considerar las formas que se utilizan comúnmente en la actualidad. Hay tres tipos principales de biorreactores y dos formas de biocatalistas. Los biorreactores pueden ser reactivos discontinuos, semicontinuos y los biorreactores continuos pueden ser reactores de tanque con agitación continua (CSTR) o reactores de flujo pistón [23].

Un biorreactor es un biocatalizador en un recipiente. Su diseño de ingeniería se basa en minimizar las limitaciones del proceso, como la transferencia de calor y masa, y permitir un control óptimo de la actividad biocatalítica al tiempo que se minimiza el costo total del proceso. Dado que un costo importante en la mayoría de los procesos biológicos es el de las materias primas, un objetivo importante en el diseño de biorreactores es maximizar el rendimiento de conversión de las materias primas en el producto final [23].

#### **Sistemas lineales inestables**

Un sistema es lineal si la salida del sistema sigue exactamente a los cambios producidos por la entrada. Estrictamente hablando, los sistemas lineales no existen en práctica, ya que todos los sistemas físicos presentan no linealidades. Por tanto, la mayoría de los sistemas que existen poseen características no lineales. Sin embargo, los sistemas lineales son muy importantes dado que la mayoría de los sistemas no lineales se los puede aproximar a un

sistema lineal con el objeto de facilitar el diseño de los sistemas de control debido a que un sistema lineal es más fácil de tratar que uno no lineal.

Los sistemas lineales pueden ser estables e inestables. El control de sistemas inestables es más complejo que el control de sistemas estables donde su principal diferencia radica en que este tipo de sistemas presentan uno o más polos a lado derecho del plano complejo, ocasionando que el comportamiento del sistema a lazo abierto crezca indefinidamente sin control. Generalmente, el control de sistemas inestables está basado en la regulación de un modelo de primer o segundo orden, dado que los sistemas de muy alto orden pueden ser aproximados a sistemas de primer o segundo orden.

Por otro lado, los sistemas lineales en general se caracterizan por el hecho de que se puede aplicar el principio de superposición, además de que pueden ser representados en ecuaciones diferenciales lineales.

### **1.3.12. MODELADO COMPUTACIONAL**

La simulación industrial sin duda ha tomado una alta importancia en estos últimos años. El desarrollo de la tecnología de simulación y los estándares de interfaz de apoyo han sido identificados repetidamente por la industria como una de las principales prioridades de investigación que promete alta rentabilidad. Varios estudios afirman que el modelado y la simulación son herramientas clave para respaldar la fabricación, ya que ninguna otra tecnología ofrece el potencial para mejorar los productos, perfeccionar procesos, reducir el diseño a tiempo del ciclo de fabricación y reducción de los costos de realización del producto [25].

Actualmente, existen varios softwares computacionales que tienen la capacidad de modelar y simular procesos con una gran precisión, además de que son fáciles de utilizar y poseen una variedad de herramientas para el usuario. Los simuladores más conocidos son: Simulink-Matlab, LabView, ProModel, Unity Pro, SIPAQ-9, Prosimax. Los simuladores computacionales permiten a los diseñadores observar el comportamiento del sistema implementado, además de que se puede estudiar y comparar diseños alternativos o para solucionar problemas de sistemas existentes.

## 2. METODOLOGÍA

En este capítulo se define las formas que se utilizó para resolver la problemática que se planteó. Se presentará un proceso ordenado y razonable basado en lo que se describió en el capítulo anterior.

### 2.1. MODELADO MATEMÁTICO DE LAS PLANTAS

El modelado de un proceso puede ser descrito por un sistema de ecuaciones y constantes matemáticas que generalmente se solventan en una computadora con el propósito de hacer predicciones cuantitativas sobre ciertos aspectos de un proceso real. Las constantes del modelo del sistema representan propiedades materiales, relaciones empíricas y otros conocimientos acerca del proceso.

El modelo matemático ayuda a obtener una comprensión básica del proceso. Además, puede servir como herramientas para corregir conceptos erróneos, identificar lo que es importante, probar hipótesis y realizar estudios paramétricos. Un modelado valido del proceso es una herramienta útil, ya que se puede realizar de forma sistemática cambios de las variables de forma individual con el objeto de analizar los efectos de fenómenos individuales.

#### 2.1.1. SISTEMAS LINEALES INESTABLES

Los sistemas lineales inestables que se recopilaron se los obtuvo de [11], los cuales serán utilizados junto con las técnicas de control SMC propuesto por R. Rojas, O. Camacho y L. González y PID planteado por Q. Han Seer y J. Nandong para compararlos con el DSMC para sistemas inestables propuesto.

En la Ecuación 2.1 se puede observar la función de transferencia del primero sistema lineal inestable. Esta función de transferencia es de tercer orden y posee un polo inestable, dos polos estables y además de un retardo de tiempo. Dado que la función de transferencia es de orden elevado, esta debe ser aproximada a un modelo inestable de primer orden, lo cual se lo realiza mediante el proceso de identificación de la planta inestable.

$$G_1(s) = \frac{1}{(5s - 1)(2s + 1)(0.5s + 1)} e^{-0.5s} \quad (2.1)$$

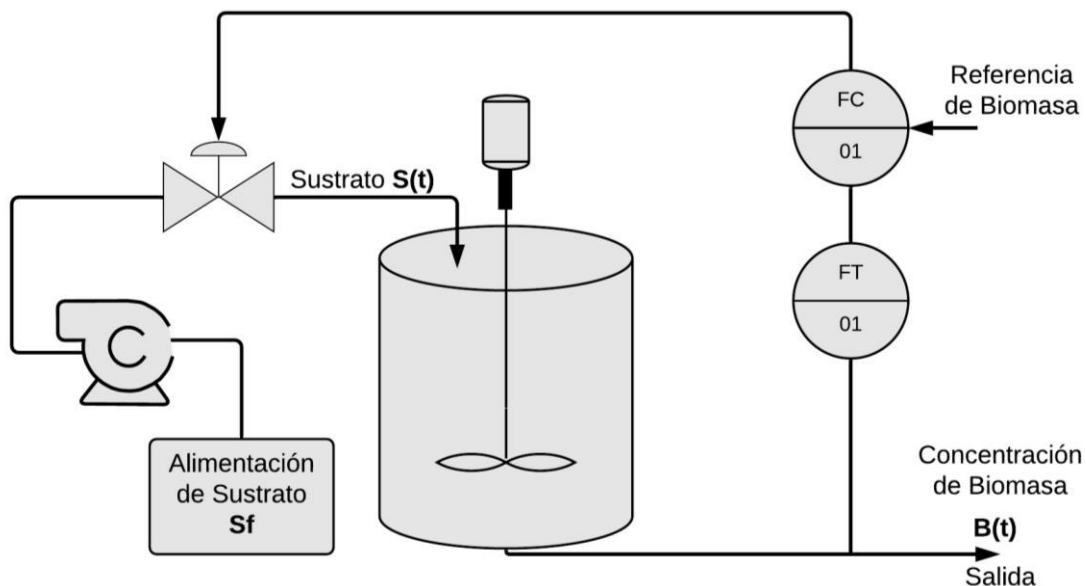
Por otro lado, en la Ecuación 2.2 se muestra la función de transferencia de la segunda planta lineal inestable. Esta planta es de segundo orden, consta de un polo inestable, un polo estable y un retardo de tiempo. Esta función de transferencia también tiene que ser aproximada a un modelo inestable de primer orden por el método de identificación.

$$G_2(s) = \frac{10}{(3s - 1)(s + 1)} e^{-s} \quad (2.2)$$

Las dos plantas, tanto la presentada en la Ecuación 2.1 como la presentada en la Ecuación 2.2 serán sometidas a circunstancias desfavorables como perturbaciones de carga, cambios de referencia y errores de modelado.

### 2.1.2. REACTOR BIOQUÍMICO

En el esquema de la Figura 2.1 se muestra la representación de los elementos que conforma el sistema del reactor bioquímico. En este proceso la tasa de dilución se toma como la variable manipulada para controlar la concentración de biomasa en un punto estacionario inestable.



**Figura 2.1** Diagrama del reactor bioquímico

Para el estudio del biorreactor, el modelo propuesto exhibe inhibición de sustrato y multiplicidad de salida. La biomasa y la concentración de sustrato se describen mediante las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dB(t)}{dt} = (\mu - D(t))B(t) \quad (2.3)$$

$$\frac{dS(t)}{dt} = D(S_f - S(t)) - \frac{\mu B(t)}{\gamma} \quad (2.4)$$

$$\mu = \frac{\mu_{max} S(t)}{k_m + S(t) + k_1 S(t)^2} \quad (2.5)$$



Donde:

- $B(t)$  : Concentración de biomasa
- $S(t)$  : Concentración de sustrato
- $D(t)$  : Tasa de dilución
- $S_f$  : Alimentación de sustrato (principal perturbación del proceso)
- $\mu$  : Tasa de crecimiento específica
- $\mu_{max}$  : Tasa máxima de crecimiento específico
- $k_m$  : Constante de saturación del sustrato
- $k_1$  : Constante de inhibición del sustrato
- $\gamma$  : Rendimiento de masa celular

El biorreactor tiene tres puntos de equilibrio diferentes, los cuales son:

**Tabla 2.1.** Puntos de equilibrio del reactor bioquímico

Parámetro	Condición de latencia	Condición estable	Condición inestable
$B$	0 [g/L]	1.530 [g/L]	0.995 [g/L]
$S$	4 [g/L]	0.174 [g/L]	1.512 [g/L]

Los parámetros y condiciones iniciales del proceso se los encuentra en la Tabla 2.2, donde cada variable está representada con sus respectivas unidades.

**Tabla 2.2.** Condiciones iniciales de las variables del reactor bioquímico

Parámetro	Valor nominal	Parámetro	Valor nominal
$\gamma$	0.40 [g/g]	$k_1$	0.455 [g/L]
$S_f$	4.00 [g/L]	$D$	0.300 [h <sup>-1</sup> ]
$\mu_{max}$	0.53 [L/h]	$B(0)$	0.995 [g/L]
$k_m$	0.12 [g/L]	$S(0)$	1.512 [g/L]

## **2.2. MODELADO EMPÍRICO DE SISTEMAS INESTABLES**

La identificación de sistemas inestables tiene una alta relevancia para el correcto ajuste de los parámetros del controlador diseñado para este tipo de sistemas. Debido a que el DSMC propuesto posee una estructura de modelo interno en su diseño es fundamental conocer la aproximación de la planta. Los métodos analíticos existentes se basan en el comportamiento del sistema a lazo cerrado, de tal manera que la respuesta del sistema a lazo cerrado y las ecuaciones propias de cada método son las que se utilizan para la aproximación del proceso a un modelo FOPDT inestable.

Dentro de los distintos métodos que existen para la identificación de sistemas inestable, el método basado en la prueba mediante la respuesta ante una entrada escalón es un método analítico sencillo planteado por Srinivas y Chidambaram que consiste en cerrar el lazo con un cambio de referencia en el punto de ajuste de un controlador P/PI/PID, y partir de la respuesta obtenida y las fórmulas analíticas planteadas en [8] mediante el uso de un controlador P y en [9] mediante el uso de un controlador PI/PID son las que se utilizan para determinar los parámetros del sistema inestable aproximándolo a la función de transferencia que se muestra en la Ecuación 1.1.

A continuación, se realiza la identificación de los dos sistemas lineales inestables y del reactor bioquímico utilizando el método detallado en la sección 1.3.2.2 donde se detalla el proceso de identificación de manera más minuciosa.

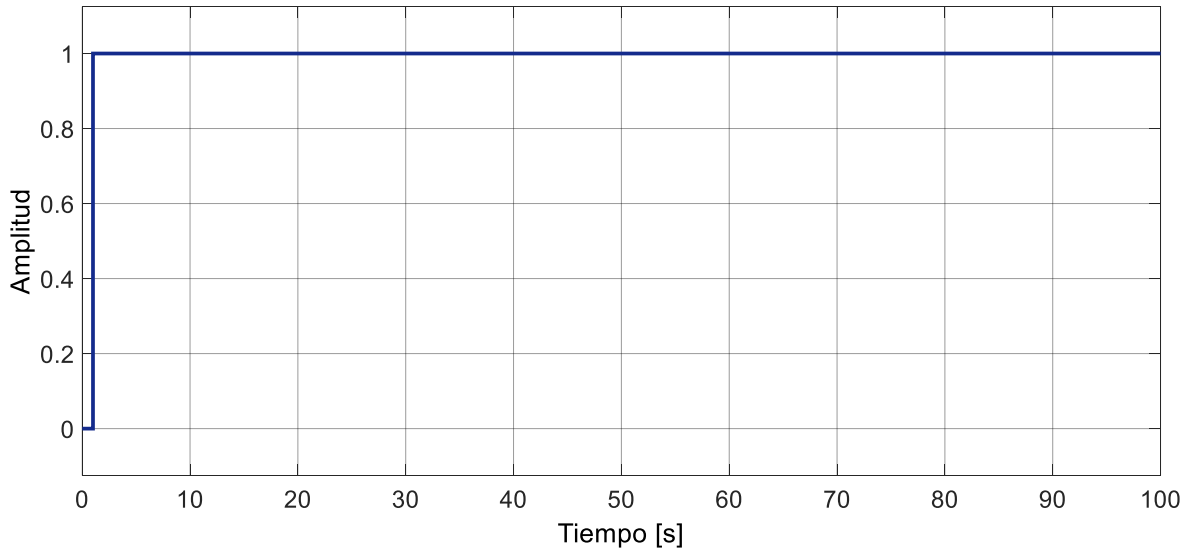
### **2.2.1. IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS LINEALES INESTABLES DE ORDEN SUPERIOR**

#### **Identificación de la planta de tercer orden**

El primer sistema lineal inestable por identificar es una planta de tercer orden, cuya expresión se la muestra en la Ecuación 2.1.

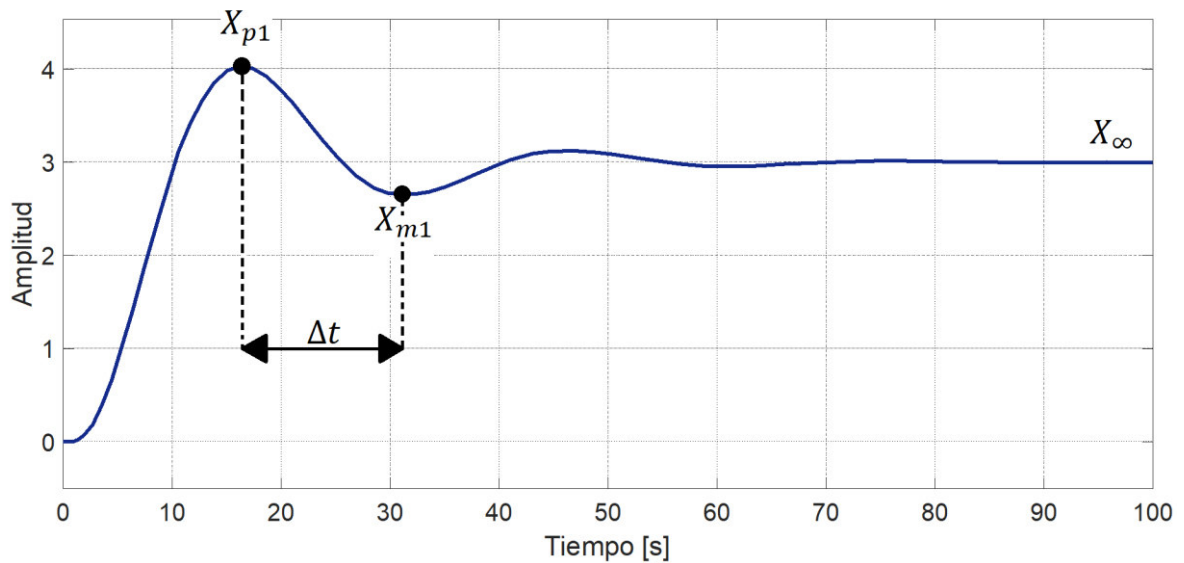
El esquema utilizado para la caracterización del sistema es el que se muestra en la Figura 1.3. Este esquema está compuesto por el sistema inestable de orden superior y el controlador proporcional para estabilizar el sistema.

La entrada del sistema es un escalón unitario como se muestra en la Figura 2.3. Además, la constante proporcional del controlador tiene un valor de 1.5 y es obtenida mediante prueba y error hasta que la respuesta del sistema tenga la forma deseada como se puede observar en la Figura 2.3.



**Figura 2.2** Entrada del sistema para la identificación de la planta de tercer orden

Al aplicarse al sistema la entrada mostrada en la Figura 2.3 y además teniendo en cuenta el valor de la constante proporcional de 1.5, la respuesta que se obtiene es la que muestra en la Figura 2.4.



**Figura 2.3** Respuesta de la planta de tercer orden a lazo cerrado

A partir de la respuesta del sistema mostrada en la Figura 2.3 se pueden obtener los parámetros que se muestra en la Tabla 2.3.

**Tabla 2.3.** Parámetros para la identificación de la planta de tercer orden

Parámetro	Valor nominal
$X_{p1}$	4.029 [u]
$X_{m1}$	2.657 [u]
$X_{\infty}$	3.000 [u]
$\Delta t$	15.22 [s]
$K_p$	1.500 [u]

En la Ecuación 2.6 se muestra la expresión para determinar la ganancia  $K$  del sistema.

$$K = \frac{3}{1.5(3 - 1)} = 1 \quad (2.6)$$

Posteriormente, se obtienen otros valores de interés, para, a partir de estos, determinar la constante de tiempo  $\tau$  y el retardo de tiempo  $t_o$  del sistema inestable:

$$K_o = (1.5)(1) = 1.5 \quad (2.7)$$

$$\Delta_p = \frac{3 - 2.657}{4.029 - 3} = 0.333 \quad (2.8)$$

$$\xi = \frac{-\ln(0.333)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(0.333))^2}} = 0.5268 \quad (2.9)$$

$$P_1 = \sqrt{(1 - 0.5268^2)(1.5 - 1)} = 0.601 \quad (2.10)$$

$$P_2 = 0.5268\sqrt{1.5 - 1} + \sqrt{(1.5 - 1)(0.5268)^2 + (1.5 + 1)} = 1.997 \quad (2.11)$$

En la Ecuación 2.12 y en la Ecuación 2.13 se muestran las expresiones para determinar la constante de tiempo  $\tau$  el retardo de tiempo  $t_o$  respectivamente.

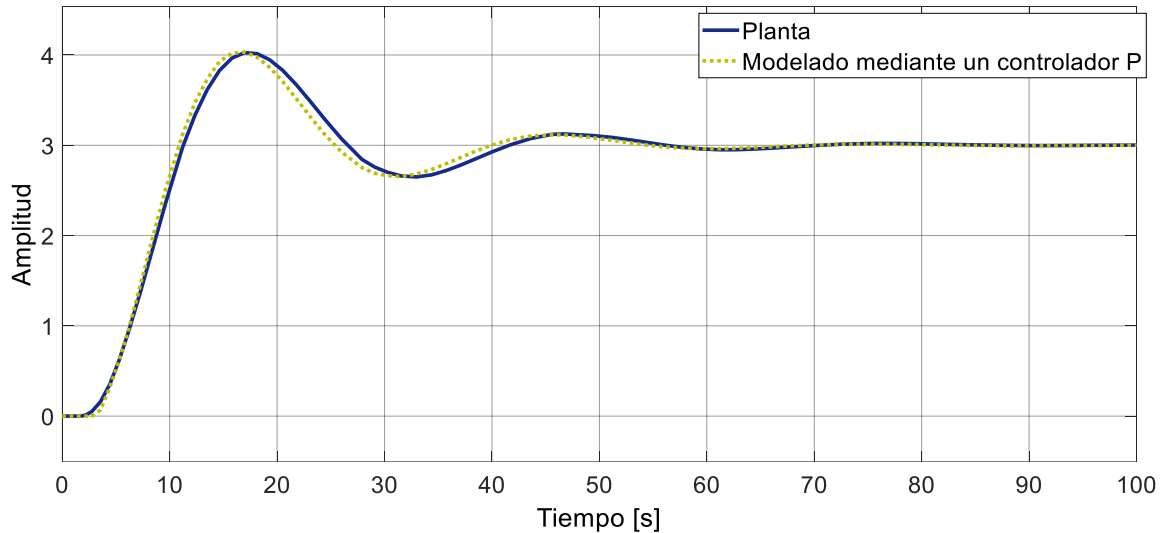
$$\tau = \frac{(15.22)(0.601)(1.997)}{\pi} = 5.815 \quad (2.12)$$

$$t_o = \frac{2(15.22)(0.601)}{(1.997)\pi} = 2.917 \quad (2.13)$$

A partir de los 3 parámetros obtenidos ( $K, \tau, t_o$ ), se construye la función de transferencia FOPDT de la planta de tercer orden como se muestra en la Ecuación 2.14.

$$G_m = \frac{1}{5.815s - 1} e^{-2.917s} \quad (2.14)$$

La aproximación del modelado del sistema inestable se lo muestra en la Figura 2.4, donde al comparar el resultado con respecto a la planta original se puede divisar que no existe una amplia diferencia entre la planta y el modelado inestable de primer orden.

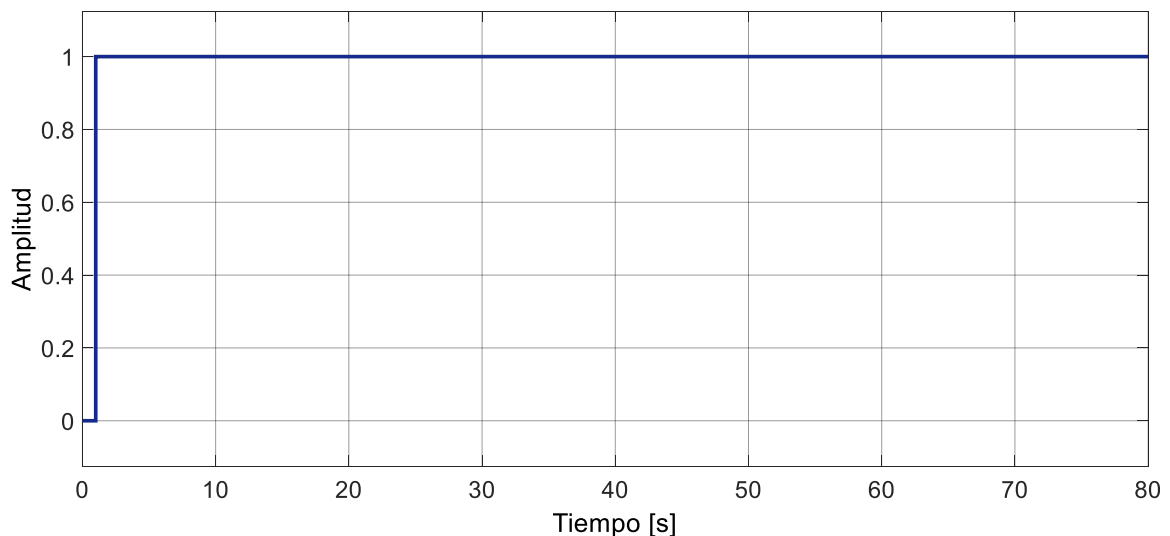


**Figura 2.4** Comparación entre el sistema original de la planta de tercer orden y el modelo aproximado mediante un controlador P

### Identificación de la planta de segundo orden

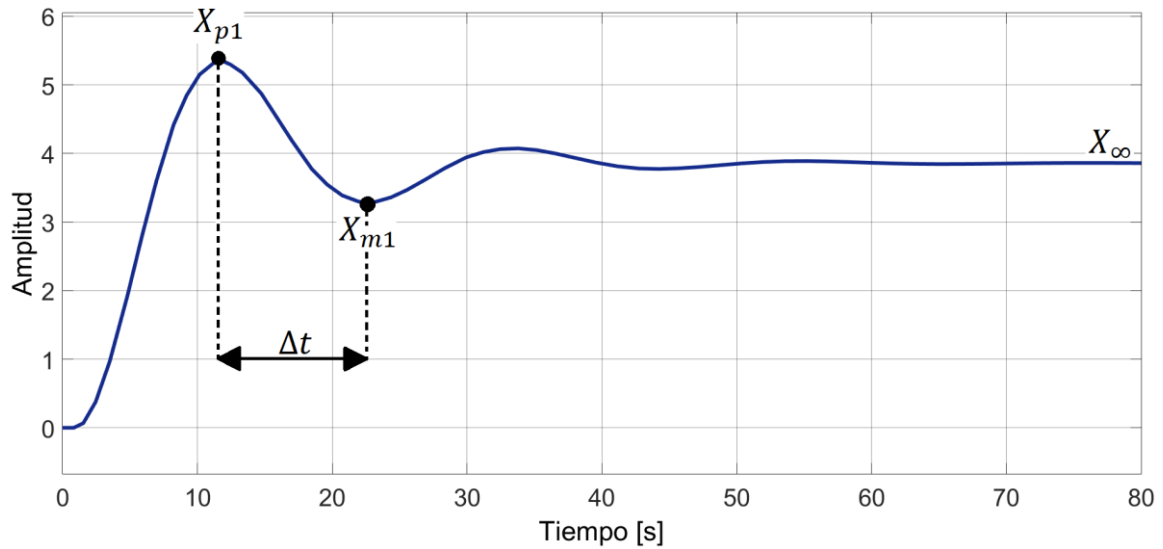
El segundo sistema lineal inestable por caracterizar corresponde a una planta de segundo orden, cuya función de transferencia se la puede apreciar en la Ecuación 2.2.

Al igual que en la identificación del modelo anterior, se utiliza el esquema de identificación de la Figura 1.3 y la entrada para excitar el sistema de la Figura 2.5.



**Figura 2.5** Entrada del sistema para la identificación de la planta de segundo orden

La respuesta que presenta el sistema se muestra en la Figura 2.6, considerando que la constante proporcional tiene un valor de 0.135.



**Figura 2.6** Respuesta de la planta de segundo orden a lazo cerrado

A partir de la respuesta del sistema se obtienen los parámetros que se muestran en la Tabla 2.4.

**Tabla 2.4.** Parámetros para la identificación de la planta de segundo orden

Parámetro	Valor nominal
$X_{p1}$	5.351 [u]
$X_{m1}$	3.276 [u]
$X_{\infty}$	3.860 [u]
$\Delta t$	10.783 [s]
$K_p$	0.135 [u]

A partir de la Ecuación 2.15 se obtiene el valor de la ganancia  $K$  del sistema.

$$K = \frac{3.860}{0.135(3.860 - 1)} = 9.997 \quad (2.15)$$

Adicionalmente se determinan los demás valores necesarios para calcular la constante de tiempo  $\tau$  y el retardo de tiempo  $t_o$ :

$$K_o = (0.135)(9.997) = 1.350 \quad (2.16)$$

$$\Delta_p = \frac{3.860 - 3.276}{5.351 - 3.860} = 0.392 \quad (2.17)$$

$$\xi = \frac{-\ln(0.392)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(0.392))^2}} = 0.286 \quad (2.18)$$

$$P_1 = \sqrt{(1 - 0.286^2)(1.350 - 1)} = 0.566 \quad (2.19)$$

$$P_2 = 0.286\sqrt{1.350 - 1} + \sqrt{(1.350 - 1)(0.286)^2 + (1.350 + 1)} = 1.711 \quad (2.20)$$

La constante de tiempo  $\tau$  y el retardo de tiempo  $t_o$  se los determina a partir de las Ecuaciones 2.21 y 2.22 respectivamente.

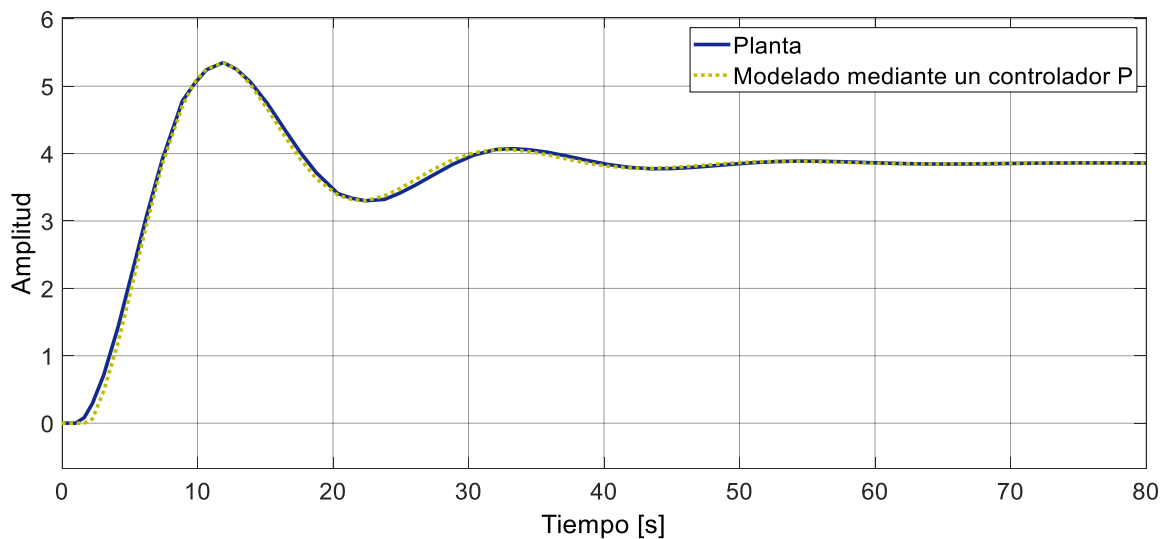
$$\tau = \frac{(10.783)(0.566)(1.711)}{\pi} = 3.324 \quad (2.21)$$

$$t_o = \frac{2(10.783)(0.566)}{(1.711)\pi} = 2.270 \quad (2.22)$$

A partir de los 3 parámetros obtenidos se forma la función de transferencia de la Ecuación 2.23 que representa el modelo FOPDT inestable de la planta de segundo orden.

$$G_m = \frac{9.997}{3.324s - 1} e^{-2.270s} \quad (2.23)$$

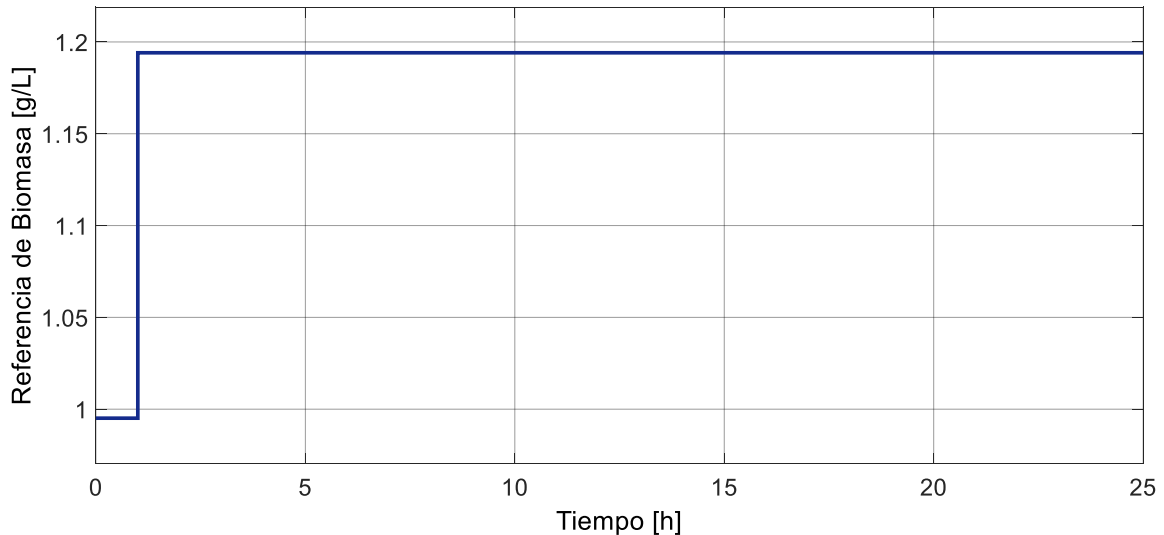
En la Figura 2.7 se muestra la aproximación de la planta de segundo orden. La respuesta que presenta el modelado aproximado del sistema es similar a la respuesta de la planta original debido a que estas no presentan diferencias notables entre sí.



**Figura 2.7** Comparación el sistema original de la planta de segundo orden entre y el modelo aproximado mediante un controlador P

## 2.2.2. IDENTIFICACIÓN DEL REACTOR BIOQUÍMICO

Al igual que en la identificación de los sistemas anteriores, el esquema propuesto es similar con la diferencia de que el controlador propuesto para estabilizar el sistema es un PID como se puede apreciar en la Figura 1.5. La entrada que excita el sistema al igual que en los anteriores casos es una entrada tipo paso que tiene una amplitud inicial de 0.995 y posteriormente a los 1 [s] crece hasta los 1.194 como se muestra en la Figura 2.8.



**Figura 2.8** Variación de la entrada tipo paso para la identificación del reactor bioquímico

El controlador PID se lo sintoniza a partir del modelo linealizado  $G_L$  del sistema no lineal. El modelo linealizado se lo obtiene de [9] y se presenta en la Ecuación 2.24.

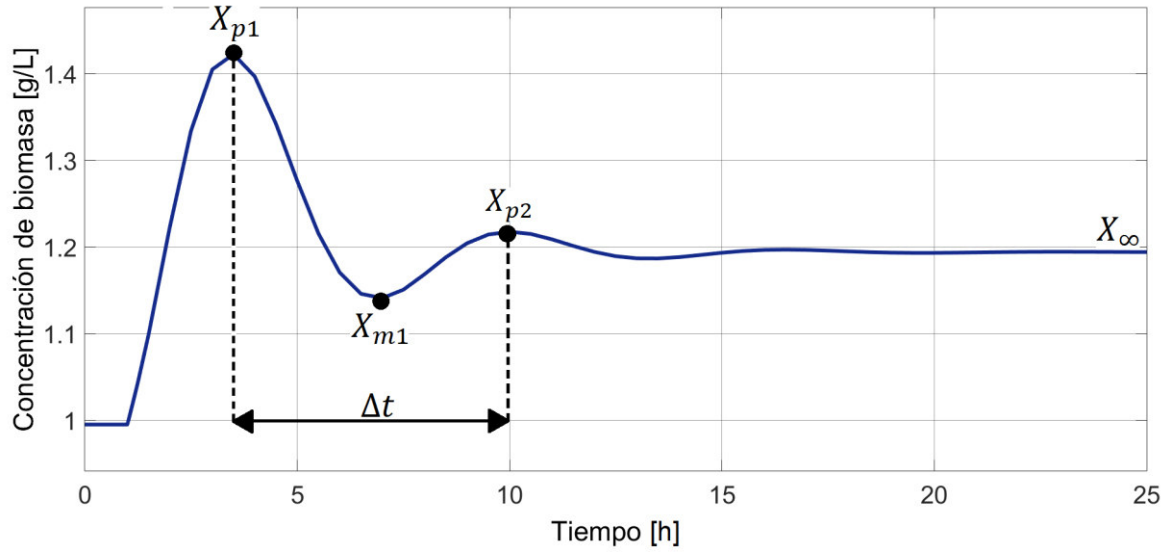
$$G_L = \frac{-5.89}{5.86s - 1} e^{-s} \quad (2.24)$$

Por otro lado, los parámetros de sintonización del controlador PID se los adquiere de [9], donde la constante proporcional  $K_p$  tiene un valor de -0.7356, la constante integral  $\tau_i$  es 4 y la constante derivativa  $\tau_D$  es 0.2. La expresión del controlador PID se muestra en la Ecuación 2.25.

$$G_{PID} = -0.7356 \left[ e(t) + \frac{1}{4} \int e(t) dt + 0.2 \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (2.25)$$

Al excitar el sistema con la entrada de que se muestra en la Figura 2.8 y utilizando el controlador que se muestra en la Ecuación 2.25, se obtiene la respuesta de la forma en la que se puede apreciar en la Figura 2.9. A partir de la respuesta que presenta el sistema se obtienen 5 parámetros útiles para la caracterización del sistema no lineal.





**Figura 2.9** Respuesta del reactor bioquímico a lazo cerrado

Los parámetros obtenidos a partir de la respuesta que se presenta en la Figura 2.9 se muestran en la Tabla 2.5. A partir de estos parámetros y las ecuaciones propuestas para la identificación mediante un controlador PID detallado en la sección 1.3.2.2, se logrará aproximar el modelo no lineal del reactor bioquímico a un modelo FOPDT inestable.

**Tabla 2.5.** Parámetros para la identificación del reactor bioquímico

Parámetro	Valor nominal
$X_{p1}$	1.142 [g/L]
$X_{m1}$	1.155 [g/L]
$X_{p2}$	1.229 [g/L]
$X_{\infty}$	1.194 [g/L]
$\Delta t$	6.400 [s]
$K_p$	-0.736
$\tau_i$	4.000
$\tau_D$	0.200

Considerando un retardo en la medición de la concentración de biomasa de  $t_o = 1$ . Para determinar la ganancia  $K$  y la constante de tiempo  $\tau$  se obtienen valores adicionales como se muestra a continuación:

$$v_1 = \frac{1.194 - 1.155}{1.442 - 1.194} = 0.157 \quad (2.26)$$

$$v_2 = \frac{1.229 - 1.194}{1.442 - 1.194} = 0.141 \quad (2.27)$$

$$\xi = 0.5 \left( \frac{-\ln(0.157)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(0.157))^2}} + \frac{-\ln(0.141)}{\sqrt{4\pi^2 + (\ln(0.141))^2}} \right) = 0.403 \quad (2.28)$$

$$\tau_e = \frac{6.4}{2\pi} \sqrt{1 - 0.403^2} = 0.933 \quad (2.29)$$

$$\alpha = \frac{-0.403}{0.933} = -0.432 \quad (2.30)$$

$$\beta = \frac{\sqrt{1 - 0.403^2}}{0.933} = 0.982 \quad (2.31)$$

$$A = -0.736e^{0.432} \left\{ \left[ 0.2(( -0.432)^2 - 0.982^2) - 0.432 + \frac{1}{4} \right] \cos(0.982) + [2(-0.432)(0.982)(0.2) + 0.982] \sin(0.982) \right\} = -0.553 \quad (2.32)$$

$$B = -0.736e^{0.432} \left\{ [2(-0.432)(0.982)(0.2) + 0.982] \cos(0.982) - \left[ 0.2(( -0.432)^2 - 0.982^2) - 0.432 + \frac{1}{4} \right] \sin(0.982) \right\} = -0.829 \quad (2.33)$$

La Ecuación 2.34 y la Ecuación 2.35 muestran las expresiones para determinar la ganancia  $K$  y la constante de tiempo  $\tau$  respectivamente.

$$K = \frac{-2(-0.432)^2(0.982) + ((-0.432)^2 - 0.982^2)(0.982)}{((-0.432)^2 - 0.982^2)(-0.829) - 2(-0.553)(-0.432)(0.982)} = -6.440 \quad (2.34)$$

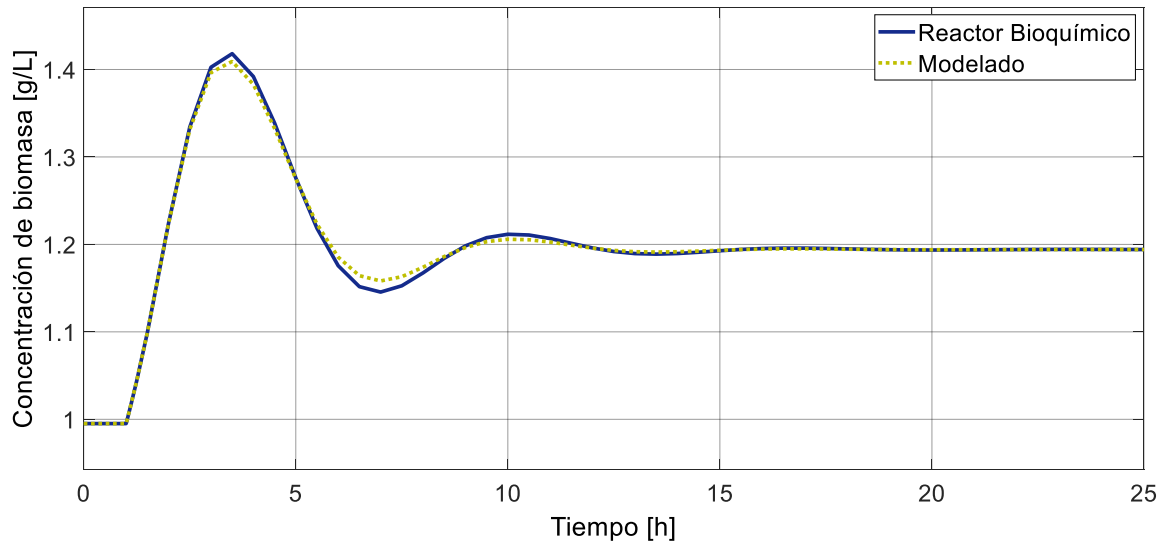
$$\tau = \frac{(-0.432)(-0.829) - (-0.553)(0.982)}{((-0.432)^2 - 0.982^2)(-0.829) - 2(-0.553)(-0.432)(0.982)} = 5.134 \quad (2.35)$$

A partir de los parámetros obtenidos anteriormente se puede formar la función de transferencia que se muestra en la Ecuación 2.36 que representa el modelo aproximado de primer inestable de reactor bioquímico.

$$G_m = \frac{-6.440}{5.134s - 1} e^{-s} \quad (2.36)$$

En la Figura 2.10 se aprecia la identificación del reactor bioquímico mediante la prueba de ajuste mediante una entrada paso utilizando controlador PID. Como se puede observar, tanto el modelo como la planta original son bastante similares, ya que prácticamente no se observan diferencias entre sí.

Dado que el modelo no presenta diferencias marcadas con respecto a la planta original, el modelo es ideal para el uso en el diseño de controladores.



**Figura 2.10** Comparación la planta original del reactor bioquímico y el modelo aproximado mediante un controlador PID

## 2.3. DISEÑO DE CONTROLADORES

### 2.3.1. PID DE SEER Y NANDONG

El esquema PID se lo puede observar en la Figura 1.9. A continuación, se detalla los algoritmos de sintonización propuestos por Qui Han Seer y Jobrun Nandong obtenidos de [11] para el cálculo de los parámetros que forman el esquema PID.

La estructura del PID se lo muestra en la Ecuación 2.37

$$G_{PID}(s) = K_c \left( 1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right) \quad (2.37)$$

Se consideran 2 tipos de modelos de segundo orden inestables. El modelo de la Ecuación 2.38 presenta un polo inestable, mientras que el modelo de la Ecuación 2.39 presenta 2 polos inestables [11].

$$G_{p1} = \frac{K}{(\tau_u s - 1)(\tau_a s + 1)} e^{-t_o s} \quad (2.38)$$

$$G_{p2} = \frac{K}{(\tau_1 - 1)(\tau_2 - 1)} e^{-t_o s} \quad (2.39)$$

Considerando el modelo de la Ecuación 2.38 se tiene los dos siguientes algoritmos:

#### Primer algoritmo de sintonización PID

Considerando que  $\tau_u > \tau_a$

Se inicializan los valores de ajuste con  $r_c = 0.7$ ,  $r_d = 0.5$  y  $r_i = 3$  [11].

Se determina el valor mínimo del término derivativo  $\tau_{D,min}$  como se muestra a continuación:

Si  $0 < t_o < \sqrt{\tau_u \tau_a}$

$$\tau_{D,min} = t_o \quad (2.40)$$

Si  $\sqrt{\tau_u \tau_a} < t_o < \tau_u$

$$\tau_{D,min} = \frac{t_o \tau_u \tau_a}{\tau_u \tau_a + t_o (\tau_u - \tau_a)} \quad (2.41)$$

Se obtiene el valor máximo del término derivativo  $\tau_{D,max}$  a partir de la Ecuación 2.42.

$$\tau_{D,max} = \frac{\tau_u \tau_a}{t_o} \quad (2.42)$$

Se obtiene el valor real de término derivativo  $\tau_D$  como se muestra en la Ecuación 2.43.

$$\tau_D = r_d (\tau_{D,max} - \tau_{D,min}) + \tau_{D,min}, \quad 0 < r_d < 1 \quad (2.43)$$

La condición para determinar el valor mínimo del término integral  $\tau_{I,min}$  se muestra en la Ecuación 2.44.

$$\tau_{I,min} = \frac{t_o \tau_u \tau_a}{\tau_u \tau_a - t_o \tau_D} \quad (2.44)$$

A partir del valor mínimo del término integral se determina el valor real del término integral  $\tau_i$  como se aprecia en la Ecuación 2.45.

$$\tau_i = r_i (\tau_{I,min}), \quad r_i > 1 \quad (2.45)$$

El valor mínimo de la ganancia  $K_{c,min}$  se obtiene mediante la Ecuación 2.46.

$$K_{c,min} = \frac{\tau_i}{\tau_i - t_o} \quad (2.46)$$

El valor máximo de la ganancia  $K_{c,max}$  se obtiene a partir de la Ecuación 2.47.

$$K_{c,max} = \frac{\tau_u \tau_a}{t_o \tau_D} \quad (2.47)$$

A partir de  $K_{c,min}$  y  $K_{c,max}$  se puede obtener el valor real de la ganancia  $K_c$  como se muestra en la Ecuación 2.48.

$$K_c = \frac{r_c (K_{c,max} - K_{c,min}) + K_{c,min}}{K}, \quad 0 < r_c < 1 \quad (2.48)$$

## Segundo algoritmo de sintonización PID

Considerando que  $\tau_u < \tau_a$  y la Ecuación 2.49 y Ecuación 2.50.

$$K_a = \frac{\tau_a - \tau_u}{\tau_D - t_o} \quad (2.49)$$

$$K_b = \frac{\tau_I}{\tau_I - t_o} \quad (2.50)$$

Se inicializan los valores de ajuste con  $r_c = 0.7$ ,  $r_d = 0.9$  y  $r_i = 3$  [11].

Se determina el valor mínimo del término derivativo  $\tau_{D,min}$  de la siguiente manera:

Si  $K_a > K_b$

$$\tau_{D,min} = \frac{t_o \tau_u \tau_a}{\tau_u \tau_a - t_o (\tau_a - \tau_u)} \quad (2.51)$$

Si  $K_a < K_b$

$$\tau_{D,min} = \tau_a - \tau_u + t_o \quad (2.52)$$

Se halla el valor máximo del término derivativo  $\tau_{D,max}$  como se muestra a continuación:

Si  $K_a > K_b$

$$\tau_{D,max} = \tau_a - \tau_u + t_o \quad (2.53)$$

Si  $K_a < K_b$

$$\tau_{D,max} = \frac{\tau_a \tau_u}{t_o} \quad (2.54)$$

El valor real del término derivativo  $\tau_D$  se obtiene mediante la Ecuación 2.55.

$$\tau_D = r_d (\tau_{D,max} - \tau_{D,min}) + \tau_{D,min}, \quad 0 < r_d < 1 \quad (2.55)$$

Se determina el valor de la ganancia mínima  $K_{c,min}$  como se muestra a continuación:

Si  $K_a > K_b$

$$K_{c,min} = \frac{\tau_a - \tau_u}{\tau_D - t_o} \quad (2.56)$$

Si  $K_a < K_b$

$$K_{c,min} = \frac{\tau_I}{\tau_I - t_o} \quad (2.57)$$

El valor de la ganancia máxima  $K_{c,max}$  se obtiene por medio de la Ecuación 2.58.

$$K_{c,max} = \frac{\tau_u \tau_a}{t_o \tau_D} \quad (2.58)$$

A partir de  $K_{c,min}$  y  $K_{c,max}$  se puede obtener el valor real de la ganancia  $K_c$  como se muestra en la Ecuación 2.59.

$$K_c = \frac{r_c(K_{c,max} - K_{c,min}) + K_{c,min}}{K}, \quad 0 < r_c < 1 \quad (2.59)$$

Posteriormente se determina el valor mínimo del término integral  $\tau_{I,min}$  de la siguiente forma:

Si  $K_a > K_b$

$$\tau_{I,min} = \max(I_a, I^{SC}) \quad (2.60)$$

Si  $K_a < K_b$

$$\tau_{I,min} = \max(I_b, I^{SC}) \quad (2.61)$$

Donde:

$$I_a = \frac{t_o(\tau_a - \tau_u)}{\tau_a + t_o - (\tau_u + \tau_D)} \quad (2.62)$$

$$I_b = \frac{t_o\tau_u\tau_a}{\tau_u\tau_a - t_o\tau_D} \quad (2.63)$$

$$I^{SC} = \left( \frac{K_c K}{K_c K - 1} \right) \left( t_o + \frac{\tau_u\tau_a - K_c K t_o\tau_D}{\tau_u - \tau_a + K_c K (\tau_D - t_o)} \right) \quad (2.64)$$

El valor real del término integral  $\tau_I$  se determinará a partir de la Ecuación 2.65.

$$\tau_I = r_i(\tau_{I,min}), \quad r_i > 1 \quad (2.65)$$

Considerando el modelo de la Ecuación 2.39 se tiene el siguiente algoritmo:

### Tercer algoritmo de sintonización PID

Se inicializan los valores de ajuste con  $r_c = 0.8$ ,  $r_d = 10$  y  $r_i = 10$  [11].

Se obtiene el valor mínimo del término derivativo  $\tau_{D,min}$  a partir de la Ecuación 2.66.

$$\tau_{D,min} = \frac{t_o\tau_1\tau_2}{\tau_1\tau_2 - t_o(\tau_1 + \tau_2)} \quad (2.66)$$

A partir de  $\tau_{D,min}$  se obtiene el valor real del término derivativo  $\tau_D$  a partir de la Ecuación 2.67.

$$\tau_D = r_d(\tau_{D,min}), \quad r_d > 1 \quad (2.67)$$

Se obtiene los valores de la ganancia mínima y ganancia máxima a partir de la Ecuación 2.68 y Ecuación 2.69 respectivamente.

$$K_{c,min} = \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_D - t_o} \quad (2.68)$$

$$K_{c,max} = \frac{\tau_1 \tau_2}{t_o \tau_D} \quad (2.69)$$

A partir de los valores anteriores se obtiene el valor de la ganancia real  $K_c$  mediante la Ecuación 2.70.

$$K_c = \frac{r_c(K_{c,max} - K_{c,min}) + K_{c,min}}{K}, \quad 0 < r_c < 1 \quad (2.70)$$

Se determina el valor mínimo del término integral  $\tau_{I,min}$  a partir de la Ecuación 2.71.

$$\tau_{I,min} = \left( \frac{K_c K}{1 + K_c K} \right) \left( t_o + \frac{\tau_1 \tau_2 - K_c K t_o \tau_D}{K_c K (\tau_D - t_o) - (\tau_1 + \tau_2)} \right) \quad (2.71)$$

El valor real del término integral  $\tau_I$  se determinará a partir de la Ecuación 2.72.

$$\tau_I = r_i(\tau_{I,min}), \quad r_i > 1 \quad (2.72)$$

Finalmente, para determinar el filtro  $F_r(s)$  independientemente del algoritmo empleado, se utiliza la expresión que se muestra en la Ecuación 2.73.

$$F_r(s) = \frac{\tau_I s + 1}{\epsilon \tau_I s + 1}, \quad 1.5 < \epsilon < 5 \quad (2.73)$$

### 2.3.2. SMCr DE ROJAS, CAMACHO Y GONZÁLEZ

El desarrollo matemático del SMC para sistemas inestables se lo detalla en [12]. A continuación, se muestra el procedimiento para el cálculo de los parámetros de este controlador.

Se considera un modelo inestable a lazo abierto representado en la Ecuación 2.74.

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s - 1} e^{-t_o s} \quad (2.74)$$

Donde:

$X(s)$  : Variable por controlar

$U(s)$  : Salida de control

Se aproxima el retardo de tiempo  $e^{-t_0s}$  a un término de primer orden mediante la serie de Taylor que es un buen enfoque para procesos químicos [12] como se muestra en la Ecuación 2.75.

$$e^{-t_0s} = \frac{1}{e^{t_0s}} \cong \frac{1}{t_0s + 1} \quad (2.75)$$

Se reemplaza el valor de la Ecuación 2.75 en la Ecuación 2.74.

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{K}{(\tau s - 1)(t_0s + 1)} \quad (2.76)$$

La Ecuación 2.76 puede ser escrita como se muestra a continuación:

$$t_0\tau \frac{d^2X(t)}{dt^2} + (\tau - t_0) \frac{dX(t)}{dt} - X(t) = KU(t) \quad (2.77)$$

Dado que la expresión anterior representa un sistema de segundo orden, la superficie deslizante de la Ecuación 1.52 se convierte en:

$$S(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int_0^t e(t) dt \quad (2.78)$$

El error  $e(t)$  se define en la Ecuación 2.79.

$$e(t) = R(t) - X(t) \quad (2.79)$$

Satisfaciendo la condición de deslizamiento de la Ecuación 1.53, asumiendo que no existe variaciones en la referencia y sustituyendo la definición del error [12], la Ecuación 2.78 puede ser escrita de la siguiente forma:

$$-\frac{d^2X(t)}{dt} - \lambda_1 \frac{dX(t)}{dt} + \lambda_0 e(t) = 0 \quad (2.80)$$

Despejando la segunda derivada de  $X(t)$ , la Ecuación 2.80 puede ser escrita como se muestra a continuación:

$$\frac{d^2X(t)}{dt} = -\lambda_1 \frac{dX(t)}{dt} + \lambda_0 e(t) \quad (2.81)$$

Sustituyendo el valor de la Ecuación 2.81 en la Ecuación 2.77, y despejando  $U(t)$ , se obtiene la parte continua del controlador.

$$U_c(t) = \frac{\tau t_0}{K} \left[ \left( \frac{\tau - t_0}{\tau t_0} - \lambda_1 \right) \frac{dX(t)}{dt} - \frac{X(t)}{\tau t_0} - \lambda_0 e(t) \right] \quad (2.82)$$

Para garantizar una acción apropiada del controlador, la Ecuación 2.78 puede escribirse como:



$$S(t) = \text{sgn}(K) \left( \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int_0^t e(t) dt \right) \quad (2.83)$$

Para satisfacer la estabilidad en la superficie, los parámetros de diseño deben satisfacer las siguientes restricciones [12]:

$$\lambda_1 > 0 \quad (2.84)$$

$$\lambda_0 \leq \frac{\lambda_1^2}{4} \quad (2.85)$$

Consecuentemente, la parte discontinua del controlador está dada por la expresión de la Ecuación 2.86.

$$U_D(t) = \frac{S(t)}{|S(t)| + \delta} \quad (2.86)$$

El parámetro  $\delta$  se lo puede determinar a partir de la expresión de la Ecuación 2.87.

$$\delta = 0.68 + 0.12(KK_D\lambda_1) \quad (2.87)$$

Se puede determinar el valor de  $K_D$  a partir de la Ecuación 2.88.

$$K_D = \frac{0.51}{|K|} \left( \frac{\tau}{t_o} \right)^{0.76} \quad (2.88)$$

### 2.3.3. DSMC PROPUESTO PARA SISTEMAS INESTABLES

A continuación, se detalla el desarrollo del DSMC de la Figura 1.17.

Se considera un modelo inestable de primer orden a lazo abierto con retardo de tiempo representado en la Ecuación 2.89.

$$G_p(s) = \frac{K}{\tau s - 1} e^{-t_o s} \quad (2.89)$$

Se agrega un filtro de la forma  $t_f s + 1$  sin alterar la dinámica del sistema en la expresión de la Ecuación 2.89 obteniendo lo siguiente:

$$G_p(s) = K \left( \frac{t_f s + 1}{\tau s - 1} \right) \left( \frac{e^{-t_o s}}{t_f s + 1} \right) \quad (2.90)$$

De la expresión anterior se puede obtener la parte invertible  $G_m^-(s)$  y la parte no invertible  $G_m^+(s)$  del sistema.

$$G_m^-(s) = \frac{X_m^-(s)}{U_1(s)} = K \left( \frac{t_f s + 1}{\tau s - 1} \right) \quad (2.91)$$

$$G_m^+(s) = \frac{e^{-t_0 s}}{t_f s + 1} \quad (2.92)$$

La parte invertible  $G_m^-(s)$  es la parte que se toma para el diseño del controlador, debido a que la inversa de  $G_m^+(s)$  podría ser no causal, inestable o simplemente no podría hallarse, ocasionando problemas en el desarrollo del controlador. Además, el filtro que se agrega brinda robustez y atenúa el ruido del sistema [27].

Se elige la superficie deslizante que se muestra en la Ecuación 2.93.

$$S(t) = K_p e^-(t) + \lambda \int_0^t e(t) dt \quad (2.93)$$

Se deriva la expresión de la Ecuación 2.93 para cumplir con la condición de deslizamiento.

$$\frac{dS(t)}{dt} = K_p \frac{de^-(t)}{dt} + \lambda e(t) = 0 \quad (2.94)$$

La expresión de  $e^-(t)$  y  $e(t)$  se define en la Ecuación 2.95 y Ecuación 2.96 respectivamente.

$$e^-(t) = R(t) - X_m^-(t) \quad (2.95)$$

$$e(t) = R(t) - X(t) \quad (2.96)$$

Se deriva la expresión de la Ecuación 2.95 y se obtiene la expresión de la Ecuación 2.97.

$$\frac{de^-(t)}{dt} = \frac{dR(t)}{dt} - \frac{dX_m^-(t)}{dt} \quad (2.97)$$

La expresión de la Ecuación 2.97 se sustituye en la Ecuación 2.94.

$$K_p \left( \frac{dR(t)}{dt} - \frac{dX_m^-(t)}{dt} \right) + \lambda e(t) = 0 \quad (2.98)$$

Se despeja  $\frac{dX_m^-(t)}{dt}$  de la Ecuación 2.98, quedando como resultado la Ecuación 2.99.

$$\frac{dX_m^-(t)}{dt} = \frac{dR(t)}{dt} + \frac{\lambda}{K_p} e(t) \quad (2.99)$$

Para determinar la parte continua del controlador se parte de la Ecuación 2.91, la cual se puede escribir como se muestra a continuación:

$$\tau X_m^-(s)s - X_m^-(s) = K t_f U_1(s)s + K U_1(s) \quad (2.100)$$

Transformando la expresión de la Ecuación 2.100 al dominio del tiempo se obtiene la Ecuación 2.101.

$$\tau \frac{dX_m^-(t)}{dt} - X_m^-(t) = K t_f \frac{dU_1(t)}{dt} + K U_1(t) \quad (2.101)$$

Se sustituye la expresión de la Ecuación 2.99 en la Ecuación 2.101 y se obtiene la expresión de la Ecuación 2.102.

$$\frac{dR(t)}{dt} + \frac{\lambda}{K_p} e(t) - X_m^-(t) = K t_f \frac{dU_1(t)}{dt} + K U_1(t) \quad (2.102)$$

De la expresión anterior se despeja  $U_1(t)$  y se obtiene la parte continua del controlador representada en la Ecuación 2.103.

$$\frac{dU_C(t)}{dt} = \left( \frac{\tau}{K t_f} \right) \frac{dR(t)}{dt} + \left( \frac{\tau \lambda}{K K_p t_f} \right) e(t) - \left( \frac{1}{K t_f} \right) X_m^-(t) - \left( \frac{1}{t_f} \right) U_1(t) \quad (2.103)$$

La parte discontinua del controlador se define mediante la función signo como se muestra en la Ecuación 2.104.

$$\frac{dU_D(t)}{dt} = K_D \text{sign}[S(t)] \quad (2.104)$$

El valor del parámetro de la parte discontinua del controlador se lo define mediante el algoritmo de Nelder-Mead que se presenta en la Ecuación 2.105

$$K_D = \frac{0.51}{|K|} \left( \frac{\tau}{t_o} \right)^{0.76} \quad (2.105)$$

Para dar garantía de una apropiada acción del controlador, la Ecuación 2.93 puede escribirse como se muestra en la Ecuación 2.106.

$$S(t) = \text{sign}(K) \left( K_p e^-(t) + \lambda \int_0^t e(t) dt \right) \quad (2.106)$$

El controlador DSMC es la unión de la parte continua y discontinua representado en la Ecuación 2.107.

$$\frac{dU_1(t)}{dt} = \frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{dU_D(t)}{dt} \quad (2.107)$$

El Controlador DSMC final se presenta en la Ecuación 2.108.

$$\begin{aligned} \frac{dU_1(t)}{dt} = & \left( \frac{\tau}{K t_f} \right) \frac{dR(t)}{dt} + \left( \frac{\tau \lambda}{K K_p t_f} \right) e(t) - \left( \frac{1}{K t_f} \right) X_m^-(t) - \left( \frac{1}{t_f} \right) U_1(t) \\ & + K_D \text{sign}[S(t)] \end{aligned} \quad (2.108)$$

En función del desempeño del controlador, es viable simplificar el término  $\frac{dR(t)}{dt}$  ya que esto no afecta el rendimiento del controlador, consiguiendo que la expresión matemática quede simplificada, la cual se presenta en la Ecuación 2.109.

$$\frac{dU_1(t)}{dt} = \left( \frac{\tau \lambda}{K K_p t_f} \right) e(t) - \left( \frac{1}{K t_f} \right) X_m^-(t) - \left( \frac{1}{t_f} \right) U_1(t) + K_D \text{sign}[S(t)] \quad (2.109)$$

Para determinar el parámetro  $\lambda$  se puede utilizar la propuesta de Camacho [27] como se muestra en la Ecuación 2.110.

$$\lambda = \frac{\tau + t_o}{\tau t_o} \quad (2.110)$$

Adicionalmente se tiene un controlador que puede ser proporcional o proporcional-derivativo que ayuda al rechazo a perturbaciones. El valor de la constante proporcional se lo obtiene basado en el margen de fase óptimo [26] como se muestra en la Ecuación 2.111.

$$P(s) = K_c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}, \quad 0 < \epsilon < 1 \quad (2.111)$$

La expresión del controlador PD tomada de [28] se muestra en la Ecuación 2.112.

$$PD(s) = K_c \left( 1 + \frac{\tau_d s}{0.1\tau_d s + 1} \right) \quad (2.112)$$

Las expresiones para determinar el valor de las constantes del controlador PD fueron tomadas de [28].

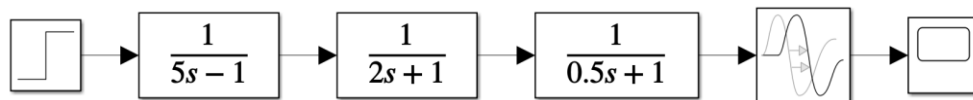
$$K_c = \frac{1}{K} \left[ 0.820 \left( \frac{t_o}{\tau} \right)^{-0.817} + 0.278 \right] \quad (2.113)$$

$$\tau_d = \tau \left[ 0.008 \left( \frac{t_o}{\tau} \right)^2 + 0.467 \left( \frac{t_o}{\tau} \right) + 0.006 \right] \quad (2.114)$$

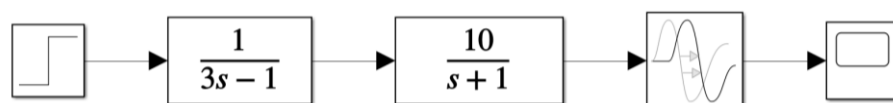
## 2.4. IMPLEMENTACIÓN DE LOS SISTEMAS E INTERFAZ

### 2.4.1. IMPLEMENTACIÓN SISTEMAS LINEALES INESTABLES

Los sistemas lineales inestables que servirán como prueba, están representadas mediante funciones de transferencia. Las funciones de transferencia fueron implementadas en Simulink-Matlab mediante el bloque denominado *Transfer Fcn*. Además, para la representación del retardo de tiempo se utiliza el bloque denominado *Transport Delay*.



**Figura 2.11** Implementación del sistema de la Ecuación 2.1 en Simulink



**Figura 2.12** Implementación del sistema de la Ecuación 2.2 en Simulink

## 2.4.2. IMPLEMETACIÓN REACTOR BIOQUÍMICO

El sistema que conforma el reactor bioquímico está representado mediante ecuaciones diferenciales las cuales representan el comportamiento físico del sistema. Las ecuaciones diferenciales fueron implementadas en Simulink-Matlab mediante el bloque *MATLAB Function*, dicho bloque permite introducir funciones matemáticas para observar su funcionamiento. La representación de las ecuaciones diferenciales está plasmada en la Figura 2.13.

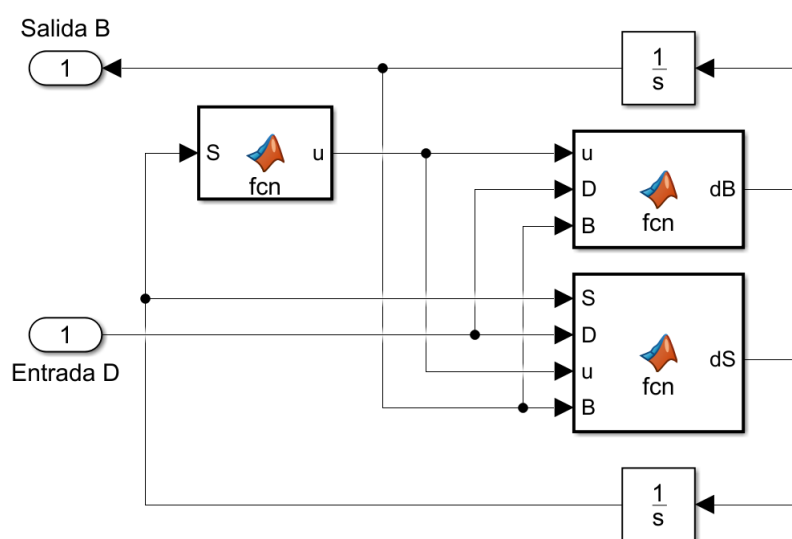


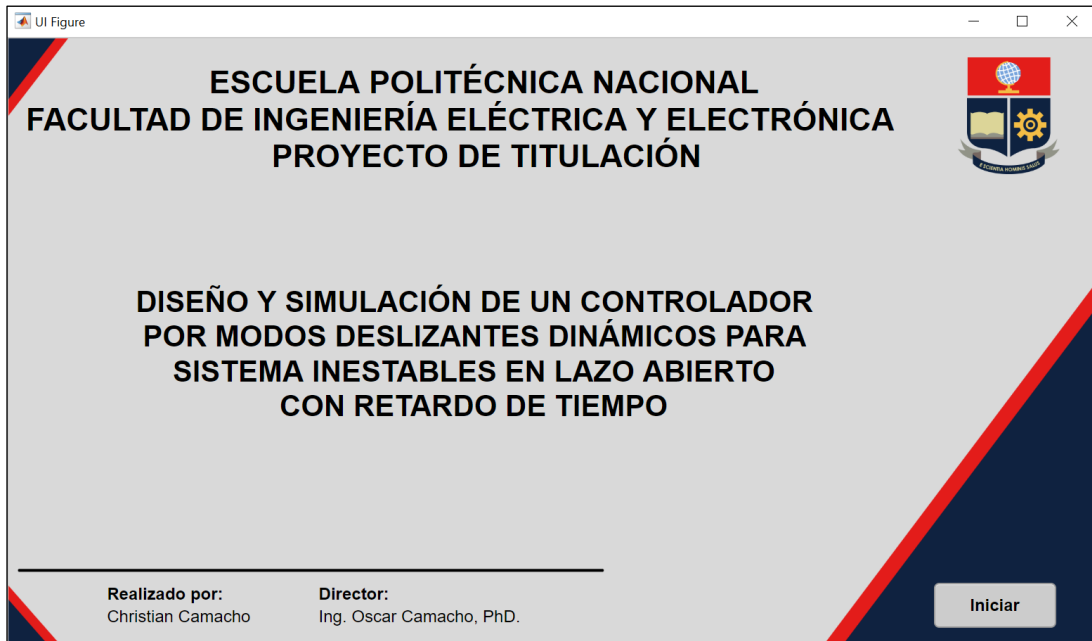
Figura 2.13 Implementación del reactor bioquímico en Simulink

## 2.4.3. DESARROLLO DE LA INTERFAZ GRÁFICA

La interfaz gráfica, también conocida como GUI (por sus siglas en inglés Graphical User Interface), es una herramienta que está compuesta de componentes visuales interactivos para software de computadora. En una GUI se puede mostrar objetos que transmiten información y representan acciones que un usuario puede realizar. El usuario puede interactuar con los objetos y realizar cambios sobre ellos como modificación de color, tamaño o visibilidad.

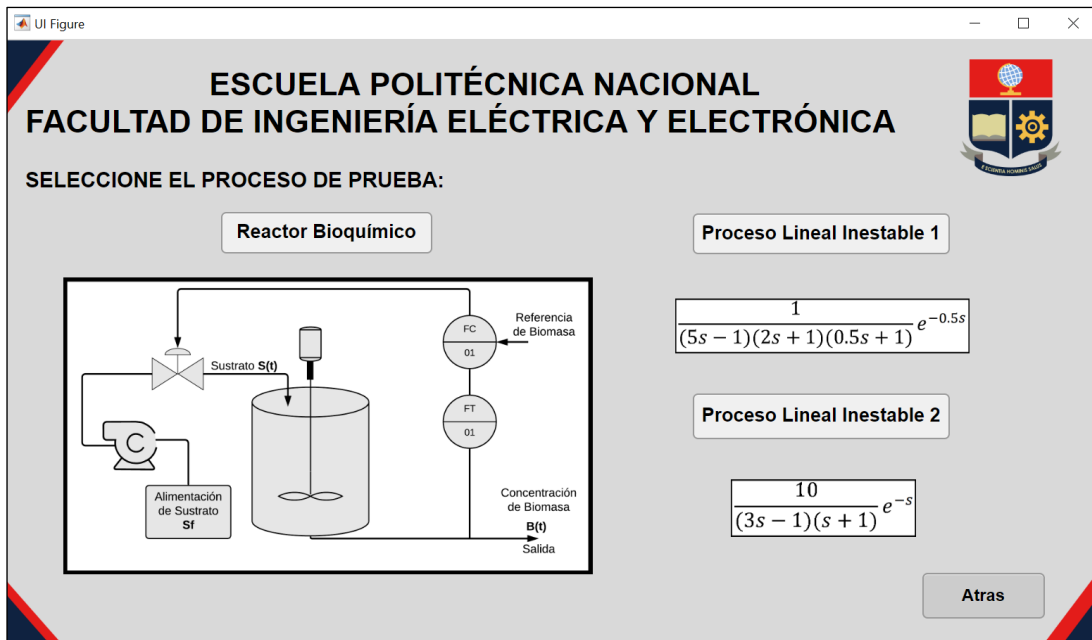
En este apartado, se presenta la interfaz diseñada para visualizar el comportamiento de los procesos lineales inestables, así como del reactor bioquímico, juntos con la técnica de control propuesta.

La interfaz gráfica desarrollada consta de 3 niveles. El primer nivel corresponde a la ventana que corresponde a la portada del trabajo de titulación como se puede apreciar en la Figura 2.14.



**Figura 2.14** Portada de la interfaz gráfica

En el segundo nivel de la interfaz desarrollada se encuentra la pantalla en la cual podemos seleccionar el proceso o sistema con el que se quiere trabajar. Los procesos de selección son las dos plantas lineales inestables y el reactor bioquímico. La pantalla que compone este nivel se la presenta en la Figura 2.15.



**Figura 2.15** Pantalla selección del proceso inestable

En el nivel 3 de la interfaz se encuentran los paneles de control de los sistemas lineales inestables y del reactor bioquímico. En esta pantalla el usuario puede observar el

comportamiento del proceso o sistema, realizar cambios de referencia, introducir perturbaciones al sistema y poder observar los índices de desempeño que nos permitirá hacer un análisis cuantitativo del desempeño entre los controladores DSMC y SCM.

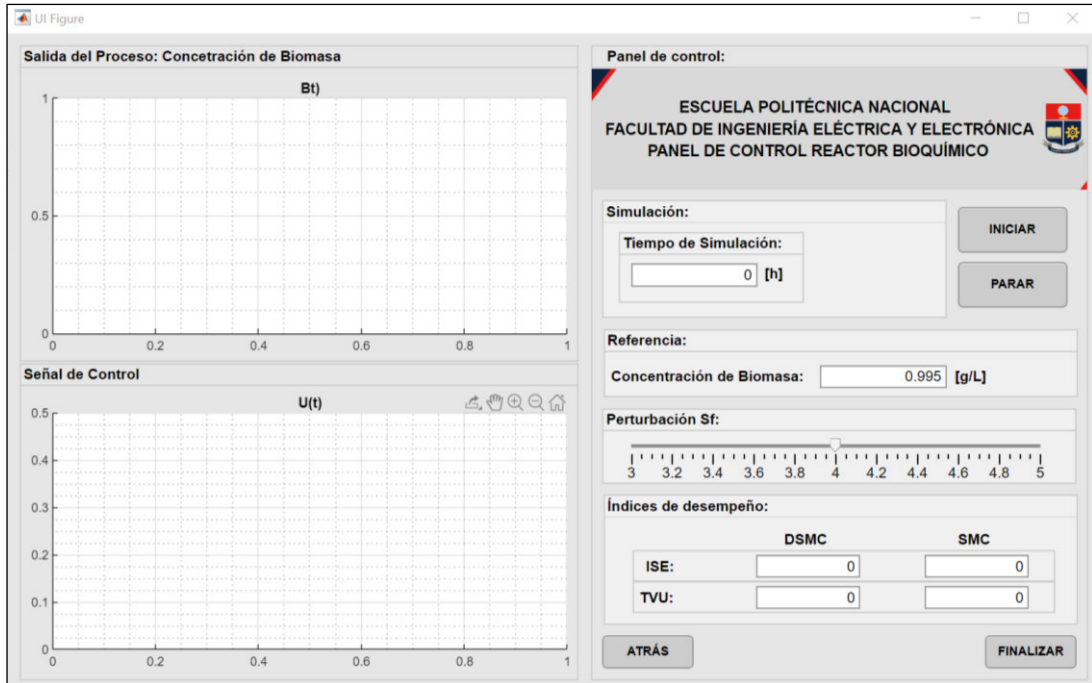


Figura 2.16 Panel de control del reactor bioquímico

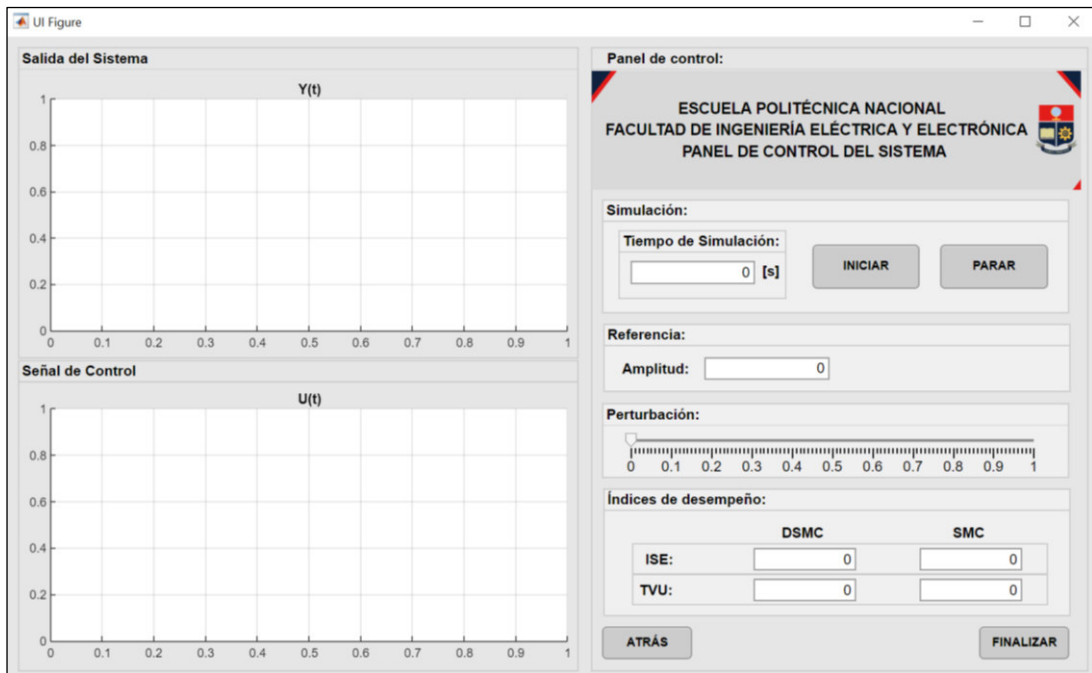


Figura 2.17 Panel de control de los sistemas lineales inestables

#### 2.4.4. DIAGRAMA DE FLUJO DE LA INTERFAZ GRÁFICA

En esta sección se muestra el diagrama de flujo para comprender el desarrollo y funcionamiento de la interfaz gráfica. El diagrama de flujo desarrollado se muestra en el esquema de la Figura 2.18.

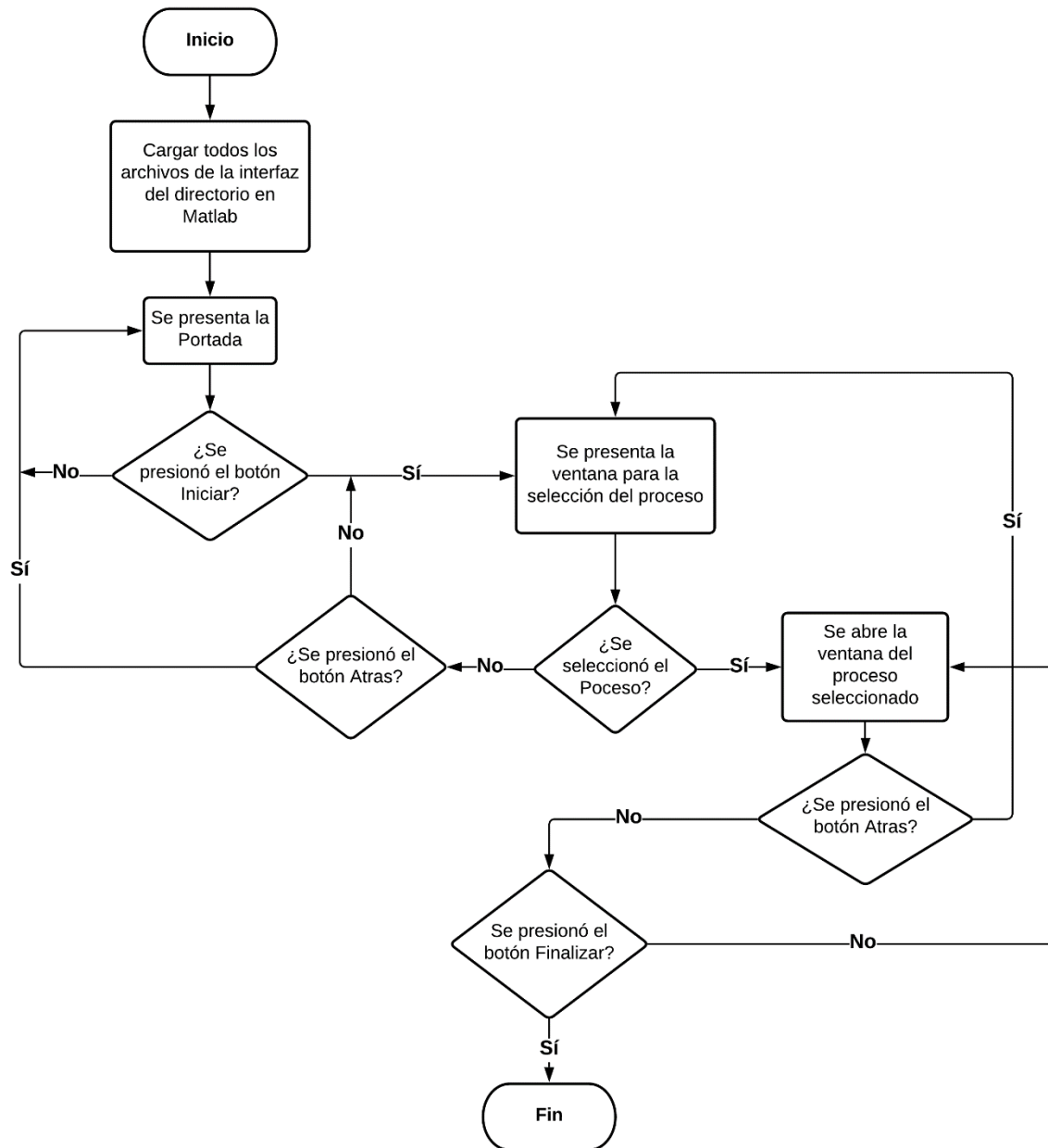


Figura 2.18 Diagrama de flujo de la interfaz gráfica



### **3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos del comportamiento de los sistemas lineales inestables y del reactor bioquímico juntos con las técnicas de control y bajo el sometimiento de pruebas concretas.

Los resultados obtenidos están basados en los rendimientos de los controladores SCM propuesto por Rojas, Camacho y González, PID planteado por Qui Han Seer y Jobrun Nandong y del DSMC propuesto para este trabajo de titulación. Los tres controladores serán implementados en los dos sistemas lineales inestables, así como en el reactor bioquímico.

Para medir el desempeño de los controladores de manera cuantitativa, se utilizan los índices de desempeño ISE y TVu, además de los parámetros máximo sobrepico (Mp) y tiempo de establecimiento (Ts) que nos permiten determinar el comportamiento de la salida en el estado transitorio. Los parámetros obtenidos serán plasmados en una gráfica radial, la cual permite proyectar los datos de forma circular alrededor de un punto central que muestra la manera en la que cambia una variable debido a una variable independiente, de esta manera, se puede observar el rendimiento de los controladores y poder concluir cual presenta mejor rendimiento.

#### **3.1. RESULTADOS SIMULADOS**

En esta sección se presentan los resultados de la simulación de los dos procesos lineales inestables y del reactor bioquímico. Los sistemas fueron sometidos a pruebas de seguimiento de la referencia, regulación, perturbaciones y errores de modelado.

El análisis presentado hace referencia al rendimiento de los controladores de manera cuantitativa mediante los índices de desempeño ISE y TVu, además del uso de los parámetros máximo sobrepico y tiempo de establecimiento para observar el comportamiento de la salida del sistema en estado transitorio. Todos los resultados serán reflejados en una gráfica radial para fines prácticos de visualización e interpretación de los resultados.

##### **3.1.1. SISTEMA LINEAL INESTABLE DE TERCER ORDEN**

El sistema lineal inestable se presenta en la Ecuación 2.1. Este sistema presenta 2 polos estables y 1 polo inestable, además presenta un retardo de tiempo. Dado que el sistema es de tercer orden, este necesita ser aproximado a un modelo de primer orden como se detalló en la sección 2.2.1. El control de este sistema parte de su modelo aproximado presentado en la Ecuación 2.14.

### 3.1.1.1. PRUEBA DE SEGUIMIENTO DEL SISTEMA LINEAL INESTABLE DE TERCER ORDEN

Para la prueba de seguimiento del sistema lineal inestable de tercer orden, se propone una referencia compuesta de una sumatoria de escalones. En la gráfica de la Figura 3.1 se puede observar la referencia y las respuestas del sistema con los controladores correspondientes. La referencia comienza con una amplitud de 0, a los 10 [s] la amplitud cambia a un valor de 1, luego, a los 100 [s] la amplitud aumenta a un valor de 1.5, posteriormente la amplitud decrece a un valor de 0.9 a los 200 [s], y, finalmente, a los 300 [s] la amplitud referencia aumenta a un valor de 1.7.

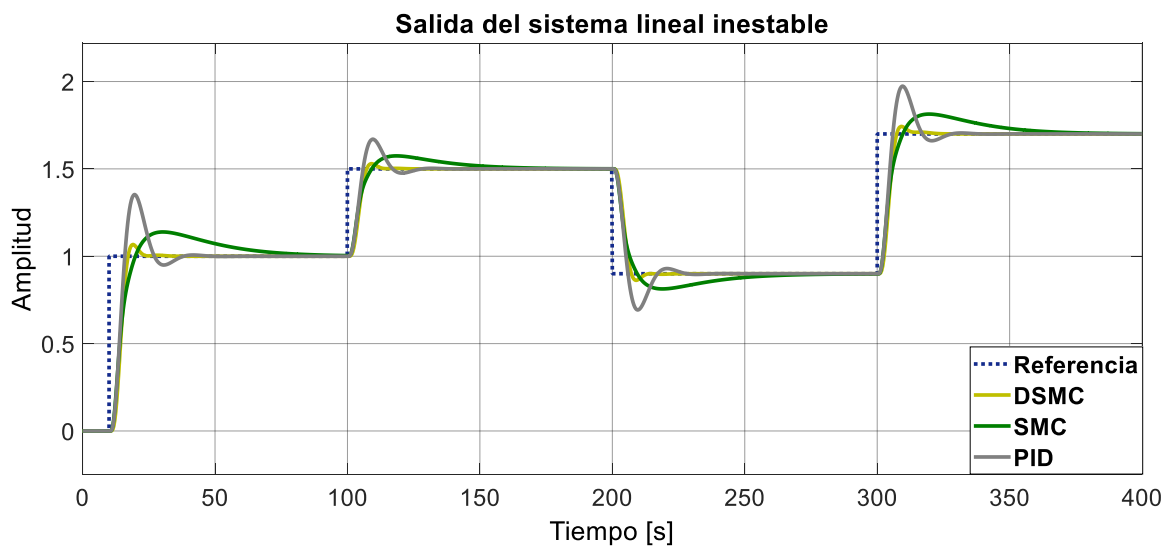


Figura 3.1 Salida del sistema lineal inestable de tercer orden ante cambios de referencia

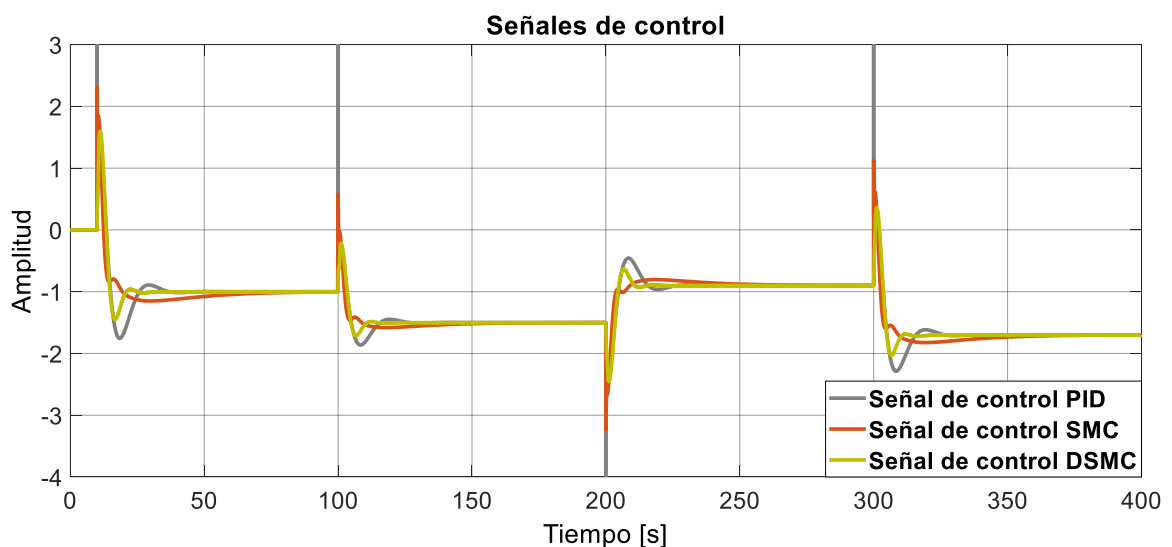
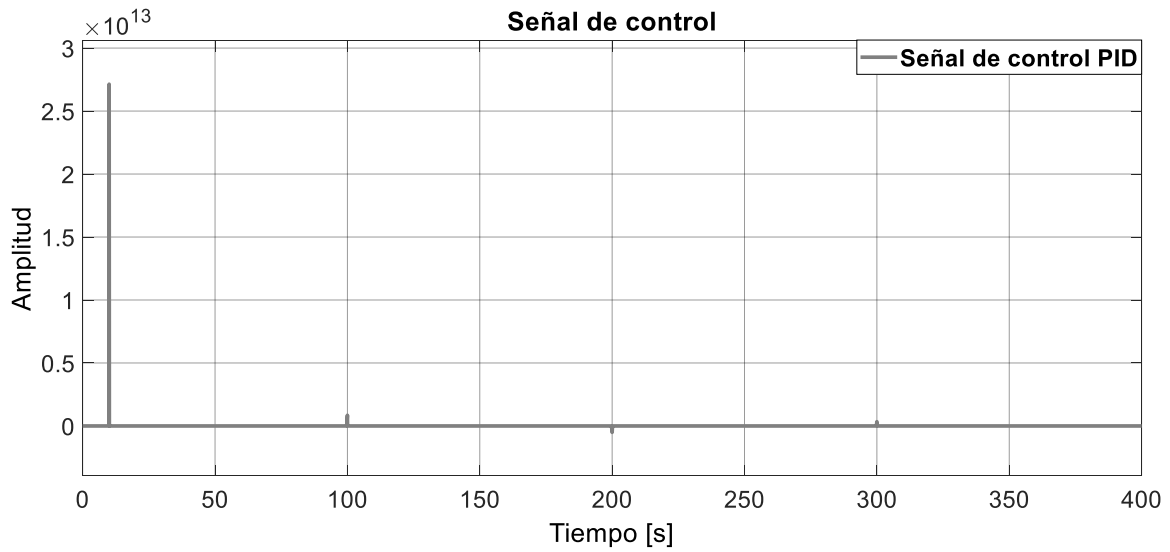


Figura 3.2 Salida de las señales de control ante cambios de referencia



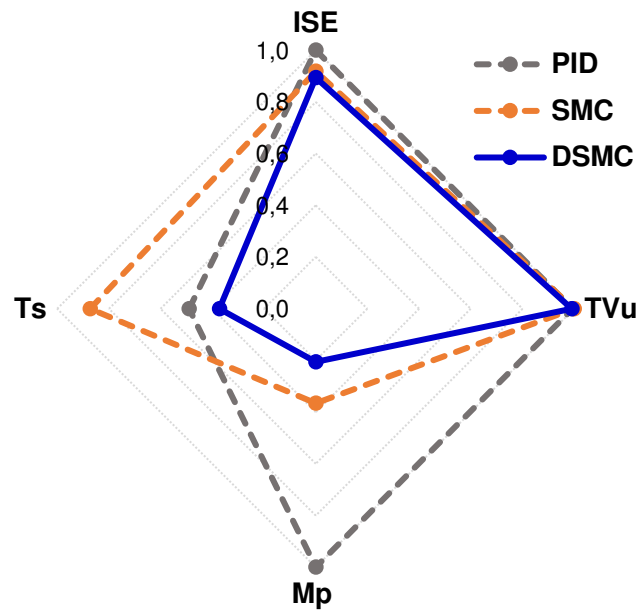
**Figura 3.3** Salida de la señal de control PID ante cambios de referencia

En la Figura 3.1 se muestra la respuesta del sistema ante cambios de referencia. Se resalta que la respuesta que presenta el sistema con el controlador propuesto exhibe un menor sobrepico y una buena rapidez en alcanzar la referencia. En la Figura 3.2 se puede observar las señales de control que proporciona los controladores correspondientes, donde se puede resaltar que la señal de control del DSMC propuesto presenta un menor pico con respecto al SMC y PID cuando la referencia presenta un cambio en su amplitud.

**Tabla 3.1** Índices de desempeño y parámetros transitorios ante cambios de referencia

Controlador	Índice			
	ISE	TVu	Mp [%]	Ts [s]
<b>DSMC</b>	7.962	497.4	7.200	29.25
<b>SMC</b>	8.210	503.8	12.80	68.52
<b>PID</b>	8.271	502.5	35.00	38.42

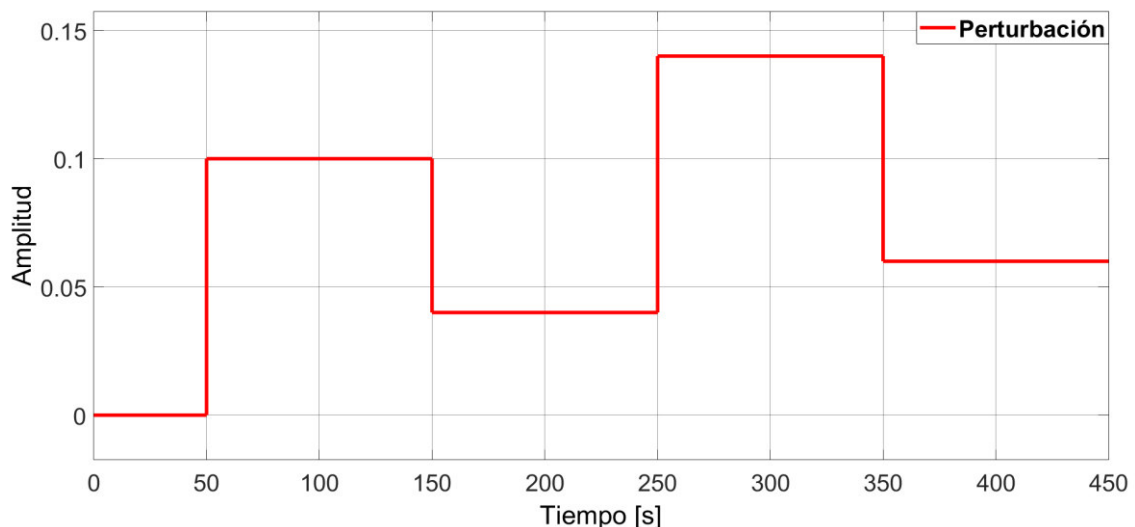
A partir de la Tabla 3.1 y la gráfica radial de la Figura 3.4 se puede determinar el controlador que tiene mejor rendimiento. Claramente, los valores cuantitativos muestran que el controlador DSMC presenta mejores prestaciones, ya que posee valores inferiores en ISE, TVu, Mp y Ts con respecto al SMC y PID. En el DSMC destaca que el máximo sobrepico de la respuesta es muy bajo en comparación con los otros controladores. Cabe resaltar, que el control PID presenta picos de gran magnitud en la señal de control como se muestra en la Figura 3.3, cuando existe un cambio en la referencia.



**Figura 3.4** Gráfica radial de índices de desempeño y parámetros transitorios ante cambios de referencia

### 3.1.1.2. PRUEBA DE REGULACIÓN DEL SISTEMA LINEAL INESTABLE DE TERCER ORDEN

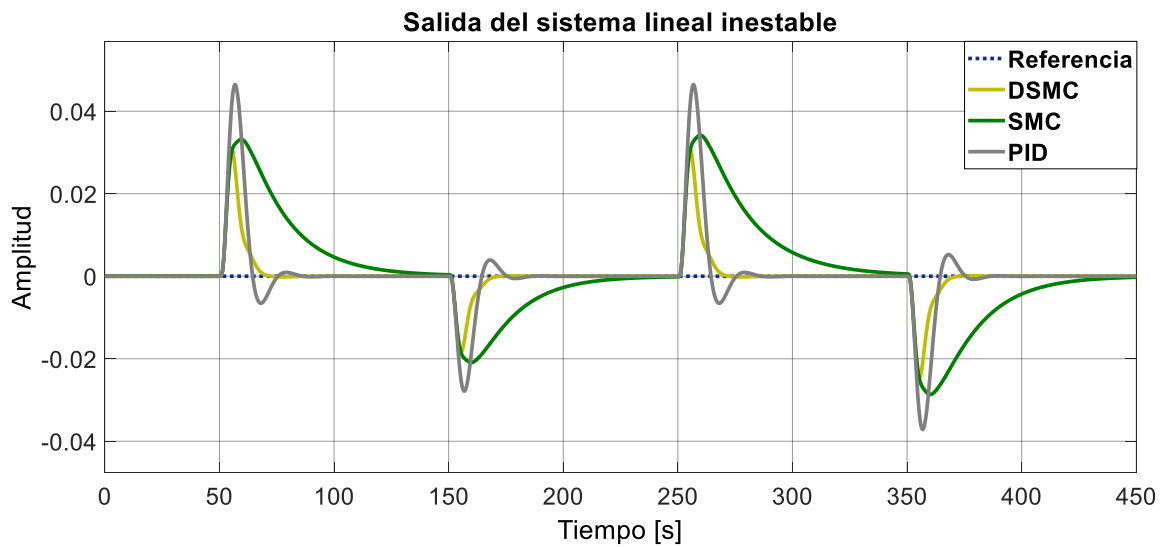
La prueba de regulación parte de la condición de estado estable del sistema con una amplitud en la referencia de cero. Se introducen perturbaciones pequeñas en el sistema como se muestra en la Figura 3.5 para comprobar el rendimiento de los controladores. La sumatoria de pasos que forman la perturbación parte con un paso de 0.1 de amplitud a los 50 [s], después se da un paso negativo 0.06 amplitud a los 150 [s], posteriormente se da un paso de amplitud positiva de 0.1 a los 250 [s] y finalmente se da un paso negativo de 0.08 de amplitud a los 350 [s].



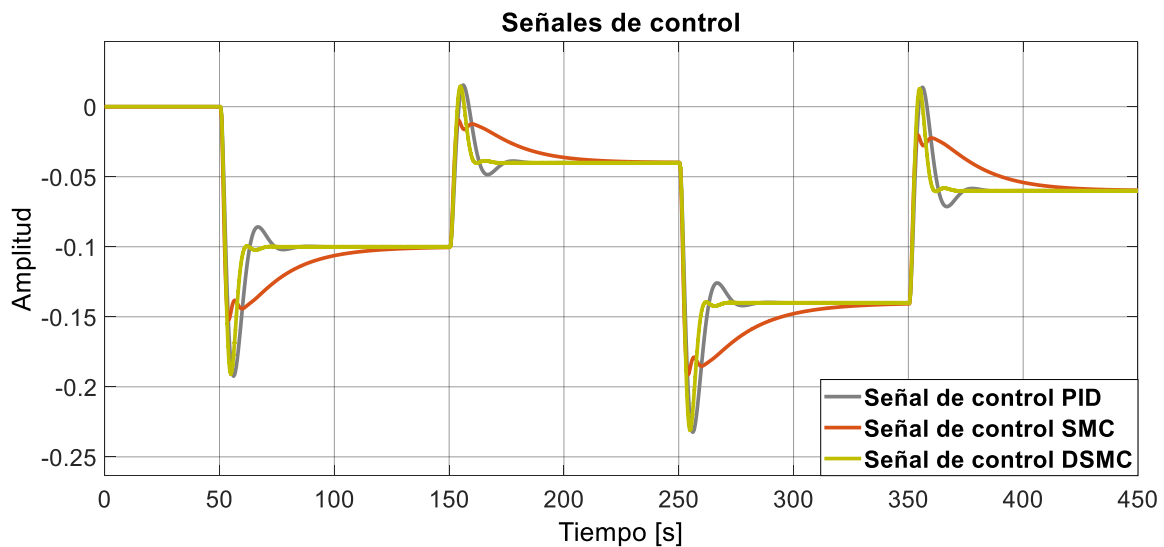
**Figura 3.5** Perturbaciones introducidas en el sistema inestable

En la Figura 3.6 se muestra la salida del sistema en la condición de estado estable ante perturbaciones. En la gráfica se puede observar que mediante el DSMC propuesto la salida del sistema presenta un menor pico con respecto a los otros controladores SMC y PID.

Por otro lado, en la gráfica de la Figura 3.7 se muestran las señales de control, donde cabe destacar que la señal de control del DSMC es notablemente más rápida que la señal de control del SMC. Además, la señal de control del DSMC es un poco menos brusca con respecto a la señal de control PID, ya que esta última presenta un mayor pico con respecto al DSMC.



**Figura 3.6** Salida del sistema lineal inestable de tercer orden ante perturbaciones

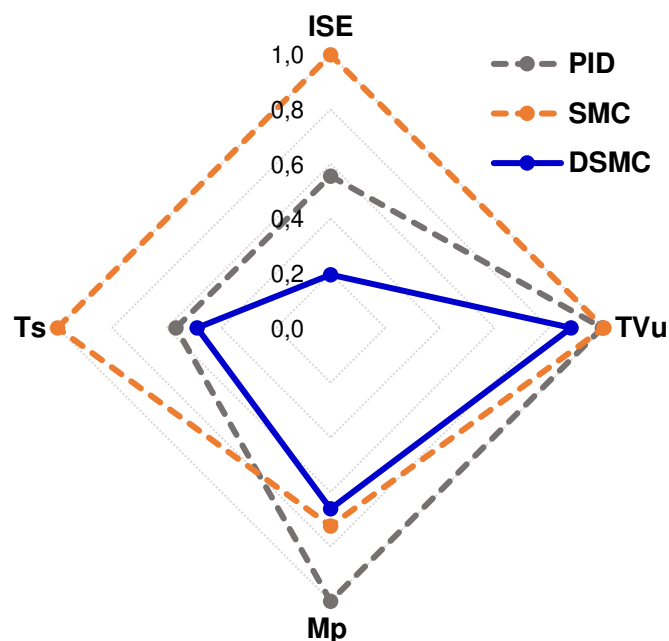


**Figura 3.7** Salida de las señales de control ante perturbaciones

En la Tabla 3.2 y en la gráfica de la Figura 3.8 se muestran los índices de desempeño y parámetros transitorios para medir de manera cuantitativa el desempeño de los controladores. Claramente, el controlador que presenta mejor rendimiento es el DSMC propuesto. Pese a que el índice de desempeño TVu sea menor en el DSMC, los valores de TVu de los otros controladores tienen un valor muy próximo a este, siendo un valor poco representativo. Por otro lado, el índice de desempeño ISE y el parámetro Ts son valores en los que más resalta el DSMC, ya que estos presentan valores significativos con respecto al SMC y PID. Además, la salida del sistema con la técnica de control DSMC muestra una reducción representativa del máximo pico con respecto a la salida con la técnica de control PID y un poco menos representativa con respecto al SMC.

**Tabla 3.2** Índices de desempeño y parámetros transitorios ante perturbaciones

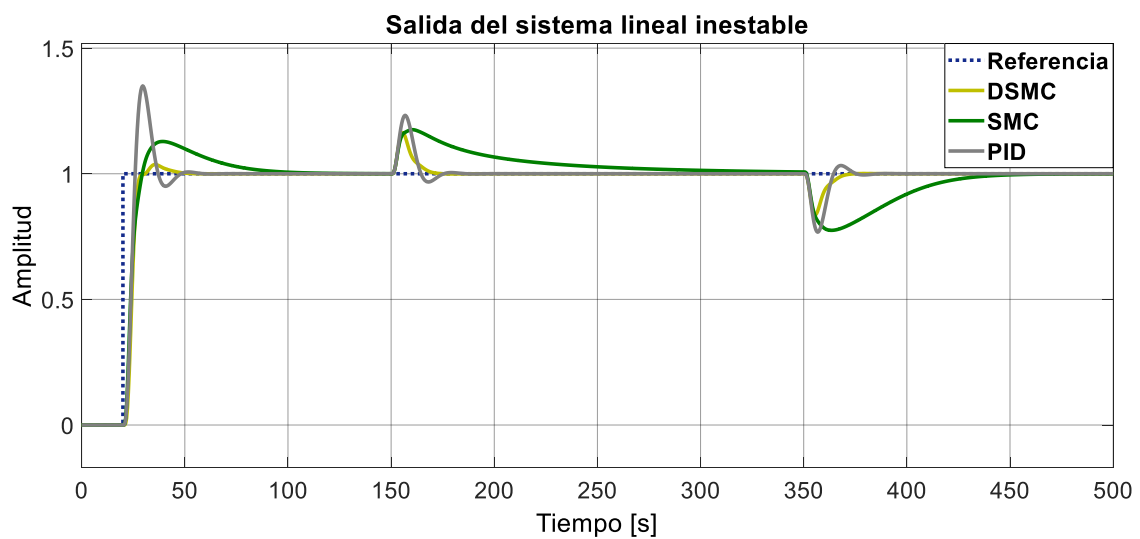
Controlador	Índice			
	ISE	TVu	Mp [%]	Ts [s]
<b>DSMC</b>	0.013	31.14	3.076	22.87
<b>SMC</b>	0.065	34.54	3.367	99.03
<b>PID</b>	0.036	34.34	4.647	34.40



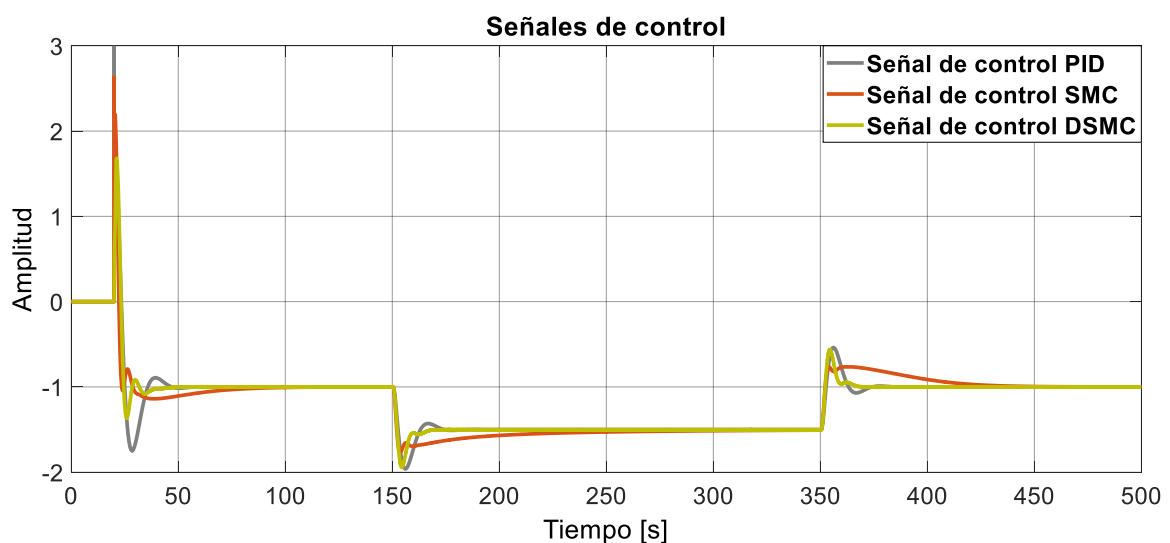
**Figura 3.8** Gráfica radial de índices de desempeño y parámetros transitorios ante perturbaciones

### 3.1.1.3. PRUEBA ANTE PERTURBACIONES DE CARGA DEL SISTEMA LINEAL INESTABLE DE TERCER ORDEN

La prueba ante perturbaciones de carga modifica el funcionamiento del sistema realimentado, causando que la ley de control tenga cambios bruscos para que el sistema alcance a la referencia deseada. En la Figura 3.9 se puede observar que se introduce una referencia paso unitario a los 20 [s]. Posteriormente, a los 150 [s] se introduce una perturbación positiva de 0.5 de amplitud y finalmente, se introduce una perturbación negativa de 0.5 a los 350 [s].



**Figura 3.9** Salida del sistema lineal inestable de tercer orden ante perturbaciones de carga



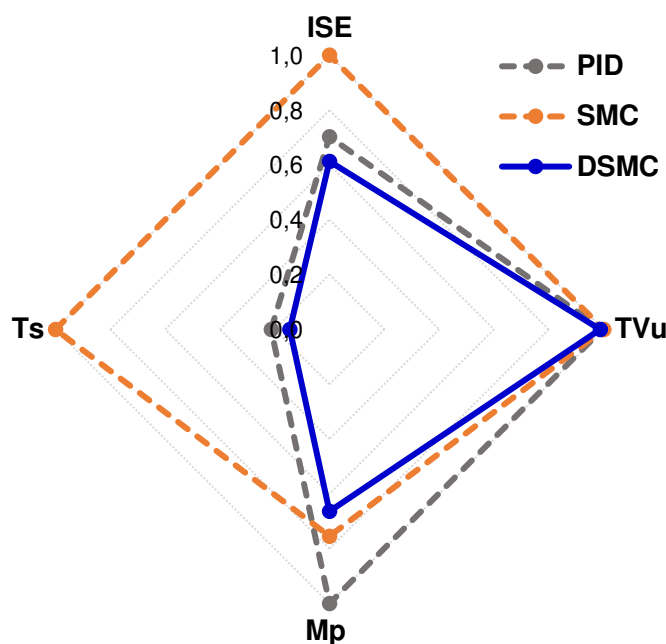
**Figura 3.10** Salida de las señales de control ante perturbaciones de carga

En la Figura 3.9 se presenta la respuesta del sistema lineal inestable de tercer orden ante perturbaciones de carga. Al introducir perturbaciones de carga el controlador tiene que ser robusto dado que el sistema modifica su funcionamiento por la perturbación, y más aún si el sistema presenta un polo inestable, lo cual complica más el control del sistema. La salida del sistema con el control DSMC presenta una respuesta más rápida con respecto al SMC y PID, adicionalmente la respuesta con el controlador DSMC también presenta un menor pico con respecto a los otros controladores.

En la Figura 3.10 se muestran las señales de control del sistema ante perturbaciones de carga. Haciendo las observaciones a los 150 [s] y 350 [s], que son los instantes donde se introducen las perturbaciones, se tiene que no existen diferencias apreciables entre las señales de control del DSMC y PID, mientras que la señal de control SMC se puede observar que es una señal que se torna lenta con respecto a las otras.

**Tabla 3.3** Índices de desempeño y parámetros transitorios ante perturbaciones de carga

Controlador	Índice			
	ISE	TVu	Mp [%]	Ts [s]
<b>DSMC</b>	3.784	580.1	15.40	25.37
<b>SMC</b>	6.174	587.6	17.50	175.0
<b>PID</b>	4.337	584.7	23.20	37.31



**Figura 3.11** Gráfica radial de índices de desempeño y parámetros transitorios ante perturbaciones de carga

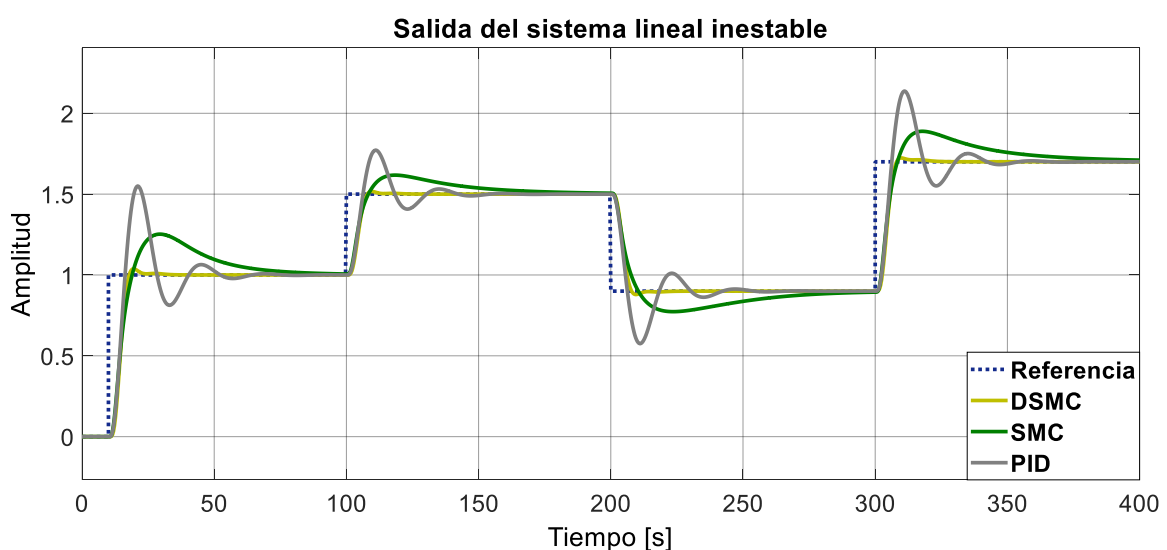


En la Tabla 3.3 y en la Figura 3.11 se muestran los índices de desempeño y los parámetros transitorios del sistema lineal inestable de tercer orden ante perturbaciones de carga. El controlador DSMC propuesto resalta por tener un menor ISE con respecto a los otros controladores. Por otro lado, la respuesta con el controlador DSMC presenta un tiempo de estabilización de 25.37 [s] que claramente es menor con respecto a los otros controladores.

### 3.1.1.4. PRUEBA DE SEGUIMIENTO DEL SISTEMA LINEAL INESTABLE DE TERCER ORDEN CON ERROR DE MODELADO DE 20% EN LA GANANCIA

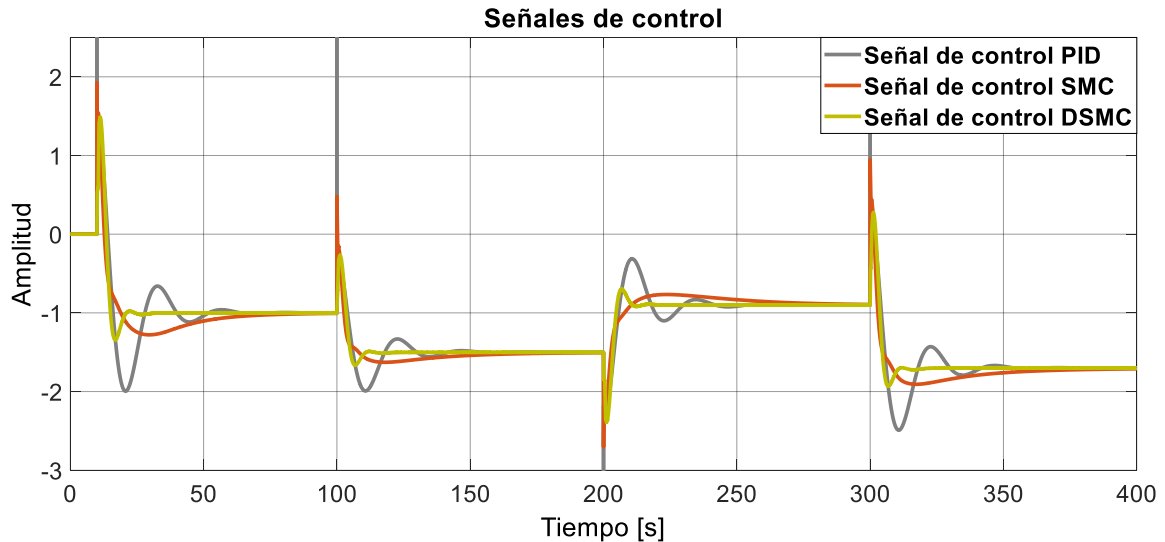
Para la prueba de seguimiento del sistema con error de modelado se utiliza la misma referencia utilizado para la prueba de seguimiento del sistema sin error de modelado. Los tiempos de prueba en los que la referencia cambia de valor son 10 [s], 100 [s], 200 [s] y 300 [s] respectivamente.

El error de modelado modifica el funcionamiento del sistema, ocasionando que la respuesta presente oscilaciones y requiera de mayor tiempo para alcanzar la referencia deseada. La respuesta del DSMC no presenta oscilaciones y su tiempo de estabilización es mucho menor con respecto a los otros controladores. En la Figura 3.12 se muestra que la respuesta con el control DSMC presenta un pico muy bajo con relación a los otros controladores, el PID es el controlador que presenta mayor amplitud en su valor pico, además de que su respuesta es oscilatoria. Por otro lado, el controlador SMC no presenta oscilaciones en su respuesta, sin embargo, su tiempo de estabilización es muy grande. En conclusión, el DSMC presenta un menor sobrepico y menor tiempo de estabilización en su respuesta con respecto al PID y SMC, corroborando su robustez.



**Figura 3.12** Salida del sistema lineal inestable de tercer orden ante cambios de referencia con error de modelado de 20% en la ganancia

En la Figura 3.13 se observa que la señal de control DSMC presenta un menor pico en los instantes donde la referencia presenta cambios en su amplitud, además es una señal rápida y sin presencia de oscilaciones con respecto al controlador PID.

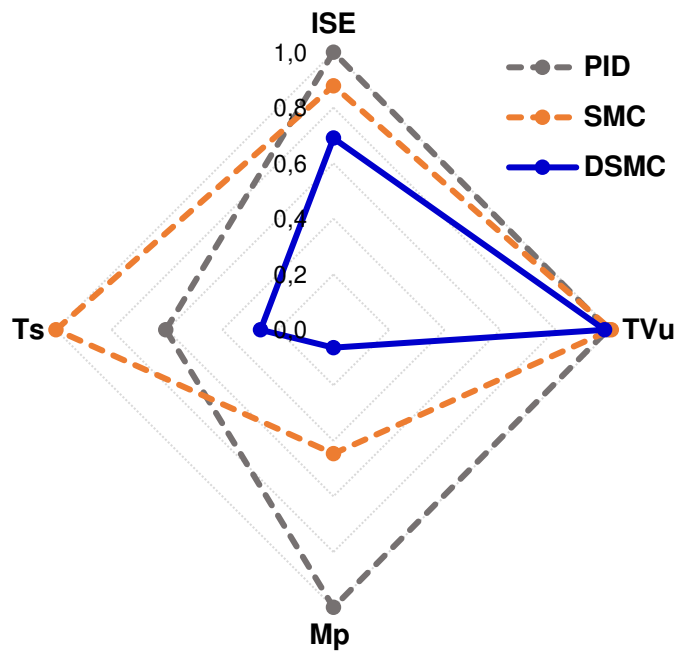


**Figura 3.13** Salida de las señales de control ante cambios de referencia con error de modelado de 20% en la ganancia

En la Tabla 3.4 y la Figura 3.14 se presenta los índices de desempeño de los controladores en un escenario desfavorable como lo es el error de modelado. El índice de desempeño ISE en el DSMC incrementa en un 3.23% de su valor nominal, en el SMC incrementa en un 27.53% y en el PID incrementa en 43.99%. En lo que respecta al índice de desempeño TVu se puede apreciar que prácticamente no existen cambios con respecto a sus valores nominales. Por otro lado, es importante apreciar que el máximo sobrepico para el control SMC y PID se mantienen alrededor de los valores nominales, mientras que en el DSMC el valor disminuye. El tiempo de establecimiento para el SMC y PID incrementan en un 59.67% y 72.07% respectivamente, mientras que en el caso del DSMC el tiempo de establecimiento se mantiene alrededor de su valor nominal.

**Tabla 3.4** Índices de desempeño y parámetros transitorios ante cambios de referencia con error de modelado de 20% en la ganancia

Controlador	Índice			
	ISE	TVu	Mp [%]	Ts [s]
<b>DSMC</b>	8.219	496.4	2.115	28.76
<b>SMC</b>	10.47	508.3	14.70	109.41
<b>PID</b>	11.91	502.4	32.95	66.11

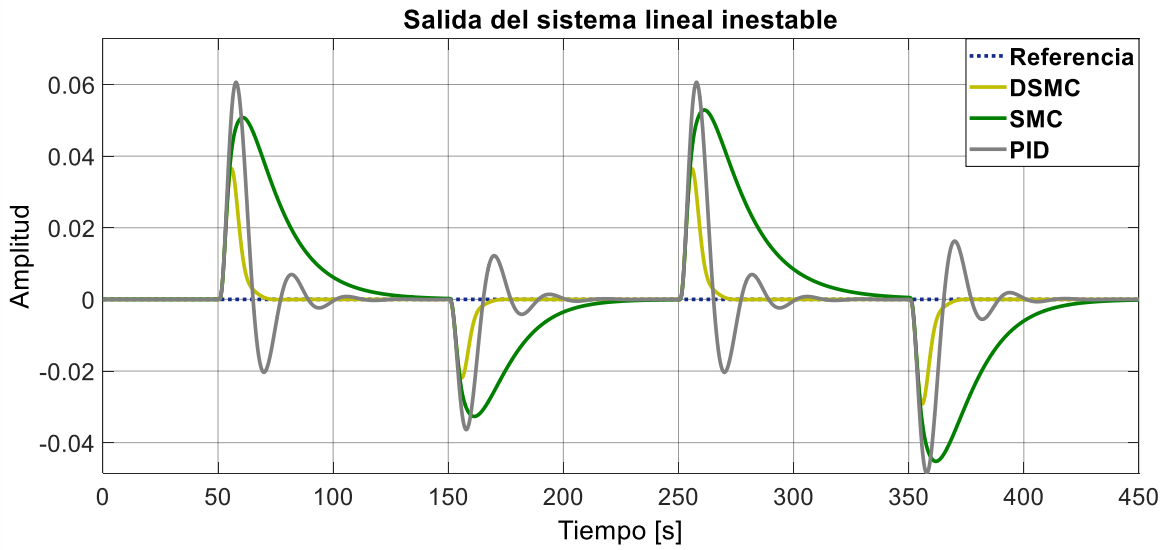


**Figura 3.14** Gráfica radial de índices de desempeño y parámetros transitorios ante cambios de referencia con error de modelado de 20% en la ganancia

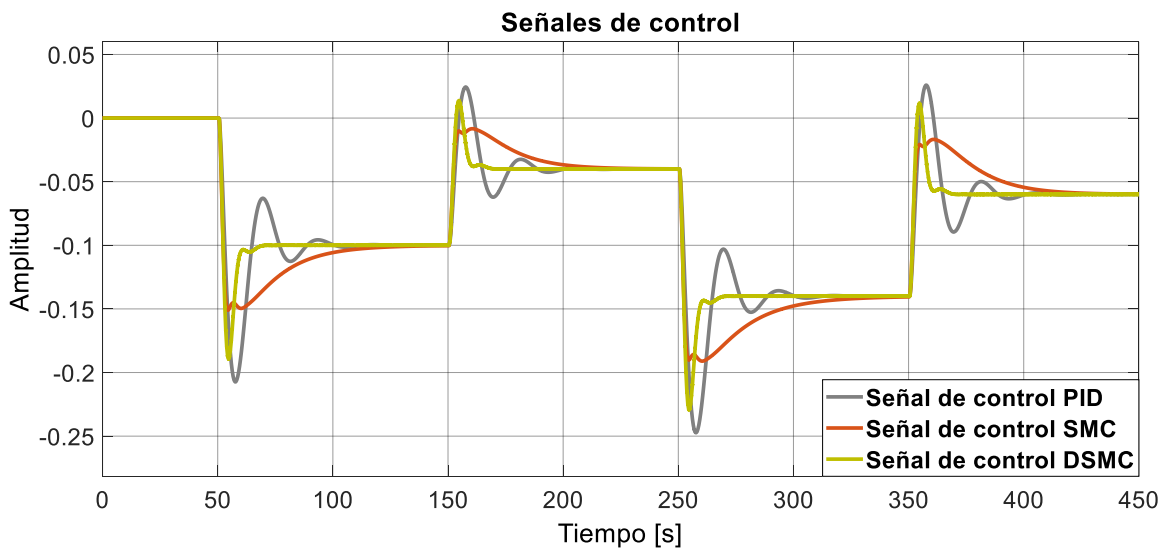
### 3.1.1.5. PRUEBA DE REGULACIÓN DEL SISTEMA LINEAL INESTABLE DE TECER ORDEN CON ERROR DE MODELADO DE 20% EN LA GANANCIA

Para esta prueba, al igual que para el sistema sin error de modelado, se introdujo una perturbación compuesta de sumatoria de pasos como se muestra en la Figura 3.5, además de una referencia de cero. En la Figura 3.15 se muestra que, con error de modelado, la respuesta con control PID muestra oscilaciones, mientras que con el control SMC, si bien este no presenta oscilaciones, es evidente que su tiempo de estabilización es muy grande. Por otro lado, la respuesta que se obtiene a partir del control DSMC no dista mucho de la que se presenta sin errores de modelado, constatando que este controlador es el más robusto con respecto a los otros.

En la Figura 3.16 se puede verificar que las señales de control son acordes a las respuestas de cada controlador. La señal de control PID es una señal oscilatoria y que presenta el mayor pico en el transitorio, mientras que la señal de control SMC es una señal lenta, por ende, la respuesta es lenta y por último la señal de control PID es la señal más neutral, ya que esta no posee oscilaciones y presenta rapidez, ayudando a que la respuesta alcance el valor deseado de manera más rápida sin la presencia de oscilaciones.



**Figura 3.15** Salida del sistema lineal inestable de tercer orden ante perturbaciones con error de modelado de 20% en la ganancia



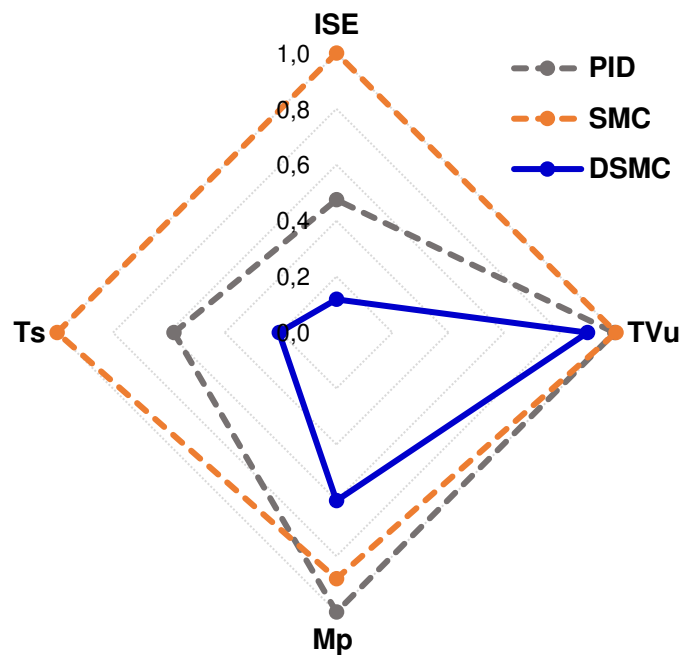
**Figura 3.16** Salida de las señales de control ante perturbaciones con error de modelado de 20% en la ganancia

En la Tabla 3.5 y Figura 3.17 se muestra que el índice de desempeño TVu no tiene variaciones significativas con respecto a sus valores nominales. Por otro lado, el índice de desempeño ISE incrementa en un 46.15%, 146.15%, 111.11% en el DSMC, SMC y PID respectivamente. Otro parámetro transitorio que es importante analizar, es el máximo sobrepico, el cual en el caso del controlador DSMC incrementa en 0.81%, mientras que el SMC y PID incrementan en un 34.78% y 10.91% respectivamente con respecto a sus valores nominales. En el PID, el tiempo de establecimiento se ve afectado notablemente ya que este, crece en un 107.88%, mientras que para el SCM aumenta en un 24.10% y en

el DSMC apenas crece en un 10.67% con respecto al valor en la prueba sin error de modelado.

**Tabla 3.5** Índices de desempeño y parámetros transitorios ante perturbaciones con error de modelado de 20% en la ganancia

Controlador	Índice			
	ISE	TVu	Mp [%]	Ts [s]
<b>DSMC</b>	0.019	31.24	3.101	25.31
<b>SMC</b>	0.160	34.79	4.538	122.90
<b>PID</b>	0.076	34.63	5.154	71.51

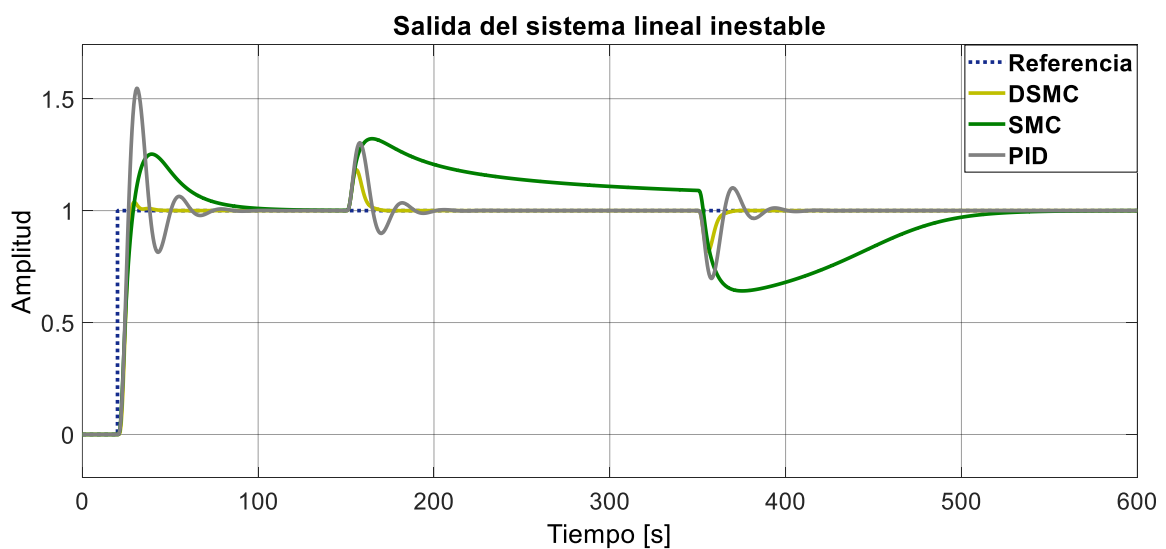


**Figura 3.17** Gráfica radial de índices de desempeño y parámetros transitorios ante perturbaciones con error de modelado de 20% en la ganancia

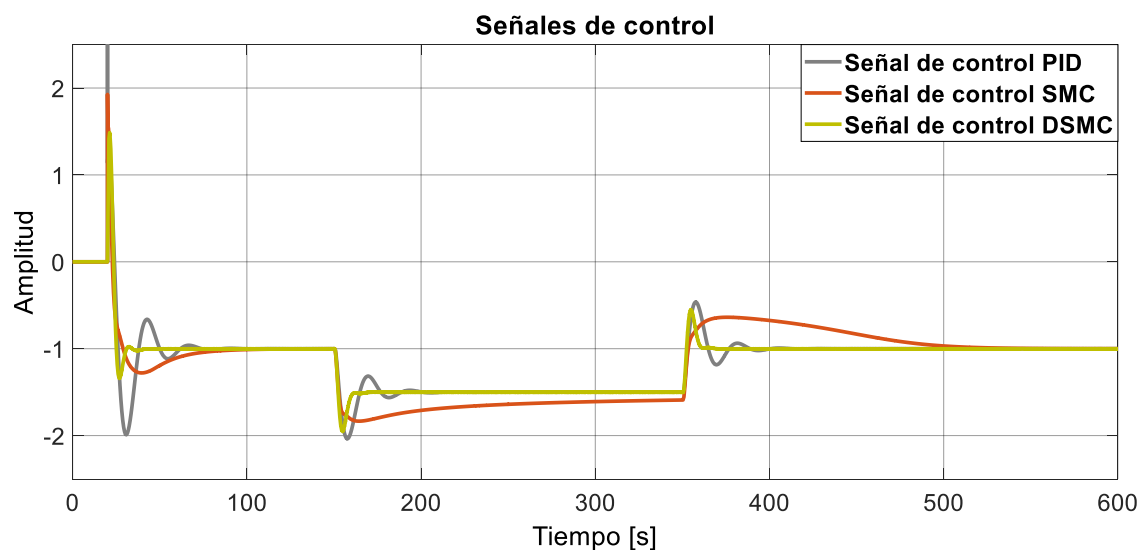
### 3.1.1.6. PRUEBA ANTE PERTURBACIONES DE CARGA DEL SISTEMA LINEAL INESTABLE DE TERCER ORDEN CON ERROR DE MODELADO DE 20% EN LA GANANCIA

La prueba ante perturbaciones de carga con error de modelado se lo hace mediante la introducción a los 150 [s] de un paso con amplitud positiva de 0.5 y a los 350 [s] un paso con amplitud negativa de 0.5.

En la gráfica de la Figura 3.18 se muestra que la respuesta del sistema con el controlador DSMC posee un bajo sobrepico en con respecto al SMC y PID. Además, el DSMC es que presenta una respuesta más rápida cuando existe presencia de perturbaciones de carga a los 150 [s] y 350 [s]. Con el controlador SMC la respuesta del sistema es muy lenta y se demora en alcanzar la referencia cuando existen perturbaciones. Por otro lado, en la gráfica de la Figura 3.19 las señales de control PID y SMC son las que presenta cambios más representativos con respecto a la prueba sin error de modelado. La señal de control PID se vuelve oscilatoria y aumenta en su máximo pico, mientras que la señal de control SMC se vuelva más lenta con respecto a la señal sin error de modelado.



**Figura 3.18** Salida del sistema lineal inestable de tercer orden ante perturbaciones de carga con error de modelado de 20% en la ganancia

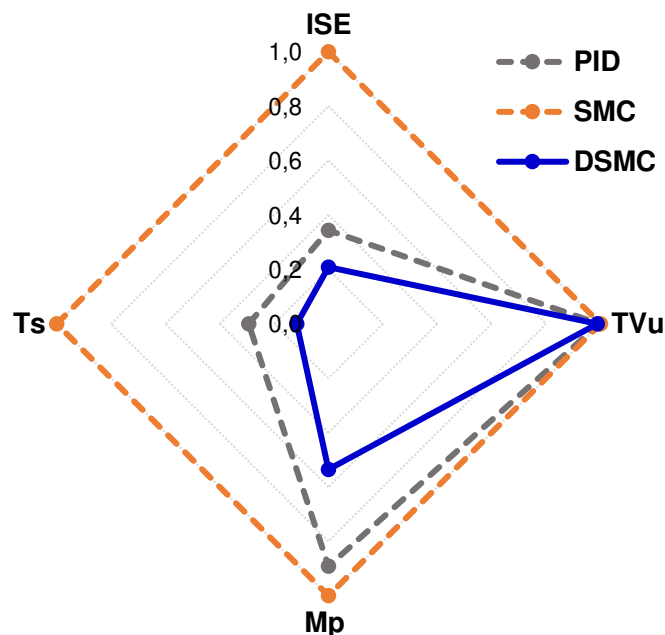


**Figura 3.19** Salida de las señales de control ante perturbaciones de carga con error de modelado de 20% en la ganancia

A partir de la Tabla 3.6 y Figura 3.20 se puede observar que el DSMC es el que presenta los valores más bajos. El índice de desempeño ISE en el DSMC se incrementa en un 4.995% con respecto a su valor nominal, mientras que en el SMC y PID los valores crecen en 208.88% y 51.27% respectivamente. El índice de desempeño TVu casi no presenta variaciones para los tres controladores con respecto a los valores que se obtuvieron en la prueba sin error de modelado. Por otro parte, el máximo pico del DSMC aumenta en un 18.18% con relación a su valor nominal, mientras que para los controladores SMC y PID el máximo pico crece en un 94.17% y 30.60% respectivamente. De igual manera, el tiempo de establecimiento es un parámetro que crece cuando existe error de modelado, en el SMC y PID aumenta en un 35.24% y 86.46% con relación a sus valores nominales, mientras que en el caso del DSMC el tiempo de establecimiento apenas aumenta en un 9.10%.

**Tabla 3.6** Índices de desempeño y parámetros transitorios ante perturbaciones de carga con error de modelado de 20% en la ganancia

Controlador	Índice			
	ISE	TVu	Mp [%]	Ts [s]
<b>DSMC</b>	3.973	580.2	18.20	27.68
<b>SMC</b>	19.07	586.7	33.98	236.67
<b>PID</b>	6.560	584.0	30.30	69.57



**Figura 3.20** Gráfica radial de índices de desempeño y parámetros transitorios ante perturbaciones de carga con error de modelado de 20% en la ganancia

### 3.1.2. SISTEMA LINEAL INESTABLE DE SEGUNDO ORDEN

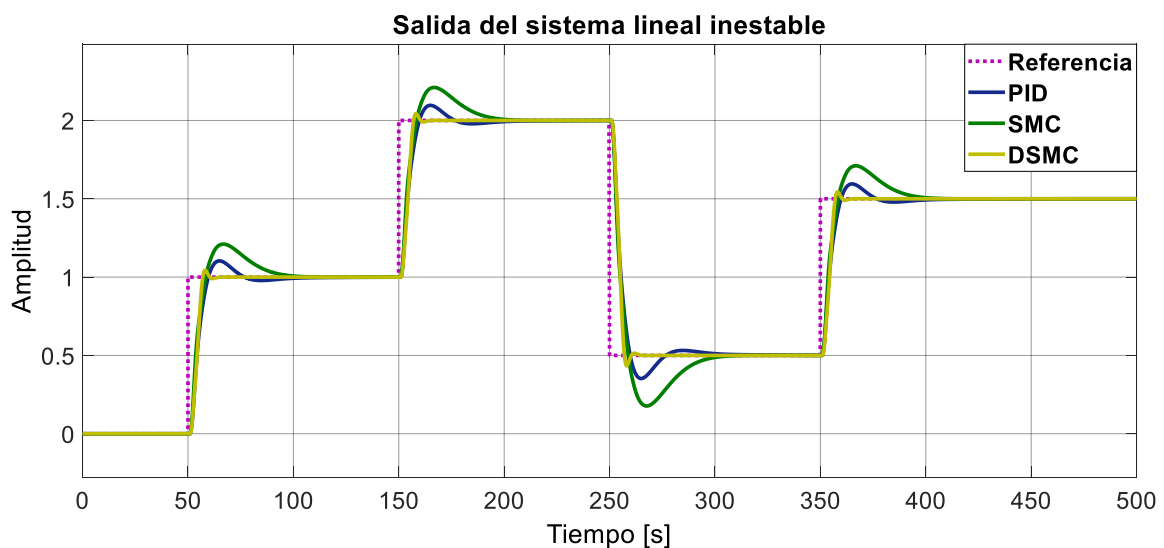
El sistema lineal inestable de segundo orden se lo presenta en la expresión de la Ecuación 2.2. El sistema presenta un polo inestable y un polo estable, además posee un retardo de tiempo de 1 segundo. Dado que este sistema es de segundo orden, necesita ser aproximado a un modelo lineal inestable de primer orden con retardo de tiempo de la forma en la que se presenta en la Ecuación 2.23.

A continuación, se realizan las pruebas respectivas del sistema para comprobar el rendimiento y robustez de los controladores.

#### 3.1.2.1. PRUEBA DE SEGUIMIENTO DEL SISTEMA LINEAL INESTABLE DE SEGUNDO ORDEN

Para esta prueba se utiliza una referencia formada de una sumatoria de pasos. La referencia comienza con una amplitud de 0 hasta que a los 50 [s] la amplitud toma el valor de 1, luego a los 150 [s] la referencia crece hasta una amplitud de 2, posteriormente a los 250 [s] la amplitud decrece hasta 0.5 y finalmente a los 350 [s] se introduce un escalón positivo para que la amplitud tome un valor de 1.5.

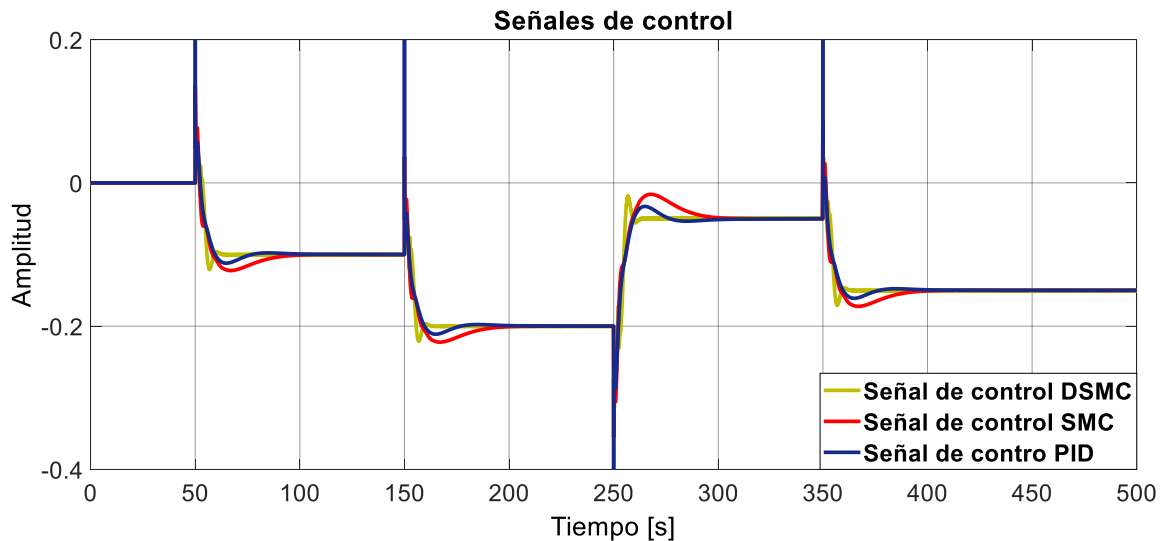
En la Figura 3.21 se muestra el comportamiento del sistema lineal inestable de segundo orden junto con los controladores implementados. La respuesta que presenta el sistema con el controlador DSMC presenta un pico mínimo en comparación a los que presenta el SMC y PID. Además, el DSMC presenta mayor rapidez en alcanzar la referencia deseada.



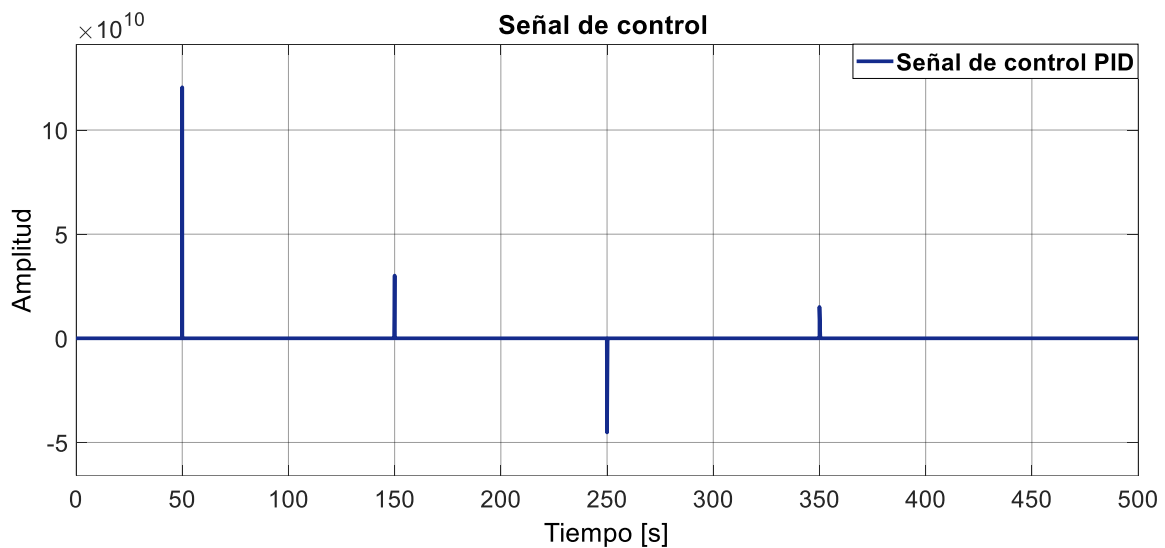
**Figura 3.21** Salida del sistema lineal inestable de segundo orden ante cambios de referencia



En la Figura 3.22 se muestran las acciones de control de los tres controladores, mientras que en la Figura 3.23 únicamente se muestra la señal de control del PID. La señal de control DSCM resalta en ser la que presenta menor amplitud en su pico en los instantes en que la referencia cambia de valor. La señal de control PID es la que presenta picos muy grandes, y a pesar de que estos duran poco menos de nano segundos, es un hecho que no se debe descartar.



**Figura 3.22** Salida de las señales de control ante cambios de referencia

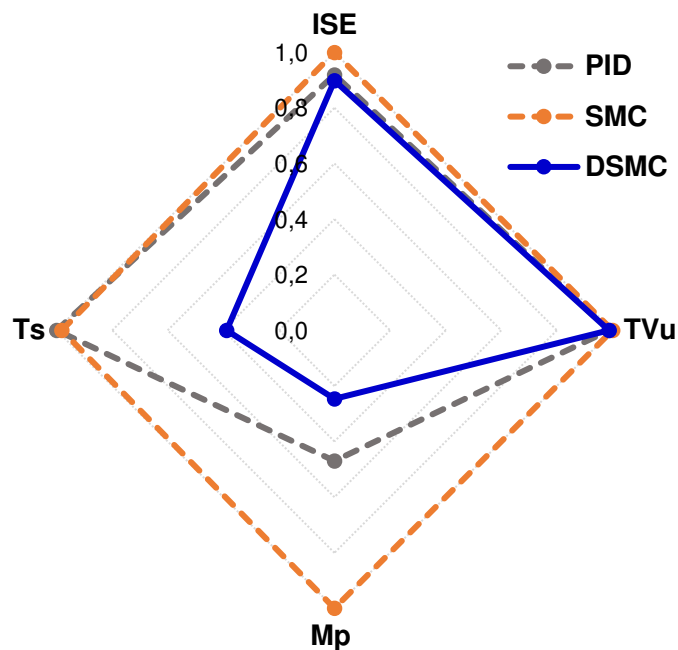


**Figura 3.23** Salida de la señal de control PID ante cambios de referencia

Em la Tabla 3.7 y Figura 3.24 se muestran los índices de desempeño y parámetros transitorio. Si bien, los valores de ISE y TVu prácticamente no difieren entre los tres controladores, los parámetros Mp y Ts sí que se pueden apreciar diferencias, siendo el DSMC el que presenta menor tiempo de estado estable y menor sobrepico en su respuesta.

**Tabla 3.7** Índices de desempeño y parámetros transitorios ante cambios de referencia

Controlador	Índice			
	ISE	TVu	Mp [%]	Ts [s]
DSMC	17.80	56.93	3.756	23.63
SMC	19.81	57.65	15.24	59.74
PID	18.21	56.97	7.160	60.86



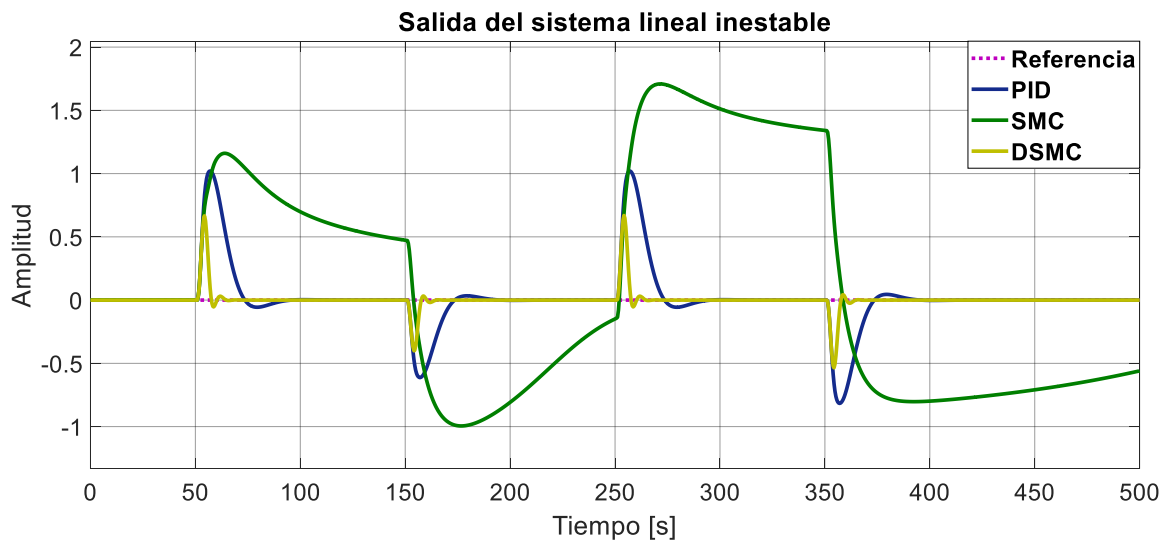
**Figura 3.24** Gráfica radial de índices de desempeño y parámetros transitorios ante cambios de referencia

### 3.1.2.2. PRUEBA DE REGULACIÓN DEL SISTEMA LINEAL INESTABLE DE SEGUNDO ORDEN

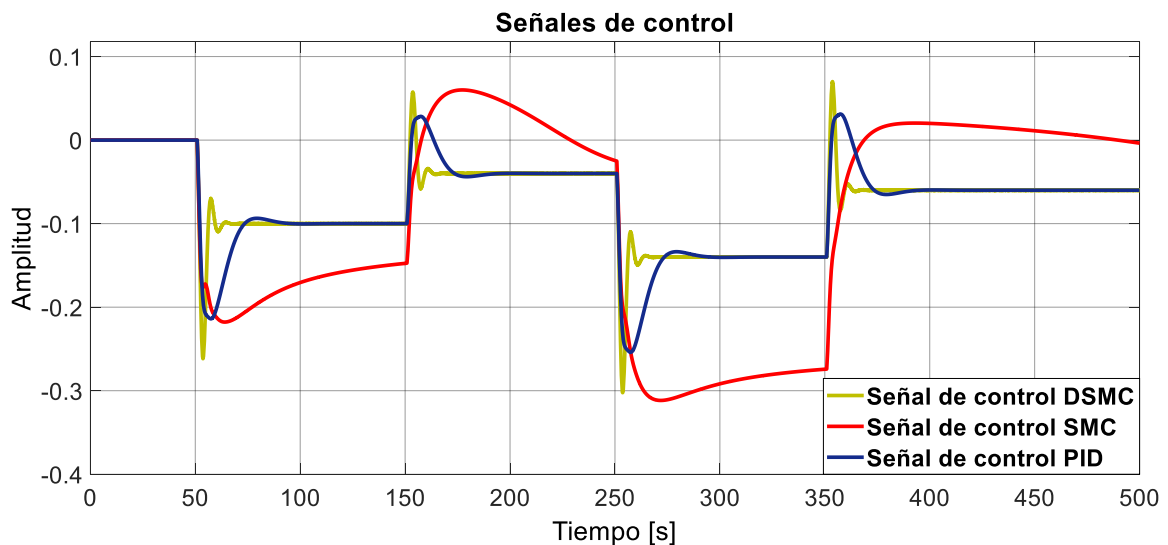
Para la prueba de regulación se utiliza una referencia de amplitud cero y una perturbación formada de una sumatoria de pasos plasmada en la gráfica de la Figura 3.5.

En la Figura 3.25 se muestra que la respuesta que presenta el DSMC es más rápida y presenta un menor pico cuando el sistema es sometido a una perturbación. También es notable que el controlador SMC presenta una respuesta sumamente lenta ante perturbaciones con respecto al DSMC y PID. El DSMC propuesto es el que presenta una respuesta más rápida y con menor sobrepico, resaltando la robustez del controlador.

En la Figura 3.26 se presentan las señales de control, y como es evidente la señal de control DSMC, si bien es la señal que más pico presenta, es la señal más rápida con relación a las señales del SMC y PID.



**Figura 3.25** Salida del sistema lineal inestable de segundo orden ante perturbaciones



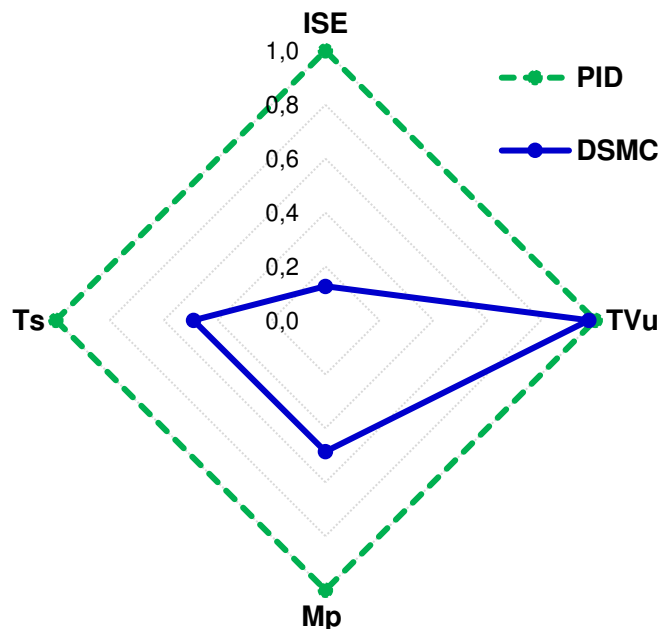
**Figura 3.26** Salida de las señales de control ante perturbaciones

Los índices de desempeño y parámetros transitorios se muestran en la Tabla 3.8 de manera cuantitativa y en Figura 3.27 de manera gráfica. Dado la lentitud de la señal de control SMC, el tiempo de estabilización de la respuesta es sumamente alto, dado que no puede ser medible para el análisis de los resultados cuantitativos, por lo cual, en la Figura 3.27 solo se ilustra la gráfica radial del comportamiento del DSMC y PID.

Los valores de índice de desempeño TVu del DSMC y PID no tienen una diferencia significativa entre sí. Sin embargo, el DSMC destaca en sus valores de ISE, Mp y Ts, los cuales son bastantes bajos con respecto a los valores del PID, destacando la robustez del controlador propuesto.

**Tabla 3.8** Índices de desempeño y parámetros transitorios ante perturbaciones

Controlador	Índice			
	ISE	TVu	Mp [%]	Ts [s]
<b>DSMC</b>	3.440	37.60	56.75	23.48
<b>SMC</b>	393.70	51.87	86.74	NaN
<b>PID</b>	27.11	38.50	116.67	47.93



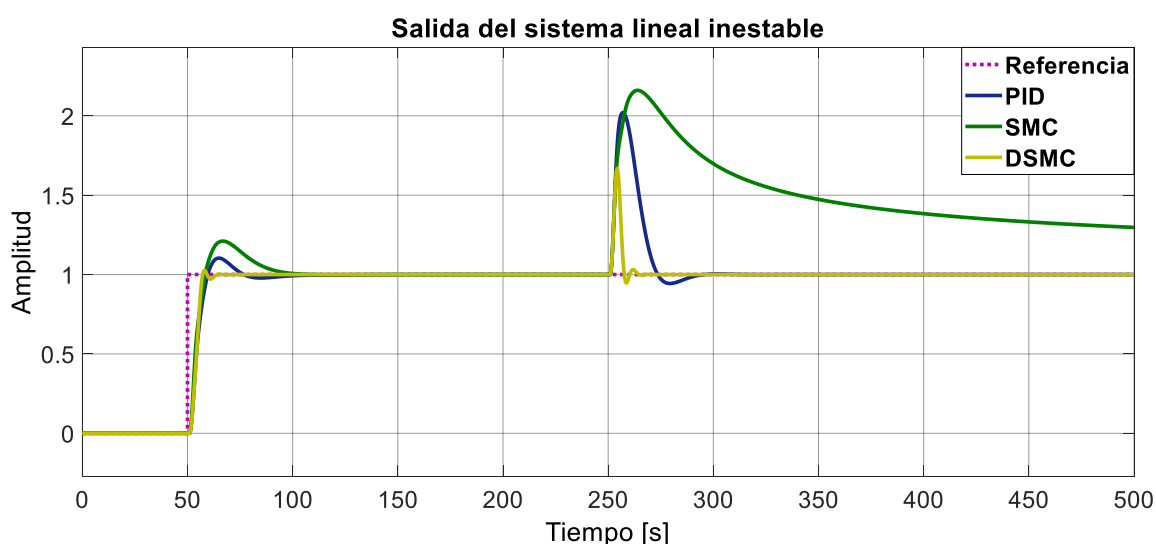
**Figura 3.27** Gráfica radial de índices de desempeño y parámetros transitorios ante perturbaciones

### 3.1.2.3. PRUEBA DE PERTURBACIÓN DE CARGA DEL SISTEMA LINEAL INESTABLE DE SEGUNDO ORDEN

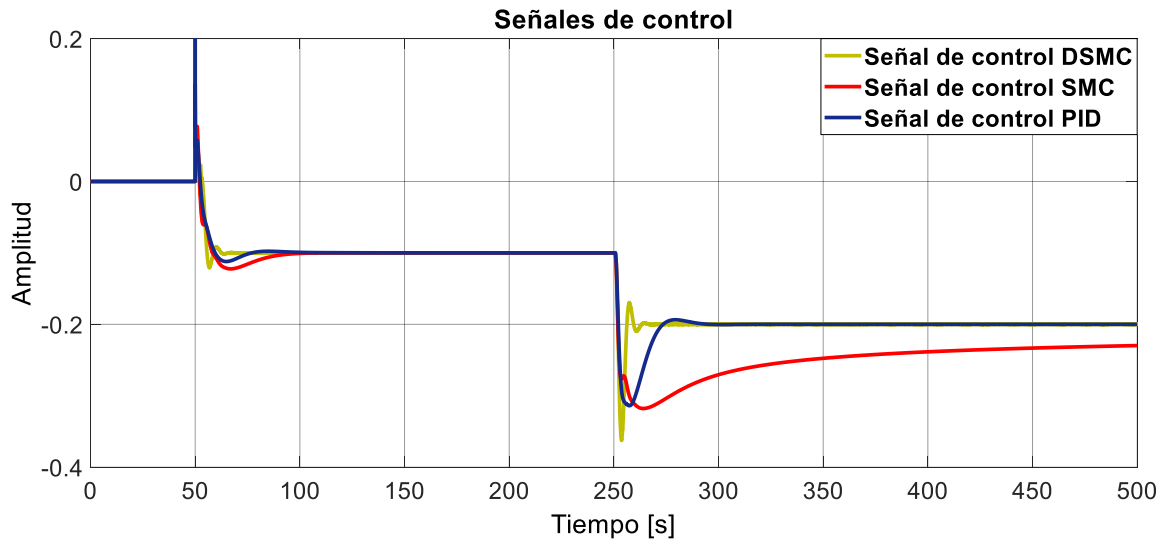
En esta prueba se parte con referencia predeterminada de un escalón unitario, posteriormente se introduce una perturbación de 0.1 de amplitud a los 250 [s], mientras la referencia se mantiene en un valor unitario, con el objeto de observar el comportamiento de los controladores ante esta situación.

En la gráfica de la Figura 3.28 se presenta la respuesta del sistema, tomando en cuenta que la perturbación de carga se da a los 250 [s], se destaca el comportamiento del sistema con el controlador DSMC, ya que esta presenta un pico menor a los demás controladores, además de que gráficamente se puede observar que alcanza rápidamente la referencia. La Figura 3.28 nos ilustra que el SMC presenta un tiempo de estabilización sumamente alto, tanto que, para el tiempo de simulación expuesto, el sistema no se logra estabilizar en la referencia deseada.

Las señales de control que se muestran en la Figura 3.29 muestran como ante una perturbación de carga, la señal de control DSMC logra estabilizar al sistema de manera más acelerada dado que actúa más rápido con relación a las señales de control SMC y PID.



**Figura 3.28** Salida del sistema lineal inestable de segundo orden ante una perturbación de carga



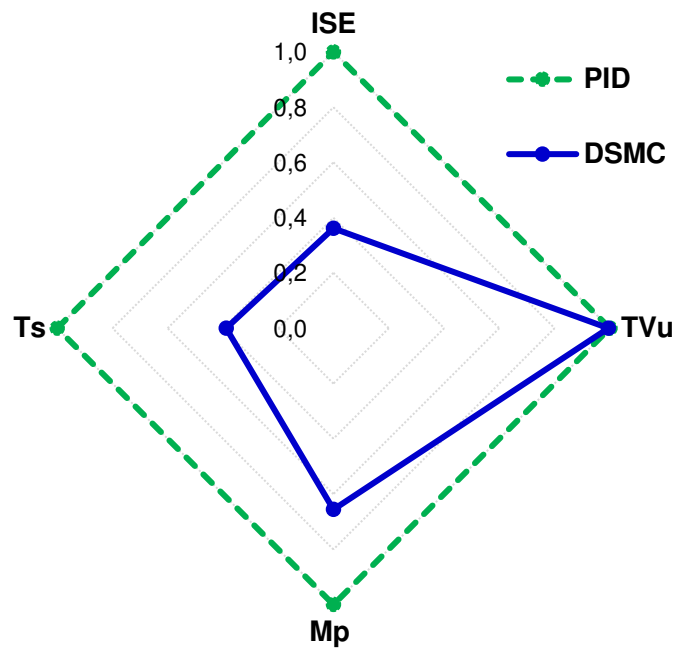
**Figura 3.29** Salida de las señales de control ante una perturbación de carga

Los índices de desempeño y parámetros transitorio de la Tabla 3.9 y Figura 3.30 muestran que el controlador que presenta mejor rendimiento en general es el DSMC propuesto. Dado que tiempo de estabilización en la respuesta del SMC ante una perturbación es sumamente grande, para la ilustración de la gráfica radial solo se toma en cuenta el comportamiento del DSMC y PID.

En la Tabla 3.9 y Figura 3.30 claramente se plasma que los valores de TVu entre el DSMC y PID no presentan diferencias notables entre sí, sin embargo, en aspectos como ISE, Mp y Ts, claramente el DSMC es el controlador que presenta valores menores, siendo el parámetro Mp el que más destaca, ya que muestra una notable reducción de este parámetro con relación al SMC y PID. No menos importante, el tiempo de estado estable también presenta una reducción importante con el DSMC, así mismo, el índice de desempeño ISE nos muestra que el controlador propuesto es el que tiene mejor desempeño con relación a los otros.

**Tabla 3.9** Índices de desempeño y parámetros transitorios ante una perturbación de carga

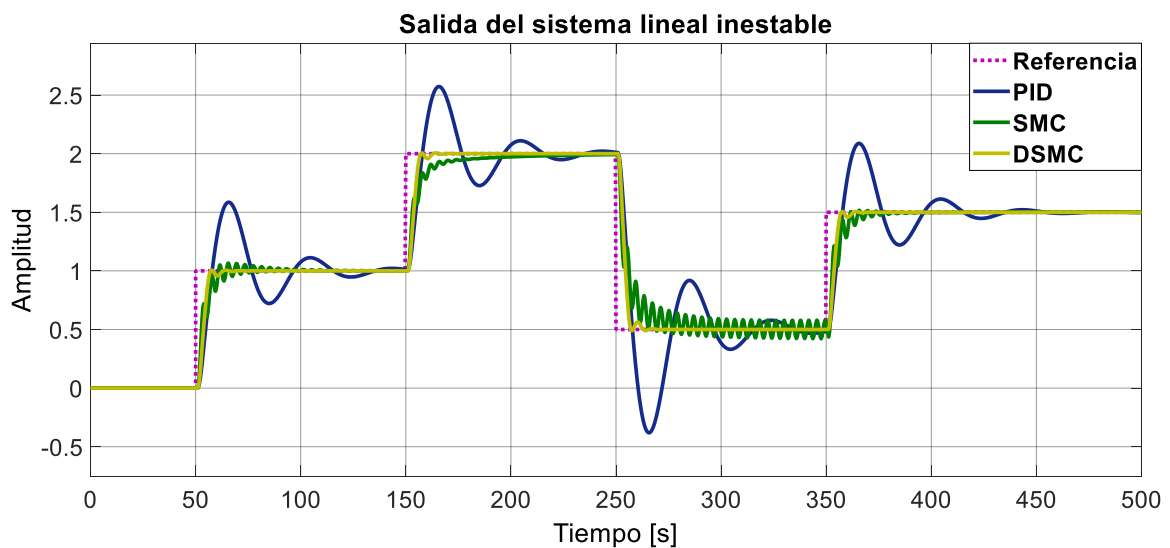
Controlador	Índice			
	ISE	TVu	Mp [%]	Ts [s]
<b>DSMC</b>	4.556	69.89	66.90	17.80
<b>SMC</b>	82.34	82.81	166.00	NaN
<b>PID</b>	12.60	70.80	102.00	45.81



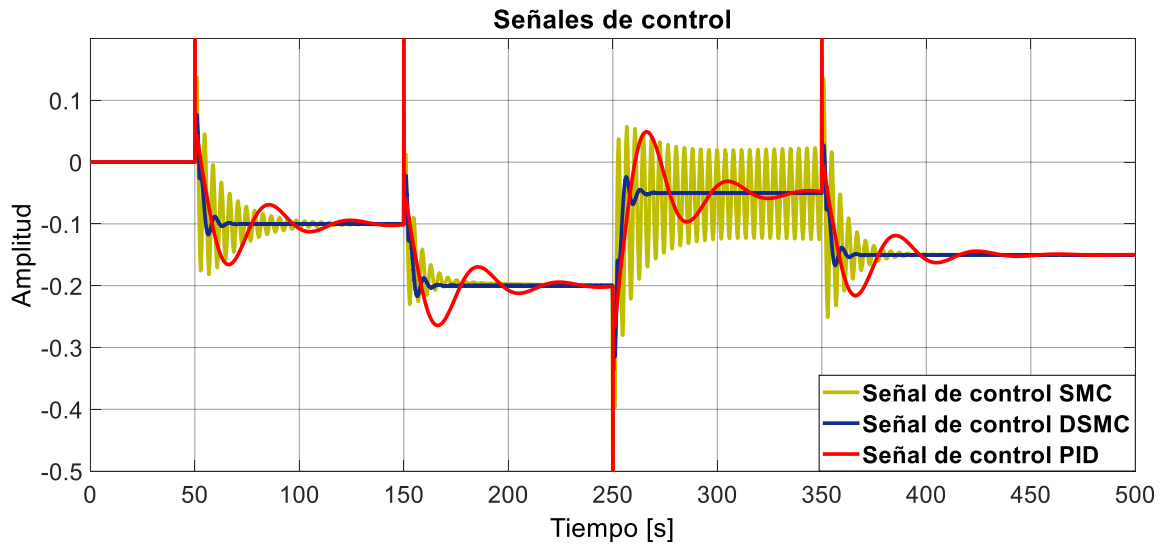
**Figura 3.30** Gráfica radial de índices de desempeño y parámetros transitorios ante una perturbación de carga

### 3.1.2.4. PRUEBA DE SEGUIMIENTO DEL SISTEMA LINEAL INESTABLE DE SEGUNDO ORDEN CON ERROR DE MODELADO DE 25% EN LA GANANCIA

En la prueba de seguimiento la referencia comienza con un paso unitario a los 50 [s], luego se añade un paso positivo hasta que la referencia alcance a los 150 [s] una amplitud de 2, posteriormente la amplitud decrece hasta una amplitud de 0.5 a los 250 [s], finalmente la referencia crece nuevamente hasta un valor de 1.5 a los 350 [s].



**Figura 3.31** Salida del sistema lineal inestable de segundo orden ante cambios de referencia con error de modelado de 25% en la ganancia



**Figura 3.32** Salida de las señales de control ante cambios de referencia con error de modelado de 25% en la ganancia

En la Figura 3.31 muestra que claramente en controlador DSMC es el mayor robusto de los tres controladores. La respuesta que presenta el sistema con el control DSMC es una respuesta rápida y sin oscilaciones, caso contrario a lo que sucede con el SMC y PID, los cuales presentan oscilaciones en su respuesta. Por otro lado, en la gráfica de la Figura 3.32 se muestra las respectivas señales de control, las cuales, en congruencia con las respuestas obtenidas, presentan oscilaciones para el caso del SMC y PID, mientras que para la señal de control del DSMC es una señal libre de oscilaciones, corroborando la robustez del controlador.

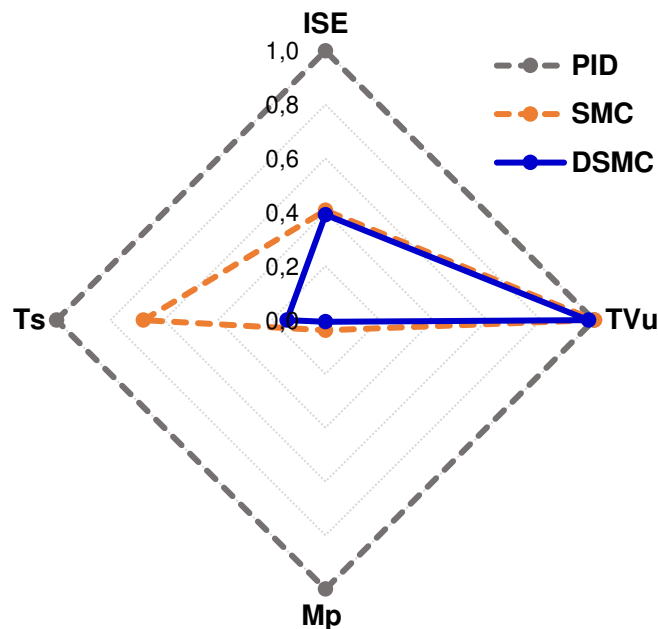
**Tabla 3.10** Índices de desempeño y parámetros transitorios ante cambios de referencia con error de modelado de 25% en la ganancia

Controlador	Índice			
	ISE	TVu	Mp [%]	Ts [s]
<b>DSMC</b>	15.92	57.05	0.506	19.37
<b>SMC</b>	16.58	58.40	2.891	91.21
<b>PID</b>	40.70	58.27	75.64	134.76

En la Tabla 3.10 y en la Figura 3.33 se muestran que los índices de desempeño y parámetros transitorios más bajos corresponden al DSMC frente a una condición desfavorable como lo es el error de modelado, manifestando la robustez del controlador. Los controladores en ciertos valores no presentan grandes cambios con respecto a los



valores nominales, sin embargo, existen valores que exhiben cambios considerables. El ISE decrece en un 10.56% y 16.31% para el DSMC y SMC respectivamente, mientras que para el PID el ISE aumenta en un 123.50%. Para el TVu el DSMC, SMC y PID aumentan su valor en un 0.21%, 1.30% y 2.28% respectivamente. Por otro lado, el tiempo de estabilización disminuyen en un 86.53% y 81.03% para el DSMC y SMC respectivamente, mientras que para el PID aumente en 956.42%, lo cual explica que su respuesta presente oscilaciones. Así mismo, el tiempo de establecimiento es otro parámetro que se ve afectado cuando existe error de modelado, ya que este parámetro aumenta en un 52.68% para el SMC y un 121.43% para el PID, mientras que en el caso del DSMC, el tiempo de estabilización disminuye en un 0.18%.



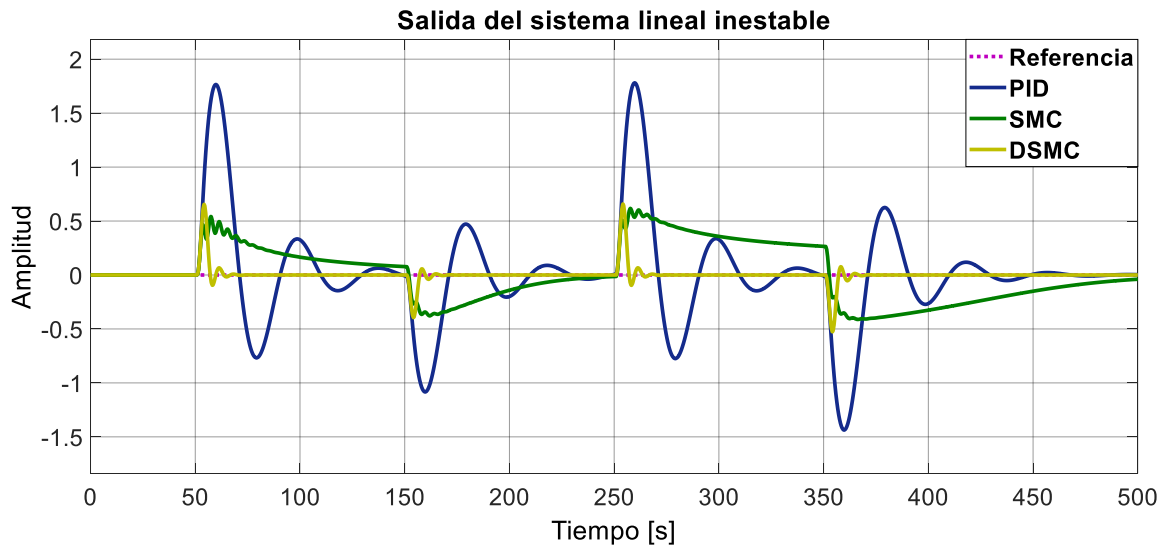
**Figura 3.33** Gráfica radial de índices de desempeño y parámetros transitorios ante cambios de referencia con error de modelado de 25% en la ganancia

### 3.1.2.5. PRUEBA DE REGULACIÓN DEL SISTEMA LINEAL INESTABLE DE SEGUNDO ORDEN CON ERROR DE MODELADO DE 25% EN LA GANANCIA

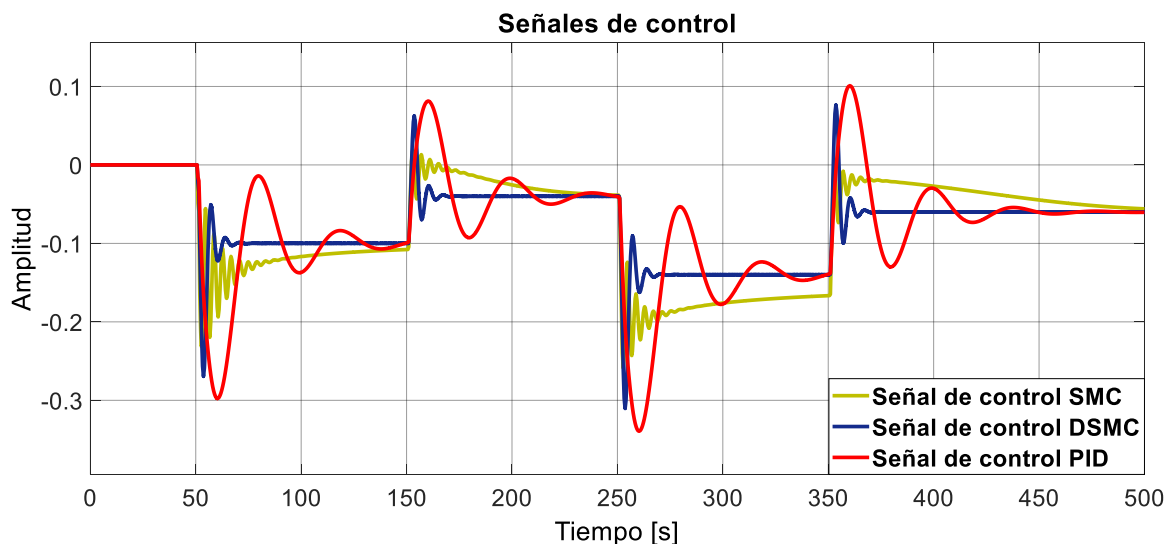
En la prueba de regulación se introducen perturbaciones de la forma en la que se muestra en la gráfica de la Figura 3.5, además de que la referencia se mantiene en un valor de cero.

En la Figura 3.34 se indica como los controladores SMC y PID tiene complicaciones para estabilizarse en el valor de la referencia cuando el sistema es sometido a perturbaciones, mientras que el DSCM logra estabilizarse sin ningún inconveniente y sin la presencia de oscilaciones en su respuesta. De acuerdo con la gráfica de la Figura 3.35 la señal de control PID presenta oscilaciones prolongadas, así mismo, en menor medida, la señal de control

SMC también presenta oscilaciones en el transitorio, lo cual se ve reflejado en el comportamiento del sistema. Por otro lado, la señal de control DSMC es una señal que no presenta oscilaciones prolongadas con relación al PID, además de ser una señal más rápida con respecto al SMC.



**Figura 3.34** Salida del sistema lineal inestable de segundo orden ante perturbaciones con error de modelado de 25% en la ganancia



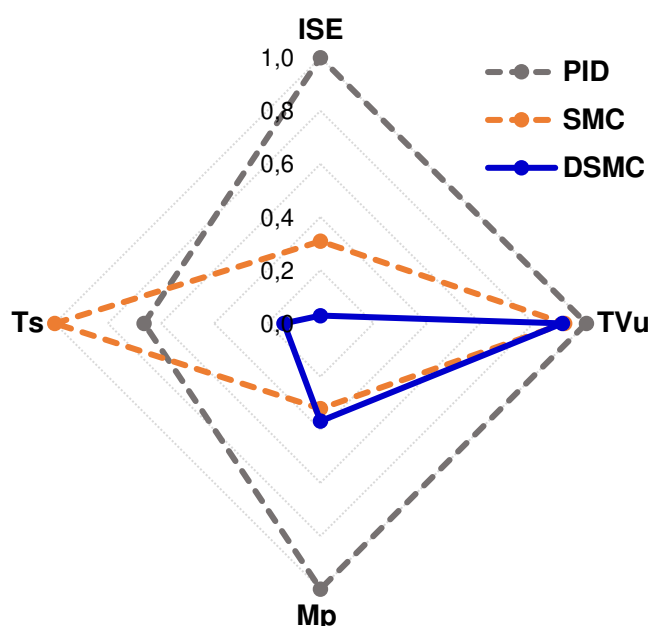
**Figura 3.35** Salida de las señales de control ante perturbaciones con error de modelado de 25% en la ganancia

Las señales de control de la Figura 3.35 muestra el esfuerzo de los controladores para contrarrestar los efectos negativos que ocasiona el error de modelado, destacando que la señal de control DSMC es la que requiere menos esfuerzo para estabilizar el sistema.

**Tabla 3.11** Índices de desempeño y parámetros transitorios ante perturbaciones con error de modelado de 25% en la ganancia

Controlador	Índice			
	ISE	TVu	Mp [%]	Ts [s]
<b>DSMC</b>	3.217	37.62	55.85	24.94
<b>SMC</b>	34.29	37.98	48.75	181.05
<b>PID</b>	111.10	41.35	151.67	120.28

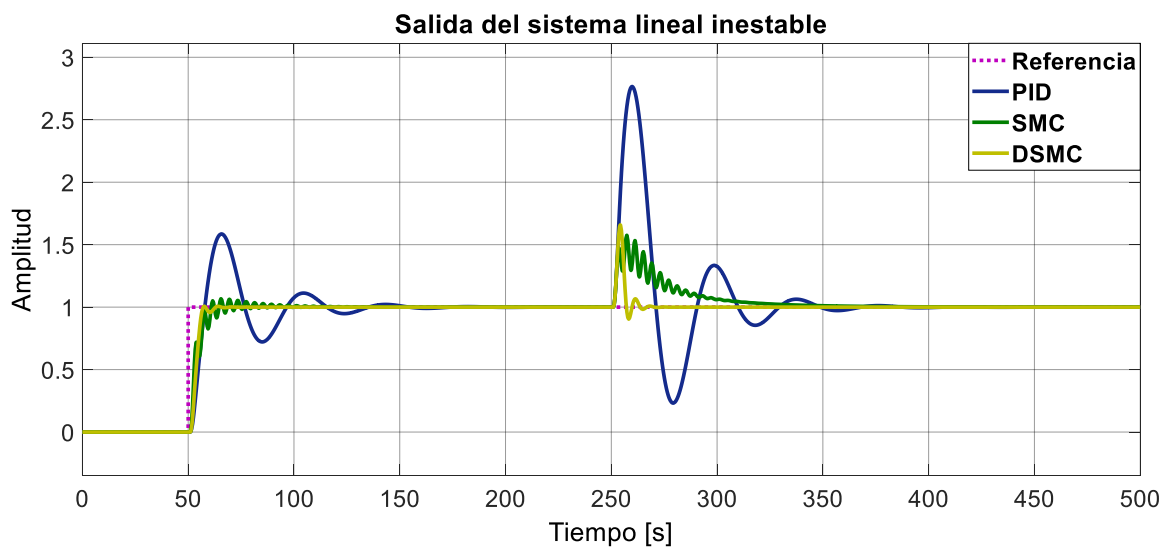
En la Tabla 3.11 y Figura 3.36 se muestra que los valores más bajos de ISE, TVu y Ts corresponden al DSMC. Por otro lado, si bien el valor más bajo de Mp corresponde al SMC, hay que tener en cuenta que la respuesta que presenta el SMC tiene complicaciones en alcanzar la referencia, lo cual se ve reflejado en su alto valor de tiempo de estabilización. El ISE decrece en un 6.48% y 91.29% en el DSMC y SMC respectivamente, mientras que para el PID crece en un 309.81% con relación al valor nominal, lo cual evidentemente se ve reflejado en la respuesta oscilatoria que presenta el PID. Por otro lado, el TVu en el DSMC ronda en el mismo valor que el nominal, mientras que en el DSMC decrece en un 26.78% y en el PID crece en un 7.40%. Así mismo, el Mp y Ts para el DSMC rondan en el mismo valor con respecto a los nominales, mientras que para el SMC el Mp y Ts decrecen y para el PID el Mp y Ts crecen en un 30% y 150.94% respectivamente.



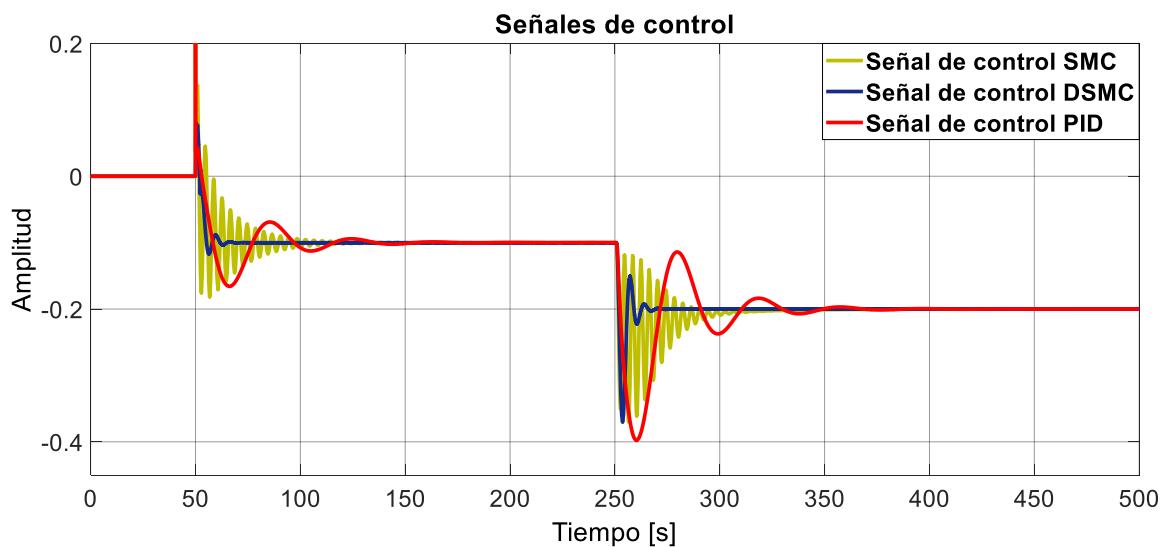
**Figura 3.36** Gráfica radial de índices de desempeño y parámetros transitorios ante perturbaciones con error de modelado de 25% en la ganancia

### 3.1.2.6. PRUEBA DE PERTURBACIÓN DE CARGA DEL SISTEMA LINEAL INESTABLE DE SEGUNDO ORDEN CON ERROR DE MODELADO DE 25% EN LA GANANCIA

En esta prueba se tiene una referencia escalón unitario desde los 50 [s], posteriormente se introduce una perturbación de 0.1 de amplitud a los 250 [s]. La prueba de perturbación modifica la dinámica del sistema, y si a esto se le agrega un error de modelado, complica aún más la estabilización del sistema.



**Figura 3.37** Salida del sistema lineal inestable de segundo orden ante una perturbación de carga con error de modelado de 25% en la ganancia



**Figura 3.38** Salida de las señales de control ante una perturbación de carga con error de modelado de 25% en la ganancia

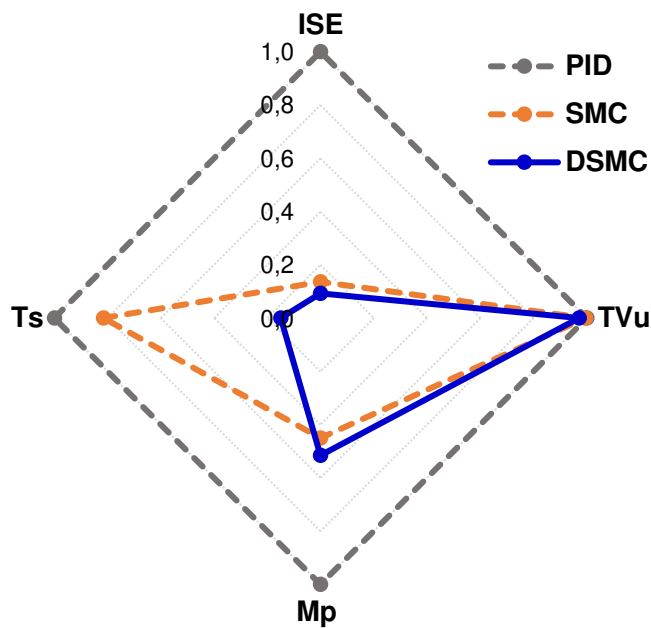
En la Figura 3.37 se evidencia como el controlador DSMC es capaz de corregir la perturbación de manera más rápida y sin la presencia de oscilaciones prolongadas. El controlador PID es el que presenta menor robustez dado que su respuesta presenta oscilaciones de gran amplitud en el transitorio, por otro lado, el SMC también presentan oscilaciones, incluso de mayor frecuencia, pero de menor amplitud que el PID.

La Figura 3.38 destaca la señal de control DSMC, la cual, en el momento de la perturbación, es una señal más suave en relación con el SMC y PID, ya que estas últimas presentan oscilaciones en el transitorio.

**Tabla 3.12** Índices de desempeño y parámetros transitorios ante una perturbación de carga con error de modelado de 25% en la ganancia

Controlador	Índice			
	ISE	TVu	Mp [%]	Ts [s]
<b>DSMC</b>	4.107	69.45	65.80	23.42
<b>SMC</b>	6.013	71.19	57.50	127.74
<b>PID</b>	44.16	71.52	127.66	156.61

En la Tabla 3.12 y la Figura 3.39 se indican los parámetros obtenidos ante una perturbación de carga y error de modelado, destacando que los valores más bajos de ISE, TVu y Ts corresponden al controlador DSMC. A pesar de que el SMC tenga el valor menor de Mp, cabe destacar que el SMC presenta una respuesta con oscilaciones en el transitorio, hecho no menor, que no se descarta. El índice de desempeño ISE disminuye en un 9.86% y 92.70% en el DSMC y SMC respectivamente, mientras que en el PID aumenta en un 250.47%. Por otro lado, el TVu para el control DSMC se mantiene en un valor aproximado al nominal, mientras que para el SMC decrece en un 14.03% y para el PID crece en un 1.02%. En el caso del máximo sobrepico Mp, este decrece en un 1.64% y 65.36% para el DSMC y SMC respectivamente: Por otra parte, el Mp en el PID crece en un 25.16%, evidenciando lo mostrado en la Figura 3.37, en la cual la respuesta del PID presenta un comportamiento oscilatorio en el estado transitorio. Así mismo, el tiempo de estabilización Ts muestra una disminución de un 31.57% para el DSMC y un aumento del 241.87% para el PID, y en el caso de SMC presenta una disminución del tiempo en que se demora la respuesta en alcanzar la referencia ante un evento de perturbación de carga.



**Figura 3.39** Gráfica radial de índices de desempeño y parámetros transitorios ante una perturbación de carga con error de modelado de 25% en la ganancia

### 3.1.3. REACTOR BIOQUÍMICO

El sistema no lineal inestable está dado por un reactor bioquímico, el cual, está representado en el diagrama de la Figura 2.1. En el diagrama se muestra los elementos que conforman el sistema a controlar. Dado las condiciones del proceso, es conveniente que este trabaje en el punto de equilibrio inestable, debido a que, en el punto de equilibrio estable, la alta conversión de sustrato puede inhibir la biomasa provocando oscilaciones en los estados.

El objetivo del control es llevar la concentración de biomasa  $B(t)$  desde el punto de equilibrio estable, de mayor conversión, al punto de equilibrio inestable, de menor conversión, a pesar de las perturbaciones e incertidumbres del modelo. La tasa de dilución  $D$  es la variable manipulada, mientras que  $S_f$  es la principal perturbación del proceso.

La condición inicial del reactor bioquímico es 0.995 [g/L] de la concentración de biomasa y 4 [g/L] de  $S_f$ , en este punto se debe cumplir que la tasa de dilución tenga un valor de 0.3 [h<sup>-1</sup>] y una concentración de sustrato de 1.512 [g/L]

A continuación, el proceso es sometido a distintas pruebas como cambios de referencia, variaciones de la perturbación  $S_f$  y ante cambios de referencia y regulación del sistema. Los resultados obtenidos son comparados entre el SMC, PID y DSMC propuesto para medir la robustez de los controladores.

### 3.1.3.1. PRUEBA DE SEGUIMIENTO DEL REACTOR BIOQUÍMICO

La prueba de seguimiento se realiza mediante la variación de la concentración de biomasa cada 200 [h]. Se comienza con un estado inicial de 0.995 [g/L], después a las 200 [h] la biomasa crece hasta los 1.295 [g/L], luego a las 400 [h] decrece a un valor de 1.095 [g/L], posteriormente la biomasa vuelve a crecer a las 600 [h] y alcanza el valor de 1.195 [g/L] y finalmente, la biomasa a las 800 [h] regresa a su valor inicial de 0,995 [g/L].

La gráfica de la Figura 3.40 muestra el comportamiento del sistema junto con los controladores implementados, la respuesta que presenta el DSMC propuesto tiene un sobrepico sumamente pequeño, además de que alcanza la respuesta con rapidez, mostrando claramente que presenta mayor robustez con respecto al SMC y PID.

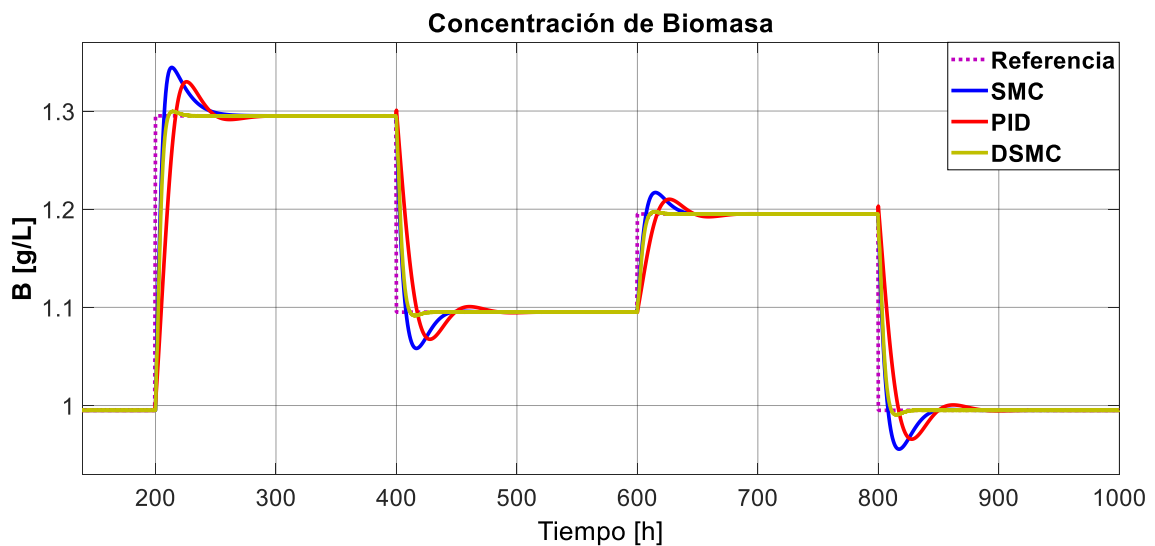


Figura 3.40 Salida del reactor bioquímico ante cambios de referencia

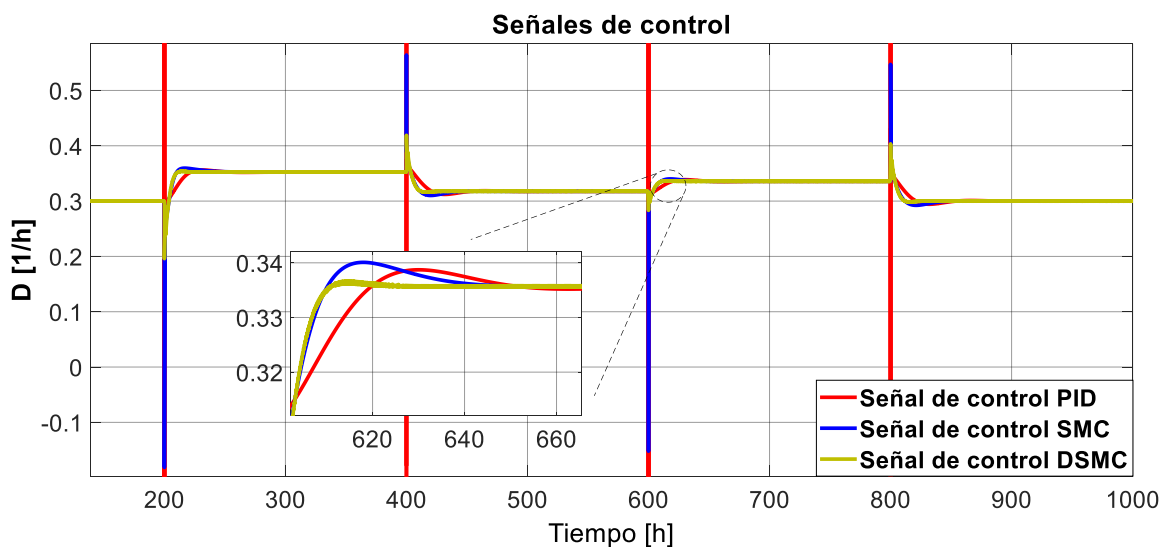
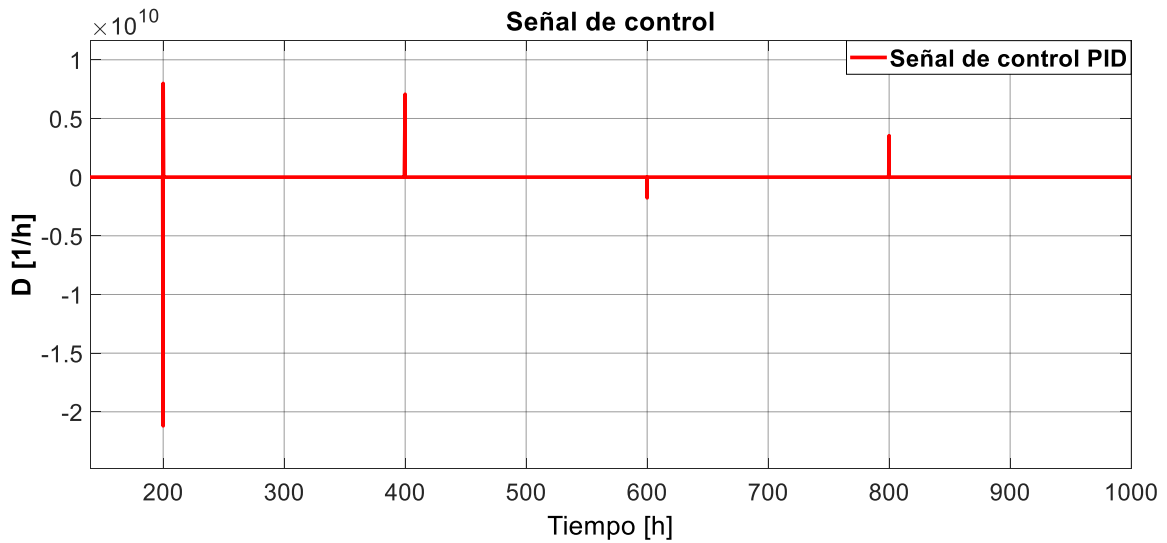


Figura 3.41 Salida de las señales de control ante cambios de referencia



**Figura 3.42** Salida de la señal de control PID ante cambios de referencia

Las señales de control son similares entre sí, sin embargo, la señal de control DSMC presenta un pico ligeramente menor en el transitorio, además de que es una señal que actúa de forma más rápida con respecto a las otras. Por otro lado, es importante resaltar que en los instantes donde la referencia cambio de valor, la señal de control PID, presentada en la Figura 3.42, presenta picos de gran magnitud, lo cual es un dato que no se debe descartar.

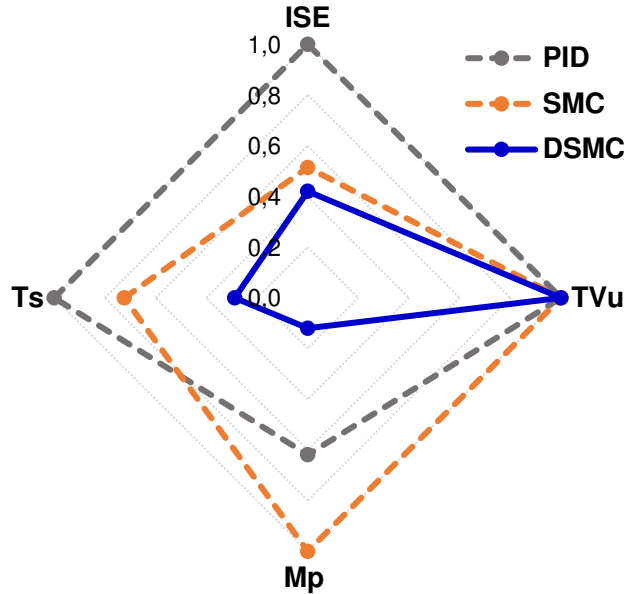
**Tabla 3.13** Índices de desempeño y parámetros transitorios ante cambios de referencia

Controlador	Índice			
	ISE	TVu	Mp [%]	Ts [h]
<b>DSMC</b>	0.339	279.1	0.360	26.78
<b>SMC</b>	0.415	279.2	3.001	67.28
<b>PID</b>	0.807	279.2	1.858	93.03

En la Tabla 3.13 y Figura 3.43 se muestran los índices de desempeño y parámetros transitorios del reactor bioquímico ante cambios de referencia. De los tres controladores, el DSMC presenta el valor más bajo de ISE, indicando que es el controlador con mejor desempeño. El índice de desempeño TVu en los tres controladores se mantienen en el mismo valor. Por otro lado, observamos que el valor menor del máximo sobrepico en el transitorio corresponde al DSMC, lo cual se ve reflejado en la respuesta de la Figura 3.40, ya que presenta una respuesta con un sobrepico mínimo en comparación a los otros



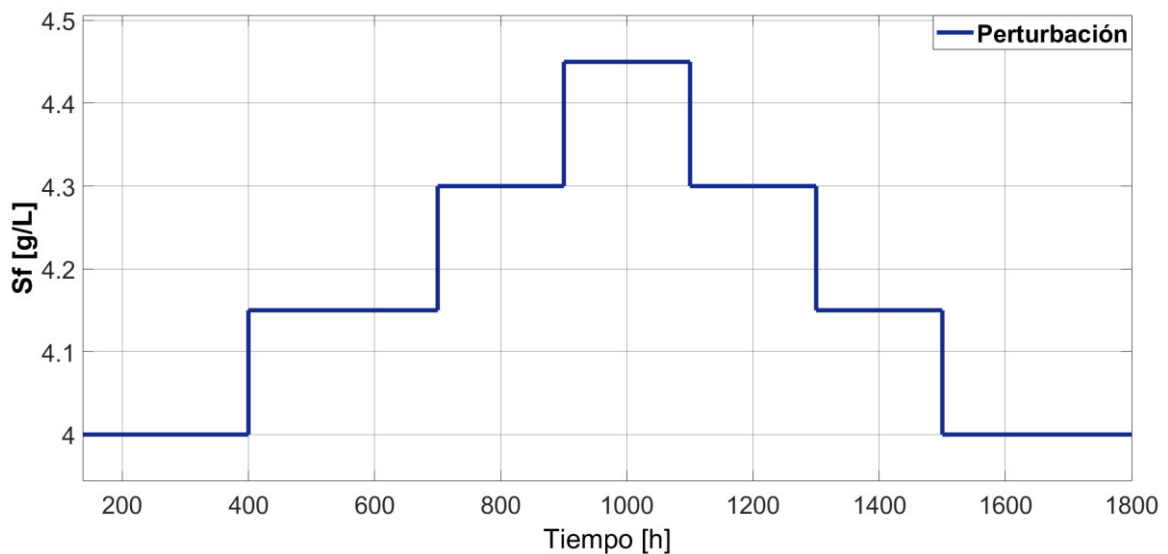
controladores. De la misma manera, el tiempo de establecimiento del DSMC de 26.78 [h] es notoriamente menor con relación a los otros controladores que presentan 67.28 [h] y 93.03 [h] para el SMC y PID respectivamente.



**Figura 3.43** Gráfica radial de índices de desempeño y parámetros transitorios ante cambios de referencia

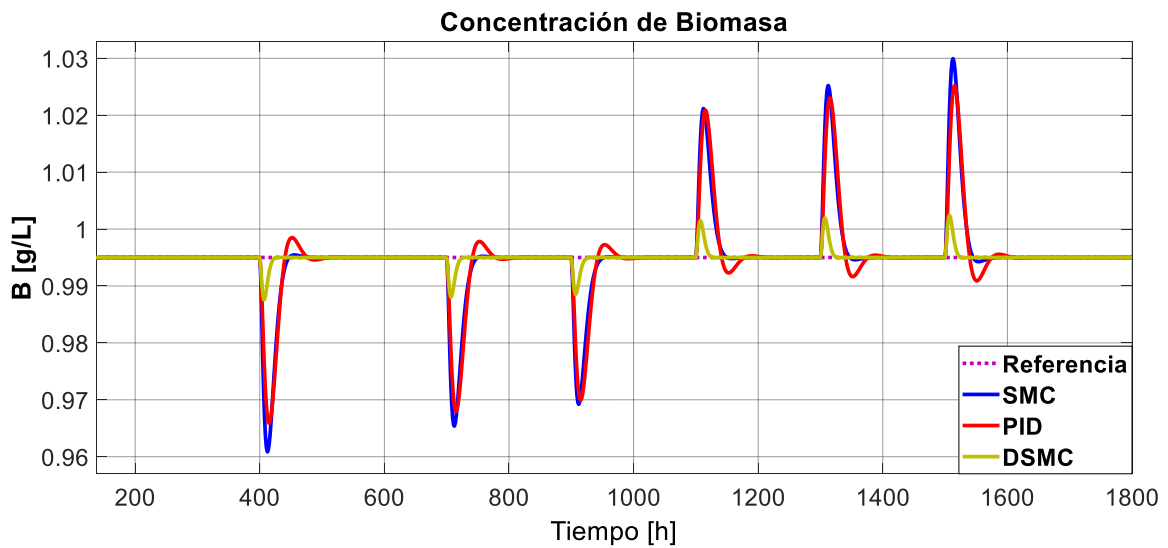
### 3.1.3.2. PRUEBA DE REGULACIÓN DEL REACTOR BIOQUÍMICO

La prueba de regulación consta de una perturbación formada por la variación ascendente y descendente de la alimentación de sustrato  $S_f$ , implicando que se altere la dinámica del reactor bioquímico. La forma de la perturbación utilizada se presenta en la Figura 3.44.

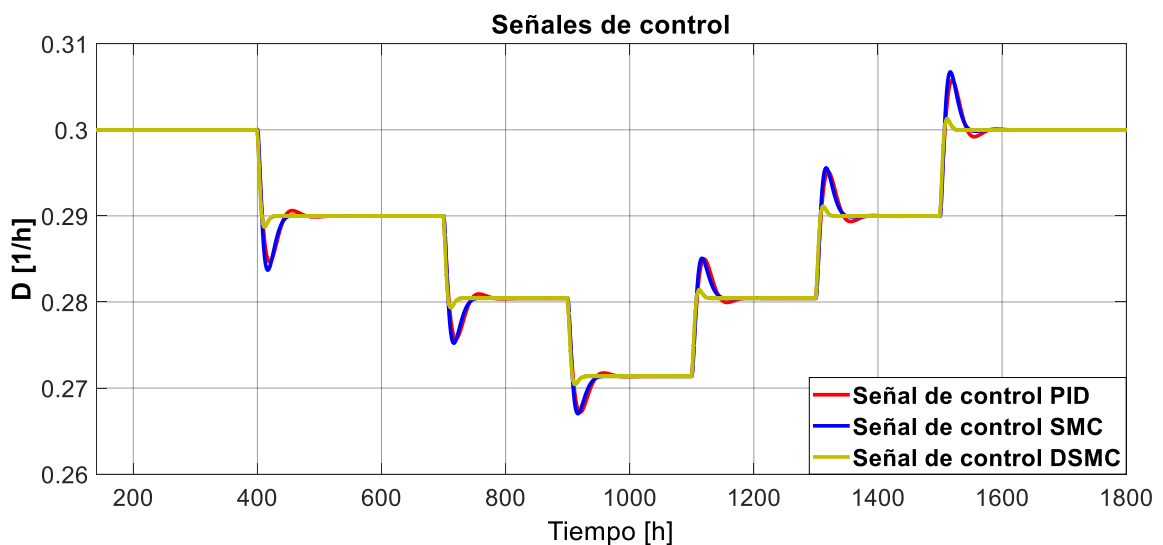


**Figura 3.44** Perturbación aplicada a la alimentación de sustrato  $S_f$

En la gráfica de la Figura 3.45 se presenta el comportamiento del reactor bioquímico sometido a variaciones de la alimentación de sustrato  $S_f$ . Claramente, el controlador que presenta mayor robustez es el DSMC, dado que, en la presencia de perturbaciones, la respuesta presenta picos mínimos con respecto a los otros controladores que presentan picos más grandes. Añadido a esto, en la Figura 3.46, entre las señales de control, la señal de control DSMC es la que más destaca, ya que es una señal menos brusca debido a que ante variaciones de  $S_f$ , presenta picos de menor amplitud con respecto a las señales de control SMC y PID.



**Figura 3.45** Salida del reactor bioquímico ante perturbaciones en el sustrato de alimentación  $S_f$

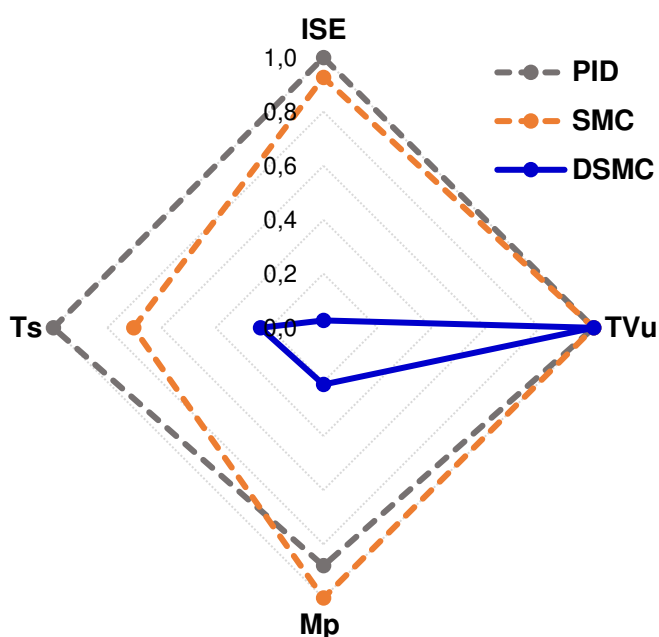


**Figura 3.46** Salida de las señales de control ante perturbaciones en el sustrato de alimentación  $S_f$

**Tabla 3.14** Índices de desempeño y parámetros transitorios ante perturbaciones en el sustrato de alimentación  $S_f$

Controlador	Índice			
	ISE	TVu	Mp [%]	Ts [h]
<b>DSMC</b>	0.0023	479.4	0.670	25.75
<b>SMC</b>	0.0773	479.8	3.196	77.39
<b>PID</b>	0.0834	479.8	2.814	110.06

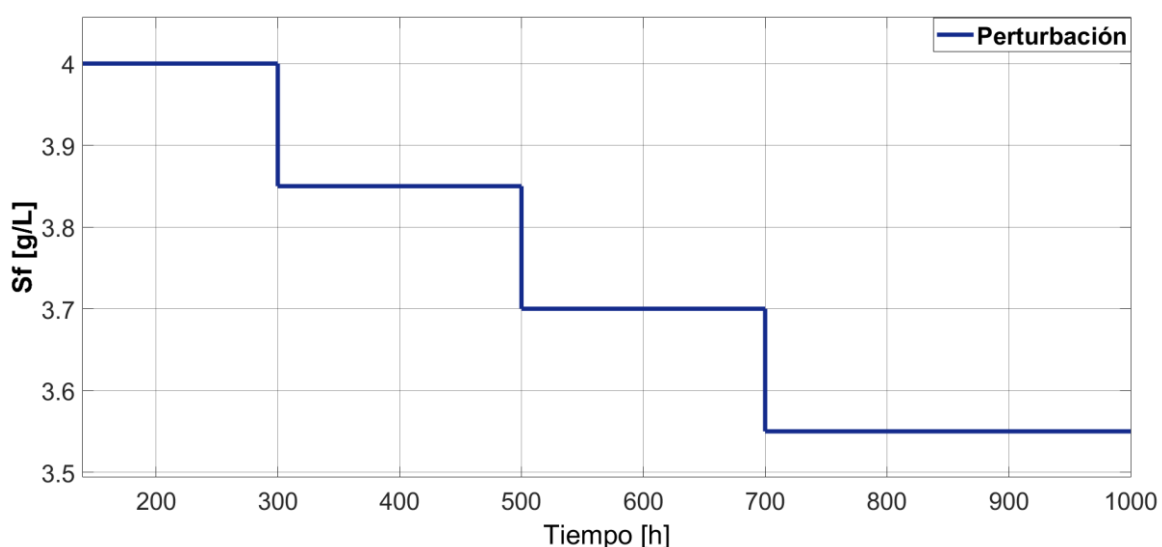
En la Tabla 3.14 y Figura 3.47 mediante los índices de desempeño y parámetros transitorios se confirma la supremacía del DSMC en robustez y rendimiento ante variaciones de  $S_f$ . El valor de ISE en el DSMC es claramente menor con respecto a los otros controladores. El índice de desempeño TVu se mantiene en el mismo valor para los tres controladores, sin descartar que la señal de control DSMC presenta un pico de menor magnitud en los instantes donde la perturbación cambia de valor. Por otro lado, los parámetros transitorios Mp y Ts del DSMC presentan valores sumamente más pequeños con respecto a los que presentan el SMC y PID. En general el controlador DSMC logra corregir la respuesta de manera más satisfactoria cuando existe variaciones del sustrato de alimentación.



**Figura 3.47** Gráfica radial de índices de desempeño y parámetros transitorios ante perturbaciones en el sustrato de alimentación  $S_f$

### 3.1.3.3. PRUEBA DE SEGUIMIENTO Y REGULACIÓN DEL REACTOR BIOQUÍMICO

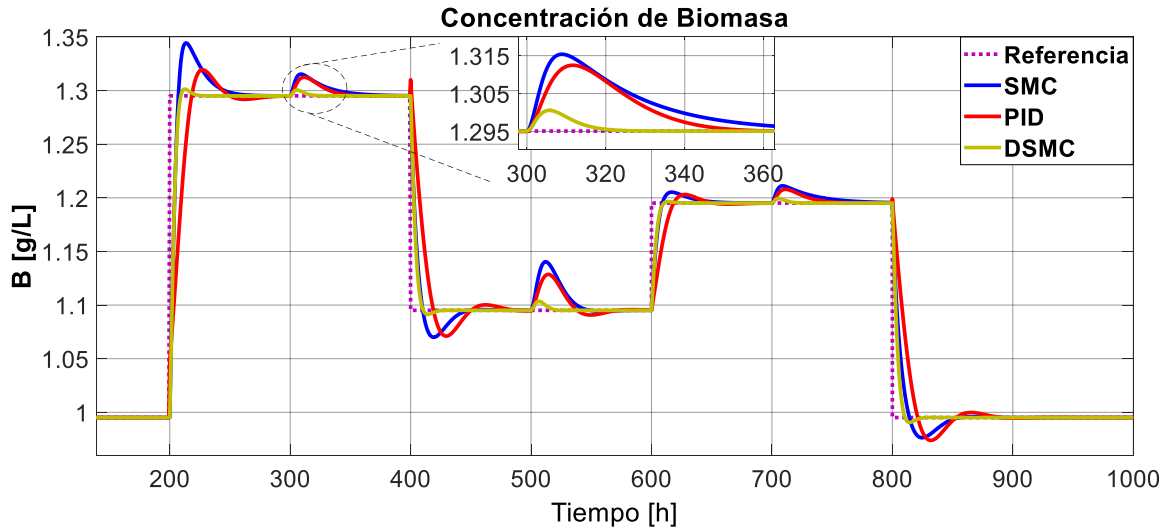
La prueba de seguimiento y regulación se realiza a partir de los idénticos cambios de referencia propuestos en la prueba de seguimiento, y, además, agregando perturbaciones a partir de la variación de alimentación de sustrato  $S_f$  de forma descendente. La perturbación comienza con el valor nominal de 4 [g/L], posteriormente a las 300 [h] decrece a un valor de 3.85 [g/L], luego a las 500 [h] toma un valor de 3.7 [g/L] y finalmente, el sustrato de alimentación a las 700 [h] toma un valor de 3.55 [g/L]. La grafica que representa los cambios de sustrato de alimentación se muestra en la Figura 3.48.



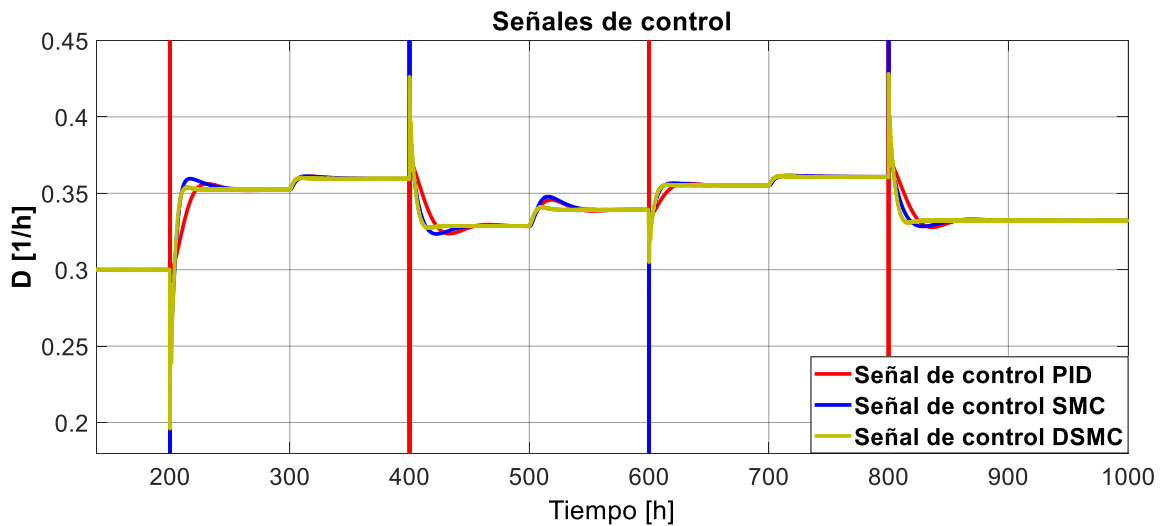
**Figura 3.48** Perturbación aplicada a la alimentación de sustrato  $S_f$

La Figura 3.49 describe el comportamiento del reactor bioquímico ante cambios referencia y perturbaciones. Si bien, ya se analizó el comportamiento del sistema a seguimiento de la referencia, la presencia de perturbaciones a partir de la variación de  $S_f$ , altera el comportamiento del sistema. Cuando existe presencia de perturbaciones se ve claramente que el controlador DSMC logra corregir la respuesta de manera rápida, haciendo que repuesta retome su valor de manera casi inmediata. Por otro lado, los controladores SMC y PID, pese a corregir la perturbación de gran manera, presentan picos más perceptibles. Se destaca entonces, que el reactor bioquímico presenta mayor robustez junto con la técnica de control DSMC propuesto.

Las señales de control de la Figura 3.50 son prácticamente idénticas para los tres controladores, teniendo en cuenta que, en los instantes de tiempo donde la referencia cambia de amplitud, el controlador PID presenta picos sumamente grandes



**Figura 3.49** Salida del reactor bioquímico ante cambios de referencia y perturbaciones en el sustrato de alimentación  $S_f$



**Figura 3.50** Salida de las señales de control ante cambios de referencia y perturbaciones en el sustrato de alimentación  $S_f$

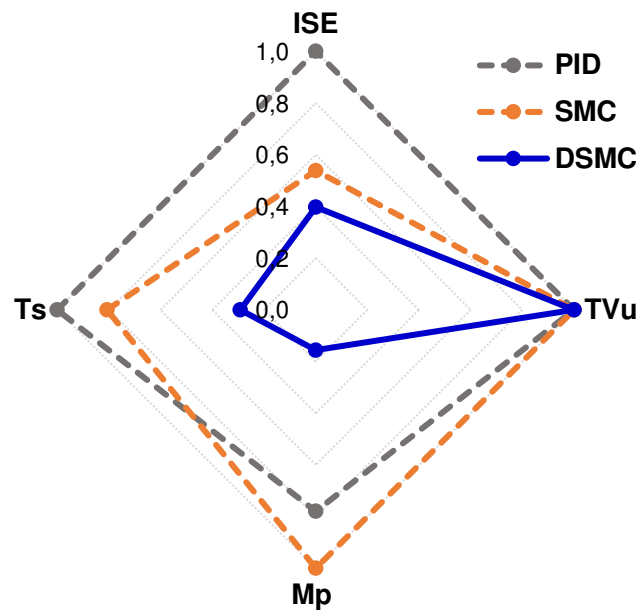
En la Tabla 3.15 y Figura 3.51 se detalla los índices de desempeño y parámetros transitorios del sistema no lineal inestable, destacando que el controlador DSMC presenta un mejor rendimiento, dado que presenta los valores de menor magnitud, destacando un ISE más pequeño en relación con el SMC y PID, además, de que el DSMC casi no presenta sobrepico ya que su valor es apenas del 0.343% en relación con los 2.198% y 1.714% en el SMC y PID respectivamente. El TVu presenta el mismo valor en los tres controladores, denotando que las señales de control prácticamente no presentan diferencias entre sí.

Finalmente, el tiempo de establecimiento del DSMC es de 26.96 [h], siendo casi 3 veces menor con respecto al Ts del SMC y casi 3.5 veces menor al Ts del PID.

**Tabla 3.15** Índices de desempeño y parámetros transitorios ante cambios de referencia y perturbaciones en el sustrato de alimentación  $S_f$

Controlador	Índice			
	ISE	TVu	Mp [%]	Ts [h]
<b>DSMC</b>	0.347	294.0	0.343	26.96
<b>SMC</b>	0.470	294.2	2.198	74.70
<b>PID</b>	0.873	294.2	1.714	92.56

La gráfica radial de la Figura 3.51 es muy similar a la de la Figura 3.43, dado que los valores son alterados de manera no tan representativa en su magnitud.



**Figura 3.51** Gráfica radial de índices de desempeño y parámetros transitorios ante cambios de referencia y perturbaciones en el sustrato de alimentación  $S_f$

## 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 4.1. CONCLUSIONES

- Se diseñó un controlador por modos deslizantes dinámicos para sistemas inestables en lazo abierto con retardo de tiempo, basado en una estructura combinada, con un compensador de tiempo muerto y un compensador en el lazo interno tipo P o PD para una adecuada respuesta ante perturbaciones. Se tomó los fundamentos del control por modos deslizantes basado en una estructura de modelo interno.
- Se compensó las deficiencias que presenta el esquema IMC tradicional en sistemas inestables, agregando un DSMC y un compensador en el lazo interno tipo P o PD, brindando mayor robustez al esquema de control. La afirmación de lo expuesto se ve reflejado a partir de los índices de desempeño ISE y TVu obtenidos en las distintas pruebas realizadas a los sistemas lineales inestables y reactor bioquímico.
- Se consiguió un modelado satisfactorio de las plantas lineales inestables y del reactor bioquímico, a partir de un método experimental mediante un control tipo P/PI/PID, obteniendo un modelo de primer orden con un polo inestable y retardo de tiempo.
- Se implementó tres técnicas de control diferentes para sistemas inestables (PID, SMC y DSMC propuesto), comprobando robustez y rendimiento ante distintas pruebas establecidas. En los resultados obtenidos, el controlador que más destaca en cuanto a su rendimiento es el DSMC, lo cual está sustentado por los índices de desempeño ISE y TVu.
- El índice de desempeño TVu es el parámetro que menos diferencia presenta en el DSMC en relación con los otros controladores, ya que, a pesar de poseer el valor más bajo, en general, no presenta una diferencia representativa con respecto a los otros controladores. Sin embargo, se destaca que gráficamente la señal de control DSMC es la que presenta más suavidad y actúa con mayor rapidez sin llegar a ser brusca.
- Se desarrolló una interfaz gráfica en Matlab con el objetivo de que el usuario pueda controlar y observar el comportamiento del sistema y, además, pueda interactuar con ella de manera sencilla e intuitiva. En la interfaz se puede observar la salida del sistema y la señal de control, además de los índices de desempeño para comprobar el rendimiento de los controladores.

## 4.2. RECOMENDACIONES

- Dadas las ventajas que posee el control DSMC con respecto a otros controladores, se puede utilizar el esquema de control propuesto como base para otros trabajos de titulación y añadir otro compensador interno que ayude a que el desempeño del sistema mejore aún más con relación al esquema original.
- El DSMC utiliza una superficie deslizante, que consta de los parámetros  $K_p$  y  $\lambda$ , los cuales a su vez se sintonizan de manera heurística, por lo que se recomienda para trabajos futuros, un análisis y desarrollo de técnicas de sintonización de estos parámetros, con el fin de proporcionar los valores más adecuados para la superficie deslizante, evitando que estos se sintonicen por prueba y error.



## 5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Huba M., Bistak P., Vrancic D., Zakova K., "Asymmetries in the disturbance compensation methods for the stable and unstable first order plants", *Summetry*, vol. 12, no. 10, pp. 1-2, Sep. 2020.
- [2] Pérez M., García J., "Sliding modes control for a heat exchange system: experimental validation", *Enfoque UTE*, vol. 9, no. 4, pp. 110-119, Dec. 2018.
- [3] Koshkouei A., Burnham K., Zinober A., "Dynamic Sliding mode control design", *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, vol. 152, no. 4, pp. 392-396, Aug. 2005.
- [4] García P., Pérez P., "Sistemas dinámicos con retardo temporales", Departamento de ingeniería de sistemas y automática, Universidad Politécnica de Valencia, Enero 2007.
- [5] Huang P., Chen C., "Control-system synthesis for open-loop unstable process with time delay", *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, vol. 144, no. 4, pp. 334-346, Aug. 1997.
- [6] Prokop R., Volkova N., Prokopová Z., "Unstable systems-tracking and disturbance attenuation", *Tomas Bata University in Zlin, Czech Republic*, vol. 6, no. 3, Mar. 2011.
- [7] Baéz E., Bravo Y., Leica P., Chávez D., Camacho O. (Octubre, 2017), Dynamical sliding mode control for nonlinear systems with variable delay, IEEE III Congreso Colombiano de Control Automático. Disponible en: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8276426>
- [8] Padma Sree R., Chidambaram M., "Identification and controller design for unstable system", In: *Control of Unstable Systems*, Alpha science, pp. 37-58, 2006.
- [9] Ananth I., Chidambaram M., "Closed-loop identification of transfer function model for unstable systems", In: *Journal of the Franklin institute*, Pergamon, pp. 1055-1061, 1999.
- [10] Herrera M., Camacho O., Leiva H., Smith C., "An approach of dynamical sliding mode control for chemical processes", *Journal of Process Control*, vol. 85, no. 1, pp. 112-120, Dec. 2019.

- [11] Seer Q., Nandong J., "Stabilization and PID tuning algorithms for second-order unstable processes with time-delays", *ISA Transactions*, vol. 67, pp. 233-245, Mar. 2017.
- [12] Rojas R., Camacho O., González L., "A sliding mode control proposal for open-loop unstable processes", *ISA Transactions*, vol. 43, no.2, pp. 243-255, Apr. 2004.
- [13] Gazdos F., "Introducing a new tool for studying unstable systems", *International Journal of Automation and Computing*, vol. 11, no. 6, pp. 580-587, Dec. 2014.
- [14] Richard C. Dorf, Robert H. Bishop, "Introduction to control systems", In: *Modern Control Systems*, Prentice hall, pp. 1-3, 2001.
- [15] Saat S., Nguang S., Nasiri A., "Nonlinear systems", In: *Analysis and Synthesis of Polynomial Discrete-Time Systems*, Butterworth-Heinemann, pp. 1-3, 2017.
- [16] Talebi S., Alemzadeh S., Rahimi N., Mesbahi M., "Online regulation of unstable LTI systems from a single trajectory", pp. 1-2, Jun. 2020.
- [17] Mansour S., Mansoureh E., "A new method for time-delay compensation in control systems", *Iranian Journal of Chemistry and Chemical Engineering (IJCCE)*, vol. 27, no. 4, pp. 79-90, 2008.
- [18] Rivera D., Morari M., Skogestad S., "Internal model control: PID control design", *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, vol. 25, pp. 252-265, 1986.
- [19] Majhi S., Artherton D., "Obtaining controller parameters for a new Smith predictor using autotuning", *Automatica, Elsevier*, vol. 36, no. 11, pp. 1651-1658, Nov. 2000.
- [20] Tao L., Weidong Z., Danying G., "Analytical design of two-degree-of-freedom control scheme for open-loop unstable processes with time delay", *Journal of Process Control*, vol. 15, no. 5, pp. 559-572, Aug. 2005.
- [21] Sangchul L., Kwangjin K., Youdan K., "A sliding mode control with optimized sliding surface for aircraft pitch axis control system", *J-STAGE*, vol. 55, no. 2, pp. 94-98, 2012.
- [22] Cajamarca E. Byron P., "Diseño e implementación de controladores clásicos y robustos en una tarjeta embebida, aplicados a un modelo simulado de un convertidor

dc/dc de topología buck-boost de fase no mínima", Trabajo de titulación de pregrado, Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, EPN, Quito, pp. 24-27, 2019.

- [23] Qureshi N., Annous B., Ezeji T., Karcher P., Maddox I., "Biofilm reactors for industrial bioconversion processes: employing potential of enhanced reaction rates", *Microbial Cell Factories*, vol. 4, no. 24, pp. 1-3, Aug. 2005.
- [24] Xiang L., Yong-Sheng Y., Qing-Guo W., Wei-Xing Z., "A double tow-degree-of-freedom control scheme for improved control of unstable delay processes", *Journal of Process Control*, vol. 15, no. 5, pp. 605-614, Aug. 2005.
- [25] Hosseinpour F., Hajihosseini H., "Importance of simulation in manufacturing", *International Scholarly and Scientific Research & Innovation*, vol. 3, no. 3, pp. 261-264, Mar. 2009.
- [26] De Paor M., O'Malley M., "Controllers of Ziegler-Nichols type for unstable process with time delay", *International Journal of Control*, vol. 49, no. 4, pp. 1273-1284, Apr. 2008.
- [27] Proaño P., Capito L., Rosales A., Camacho O. (Abril 2017), A dynamical sliding mode control approach for long deadtime systems, 4<sup>th</sup> International Conference on Control, Decision and Information Technologies. Disponible en: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8102575>
- [28] Irshad M., Ali A., "Robust PI-PD controller design for integrating and unstable processes", *IFAC, Elsevier*, vol. 53, no. 1, pp. 135-140, 2020.
- [29] Clement C., Chidambaram M., "PID control of unstable time delay systems", *Chemical Engineering Communications*, vol. 162, no. 1, pp. 63-74, 1997.

# ANEXOS

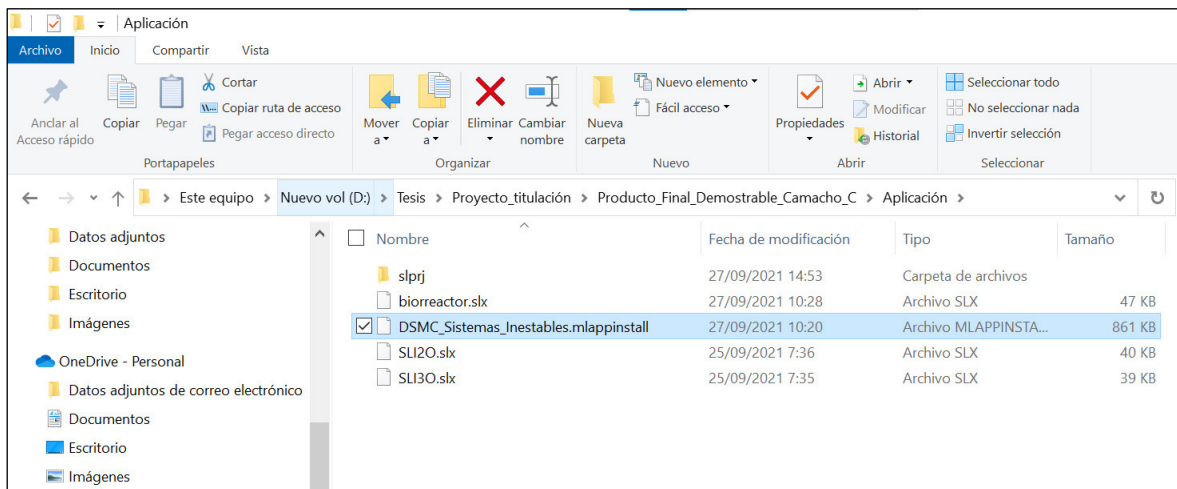
## ANEXO A

### Manual de Usuario de la Interfaz Gráfica

En este apartado se pretende guiar al usuario con el manejo y funcionamiento del HMI desarrollado con el objeto de mostrar de manera sencilla los resultados del trabajo de titulación realizado.

### INICIALIZACIÓN

Para ejecutar la interfaz gráfica desarrollada se debe tener el software Matlab con versión R2019B o superior. La aplicación fue desarrollada en App Designer, dada las bondades que esta presenta en el manejo y desarrollo de interfaces gráficas. Una de las facilidades que brinda, es exportar la interfaz desarrollada a una aplicación ejecutable desde Matlab. La aplicación comienza con la instalación del archivo que contiene el desarrollo de la interfaz desde Matlab como se muestra en la Figura A.2.

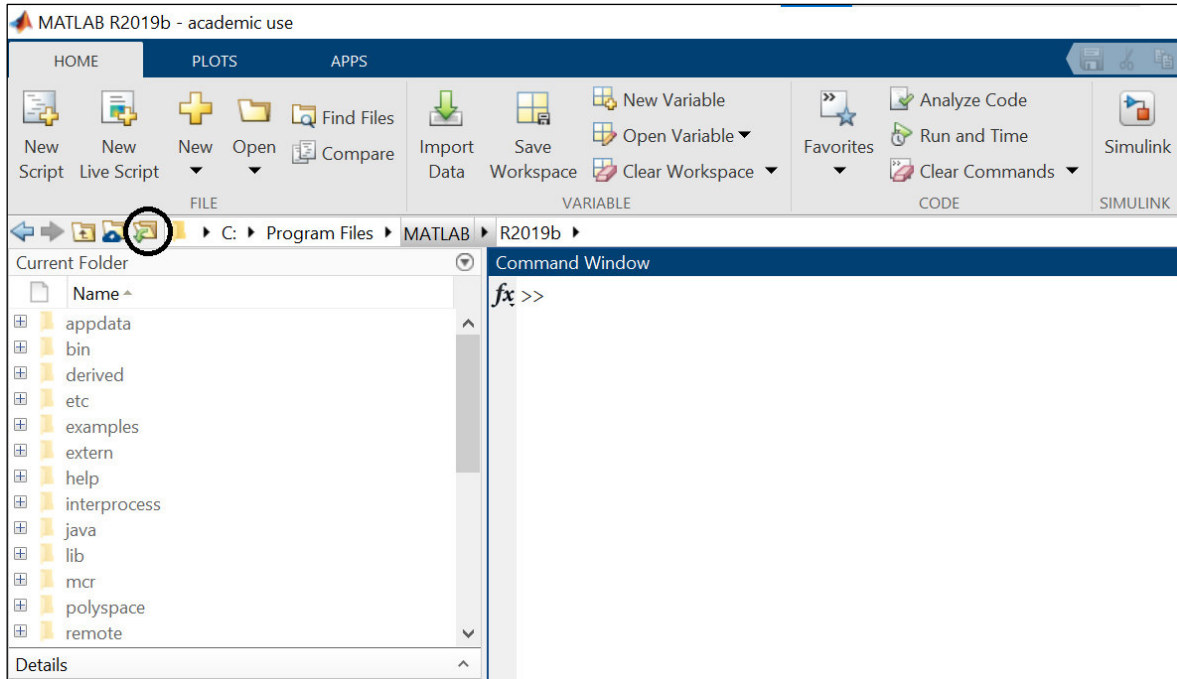


**Figura A.1** Archivo que contiene el desarrollo de la interfaz gráfica.

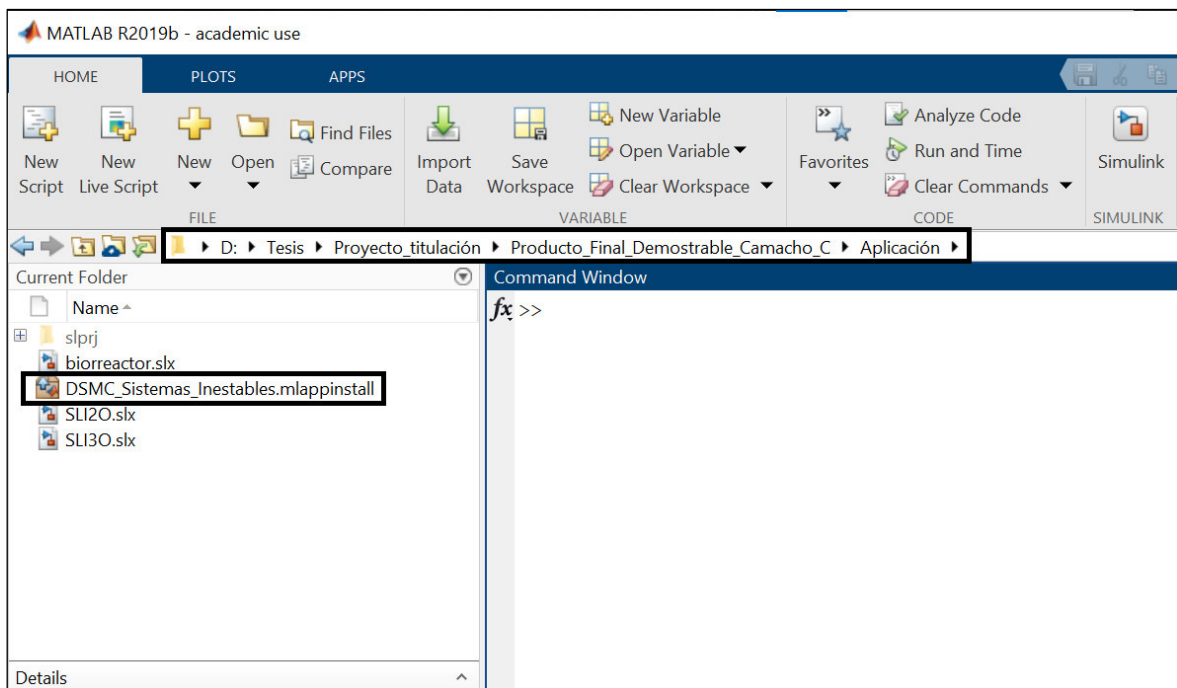
En la Figura A.1 se muestra el archivo que contiene el desarrollo de la interfaz, como se puede ver el archivo tiene el nombre de “*DSMC\_Sistemas\_Inestables.mlappinstall*” ubicado en la carpeta aplicación. El archivo mencionado anteriormente se lo debe instalar desde Matlab como se muestra a continuación:

Al entrar al programa Matlab, se debe ubicar la carpeta actual en la cual se encuentra el archivo a instalar. Para cambiar la carpeta actual de Matlab se debe dar clic en el icono que está dentro del círculo negro mostrado en la Figura A.2, y posteriormente seleccionar la carpeta donde se encuentra el archivo “*DSMC\_Sistemas\_Inestables.mlappinstall*”, que

en este caso sería la carpeta denominada “Aplicación” ubicada en la dirección “D:\Tesis\Proyecto\_titulación\Producto\_Final\_Demostrable\_Camacho\_C\Aplicación” como se muestra en la Figura A.3.

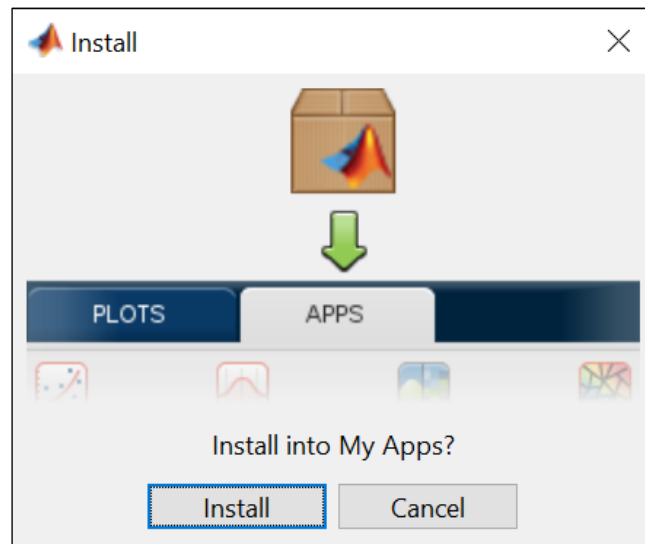


**Figura A.2** Pantalla del programa Matlab



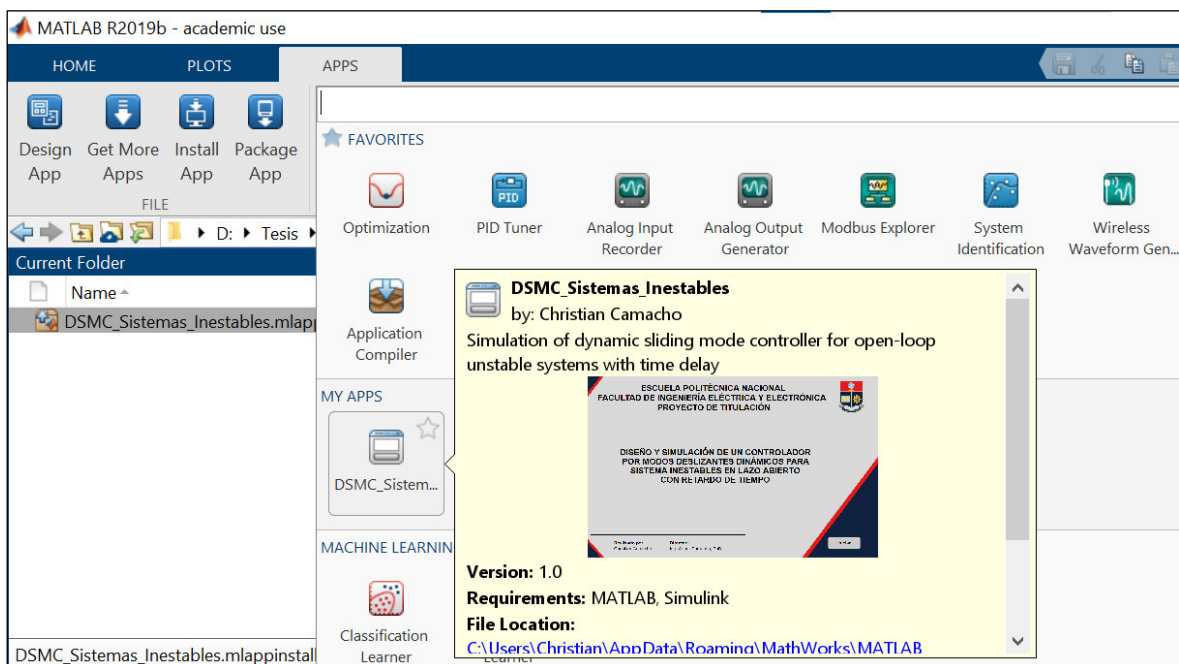
**Figura A.3** Ubicación de la carpeta desde Matlab donde se encuentra la aplicación desarrollada

Una vez seleccionada la carpeta donde se encuentra el archivo de instalación se procede a instalar la aplicación dando doble clic en el archivo encerrado en el rectángulo que se encuentra en la parte izquierda de la Figura A.3 denominado “DSMC\_Sistemas\_Inestables.mlappinstall”. Al dar doble clic se mostrará la pantalla mostrada en la Figura A.4 en la cual se debe dar clic en “Install” para que se instale la aplicación.



**Figura A.4** Pantalla de instalación de la aplicación.

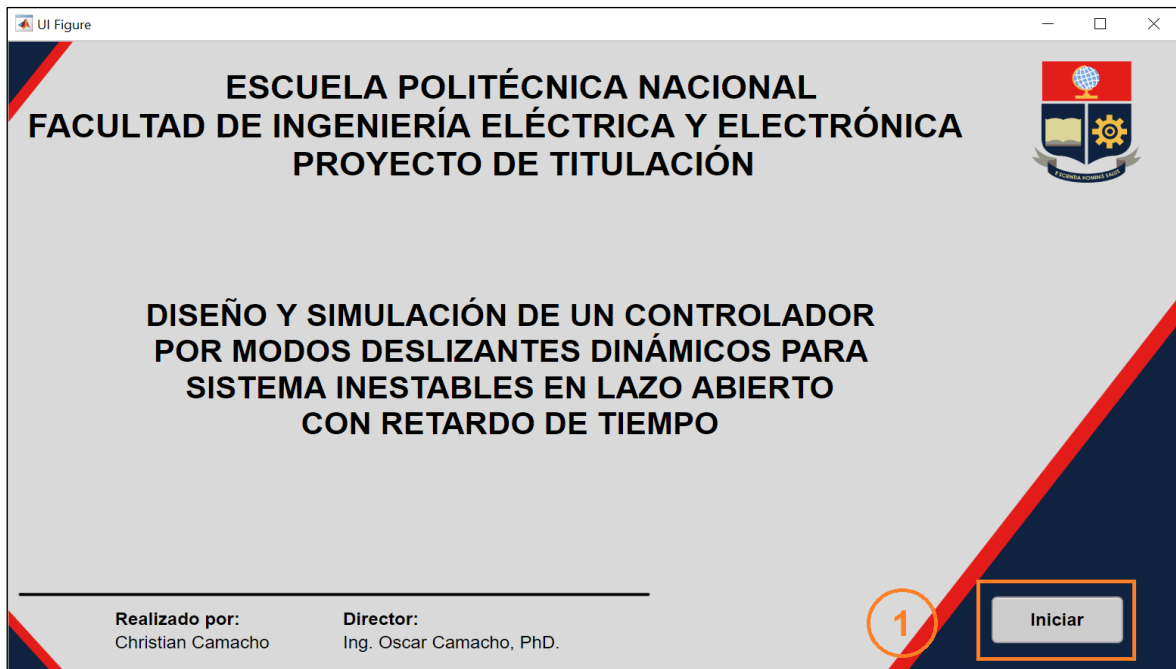
Una vez instalada la aplicación, podemos acceder a ella dirigiéndose a la pestaña de “APPS” en la sección “MY APPS” como se muestra en la Figura A.5.



**Figura A.5** Pantalla de las aplicaciones instaladas

## PORTADA

Al ejecutar la aplicación, se abre la ventana de la portada presentada en la Figura A.6. En esta ventana se encuentra expuesto el tema de titulación desarrollado, junto con el correspondiente autor y director de este. Dentro de esta ventana se encuentra el botón número 1 nombrado “Iniciar”, mediante el cual, se puede acceder a la ventana de selección de los sistemas o procesos de prueba.



**Figura A.6** Pantalla de inicio de la interfaz gráfica

## SELECCIÓN DEL SISTEMA O PROCESO

En la Figura A.7 se muestra la ventana de la selección del sistema o proceso de prueba. La venta expuesta dispone de 4 botones, mediante el botón 2 llamado “*Reactor bioquímico*” se puede acceder al panel de control del proceso no lineal, a partir del botón 3 nombrado “*Proceso Lineal Inestable 1*” se puede acceder al panel de control del sistema lineal inestable de tercer orden, mientras que a partir del botón 4 denominado “*Proceso Lineal Inestable 2*” se puede acceder al panel de control del sistema lineal inestable de segundo orden. Finalmente, con el botón 5 llamado “*Atrás*” se puede retroceder a la ventana de la portada mostrada anteriormente.

Adicionalmente, cabe mencionar que debajo del botón de selección del panel del reactor bioquímico se encuentra una figura representativa del proceso, con el objeto de ilustrar de manera rápida un diagrama esquemático del proceso. De igual manera, debajo de los

botones de selección de los paneles de control de los sistemas lineales inestables, se encuentra un esquema que muestra las funciones de transferencia de dichos sistemas.

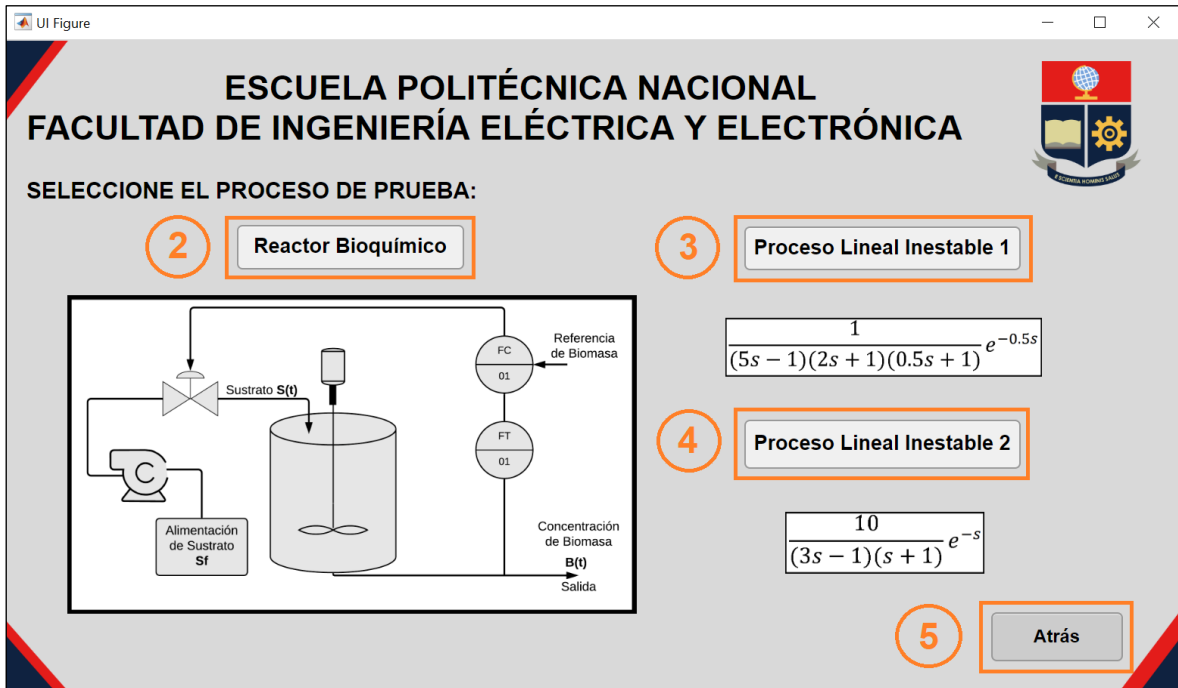


Figura A.7 Pantalla de selección del sistema o proceso

## PANELES DE CONTROL

En la Figura A.8 y Figura A.9 se encuentran las ventanas del panel de control del reactor bioquímico y de los sistemas lineales inestables respectivamente.

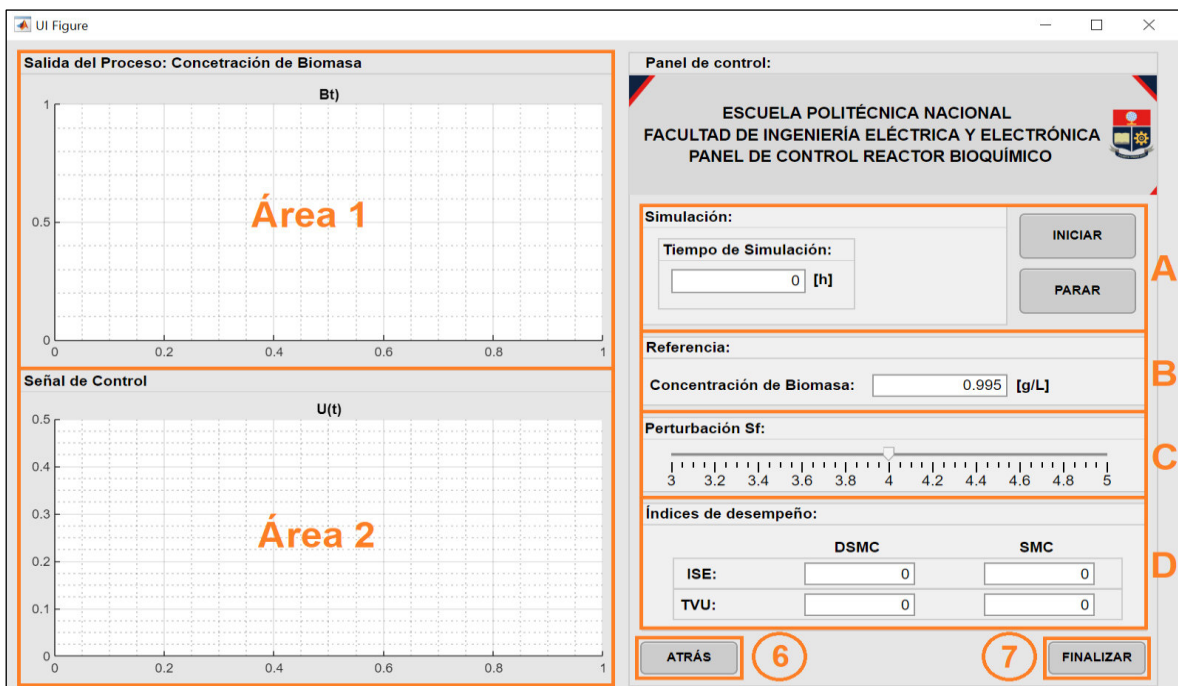
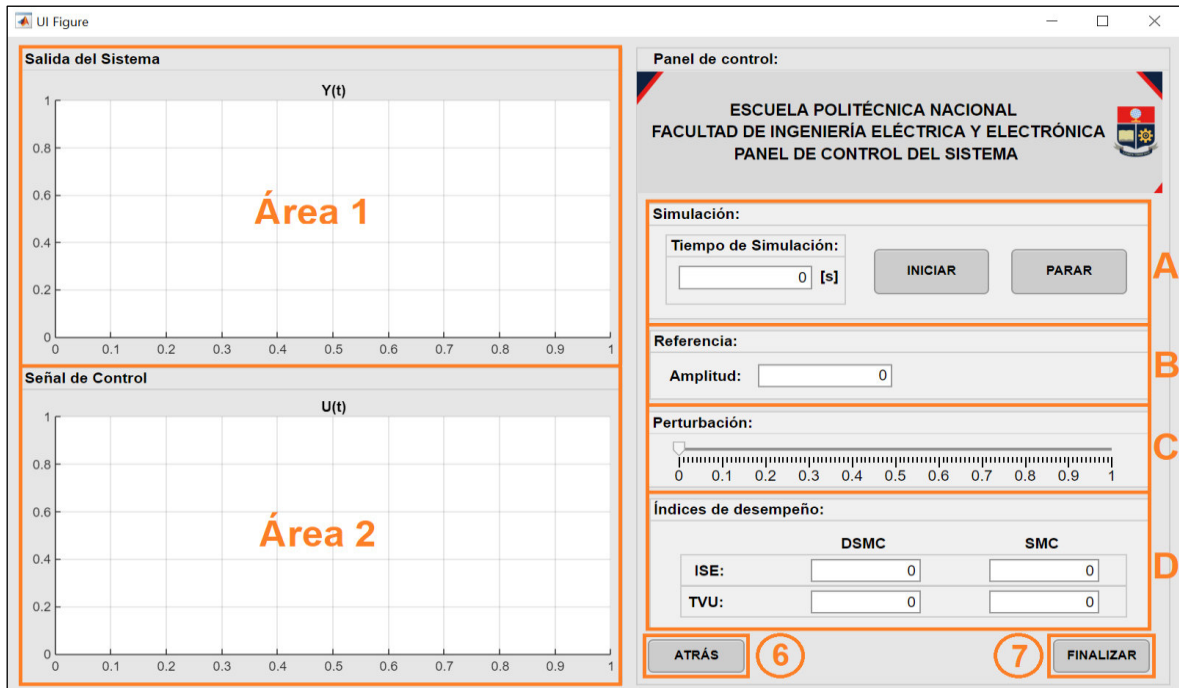


Figura A.8 Pantalla de panel de control del reactor bioquímico





**Figura A.9** Pantalla de panel de control de los sistemas lineales inestables

Los paneles de control del reactor bioquímico y de los sistemas lineales inestables tienen la misma estructura, ya que el panel del reactor bioquímico solo se diferencia en que existen unidades preestablecidas en sus variables y, además, que presenta condiciones iniciales en la referencia y perturbación, dado que este es un proceso real.

En general el panel del control del proceso o sistema de prueba consta de las siguientes secciones: El botón 6 denominado “ATRÁS” se utiliza para regresar a la ventana de selección del proceso mostrada anteriormente, mientras que el botón 7 llamado “FINALIZAR” se lo utiliza para cerrar la aplicación por completo, aunque también se lo puede hacer presionando en la “x” que se encuentra en la esquina superior derecha.

### Área 1:

En esta sección se muestra el comportamiento del sistema o proceso que se está analizando. En el caso de los sistemas lineales inestables es una respuesta sin unidades, mientras que, en el reactor bioquímico, la respuesta es la concentración de biomasa en unidades de [g/L].

### Área 2:

En esta sección se presentan las acciones de control del DSMC propuesto para este trabajo de titulación y del SMC. En esta sección se puede analizar cómo se desempeña el controlador ante las distintas pruebas que se someta el sistema o proceso de prueba. Cabe

destacar que la señal de control del reactor bioquímico corresponde a la tasa de dilución del proceso que se encuentra en unidades de [1/h].

#### **Sección A:**

En esta sección se puede ajustar el tiempo que va a durar la simulación. Las unidades de tiempo de simulación de los sistemas lineales inestables están en segundos, mientras que las unidades de simulación del proceso no lineal están en horas. Adicionalmente, en esta sección, se tiene 2 botones, uno denominado “*INICIAR*” que se lo utiliza para arrancar el proceso de simulación del proceso, mientras que el botón denominado “*PARAR*” se lo utiliza para detener la simulación si es que se requiere.

#### **Sección B:**

Esta sección simplemente consta de la referencia que se le impone al sistema de prueba, destacando que las unidades de la referencia del reactor bioquímico están en unidades de gramo por litro [g/L].

#### **Sección C:**

Esta sección está compuesta por un slider, mediante el cual se puede introducir perturbaciones al sistema de prueba. Para los sistemas lineales inestables la perturbación tiene un rango de 0 a 1, mientras que en el reactor bioquímico la perturbación está en un intervalo de 3 [g/L] a 5 [g/L], con un valor inicial de 4 [g/L], dado que este valor es la condición inicial del proceso.

#### **Sección D:**

En esta sección se muestra los índices de desempeño ISE y TVu para los controladores DSMC y SMC.

Adicionalmente se tiene 2 botones en la parte inferior derecha. El botón 6 denominado “*ATRÁS*” se lo utiliza para regresar a la ventana de selección del proceso mostrada anteriormente, mientras que el botón 7 llamado “*FINALIZAR*” se lo utiliza para cerrar la aplicación por completo, aunque también se lo puedo hacer presionando en la “x” que se encuentra en la esquina superior derecha.

## **ORDEN DE EMPASTADO**