

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

## **FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA**

### **SISTEMAS ÓPTICOS: ANÁLISIS DE LOS SISTEMAS ÓPTICOS DE ALTAS VELOCIDADES**

#### **ANÁLISIS DE LOS SISTEMAS 400G CON FIBRA ÓPTICA**

**TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR PRESENTADO COMO  
REQUISITO PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO EN  
TELECOMUNICACIONES**

**JUAN CARLOS TARAPUES MENA**

**juan.tarapues01@epn.edu.ec**

**DIRECTORA: ING. MARÍA SOLEDAD JIMÉNEZ JIMÉNEZ, M.Sc.**

**maria.jimenez@epn.edu.ec**

**DMQ, febrero 2022**

## **CERTIFICACIONES**

Yo, JUAN CARLOS TARAPUES MENA declaro que el trabajo de integración curricular aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

---

**JUAN CARLOS TARAPUES MENA**

Certifico que el presente trabajo de integración curricular fue desarrollado por JUAN CARLOS TARAPUES MENA, bajo mi supervisión.

---

**ING. MARÍA SOLEDAD JIMÉNEZ JIMÉNEZ, M.Sc.**  
**DIRECTORA**

## **DECLARACIÓN DE AUTORÍA**

A través de la presente declaración, afirmamos que el trabajo de integración curricular aquí descrito, así como el (los) producto(s) resultante(s) del mismo, son públicos y estarán a disposición de la comunidad a través del repositorio institucional de la Escuela Politécnica Nacional; sin embargo, la titularidad de los derechos patrimoniales nos corresponde a los autores que hemos contribuido en el desarrollo del presente trabajo; observando para el efecto las disposiciones establecidas por el órgano competente en propiedad intelectual, la normativa interna y demás normas.

JUAN CARLOS TARAPUES MENA

ING. MARÍA SOLEDAD JIMÉNEZ JIMÉNEZ, M.Sc.

## **AGRADECIMIENTO**

Quiero agradecer en primer a lugar a mi madre Eldy Esperanza Mena, que a pesar de que ya no está aquí para cuidarme y aconsejarme, siempre será mi mayor inspiración para llegar cada día más lejos. Gracias mami por enseñarme a ser fuerte, a luchar por lo que quiero y a ser quien realmente soy.

Le agradezco mucho a mi hermana Ibeth, que ha sido como mi segunda mamá sobre todo en estos últimos años. Gracias por estar conmigo, apoyarme, preocuparte por mí y cuidarme.

Muchas gracias a mi tutora, María Soledad Jiménez, por su paciencia, orientación y apoyo. Le agradezco enormemente la confianza que tuvo en mí y la dedicación con la que leyó y corrigió este trabajo.

## ÍNDICE DE CONTENIDO

CERTIFICACIONES.....	I
DECLARACIÓN DE AUTORÍA.....	II
AGRADECIMIENTO.....	III
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	IV
RESUMEN .....	VII
ABSTRACT .....	VIII
1 INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 OBJETIVO GENERAL .....	2
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	2
1.3 ALCANCE .....	2
1.4 MARCO TEÓRICO.....	3
1.4.1 ESTADO DEL ARTE DE 100G.....	3
1.4.1.1 OTDM.....	3
1.4.1.2 ETDM-OOK.....	4
1.4.1.3 OFDM.....	5
1.4.1.4 QPSK con polarización única.....	6
1.4.1.5 PDM QPSK .....	7
1.4.2 ESTADO DEL ARTE DE 200G.....	8
1.4.2.1 PDM QPSK .....	8
1.4.2.2 PDM 16-QAM:.....	8
1.4.2.3 DFT-S OFDM: .....	9
1.4.2.4 PAM-4 .....	10
2 METODOLOGÍA.....	11
2.1 400G CON MULTIPLEXACIÓN OFDM.....	11
2.1.1 AO-OFDM.....	11

2.1.2	OFDM 32-QAM.....	12
2.1.3	CO-OFDM 16-QAM .....	13
2.1.4	OFDM 256-QAM.....	14
2.1.5	OFDM/OQAM 64-QAM.....	15
2.2	400G CON MULTIPLEXACIÓN OTDM.....	16
2.2.1	OTDM 32-RZ/QAM .....	16
2.2.2	ORTH-OTDM 8-QAM .....	17
2.2.3	OTDM 16-QAM.....	18
2.3	400G CON MULTIPLEXACIÓN ETDM .....	18
2.3.1	MODULACIÓN QPSK .....	19
2.3.2	MODULACIÓN QAM .....	20
2.3.2.1	9-QAM.....	20
2.3.2.2	16-QAM.....	21
2.3.2.3	32-QAM.....	23
2.3.2.4	64-QAM.....	24
2.3.2.5	QAM de orden superior.....	24
2.3.3	MODULACIÓN QAM HÍBRIDA EN EL DOMINIO DEL TIEMPO .....	26
2.3.3.1	32/64-QAM.....	26
2.3.3.2	QPSK/8-QAM.....	27
2.3.4	MODULACIÓN PS-QAM .....	28
2.3.4.1	PS-64-QAM.....	28
2.3.4.2	PS-16-QAM.....	29
2.3.5	MODULACIÓN IPM.....	30
2.3.6	MODULACIÓN PAM.....	31
2.3.6.1	PAM-4 .....	31
2.3.6.2	PAM-8 .....	31
3	RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	32

3.1	RESULTADOS.....	32
3.1.1	ANÁLISIS COMPARATIVO DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LOS SISTEMAS 400G.....	35
3.1.1.1	Multiplexación.....	35
3.1.1.2	Modulación.....	38
3.1.1.3	Fibra Óptica.....	41
3.1.1.4	Amplificación.....	42
3.1.1.5	Detección.....	44
3.1.1.6	Corrección de Errores.....	46
3.1.1.7	Compensación de Dispersión Cromática.....	47
3.1.2	SISTEMA 400G CON MEJORES CARACTERÍSTICAS.....	49
3.2	CONCLUSIONES.....	50
3.3	RECOMENDACIONES.....	51
4	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	54
5	ANEXOS.....	63
	ANEXO I. Artículo sobre <i>Probabilistic Shaping</i> para comunicaciones por Fibra Óptica.....	64
	ANEXO II. Artículo sobre el diseño de constelación de la modulación IPM...	81

## RESUMEN

El rápido crecimiento de la demanda de sistemas de transmisión de ultra altas velocidades por canal óptico ha facilitado el desarrollo de redes a 400G. Es así como, el presente Trabajo de Integración Curricular se centra en realizar un estudio teórico y análisis de algunas de las soluciones capaces de transmitir señales a 400 Gbps por canal.

Para ello, en el primer capítulo de este trabajo se realiza un breve estudio del estado del arte de los sistemas que precedieron a 400G. Dichos sistemas tienen velocidades de transmisión de 100 Gbps y 200 Gbps.

En el segundo capítulo se hace un estudio del funcionamiento, características técnicas y componentes usados en varias de las soluciones propuestas para lograr la transmisión de señales ópticas a 400 Gbps. En este capítulo, los diferentes sistemas ópticos a 400G se organizan para su estudio, dependiendo de la técnica de multiplexación y el esquema de modulación que emplean.

Por otra parte, en el tercer capítulo se sintetizan las características de los diferentes casos de redes 400G presentadas en el segundo capítulo. A partir de esta síntesis se analizan y comparan algunas de las características técnicas y componentes más recurrentes de las soluciones de sistemas a 400 Gbps, con el objetivo de determinar sus ventajas y limitaciones. Además, en este capítulo se incluye las conclusiones y recomendaciones a las que se ha llegado tras la realización de este trabajo.

**PALABRAS CLAVE:** 400G, detección coherente, multiplexación por división de polarización, fibra de área efectiva ultra grande, compensación electrónica de la dispersión.



## ABSTRACT

The rapid growth of the demand for ultra-high speed per optical channel transmission systems has facilitated the development of 400G networks. Thus, this Curricular Integration Work focuses on a theoretical study and analysis of some of the solutions capable of transmitting signals at 400 Gbps per channel.

To this end, the first chapter of this work includes a brief study of the state of the art of the systems that preceded 400G. These systems have transmission speeds of 100 Gbps and 200 Gbps.

In the second chapter, a study is made of the operation, technical characteristics and components used in several of the proposed solutions to achieve the transmission of optical signals at 400 Gbps. In this chapter, the different 400G optical systems are organized depending on the multiplexing technique and modulation scheme used.

On the other hand, the third chapter summarizes the characteristics of the different 400G network cases presented in the second chapter. Based on this synthesis, some of the most recurrent technical characteristics and components of 400 Gbps system solutions are analyzed and compared to determine their advantages and limitations. In addition, this chapter includes the conclusions and recommendations reached after the completion of this work.

**KEYWORDS:** 400G, coherent detection, polarization division multiplexing, ultra large effective area fiber, electronic dispersion compensation.

# 1 INTRODUCCIÓN

Acorde con lo expuesto en el resumen ejecutivo de Geografía Mundial del Internet de la empresa de investigación del mercado de las telecomunicaciones TeleGeography [1]. El tráfico internacional correspondiente al uso de Internet aumentó a una tasa anual media de 29% durante los últimos años, alcanzando así los 786 Tbps en el 2021, casi el triple del ancho de banda mundial correspondiente al 2017. Además, se espera un crecimiento superior en los años venideros, con el despliegue de las nuevas redes móviles 5G, el constante desarrollo de nuevas aplicaciones de Cloud Computing y los nuevos avances en IA (Inteligencia Artificial).

Teniendo en cuenta los antecedentes antes mencionados, el rápido desarrollo de los sistemas ópticos de comunicación de ultra alta velocidad es fundamental para hacer frente a los desafíos del constante aumento de la demanda de tráfico de datos. Es así, como surge el interés en el desarrollo e implementación de sistemas de transmisión capaces de operar a 400 Gbps por canal óptico o incluso velocidades de transmisión superiores, que permitan reemplazar aquellos de menor velocidad como lo son 100G y 200G.

Según un reporte de la empresa de análisis y consultoría OMDIA, especializada en la cobertura global de las telecomunicaciones, los medios de comunicación y la tecnología [2]. El despliegue de sistemas ópticos a 400 Gbps a nivel mundial se acelerará a partir de 2021 y predice que, dentro de los próximos 4 años, las redes ópticas 400G tendrán un tamaño de mercado equivalente al de 100G y 200G.

Bajo este escenario, se vuelve indispensable conocer y entender el funcionamiento de las diferentes soluciones de 400G existentes, para facilitar la implementación de esta tecnología en las principales redes de comunicación públicas y privadas del país, en un futuro cercano. Para ello, en el presente trabajo de integración curricular se realiza un breve estudio de los sistemas de transmisión óptica más importantes que precedieron a 400G, con el objetivo de entender su evolución y reconocer los avances tecnológicos que han posibilitado la realización de los sistemas de comunicación a 400 Gbps. A continuación, se desarrolla una investigación sobre el funcionamiento, alcance, componentes y otras características técnicas correspondientes a algunas de las principales soluciones propuestas para lograr la transmisión de señales ópticas a 400 Gbps.

## **1.1 OBJETIVO GENERAL**

Analizar las características técnicas, las tecnologías de transmisión y componentes que posibilitan el funcionamiento de las redes de 400G basadas en fibra óptica.

## **1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

1. Describir los principales sistemas de transmisión ópticos de alta velocidad que precedieron el desarrollo de 400G.
2. Estudiar varias de las soluciones que han sido propuestas para lograr la transmisión de señales ópticas a 400 Gbps.
3. Analizar las ventajas y limitaciones de las diferentes características asociadas a las soluciones de sistemas 400G sobre fibra óptica.
4. Extraer las principales conclusiones y recomendaciones de la investigación realizada.

## **1.3 ALCANCE**

En el presente trabajo de integración curricular se realizará un estudio de los sistemas de transmisión de 400 Gbps basados en fibra óptica. Primeramente, se presentará una breve descripción de las tecnologías de transmisión ópticas precedentes a 400G, con el objetivo de tener una idea clara de la evolución de estos sistemas y su contribución en el desarrollo de 400G.

A continuación, se realizará una investigación acerca de las principales soluciones que se han propuesto para conseguir la velocidad de 400 Gbps. En dicha investigación se explicarán las principales características de cada solución como son el tipo de modulación, tipo de multiplexación, técnicas de corrección de errores, anchos de banda por portadora, procesamiento digital, entre otras. Así mismo se resumirá los componentes usados, entre ellos los receptores ópticos coherentes, fibras ópticas con bajas y ultra bajas pérdidas, etc. Posteriormente, se realizará un análisis comparativo de las características más relevantes de los sistemas 400G, con el propósito de determinar sus ventajas y limitaciones.

Finalmente, se analizará la información obtenida para extraer conclusiones y recomendaciones relevantes respecto al funcionamiento de los sistemas de 400G y perspectivas futuras a velocidades superiores. Además, cabe destacar que este trabajo

no consta de un producto final demostrable, ya que solo abarca un estudio técnico y análisis de las redes 400G con fibra óptica.

## 1.4 MARCO TEÓRICO

### 1.4.1 ESTADO DEL ARTE DE 100G

El desarrollo teórico y la realización práctica de sistemas ópticos de transmisión capaces de generar y transportar señales a 100 Gbps ha sido el objeto de investigación de varios autores desde hace más de 20 años. Durante este tiempo se han propuesto y demostrado experimentalmente y en campo varias soluciones que permiten crear señales a 100 Gbps mediante diferentes técnicas de multiplexación, modulación y detección.

A continuación, se presenta una breve descripción de algunos trabajos de investigación de diferentes autores, que han demostrado la transmisión de señales a 100 Gbps.

#### 1.4.1.1 OTDM

Desde 1998 se han dado varias demostraciones de sistemas ópticos capaces de transportar señales a 100 Gbps o incluso velocidades superiores, mediante el uso de OTDM (*Optical Time-División Multiplexing*). Por ejemplo, en [3] se logra la transmisión de una señal OTDM a 100 Gbps compuesta por 16 tributarias ópticas de 6.3 Gbps multiplexadas en tiempo. Dicha señal trabaja a 1543.7 nm con el uso de un láser de anillo de fibra dopado con erbio (EDFRL<sup>1</sup>, *Erbium-Doped Fiber Ring Laser*).

En [4] se demuestra un prototipo de sistema de transmisión a 120 Gbps que utiliza OTDM para multiplexar cuatro señales tributarias de 20 Gbps y una de 40 Gbps, a través de una fibra de dispersión desplazada (DSF, *Dispersion-Shifted Fiber*) a una distancia de 160 km. En el transmisor se genera un tren de pulsos de 20 GHz, usando una única fuente láser de anillo de fibra con bloqueo de modo activo (AML-FRL<sup>2</sup>, *Actively Mode Locked Fiber Ring Laser*) que luego se divide en cinco canales OTDM, lo que permite que cada canal tenga la misma longitud de onda y por tanto el mismo retardo en su paso por la fibra [5]. Posteriormente los canales OTDM son modulados independientemente por un modulador óptico a 20 Gbps o 40 Gbps.

---

**EDFRL<sup>1</sup>** Es un tipo de fuente óptica que se compone de un anillo de fibra óptica dopada con erbio, un láser de bombeo y un filtro Fabry Perot, con lo que se consigue una anchura espectral estrecha y una alta relación señal al ruido.

**AML-FRL<sup>2</sup>** Es una fuente óptica formada por un láser y un anillo de fibra estabilizador de frecuencia, que permite crear pulsos ópticos de alta calidad y a altas velocidades.

En los años posteriores se desarrollan sistemas con velocidades superiores, siendo uno de los más populares los sistemas OTDM de 160 Gbps que usan 16 tributarios de 10 Gbps o 4 tributarios de 40 Gbps. En [6] se reporta una demostración en campo de la transmisión de 8 canales WDM, cada uno de estos canales transporta una señal OTDM a 160 Gbps, alcanzado una distancia de 200 km sobre fibra monomodo estándar.

#### 1.4.1.2 ETDM-OOK

En el 2005, se demuestra por primera vez la generación de señales ópticas a 107 Gbps mediante ETDM<sup>3</sup> (*Electrical Time-Division Multiplexing*), para su transmisión con NRZ (*Non-Return-to-Zero*) y un ecualizador [7] o usando la modulación óptica duobinaria [8]. Estas técnicas son usadas para superar las limitaciones de ancho de banda del modulador diseñado para funcionar a 40 Gbps.

En el primer caso para compensar el elevado ISI (*InterSymbol Interference*) causado por las limitaciones de ancho de banda del modulador, se utiliza un ecualizador óptico (OEQ, *Optical Equalizer*) que trabaja con señales NRZ. El OEQ consiste en dos interferómetros Mach Zehnder<sup>4</sup> (MZI, *Mach-Zehnder Interferometer*) en serie, cada uno con un retardo diferencial de 7 ps entre sus dos brazos [7]. En la primera etapa, se genera una réplica retardada de 7 ps de la señal óptica NRZ con amplitud y fase controladas y se superpone coherentemente con la señal original. Como resultado, la energía del pulso que se había propagado a ranuras adyacentes de bits "0" se traslada al bit "1". En la segunda etapa, el procedimiento se repite utilizando una réplica adelantada de 7 ps de la señal, consiguiendo casi eliminar el ISI causado por el modulador.

En el segundo ejemplo se usa la modulación duobinaria óptica, que modula de forma más conveniente el campo óptico complejo ( $E$ ), utilizando el conjunto de símbolos ópticos ternarios  $\{-E, 0, +E\}$  en contraposición a la codificación NRZ *on/off*, que modula la intensidad óptica ( $|E|^2$ ) con el conjunto binario  $\{0, +E\}$ . Luego, introduciendo una correlación entre los tres símbolos duobinarios, la modulación duobinaria consigue un ancho de banda de señal reducido en relación con NRZ [8].

Posteriormente en 2006, se demuestra por primera vez la transmisión WDM de 10 canales NRZ de 107 Gbps multiplexados en ETDM, a través de 400 km de fibra de

---

**ETDM<sup>3</sup>** Es una técnica de multiplexación que permite combinar en el dominio del tiempo varias señales eléctricas de datos para formar una señal de mayor velocidad. Las ventajas y limitaciones de esta multiplexación se discuten en la sección 3.1.1.1 de este trabajo.

**Interferómetro de Mach Zehnder<sup>4</sup>** Es un dispositivo que consiste en dos acopladores conectados por dos guías de onda de igual o diferente longitud, que puede funcionar como modulador, conmutador, aislador, multiplexor de longitud de onda, demultiplexor, entre otros.

dispersión desplazada no nula (NZDSF, *Non-Zero Dispersion-Shifted Fiber*) con el uso de un único chip ecualizador óptico, que compensa simultáneamente las limitaciones de ancho de banda del modulador en todas las longitudes de onda usadas [9]. El ancho de cada canal óptico usado es de 144 GHz en la banda de 1550 nm.

En los meses posteriores, los mismos investigadores logran mejorar el sistema de transmisión para poder transportar los mismos 10 canales de 107 Gbps hasta una distancia de 1000 km, haciendo que la precompensación de dispersión cromática pase de -80 ps/nm en el ejemplo anterior a -160 ps/nm para este experimento [10].

### 1.4.1.3 OFDM

En 2006 se demuestra mediante simulación que es posible la transmisión a 100 Gbps en un ancho de banda de 25 GHz mediante OFDM (*Orthogonal Frequency-Division Multiplexing*) a lo largo de 3840 km. Para ello se usa OFDM con 64 subportadoras, 50 de estas para transportar el tráfico de 2 Gbps usando QPSK (*Quadrature Phase Shift Keying*) o 16-QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*), y las 14 subportadoras restantes se utilizan para transmitir señales piloto y la sobrecarga de la corrección de errores hacia adelante (FEC, *Forward Error Correction*) [11].

En 2009 se reporta un sistema 100G que usa OFDM con 22 subportadoras de 5 Gbps con una modulación DBPSK (*Differential Binary Phase Shift Keying*), para tener una velocidad total de 110 Gbps y alcanzar una distancia de 80 km. Para la transmisión se usa un modulador de Mach Zehnder<sup>5</sup> (MZM, *Mach-Zehnder Modulator*) y como fuente un láser de cavidad externa (ECL, *External Cavity Laser*). En el lado de la recepción se tiene un preamplificador EDFA (*Erbium Doped Fiber Amplifier*), un demultiplexor conformado por dos interferómetros de Mach Zehnder y un filtro óptico pasa banda [12].

En el reporte que se presenta en [13] se demuestra experimentalmente la transmisión de señales OFDM a 128 Gbps con modulación 16-QAM sobre un sistema óptico de modulación en intensidad y detección directa, con alcance de 320 km sobre fibra óptica monomodo. Para mitigar las distorsiones del sistema y mejorar su rendimiento se usa una combinación de algoritmos avanzados de procesamiento digital de señales, como la preecualización digital, la ecualización de no linealidad (NE, *Nonlinearity Equalization*) y

---

**Modulador de Mach Zehnder<sup>5</sup>** es un dispositivo basado en un interferómetro de Mach Zehnder hecho de un material con un fuerte efecto electroóptico (como LiNbO<sub>3</sub>, GaAs, InP). La aplicación de campos eléctricos a los brazos del interferómetro cambia las longitudes de los caminos ópticos, lo que da lugar a una modulación de fase.

el algoritmo de mínimo cuadrado medio dirigido por decisión (DDLMS<sup>6</sup>, *Decision-Directed Least Mean Square*).

#### 1.4.1.4 QPSK con polarización única

En el 2006, se reporta en [14] un experimento de transmisión WDM de 2000 km, en el cual se transportan 10 señales de 107 Gbps moduladas con RZ-DQPSK, cada una en un canal óptico de 150 GHz. Para ello se multiplexan diez láseres de retroalimentación distribuida (DFB<sup>7</sup>, *Distributed Feedback Laser*) copolarizados en banda C antes de entrar en el modulador RZ-DQPSK.

Para obtener los 107 Gbps, se generan dos señales eléctricas independientes de 53.5 Gbps, correspondientes a la tributaria en fase (I) y a la tributaria en cuadratura (Q). Estas señales son aplicadas al modulador MZM obteniendo una señal NRZ-DQPSK de 53.5 GBd, la cual se convierte en RZ-DQPSK con ciclo de trabajo del 50% a través de un segundo MZM.

Una vez obtenidas las señales ópticas, estas son amplificadas y precompensadas para la dispersión cromática; luego, entran en un bucle de recirculación compuesto por 4 tramos de fibra NZDSF de 100 km con coeficiente de dispersión cromática de 4.5 ps/nm·km y pérdidas por tramo de 21 dB. La dispersión cromática se compensa cada 100 km utilizando fibra compensadora de dispersión (DCF<sup>8</sup>, *Dispersion Compensating Fiber*), mientras que las pérdidas de tramo se compensan mediante una amplificación híbrida EDFA/Raman.

En el receptor, las 10 señales son demultiplexadas y cada una pasa por un ecualizador óptico para mitigar las distorsiones derivadas de los anchos de banda limitados del modulador y/o de los filtros ópticos de banda estrecha. Posteriormente, cada señal entra en un interferómetro de retardo<sup>9</sup> (DI, *Delay Interferometer*) para convertir la modulación de fase óptica en una modulación de intensidad que es detectada por un par de fotodiodos.

---

**DDLMS<sup>6</sup>** Es un algoritmo de ecualización que se usa en canales muy distorsionados, que permite utilizar la señal detectada para reconstruir la señal transmitida.

**DFB<sup>7</sup>** Es un láser que utiliza la reflexión de Bragg de una rejilla de difracción para proporcionar señales ópticas con una gran estabilidad de la longitud de onda y una estrecha anchura espectral.

**DCF<sup>8</sup>** Es un tipo de fibra óptica en la que el coeficiente de dispersión cromática es negativo, para que se compense la dispersión acumulada en el enlace de fibra.

**Interferómetro de Retardo<sup>9</sup>** Es un interferómetro, en el cual una de las trayectorias ópticas tiene una longitud mayor, es decir tiene un retardo de tiempo, lo que convierte la información de fase diferencial de una señal en información de amplitud.

En 2007 el mismo grupo de investigadores demuestran en [15] la transmisión de 10 canales ópticos de 107 Gbps NRZ-DQPSK a lo largo de 1200 km, incluyendo 6 nodos de enrutamiento. El ancho de banda de cada canal es de 100 GHz alcanzando una eficiencia espectral de 1 bps/Hz. Para la realización se modifica el bucle descrito anteriormente para incluir dos multiplexores ópticos *add-drop* reconfigurables (ROADM, *Reconfigurable Optical Add Drop Multiplexer*) basados en conmutadores selectivos de longitud de onda (WSS, *Wavelength Selective Switch*). Esto se hace con el propósito de evaluar el impacto del filtrado óptico de los ROADM en las señales ópticas 100G.

#### 1.4.1.5 PDM QPSK

En 2008, utilizando multiplexación por división de polarización (PDM<sup>10</sup>, *Polarization Division Multiplexing*), RZ-DQPSK de 27.75 GBd y un receptor digital coherente, se demuestra la transmisión DWDM de 10 canales de 111 Gbps en una red de 50 GHz a lo largo de 2375 km de fibra monomodo estándar [16].

En este experimento se tiene un transmisor PDM-RZ-DQPSK de 111 Gbps que consta de un reloj de 27.75 GHz para la formación de pulsos RZ, seguido de un modulador Mach Zehnder para la modulación DQPSK que es alimentado por dos señales eléctricas de 27.75 Gbps. Por último, se genera una señal multiplexada por polarización dividiendo y recombinando la señal con un retardo de 353 símbolos mediante un combinador de haces de polarización.

El receptor se compone de un divisor de haz de polarización (PBS<sup>11</sup>, *Polarizing Beam Splitter*), dos híbridos de 90°<sup>12</sup> (formados por acopladores 3×3 con una relación de división de 2:2:1), cuatro módulos PIN/TIA (*TransImpedance Amplifier*) y un láser sintonizable como oscilador local. La señal óptica recibida se divide en dos afluentes con polarizaciones arbitrarias, pero ortogonales, utilizando el PBS. Ambas afluentes se mezclan con la salida del oscilador local en los híbridos de 90°, para luego ser detectadas por los 4 fotodiodos PIN, que se convierten al dominio digital mediante conversores analógico-digitales de alta velocidad.

---

**PDM<sup>10</sup>** Es un esquema de multiplexación que permite llevar dos señales de información en la misma longitud de onda usando dos polarizaciones ortogonales de la luz. En la sección 3.1.1.1 de este trabajo se detallan las ventajas y desventajas asociadas a este tipo de multiplexación.

**PBS<sup>11</sup>** Es un dispositivo óptico que utiliza materiales birrefringentes para dividir la luz en dos haces de estados de polarización ortogonales.

**Híbrido de 90°<sup>12</sup>** Es un dispositivo con dos puertos de entrada y cuatro puertos de salida, que permite combinar la señal óptica de datos con la luz de onda continua del oscilador local, para extraer la fase, la amplitud y la polarización de dicha señal.



De acuerdo con Peter J. Winzer en [17], los sistemas de transmisión PDM QPSK de 28 GBd con detección coherente son el modelo más adecuado para la transmisión WAN (*Wide Area Network*) de 100G. Esto debido a que usa canales de 50 GHz, puede alcanzar distancias de miles de kilómetros sobre fibra monomodo estándar y se puede usar cuando existen ROADMs. Es así como en 2010, el OIF (*Optical Internetworking Forum*) adopta este formato para los transpondedores WAN 100G y elabora un documento de marco referencial sobre 100G DWDM de ultra larga distancia [18], para ayudar a la industria en el desarrollo de la tecnología de transceptores para el transporte de señales 100G en redes troncales de larga distancia.

## **1.4.2 ESTADO DEL ARTE DE 200G**

### **1.4.2.1 PDM QPSK**

En 2009 se reporta una de las primeras demostraciones de la generación, transmisión y demodulación coherente de una señal óptica de 56 GBd con modulación QPSK y multiplexación por división de polarización (PDM), que permite una velocidad de transmisión de 224 Gbps por canal [19].

Para la transmisión se usa como portadora, la señal óptica de un láser ECL a 1550 nm con una anchura espectral de 100 KHz, la cual pasa a un modulador MZM alimentado por dos señales eléctricas binarias de 56 Gbps. La multiplexación por polarización se realiza dividiendo en la mitad la potencia de la señal QPSK, retrasando 1120 símbolos una de las copias y combinándolas luego con un PBS utilizando controladores manuales de polarización.

En el receptor, la señal se combina con la luz de un oscilador local mediante un híbrido de 90° con diversidad de polarización, separando las 4 componentes de la señal ( $I_x$ ,  $Q_x$ ,  $I_y$ ,  $Q_y$ ). Estas son transformadas en señales eléctricas mediante 4 detectores balanceados<sup>13</sup>, que luego son muestreadas y digitalizadas de forma asíncrona utilizando osciloscopios de dos canales a 80 Gmuestras/s, que reemplazan a los conversores ADC.

### **1.4.2.2 PDM 16-QAM:**

Otra alternativa para transmitir a 200 Gbps por canal óptico se muestra en [20]. En esta demostración se hace una transmisión WDM de 10 canales ópticos a 224 Gbps con PDM y modulación 16-QAM en una red de 50 GHz a lo largo de 1200 km de fibra.

---

**Detector Balanceado**<sup>13</sup> Es un dispositivo de detección que usa dos fotodetectores similares, para producir una señal eléctrica proporcional a la diferencia de las corrientes producidas por cada fotodetector.

Para ello, se usan 10 láseres DFB en banda C con longitudes de onda desde 1553.73 nm hasta 1557.36 nm. Los canales pares e impares son combinados por separado utilizando enrutadores de arreglos de rejilla de guía de ondas (AWG<sup>14</sup>, *Arrayed Waveguide Grating*), y luego los dos conjuntos se combinan mediante un acoplador óptico de 3 dB. Posteriormente, los diez canales se modulan utilizando un MZM alimentado por dos señales eléctricas de cuatro niveles a 28 GBd. La multiplexación por polarización se consigue dividiendo la señal WDM en dos copias, retrasando una de ellas 20 ns y recombinándolas en un PBS.

Estas señales son transportadas por un bucle de recirculación constituido por 4 tramos de 100 km de fibra de área efectiva ultra grande (ULAF, *Ultra Large effective Area Fiber*), cuya pérdida es de 0.185 dB/km y cuyo coeficiente de dispersión cromática es de 20 ps/nm·km. Para compensar las pérdidas se usa en cada tramo un amplificador Raman con bombeo contradireccional. Adicionalmente el bucle tiene un WSS para evaluar el rendimiento de las señales en redes enrutadas con ROADM.

En el lado de recepción, se demultiplexan las señales a través de un filtro óptico, para que luego cada una sea combinada con la señal del oscilador local en un híbrido de 90°. De esto último, se obtienen las 4 componentes de la señal óptica que posteriormente se convierten en señales eléctricas por medio de 4 detectores balanceados. Finalmente, dichas señales son digitalizadas utilizando un osciloscopio de 4 canales a 50 Gmuestras/s.

#### **1.4.2.3 DFT-S OFDM:**

En [21] se muestra una configuración experimental que permite la transmisión de una señal OFDM con expansión por transformada discreta de Fourier (DFT-S<sup>15</sup>, *Discrete Fourier Transform Spread*) a 208 Gbps por longitud de onda, a través de una fibra monomodo estándar de 40 km.

Para la transmisión, los datos son modulados con 16-QAM. A continuación, se utiliza una FFT (*Fast Fourier Transform*) de 2048 puntos para generar la señal DFT-S y una IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*) para generar la señal OFDM con 2048 subportadoras. Esta señal es modulada en intensidad por el MZM para luego ser transmitida.

---

**AWG<sup>14</sup>** Es un dispositivo óptico, que usa un conjunto de guías de ondas monomodo para separar o combinar señales con diferentes longitudes de onda.

**DFT-S<sup>15</sup>** Es una técnica que se aplica a OFDM para reducir su PAPR. Para ello, antes de asignar los símbolos modulados a las diferentes subportadoras mediante la IDFT, se realiza una DFT sobre dichos símbolos para interrelacionarlos.

En la transmisión se usan dos amplificadores EDFA, el primero a la salida del modulador y el otro al final del trayecto de 40 km. En el receptor se usa un acoplador óptico y un *interleaver* para separar la señal en dos, que son detectadas por dos fotodetectores. Por último, las señales son muestreadas por un osciloscopio digital.

#### 1.4.2.4 PAM-4

En 2017 se demuestra una transmisión de una señal PAM-4 (Pulse Amplitude Modulation) a 214 Gbps, usando una sola longitud de onda y sin multiplexación por polarización, alcanzando una distancia de 10 km sobre fibra óptica monomodo [22].

En el transmisor, se generan dos señales NRZ pseudoaleatorias de 107 Gbps, una de estas es atenuada en 6dB, para luego ser combinadas mediante un combinador analógico. La resultante después del combinador es una señal PAM-4 de 107 GBd, la cual es amplificada y luego modulada en un modulador de electroabsorción (EAM<sup>16</sup>, *ElectroAbsorption Modulator*) integrado con un láser DFB. Por otra parte, en el receptor la señal es amplificada por un PDFA<sup>17</sup> (*Praseodymium Doped Fiber Amplifier*), para luego ser detectada por un fotodiodo de corriente inducida maximizada (MIC-PD<sup>18</sup>, *Maximized-Induced-Current PhotoDiode*).

---

**EAM<sup>16</sup>** Es un modulador óptico basado en semiconductores, que permite variar la potencia óptica de un haz de luz, cambiando la cantidad de luz absorbida por el semiconductor mediante la aplicación de un campo eléctrico.

**PDFA<sup>17</sup>** Es un amplificador óptico que usa una fibra dopada con praseodimio para la amplificación de la luz y permite grandes ganancias en la banda O.

**MIC-PD<sup>18</sup>** Es un tipo de detector cuya capa de absorción de luz está formada de InGaAs con dopaje P e InGaAs sin dopaje con lo que se logran características de alta velocidad y sensibilidad.

## 2 METODOLOGÍA

El presente Trabajo de Integración Curricular se basa en un método de investigación analítico, dado que primero se describe el funcionamiento de diferentes sistemas ópticos 400G. Partiendo de esto, se identifican y analizan las características principales de dichos sistemas para determinar su importancia, ventajas y limitaciones. Por otra parte, este trabajo es del tipo descriptivo comparativo, ya que en primer lugar se estudian las características de varios sistemas ópticos de transmisión. A partir de ello se realiza un análisis comparativo de las características técnicas y componentes más relevantes y recurrentes, con el propósito de determinar sus ventajas y limitaciones en los sistemas 400G.

La información presentada a lo largo de este trabajo se obtiene mediante una técnica de análisis documental. Es decir, se consulta y analiza la información disponible en artículos científicos de diferentes revistas científicas, whitepapers de empresas de telecomunicaciones, acuerdos de implantación de la OIF y otros documentos relacionados al tema expuesto.

En el presente capítulo se describe y se explica el funcionamiento, estructura y componentes usados en algunas de las soluciones más importantes propuestas para lograr la transmisión de señales ópticas a 400 Gbps por cada canal óptico. Para esto, el estudio de los sistemas ópticos 400G se organiza dependiendo de la técnica de multiplexación (OFDM, OTDM, ETDM y PDM) y el tipo de modulación (QPSK, QAM, PAM, etc.) que se usan.

### 2.1 400G CON MULTIPLEXACIÓN OFDM

A lo largo del presente subcapítulo se describe y explica el funcionamiento de varios sistemas capaces de generar y transmitir señales ópticas a 400 Gbps, en los que se hace uso de la multiplexación OFDM o algunas de las variantes de OFDM diseñadas específicamente para los sistemas ópticos.

#### 2.1.1 AO-OFDM

En 2013 mediante simulación se demuestra la viabilidad de un sistema de transmisión de fibra a 400 Gbps que hace uso de OFDM todo óptico (AO-OFDM, *All-Optical Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) y QPSK de doble polarización (DP-QPSK<sup>19</sup>, *Dual*

---

**DP-QPSK<sup>19</sup>** Es una técnica de transmisión por fibra óptica que utiliza dos polarizaciones ortogonales de un haz de luz, con modulación digital QPSK en cada polarización.

*Polarization Quadrature Phase Shift Keying*). Este sistema utiliza un ancho de banda óptico de 150 GHz y tiene un alcance de 1320 km sobre fibra NZDSF (*Non-Zero Dispersion-Shifted Fiber*) [23].

El lado del transmisor se compone de un láser de onda continua a 1552.52 nm, seguido de un modulador externo EAM que genera un tren de pulsos ópticos con un periodo de 40 ps y un ciclo de trabajo del 25%. Este tren es dividido en 4 señales idénticas que alimentan a los moduladores DP-QPSK. Cada modulador se compone de un divisor de haz de polarización que separa los dos modos de polarización permitiendo que cada uno se module independientemente con una señal QPSK de 50 Gbps, para luego ser combinados nuevamente y obtener una señal DP-QPSK de 100 Gbps.

A continuación, las 4 señales a 100 Gbps son llevadas a una OIFFT (*Optical Inverse Fast Fourier Transform*), formada por desplazadores de fase, líneas de retardo e interferómetros de Mach-Zehnder. La OIFFT de forma similar a su contraparte eléctrica, convierte la información en el dominio de la frecuencia a una onda en el dominio del tiempo, con la ventaja principal de que los recursos espectrales pueden utilizarse más eficazmente.

La señal de salida de la OIFFT es enviada por un bucle de fibra que se compone de 80 km de fibra NZDSF, 3.44 km de fibra DCF para compensar la dispersión de la fibra de transmisión, con un coeficiente de dispersión cromática de -100 ps/nm·km y un amplificador EDFA. Finalmente, en la recepción se usa una OFFT (*Optical Fast Fourier Transform*) para separar las diferentes subportadoras, cada una de estas se combina con la luz de un oscilador local en un híbrido de 90° y su salida es detectada por dos fotodetectores balanceados.

### **2.1.2 OFDM 32-QAM**

En el reporte mostrado en [24], se explora la viabilidad de la transmisión de una señal a 457.6 Gbps en un ancho de banda óptico de 50 GHz. Para ello se utiliza OFDM multibanda y una modulación 32-QAM. El alcance de este sistema es de 80 km sobre fibra monomodo estándar.

La configuración experimental del transmisor se compone de un láser que genera una onda continua de anchura espectral de 10 kHz, la cual se divide en dos con un acoplador óptico con mantenimiento de la polarización (PMC<sup>20</sup>, *Polarization-Maintaining optical Coupler*). La primera señal pasa a un modulador Mach-Zehnder para generar dos tonos a

---

PMC<sup>20</sup> Es un dispositivo óptico que combinan dos haces de la luz entrantes, manteniendo sus estados de polarización en los puertos de salida.

+15.625 GHz y -15.625 GHz en relación con la frecuencia central del canal. Con la otra señal se crean dos tonos de onda continua a +9.375 GHz y -9.375 GHz respecto a la frecuencia central del canal, los cuales son separados en dos señales independientes por medio de filtros ópticos pasa banda. Cada una de estas nuevas señales es llevada a un MZM en el cual se generan tres tonos a -12.5 GHz, 0 GHz y +12.5 GHz con respecto al tono seleccionado.

Tras este proceso, se obtienen en total 8 tonos separados en 6.25 GHz y distribuidos en 3 señales, estos posteriormente son modulados mediante moduladores Mach Zehnder complejos (CMZM<sup>21</sup>, *Complex Mach-Zehnder Modulator*) con señales OFDM generadas mediante generadores de formas de onda arbitrarias (AWG<sup>22</sup>, *Arbitrary Waveform Generator*). Cada señal OFDM tiene 1024 subportadoras, de las cuales 588 transportan datos modulados con 32-QAM y con un 7% de redundancia para la corrección de errores FEC, consiguiendo así una velocidad nominal de 28.6 Gbps. A continuación, las 8 bandas OFDM se combinan por medio de dos PMC, dando lugar a una señal de 228.8 Gbps. Finalmente se usa un emulador de multiplexación por polarización para duplicar la velocidad de transmisión.

El enlace óptico usado en este experimento consta de 2 tramos de 40 km de fibra SSMF sin compensación de dispersión. Después de cada tramo, las pérdidas son compensadas por un amplificador EDFA. En el receptor, para recuperar la información primero cada subportadora es seleccionada por un filtro óptico pasa banda. Luego, cada una de estas señales es detectada independientemente por un detector coherente, el cual se forma de un oscilador local ECL, dos híbridos de 90°, cuatro fotodetectores PIN y cuatro conversores ADC.

### 2.1.3 CO-OFDM 16-QAM

En 2010 se demuestra la transmisión experimental de una señal OFDM óptica coherente (CO-OFDM<sup>23</sup>, *Coherent Optical Orthogonal Frequency-Division Multiplexing*) a 448 Gbps sobre una fibra ULAF de 2000 km [25].

En el transmisor óptico un flujo de bits pseudoaleatorios, que tiene un 7% de redundancia para FEC, es mapeado en 75 subportadoras 16-QAM. Estas junto con una subportadora

---

**CMZM<sup>21</sup>** Es un tipo de modulador óptico compuesto por dos moduladores de Mach Zehnder en paralelo y un desfaseador de  $\pi/2$ , que permite modular la información en la amplitud y la fase de la señal de luz.

**AWG<sup>22</sup>** Es una forma especializada de generador de funciones capaz de generar formas de onda a partir de un conjunto de valores introducidos. No deben ser confundidos con las rejillas AWG.

**CO-OFDM<sup>23</sup>** Es una variación de OFDM para fibra óptica, en la cual los símbolos OFDM son modulados en una señal óptica y detectados coherentemente.

piloto, una subportadora DC y 51 subportadoras sin rellenar, se convierten al dominio del tiempo mediante una IFFT de 128 puntos. A continuación, se añade un intervalo de guarda reducido de aproximadamente el 3% del tiempo de símbolo OFDM. Luego la señal es modulada en intensidad óptica por medio de un modulador MZM, consiguiendo una velocidad de transmisión total de 22.4 Gbps y un ancho de banda de 6.016 GHz. Esta señal se divide en dos, donde una de ellas se desplaza en frecuencia exactamente 6.016 GHz, mientras que la otra es retrasada 8 periodos de símbolo OFDM, para luego recombinarse y formar una señal de 44.8 Gbps consistente en dos bandas decorrelacionadas.

La señal de 2 bandas es expandida mediante un generador de peine<sup>24</sup> de 5 tonos, basado en un modulador Mach-Zehnder sobrealimentado (es decir, el voltaje medio de la señal de alimentación aplicado al modulador es mayor al recomendado), para formar una señal de 10 bandas con una velocidad de datos de 224 Gbps. Finalmente se utiliza un emulador PDM con un símbolo de retraso entre las dos polarizaciones, para duplicar la velocidad de datos y generar una señal de 448 Gbps con ancho de banda de 60.16 GHz.

Esta señal es transportada por un bucle de transmisión formado por cuatro tramos de fibra ULAF de 100 km y amplificados con un Raman. Finalmente, en el receptor la señal óptica es separada en sus 10 bandas, cada una de estas es detectada coherentemente, digitalizada y procesada digitalmente. En dicho procesamiento se usa un bloque de compensación de dispersión electrónica (EDC, *Electronic Dispersion Compensation*) que permite compensar la dispersión cromática mediante un algoritmo basado en una FFT.

#### **2.1.4 OFDM 256-QAM**

En [26] se demuestra la transmisión de una señal a 400 Gbps a lo largo de 720 km de fibra SSMF. Dicha señal usa modulación 256-QAM alcanzando una eficiencia espectral de 14 bps/Hz. Para esto, también se emplea multiplexación por división de frecuencia y por división de polarización, además de métodos de compensación de distorsión, como la equalización en el dominio de la frecuencia (FDE, *Frequency Domain Equalization*) y la técnica de retropropagación digital (DBP<sup>25</sup>, *Digital Back-Propagation*).

---

**Generador de Peine Óptico**<sup>24</sup> Es un generador de señales que produce múltiples armónicos con respecto a la señal de entrada, por lo cual su salida en el dominio de la frecuencia se asemeja a los dientes de un peine, de lo que se deriva su nombre.

**DBP**<sup>25</sup> Es un tipo de compensación digital que estima la señal transmitida, resolviendo la ecuación no lineal inversa de Schrödinger del enlace de fibra.

La fuente óptica que se usa para el transmisor es un láser estabilizado en frecuencia, cuya salida se acopla a un generador de multiportadoras que consiste en dos moduladores MZM y un desplazador óptico de frecuencia. Con lo que se genera dos señales ópticas compuestas cada una por 5 bandas laterales con una separación de 5.18 GHz. A continuación, cada banda es modulada con una señal OFDM generada por un AWG y preecualizada con FDE, dicha señal está compuesta por 1714 subportadoras de datos moduladas en 256-QAM. Finalmente, las dos señales OFDM de 5 canales se combinan con un acoplador óptico y luego se multiplexan por polarización mediante un combinador de haces de polarización.

El enlace de transmisión usado en esta demostración consiste en 8 tramos de 80 km de fibra monomodo estándar. La atenuación generada en cada tramo es compensada mediante un amplificador Raman que tiene una ganancia de 13 dB. Finalmente, en el receptor, la señal OFDM se detecta de forma coherente con un híbrido óptico de 90° que utiliza una señal de oscilador local de un láser, además de 4 fotodiodos. La señal eléctrica resultante de esa detección pasa por un conversor ADC para luego ser procesada digitalmente mediante el algoritmo DBP que compensa las alteraciones lineales y no lineales de la fibra, como la dispersión cromática.

### **2.1.5 OFDM/OQAM 64-QAM**

En 2014 se demuestra la implementación experimental de un sistema de transmisión a 429.96 Gbps, que permite alcanzar una distancia de 400 km, usando un ancho de banda óptico de 50 GHz. Para esto se utiliza OFDM/OQAM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing/ Offset Quadrature Amplitude Modulation*) con modulación 64-QAM. Lo que permite una muy buena supresión de lóbulos laterales en la señal y por tanto puede proporcionar un espectro casi rectangular, que la hace menos sensible al desplazamiento de frecuencia causado por el canal de transmisión y el receptor [27].

Para la generación de la señal OFDM/OQAM, el flujo de datos modulado previamente con 64-QAM, es convertido de serie a paralelo para obtener 78 flujos paralelos de datos complejos, que son filtrados por 78 filtros de transmisión de subportadoras. A continuación, el componente en cuadratura (Q) de cada flujo se retrasa en  $T/2$  con respecto al componente en fase (I), donde T es el periodo de símbolo 64-QAM, lo que causa el *offset* de la modulación. Finalmente, las 78 señales son mapeadas en las subportadoras del símbolo OFDM.

En el transmisor, cuatro láseres ECL de longitudes de onda de 1549.829 nm, 1549.929 nm, 1550.029 nm y 1550.129 nm, se combinan mediante un acoplador PMC. Esta señal



pasa por un modulador de intensidad accionado por una onda sinusoidal de 4.04 GHz con lo que se triplica el número de portadoras ópticas de 4 a 12. Luego se divide esta señal en sus dos polarizaciones mediante un PBS, para que cada una sea modulada independientemente por una señal OFDM/OQAM generada por un AWG, como se describió anteriormente. Finalmente, las señales son recombinadas con un PBC, obteniendo una velocidad total de 516.17 Gbps, considerando que se utiliza 20% de redundancia para control de errores FEC, la tasa de información efectiva alcanzada es de 429.96 Gbps.

El enlace óptico que se usa en esta implementación consta de 5 tramos de 80 km de fibra monomodo estándar y un amplificador Raman por cada tramo para compensar las pérdidas. Por último, en el receptor la señal óptica es detectada coherentemente para luego ser filtrada y procesada digitalmente a fin de compensar la dispersión cromática y reducir el ruido de fase.

## **2.2 400G CON MULTIPLEXACIÓN OTDM**

OTDM es un esquema de multiplexación que permite la generación de señales ópticas a muy altas velocidades. Es así como, en este subcapítulo se estudian algunos sistemas ópticos, que mediante el uso de OTDM y diferentes esquemas de modulación, son capaces de transmitir señales a 400 Gbps.

### **2.2.1 OTDM 32-RZ/QAM**

En [28] se demuestra la transmisión experimental de una señal OTDM a 400 Gbps con modulación 32 RZ/QAM, alcanzando una eficiencia espectral de 5.33 bps/Hz y una distancia máxima de 225 km. Para esto, en el transmisor se usa un láser estabilizado en frecuencia, cuya señal es introducida en un generador de peine formado por un modulador de niobato de litio (LN, *Lithium Niobate*) y accionado a una frecuencia de 9.95328 GHz. Esto forma un peine óptico de 29 armónicos que ocupan 290 GHz y que luego es dividido en dos señales idénticas.

Con una de las señales se genera un tren de pulsos ópticos de 9.95328 GHz, con un ciclo de trabajo de aproximadamente 6%. Luego, esta señal es modulada en 32-QAM mediante dos generadores AWG a 20 Gmuestras/s, obteniendo como resultado una señal con retorno a cero a una velocidad de transmisión de 50 Gbps. A continuación, la señal de datos se multiplexa en el tiempo 4 veces mediante un circuito PLC (*Planar Lightwave Circuit*) para finalmente ser multiplexada por polarización con un PBC, para generar una señal de datos de 400 Gbps.

Por otra parte, de la copia restante del peine óptico se extrae el decimotercer armónico mediante un filtro óptico de rejilla de fibra de Bragg (FBG, *Fiber Bragg Grating*) que servirá como tono piloto para el funcionamiento del lazo asegurado de fase óptico (OPLL, *Optical Phase-Locked Loop*) en el receptor. Los datos y el tono piloto son combinados y transmitidos a través de un enlace de fibra de 225 km. Este enlace se forma de 3 tramos de 75 km, cada uno de ellos consta de 50 km de fibra SSMF, 25 km de fibra DCF (coeficiente de dispersión cromática de  $-40$  ps/nm·km) y un amplificador EDFA.

El receptor se forma de dos circuitos principales, el detector óptico coherente y el circuito OPLL. Este último junto con un circuito de recuperación de reloj y un modulador EAM permiten la generación de un tren de pulsos con fase sincronizada a la del transmisor, logrando así aumentar la precisión de la demultiplexación y de la demodulación.

### **2.2.2 ORTH-OTDM 8-QAM**

En el reporte presentado en [29], se demuestra experimentalmente la transmisión WDM de cuatro canales a 480 Gbps, cada canal de 100 GHz transporta una señal óptica ORTH-OTDM<sup>26</sup> (*ORTHogonal Optical Time Division Multiplexing*) de 80 GBd multiplexada por división de polarización y con modulación 8-QAM.

En este experimento, se utilizan cuatro láseres ECL sintonizables, con anchura espectral de 100 kHz y una potencia de salida de 14.5 dBm. Con la luz de cada laser se genera una señal ORTH-OTDM de dos tonos. Para ello, primero se genera un peine óptico bloqueado en frecuencia y con fase lineal, mediante un modulador MZM accionado por una fuente de reloj a 40 GHz. La señal resultante pasa por un filtro óptico sintonizable que mantiene la polarización (PM-TOF, *Polarization Maintaining Tunable Optical Filter*) para suprimir los componentes no deseados del peine y controlar el número de canales OTDM. Como resultado en el dominio del tiempo se tiene una secuencia de pulsos sinc con un periodo de 25 ps, la cual es modulada con 8-QAM mediante dos señales a 40 GBd generadas por un conversor DAC, que contienen un 20% de redundancia del uso de FEC. Luego, la señal es dividida por un acoplador PCM, para agregar un retardo a una de ellas y recombinarlas, obteniendo una señal OTDM a 240 Gbps. Finalmente, mediante un emulador PDM se consigue obtener una velocidad de 480 Gbps.

La señal WDM de 4 canales resultante es enviada a un bucle de fibra recirculante que se compone de 5 tramos de 80 km de fibra SSMF, con amplificación EDFA y sin

---

**ORTH-OTDM**<sup>26</sup> Es una técnica de multiplexación basada en TDM que utiliza un tren de pulsos ópticos Nyquist, que consigue reducir significativamente el ancho de banda de la señal sin ISI y por tanto se tiene más tolerancia a la dispersión cromática y la dispersión por modo de polarización.

compensación de dispersión cromática, logrando una distancia máxima de 1600 km. En el lado del receptor la información es recuperada mediante detección coherente y procesada digitalmente donde se compensa la dispersión cromática.

### **2.2.3 OTDM 16-QAM**

En 2011 se demostró la transmisión óptica de 8 canales a 448 Gbps (7% de sobrecarga por el uso de FEC) multiplexados por longitud de onda, a lo largo de 250 km de fibra ULAF. Cada canal, ocupando 100 GHz, contiene una señal OTDM a 56 GBd con multiplexación PDM y modulación 16-QAM [30].

En el transmisor, se usan 8 láseres DFB que se agrupan en canales pares e impares. Para cada grupo, se utiliza un modulador EAM accionado sinusoidalmente para generar un tren de pulsos a 28 GHz con el 50% de ciclo de trabajo. A continuación, este tren de pulsos es amplificado mediante un EDFA, para luego ser llevado a un modulador MZM, accionado por dos señales a 28 GBd provenientes de dos arreglos de compuertas lógicas programables en campo (FPGA, *Field Programmable Gate Array*), obteniendo así señales 16-QAM de 28 GBd con retorno a cero. Posteriormente, los ocho canales WDM se intercalan asignando una anchura de 100 GHz a cada canal, entre 193.4 THz y 194.1 THz y son ecualizados mediante un conmutador selectivo de longitud de onda. Por último, para emular la multiplexación OTDM se utiliza un multiplexor de línea de retardo de fibra óptica (OMUX, *Optical fiber delay-line MULTipleXer*), con lo que se consigue una señal 16-QAM de 56 GBd. También se usa una etapa de multiplexación de polarización, para generar la señal de datos a 448 Gbps.

Los 8 canales WDM son enviados por un enlace de fibra que se compone de 3 tramos, dos de ellos de 80 km y un de 90 km. La atenuación generada a lo largo de cada tramo es compensada por un amplificador EDFA. Finalmente, en el receptor, el OSNR (*Optical Signal-to-Noise Ratio*) se ajusta con un atenuador óptico variable (VOA, *Variable Optical Attenuator*) y un preamplificador EDFA. Luego se separan los canales WDM mediante filtros, que posteriormente son detectados coherentemente y procesados digitalmente para compensar la dispersión cromática.

## **2.3 400G CON MULTIPLEXACIÓN ETDM**

En el presente subcapítulo, se realiza un estudio de algunos sistemas ópticos 400G basados en ETDM, dichos sistemas se organizan en diferentes secciones dependiendo del tipo de modulación que usen.

### 2.3.1 MODULACIÓN QPSK

En 2013 se demuestra la transmisión WDM de 10 canales a 107 GBd con multiplexación PDM y modulación QPSK, a lo largo de 4800 km de fibra de área efectiva ultra grande. Considerando el uso de FEC convencional, con una sobrecarga de 7%, cada canal opera a 400 Gbps [31].

En el transmisor, las señales de 5 láseres DFB espaciados en 240 GHz son mezcladas en WDM y amplificadas. La señal resultante del anterior proceso ingresa a un modulador MZM, el cual es accionado por dos señales ETDM a 107 Gbps, consiguiendo así que cada uno de los 5 canales tenga una señal modulada en QPSK con una velocidad de transmisión de 214 Gbps. Tras la modulación, la señal pasa por filtros ópticos programables, para garantizar que cada uno de los canales ópticos ocupe un ancho de banda de 110 GHz. A continuación, se coloca un generador de doble tono implementado en un MZM, para que cada uno de los 5 canales ópticos se convierta en dos copias desplazadas en frecuencia a -60 GHz y + 60 GHz con respecto a la frecuencia del láser original, consiguiendo así tener 10 canales con un espaciamiento de 120 GHz. Finalmente, las señales WDM se multiplexan por polarización utilizando un emulador PDM estándar con un retardo de 15 ns entre las polarizaciones.

Las pruebas de transmisión se realizan utilizando un bucle de recirculación, formado por cuatro tramos de 100 km de fibra ULAF y utilizando amplificación híbrida Raman/EDFA. En el receptor los canales son separados mediante filtros ópticos de 125 GHz de ancho de banda, para que luego la información de cada canal sea recuperada mediante un detector óptico coherente y procesada digitalmente. En ese procesamiento se incluye la compensación de dispersión cromática.

En [32] se demuestra la transmisión WDM de 8 canales a 128.8 GBd con PDM y modulación QPSK, alcanzando una distancia máxima de 10130 km sobre fibra TeraWave SLA+<sup>27</sup>. La tasa de datos resultante para cada canal es de 515.2 Gbps, lo que permite el uso de SD-FEC (*Soft-Decision Forward-Error-Correction*) con una sobrecarga de datos mayor al 20% que se traduce en una transmisión sin errores incluso con un BER igual a  $2.4 \times 10^{-3}$ .

La configuración del transmisor y del receptor presentadas en este experimento son muy similares a las descritas en el anterior ejemplo, con las siguientes modificaciones:

---

**TeraWave SLA+<sup>27</sup>** Es una fibra de gran área efectiva diseñada para transmisiones transoceánicas, su atenuación es de 0.184 dB/km y su coeficiente de dispersión cromática es de 20 ps/nm·km.

- Las señales binarias eléctricas que alimentan al modulador MZM tienen una velocidad de transmisión de 128.8 Gbps.
- El espaciamiento entre los diferentes canales ópticos WDM es de 200 GHz.
- Cada uno de los canales pasa por un proceso de preecualización, que aumenta la potencia de los componentes de alta frecuencia y atenúa los de baja frecuencia. Esto se hace para compensar el limitado ancho de banda de los componentes optoelectrónicos de transmisión y recepción.

## 2.3.2 MODULACIÓN QAM

### 2.3.2.1 9-QAM

En 2013 se demuestra la transmisión WDM de 8 canales denominados Super-Nyquist<sup>28</sup> a 480 Gbps a lo largo de 5000 km de fibra monomodo estándar con amplificación Raman cada 50 km. Cada canal de 100 GHz transporta dos subportadoras 9-QAM<sup>29</sup> de 240 Gbps, logrando una eficiencia espectral neta de 4 bps/Hz, después de excluir el 20% de sobrecarga del uso de SD-FEC [33].

En el transmisor, 16 láseres ECL con anchura espectral menor a 100 kHz, un espaciamiento de 50 GHz y una potencia de salida de 14.5 dBm, se dividen en dos grupos como subportadoras pares e impares. Cada grupo es acoplado a un modulador MZM accionado por dos señales binarias a 60 Gbps que modularán las 8 subportadoras del grupo con QPSK. A continuación, cada grupo ya modulado pasa a un emulador PDM, con un retardo de aproximadamente 100 símbolos entre las dos polarizaciones.

Posteriormente, las subportadoras pares e impares se filtran espectralmente para conseguir las señales de constelación tipo 9-QAM, mediante un filtro de Super-Nyquist, que se compone de un filtro de retardo y adición QDB (*Quadrature DuoBinary*) en cascada con un filtro SRRC (*Square Root Raised Cosine*) con *roll-off* muy cercano a cero. Finalmente se combinan todos los canales mediante un WSS programable con un ancho de banda de 50 GHz por canal, para luego ser transmitidos en un enlace sin compensación de dispersión cromática, esto ya que dicha compensación se realiza eléctricamente en el receptor coherente.

---

**Super-Nyquist<sup>28</sup>** También conocido como Faster-than-Nyquist, es una técnica que permite la transmisión de señales en un ancho de banda menor que su velocidad de símbolo, mediante el uso de un filtrado óptico de banda estrecha o un prefiltrado eléctrico.

**9-QAM<sup>29</sup>** Es un tipo de modulación puede considerarse como una superposición de dos series de símbolos duobinarios 3-ASK en un plano complejo.

Al siguiente año, se reporta en [34] la modificación del sistema descrito anteriormente para conseguir la transmisión de una señal WDM con 20 canales Super-Nyquist de una sola portadora a 440 Gbps a lo largo de 3600 km. Cada canal cuenta con un ancho de banda de 100 GHz y transporta una señal del tipo 9-QAM, con lo que se obtiene una eficiencia espectral de 4 bps/Hz si se considera el uso de un 10% de redundancia para corrección de errores FEC.

Para ello, la estructura del transmisor se ajusta para trabajar con canales de 100 kHz en lugar de 50 kHz y para la modulación se requiere señales ETDM de 110 Gbps. Por otra parte, en el enlace de transmisión se reemplaza la fibra óptica monomodo estándar usada anteriormente por fibra ULAF, con lo cual se logra que la amplificación de Raman se realice cada 100 km. Así mismo en el receptor se usan conversores ADC más rápidos que trabajan a 160 Gmuestras/s, pero manteniendo el resto de las características.

### **2.3.2.2 16-QAM**

En 2010 se logra transmitir una señal a 56 GBd con multiplexación PDM y modulación 16-QAM, consiguiendo una velocidad de transmisión de 448 Gbps, una eficiencia espectral de 4 bps/Hz y una distancia de 1200 km [35].

Para este experimento se usa un láser ECL trabajando a 1555.74 nm y con una anchura espectral menor a 100 kHz. La señal del láser es modulada con 16-QAM mediante un modulador MZM activado por dos señales de 4 niveles a 56 GBd, creadas mediante la multiplexación de cuatro copias decorrelacionadas de una secuencia de bits pseudoaleatoria. A continuación, la salida óptica del modulador es convertida en una señal con retorno a cero (RZ) con un ciclo de trabajo del 50% mediante un MZM impulsado diferencialmente por ondas sinusoidales de 56 GHz. Finalmente, la señal óptica 16-QAM con RZ pasa a un emulador PDM con 20 ns de retardo entre las polarizaciones, para obtener una señal con una velocidad de transmisión de 448 Gbps.

La señal resultante es transmitida por 1200 km de fibra ULAF con amplificación Raman cada 100 km. La información de la señal es recuperada en el receptor mediante detección coherente. De la misma forma en el receptor se realiza un procesamiento digital de señales para compensar el sesgo de muestreo, los errores de fase y la dispersión cromática.

En 2011 se reporta la transmisión WDM de 40 canales a 56 GBd con PDM-16-QAM a lo largo de 1200 km de fibra monomodo con corte desplazado (CSF, *Cut-off Shifted Fiber*). Cada canal tiene una velocidad de transmisión de 448 Gbps y un ancho de banda de 100

GHz, lo que supone una eficiencia espectral neta de 4 bps/Hz, después de retirar el 7% de la sobrecarga usada para el control de errores FEC [36].

En el transmisor, 40 láseres DFB, espaciados a 100 GHz se separan en dos grupos, un grupo para los canales pares y otro para los impares. Cada uno de estos grupos se modula con QPSK independientemente por un modulador MZM alimentado por dos señales eléctricas a 56 Gbps. Luego, utilizando un dispositivo convertidor de QPSK a QAM de la empresa Kyria, las señales moduladas en QPSK se convierten en señales 16-QAM. A continuación, cada grupo de señales pasan a un emulador PDM que duplica la velocidad de transmisión. Por último, los dos grupos se combinan mediante un filtro óptico programable.

La señal WDM de 40 canales resultante es amplificada por un EDFA y es enviada a un bucle de recirculación, el cual se compone de 12 tramos de fibra CSF de 50 km y un amplificador EDFA después de cada tramo. No se usa fibra compensadora de dispersión cromática, porque en el receptor coherente se utiliza procesamiento digital capaz de compensar dicha dispersión.

En [37] se demuestra la transmisión exitosa de 5 canales WDM a 64 GBd con modulación 16-QAM y multiplexada por polarización, a lo largo de 7200 km de fibra CSF. Cada canal tiene una velocidad de transmisión de 512 Gbps y ocupa un ancho de banda de 75 GHz, lo que equivale a una eficiencia espectral de 5.33 bps/Hz después de excluir el 27.3% de redundancia correspondiente al FEC. Esto se logra mediante el uso de convertidores DAC de alta velocidad para generar las señales eléctricas para el modulador, la conformación de pulsos de Nyquist que permite reducir el ancho de canal a 75 GHz y el uso de un filtro de preénfasis para mejorar las altas frecuencias y mitigar el ISI. La composición del enlace óptico y la estructura del receptor usados en esta experimentación se mantienen sin cambios con respecto al caso descrito en el párrafo anterior.

En 2020, la OIF publica su acuerdo de aplicación de la tecnología 400ZR [38], con el objetivo de permitir implementaciones interoperables y rentables de 400 Gbps basadas en la modulación PDM-16QAM coherente de una sola portadora, para distancias de hasta 120 km. Para ello se establece el uso de DSP de baja potencia, detección coherente y FEC concatenado<sup>30</sup> con una sobrecarga del 14.8%.

---

**FEC concatenado**<sup>30</sup> Es un esquema de corrección de errores hacia adelante, el que se compone de dos etapas FEC en serie (un FEC interno y un FEC externo) con lo que se logra una alta ganancia de codificación.

### 2.3.2.3 32-QAM

En 2011 se demuestra la primera transmisión de 400G en 8 canales de 50 GHz de ancho de banda, a lo largo de 400 km. Para lograrlo, cada canal transporta una señal de datos a 450 Gbps modulada con 32-QAM, multiplexada con PDM y usando conformación de pulso de Nyquist [39].

Para la transmisión, 8 láseres ECL son separados en grupos para canales pares e impares, que luego son modulados independientemente. Para la modulación, la señal de cada grupo es dividida por un acoplador óptico de 3 dB.

Una de las salidas se envía a un modulador Mach-Zehnder accionado con un reloj de 9.2 GHz para generar dos subportadoras desplazadas 9.2 GHz respecto a las longitudes de onda originales. Después esta señal es amplificada con un EDFA y pasa a un filtro intercalador<sup>31</sup> (ILF, *InterLeaver Filter*) que logra suprimir las longitudes de onda originales. La señal resultante es dividida por igual entre las dos salidas de un divisor de haz de polarización. La primera de las salidas es llevada a un modulador MZM accionado por señales eléctricas a 9 GBd preecualizadas en frecuencia y filtradas por un filtro de Nyquist que modula la señal con 32-QAM. La segunda salida del PBS es llevada a otro modulador MZM accionado con un reloj de 9.2 GHz, que genera tonos a -18.4 GHz y +18.4 GHz con respecto a las longitudes de onda originales. A continuación, mediante dos ILF se inserta la señal original proveniente de la segunda salida del acoplador óptico de 3 dB, lo que resulta en una señal con tres subportadoras espaciadas 18.4 GHz por cada canal. Esta señal es modulada con 32-QAM mediante un MZM. Luego, las dos señales moduladas son combinadas obteniendo canales de 225 Gbps con 5 subportadoras, dicha velocidad es posteriormente duplicada mediante un emulador PDM.

Los canales pares e impares son combinados y transmitidos a través de un enlace óptico formado por 4 tramos de 100 km de fibra ULAF con amplificación Raman y un ROADM con ancho de banda de 50 GHz. Finalmente, se utiliza un receptor coherente con DSP para la detección, demodulación y compensación de distorsiones de la señal PDM-32-QAM recibida.

En [40], se realiza un nuevo experimento, usando el mismo transmisor óptico del ejemplo anterior para conformar un sistema de 5 canales a 450 Gbps con PDM y 32-QAM. La distancia de transmisión se mejora hasta 800 km, ya que se inserta un conformador

---

**Filtro Intercalador**<sup>31</sup> Es un dispositivo que ayuda en aplicaciones de multiplexación y demultiplexación. En su forma de MUX combina dos canales en una única salida con la mitad de separación de frecuencias que la entrada.



espectral óptico dinámico<sup>32</sup> de banda ancha y con una resolución de 1 GHz, seguido de un EDFA de refuerzo antes del ROADM con el objetivo de contrarrestar los efectos de filtrado del ROADM.

#### 2.3.2.4 64-QAM

En [41] se demuestra la transmisión de 5 canales PDM-64QAM a 42.66 GBd alcanzando una distancia de 300 km sobre fibra ULAF. Cada canal tiene un ancho de banda de 50 GHz y una velocidad total de 512 Gbps con una redundancia del 24% para la corrección de errores FEC.

En el transmisor, se usan dos conversores DAC, operando a 88 Gmuestras/s para generar las señales prefiltradas con un filtro de Nyquist y precompensadas en frecuencia que alimentan a los dos moduladores. El primer DAC junto con uno de los moduladores se usa para generar el canal de prueba que será detectado en el receptor. Por otra parte, el segundo DAC permite modular los otros 4 canales que se envían junto al de prueba.

Finalmente, los 5 canales son multiplexados mediante un WSS y enviados a un bucle de recirculación, que consta de 3 tramos de fibra ULAF Sumitomo Z++ de 100 km de longitud con un área efectiva de  $135 \mu\text{m}^2$ , una atenuación de 0.16 dB/km y un coeficiente de dispersión cromática de 21 ps/nm·km. Cada tramo cuenta con un amplificador EDFA para compensar las pérdidas causadas por la fibra. En recepción, el canal de prueba es separado del resto mediante un filtro programable y pasa a un detector óptico coherente, para que luego el DSP realice la compensación de la dispersión cromática, la compensación del desplazamiento de frecuencia y otras tareas.

#### 2.3.2.5 QAM de orden superior

En [42] se demuestra la transmisión de una sola portadora con modulación 128-QAM, con una velocidad de transmisión neta de 400 Gbps a lo largo de 156 km de fibra monomodo estándar. Así mismo, se reporta la transmisión WDM de 30 de estas portadoras separadas 56.25 GHz, alcanzando una distancia máxima de 80 km.

Para la generación de los datos se usa una secuencia binaria pseudoaleatoria (PRBS, *PseudoRandom Binary Sequence*), a la que se le añaden una sobrecarga del 39.7% correspondiente al uso de SD-FEC (35%) y símbolos de entrenamiento (4.7%). Luego, se implementa una predistorsión digital para compensar los efectos lineales y no lineales del

---

**Conformador Espectral Óptico Dinámico**<sup>32</sup> Es un dispositivo que permite modificar el espectro de una señal óptica con el objetivo de precompensar los efectos que pueden ser causados por otros dispositivos ópticos como ROADM.

transmisor. A continuación, los datos son llevados a un conversor DAC de 4 canales para generar las 4 señales que alimentan al modulador DP-MZM (*Dual Polarization Mach-Zehnder Modulator*), que modula la señal portadora proveniente de un láser ECL, con 128-QAM y emula la multiplexación por polarización. Como resultado se tiene una señal óptica a 42 GBd y una tasa de transmisión total de 588 Gbps.

Para crear la señal WDM de 30 canales, se usa dos transmisores independientes. Con el primero se genera un canal de prueba, mientras que con el segundo transmisor se generan los 29 canales restantes. Finalmente se unen las señales de los dos transmisores mediante un acoplador óptico, la señal resultante es transportada por un enlace de fibra SSMF de 80 km desplegada entre Turín y Chivasso en Italia. En el receptor la señal óptica WDM es amplificada y el canal de prueba es recuperado mediante un filtro óptico para luego pasar a un receptor coherente donde se recupera la información.

En 2016 se demuestra por primera vez la transmisión de WDM de 7 canales a 30 GBd, con una modulación 256-QAM y multiplexación PDM, alcanzado una distancia máxima de 52 km sobre fibra monomodo estándar. Cada canal tiene una tasa de transmisión total de 480 Gbps y ocupa un ancho de banda óptico de 50 GHz, lo que equivale a una eficiencia espectral neta de 8 bps/Hz, si se usa un 20% de redundancia para la corrección de errores [43].

El transmisor usa un mezclador de ondas de choque<sup>33</sup> alimentado por un láser de frecuencia fija para generar un peine óptico con separación de 50 GHz entre cada tono. Luego, mediante un filtro óptico se seleccionan 7 tonos para que sirvan de portadoras en el experimento, los mismos que luego son divididos en portadoras pares e impares por un *interleaver*. A continuación, cada grupo se modula con 256-QAM independientemente mediante un modulador DP-MZM accionado por 4 señales generadas en un AWG que trabaja a 92 Gmuestras/s. Posteriormente, cada conjunto de canales modulados es amplificado con un EDFA para luego ser multiplexados con un procesador óptico que hace las funciones de un *interleaver*.

Por último, los 7 canales WDM son enviados por el enlace de fibra monomodo estándar de 52 km. Tras la transmisión, todos los canales se amplifican mediante un EDFA y a través de un filtro sintonizable se selecciona el canal que pasará a cada receptor óptico coherente.

---

**Mezclador de Ondas de Choque**<sup>33</sup> Es un tipo de generador de peine que basado en el efecto no lineal mezcla de cuatro ondas (*Four Wave Mixing*) que usa una alimentación de onda continua y de baja potencia.

## 2.3.3 MODULACIÓN QAM HÍBRIDA EN EL DOMINIO DEL TIEMPO

### 2.3.3.1 32/64-QAM

En 2012 se reporta por primera vez la demostración experimental del uso de QAM híbrido<sup>34</sup> en el dominio del tiempo para transmitir 5 canales WDM a 504 Gbps a lo largo de 1200 km de fibra ULAF. La señal óptica de cada canal tiene una modulación 32/64-QAM y está multiplexada por polarización. El ancho de banda óptico que ocupa cada canal es de 50 GHz con lo que se obtiene una eficiencia espectral neta de 8.4 bps/Hz después de excluir el 20% de redundancia correspondiente al uso de SD-FEC [44].

En el transmisor, se usan 5 láseres ECL con una anchura espectral de 100 kHz, estos son agrupados en canales pares e impares, por lo que los canales de cada grupo están separados entre ellos en 100 GHz.

Para cada canal, se generan 5 subportadoras separadas 9.2 GHz mediante 2 moduladores MZM, las cuales son separadas en subportadoras pares e impares. Las dos subportadoras pares pasan a un modulador MZM alimentado por una señal de 9 GBd, filtrada por un filtro Nyquist con *roll-off* de 0.01, con modulación 64-QAM y preecualizada digitalmente. Por otra parte, las tres subportadoras impares son moduladas por un MZM controlado por una señal preecualizada de 9 GBd con modulación híbrida 32/64-QAM. Esta modulación híbrida se consigue creando tramas TDM que constan de tres símbolos: el primer símbolo es 64-QAM y los dos siguientes son 32-QAM. Para facilitar el procesamiento, la distancia euclidiana para la modulación 64-QAM y la modulación 32-QAM está diseñada para ser idéntica, lo que da lugar a una constelación similar a la de 64-QAM con una probabilidad de ocupación de la constelación desigual.

El objetivo principal de utilizar diferentes formatos de modulación para las subportadoras pares e impares es comprobar que la modulación híbrida 32/64-QAM en el dominio del tiempo es más tolerante que la modulación 64-QAM estándar a las imperfecciones de implementación, como el limitado ancho de banda de los equipos eléctricos, distorsiones lineales y no lineales de los elementos ópticos, entre otros.

A continuación, las 2 subportadoras pares, cada una con una velocidad de 54 Gbps y las 3 subportadoras impares cuya velocidad es de 48 Gbps se combinan mediante un acoplador óptico formando una señal de 252 Gbps. Por último, esta señal pasa a un emulador PDM donde se duplica la velocidad de transmisión y es llevada al bucle de

---

**QAM híbrido**<sup>34</sup> Es una técnica de multiplexación, en la cual se asignan dos QAM regulares con diferente eficiencia espectral a diferentes ranuras de tiempo dentro de una trama TDM.

recirculación que se compone de cuatro tramos de 100 km de fibra ULAF, un amplificador Raman por tramo y un WSS. Tras la transmisión de 1200 km, cada subportadora se recibe de forma independiente haciendo pasar la señal a través de un filtro óptico sintonizable y se detecta con un receptor coherente con DPS, que compensa la dispersión cromática.

En 2013, el mismo grupo de investigadores consiguen demostrar con éxito la transmisión de diez señales WDM de 494.85 Gbps a lo largo de 3200 km de fibra ULAF. Cada canal usa PDM, modulación híbrida 32/64-QAM y conformación de pulso Nyquist casi ideal para conseguir una eficiencia espectral de 8.25 bps/Hz tras excluir el 20% de sobrecarga correspondiente a la corrección de errores SD-FEC [45].

En el transmisor, al igual que en el ejemplo anterior, se generan 5 subportadoras para cada uno de los canales, las cuales son divididas en subportadoras pares y subportadoras impares. Posteriormente, las subportadoras pares e impares son moduladas por dos moduladores MZM independientes, cada uno de ellos accionado por una señal de 9.7 GBd con modulación híbrida 32/64-QAM, conformación de pulso de Nyquist con *roll-off* de 0.01 y preecualización en el dominio de la frecuencia. A continuación, los dos conjuntos de subportadoras se combinan de forma pasiva y se multiplexan por polarización dando lugar a una señal de 494.85 Gbps que ocupa un ancho de banda de 49.3 GHz.

Una vez modulados los 10 canales, estos son combinados por medio de un acoplador óptico y son enviados a un bucle de transmisión recirculante, que consta de cuatro tramos de 100 km de fibra ULAF y un amplificador Raman con bombeo contradireccional por cada tramo. En el receptor, cada subportadora se recibe de forma independiente haciendo atravesar la señal por un filtro óptico sintonizable para luego pasar a un receptor óptico coherente que recupera la información y la procesa digitalmente.

### **2.3.3.2 QPSK/8-QAM**

En [46], se demuestra la transmisión de 8 canales WDM que transportan señales a 495 Gbps alcanzando una distancia máxima de 12000 km. Cada canal está multiplexado con PDM, tiene una modulación híbrida en el dominio del tiempo QPSK/8-QAM y ocupa un ancho de banda óptico de 100 GHz, obtenido así una eficiencia espectral de 4.125 bps/Hz después de excluir el 20% de redundancia correspondiente al SD-FEC.

En este experimento, se utilizan diez subportadoras por cada canal de 495 Gbps. Para ello, cada canal se genera mediante dos láseres espaciados 49.8 GHz, cuya luz se

combina en un acoplador óptico y pasa a un generador de subportadoras. Ya teniendo las 10 subportadoras espaciadas 9.9 GHz, estas son separadas en subportadoras pares e impares. A continuación, los dos conjuntos de subportadoras son modulados por dos moduladores MZM independientes, cada uno de ellos accionado con una señal de 9.7 GBd con modulación QPSK-8QAM híbrida en el dominio del tiempo. Finalmente, la señal pasa por un emulador PDM y es llevada al bucle recirculante formado por tramos de 100 km fibra ULAF y un amplificador Raman en cada tramo. Después de recorrer 12000 km, los datos son recuperados por receptores ópticos coherentes que usan DPS para compensar distorsiones como la dispersión cromática.

## 2.3.4 MODULACIÓN PS-QAM

### 2.3.4.1 PS-64-QAM

En 2017, se presenta los resultados de un experimento que permite la transmisión, en un canal óptico de 50 GHz, de una sola portadora 400G con modulación 64-QAM conformada probabilísticamente (PS<sup>35</sup>, *Probabilistically Shaped*) sobre fibra SSMF. Para ello se usan dos variantes de esa modulación: PS-64-QAM con una entropía de 5.75 bits/símbolo alcanzando una distancia de 560 km y PS-64-QAM con entropía de 5.5 bits/símbolo para una distancia máxima de 720 km [47].

En el transmisor, una secuencia de bits aleatoria pasa a un comparador de distribución (DM<sup>36</sup>, *Distribution Matcher*) que transforma la secuencia de bits de datos en una secuencia de símbolos distribuidos no uniformemente dependiendo de la entropía deseada. Estos símbolos se representan mediante etiquetas binarias y se codifican mediante un codificador binario FEC. A continuación, la salida del codificador FEC es mapeada en una secuencia de símbolos 64-QAM, preecualizada en el dominio de la frecuencia y filtrada por un filtro Nyquist con *roll-off* de 0.1. Finalmente, la secuencia de símbolos PS-64-QAM pasa a un conversor DAC que genera cuatro señales analógicas que modulan la luz de un láser ECL mediante un modulador DP-MZM.

La señal modulada con una velocidad de transmisión de 543 Gbps (25% de redundancia por uso de FEC) es amplificada por un EDFA y filtrada por un filtro AWG, antes de ser

---

**PS-QAM<sup>35</sup>** Es un esquema de modulación basado en QAM, en que se hace que los puntos de la constelación QAM con potencias más bajas se transmiten con una mayor probabilidad. Como resultado, la potencia media de los símbolos puede reducirse. Una descripción más detallada del funcionamiento de este esquema de modulación consta en el Anexo I.

**DM<sup>36</sup>** Se puede considerarse como un codificador que asigna un número de bits de entrada a un símbolo no binario. El conjunto de símbolos posibles se elige de forma que se emule una distribución determinada de salida.

enviada por un enlace de transmisión formado por 9 tramos de 80 km de fibra monomodo estándar amplificados por EDFA. En el lado del receptor, la señal es nuevamente amplificada por un EDFA y filtrada para pasar a un receptor coherente. Luego, la señal digital resultante de la detección pasa a un DSP que compensa su dispersión cromática y demodula los datos. Finalmente, los datos pasan por un DM inverso que recupera la secuencia de bits original.

Con base en el experimento antes descrito, en 2018 se demuestra un sistema WDM de 8 canales con una separación de frecuencias de 50 GHz. Cada canal puede realizar la transmisión de una señal a 528 Gbps con modulación PS-64-QAM, a lo largo de 3000 km de fibra monomodo en un sistema terrestre [48].

En el transmisor óptico, se usan ocho láseres ECL con una anchura espectral inferior a 100 kHz y una separación de 50 GHz. A continuación, los 4 canales pares y los 4 canales impares son combinados por separado por dos acopladores ópticos independientes. Cada grupo de canales pasa a un modulador DP-MZM alimentado por dos señales eléctricas PS-64-QAM independientes. Estas señales fueron generadas con el método descrito en el ejemplo anterior y tienen una entropía de 5.5 bits/símbolo. Por último, el conjunto de canales pares y el conjunto de canales impares son combinados mediante un acoplador óptico formando la señal WDM de 8 canales.

La señal resultante es amplificada por un EDFA y enviada por un bucle de recirculación de fibra formado por 4 tramos de 100 km de fibra ULAF cuyo coeficiente de atenuación es de 0.185 dB/km. Para cada tramo se utiliza un amplificador Raman con bombeo contradiereccional que tiene una ganancia de 20 dB para compensar la pérdida de señal. En el extremo del receptor, se emplea un filtro óptico sintonizable para seleccionar el canal deseado que después es detectado por un receptor coherente y procesado digitalmente.

#### **2.3.4.2 PS-16-QAM**

En 2018 se reporta un experimento que permite la transmisión coherente de 8 canales WDM con tasa de transmisión de 506 Gbps, incluido el 25% de redundancia correspondiente al uso de FEC, y un alcance máximo de 6000 km. Cada canal usa una modulación PS-16-QAM con entropía de 3.8261 bits/símbolo y multiplexación PDM [49].

Para este experimento se usan ocho láseres ECL con un ancho espectral menor a 100 kHz a un espaciamiento de 75 GHz. Los canales pares e impares se agrupan entre sí,

para que luego cada grupo pase a un modulador óptico HB-CDM<sup>37</sup> (*High-Bandwidth Coherent Driver Modulator*), el cual está controlado por dos señales eléctricas PS-16-QAM independientes. Estas señales se crean digitalmente, aplicando el método mencionado en los ejemplos anteriores, y luego son convertidas en señales analógicas. Finalmente, la salida de los dos moduladores se combinan mediante un OC para generar una señal WDM de ocho canales con modulación PDM-PS-16-QAM, dicha señal es amplificada por un EDFA y enviada a un bucle de recirculación de fibra. Dicho bucle está conformado por 15 tramos de 400 km de fibra ULAF y un amplificador Raman con bombeo contradireccional por cada tramo. En el lado del receptor, la recuperación de los datos se da mediante un detector óptico seguido de un DSP que logra compensar la dispersión cromática y permite el cálculo del BER.

### 2.3.5 MODULACIÓN IPM

En [50] se demuestra que usando la modulación polar interactiva (IPM, *Iterative Polar Modulation*) junto con la multiplexación por polarización se puede lograr la transmisión de una señal a 400 Gbps, en un canal óptico de 75 GHz, a lo largo de 2250 km de fibra óptica monomodo estándar.

La modulación IPM propuesta en este experimento, genera constelaciones óptimas basadas en un procedimiento iterativo de cuantificación polar [51], que trata de minimizar el error cuadrático medio de cuantificación (QMSE, *Quantization Mean Square Error*). En IPM, los puntos de la constelación se distribuyen en círculos de radio determinado por la distribución de Rayleigh y las coordenadas óptimas de cada punto se obtienen de forma iterativa, aplicando ciertas ecuaciones hasta la convergencia. En el Anexo II de este trabajo se tiene un artículo científico que explica más detalladamente el fundamento matemático y funcionamiento de la modulación IPM. Por otra parte, en esta demostración para obtener una velocidad de transmisión de 400 Gbps se usa una modulación IPM con 16 puntos (16-IPM).

En el transmisor, se tienen 2 fuentes de información independientes. Los flujos de datos provenientes de estas fuentes pasan a codificadores LDPC idénticos que utilizan códigos LDPC cuasiperiódicos<sup>38</sup>. A continuación, cada una de las salidas de los codificadores pasa a un mapeador IPM, que mapea cada 4 bits en un punto de la constelación IPM basándose

---

**HB-CDM<sup>37</sup>** Es un circuito integrado optoelectrónico compuesto por controladores coherentes y un modulador de cuadratura multiplexado por polarización.

**LDPC cuasiperiódico<sup>38</sup>** Es una clase de códigos LDPC estructurados que permite una codificación de baja complejidad con registros de desplazamiento simples.

en una tabla de búsqueda. Luego cada señal 16-IPM pasa a un modulador MZM que modula una de las polarizaciones de la luz del láser DFB. Finalmente, las dos polarizaciones pasan a un PBC y son combinadas formando la señal óptica a 400 Gbps.

La señal PDM-IPM resultante es enviada por el enlace de fibra SSMF de 2250 km con amplificación EDFA cada 100 km. En el receptor la señal que se recibe es detectada coherentemente y procesada digitalmente.

## **2.3.6 MODULACIÓN PAM**

### **2.3.6.1 PAM-4**

En [52] se demuestra mediante una simulación en Optsim, la posibilidad de transmitir una señal a 400 Gbps modulada con PAM-4 en un ancho de banda óptico de 200 GHz y alcanzando una distancia de 20 km sobre fibra monomodo estándar.

En el transmisor, se usa un láser de onda continua de tipo lorentziano cuya luz pasa a un modulador de intensidad MZM. Dicho modulador está controlado por una señal de 200 GBd de 4 niveles de amplitud, generada mediante un elemento de cosimulación Matlab. La señal PAM-4 resultante es enviada por un enlace de fibra monomodo estándar cuya atenuación es de 0.2 dB/km y cuyo coeficiente de dispersión cromática es de 16 ps/nm·km. Tras los 20 km de fibra se dispone una rejilla FBG para compensar la dispersión cromática acumulada. La detección de la señal óptica se hace directamente con un fotodiodo PIN.

### **2.3.6.2 PAM-8**

En el reporte presentado en [53] se informa la transmisión de una señal a 402 Gbps modulada con PAM-8, alcanzando una distancia máxima de 5 km sobre fibra SSFM.

En el transmisor, una secuencia binaria pseudoaleatoria se mapea en símbolos PAM-8 utilizando un mapeo Gray. Dicha secuencia pasa a un AWG que la convierte en una señal analógica a 134 GBd con modulación PAM-8 que pasa a un modulador externo EML<sup>39</sup> (*Electro-absorption Modulated Laser*) para su modulación óptica. En el receptor la señal es amplificada mediante un PDFA, para luego ser detectada directamente por un fotodiodo PIN con ancho de banda de 135 GHz y finalmente digitalizada por un osciloscopio.

---

**EML**<sup>39</sup> Es un dispositivo que integra un láser de onda continua y un modulador de electroabsorción en el mismo chip.



# 3 RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

## 3.1 RESULTADOS

En esta sección, se analizan y comparan algunas de las características técnicas y componentes más importantes que han posibilitado la realización de las soluciones de sistemas 400G que se presentan en el capítulo anterior; entre ellas se encuentran: el tipo de multiplexación, la modulación, la fibra óptica, el tipo de amplificación, entre otras. Este análisis comparativo se realiza con la finalidad de determinar las ventajas y limitaciones de dichas características. A partir de esto se analizará cuál de los sistemas ópticos 400G tiene mejores características y mejores resultados.

En la Tabla 3.1 se presenta un resumen de las características más relevantes de las principales soluciones para sistemas 400G descritas en el Capítulo 2.

**Tabla 3.1.** Resumen de soluciones 400G

Multiplexación	Modulación	Velocidad Tx Total [Gbps]	Eficiencia Espectral [bps/Hz]	Ancho de Banda [GHz]	Distancia [km]	Compensación de Dispersión
AO-OFDM	QPSK	400	2.67	150	1320	DCF
OFDM	32-QAM	457.6	9.15	50	80	Sin compensación
CO-OFDM	16-QAM	448	7.45	60.16	2000	EDC
OFDM	256-QAM	400	14.04	28.5	720	EDC
OFDM/OQAM	64-QAM	516.17	10.32	50	400	EDC
OTDM	32-RZ/QAM	400	5.33	75	225	DCF
ORTH-OTDM	8-QAM	480	4.80	100	1600	EDC
OTDM	16-QAM	448	4.48	100	250	EDC
ETDM	QPSK	428	3.89	110	4800	EDC
ETDM	QPSK	515.2	2.58	200	10130	EDC
ETDM	9-QAM	480	4.80	100	5000	EDC
ETDM	9-QAM	440	4.40	100	3600	EDC
ETDM	16-QAM	448	4.00	112	1200	EDC
ETDM	16-QAM	448	4.48	100	1200	EDC
ETDM	16-QAM	512	6.83	75	7200	EDC
ETDM	32-QAM	450	9.00	50	400	EDC
ETDM	32-QAM	450	9.00	50	800	EDC
ETDM	64-QAM	512	10.24	50	300	EDC
ETDM	128-QAM	588	10.45	56.25	80	Sin

						compensación
ETDM	256-QAM	480	9.60	50	52	Sin compensación
ETDM	32/64-QAM	504	10.08	50	1200	EDC
ETDM	32/64-QAM	494.85	10.04	49.3	3200	EDC
ETDM	QPSK/8-QAM	495	4.95	100	12000	EDC
ETDM	PS-64-QAM	543	10.86	50	720	EDC
ETDM	PS-64-QAM	528	10.56	50	3000	EDC
ETDM	PS-16-QAM	506	6.75	75	6000	EDC
ETDM	16-IPM	400	5.33	75	2250	EDC
ETDM	PAM-4	400	2.00	200	20	FBG
ETDM	PAM-8	402	2.98	135	5	Sin compensación

**Tabla 3.1.** Continuación: Resumen de soluciones 400G

<b>Multiplexación</b>	<b>Modulación</b>	<b>Uso de PDM</b>	<b>Amplificación</b>	<b>Tipo de Detección</b>	<b>Tipo de Fibra</b>	<b>Corrección de Errores</b>
AO-OFDM	QPSK	Sí	EDFA cada 83.44 km	Coherente	NZDSF	Sin corrección de errores
OFDM	32-QAM	Sí	EDFA cada 40 km	Coherente	SSMF	FEC 7% de redundancia
CO-OFDM	16-QAM	Sí	Raman cada 100 km	Coherente	ULAF	FEC 7% de redundancia
OFDM	256-QAM	Sí	Raman cada 80 km	Coherente	SSMF	FEC 7% de redundancia
OFDM/OQAM	64-QAM	Sí	Raman cada 80 km	Coherente	SSMF	FEC 20% de redundancia
OTDM	32-RZ/QAM	Sí	EDFA cada 75 km	Coherente	SSMF	FEC 7% de redundancia
ORTH-OTDM	8-QAM	Sí	EDFA cada 80 km	Coherente	SSMF	SD-FEC 20% de redundancia
OTDM	16-QAM	Sí	EDFA cada 80 km	Coherente	ULAF	FEC 7% de redundancia
ETDM	QPSK	Sí	Raman cada 100 km	Coherente	ULAF	FEC 7% de redundancia
ETDM	QPSK	Sí	Raman cada 101.3 km	Coherente	CSF	SD-FEC 20% de redundancia
ETDM	9-QAM	Sí	Raman cada 50 km	Coherente	SSMF	SD-FEC 20% de redundancia

ETDM	9-QAM	Sí	Raman cada 100 km	Coherente	ULAF	FEC 10% de redundancia
ETDM	16-QAM	Sí	Raman cada 100 km	Coherente	ULAF	FEC 7% de redundancia
ETDM	16-QAM	Sí	EDFA cada 50 km	Coherente	CSF	FEC 7% de redundancia
ETDM	16-QAM	Sí	EDFA cada 50 km	Coherente	CSF	SD-FEC 27.3% de redundancia
ETDM	32-QAM	Sí	Raman cada 100 km	Coherente	ULAF	FEC 7% de redundancia
ETDM	32-QAM	Sí	Raman cada 100 km	Coherente	ULAF	FEC 7% de redundancia
ETDM	64-QAM	Sí	EDFA cada 100 km	Coherente	ULAF	FEC 24% de redundancia
ETDM	128-QAM	Sí	EDFA cada 80 km	Coherente	SSMF	SD-FEC 35% de redundancia
ETDM	256-QAM	Sí	EDFA cada 52 km	Coherente	SSMF	SD-FEC 20% de redundancia
ETDM	32/64-QAM	Sí	Raman cada 100 km	Coherente	ULAF	SD-FEC 20% de redundancia
ETDM	32/64-QAM	Sí	Raman cada 100 km	Coherente	ULAF	SD-FEC 20% de redundancia
ETDM	QPSK/8-QAM	Sí	Raman cada 100 km	Coherente	ULAF	SD-FEC 20% de redundancia
ETDM	PS-64-QAM	Sí	EDFA cada 80 km	Coherente	SSMF	SD-FEC 25% de redundancia
ETDM	PS-64-QAM	Sí	Raman cada 100 km	Coherente	ULAF	SD-FEC 25% de redundancia
ETDM	PS-16-QAM	Sí	Raman cada 400 km	Coherente	ULAF	SD-FEC 25% de redundancia
ETDM	16-IPM	Sí	EDFA cada 100 km	Coherente	SSMF	FEC 7% de redundancia
ETDM	PAM-4	No	Sin Amplificación	Directa	SSMF	Sin corrección de errores
ETDM	PAM-8	No	PDFA en el receptor	Directa	SSMF	Sin corrección de errores

### 3.1.1 ANÁLISIS COMPARATIVO DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LOS SISTEMAS 400G

#### 3.1.1.1 Multiplexación

OFDM es un esquema de multiplexación donde los datos se transmiten en paralelo en varias subportadoras ortogonales. Esto presenta ventajas en la comunicación de señales como mejorar la resistencia a la interferencia entre símbolos causada por el canal y, no requerir conversores DAC/ADC de muy alta velocidad ya que la señal total fácilmente puede dividirse en señales de baja velocidad. A pesar de estas ventajas, su uso en las comunicaciones ópticas es relativamente reciente, ya que para velocidades como 400G requiere tecnología de procesamiento digital de señales a velocidades altas y se obtiene mejores resultados con receptores coherentes. Una de las desventajas de OFDM es que tiene un alto PAPR (*Peak-to-Average Power Ratio*) lo que puede generar picos de potencia y causar efectos no lineales en la fibra óptica, además que los componentes de transmisión y recepción requieren un rango dinámico muy amplio. Otra desventaja de OFDM es que es muy sensible a las variaciones de frecuencia y la fluctuación de fase por lo que sistemas ópticos de muy altas velocidades pueden requerir de procesamiento digital adicional para mitigar estas variaciones [54].

Por otra parte, ETDM permite multiplexar en el dominio del tiempo múltiples flujos eléctricos de datos de baja velocidad para formar un flujo de datos de alta velocidad. Su implementación es muy sencilla, ampliamente usada en muchos sistemas eléctricos y ópticos, y ofrece una tasa de datos flexible simplemente cambiando el número de *slots* de tiempo o la velocidad de las señales tributarias. Por otra parte, estos sistemas requieren una sincronización muy precisa, lo que a altas velocidades como son las de los sistemas 400G, puede ser una labor desafiante [55]. Otra desventaja de ETDM es que la velocidad máxima que se puede alcanzar está limitada por el ancho de banda eléctrico de los multiplexores, aunque actualmente se existen dispositivos de multiplexación ETDM capaces de generar señales binarias a 200 Gbps [56], con los que fácilmente se podría conseguir sistemas ópticos con velocidades de 800 Gbps o superiores.

De forma similar a ETDM, OTDM permite crear una señal de datos de alta velocidad a partir de varios flujos de datos de baja velocidad multiplexados en el dominio del tiempo, con la principal diferencia que se hace con señales ópticas [57]. Esto presenta una gran ventaja ya que permite conseguir señales de velocidades superiores con respecto a las alcanzadas con ETDM. Sin embargo, la sincronización sigue siendo un gran desafío, además que se requiere fuentes láser tributarias de muy alta velocidad y que tengan la

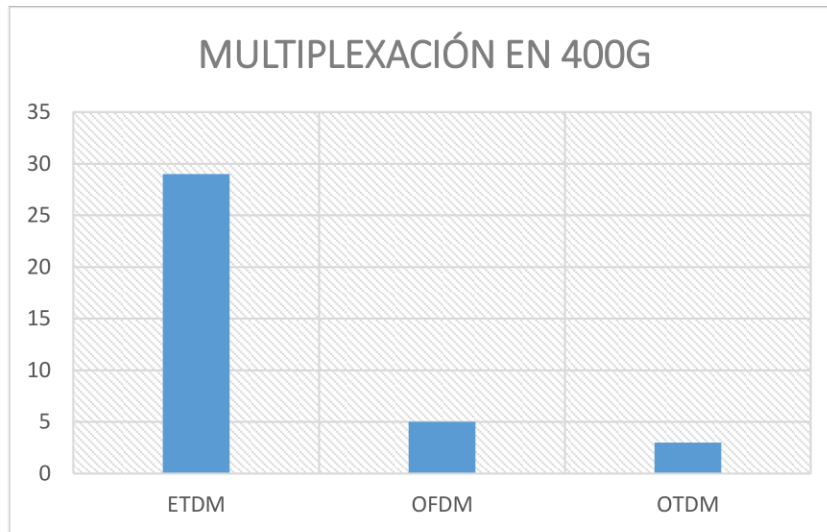
misma longitud de onda para evitar que ciertos *slots* se retrasen con respecto a los otros. Otra limitante en estos sistemas es la presencia de distorsiones en la fibra de transmisión que podría causar que las tributarias sean indistinguibles.

Otra técnica de multiplexación es PDM (*Polarization Division Multiplexing*) que permite aumentar la capacidad de un sistema óptico mediante la transmisión de datos a través de dos estados de polarización ortogonales de la luz. Esto significa que se puede duplicar la cantidad de información que se transmite en un canal óptico, sin necesidad de usar más ancho de banda. Otra ventaja que presenta PDM es que resulta relativamente sencillo multiplexar dos haces ópticos en dos polarizaciones ortogonales en la fibra. Sin embargo, es más complicado demultiplexarlos ya que los estados de polarización cambian continuamente debido a que la fibra monomodo común no puede mantener estos estados de polarización como lo haría una fibra con mantenimiento de polarización. Por otra parte, la presencia de dispersión por modo de polarización<sup>40</sup> en la fibra óptica también puede dificultar la demultiplexación de los dos estados de polarización. Para solucionar esto se pueden usar controladores de polarización, tanto en el transmisor como en el receptor, que permiten mantener estable el estado de polarización [58].

Los esquemas de multiplexación OFDM y OTDM para sistemas ópticos de alta velocidad, ofrecen algunas ventajas con respecto a la multiplexación ETDM. Sin embargo, como se demuestra en la Figura 3.1, la mayoría de los sistemas a 400G presentados en el capítulo 2 usan ETDM para crear las señales binarias en el dominio eléctrico que luego son moduladas ópticamente. Esto se debe principalmente a que su implementación es muy sencilla comparada con los otros dos esquemas de multiplexación antes mencionados. Además, que los avances en la tecnología ha posibilitado el desarrollo de multiplexores eléctricos de muy alta velocidad (200 Gbps) con lo que se puede obtener fácilmente señales a 400 Gbps o incluso superiores como 800 Gbps.

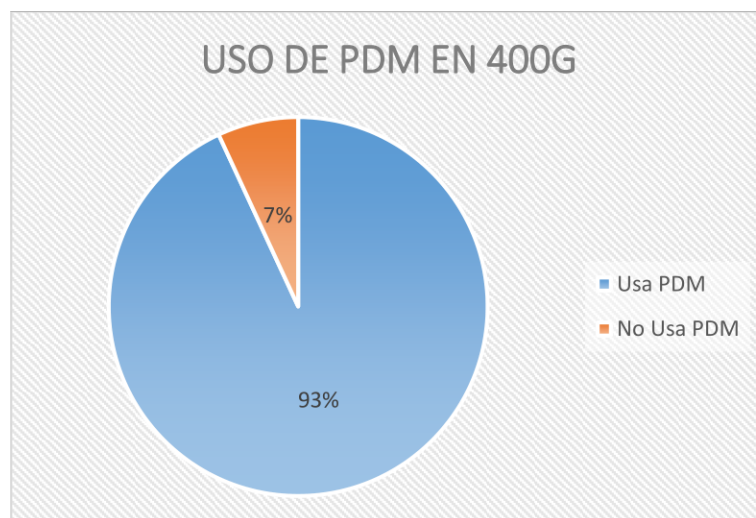
---

**Dispersión por Modo de Polarización**<sup>40</sup> Es una forma de dispersión en la cual los dos modos ortogonales de polarización de una señal de luz viajan a diferente velocidad, haciendo que los pulsos ópticos se dispersen en el dominio del tiempo. Este efecto se debe principalmente a la no concetricidad del núcleo de la fibra y a la deformación elíptica del mismo.



**Figura 3.1.** Uso de ETDM, OFDM y OTDM en los sistemas 400G

En el caso de la multiplexación PDM, esta es ampliamente utilizada en conjunto con los otros esquemas de multiplexaciones, ya que logra duplicar la cantidad de datos para un mismo ancho de banda y no representa un gran aumento de la complejidad del sistema. Es así como la gran mayoría de los ejemplos de redes a 400 Gbps que se presentan en el capítulo anterior implementan PDM, esto se evidencia mediante el gráfico de la Figura 3.2, donde se puede observar que solo el 7% de casos no usan PDM. Estos casos corresponden a los dos sistemas con modulación PAM, los cuales son de corto alcance y usan detección directa en el receptor. A partir de esto, se puede decir que para los sistemas 400G de gran alcance es imprescindible usar técnicas de multiplexación combinadas ya que así se logra mejorar la utilización del ancho de banda sin tener que usar modulaciones de ordenes altos que pueden disminuir el alcance de la transmisión.



**Figura 3.2.** Uso de PDM en sistemas 400G

Como base en lo presentado en esta sección, se puede decir que el esquema de multiplexación más adecuada para los sistemas ópticos 400G es ETDM, debido principalmente a que su implementación es relativamente sencilla. Además, que ETDM fácilmente se puede usar en conjunto con PDM, logrando así duplicar la velocidad del sistema sin necesidad de un ancho de banda mayor y usando multiplexores de no tan alta velocidad.

### 3.1.1.2 Modulación

QPSK es una forma de modulación de fase con 4 símbolos de igual amplitud, pero con  $90^\circ$  de desfase. Cada símbolo QPSK representa 2 bits de información, por lo cual la eficiencia espectral teórica de este tipo de modulación es de 2 bps/Hz. QPSK es ampliamente usada en diferentes sistemas de comunicación cableados, inalámbricos y ópticos, como son los sistemas 100G y 400G. Esto se debe principalmente a que su implementación es sencilla y que para recuperar la información no necesita un nivel de OSNR muy alto para un determinado BER [59].

Otro formato de modulación es QAM, que usa la amplitud y la fase para representar sus símbolos. Se forma de la unión de dos portadoras con  $90^\circ$  de desfase que son moduladas independientemente en amplitud. QAM es un tipo de modulación ampliamente usada en diferentes sistemas de transmisión tanto eléctricos como ópticos. Existe una gran variedad de modulaciones QAM dependiendo del número de símbolos ( $M$ ) que usa. Para las modulaciones QAM regulares,  $M$  es una potencia de 2 y el número de bits asignados a cada símbolo ( $n$ ) es igual al logaritmo en base 2 de  $M$ , que también es igual a la eficiencia espectral máxima teórica que se puede obtener con dicha modulación [60]. Es así como, para una modulación 16-QAM se tiene una eficiencia espectral máxima teórica de 4 bps/Hz.

Una variante de QAM que se puede utilizar en sistemas ópticos de alta velocidad como 400G es QAM híbrida, en la cual se usan dos esquemas de modulación QAM distintos (con diferente eficiencia espectral) para generar una señal con buena eficiencia espectral y robusta frente al ruido. Para ello, se crea una trama TDM con un número determinado de *slots*, a cada uno de estos se les asigna una u otra de las modulaciones QAM. Cambiando el número de *slots* que se asignan a cada modulación se puede regular la eficiencia espectral resultante, así como en una modulación híbrida 32/64-QAM en la que se puede obtener cualquier valor de eficiencia espectral entre 5 bps/Hz y 6 bps/Hz [61].

Por otra parte, en la modulación PS-QAM a diferencia de las anteriores, los símbolos QAM no tienen la misma probabilidad de aparecer. Los símbolos con amplitud menor son

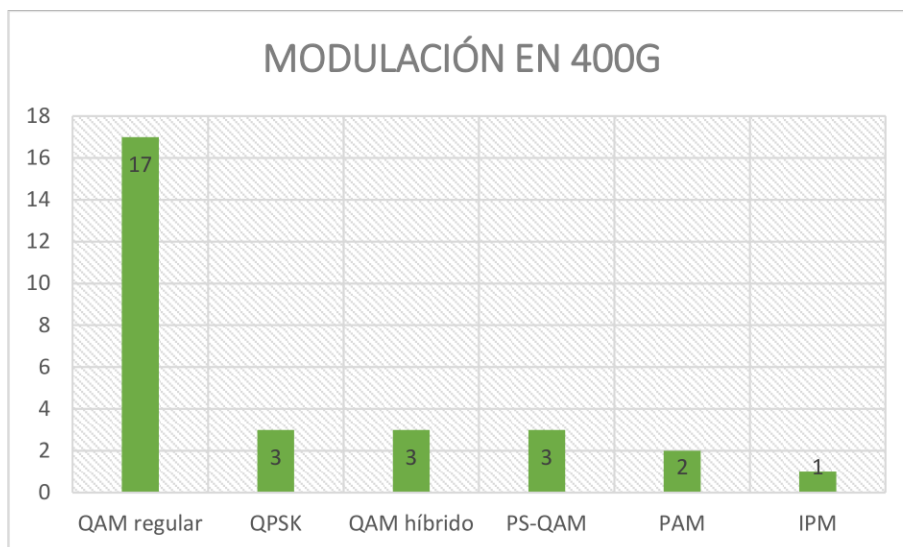
enviados con una probabilidad mayor que los de amplitud alta, esto se hace con el objetivo de disminuir la potencia media de la señal modulada, pero de igual manera se reduce la eficiencia espectral. Con este tipo de modulación se logra mejorar la robustez frente al ruido de la señal óptica, y esto a su vez consigue aumentar su alcance o su velocidad, pero su implementación es bastante más compleja que las modulaciones PSK y QAM regulares [62].

También se puede mencionar la modulación IPM, en la cual la ubicación de cada punto de la constelación en el plano polar se define de forma iterativa [51]. Esto se logra aplicando ecuaciones que, basándose en el número de símbolos que se necesitan, permiten determinar cuántas circunferencias de determinada amplitud se requieren, cuántos puntos hay en cada circunferencia y la posición exacta de cada punto. Con todo ello, se logra que la separación media entre los símbolos sea muy alta, lo que significa que la señal óptica es más robusta al ruido del canal.

Por último, PAM es un esquema de modulación en el cual los bits se modulan en la amplitud de un tren de pulsos (eléctrico u óptico) que actúa como portadora. La implementación de este tipo de modulación es muy sencilla, pero presenta algunas dificultades. Por ejemplo, esta modulación requiere un gran ancho de banda, es muy sensible al ruido y necesita potencias de transmisión un poco elevadas. Por esta razón, usualmente su utilización en sistemas ópticos de comunicación de alta velocidad como 400G, se limita a alcances muy cortos [63].

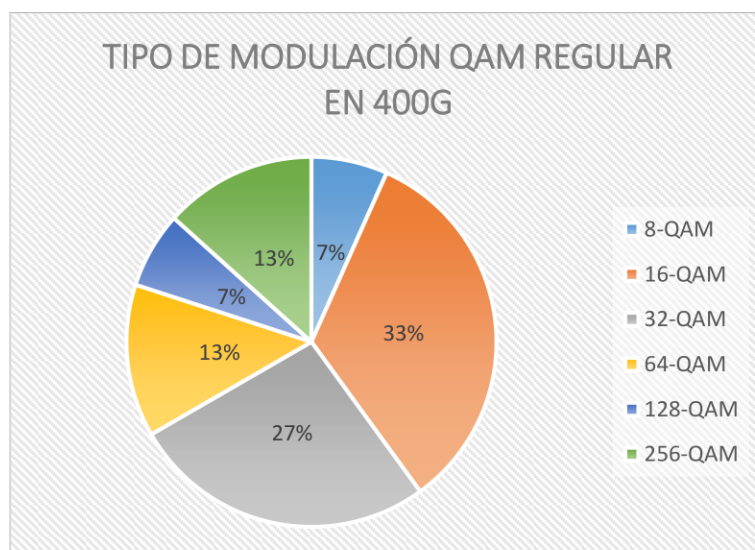
En la Figura 3.3 se puede observar un gráfico de barras que compara el uso de los diferentes esquemas de modulación en las soluciones de sistemas ópticos a 400G presentados en el capítulo 2. A partir de esto, se puede decir que QAM regular es la modulación más usada en este tipo de sistemas de transmisión. Esto se debe principalmente a que, en su constelación, los símbolos están espaciados tanto en amplitud como en fase, lo que hace que QAM sea más robusta frente al ruido comparada con modulaciones de fase como PSK o modulaciones en amplitud como PAM, para el mismo número de estados. Por otra parte, la modulación QAM regular es ampliamente usada porque su implementación es relativamente sencilla, especialmente si se compara con modulaciones como PS-QAM, QAM híbrida o IPM.





**Figura 3.3.** Modulaciones usadas en sistemas 400G

En la gráfica de la Figura 3.4 se puede identificar que, de los esquemas de modulación QAM regular, uno de los más usados en los sistemas ópticos a 400 Gbps es 16-QAM. Esto se debe a que con 16-QAM se consigue una buena eficiencia espectral, y por tanto un ancho de banda moderado, manteniendo una adecuada robustez frente al ruido, haciéndola adecuada para sistemas 400G de gran alcance.



**Figura 3.4.** Tipo de Modulación QAM regular usada en 400G

De acuerdo con el análisis que se realiza a lo largo de esta sección, se puede concluir que QAM regular es el mejor esquema de modulación para los sistemas ópticos que operan a 400 Gbps. Especialmente 16-QAM, dado que su implementación es relativamente fácil, puede alcanzar una eficiencia espectral considerablemente alta sobre todo si se usa en conjunto con PDM y es robusta frente al ruido del canal óptico. Por otra

parte, en sistemas futuros de velocidades superiores como 800G o 1T, es de esperarse que se usen esquemas de modulación más complejos, pero con mejores características como PS-QAM o IPM.

### 3.1.1.3 Fibra Óptica

SSMF (*Standard Single Mode Fiber*) es una de las fibras ópticas más desplegadas. Esta es una fibra monomodo de índice escalonado, optimizada para su uso en la segunda ventana (1310 nm), aunque también puede operar en la tercera ventana (1550 nm) para permitir el funcionamiento de sistemas de alta velocidad como 400G. Para la ventana de 1550 nm, el coeficiente de dispersión cromática típico es de 17 ps/nm·km, el coeficiente de atenuación es igual o menor a 0.3 dB/km y el coeficiente de dispersión por modo de polarización es igual o incluso inferior a 0.2 ps/ $\sqrt{\text{km}}$  [64].

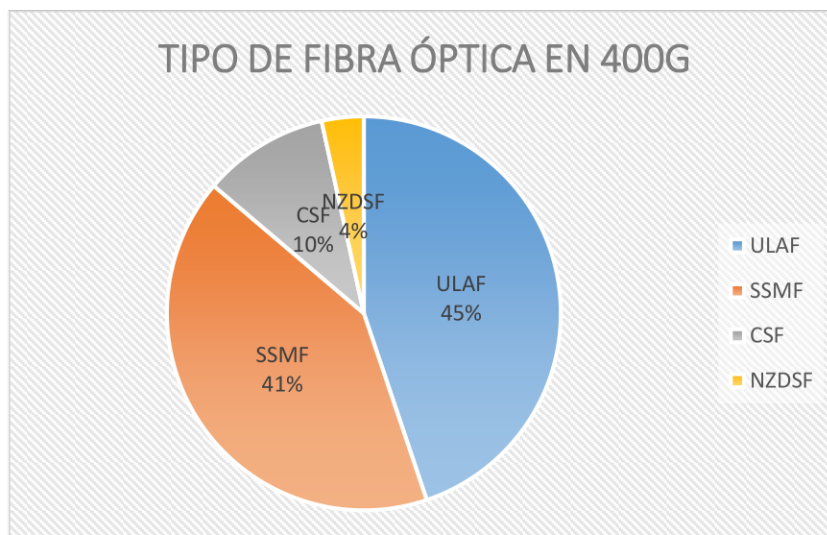
Por otra parte, CSF (*Cut-off Shifted Fiber*) es una fibra monomodo que se utiliza especialmente para la transmisión a altas velocidades y larga distancia, como por ejemplo en aplicaciones transoceánicas. El coeficiente de atenuación de esta fibra en la ventana de 1550 nm es más pequeño que en la fibra SSMF, ya que es sólo de 0.2 dB/km. Sin embargo, el coeficiente de dispersión cromática, a la misma longitud de onda, en la fibra CSF es mayor comparado con el de SSMF, pudiendo llegar hasta 22 ps/nm·km [65].

Otro tipo de fibra monomodo es NZDSF (*Non-Zero Dispersion-Shifted Fiber*) que se utiliza para la ventana de 1550 nm y para sistemas ópticos de alta velocidad [64]. En esta longitud de onda el coeficiente de dispersión cromática de esta fibra es bajo, pero no igual a cero. Con esto se logra reducir los efectos de la dispersión cromática a la vez que se evita la aparición de efectos no lineales, permitiendo un mayor alcance y velocidades superiores como las de los sistemas 400G. Existen entonces dos tipos de NZDSF, la fibra de dispersión positiva cuya longitud de onda de dispersión cero es típicamente de 1510 nm y la de dispersión negativa cuya longitud de onda de dispersión cero es de 1580 nm. La atenuación típica de esta de fibra es de 0.3 dB/km y su coeficiente de dispersión por modo de polarización es de 0.2 ps/ $\sqrt{\text{km}}$ .

De la misma forma, ULAF es un tipo de fibra monomodo cuya área efectiva es muy grande, con lo cual se obtiene atenuaciones bajas, iguales o menores a 0.185 dB/km [66]. Además, este tipo de fibras permiten usar señales de datos con potencias de transmisión más altas sin sufrir los efectos no lineales, gracias a que la densidad de potencia óptica disminuye por su gran área efectiva. El coeficiente de dispersión cromática de este tipo de fibras suele ser aproximadamente 20 ps/nm·km mientras que el coeficiente de

dispersión por modo de polarización puede llegar a ser menor a 0.1 ps/ $\sqrt{\text{km}}$  para la ventana de 1550 nm.

El tipo de fibra óptica monomodo que se puede usar en los sistemas 400G es variada, no obstante, la mayoría de los sistemas descritos en el capítulo 2 de este trabajo usan fibra ULAF o fibra SSMF. Esto se puede apreciar en el gráfico de la Figura 3.5, donde se muestra que el 45% de dichos sistemas usan la ULAF y el 41% usan SSMF. El uso de ULAF permite que los sistemas ópticos alcancen distancias más largas de las que se alcanzarían usando SSMF debido a su reducida atenuación y su capacidad de transmitir señales de mayor potencia sin la aparición de efectos no lineales. Por otra parte, la fibra SSMF actualmente es una de las fibras más usadas en los sistemas ópticos (monocanal), por lo cual los sistemas a 400G deben adaptarse a este tipo de fibra, ya que cambiar toda la fibra desplegada puede resultar costoso e inconveniente.



**Figura 3.5.** Fibras Ópticas Monomodo usadas en sistemas 400G

A partir de lo analizado en esta sección, se puede concluir que el tipo de fibra óptica que tiene características útiles en la transmisión de información por sistemas ópticos de muy alta velocidad como 400G (e incluso superiores) es la fibra ULAF, ya que permite usar potencias de transmisión superiores y tiene un coeficiente de atenuación bajo, con lo que se logra alcanzar distancias mucho más largas que con otros tipos de fibra. Sin embargo, debido a que la fabricación de la fibra ULAF es más compleja y por tanto más costosa, muchos sistemas ópticos 400G aun prefieren el uso de la fibra SSMF.

#### 3.1.1.4 Amplificación

El amplificador Raman es una tecnología de amplificación que utiliza la dispersión estimulada de Raman (SRS, *Stimulated Raman Scattering*) de una fibra óptica altamente

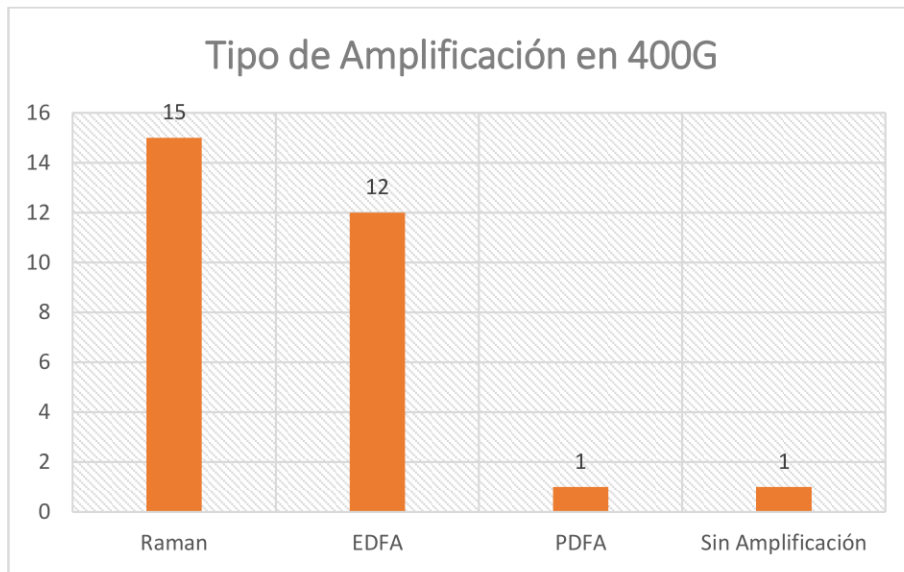
no lineal para transferir la energía de una o varias señales de bombeo de mayor frecuencia a señales débiles de menor frecuencia que ingresan al amplificador. Usualmente la frecuencia de la señal de bombeo debe ser de 10 a 15 THz más alta que la frecuencia de la señal a amplificar, y se prefiere usar un esquema de bombeo contradireccional ya que introduce menos ruido. Este tipo de amplificación tiene una respuesta de frecuencia de gran ancho de banda es decir que puede usarse en varias bandas (mayoritariamente usado para banda C y L, aunque actualmente también para banda S), logrando ganancias mayores a 20 dB. Todo esto junto a su característica de bajo ruido hacen que la amplificación Raman sea muy atractiva para los sistemas de altas velocidades y larga distancia. Su principal desventaja es que requiere potencias de bombeo muy altas, en la práctica puede usarse más de un láser de bombeo con la misma o diferente frecuencia de la luz de bombeo, para conseguir una amplificación óptima [67].

Otro tipo de amplificadores son los EDFA que utilizan una fibra dopada con erbio y fuentes de bombeo para lograr la amplificación de las señales de entrada. La señal de bombeo (de 980 nm o 1480 nm) excita los iones de erbio, con los que esta dopada la fibra, a su estado de mayor energía que, al contacto con los fotones de la señal de entrada, liberan su energía en forma de fotones con la misma fase y dirección que la señal a amplificar. Este tipo de amplificación es ampliamente usada en los sistemas WDM de alta velocidad ya que puede amplificar múltiples señales ópticas simultáneamente en las bandas C y L. Además, alcanzan ganancias muy altas (mayores a 30 dB) con potencias de bombeo relativamente bajas. Su principal desventaja es que su uso está limitado a las bandas C y L ya que no puede amplificar señales con longitud de onda menor a 1525 nm [68].

Por otra parte, los amplificadores PDFA tienen un principio de operación muy similar al de los EDFA descrito en el párrafo anterior, con la diferencia que en este tipo de amplificadores se usan iones de praseodimio para dopar la fibra, con lo que se consigue que amplifiquen señales en la banda O (usadas en algunos sistemas 400G). Sin embargo, en las fibras con vidrio de sílice dopadas con praseodimio la emisión es muy pobre debido a su gran energía de fonones. Por lo tanto, muchas veces se deben usar fibras de vidrio de fluoruro para poder amplificar eficazmente la luz en la banda O mediante un PDFA [69].

La amplificación en la mayoría de los sistemas ópticos de comunicación es necesaria para compensar las pérdidas causadas en la transmisión, es así como casi todos los sistemas a 400G estudiados usan algún tipo de amplificación. De acuerdo con el gráfico de la figura 3.6, solo hay una excepción y corresponde a un sistema con modulación

PAM-4 cuyo alcance es de máximo 20 km. De los restantes casos, la mayoría usan amplificadores Raman debido a que puede trabajar en diferentes bandas ajustando la frecuencia del láser de bombeo. Por otra parte, una cantidad importante de casos prefieren usar amplificadores EDFA, debido principalmente a que este tipo de amplificadores tiene una gran ganancia y requiere potencias de bombeo más pequeñas comparadas con las que se requieren en los amplificadores Raman. Finalmente, el uso de amplificadores PDFA se presenta en solo un caso, en el cual se utiliza la banda O para la transmisión de datos, esto debido a que PDFA solo trabaja en dicha banda.



**Figura 3.6.** Amplificadores ópticos usados en sistemas 400G

El tipo de amplificación que se debe usar en los sistemas 400G, depende en cierta parte de la banda en la que trabaje dicho sistema, como se menciona en los párrafos anteriores de la presente sección. Es así como, para aquellas transmisiones en las bandas C, el amplificador EDFA tiene más ventajas que los otros dos amplificadores, ya que requiere potencias de bombeo bajas y logra ganancias bastante altas. Sin embargo, de los casos de sistemas a 400G estudiados en este trabajo, se puede deducir que los amplificadores Raman son cada vez más usados gracias a su flexibilidad de trabajar en diferentes bandas.

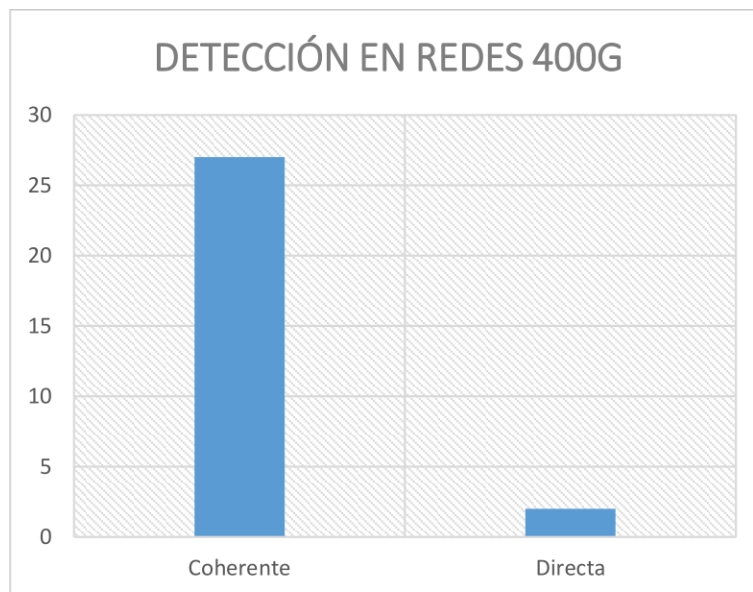
### 3.1.1.5 Detección

En los sistemas ópticos con detección directa, el receptor usualmente consiste en un único fotodiodo, que convierte directamente la potencia óptica en una corriente eléctrica proporcional a ella. Este tipo de detección es muy sencilla y poco costosa, sin embargo, está limitada a modulaciones en amplitud o en frecuencia, porque hay una pérdida de

información de fase durante la detección [70]; lo cual, muchas veces es una limitante en el desarrollo de sistemas a grandes velocidades como 400G.

En contraste con la detección directa, la detección coherente hace una recuperación del campo eléctrico completo, que contiene información tanto de amplitud como de fase, permitiendo así utilizar formatos de modulación más complejos como QPKS y QAM [70]. Otra gran ventaja de este tipo de detección es que permite el uso de la multiplexación por división de polarización facilitando alcanzar velocidades de transmisión bastante altas. Por otra parte, la detección coherente requiere que el receptor conozca la fase de la portadora, ya que la señal recibida es demodulada por un oscilador local que sirve de referencia de fase absoluta. Esto se puede realizar mediante un lazo asegurado de fase (PLL, *Phase Locked Loop*) que puede ser óptico o eléctrico, aunque también puede realizarse por software mediante el procesamiento digital de señales.

En la figura 3.7 se compara el tipo de detección que se usa en los sistemas 400G estudiados en este trabajo. La detección directa está presente solo en dos de los casos, los cuales usan PAM, es decir una modulación de amplitud, además que no implementan PDM. Por lo tanto, la detección directa es suficiente para recuperar la información en estos sistemas, a la vez que resulta más económica. Los restantes sistemas 400G utilizan la detección coherente ya que admite modulaciones que hacen uso de la fase como QPSK, QAM o IPM. Además, la detección coherente es capaz de reconocer las dos polarizaciones y recuperar su información, en los sistemas que usan PDM.



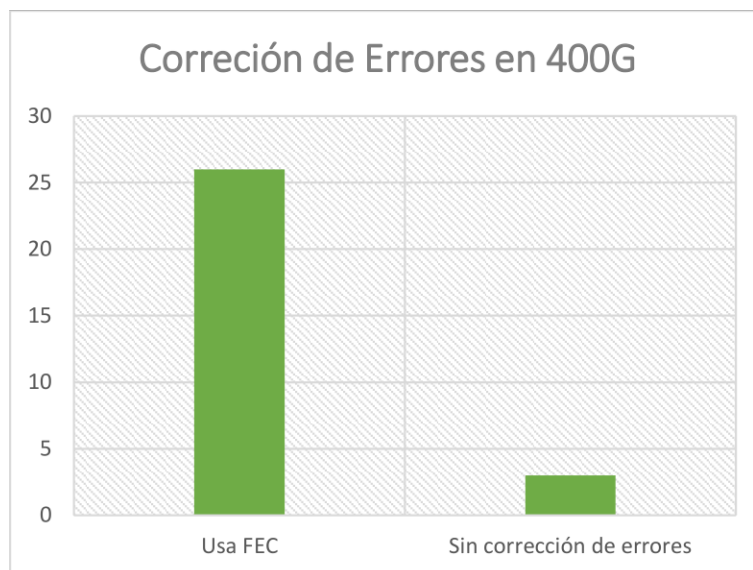
**Figura 3.7.** Tipo de detección usado para sistemas 400G

A partir de lo expuesto en la presente sección, se puede decir que la mejor forma de detectar la información que llega al receptor, sobre todo a velocidades tan altas como lo es 400G, es mediante la detección coherente. Esto se debe a que su implementación permite al transmisor usar esquemas de multiplexación y modulación más complejos, pero con mejores características. Por otra parte, se puede concluir que el uso de detección directa es muy poco habitual en los sistemas a 400G, ya que la detección directa solo sirve con esquemas de modulaciones poco eficientes en largas distancias y altas velocidades.

### **3.1.1.6 Corrección de Errores**

La corrección de errores hacia adelante o FEC es un método para controlar los errores en la transmisión de información en el que el transmisor añade datos redundantes al flujo de información antes de su envío, en el receptor se detecta y corrige algunos errores de transmisión sin necesidad de retransmitir la información. Para ello se pueden usar diferentes tipos de códigos de corrección de errores clasificados en códigos de bloque y códigos de convolución. Mediante el uso de FEC se logra tener comunicaciones de muy altas velocidades (como 400G) con muy pocos errores, pues en su mayoría estos son detectados y corregidos directamente en la recepción, lo que es ideal en comunicaciones en tiempo real. Su principal desventaja es que requiere un ancho de banda mayor que el que ocupa la información ya que se añade un determinado porcentaje de redundancia (bits para control de errores) a los datos a ser transmitidos [71].

El uso de la corrección de errores hacia adelante logra obtener una comunicación con baja tasa de errores incluso con un OSNR bajo, lo que se traduce en un incremento en la distancia que puede alcanzar dicha comunicación. Es así como en la mayoría de los sistemas a 400G descritos en el capítulo anterior se usa FEC para garantizar que la información llegue sin errores luego de atravesar cientos o incluso miles de kilómetros de fibra óptica. Sin embargo, como se muestra en la Figura 3.8 hay algunos casos en los que no se usa corrección de errores. Estos corresponden a sistemas con modulación PAM, cuya distancia máxima es muy reducida, de 20 km para el sistema con PAM-4 y de 5 km para el que usa modulación PAM-8. Esto se debe a que en distancias tan cortas la señal sufre poco deterioro por la atenuación y por tanto los datos con errores son mínimos.



**Figura 3.8.** Corrección de Errores en sistemas 400G

Como se explica en esta sección, el uso de un mecanismo de corrección de errores como FEC, permite tener sistemas de comunicación confiables, es decir con muy pocos errores. Esto a su vez posibilita aumentar considerablemente el alcance que pueden tener los sistemas ópticos que trabajan a 400 Gbps o incluso a velocidades superiores. Es así como se concluye que el uso de un mecanismo de corrección de errores como FEC es indispensable para los futuros sistemas ópticos como 600G, 800G o 1T.

### 3.1.1.7 Compensación de Dispersión Cromática

La dispersión cromática puede limitar las distancias de transmisión y las capacidades de los enlaces de fibra de larga distancia, pues el ancho de banda de la fibra es inversamente proporcional a su dispersión. Una de las soluciones más comunes para controlar la dispersión de un enlace de fibra es usar una fibra compensadora de dispersión o DCF cada cierto tramo, que es simplemente una fibra en la que la dispersión cromática se ha diseñado para que sea exactamente la opuesta a la dispersión en el enlace de fibra. Las ventajas de este tipo de compensación es que tiene una baja dependencia a la polarización, permite la compensación de banda ancha y que es un elemento pasivo. Por otra parte, sus limitaciones son las no linealidades, la dispersión de alto orden y la falta de sintonización [72].

Por otro lado, las rejillas de Bragg de fibra o FGB ofrecen un enfoque alternativo para superar estos problemas. Las FGB son un tipo de reflector de Bragg distribuido construido en un segmento corto de fibra óptica que refleja determinadas longitudes de onda de la luz y transmite todas las demás. Es así como estas se pueden usar para

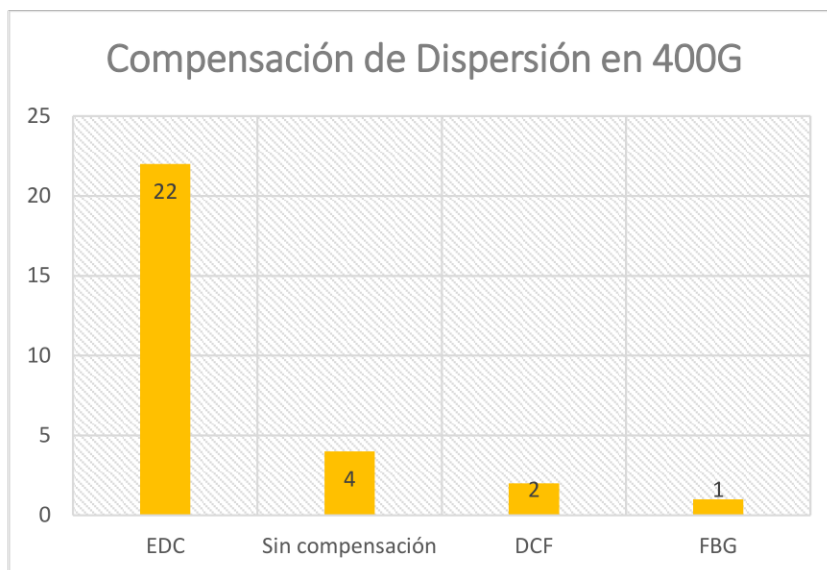


lograr un retardo de grupo dependiente de la longitud de onda y de la dispersión cromática. Las principales ventajas de la rejilla de fibra en comparación con la DCF es que el dispositivo compensador puede ser muy compacto, con una pérdida de inserción potencialmente menor, una no linealidad reducida y unas características ópticas controlables [73].

Los dos métodos mencionados antes realizan la compensación de la dispersión en el dominio óptico. Sin embargo, también existen métodos de compensación electrónica de la dispersión, que utilizan el filtrado o la ecualización electrónica. Este tipo de compensación es conocida como EDC (*Electronic Dispersion Compensation*) y se puede implementar en sistemas con recepción coherente o directa. En un sistema con detección directa, el efecto de la dispersión solo se puede mitigar cuando no es demasiado fuerte, ya que la información de fase se pierde en el proceso de detección. Los métodos que se usan en estos casos se basan en filtros transversales, en los que, porciones de la señal de entrada son retardadas y recombinan después de una amplificación con niveles adecuados [74].

Por otra parte, en los receptores ópticos coherentes la compensación de la dispersión puede realizarse analógica o digitalmente. En la compensación analógica se utilizan algunos tipos de ecualizadores como el ecualizador de avance (FFE, *FeedForward Equalizer*) o el ecualizador de retroalimentación de decisiones (DFE, *Decision Feedback Equalizer*). Aunque estos ecualizadores también podrían implementarse digitalmente dentro del DSP con la ventaja de que consumen menos energía. Otras formas de compensar la distorsión digitalmente son la técnica DBP, la ecualización MLSE (*Maximum Likelihood Sequence Estimator*) y el algoritmo de módulo constante (CMA, *Constant Modulus Algorithm*).

En el gráfico de la figura 3.8 se puede observar una clara tendencia de los sistemas 400G a usar la compensación de dispersión electrónica, esto debido principalmente a la gran variedad de ecualizadores u algoritmos que se pueden usar y que, dependiendo del método que se elija, pueden llegar a compensar dispersión acumulada de cientos e incluso miles de kilómetros. Por otra parte, en los sistemas que no se usa ningún tipo de compensación de distorsión, la distancia máxima que se puede alcanzar es bastante reducida ya que los efectos de la dispersión o ensanchamiento de los pulsos ópticos son acumulativos con la distancia.



**Figura 3.9.** Compensación de distorsión en sistemas 400G

Con base en lo que se describe a lo largo de esta sección, se puede concluir que uno de los mejores métodos de compensación de la dispersión cromática para sistemas de muy altas velocidades como 400G, es la compensación electrónica o EDC. Esto se debe principalmente a que es un método versátil, ya que existen diferentes tipos de ecualizadores que se adaptan a las necesidades de cada caso. Además, EDC es fácil y barato de implementar, sobre todo en sistemas ópticos coherentes, y también es capaz de compensar las dispersiones de muy grandes distancias.

### 3.1.2 SISTEMA 400G CON MEJORES CARACTERÍSTICAS

En función de todas las características analizadas en la sección anterior y con el propósito de identificar el sistema de mejores prestaciones, considerando los diversos escenarios que pueden implicar diferentes requerimientos, se puede deducir que, de la combinación de las técnicas y componentes con más ventajas, resultaría un sistema óptico 400G cuyo rendimiento es el mejor, a la vez que mantiene una complejidad y un costo moderados.

Por lo tanto, dicho sistema debe usar multiplexación ETDM para la creación de los datos binarios, la cual ofrece simplicidad y alta velocidad. Luego, a esos datos se les debe agregar un porcentaje de redundancia correspondiente al uso de FEC para controlar errores y garantizar un BER adecuado. A continuación, la información debe ser modulada ópticamente con 16-QAM, que presenta una buena robustez, y multiplexada con PDM para aprovechar de mejor manera el ancho de banda óptico. Por otra parte, el canal donde se transmite la señal óptica debe estar compuesto de fibra ULAF ya que permite

alcanzar distancias mayores por su baja atenuación, y cada cierta distancia la señal debe ser amplificada mediante amplificadores EDFA si se está trabajando en las bandas C o L, caso contrario sería mejor usar amplificadores Raman. En el otro extremo del enlace se debe contar con un receptor óptico coherente ya que permite recuperar y digitalizar fácilmente los datos contenidos en la señal PDM-16-QAM. Finalmente, los datos recuperados deben ser procesados digitalmente para compensar las distorsiones causadas en la transmisión, como lo es la dispersión cromática o eventualmente efectos no lineales inherentes al canal de transmisión.

## **3.2 CONCLUSIONES**

- A partir de la investigación realizada sobre algunos de los sistemas ópticos a 100 y 200 Gbps, se puede concluir que muchas de las técnicas de modulación, multiplexación y corrección de errores que se usan en dichos sistemas, también resultan útiles en los sistemas 400G. De la misma forma, varios componentes eléctricos y ópticos desarrollados para sistemas a 100G o 200G, se han adaptado para facilitar el desarrollo de 400G.
- A lo largo del capítulo 2 de este Trabajo de Integración Curricular, se estudia y describe una gran variedad de sistemas ópticos que permiten la transmisión de señales a 400 Gbps por canal. Sin embargo, se puede notar que existen varias características que se repiten en los diferentes casos estudiados, como por ejemplo el uso de PDM para mejorar la eficiencia del canal o la inclinación a utilizar modulaciones QAM regulares, especialmente de bajo orden.
- Después de analizar y comparar las principales características, técnicas y componentes usados en las diferentes soluciones de redes 400G. Se concluye que una de las mejores soluciones que se puede tener para lograr velocidades de 400 Gbps por canal óptico, debe usar modulación 16-QAM, multiplexación por división de polarización conjuntamente con ETDM, corrección de errores FEC y detección coherente.
- Las modulaciones PS-QAM, QAM híbrida e IPM, a pesar de que tienen varias características muy favorables con respecto a la modulación QAM regular, no son muy usadas en las redes ópticas 400G debido a que su implementación es relativamente complicada. Sin embargo, se espera que, para futuros sistemas ópticos de mayores velocidades, las ventajas de estos tipos de modulación sí sean aprovechadas.

- La utilización de la multiplexación PDM, es una de las características más importantes que ha permitido el desarrollo de las redes ópticas 400G, debido a que con su uso se logra aprovechar de mejor manera el ancho de banda de cada canal. Otra ventaja que favorece su utilización en los sistemas 400G es que su implementación no es muy compleja.
- El uso de la detección coherente en el receptor es una de las características más recurrentes en los diferentes casos de sistemas 400G, esto se debe principalmente a que su implementación permite usar esquemas de modulación que utilizan la amplitud y la fase de la portadora para modular los datos, entre ellos se puede mencionar QAM y sus variantes. Por otra parte, la detección coherente también facilita el uso de técnicas de multiplexación más avanzadas como OFDM y PDM.
- En los sistemas ópticos de altas velocidades como 400G, la compensación de la dispersión es muy necesaria. Es así como existen varias formas de hacer dicha labor, como son las fibras compensadoras, las rejillas de Bragg o la compensación electrónica. De todas ellas, la compensación electrónica es la más usada en este tipo de sistemas debido principalmente a que su implementación es sencilla y poco costosa.
- A pesar de que actualmente la fibra SSMF es una de las empleadas en sistemas ópticos, con el desarrollo de sistemas de muy altas velocidades de transmisión como los sistemas 400G, el uso de la fibra ULAF es cada vez más frecuente. Esto se debe principalmente a que la fibra ULAF tiene una atenuación muy baja y permite el uso de señales ópticas de alta potencia sin sufrir efectos no lineales, lo que permite alcanzar largas distancias.
- El uso de control de errores FEC es indispensable en sistemas que transmiten señales ópticas de alta velocidad como los sistemas 400G estudiados en este trabajo. Esto se debe a que FEC permite tener una comunicación confiable que garantiza un BER adecuado, incluso con un OSNR bastante bajo, lo que se traduce en un aumento considerable del alcance que pueden tener estos sistemas ópticos

### **3.3 RECOMENDACIONES**

- Como complemento al presente estudio, se propone realizar un trabajo que simule y compare, en diferentes escenarios, el funcionamiento de algunos de los

sistemas a 400G descritos anteriormente. Esto con el objetivo de tener una idea más clara de las limitantes que podrían presentar dichos sistemas, así como su desempeño a estas velocidades.

- El presente trabajo integración curricular se enfoca en los sistemas ópticos que permiten el transporte de señales a 400 Gbps por canal óptico. Una extensión de este trabajo podría considerar el estudio y análisis de sistemas con velocidades superiores como 600 Gbps y 800 Gbps por canal óptico, de las cuales ya se han realizado algunas implementaciones experimentales en los últimos años.
- Debido a que se espera que PDM sea ampliamente usada en los sistemas ópticos 400G y también en aquellos futuros sistemas de mayor velocidad. Se sugiere la realización de un estudio técnico sobre el funcionamiento, ventajas y limitaciones del esquema de multiplexación PDM. Este estudio puede ser complementado mediante el diseño y simulación de un sistema con PDM, para comprobar su correcto desempeño en diferentes escenarios y analizar su comportamiento.
- Se propone realizar un estudio donde se describa el funcionamiento de los esquemas de modulación QAM híbrida. En dicho trabajo se debe analizar el comportamiento de los diferentes tipos de combinación que sea posible realizar entre dos o más modulaciones QAM regulares. Así mismo se puede complementar ese estudio mediante la simulación en diferentes escenarios de dichos esquemas QAM híbridos.
- En el presente trabajo se describe de forma muy resumida el funcionamiento del esquema de modulación PS-QAM. Sin embargo, debido a sus grandes ventajas, se espera que esta modulación sea ampliamente usada en sistemas de mayor velocidad, por lo que se propone realizar un estudio mediante simulación sobre el funcionamiento, las características y las limitaciones de este tipo de modulación.
- Se propone realizar un Trabajo de Integración Curricular enfocado en el estudio y simulación de sistemas de transmisión que usen el esquema de modulación IPM, para determinar sus ventajas, desventajas y su posible uso a futuro en sistemas ópticos de altas velocidades.
- Ya que la fibra ULAF está siendo usada cada vez con mayor frecuencia en la implementación de sistemas ópticos de gran capacidad. Se sugiere realizar un estudio teórico en el que se compare en escenarios de alta velocidad el

comportamiento y desempeño de la fibra ULAF con respecto a algunas de las fibras más comunes como la fibra SSMF.

- Se recomienda realizar un estudio comparativo sobre el funcionamiento, beneficios y limitaciones asociados a los diferentes ecualizadores, filtros y algoritmos que permiten compensar la dispersión en los sistemas ópticos coherentes de muy altas velocidades.

## 4 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] TeleGeography, "GLOBAL INTERNET GEOGRAPHY EXECUTIVE SUMMARY," Washington D.C., PriMetrica Inc., 2021. [En línea]. Disponible en: <https://www2.telegeography.com/hubfs/assets/product-tear-sheets/product-page-content-samples/global-internet-geography/telegeography-global-internet-geography-executive-summary.pdf>
- [2] L. Huff y T. Munks, "2021 Trends to Watch: 400G is Becoming the New Currency for High-Capacity Networks," OMDIA, dic. 2020.
- [3] K. Uchiyama, S. Kawanishi y M. Saruwatari, "100-Gb/s multiple-channel output all-optical OTDM demultiplexing using multichannel four-wave mixing in a semiconductor optical amplifier," en IEEE Photonics Technology Letters, vol. 10, no. 6, pp. 890-892, jun. 1998, doi: 10.1109/68.681520.
- [4] S. Kawanishi et al., "120 Gbit/s OTDM system prototype," 24th European Conference on Optical Communication. ECOC '98 (IEEE Cat. No.98TH8398), 1998, pp. 41-45 vol.3, doi: 10.1109/ECOC.1998.731197.
- [5] D. M. Marcillo, "Implementación de la nueva tecnología WDM para los anillos de fibra óptica de los valles en el Distrito Metropolitano de Quito," Proyecto de Fin de Grado, FIEE, EPN, Quito, Ecuador, 2001. [En línea]. Disponible en: <http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/5391>
- [6] M. Daikoku, T. Miyazaki, I. Morita, H. Tanaka, F. Kubota y M. Suzuki, "8×160-Gb/s WDM field transmission experiment with single-polarization RZ-DPSK signals and PMD compensator," en IEEE Photonics Technology Letters, vol. 18, no. 2, pp. 391-393, ene. 15, 2006, doi: 10.1109/LPT.2005.862356.
- [7] C. R. Doerr et al., "A single-chip optical equalizer enabling 107-Gb/s optical non-return-to-zero signal generation," 2005 31st European Conference on Optical Communication, ECOC 2005, 2005, pp. 13-14 vol.6, doi: 10.1049/cp:20050853.
- [8] P. J. Winzer, G. Raybon y M. Duelk, "107-Gb/s optical ETDM transmitter for 100G Ethernet transport," 2005 31st European Conference on Optical Communication, ECOC 2005, 2005, pp. 1-2 vol.6, doi: 10.1049/cp:20050847.
- [9] G. Raybon, P. J. Winzer y C. R. Doerr, "10 × 107-Gbit/s Electronically Multiplexed

and Optically Equalized NRZ Transmission over 400 km," 2006 Optical Fiber Communication Conference and the National Fiber Optic Engineers Conference, 2006, pp. 1-3, doi: 10.1109/OFC.2006.216065.

[10] P. J. Winzer, G. Raybon y C. R. Doerr, "10 × 107 Gb/s electronically multiplexed NRZ transmission at 0.7 bits/s/Hz over 1000 km non-zero dispersion fiber," 2006 European Conference on Optical Communications, 2006, pp. 1-2, doi: 10.1109/ECOC.2006.4801042.

[11] I. B. Djordjevic y B. Vasic, "100-gb/s transmission using orthogonal frequency-division multiplexing," en IEEE Photonics Technology Letters, vol. 18, no. 15, pp. 1576-1578, ago. 2006, doi: 10.1109/LPT.2006.879590.

[12] T. Kobayashi, A. Sano, E. Yamada, E. Yoshida y Y. Miyamoto, "Over 100 Gb/s Electro-Optically Multiplexed OFDM for High-Capacity Optical Transport Network," en Journal of Lightwave Technology, vol. 27, no. 16, pp. 3714-3720, ago.15, 2009, doi: 10.1109/JLT.2009.2024008.

[13] Y. Wang, J. Yu y N. Chi, "Demonstration of 4×128-Gb/s DFT-S OFDM Signal Transmission over 320-km SMF With IM/DD," en IEEE Photonics Journal, vol. 8, no. 2, pp. 1-9, abr. 2016, Art no. 7903209, doi: 10.1109/JPHOT.2016.2545642.

[14] P. J. Winzer et al., "2000-km WDM transmission of 10 × 107 Gb/s RZDQPSK," 2006 European Conference on Optical Communications, 2006, pp. 1-3, doi: 10.1109/ECOC.2006.4801413.

[15] P. J. Winzer et al., "10 × 107-gb/s NRZ-DQPSK transmission over 12 × 100 km including 6 routing nodes," en Optical Fiber Communication Conference and Exposition and The National Fiber Optic Engineers Conference, OSA Technical Digest Series, 2007, PDP24.

[16] C. R. S. Fludger et al., "Coherent Equalization and POLMUX-RZ-DQPSK for Robust 100-GE Transmission," en Journal of Lightwave Technology, vol. 26, no. 1, pp. 64-72, ene.1, 2008, doi: 10.1109/JLT.2007.912128.

[17] P. J. Winzer, "Beyond 100G Ethernet," en IEEE Communications Magazine, vol. 48, no. 7, pp. 26-30, jul. 2010, doi: 10.1109/MCOM.2010.5496875.

[18] OIF, " 100G Ultra Long Haul DWDM Framework Document," jun. 30, 2009. [En línea].



Disponible en: <https://www.oiforum.com/wp-content/uploads/2019/01/OIF-FD-100G-DWDM-01.0.pdf>

- [19] P. J. Winzer, A. H. Gnauck, G. Raybon, M. Schnecker y P. J. Pupalaiakis, "56-Gbaud PDM-QPSK: coherent detection and 2,500-km transmission," 2009 35th European Conference on Optical Communication, 2009, pp. 1-2.
- [20] A. H. Gnauck, P. J. Winzer, S. Chandrasekhar, X. Liu, B. Zhu y D. W. Peckham, "10×224-Gb/s WDM transmission of 28-Gbaud PDM 16-QAM on a 50-GHz grid over 1,200 km of fiber," 2010 Conference on Optical Fiber Communication (OFC/NFOEC), collocated National Fiber Optic Engineers Conference, 2010, pp. 1-3, doi: 10.1364/NFOEC.2010.PDPB8.
- [21] J. Shi, Y. Zhou, Y. Xu, J. Zhang, J. Yu y N. Chi, "200-Gbps DFT-S OFDM Using DD-MZM-Based Twin-SSB With a MIMO-Volterra Equalizer," en IEEE Photonics Technology Letters, vol. 29, no. 14, pp. 1183-1186, 15 jul. 15, 2017, doi: 10.1109/LPT.2017.2702602.
- [22] S. Kanazawa et al., "214-Gb/s 4-PAM Operation of Flip-Chip Interconnection EADFB Laser Module," en Journal of Lightwave Technology, vol. 35, no. 3, pp. 418-422, 1 feb.1, 2017, doi: 10.1109/JLT.2016.2632164.
- [23] J. Tang et al., "Transmission performance of a 400 Gbit s<sup>-1</sup> all-optical orthogonal frequency division multiplexing system," en Journal of Optics, vol. 15, no. 5, pp. 9-17, mar. 8, 2013, doi: 10.1088/2040-8978/15/5/055401.
- [24] H. Takahashi, K. Takeshima, I. Morita y H. Tanaka, "400-Gbit/s optical OFDM transmission over 80 km in 50-GHz frequency grid," 36th European Conference and Exhibition on Optical Communication, 2010, pp. 1-3, doi: 10.1109/ECOC.2010.5621118.
- [25] X. Liu, S. Chandrasekhar, B. Zhu, P. J. Winzer, A. H. Gnauck y D. W. Peckham, "448-Gb/s Reduced-Guard-Interval CO-OFDM Transmission Over 2000 km of Ultra-Large-Area Fiber and Five 80-GHz-Grid ROADMs," en Journal of Lightwave Technology, vol. 29, no. 4, pp. 483-490, feb. 15, 2011, doi: 10.1109/JLT.2010.2084988.
- [26] T. Omiya, M. Yoshida y M. Nakazawa, "400 Gbit/s 256 QAM-OFDM transmission over 720 km with a 14 bit/s/Hz spectral efficiency using an improved FDE technique,"

2013 Optical Fiber Communication Conference and Exposition and the National Fiber Optic Engineers Conference (OFC/NFOEC), 2013, pp. 1-3, doi: 10.1364/OFC.2013.OTh4E.1.

- [27] C. Li et al., "Experimental Demonstration of 429.96-Gb/s OFDM/OQAM-64QAM Over 400-km SSMF Transmission Within a 50-GHz Grid," en IEEE Photonics Journal, vol. 6, no. 4, pp. 1-8, ago. 2014, Art no. 7200408, doi: 10.1109/JPHOT.2014.2331258.
- [28] K. Kasai, T. Omiya, P. Guan, M. Yoshida, T. Hirooka y M. Nakazawa, "Single-channel 400 Gbit/s, OTDM-32 RZ/QAM coherent transmission over 225 km using an optical phase-locked loop technique," 2010 Conference on Optical Fiber Communication (OFC/NFOEC), collocated National Fiber Optic Engineers Conference, 2010, pp. 1-3, doi: 10.1364/OFC.2010.OThD6.
- [29] J. Zhang, J. Yu, F. Li y N. Chi, "WDM Transmission of Single-Carrier 400G Based on Orthogonal OTDM 80-GBd PDM-8QAM," en IEEE Photonics Journal, vol. 7, no. 4, pp. 1-6, ago. 2015, Art no. 7903206, doi: 10.1109/JPHOT.2015.2464101.
- [30] J. K. Fischer et al., "8 × 448-Gb/s WDM Transmission of 56-GBd PDM 16-QAM OTDM Signals Over 250-km Ultralarge Effective Area Fiber," en IEEE Photonics Technology Letters, vol. 23, no. 4, pp. 239-241, feb. 15, 2011, doi: 10.1109/LPT.2010.2098864.
- [31] G. Raybon et al., "Single-carrier 400G interface and 10-channel WDM transmission over 4,800 km using all-ETDM 107-Gbaud PDM-QPSK," 2013 Optical Fiber Communication Conference and Exposition and the National Fiber Optic Engineers Conference (OFC/NFOEC), 2013, pp. 1-4.
- [32] J. Zhang et al., "Transmission of single-carrier 400G signals (515.2-Gb/s) based on 128.8-GBaud PDM QPSK over 10,130- and 6,078 km terrestrial fiber links," en Opt. Express, vol. 23, no. 13, pp. 16540-16545, 2015, doi: 10.1364/OE.23.016540.
- [33] J. Yu et al., "Transmission of 8 × 480-Gb/s super-Nyquist-filtering 9-QAM-like signal at 100 GHz-grid over 5000-km SMF-28 and twenty-five 100 GHz-grid ROADMs," en Opt Express, vol. 21, no. 13, pp. 15686-15691, 2013, doi: 10.1364/OE.21.015686.
- [34] J. Zhang et al., "Transmission of 20×440-Gb/s super-nyquist-filtered signals over 3600 km based on single-carrier 110-GBaud PDM QPSK with 100-GHz grid," OFC

2014, 2014, pp. 1-3, doi: 10.1364/OFC.2014.Th5B.3.

- [35] P. J. Winzer et al., "Generation and 1,200-km transmission of 448-Gb/s ETDM 56-Gbaud PDM 16-QAM using a single I/Q modulator," 36th European Conference and Exhibition on Optical Communication, 2010, pp. 1-3, doi: 10.1109/ECOC.2010.5621371.
- [36] J. Renaudier et al., "Long-Haul WDM Transmission of 448 Gbit/s Polarisation-Division Multiplexed 16-Ary Quadrature Amplitude Modulation Using Coherent Detection," en Electronics Letters, vol. 47, no. 17, pp. 973-975, 2011, doi: 10.1049/EL.2011.2042.
- [37] R. Rios-Müller et al., "Spectrally-Efficient 400-Gb/s Single Carrier Transport Over 7200 km," en Journal of Lightwave Technology, vol. 33, no. 7, pp. 1402-1407, abr. 1, 2015, doi: 10.1109/JLT.2015.2399104.
- [38] OIF, "Implementation Agreement 400ZR, " mar. 10, 2020. [En línea]. Disponible en: [https://www.oiforum.com/wp-content/uploads/OIF-400ZR-01.0\\_reduced2.pdf](https://www.oiforum.com/wp-content/uploads/OIF-400ZR-01.0_reduced2.pdf)
- [39] X. Zhou et al., "PDM-Nyquist-32QAM for 450-Gb/s Per-Channel WDM Transmission on the 50 GHz ITU-T Grid," en Journal of Lightwave Technology, vol. 30, no. 4, pp. 553-559, feb. 15, 2012, doi: 10.1109/JLT.2011.2177243.
- [40] X. Zhou et al., "800km transmission of 5×450-Gb/s PDM-32QAM on the 50GHz grid using electrical and optical spectral shaping," 2011 37th European Conference and Exhibition on Optical Communication, 2011, pp. 1-3.
- [41] F. Buchali, A. Klekamp, L. Schmalen, y T. Drenski, "Implementation of 64QAM at 42.66 GBaud Using 1.5 Samples per symbol DAC and Demonstration of up to 300 km Fiber Transmission," en Optical Fiber Communication Conference, OSA Technical Digest, 2014, M2A.1
- [42] G. Khanna et al., "Single-Carrier 400G 64QAM and 128QAM DWDM Field Trial Transmission Over Metro Legacy Links," en IEEE Photonics Technology Letters, vol. 29, no. 2, pp. 189-192, 15 ene. 15, 2017, doi: 10.1109/LPT.2016.2632165.
- [43] E. Temprana, B. P. . -P. Kuo, N. Alic, S. Radic y S. Grubb, "400 Gb/s WDM DP-256-QAM transmission with 50 GHz channel separation," 2016 IEEE Photonics Conference (IPC), 2016, pp. 1-2, doi: 10.1109/IPCon.2016.7830949.

- [44] X. Zhou et al., "1200km Transmission of 50GHz spaced, 5×504-Gb/s PDM-32-64 hybrid QAM using electrical and optical spectral shaping," OFC/NFOEC, 2012, pp. 1-3.
- [45] X. Zhou et al., "High Spectral Efficiency 400 Gb/s Transmission Using PDM Time-Domain Hybrid 32–64 QAM and Training-Assisted Carrier Recovery," en Journal of Lightwave Technology, vol. 31, no. 7, pp. 999-1005, abr. 1, 2013, doi: 10.1109/JLT.2013.2243643.
- [46] X. Zhou et al., "12,000km transmission of 100GHz spaced, 8 × 495-Gb/s PDM time-domain hybrid QPSK-8QAM signals," 2013 Optical Fiber Communication Conference and Exposition and the National Fiber Optic Engineers Conference (OFC/NFOEC), 2013, pp. 1-3.
- [47] Y. Zhu et al., "Spectrally-efficient single-carrier 400G transmission enabled by probabilistic shaping," 2017 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC), 2017, pp. 1-3.
- [48] J. Yu et al., "8×528Gb/s PS-64QAM Transmission over 3000km in a Terrestrial System with an Amplifier Span of 100km," 2018 European Conference on Optical Communication (ECOC), 2018, pp. 1-3, doi: 10.1109/ECOC.2018.8535222.
- [49] J. Yu et al., "8×506-Gb/s 16QAM WDM Signal Coherent Transmission over 6000-km Enabled by PS and HB-CDM," 2018 Optical Fiber Communications Conference and Exposition (OFC), 2018, pp. 1-3.
- [50] I. B. Djordjevic, H. G. Batshon, L. Xu y T. Wang, "Coded polarization-multiplexed iterative polar modulation (PM-IPM) for beyond 400 Gb/s serial optical transmission," 2010 Conference on Optical Fiber Communication (OFC/NFOEC), collocated National Fiber Optic Engineers Conference, 2010, pp. 1-3, doi: 10.1364/OFC.2010.OMK2.
- [51] Z. H. Peric, I. B. Djordjevic, S. M. Bogosavljevic y M. C. Stefanovic, "Design of signal constellations for Gaussian channel by using iterative polar quantization," MELECON '98. 9th Mediterranean Electrotechnical Conference. Proceedings (Cat. No.98CH36056), 1998, pp. 866-869 vol.2, doi: 10.1109/MELCON.1998.699349.
- [52] L. W. Coque Loroña, "Estudio de un sistema a 400 Gb/s para conexión de data centers a híper escala," Tesis de Maestría, PUCE, Quito, Ecuador, 2021. [En línea].

Disponible en: <http://repositorio.puce.edu.ec/xmlui/handle/22000/18892>

- [53] M. S. Hossain et al., "Single-Lane 402 Gb/s PAM-8 IM/DD Transmission Based on a Single DAC and an O-Band Commercial EML," en 26th Optoelectronics and Communications Conference, OSA Technical Digest, 2021, T5A.6.
- [54] J. Armstrong, "OFDM for Optical Communications," in *Journal of Lightwave Technology*, vol. 27, no. 3, pp. 189-204, feb. 1, 2009, doi: 10.1109/JLT.2008.2010061.
- [55] R. S. Tucker, G. Eisenstein y S. K. Korotky, "Optical time-division multiplexing for very high bit-rate transmission," en *Journal of Lightwave Technology*, vol. 6, no. 11, pp. 1737-1749, nov. 1988, doi: 10.1109/50.9991.
- [56] A. Konczykowska, J. -. Dupuy, F. Jorge, M. Riet y V. Nodjiadjim, "InP DHBT integrated circuits for high speed and low power applications," 2018 22nd International Microwave and Radar Conference (MIKON), 2018, pp. 1-4, doi: 10.23919/MIKON.2018.8514557.
- [57] L. P. Barry, "Optical Time Division Multiplexing," en *Encyclopedia of Modern Optics Second Edition*, Reds Oxford: Elsevier, pp. 60–66, 2005, doi: 10.1016/B978-0-12-809283-5.00674-1.
- [58] N. Badraoui y T. Berceci, "Enhancing capacity of optical links using polarization multiplexing," *Opt. Quantum Electron.*, vol. 51, no. 9, pp. 1–11, 2019, doi: 10.1007/s11082-019-2017-3.
- [59] A. Grami, "Passband Digital Transmission," en *Introduction to Digital Communications*, Boston: Academic Press, 2016, pp. 299–355. doi: 10.1016/B978-0-12-407682-2.00007-7.
- [60] M. Nakazawa, T. Hirooka, M. Yoshida, y K. Kasai, "Chapter 7 - Extremely Higher-Order Modulation Formats," en *Optical Fiber Telecommunications Sixth Edition.*, I. P. Kaminow, T. Li, and A. E. Willner, Eds. Boston: Academic Press, 2013, pp. 297–336. doi: 10.1016/B978-0-12-396960-6.00007-9.
- [61] W. -R. Peng, I. Morita y H. Tanaka, "Hybrid QAM transmission techniques for single-carrier ultra-dense WDM systems," 16th Opto-Electronics and Communications Conference, 2011, pp. 824-825.

- [62] Z. Qu, I. B. Djordjevic, y J. Anderson, "Two-Dimensional Constellation Shaping in Fiber-Optic Communications," *Applied Sciences*, vol. 9, no. 9, 2019, doi: 10.3390/app9091889.
- [63] G. Stepniak, M. Schüppert, y C.-A. Bunge, "Polymer-optical fibres for data transmission," en *Polymer Optical Fibres*, C.-A. Bunge, T. Gries, and M. Beckers, Eds. Woodhead Publishing, 2017, pp. 217–310. doi: 10.1016/B978-0-08-100039-7.00008-7.
- [64] M. Rekha, M. Sing, y B. Raj, "Single Mode Fiber Standards: A review," *International Conference on Wireless Networks and Embedded Systems*, 2008.
- [65] Characteristics of a Cut-Off Shifted Single-Mode Optical Fiber and Cable, ITU-T G.654, International Telecommunication Union ITU-T, 2020.
- [66] S. Chandrasekhar y X. Liu, "Chapter 3 - Advances in Tb/s Superchannels," en *Optical Fiber Telecommunications Sixth Edition*, I. P. Kaminow, T. Li, and A. E. Willner, Eds. Boston: Academic Press, 2013, pp. 83–119. doi: 10.1016/B978-0-12-396960-6.00003-1.
- [67] X. Jiang, "Optical performance monitoring in optical long-haul transmission systems," en *Optical Performance Monitoring*, Oxford: Academic Press, 2010, pp. 423–446. doi: 10.1016/B978-0-12-374950-5.00015-8.
- [68] R. J. Mears, L. Reekie, I. M. Jauncey, y D. N. Payne, "Low-noise erbium-doped fibre amplifier operating at 1.54 $\mu\text{m}$ ," *Electronics Letters*, vol. 23, pp. 1026–1028, 1987.
- [69] Y. Durteste, M. Monerie, J.-Y. Allain, y H. Poignant, "Amplification and lasing at 1.3  $\mu\text{m}$  in praseodymium-doped fluorozirconate fibres," *Electronics Letters*, vol. 27, pp. 626–628, 1991.
- [70] E. Ip, A. P. T. Lau, D. J. F. Barros, y J. M. Kahn, "Coherent detection in optical fiber systems," *Opt. Express*, vol. 16, no. 2, pp. 753–791, ene. 2008, doi: 10.1364/OE.16.000753.
- [71] M. E. Al-Mualla, C. N. Canagarajah, y D. R. Bull, "Error-Resilience Video Coding Techniques," en *Video Coding for Mobile Communications*, San Diego: Academic Press, 2002, pp. 205–229. doi: 10.1016/B978-012053079-3/50011-1.

- [72] A. H. Gnauck y R. M. Jopson, "Dispersion Compensation for Optical Fiber Systems," en *Optical Fiber Telecommunications IIIA*, Third Edition., I. P. Kaminow and T. L. Koch, Eds. Boston: Academic Press, 1997, pp. 162–195. doi: 10.1016/B978-0-08-051316-4.50011-4.
- [73] P. S. Westbrook y B. J. Eggleton, "FIBER GRATINGS," en *Encyclopedia of Modern Optics*, R. D. Guenther, Ed. Oxford: Elsevier, 2005, pp. 501–513. doi: 10.1016/B0-12-369395-0/00657-6.
- [74] H. Bulow, F. Buchali y A. Klekamp, "Electronic Dispersion Compensation," en *Journal of Lightwave Technology*, vol. 26, no. 1, pp. 158-167, ene. 1, 2008, doi: 10.1109/JLT.2007.913066.

## 5 ANEXOS

ANEXO I. Artículo sobre *Probablistic Shaping* para comunicaciones por Fibra Óptica.

ANEXO II. Artículo sobre el diseño de constelación de la modulación IPM.




# ANEXO I. Artículo sobre *Probabilistic Shaping* para comunicaciones por Fibra Óptica.

1590

JOURNAL OF LIGHTWAVE TECHNOLOGY, VOL. 37, NO. 6, MARCH 15, 2019

## Probabilistic Constellation Shaping for Optical Fiber Communications

Junho Cho , Member, IEEE, and Peter J. Winzer, Fellow, IEEE, Fellow, OSA

(Invited Paper)

**Abstract**—We review probabilistic constellation shaping (PCS), which has been a key enabler for several recent record-setting optical fiber communications experiments. PCS provides both fine-grained rate adaptability and energy efficiency (sensitivity) gains. We discuss the reasons for the fundamentally better performance of PCS over other constellation shaping techniques that also achieve rate adaptability, such as time-division hybrid modulation, and examine in detail the impact of sub-optimum shaping and forward error correction (FEC) on PCS systems. As performance metrics for systems with PCS, we compare information-theoretic measures such as mutual information (MI), generalized MI (GMI), and normalized GMI, which enable optimization and quantification of the information rate (IR) that can be achieved by PCS and FEC. We derive the optimal parameters of PCS and FEC that maximize the IR for both ideal and non-ideal PCS and FEC. To avoid plausible pitfalls in practice, we carefully revisit key assumptions that are typically made for ideal PCS and FEC systems.

**Index Terms**—Modulation, optical fiber communication, probabilistic constellation shaping, quadrature amplitude modulation.

### I. INTRODUCTION

IT HAS been known since 1948 when information theory was first established in Shannon's seminal paper [1] that a continuous Gaussian source distribution achieves the capacity of the additive white Gaussian noise (AWGN) channel when ideal forward error correction (FEC) is assumed. Between the late 1980s and the early 1990s, many studies developed discrete modulation techniques to mimic continuous Gaussian signaling, commonly referred to as *constellation shaping* [2]–[6]. Constellation shaping, however, did not find broad applications, except for the V.34 voice band modem over telephone lines that was standardized by the International Telecommunications Union (ITU) in 1994 [7]. While constellation shaping attempts to approach the Shannon limit from a *modulation* perspective, approaching the Shannon limit from a *coding* perspective saw a new wave of substantial progress with the invention of turbo codes in 1993 [8]. The success of turbo codes led to the rediscovery of low-density parity-check (LDPC) codes [9]–[11], which reduced the *coding gap* to the (modulation-constrained) Shannon limit

Manuscript received December 6, 2018; revised January 9, 2019 and February 7, 2019; accepted February 8, 2019. Date of publication February 12, 2019; date of current version March 28, 2019. (Corresponding author: Junho Cho.)

The authors are with Nokia Bell Labs, Holmdel, NJ 07733 USA (e-mail: junho.cho@nokia-bell-labs.com; peter.winzer@nokia-bell-labs.com).

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online at <http://ieeexplore.ieee.org>.

Digital Object Identifier 10.1109/JLT.2019.2898855

0733-8724 © 2019 IEEE. Translations and content mining are permitted for academic research only. Personal use is also permitted, but republication/redistribution requires IEEE permission. See [http://www.ieee.org/publications\\_standards/publications/rights/index.html](http://www.ieee.org/publications_standards/publications/rights/index.html) for more information.

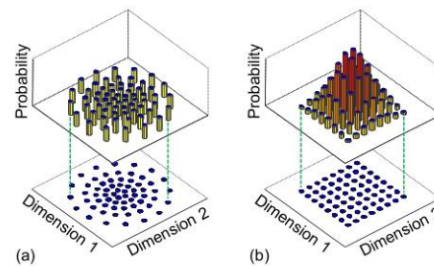


Fig. 1. (a) Geometric and (b) probabilistic constellation shaping.

to within tenths of a decibel. Remarkably, capacity-approaching soft-decision (SD) FEC codes have a good structure for low-cost parallel application-specific integrated circuit (ASIC) implementation, and have hence been adopted as a quasi-standard in almost every field of communications [12]–[18]. A tremendous amount of research has been published in the golden era of FEC since 1993, and research on constellation shaping was relatively unpopular except for a small number of isolated papers, e.g., [19]–[25]. This may be partly because the *shaping gain* relative to a square quadrature amplitude modulated (QAM) constellation is fundamentally limited to  $\sim 1.53$  dB, while the *coding gain* with modern SD FEC codes easily reaches 10 dB at a bit error ratio (BER) of  $10^{-15}$ , and partly because there was no effective method to implement capacity-approaching constellation shaping up until very recently.

In the context of optical communications, *geometric constellation shaping (GCS)* in the form of multi-ring constellations was used to estimate the Shannon limit of the nonlinear optical fiber channel [26], and in the form of iterative polar modulation (IPM) to achieve experimental spectral efficiency (SE) records [27], [28]. Using GCS, the *location* of the constellation points in the complex plane is arranged to approximate a Gaussian distribution, cf. Fig. 1(a). However, GCS has some serious practical disadvantages that have prevented its commercialization: (i) there is no simple solution to finding locations of the GCS constellation points for arbitrary channel conditions; (ii) the irregular constellation points of GCS increase the complexity of coherent digital signal processing (DSP) for robust signal recovery prior to decoding; and (iii) the general infeasibility of

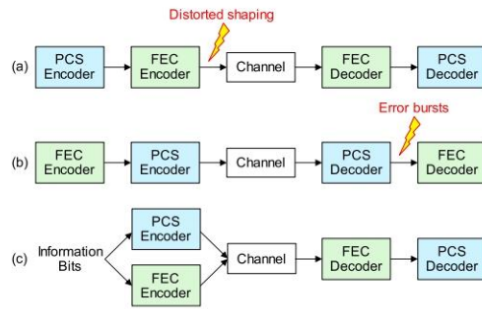


Fig. 2. Architectures for PCS.

Gray mapping increases the complexity of demapping symbols to soft-decision bit metrics.

It is only four years ago that constellation shaping began to attract significant attention, both in research and in rapidly following productization, in the form of *probabilistic constellation shaping (PCS)*, which shapes the *probability of occurrence* of the constellation points rather than their locations to approximate Gaussian signaling, as shown in Fig. 1(b). In contrast to GCS, (i) it is simple to optimize these probabilities through a single parameter to match any given channel condition, (ii) constellation points are placed on the rectilinear grid of a *square QAM template*, which facilitates coherent DSP by robust state-of-the-art square-QAM algorithms, and (iii) Gray mapping facilitates symbol demapping for subsequent SD FEC.

Combinations of PCS and GCS have also been studied in the context of optical communications [29], [30], but these have yielded little gain over pure PCS based on square QAM templates, which already approach the Shannon limit to within 0.1 dB in the AWGN channel. Nevertheless, the combination of GCS and PCS to combat channel nonlinearities [31], [32] is not yet a completely resolved problem.

PCS is practically enabled by the *probabilistic amplitude shaping (PAS)* architecture [33], which shows capacity-approaching performance with a practical shaping and coding implementation and elegantly resolves the long-standing problem of PCS in terms of combining shaping and coding, as visualized in Fig. 2: The problem with previously known PCS architectures is that performing *coding after shaping* at the transmitter distorts the shaped symbol distribution, as FEC parity bits are generally not shaped, see Fig. 2(a). On the other hand, performing *coding before shaping* at the transmitter can cause error bursts upon de-shaping erroneously received symbols at the receiver, see Fig. 2(b). The PAS architecture elegantly circumvents this problem by optimally intertwining shaping and coding in a capacity-approaching and efficiently implementable way, cf. Fig. 2(c). Coding and shaping are decoupled through a parallel transmitter architecture (as reviewed in Section II-A.) such that their independent optimization leads to jointly optimal performance. This greatly simplifies the implementation of encoder and decoder by allowing the use of off-the-shelf modern

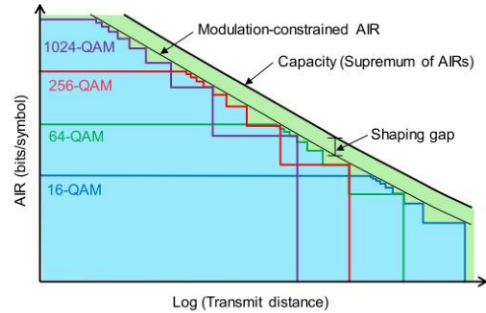


Fig. 3. Schematic illustration of the AIR of the auxiliary AWGN channel modeling an optical fiber channel. Upper solid line: Gaussian signaling (i.e., AWGN capacity), lower solid line: uniform QAMs with arbitrarily rate-adaptable FEC (i.e., modulation-constrained AIR), staircase lines: uniform QAMs with nine different fixed-rate FEC codes (i.e., modulation- and code-constrained AIRs).

SD FEC codes, with minimum to no specific tailoring for the use in a PCS application.

PCS based on the PAS architecture in optical communications was first demonstrated by full-field simulations [34] and transmission experiments [35] in 2015. Record SEs using PCS were then demonstrated across a wide range of transmission distances from 500 km to 4,000 km [36], and a capacity of 65 Tb/s was demonstrated at a record SE using PCS, exploiting C and L bands over 6,600 km in a laboratory experiment [37]. The first field trial over a trans-oceanic submarine cable using PCS achieved a record SE over 5,500 km and 11,000 km [38]. Over a short distance of 50 km, a record SE of 17.3 b/s/Hz was demonstrated using PCS on a 10-subcarrier superchannel [39], [40]. The first commercial transponder using PCS was recently announced [41]. The first real-time experimental demonstration of PCS was reported in [42]. The numerous milestones that have been achieved in only 4 years and the rapid adoption of PCS in the commercial sector bear testimony to the significance of PCS in improving the performance of optical fiber communications.

## II. BENEFITS OF PCS IN OPTICAL TRANSMISSION

### A. Fiber Channel Capacity and Achievable Information Rates

The trade-off between the *achievable information rate (AIR)* and the transmission distance in a fiber-optic transmission system is illustrated in Fig. 3; as the figure merely visualizes general trade-offs, the exact axis labels that vary depending on the underlying system assumptions are omitted. While the nonlinear fiber channel is a non-AWGN channel with memory, whose general capacity has been estimated but is not exactly known [26], [43], it can under certain assumptions be *accurately modeled* as a memoryless AWGN channel [26], [44]–[46]. The AIR for this *auxiliary* AWGN channel can then be maximized over all possible input distributions, assuming ideal FEC coding with infinite code length and unlimited decoder complexity, leading to a capacity estimate of the fiber channel as represented by its auxiliary AWGN channel. The capacity of the auxiliary

AWGN channel, however, does not represent the fundamental fiber channel capacity, but rather a lower bound of it, in the sense that a higher AIR may be obtained if one could further exploit intra- and inter-channel nonlinear interference to enhance the signal-to-noise ratio (SNR). The largest recovered SNR of a fiber channel depends on the network scenario and on assumptions about what information is and is not known to the various transponders within the network. This leads to a variety of capacity estimates for the optical fiber channel [26], [46]. Regardless of the sophistication of the optical fiber channel model, it is a general observation that capacity is maximized by a certain optical signal power. Furthermore, as both optical amplifier noise [26] and nonlinear interference noise (NLIN) at optimized optical channel powers [44]–[46] are, either exactly or to an excellent approximation for Gaussian signaling, linearly proportional to the transmission reach, the channel capacity decreases logarithmically with transmission distance in the high SNR regime, as illustrated by the upper solid line in Fig. 3 [46]. Achieving the auxiliary AWGN channel capacity implies, at each transmission distance, the use of the optimally chosen variance of a Gaussian-shaped modulation as well as optimal FEC performance at an optimally chosen code rate  $R_c \in (0, 1]$ ; hence, attaining the capacity involves the *continuous adaptation* of both modulation and FEC code rate. If we restrict ourselves to uniform square QAM constellations, the *modulation-constrained* AIR is decreased to below the modulation-unconstrained AIR (i.e., the capacity of the auxiliary channel), as indicated by the lower solid line in Fig. 3, suffering a loss called the *shaping gap* due to the non-Gaussianity of the signal. In principle, the QAM-constrained AIR can be reached by optimizing the FEC code rate for each transmission distance with uniform square QAM formats. However, in practical ASIC implementations, only a few code rates may be available, which lets the AIR decrease in the form of a staircase function versus distance, as shown for nine different FEC rates  $R_c = 1/2, 2/3, \dots, 9/10$  in Fig. 3. Despite these many FEC rates, there is still a significant gap to the optimal AIR, as well as a step-like rate/reach trade-off. Compared to uniform QAM, PCS achieves *both* an arbitrarily fine rate/reach trade-off, even for a *single* FEC code rate, and bridges the shaping gap to closely approach ultimate performance. These two distinct benefits of PCS will be discussed in the context of contending techniques in the subsequent Sections II-B and II-C.

### B. Rate Adaptation

1) *Uniform Square QAM With Multi-Rate FEC*: In order to perform rate adaptation by FEC alone, as discussed along with Fig. 3, the most common way in communication standards is to use a small family of base matrices for LDPC coding, which are highly optimized using, e.g., density evolution [11] or extrinsic information transfer (EXIT) chart analyses [47], to approach the (modulation-constrained) AIR. Every matrix in the family of FEC codes is made to be a sub-matrix of a larger matrix to establish a good structure for ASIC implementation. The base matrices are then *lifted* by replacing each non-zero element with a  $z \times z$  circulant matrix such that larger matrices can be derived for actual LDPC codes. This construction limits the derived code

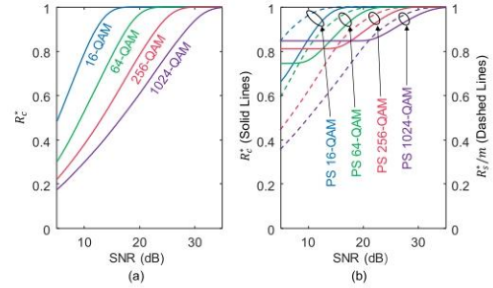


Fig. 4. (a) Optimal code rate  $R_c^*$  for uniform QAM. and (b) optimal code rate  $R_c^*$  (solid lines) and optimal shaping rate  $R_s^*$  normalized by  $m$  (dashed lines) for PS QAM.

rates to the form

$$R_c = \frac{zk_b}{zn_s} = \frac{k_c}{n_c}, \quad (1)$$

resulting in a coding overhead of  $(n_b - k_b)/k_b$ , with  $k_b$  and  $n_b$  being small positive integers. Hence, practically achievable code rates have a relatively coarse granularity and do not fall on a uniform grid; e.g., the 9 code rates of Fig. 3,  $R_c = 1/2, 2/3, \dots, 9/10$ , have increments of 0.167, 0.083,  $\dots$ , 0.011. Together with a set of uniform  $M^2$ -ary QAM constellations, this leads to IRs of<sup>1</sup>

$$IR = 2mR_c \quad (2)$$

in bits/symbol (per two dimensions: in-phase I and quadrature Q), where  $m = \log_2 M$ . Therefore, with uniform QAM and multi-rate FEC, one can only obtain coarse and irregular IR increments, as shown in Fig. 3.

The AIR is determined through the *mutual information (MI)* or *generalized MI (GMI)*, which will be discussed in Section III in more detail. We denote the AIR under a given transponder constraint by  $IR^*$ . Once  $IR^*$  is obtained for a given QAM order and SNR, the required code rate  $R_c^*$  is found as, cf. (2),

$$R_c^* = IR^* / (2m), \quad (3)$$

which is depicted in Fig. 4(a) for various uniform square QAM formats as a function of the SNR. Note that  $R_c^*$  denotes the theoretically largest code rate that leads to error-free decoding; any actually used FEC code must have a rate smaller than  $R_c^*$ . The available code rates may potentially be far from the optimum rate  $R_c^*$ , which consequently leads to the step function behavior of Fig. 3. In order to obtain finer granularity than given by the “mother codes”, codes can be *shortened* or *punctured* [48]–[52]. By shortening or puncturing  $s$  code symbols in each codeword, with  $s \ll n_c$ , code rates of  $(k_c - s)/n_c < R_c$  or  $k_c/(n_c - s) > R_c$  can be derived with a step size  $\Delta_{R_c} \approx 1/n_c$ , letting the resulting code rate more closely approach  $R_c^*$ . Since the code length  $n_c$  is generally beyond tens of thousands in

<sup>1</sup>Note that the IR is a property of the transponder parameters alone, while the AIR is a property of the channel, possibly constrained by assumptions on the transponder as well (cf. Table I in Section III).

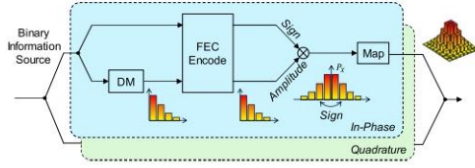


Fig. 5. The PAS architecture [33].

optical fiber communications, the rate discrepancy  $\lesssim 1/(2n_c)$  between the optimal  $R_c^*$  and the realized  $R_c$  could then be made negligible and one could thereby make the steps finer and more closely approach the modulation-constrained AIR of Fig. 3. However, shortening or puncturing induces two problems in practice: (i) shortened or punctured codes generally have a wider gap to the AIR than the mother code [48]–[50], which can often be significant in practice [51], [52], because the optimal degree distribution for the rate of children codes may not necessarily be derived by shortening or puncturing the mother codes, and (ii) their error floor may be raised compared to the mother codes due to the change of their cycle properties, whose adverse effect must be minimized by a laborious optimization process [53]. The impact of suboptimum codes on system performance will be discussed in detail in Section IV.

2) *PCS With Variable-Rate and Fixed-Rate FEC*: As an alternative to uniform square QAM with variable-rate FEC, PCS can be used for rate adaptation in conjunction with variable-rate or even with fixed-rate FEC. As shown in Fig. 5, the PAS architecture [33] achieves PCS by independently shaping each signal dimension on an  $M$ -ary pulse amplitude modulation (PAM) template to construct a probabilistically-shaped (PS)  $M^2$ -QAM constellation. This is possible since the in-phase and quadrature dimensions of a modulated signal are orthogonal.

In what follows, we use the convention that a scalar random variable is denoted by a capital letter (e.g.,  $X$ ), a realization of a scalar random variable by a lowercase letter (e.g.,  $x$ ), and an alphabet (i.e., a set of allowed symbols) by a script letter (e.g.,  $\mathcal{X}$ , with elements  $x_i$ ). A vector of random variables is denoted by a boldface capital letter (e.g.,  $\mathbf{X}$ ), and a realization of a vector random variable by a boldface lowercase letter (e.g.,  $\mathbf{x}$ ).

Given the  $M$ -PAM symbol set  $\mathcal{X} = \pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)$ , the probability of a constellation point  $x \in \mathcal{X}$  is commonly generated according to the *Maxwell-Boltzmann (MB)* distribution

$$P_X(x) = \frac{e^{-\lambda x^2}}{\sum_{x' \in \mathcal{X}} e^{-\lambda x'^2}} \quad (4)$$

with  $\lambda \geq 0$ , which is the *maximum-entropy* distribution for  $\mathcal{X}$  under an average-power constraint. The rate parameter  $\lambda$  controls the *entropy rate*<sup>2</sup>  $2\mathbb{H}(X)$  of the PS QAM signal in bits/symbol, where  $\mathbb{H}(X) = -\sum_{x \in \mathcal{X}} P_X(x) \log_2 P_X(x)$  denotes the binary entropy. When  $\lambda = 0$ , the MB distribution degenerates to a uniform distribution with  $\mathbb{H}(X) = m$  bits/symbol

<sup>2</sup>A stationary memoryless information source produces an entropy  $\mathbb{H}(X_1, \dots, X_n)$  that grows linearly with time  $n$  at a rate  $\mathbb{H}(X)$ , hence the name “entropy rate.”

per dimension. As  $\lambda$  increases, the MB distribution contains fractional numbers of  $1 \leq \mathbb{H}(X) < m$  bits/symbol per dimension, hence realizing rate adaptation with a reduced average symbol energy. The functional block that performs rate-adaptive shaping in the PAS architecture is the *distribution matcher (DM)*, which transforms uniformly distributed input information bits to MB-distributed PAM output symbols, cf. Fig. 5. The DM generates only the positive amplitudes of the  $M$ -PAM symbols (a “half-PAM” constellation). A binary *systematic* FEC encoder generates parity bits that are equally distributed in  $\{-1, +1\}$ . Since the FEC code is systematic, it does not affect the information bits, so the positive-amplitude DM output remains unchanged by FEC encoding. A symmetric  $M$ -PAM distribution is then created by multiplying each of the half-PAM symbols with a parity bit acting as a sign bit. In some cases, the sign bit stream also includes some information bits in addition to parity bits, see [33], [54] for details.

In the PAS architecture with code rate  $R_c$  and entropy rate  $2\mathbb{H}(X)$ , the IR can be calculated as [33], [54]

$$IR = 2(\mathbb{H}(X) - m(1 - R_c)), \quad (5)$$

in bits/symbol per two dimensions. The term  $2\mathbb{H}(P_X)$  on the right-hand side of (5) is the largest number of information bits that can be contained within a complex symbol (i.e., per two dimensions) with the distribution  $P_X$ , which is controlled by the rate parameter  $\lambda$  for an MB distribution, and the term  $2m(1 - R_c)$  quantifies the FEC overhead in bits/symbol per two dimensions. Assuming bit-metric decoding (BMD, cf. Section III-B),  $IR^*$ , i.e., the largest AIR for a given SNR and QAM template, can be obtained by maximizing the GMI over all possible MB distributions  $P_X$ . The result then also represents the capacity of PAS in the auxiliary AWGN channel. The maximization can be done numerically by an exhaustive search or by the bisection method, since the MB distribution has only one free parameter  $\lambda$ . Rigorously speaking,  $IR^*$  obtained this way does not represent the *unconstrained* AWGN channel capacity since (i) the finite number of constellation points in the underlying QAM template imposes a weak constraint on the modulation and (ii) the decoding is BMD. However, the gap between  $IR^*$  and the capacity of the auxiliary AWGN channel is negligible [55].

From (5), the required code rate  $R_c$  to achieve an  $IR$  with a channel input distribution  $P_X$  can be calculated as

$$R_c = 1 - \frac{\mathbb{H}(X) - IR/2}{m}. \quad (6)$$

If the DM produces a length- $n_s$  amplitude block from a length- $(k_s - n_s)$  input bit block, with  $k_s > n_s$ , the sign path in the PAS architecture transports  $n_s$  sign bits per block, regardless of whether they are information bits or parity bits from a shaping point of view, hence the PAS architecture implements a *shaping rate* of

$$R_s = \frac{k_s}{n_s} \quad (7)$$

in bits/symbol per dimension [54]. While a class of FEC mother codes has a relatively low degree of freedom to choose  $k_c$  and  $n_c$  without shortening or puncturing, limiting the achievable rate adaptability as discussed above, there exists a DM algorithm that

can finely adjust the number of input bits  $k_s - n_s$  to be mapped into a length- $n_s$  block of output symbols, hence achieves granularity of the shaping rate  $\Delta R_s = 1/n_s$ . Denoting by  $X^*$  the  $M$ -PAM symbols that maximize the AIR through the MB distribution  $P_{X^*}$ , the small shaping granularity lets the realized  $R_s$  closely approach the optimal entropy rate  $R_s^* \approx \mathbb{H}(X^*)$ , by choosing a large block length  $n_s$ . Figure 4(b) shows the optimal shaping rate  $R_s^*$  (dashed lines) that produces the largest AIR in the auxiliary AWGN channel and the corresponding optimal code rate  $R_c^*$  obtained using (6) with  $R_s^* = \mathbb{H}(X^*)$ . As shown in the figure, when PCS shares the role of rate adaptation with FEC by adjusting both  $R_s$  and  $R_c$ , the optimal code rate (i) is much higher than when FEC alone performs rate adaptation (Fig. 4(a)), and (ii) occupies a much narrower range [55]; in the case of Fig. 4, we have  $0.74 < R_c^* \leq 1$  for PCS, instead of  $0.18 < R_c^* \leq 1$  for uniform QAM.

The narrow range of optimum FEC rates for PCS suggests the potential use of a *single* (or a small number of) fixed-rate FEC code(s), whereby rate adaptation is performed (almost) exclusively by PCS. This then gives a *code rate-constrained* AIR (with a weak modulation constraint given by the underlying QAM template). Remarkably, it was shown in [55] that the performance loss due to fixed-rate FEC with  $R_c = 0.8$  does not exceed 0.07 bits/symbol of IR per two dimensions or 0.3 dB of SNR in the AWGN channel, valid for all square  $M^2$ -QAM templates with  $M^2 \leq 1024$ . This assumes ideal PCS with a DM that maps  $k_s - n_s$  information bits into  $n_s$  PAM symbols such that the realized shaping rate  $R_s = k_s/n_s$  is exactly equal to  $\mathbb{H}(X^*)$ . Such an ideal DM can be implemented, e.g., by constant composition distribution matching (CCDM) [56], which is asymptotically optimal in block length  $n_s$ . CCDM achieves close to optimal performance already with a relatively small  $n_s \leq 10^4$ , its hardware architecture is universal for all shaping rates  $R_s \leq 2m$ , and at least in principle it is implementable in today's hardware. Other DM techniques that are lower-complexity than CCDM at small performance loss are discussed in [57]–[63]. In contrast to shaping, it is extremely difficult for FEC to narrow down the last few tenths of a decibel of coding gap; for example, a rate-1/2 irregular and unstructured LDPC code with block length  $n_c = 10^7$  and a maximum variable degree of 200 may approach the (modulation-constrained) AIR to within 0.04 dB at  $BER = 10^{-6}$  using belief-propagation decoding with up to 2000 decoding iterations [64].

3) *Time-Division Hybrid Modulation (TDHM)*: TDHM time-interleaves symbols picked from different uniform square QAM constellations in a deterministic manner to achieve fine granularity of the IR [65], [66]. For example, using  $M_1^2$ -QAM for a fraction  $0 \leq \alpha \leq 1$  of the time, and  $M_2^2$ -QAM for a fraction  $1 - \alpha$  of the time, TDHM can realize an arbitrary shaping rate of  $R_s = \alpha m_1 + (1 - \alpha)m_2$  bits/symbol per dimension, where  $m_1 = \log_2 M_1$  and  $m_2 = \log_2 M_2$ . When averaged over time, TDHM creates the illusion of an MB-like symbol distribution, cf. Fig. 6. However, TDHM is fundamentally different from *probabilistic* constellation shaping in that a receiver can separate the constituent constellations *deterministically* using the *a priori* knowledge of their temporal locations. (The same is true for any other hybrid modulation scheme that uses multiple orthogonal signal dimensions to carry different uniform QAM constel-

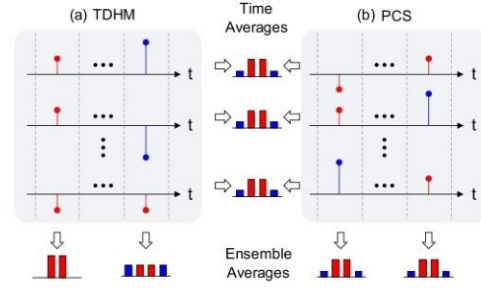


Fig. 6. Time and ensemble averages of symbols created by (a) TDHM and (b) PCS.

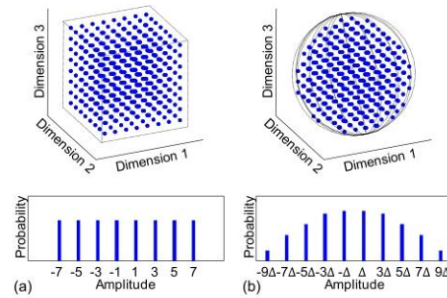


Fig. 7. Three-dimensional square lattice constellation points contained in (a) a cube, and (b) a ball, and their marginal probability distributions as projected onto each coordinate axis. Figure after [69].

lations in a deterministic manner, such as frequency-division hybrid modulation (FDHM) or digital subcarrier multiplexing [67], [68]). Consequently, while the *rate granularity* of TDHM can be as fine as that of PCS, the *performance* of TDHM does not reach that of PCS, as we shall see in the following section.

### C. Energy Efficiency

In this section, we illustrate various modulation schemes from the perspective of a multi-dimensional signal space, which gives valuable insights into why PCS is needed to closely approach the AWGN capacity. A set of ‘dimensions’ in signal space corresponds to the collection of any physically orthogonal entities, which may be most intuitively viewed as the real-valued (single-quadrature, PAM) amplitudes of consecutive symbols, which are orthogonal in time. Hence, 4 dimensions may be built by 4 successive PAM symbols. Alternatively, 4 dimensions may be built by 2 successive QAM symbols, or by a single polarization-division multiplexed (PDM) QAM symbol.

1) *Uniform QAM*: As shown in Fig. 7(a), assume an  $n_s$ -dimensional (hyper-) cube centered at the origin, each side being parallel with each of the  $n_s$  coordinate axes. If the cube is uniformly filled with points on a square lattice grid, the projection of any random selection of points onto any Cartesian

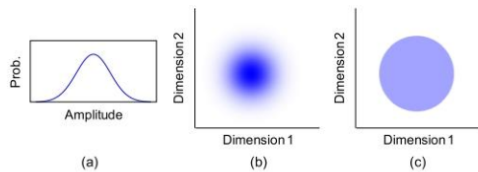


Fig. 8. (a) Gaussian distribution of a signal, (b) the two-dimensional ‘fuzzy’ ball with a non-uniform density created by their 2-fold Cartesian product, and (c) the two-dimensional uniform ball with the same entropy as that of (b).

coordinate axis yields a uniform distribution of points (i.e., a PAM constellation), regardless of the cardinality  $n_s$ . Projections on different axes are independent and identically distributed (IID). Conversely, the  $n_s$ -fold Cartesian product of zero-mean uniform IID distributions confined on a finite support constructs an  $n_s$ -dimensional uniform cube.

2) *Probabilistic Constellation Shaping (PCS)*: Instead of the cube, now assume an  $n_s$ -dimensional (hyper-) ball centered at the origin, again with a uniform density of points within (cf. Fig. 7(b)). The projection onto any one of the Cartesian coordinate axes yields a *non-uniform* probability density. Since the energy of a signal point is quadratic in distance from the origin, a ball centered at the origin, which by definition is enclosed by a constant-radius surface, is the most energy efficient shape to contain a given number of points in multi-dimensional space. When  $n_s = 3$ , the points within the ball have  $\sim 0.27$  dB less average energy than those in the cube, assuming the same number of points (i.e., 512) and the same minimum distance (i.e., 2) between them. This relatively small energy saving is due to the small choice of  $n_s$  and the small number of points in this example, and increases with  $n_s$ .

The energy savings can be translated into a better noise resiliency in a communications context as follows: If the minimum distance of the ball is increased to  $\sim 2.06$  (i.e.,  $\Delta \approx 1.03$  in Fig. 7(b)) such that the average energy becomes the same for the ball and the cube, i.e., when we compare signals of equal energy or signals of equal SNR, the points in the ball have now an increased minimum distance, hence are more immune to noise. This suggests that transmitting discrete information symbols in  $n_s$  dimensions (e.g., by transmitting successively in  $n_s$  time slots), the tightly enclosing shape of the symbols should be an  $n_s$ -dimensional ball instead of an  $n_s$ -dimensional cube.

As  $n_s \rightarrow \infty$ , and as the number of points on each axis  $M \rightarrow \infty$ , the probability density of the points projected onto each coordinate axis converges to a Gaussian distribution. Conversely, if we generate an IID zero-mean Gaussian signal in every Cartesian coordinate axis, the composite signal in  $n$ -dimensional space forms a uniformly dense ball as  $n_s \rightarrow \infty$ . Note that this statement only applies for  $n_s \rightarrow \infty$ , as composite points generated from a finite number of IID Gaussian amplitude distributions will generally result in a ‘fuzzy’ ball with a non-uniform density, not a true ball with a uniform density, as shown in Fig. 8. The energy savings (i.e., the shaping gain) of a ball relative to a cube for the same volume approaches  $\pi e/6 \approx 1.53$  dB [70], Ch. 14] in the limit of  $n_s \rightarrow \infty$ . While the above con-

siderations apply to the constellation entropy (a property of the transmitter), it can be shown that Gaussian signals also result in maximum mutual information between the transmitted and the received signals under a transmission energy constraint in the presence of AWGN [70], Ch. 3], [71], Chs. 8, 9].

True Gaussian signaling requires continuous symbols whose support is not confined to within a finite range of amplitudes. This leads to high required digital-to-analog and analog-to-digital converter resolutions and to large peak-to-average power ratios, which are both problematic engineering aspects in practice. If the symbols are discrete and confined to a finite range on each coordinate axis, it can be shown that the distribution that maximizes the entropy is an MB distribution [5], which is a Gaussian distribution sampled at discrete amplitudes across a finite amplitude range, cf. (4). Here, it should be noted that a continuous Gaussian distribution maximizes both the entropy and the AIR under a transmission energy constraint, but the MB distribution is proven to maximize only the entropy, not the AIR, the latter being maximized using the Blahut-Arimoto algorithm [72], [73]. Nevertheless, the AIR obtained by the MB distribution is very close to the AWGN channel capacity [33].

Creating the shaped distribution in each dimension is the task of the DM. For example, the CCDM algorithm creates a target distribution by fixing the number of occurrences of  $M$ -PAM symbols in each length- $n_s$  block; i.e., symbol  $x_i \in \mathcal{X}$ , for  $i = 1, \dots, M$ , appears exactly  $n_i$  times in each of the length- $n_s$  CCDM blocks, where  $n_s = \sum_{i=1}^M n_i$ , thereby creating a probability mass function (PMF)  $P_X = [\frac{n_1}{n_s}, \dots, \frac{n_M}{n_s}]$  that approximates an MB distribution. Therefore, if we mark a constellation point in  $n_s$ -dimensional space, whose coordinates are specified by the  $n_s$  symbols of the CCDM block, its distance from the origin is a constant  $\sqrt{\sum_{i=1}^M n_i |x_i|^2}$ , hence it lies on an  $n_s$ -dimensional spherical shell. Knowing that almost the entire volume of a ball is near the surface in high-dimensional space (known as the *sphere hardening* phenomenon [70]), CCDM casts symbols onto the surface of a ball as  $n_s \rightarrow \infty$ , which is a *necessary* condition to achieve the optimal energy efficiency. A *sufficient* condition for the optimal energy efficiency under the constraint on the finite support on each coordinate axis is that the DM maps each of the points in a  $k_s$ -dimensional uniform cube to a distinct point in an  $n_s$ -dimensional ball (truncated to within a finite support in each dimension), thereby fulfilling  $R_s = k_s/n_s \rightarrow \mathbb{H}(X)$ , where  $P_X$  is an MB distribution. This is fulfilled by CCDM, as the block length  $n_s \rightarrow \infty$ . However, if the block length  $n_s$  is small,  $R_s$  is smaller than  $\mathbb{H}(X)$ , and the volume inside the surface of the ball is not negligible, hence CCDM becomes sub-optimal. In this case, a direct mapping of uniformly distributed information bits to a completely filled  $n_s$ -dimensional ball-like constellation can outperform CCDM, as is done, e.g., by shell mapping [63], [74]–[76].

3) *Time-Domain Hybrid Modulation (TDHM)*: When speaking of ‘constellation shaping’ it is important to distinguish between *ensemble-averages* and *time-averages*, as visualized in Fig. 6. The *time average* over all symbols in a data stream may yield the same symbol amplitude distribution for both TDHM and PCS, in fact, the overall amplitude distribution averaged over all symbols in a TDHM stream may even be MB, and this

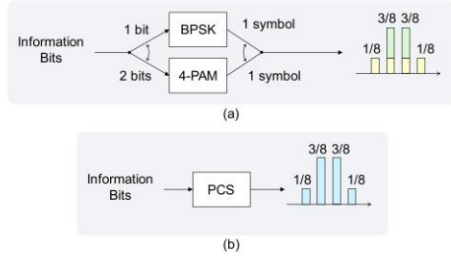


Fig. 9. Time-averaged distributions generated (a) by TDHM, and (b) by PCS.

may suggest that TDHM and PCS should perform the same in terms of their shaping characteristics. However, the *ensemble average*, i.e., the symbol amplitude distribution within a single time slot when averaged across all possible data streams, looks very different for the two shaping schemes, as shown in Fig. 6. In an ideal PCS implementation, ensemble average and time average result in the same distribution, letting the encoding process be stationary and ergodic, and justifying the AIR calculated based on the entropy as in (5) [77]. As an example, consider the TDHM shown in Fig. 9(a) that interleaves symbols drawn from a uniform binary phase-shift keying (BPSK) alphabet  $\mathcal{X}_{\text{BPSK}} = [-1, +1]$  and symbols drawn from a 4-PAM alphabet  $\mathcal{X}_{4\text{-PAM}} = [-3, -1, +1, +3]$  at a multiplexing ratio  $\alpha = 0.5$  such that an MB distribution  $P_X = [p_1, \dots, p_4] = [\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{3}{8}, \frac{1}{8}]$  is observed at the receiver when performing a time average. The shaping rate of this TDHM is  $R_s = (1 + 2)/2 = 1.5$  bits/symbol per dimension, and the average symbol energy is  $\sum_{m=1}^4 p_m |x_m|^2 = 3$ . Note that PCS can create the same time-averaged distribution (hence the same average symbol energy of 3), as shown in Fig. 9(b), but it can do so at a larger shaping rate of  $R_s = \mathbb{H}(X) \approx 1.8$  bits/symbol per dimension! This shows that achieving a time-averaged MB distribution is only a necessary condition for optimal energy efficiency.

By using different PAM orders in different time slots, TDHM does not construct a ball but rather constructs a (hyper-) rectangle. As it is the cube (with equal side lengths) that is the most energy-efficient shape among all possible rectangles for the same volume, TDHM performs worse than uniform square-QAM; and as the ball is more energy efficient than the cube, PCS performs best. Figure 10 depicts a two-dimensional example, representing square-QAM and TDHM in 2 dimensions. The points in the rectangle have  $\sim 3.3$  dB larger average energy than the points in the cube, with the same number of points (i.e., 64) and the same minimum distance (i.e., 2). The same is evident from Figure 11, which shows that TDHM (lower solid line) can cause a loss of  $\sim 2$  dB in SNR [69], or 25% loss in AIR [78], relative to optimal PCS (upper solid line) in the AWGN channel, when all bit levels are encoded jointly by a single FEC code of rate 0.8. If used with a fixed rate-0.8 FEC code, TDHM performs worse than uniform square QAMs with rate-adaptable FEC (cf. dashed lines in Fig. 11). A comparison of rate adaptability and performance of the various coded modulation schemes discussed so far are sketched in Fig. 12.

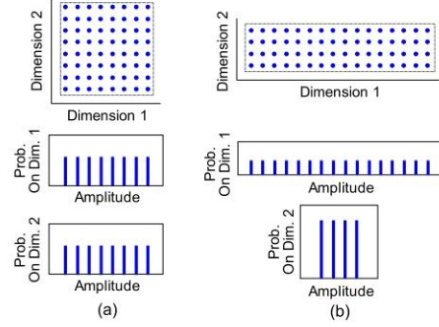


Fig. 10. Two-dimensional square lattice constellation points contained in (a) a cube, and (b) a rectangle, and their marginal probability distributions in each coordinate axis.

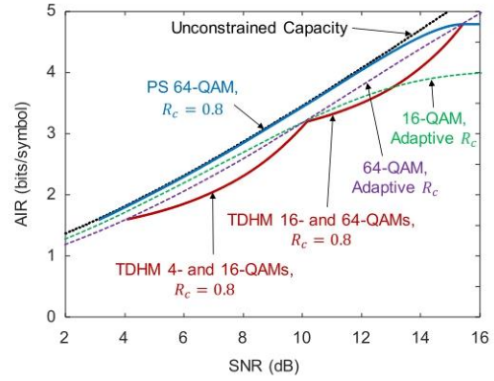


Fig. 11. AIR of various modulation schemes under bit metric decoding in the AWGN channel.

TABLE I  
PERFORMANCE METRICS FOR PCS

	Optimal SMD, Optimal PCS	Optimal BMD, Optimal PCS	Sub-Optimal BMD, Sub-Optimal PCS
Channel Metrics	$MI(X^*; Y)$ $NMI(X^*; Y)$	$GMI(X^*; Y)$ $NGMI(X^*; Y)$	$GMI(X^\dagger; Y)$ $NGMI(X^\dagger; Y)$
Transceiver Metrics	$R_s^* = \mathbb{H}(X^*)$ $R_c^* = NMI(X^*; Y)$	$R_s^* = \mathbb{H}(X^*)$ $R_c^* = NGMI(X^*; Y)$	$R_s = (1 - \delta_s) \mathbb{H}(X^\dagger)$ $R_c = (NGMI(X^\dagger; Y) - (1 + \delta_c)) \times (1 - \delta_c) + 1$

### III. PERFORMANCE METRICS FOR PCS

To quantify system performance of PCS in conjunction with SD FEC, several approaches with and without an explicit focus on their operational meaning have been taken [79]–[85]. Relevant performance metrics are summarized in Table I. The system model used to obtain these metrics is depicted in Fig. 13(a).

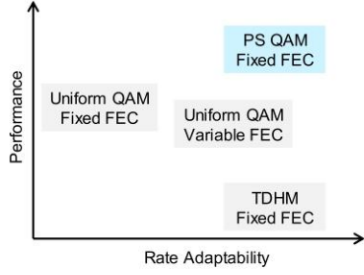


Fig. 12. Rate adaptability and performance of various schemes.

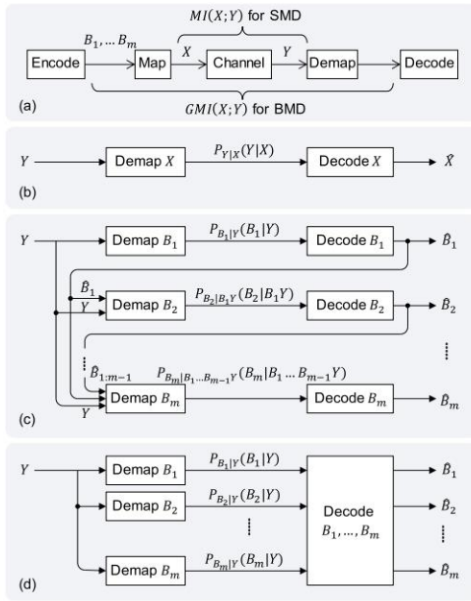


Fig. 13. (a) System model, and architecture of decoders for (b) SMD, (c) multi-level coding and multi-stage decoding (discussed in Appendix), and (d) BMD.

We first consider SMD with non-binary FEC codes that have the same number of symbols in the code alphabet as that of the modulation alphabet, i.e.,  $M$ -ary FEC codes for an  $M$ -ary constellation. (In principle, the code alphabet need not have the same cardinality as the modulation alphabet, but this restriction makes it simple to develop equations and achieves capacity in a memoryless channel.) As briefly discussed in Section II-B.1, a relevant performance metric for SMD is the MI that quantifies an IR that is *achievable* (hence an AIR) using infinite code length and unlimited decoder complexity. The channel capacity, known as the Shannon limit (SL), is obtained by maximizing the

MI over all possible modulation formats (including continuous-amplitude formats with infinitely many “constellation points”).

For the more practical class of BMD systems, a bit-to-symbol mapper transforms an  $m$ -bit sequence  $[B_1, \dots, B_m]$  to an  $M$ -ary modulation symbol  $X$ , cf. Fig. 13(a), where  $m = \log_2 M$ . If the bit sequences are encoded by binary FEC codes and are decoded using BMD, and if we still allow infinite code length and unlimited decoder complexity, the GMI represents an AIR for BMD, in the same way as the MI represents an AIR for SMD. Maximizing the GMI over all possible input symbol distributions for a square QAM template yields an AIR that is constrained in terms of the code alphabet size, the specific modulation template, and the fact that we are using BMD. In this section, without imposing any complexity constraints on FEC and PCS, we review the MI, GMI, and other related metrics in the context of the underlying transponder architecture. A more realistic scenario will be discussed in Section IV, where practical (non-ideal, pragmatic) FEC and complexity-constrained PCS are assumed.

#### A. Mutual Information

Assume that we use a length- $n_c$   $M$ -ary SD FEC code with code rate  $R_c = k_c/n_c$  together with an  $M$ -ary constellation, and the (auxiliary) channel is memoryless AWGN. In this system, based on perfect knowledge of the transmitted symbols  $X$ , a measurable statistic of the channel is  $P_{Y|X}(Y|X)$ , i.e., the probability of the observed physical entity  $Y$  given the transmitted physical entity  $X$ , cf. Fig. 13(b), which is often called the *channel transition probability*. An SD demapper produces the conditional probability  $P_{Y|S}(y_i|s)$  of the  $i$ -th received symbol  $y_i$ , for  $i = 1, \dots, n_c$ , for every symbol  $s$  in the code alphabet. In our system where the FEC code has the same alphabet size as the constellation, this is equivalent to the conditional probability  $P_{Y|X}(y_i|x)$  given a transmitted modulation symbol  $x \in \mathcal{X}$ , which is directly fed to the subsequent SMD as an SD decoding metric. An optimal SMD finds a *legitimate codeword*  $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_{n_c}]$  that is the most likely to be transmitted among all  $M^{k_c}$  possible codewords, given the noisy observation  $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_{n_c}]$ , by maximizing the product of the channel transition probabilities over all symbols in  $\mathbf{y}$ ,  $P_{Y|X}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^{n_c} P_{Y|X}(y_i|x_i)$  [71, Ch. 7.7]. It should be noted that there are only  $M^{k_c}$  codewords that are legitimate for the underlying code, while  $M^{n_c}$  *uncoded* sequences can exist for an  $M$ -ary alphabet. Therefore, only one out of  $M^{n_c}/M^{k_c} = M^{n_c(1-R_c)}$  possible words is a legitimate codeword, which allows a decoder to select the nearest codeword from a noisy non-codeword word. (This illustrates the fundamental operation of FEC.) An AIR of the ideal and optimal SMD is the MI, defined as

$$\begin{aligned} \mathbb{I}(X; Y) &\triangleq \mathbb{E}_{X, Y} \left[ \log_2 \frac{P_{Y|X}(Y|X)}{P_Y(Y)} \right] \\ &= \mathbb{E}_{X, Y} \left[ \log_2 \frac{P_{Y|X}(Y|X)}{\sum_{x' \in \mathcal{X}} P_X(x') P_{Y|X}(Y|x')} \right] \quad (8) \end{aligned}$$

in bits/symbol per dimension, where  $X$  is a random variable for the one-dimensional transmitted signal,  $Y$  is a random variable



for the corresponding received signal in the AWGN channel with a known noise variance, and  $\mathbb{E}_{X,Y}(\cdot)$  denotes the expectation taken over  $X$  and  $Y$ . Here, by “ideal” SMD, we mean that a code is of infinite length ( $n_c \rightarrow \infty$ ), and by “optimal” SMD, we mean that (i) the code rate  $R_c$  is chosen to match the channel condition, and (ii) no other codeword has a higher likelihood than the codeword chosen by SMD, since the decoder is (unrealistically) capable of sorting all  $M^{k_c}$  codewords in a descending order of their probabilities  $P_{Y|X}(\mathbf{y}|x)$ . The supremum of (8) over all possible (continuous- and discrete-amplitude) input distributions  $P_X$  is the channel capacity, which on an (auxiliary) AWGN channel can be achieved by Gaussian signaling, as discussed in Section II.

Although it is in principle possible to use non-binary codes and SMD in the PAS architecture, PCS in optical systems is commonly implemented using binary codes and BMD for complexity reasons, hence the MI does not generally represent the most relevant performance metric.

### B. Generalized Mutual Information

Let us next consider BMD in Fig. 13(a), where a bit-to-symbol mapper transforms a vector  $\mathbf{B} \triangleq [B_1, \dots, B_m]$  to a symbol  $X$  of an  $M$ -PAM constellation. It should be first noted that  $B_j$  for  $j = 1, \dots, m$  are logical entities that are not directly cast into the channel, but only through their physical representation  $X$ , e.g., a voltage or an optical field amplitude. On the other hand, in the context of BMD, the decoder estimates *bits* and not *symbols*. Therefore, the decoder operates on  $P_{Y|B_j}(Y|B_j)$  instead of  $P_{Y|X}(Y|X)$ , calculated as

$$\begin{aligned} P_{Y|B_j}(Y|B_j) &= \frac{P_{B_j,Y}(B_j,Y)}{P_{B_j}(B_j)} \\ &= \frac{\sum_{x' \in \mathcal{X}_b^{(j)}} P_{Y|X}(Y|x') P_X(x')}{P_{B_j}(B_j)}, \end{aligned}$$

where  $b_j(x)$  is the  $j$ -th bit of symbol  $x$ , and  $\mathcal{X}_b^{(j)} \triangleq \{x \in \mathcal{X} : b_j(x) = b\}$  denotes the set of constellation points  $x$  whose  $j$ -th bit representation is  $b \in \{0, 1\}$ . For example, if we use binary reflected Gray coding (BRGC)  $\{101, 100, 110, 111, 011, 010, 000, 001\}$  to represent the 8-PAM symbol alphabet  $\mathcal{X} = \{-7, -5, \dots, +7\}$ , the symbol sets corresponding to a ‘0’ and ‘1’ at the second bit position are  $\mathcal{X}_0^{(2)} = \{-7, -5, +5, +7\}$  and  $\mathcal{X}_1^{(2)} = \{-3, -1, +1, +3\}$ , respectively. The conditional probability of observation  $y$  given transmitted bit  $B_2 = 0$  is then calculated through  $P_{Y|X}(Y|X)$  as  $P_{Y|B_2}(y|0) = \sum_{x' \in \mathcal{X}_0^{(2)}} P_{Y|X}(y|x') P_X(x') / P_{B_2}(0)$ . In BMD, we often use the conditional *likelihood*  $P_{B_j|Y}(B_j|Y)$  instead of the conditional *probability*  $P_{Y|B_j}(Y|B_j)$ , which can be obtained by Bayes’ rule as

$$\begin{aligned} P_{B_j|Y}(B_j|Y) &= P_{Y|B_j}(Y|B_j) \frac{P_{B_j}(B_j)}{P_Y(Y)} \\ &= \frac{\sum_{x' \in \mathcal{X}_b^{(j)}} P_{Y|X}(Y|x') P_X(x')}{P_Y(Y)}, \end{aligned} \quad (9)$$

which represents the SD decoding metric of BMD. An SD demapper for BMD produces the conditional likelihood  $P_{B_j|Y}(b_{i,j}|y_i)$  for the  $j$ -th bit  $b_{i,j}$  of the  $i$ -th transmitted symbol  $x_i$ , for  $i = 1, \dots, n_c$ , which is then input to the subsequent binary SD decoder, cf. Fig. 13(d). Here, we omit the time index  $i$  from  $B_{i,j}$  and  $Y_i$  since the PCS encoding is a stationary process and the channel is assumed to be stationary as well. For a length- $n_c$  binary code, optimal BMD finds a legitimate codeword  $\mathbf{b} = [b_{1,1}, \dots, b_{n_c/m, m}]$  that is the most likely to be transmitted among all  $2^{k_c}$  possible codewords by maximizing  $P_{B|Y}(\mathbf{b}|\mathbf{y}) = \prod_{i=1}^{n_c/m} \prod_{j=1}^m P_{B_{i,j}|Y}(b_{i,j}|y_j)$ , given the noisy observation  $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_{n_c/m}]$ . Multiplications in  $P_{B|Y}(\mathbf{b}|\mathbf{y})$  are often removed by taking the logarithm without affecting the decoding performance. In addition, instead of producing two metrics  $P_{B_j|Y}(0|y_i)$  and  $P_{B_j|Y}(1|y_i)$  for each received symbol  $y_i$ , the SD BMD demapper can produce only one log-likelihood ratio (LLR) metric

$$\log \frac{P_{B_j|Y}(0|y_i)}{P_{B_j|Y}(1|y_i)}, \quad (10)$$

which will be discussed in Section IV in more detail. Note that the BMD demapper produces only  $\log_2 M$  LLRs per received symbol, whereas an SMD demapper produces  $|\mathcal{X}| = M$  LLRs per received symbol, in the form of  $\log P_{X|Y}(x_1|y_i) / P_{X|Y}(x|y_i)$  for all  $x \in \mathcal{X}$ , where  $x_1$  denotes the first letter in  $\mathcal{X}$ . Using the conditional likelihood  $P_{B_j|Y}(B_j|Y)$  in (9), the channel transition probability can be approximated as (see Appendix for derivation details and for a clarification of the operational meaning of the obtained results)

$$\begin{aligned} Q_{Y|X}(Y|X) &\triangleq \left[ \prod_{j=1}^m P_{B_j|Y}(B_j|Y) \right] \frac{P_Y(Y)}{P_X(X)} \\ &\approx P_{Y|X}(Y|X). \end{aligned} \quad (11)$$

This is called the *mismatched* decoding metric [86], [87], since  $Q_{Y|X}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^{n_c/m} Q_{Y|X}(y_i|x_i)$  is not a monotonic function of  $P_{Y|X}(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ , causing loss of decoding performance; in other words, the codeword that maximizes  $Q_{Y|X}(\mathbf{y}|\mathbf{x})$  does not necessarily maximize  $P_{Y|X}(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ .

Eventually, in analogy to the MI obtained from the exact decoding metric  $P_{Y|X}(Y|X)$  as in (8), we obtain the GMI using the approximate decoding metric  $Q_{Y|X}(Y|X)$  as

$$GMI(X; Y) \triangleq \mathbb{E}_{X,Y} \left[ \log_2 \frac{Q_{Y|X}(Y|X)}{\sum_{x' \in \mathcal{X}} P_X(x') Q_{Y|X}(Y|x')} \right] \quad (12)$$

in bits/symbol per dimension. After some mathematical manipulation (see Appendix), we can obtain a compact notation of (12) as

$$GMI(X; Y) = H(X) - \sum_{j=1}^m \mathbb{H}(B_j|Y). \quad (13)$$

In case of uniform  $P_X$  and independent bit levels, (13) degenerates to

$$GMI(X; Y) = \sum_{j=1}^m \mathbb{I}(B_j; Y),$$

which represents an AIR for bit-interleaved coded modulation (BICM) [87]. Importantly, the GMI in (13) has the same form as the “BMD rate” that was first defined in [33], and was proven

to be *achievable* [82], i.e., there exists a coding scheme such that the post-FEC BER can be made arbitrarily small, as the code length  $n_c \rightarrow \infty$ . The supremum of GMI over all possible  $P_X$  is the capacity of PCS under the constraints of a square QAM template and parallel BMD, which can be approximately achieved by an MB distribution.

### C. Normalized Generalized Mutual Information

The GMI quantifies the number of information bits *per transmitted symbol* that can be reliably transmitted through a given channel. After proper normalization of the GMI, we can derive a channel metric that quantifies the number of information bits *per transmitted bit*, which is called the *normalized GMI (NGMI)* [79]–[81]. Since the GMI is an AIR of the PAS architecture as per our above discussion, we can replace the IR of (5) with the GMI to obtain the unit-less metric

$$NGMI(X; Y) = 1 - \frac{\mathbb{H}(X) - GMI(X; Y)}{m}. \quad (14)$$

It immediately follows from (13) and (14) that

$$NGMI(X; Y) = 1 - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \mathbb{H}(B_j | Y). \quad (15)$$

Note that the asymmetric information (ASI) introduced in [85] from a different perspective has the same form as the NGMI.

Suppose that we have obtained the maximum  $GMI(X; Y)$  over all possible distributions of  $X$ , and denote by  $X^*$  the channel input that maximizes the GMI, i.e.,  $X^* = \operatorname{argmax}_X GMI(X; Y)$ . It should be noted that  $GMI(X^*; Y)$  and  $NGMI(X^*; Y)$  are not associated with potential imperfections of the underlying transceiver technology but represent *channel metrics* of the auxiliary AWGN channel, whereas  $R_c^*$  in (1) and  $R_s^*$  in (7) are the *transceiver metrics* that need to be used to *achieve*  $GMI(X^*; Y)$ , cf. Table I. In other words, the channel's transmission capabilities as given by the channel metric  $GMI(X^*; Y)$  are fully exhausted when we use ideal binary FEC with the optimal code rate  $R_c^* = NGMI(X^*; Y)$  and ideal PCS with the optimal shaping rate  $R_s^* = \mathbb{H}(X^*)$ , as summarized in Table I.

## IV. IMPACT OF SUB-OPTIMAL PCS AND FEC

GMI and NGMI quantify theoretic channel metrics as well as the limit of transceiver technologies without imposing any constraints on implementation complexity. However, they are also very useful to evaluate and optimize systems with sub-optimal pragmatic PCS and FEC, if shaping and coding gaps are properly taken into account. In what follows, let  $P_{X^\dagger}$  denote the distribution that maximizes the IR using a *sub-optimal* PCS and/or FEC scheme.

### A. Sub-Optimal FEC, Optimal Shaping

Since sub-optimal FEC requires more redundancy (i.e., a lower code rate) than optimal FEC to achieve error-free decoding, the largest code rate for error-free decoding is

$$R_c^\dagger = NGMI(X^\dagger; Y) - \delta_c,$$

where  $\delta_c \geq 0$  is the *coding gap*. The coding gap  $\delta_c$  quantifies how much *fewer* information bits are conveyed per transmit-

ted bit by sub-optimal coding compared to optimal coding. In [80], FEC decoding simulations are performed using spatially-coupled (SC) LDPC codes, showing that for each code rate  $R_c^\dagger$  the coding gap  $\delta_c$  is nearly constant across various distributions  $P_X$  and  $M^2$ -QAM constellation templates; the most widely applicable coding gap is conservatively chosen as that of the smallest constellation (i.e., 4-QAM) since it is the marginally greatest among those of all  $P_X$  and  $M^2$ -QAM. This implies that we can with high confidence declare error-free decoding if the channel metric  $NGMI(X^\dagger; Y)$  is larger than the code rate  $R_c^\dagger$  by  $\delta_c$ , independent of modulation. Therefore, if only one FEC code of rate  $r_c$  with coding gap  $\delta_c$  is available, the optimal shaping distribution can be obtained as

$$P_{X^\dagger} = \operatorname{argmax}_{P_X} GMI(X; Y)$$

$$\text{subject to } NGMI(X; Y) \geq r_c + \delta_c, \quad (16)$$

where the last condition ensures error-free decoding. It has been shown in [88] that the loss of IR due to a constant coding gap  $\delta_c$  is approximately proportional to  $m$ , which importantly implies that a small QAM template with moderate shaping performs better than a large QAM template with strong shaping.

### B. Optimal FEC, Sub-Optimal Shaping

If the FEC is optimal but PCS is sub-optimal, we can calculate the IR loss  $\Delta_s \geq 0$  that quantifies how many *fewer* information bits are transmitted per transmitted symbol per dimension by a sub-optimal shaping algorithm compared to optimal shaping. Formally, the IR loss due to a sub-optimal shaping algorithm is  $\Delta_s \triangleq \mathbb{H}(X^\dagger) - R_s^\dagger$ , where  $X^\dagger$  is the output of the sub-optimal shaping algorithm whose probability approximately follows an MB distribution and  $R_s^\dagger \leq \mathbb{H}(X^\dagger)$  is the realized shaping rate (7). If we define a shaping gap as the unit-less ratio of the IR loss relative to the entropy  $\mathbb{H}(X^\dagger)$  for the same average symbol energy  $\mathbb{H} * [|X^\dagger|^2]$ , i.e.,

$$\delta_s \triangleq \frac{\Delta_s}{\mathbb{H}(X^\dagger)} = 1 - \frac{R_s^\dagger}{\mathbb{H}(X^\dagger)},$$

the IR obtained by sub-optimal shaping is a fraction  $R_s^\dagger / \mathbb{H}(X^\dagger) = 1 - \delta_s \leq 1$  of the GMI. Also, by substituting  $R_s^\dagger$  for  $\mathbb{H}(X^\dagger)$  in (5), we have

$$\begin{aligned} IR &= R_s^\dagger - m(1 - R_c^\dagger) \\ &= \mathbb{H}(X^\dagger)(1 - \delta_s) - m(1 - R_c^\dagger) \end{aligned}$$

in bits/symbol per dimension. It follows from  $IR = GMI(X^\dagger; Y)(1 - \delta_s)$  that the optimal code rate that achieves this IR is then given by

$$\begin{aligned} R_c^\dagger &= 1 - \frac{\mathbb{H}(X^\dagger) - GMI(X^\dagger; Y)}{m} (1 - \delta_s) \\ &= NGMI(X^\dagger; Y)(1 - \delta_s) + \delta_s. \end{aligned} \quad (17)$$

If only one FEC code of rate  $r_c$  with  $\delta_c = 0$  is available, and if the shaping gap  $\delta_s$  is known for every realized MB distribution  $P_X$  of the shaping algorithm, the optimal distribution for this

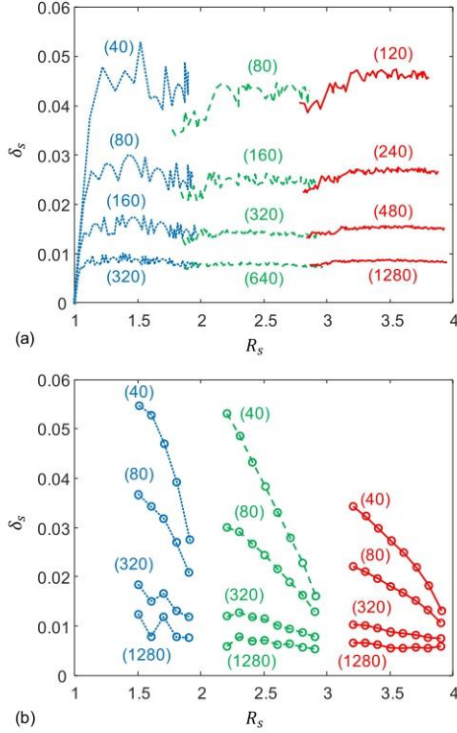


Fig. 14. Shaping gap  $\delta_s$  of (a) CCDM and (b) MR-PCDM, with 4-PAM (dotted lines), 8-PAM (dashed lines), and 16-PAM (solid lines) constellations. The numbers in parentheses show the block length  $n_s$ .

sub-optimal shaping scheme can be obtained by

$$P_{X^\dagger} = \underset{P_X}{\operatorname{argmax}} GMI(X; Y)$$

$$\text{subject to } NGMI(X; Y) \geq \frac{r_c - \delta_s}{1 - \delta_s}. \quad (18)$$

In Fig. 14, the shaping gap is estimated for two sub-optimal finite-length DM algorithms: (a) CCDM [56], and (b) low-complexity multi-rate prefix-free code DM (MR-PCDM) [89]. For some cases in Fig. 14, the shaping gap is almost constant across the realized shaping rates  $R_s$ , e.g., when  $n_s \geq 320$  with CCDM, or when  $n_s \geq 1280$  with MR-PCDM for 8- and 16-PAMs. This constant shaping gap simplifies the maximization problem (18) and facilitates the analysis, as will be shown in the following section.

### C. Sub-Optimal FEC and Sub-Optimal Shaping

Combining the above results, if FEC and PCS are both sub-optimal, after penalizing GMI by  $\delta_c$  and  $\delta_s$ , the IR can be

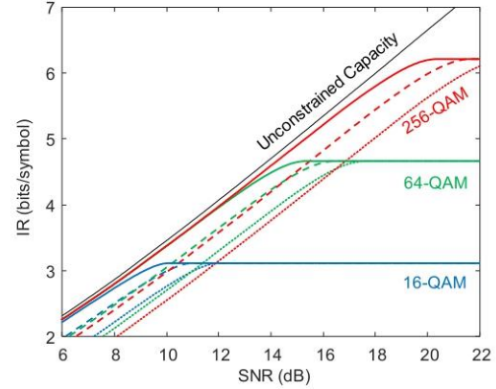


Fig. 15. IR of non-ideal PCS with  $\delta_s = 0.025$ , and non-ideal FEC with  $\delta_c = 0$  (solid lines),  $\delta_c = 0.05$  (dashed lines), and  $\delta_c = 0.10$  (dotted lines).

calculated as

$$IR = (GMI(X^\dagger; Y) - m\delta_c)(1 - \delta_s). \quad (19)$$

At the same time, from (5) we have

$$IR = H(X^\dagger)(1 - \delta_s) - m(1 - R_c^\dagger) \quad (20)$$

in bits/symbol per dimension. Therefore, the optimal code rate is given by relating (19) and (20) as

$$R_c^\dagger = (NGMI(X^\dagger; Y) - (1 + \delta_c))(1 - \delta_s) + 1. \quad (21)$$

In case where a fixed rate- $r_c$  code is used with a pre-determined coding gap  $\delta_c$ , if we assume a nearly constant shaping gap of  $\delta_s$  over all  $R_s$ , (20) shows that the practically achieved IR is increasing with the entropy rate  $H(X^\dagger)$ . Therefore, the optimal distribution  $P_{X^\dagger}$  for the sub-optimal PCS and FEC can be obtained by solving

$$P_{X^\dagger} = \underset{P_X}{\operatorname{argmax}} H(X)$$

$$\text{subject to } NGMI(X; Y) \geq \frac{r_c - \delta_s}{1 - \delta_s} + \delta_c. \quad (22)$$

Figures 15 and 16 show the IRs obtained by solving the maximization problem (22), with coding gaps  $\delta_c = 0, 0.05, 0.1$ , and shaping gaps  $\delta_s = 0, 0.025, 0.05$ . Note that state-of-the-art soft-decision FEC codes have coding gaps of  $\delta_c \leq 0.1$ , and CCDM with a block length  $\geq 480$  produces shaping gaps of  $\delta_s \lesssim 0.02$ , as shown in Fig. 14(a). It can be seen from Figs. 15 and 16 that a reduction of the coding gap is crucial to more closely approach the channel capacity, but the effect of a shaping gap on the IR is relatively insignificant, except at high SNR where the IR is saturated. In practice, however, the IR at high SNR can be recovered if uniform QAM is used.

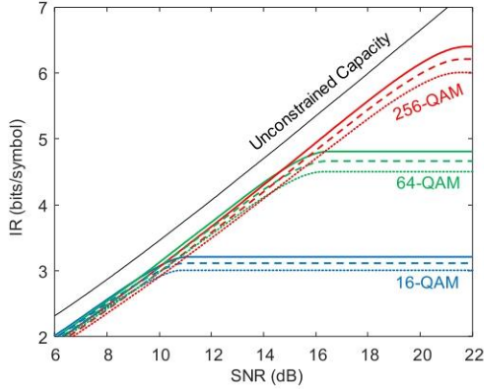


Fig. 16. IR of non-ideal FEC with  $\delta_e = 0.05$ , and non-ideal PCS with  $\delta_s = 0$  (solid lines),  $\delta_s = 0.025$  (dashed lines), and  $\delta_s = 0.05$  (dotted lines).

## V. IMPLEMENTATION ASPECTS

### A. Distribution Matching

CCDM [56] is one of the most commonly assumed DMs for PCS in optical communications, since (i) it is asymptotically optimal in block length, simplifying the analysis of experimental results, and (ii) it can be implemented on the same architecture for any shaping rate. However, CCDM uses modified arithmetic coding that involves multiplications, divisions, and comparisons of real numbers. An approximate implementation of CCDM using fixed-point operations still needs multiplications and divisions of (possibly large) integer numbers, see, e.g., [90]; the effect of limited numerical precision on the performance can be analyzed following [91]. Furthermore, and more fundamentally, arithmetic coding is *intrinsically serial* in each block, and the block size should be large to approach capacity, which impedes parallel ASIC implementations.

Approaches to design a DM algorithm that is computationally efficient and also good for parallelization include PCDM, which was used in early demonstrations of PCS in optical communications [36]. This scheme is implemented using small look-up tables (LUTs), and a framing method for PCDM is presented in [58], [59], which allows variable-length prefix-free codes to be contained in a fixed-length block. Without framing, PCDM approaches the optimal energy efficiency to within a few tenths of a dB across a wide range of shaping rates with very fine granularity. Even after framing, the shaping gap is kept to within a few tenths of a dB if the block length is large. Like CCDM, PCDM is also an asymptotically good algorithm in block length. Indeed, the asymptotically good performance of CCDM and PCDM is intrinsic, since they are both designed to avoid the exponential complexity associated with the direct mapping of uniformly distributed information bits to an  $n_s$ -dimensional ball of constellation points, by generating IID MB distributions in large dimensions. Conversely, though, both schemes can result in a significant shaping gap for short block lengths.

However, for short block lengths (i.e., small dimensions  $n_s \leq 100$ ), it is feasible by today's implementation technology to perform direct mapping of information bits to an  $n_s$ -dimensional ball-like constellation in an algorithmic manner, e.g., using *shell mapping* [63], [74]–[76]. Shell mapping was adopted in dial-up and fax modems in the mid-1990s, as defined in the ITU-T Standard V.34 [7]. Obviously, the shaping performance of shell mapping is somewhat sub-optimal due to its limited block length.

### B. SD FEC

In BMD, the SD decoding metric of the  $j$ -th bit level can be represented by an LLR as (cf. (10))

$$L_j(y) = \log \frac{P_{b_j|Y}(0|y)}{P_{b_j|Y}(1|y)} = \log \frac{\sum_{x \in \mathcal{X}_0^{(j)}} P_{Y|X}(y|x) P_X(x)}{\sum_{x \in \mathcal{X}_1^{(j)}} P_{Y|X}(y|x) P_X(x)}. \quad (23)$$

When symbol  $X$  is uniformly distributed over  $\mathcal{X}$ , the LLR reduces to

$$L_j(y) = \log \frac{\sum_{x \in \mathcal{X}_0^{(j)}} P_{Y|X}(y|x)}{\sum_{x \in \mathcal{X}_1^{(j)}} P_{Y|X}(y|x)}$$

and an efficient piecewise-linear approximation of  $L_j$  [92] leads to near-optimal decoding performance in belief-propagation decoding of LDPC codes [93]. If we use PS QAM with an MB distribution  $P_X$  in an AWGN channel with noise variance  $\sigma^2$ , the LLR  $L_j$  can be calculated from the received signal  $y$  as

$$L_j(y) = \log \frac{\sum_{x \in \mathcal{X}_0^{(j)}} \exp\left(-\frac{(y-x)^2}{2\sigma^2} - \lambda x^2\right)}{\sum_{x \in \mathcal{X}_1^{(j)}} \exp\left(-\frac{(y-x)^2}{2\sigma^2} - \lambda x^2\right)}. \quad (24)$$

Let us denote the symbols that have a dominant effect in decoding as

$$x_0 = \operatorname{argmax}_{x \in \mathcal{X}_0^{(j)}} \exp\left(-\frac{(y-x)^2}{2\sigma^2} - \lambda x^2\right)$$

and

$$x_1 = \operatorname{argmax}_{x \in \mathcal{X}_1^{(j)}} \exp\left(-\frac{(y-x)^2}{2\sigma^2} - \lambda x^2\right),$$

respectively, from the numerator and the denominator of (24). Then, the max-log approximation of (24) using  $x_0$  and  $x_1$  leads to an LLR estimate of the  $j$ -th bit level, which is a linear function of  $y$  as

$$\tilde{L}_j(y) = \underbrace{\frac{x_0 - x_1}{\sigma^2} y}_{(a)} - \underbrace{\left(\frac{1}{2\sigma^2} + \lambda\right) (x_0^2 - x_1^2)}_{(b)}. \quad (25)$$

The term (a) is a function of the channel parameter  $\sigma$ , and the term (b) is a joint function of the channel ( $\sigma$ ) and shaping ( $\lambda$ ). When PS QAM degenerates to uniform QAM by  $\lambda = 0$ , (25) reduces to the conventional linear LLR approximation of uniform QAM,  $L_j(y) = (x_0 - x_1)/\sigma^2 \times (y - (x_0 + x_1)/2)$ . Figure 17 shows the exact and piecewise-linear approximate LLRs of the first 3 bit levels (i.e., of one quadrature) of a PS 64-QAM constellation with BRGC [101, 100, 110, 111, 011, 010, 000, 001].

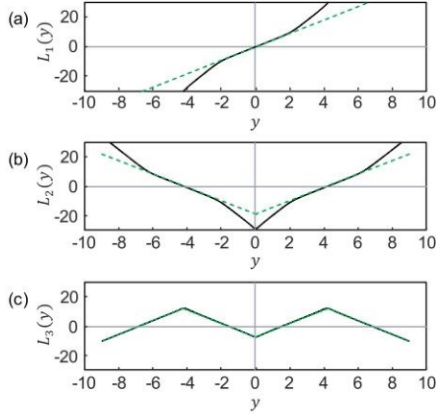


Fig. 17. Exact (solid lines) and piecewise-linear approximate (dashed lines) LLRs of the (a) first, (b) second, and (c) third bit levels, with  $\mathbb{H}(X) = 2.6$  on the 64-QAM template at SNR = 13 dB.

The piecewise-linear approximation (dashed) yields LLRs that are indistinguishable from the exact (solid) LLRs when their magnitudes (i.e., the absolute values  $|\tilde{L}_j(y)|$  on the  $y$ -axis) are small; i.e., the approximation error is negligible for those LLRs that play a crucial role in SD decoding. The approximation leads to an increasing discrepancy as the magnitude grows. This, however, has an insignificant impact on decoding performance, and almost no impact at high SNR.

SD FEC codes are typically designed by assuming symmetric LLR distributions, which occur, e.g., as a consequence of BICM with uniform QAM constellations. However, when a constellation is strongly shaped such that its shaping rate  $R_s$  is much smaller than  $2m$ , LLRs can have highly asymmetric distributions. Therefore, performance loss can be observed in pragmatic FEC decoding if the constellation is strongly shaped. As an example, the probability distribution of input symbol,  $P_X(X)$ , and that of the LLR,  $P_{L_i}(L_i)$ , are evaluated for two shaping rates  $R_s = 2\mathbb{H}(X)$  with  $\mathbb{H}(X) = 2.7$  and 1.8 in Fig. 18, using the 64-QAM template,  $m = 3$ , and the BRGC [101, 100, 110, 111, 011, 010, 000, 001] in each dimension. The LLR distributions are obtained at SNRs of 12.9 dB and 5.1 dB, respectively, which are the SNRs that achieve capacity with  $R_s^* = 2\mathbb{H}(X)$ . With weak shaping of  $\mathbb{H}(X) = 2.7$ , all LLR distributions are symmetric or close to symmetric. With strong shaping of  $\mathbb{H}(X) = 1.8$ , however,  $L_2$  and  $L_3$  become highly asymmetric around zero. In particular, at the second bit level,  $P(L_2 < 0) \approx 0.9963$  and  $P(L_2 > 0) \approx 0.0037$ , hence the hard decision (HD) value of the demapper output is almost always bit 1. This results in the effect that the code bits are *nearly shortened* at the second bit level, which amounts to 1/3 of the code bits. In the extreme case where  $\lambda \rightarrow \infty$ , hence  $\mathbb{H}(X) = 1$ , only the innermost constellation points have a non-zero probability of occurrence, which results in complete shortening of the code bits that are mapped to outer symbols (i.e., the code bits at the second and third bit

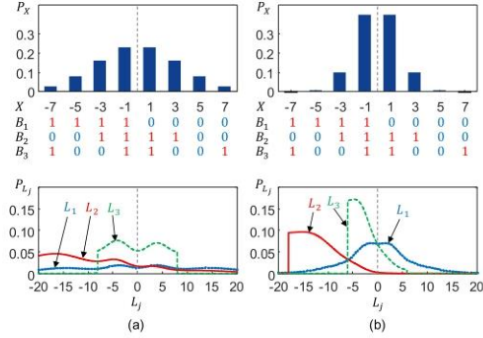


Fig. 18. Probabilities of 8-PAM constellation points  $X$  and LLRs  $L_j$  with (a)  $\mathbb{H}(X) = 2.7$  at SNR = 12.9 dB, and (b)  $\mathbb{H}(X) = 1.8$  at SNR = 5.1 dB.

levels in this example). Therefore, in order to support strong shaping, FEC codes should be designed to be robust to shortening at the bit levels with a highly asymmetric LLR distribution. With this, and looking back at the fact that a fixed coding gap causes a loss of IR that increases with  $m$ , overly strong shaping of a large QAM template, such as used, e.g., in [94], should be avoided for pragmatic FEC decoding. Instead, one should switch to a smaller QAM template whenever the shaping gap becomes small enough with weak shaping.

#### C. Pre-FEC Performance Metrics and HD FEC

In terms of reporting raw transmission performance (pre-FEC BER or Q-factors), attention has to be paid to how these are determined for a shaped constellation. When performing HD of the received symbols according to the maximum a posteriori (MAP) decision rule, the decoder chooses  $\hat{x} = \underset{x \in \mathcal{X}}{\operatorname{argmax}} P_{X|Y}(x|y)$ . If we represent the constellation symbols  $X$  in a binary form  $B = [B_1 \dots B_m]$  using the BRGC, two nearest-neighbor symbols  $x_L, x_R \in \mathcal{X}$  of a received symbol  $y$  differ in only one bit. Denote this bit level by  $j$ . Then, the MAP decision can be made as  $\hat{x} = \underset{x \in \{x_L, x_R\}}{\operatorname{argmax}} P_{B_j|Y}(b_j(x)|y)$ . In other words,  $\hat{x} = x_L$  if  $P_{B_j|Y}(b_j(x_L)|y) > P_{B_j|Y}(b_j(x_R)|y)$ , and  $\hat{x} = x_R$  otherwise. Therefore, an optimal decision boundary is given by the value  $d$  such that  $P_{B_j|Y}(b_j(x_L)|d) = P_{B_j|Y}(b_j(x_R)|d)$ . That is,  $P_{B_j|Y}(b_j(x_L)|d)/P_{B_j|Y}(b_j(x_R)|d) = 1$ , hence  $L_j(d) = 0$  (cf. (23)). The HD boundaries are a union of the HD boundaries of constituent bit levels. Since evaluation of exact  $L_j(y)$  is complicated as shown in (24), and by knowing that the piecewise-linear approximate of LLR is very accurate in low-magnitude regimes (near  $L_j(y) = 0$ ), we can obtain the HD boundaries using (25) as by  $\tilde{L}_j(d) = 0$ . Therefore, from (25), the union of HD boundaries of all bit levels is given by

$$\tilde{d}_k = (1 + 2\lambda\sigma^2) \frac{x_k + x_{k+1}}{2}, \quad (26)$$

for the  $M$ -PAM constellation  $\mathcal{X} = [x_1, \dots, x_M]$  with  $x_1 < \dots < x_M$ . Notice that the boundary  $\tilde{d}_k$  is a joint function of

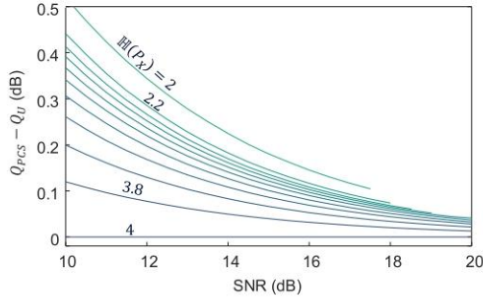


Fig. 19. Penalty in Q factor when the HD boundaries of uniform 16-QAM are used for PS 16-QAM.

the channel ( $\sigma$ ) and shaping ( $\lambda$ ). For uniform PAM with  $\lambda = 0$ , the boundaries in (26) reduce to  $\tilde{d}_k = (x_k + x_{k+1})/2$ , which is independent of the parameters  $\sigma$  and  $\lambda$ . Interestingly, given  $\sigma$  and  $\lambda$ , the PS PAM boundaries are simply a constant multiplication of the uniform PAM boundaries, hence making a uniform grid; e.g., if  $\mathcal{D}_U = [\tilde{d}_1, \dots, \tilde{d}_{M-1}] = [-6, -4, \dots, +6]$  for uniform 8-PAM,  $\mathcal{D}_{PCS} = [-6\Delta, -4\Delta, \dots, +6\Delta]$  for PS 8-PAM, where  $\Delta = 1 + 2\lambda\sigma^2$ . Therefore, when PCS is used, the raw pre-FEC BER should be calculated based on  $\mathcal{D}_{PCS}$  instead of  $\mathcal{D}_U$ . Figure 19 shows that, when PCS is performed,  $Q_U = 10\log_{10}\text{BER}$  obtained with the uniform 16-QAM boundaries  $\mathcal{D}_U$  can lead to  $> 0.5$  dB of loss compared to  $Q_{PCS}$  obtained with the optimal PS 16-QAM boundaries  $\mathcal{D}_{PCS}$ .

## VI. CONCLUSION

In this paper, we reviewed the theoretic foundation of PCS and discussed the merits of PCS over other constellation shaping techniques. Information-theoretic measures such as MI, GMI, and NGMI were explained with their operational meanings. Based on these measures, optimization problems are formulated for systems with optimal and sub-optimal PCS/FEC schemes, the solution of which provides the parameters of PCS and FEC that achieve the maximum IR under a given channel condition. We revisited important assumptions that are commonly made for ideal PCS and FEC systems, and addressed the potential pitfalls that should be avoided in practice.

## APPENDIX

In this section, we show that  $Q_{Y|X}(Y|X)$  in (11) represents an approximated channel transition probability that derives the GMI, in analogy to  $P_{Y|X}(Y|X)$  that derives the MI, and its operational meaning is illustrated.

When binary codes are used with non-binary signaling, the multi-level coding and multi-stage decoding (MLC-MSD) [95], illustrated in Fig. 13(c), can achieve the SMD capacity. The MLC-MSD encodes each bit level using a different binary FEC code whose rate is matched to the bit level, and decodes the received symbols in a successive manner from the 1st constituent bit level to the  $m$ -th bit level, where each of the  $m$  decoders

uses the (error-free) output of all the preceding decoders (cf. Fig. 13(c)). The reason why MLC-MSD can achieve the SMD capacity will become clear below.

First, recall that  $\mathbf{B}$  is merely a binary representation of the non-binary symbol  $X$ , hence we have

$$P_{Y|X}(Y|X) = P_{Y|\mathbf{B}}(Y|\mathbf{B}) = \frac{P_{\mathbf{B}Y}(\mathbf{B}Y)P_Y(Y)}{P_{\mathbf{B}}(\mathbf{B})}, \quad (27)$$

where the last equation is again due to Bayes' rule. Here, using the chain rule, the likelihood can be rewritten as

$$\begin{aligned} P_{\mathbf{B}Y}(\mathbf{B}|Y) &= P_{B_1 \dots B_m | Y}(B_1 \dots B_m | Y) \\ &= P_{B_1 | Y}(B_1 | Y) \times P_{B_2 | B_1, Y}(B_2 | B_1 Y) \dots \\ &\quad \times P_{B_m | B_1 \dots B_{m-1} Y}(B_m | B_1 \dots B_{m-1} Y) \\ &= \prod_{j=1}^m P_{B_j | B_1 \dots B_{j-1} Y}(B_j | B_1 \dots B_{j-1} Y). \end{aligned} \quad (28)$$

For example, with the BRGC  $\{101, 100, 110, 111, 011, 010, 000, 001\}$  of the 8-PAM constellation  $\mathcal{X} = -7, -5, \dots, +7$ , we have  $\mathcal{X}_{00}^{(1,2)} \triangleq \{x \in \mathcal{X} : b_1(x) = 0, b_2(x) = 0\} = \{+5, +7\}$ , hence  $P_{Y|B_1 B_2}(y|00) = \sum_{x' \in \mathcal{X}_{00}^{(1,2)}} P_{Y|X}(y|x')$  is calculated using the measurable  $P_{Y|X}(Y|X)$ , which in turn can be plugged into  $P_{B_2 | B_1, Y}(0|0y) = P_{Y|B_1 B_2}(y|00)P_{B_2}(0)/P_Y(y)$  to evaluate (28). Eventually, by plugging (28) into (27), we obtain an equivalent form of  $P_{Y|X}(Y|X)$  expressed using the metrics of BMD as

$$\begin{aligned} P_{Y|X}(Y|X) &= \left[ \prod_{j=1}^m P_{B_j | B_1 \dots B_{j-1} Y}(B_j | B_1 \dots B_{j-1} Y) \right] \frac{P_Y(Y)}{P_X(X)}. \end{aligned} \quad (29)$$

Using (29), an optimal MLC-MSD that consists of  $m$  different length- $n$  binary FEC codes finds  $m$  codewords  $b_1, \dots, b_m$  such that the product of the channel transition probabilities

$$\prod_{i=1}^n \left[ \underbrace{\prod_{j=1}^m P_{B_{i,j} | B_{i,1} \dots B_{i,j-1} Y}(b_{i,j} | b_{i,1}, \dots, b_{i,j-1}, y_i)}_{(a)} \right] \underbrace{\frac{P_Y(y_i)}{P_X(x_i)}}_{(b)} \quad (30)$$

is maximized, where  $b_{i,j}$  denotes the  $j$ -th bit of the transmitted symbol  $x_i$ . When  $n_c \rightarrow \infty$ , the terms (a) and (b) can be factored out of the product as  $\lim_{n_c \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^{n_c} [(a)(b)] = \lim_{n_c \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^{n_c} (a) \cdot \lim_{n_c \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^{n_c} (b)$ , since both limits separately exist. In particular, due to the asymptotic equipartition property (AEP),  $\prod_{i=1}^{n_c} (b)$  becomes concentrated at a fixed value  $2^{-n_c(\mathbb{H}(Y) - \mathbb{H}(X))}$  that is independent of the choice of the codeword (i.e., independent of decoding), as  $n_c \rightarrow \infty$ . Therefore, decoding in MLC-MSD is a function only of the remaining term  $\prod_{i=1}^{n_c} (a)$ . The chain operations in (a) describe the successive decoding procedure of the MLC-MSD depicted in Fig. 13(c). This shows why

MLC-MSD can achieve the SMD capacity using binary codes and successive BMD.

MLC-MSD has a high complexity due to the use of multiple different FEC codes and a long latency due to successive decoding of bit levels and is hence not very practical. The parallel BMD architecture shown in Fig. 13(d) is a low-complexity low-latency alternative to MLC-MSD. Parallel BMD uses an approximation of the term (a) in (30) without relying on knowledge of any other bit levels as

$$P_{B_j|B_1, \dots, B_{j-1}, Y}(B_j|B_1, \dots, B_{j-1}, Y) \approx P_{B_j|Y}(B_j|Y). \quad (31)$$

By plugging the right-hand side of (31) into (29), it follows that the channel transition probability  $P_{Y|X}(Y|X)$  can be approximated as (11), in which the term  $P_Y(Y)/P_X(X)$  has a vanishing effect on decoding as the code length increases, for the same reason as in (30). Therefore, optimal BMD finds a codeword that maximizes the product of  $P_{B_j|Y}(B_j|Y)$  over the received symbols that span all of the  $n_c$  codeword bits. Note that the mismatched decoding metric in (11) is valid for arbitrary distributions  $P_X$ , whereas the mismatched decoding metric has been derived for uniform  $P_X$  in most cases. In a special case where  $P_X$  is uniform and bit levels  $B_1, \dots, B_m$  are independent of each other, such as in BICM with BRGC, the mismatched decoding metric can be simplified as  $Q_{Y|X}(Y|X) = \prod_{j=1}^m q_{Y|B_j}(Y|B_j)$ , where  $q_{Y|B_j} \triangleq \sum_{x' \in \mathcal{X}_{j, Y}} P_{Y|X}(Y|x')$ , as derived in [87].

We are now to derive (13). First, by substituting (11) into (12), we have

$$\begin{aligned} GMI(X; Y) &= \mathbb{E}_{X, Y} \left[ \log_2 \frac{Q_{Y|X}(Y|X)}{\sum_{x' \in \mathcal{X}} P_X(x') Q_{Y|X}(Y|x')} \right] \\ &= \sum_{x \in \mathcal{X}} \int_y P_{X, Y}(x, y) \log_2 \frac{Q_{Y|X}(Y|X)}{\sum_{x' \in \mathcal{X}} P_X(x') Q_{Y|X}(Y|x')} dy \\ &= \sum_{x \in \mathcal{X}} \int_y P_{X, Y}(x, y) \log_2 \frac{\prod_{j=1}^m P_{B_j|Y}(b_j(x)|y)}{P_X(x) \sum_{x' \in \mathcal{X}} \prod_{j=1}^m P_{B_j|Y}(b_j(x')|y)} dy \\ &= \sum_{x \in \mathcal{X}} \int_y P_{X, Y}(x, y) \log_2 \frac{\prod_{j=1}^m P_{B_j|Y}(b_j(x)|y)}{P_X(x) \sum_{x' \in \mathcal{X}} \prod_{j=1}^m \frac{P_{B_j|Y}(b_j(x'), y)}{P_Y(y)}} dy \\ &= \sum_{x \in \mathcal{X}} \int_y P_{X, Y}(x, y) \\ &\quad \times \log_2 \frac{\prod_{j=1}^m P_{B_j|Y}(b_j(x)|y)}{\frac{P_X(x)}{P_Y(y)^m} \sum_{x' \in \mathcal{X}} \prod_{j=1}^m P_{B_j|Y}(b_j(x'), y)} dy. \quad (32) \end{aligned}$$

In the denominator of the log term,

$$\begin{aligned} &\sum_{x' \in \mathcal{X}} \prod_{j=1}^m P_{B_j|Y}(b_j(x'), y) \\ &= \sum_{[b_1 \dots b_m] \in \{0,1\}^m} \prod_{j=1}^m P_{B_j|Y}(b_j, y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{[b_2 \dots b_m] \in \{0,1\}^{m-1}} P_{B_1|Y}(0, y) \prod_{j=2}^m P_{B_j|Y}(b_j, y) \\ &\quad + \sum_{[b_2 \dots b_m] \in \{0,1\}^{m-1}} P_{B_1|Y}(1, y) \prod_{j=2}^m P_{B_j|Y}(b_j, y) \\ &= (P_{B_1|Y}(0, y) + P_{B_1|Y}(1, y)) \sum_{[b_2 \dots b_m] \in \{0,1\}^{m-1}} \prod_{j=2}^m P_{B_j|Y}(b_j, y) \\ &= P_Y(y) \sum_{[b_2 \dots b_m] \in \{0,1\}^{m-1}} \prod_{j=2}^m P_{B_j|Y}(b_j, y). \end{aligned}$$

By recursion, therefore, we obtain

$$\sum_{x' \in \mathcal{X}} \prod_{j=1}^m P_{B_j|Y}(b_j(x'), y) = P_Y(y)^m.$$

By substituting this into (31), we have

$$\begin{aligned} GMI(X; Y) &= \sum_{x \in \mathcal{X}} \int_y P_{X, Y}(x, y) \log_2 \frac{\prod_{j=1}^m P_{B_j|Y}(b_j(x)|y)}{P_X(x)} dy \\ &= \sum_{x \in \mathcal{X}} \int_y \underbrace{\left[ P_{X, Y}(x, y) \log_2 \prod_{j=1}^m P_{B_j|Y}(b_j(x)|y) \right]}_{(a)} dy \\ &\quad - \underbrace{\sum_{x \in \mathcal{X}} \int_y [P_{X, Y}(x, y) \log_2 P_X(x)] dy}_{(b)}. \end{aligned}$$

The term (a) can be developed as

$$\begin{aligned} (a) &= \sum_{x \in \mathcal{X}} \int_y \left[ P_{X, Y}(x, y) \sum_{j=1}^m \log_2 P_{B_j|Y}(b_j(x)|y) \right] dy \\ &= \sum_{j=1}^m \int_y \left[ \sum_{x \in \mathcal{X}} P_{X, Y}(x, y) \log_2 P_{B_j|Y}(b_j(x)|y) \right] dy \\ &= - \sum_{j=1}^m \mathbb{H}(B_j|Y). \end{aligned}$$

The term (b) can be developed as

$$\begin{aligned} (b) &= - \sum_{x \in \mathcal{X}} \left[ \int_y P_{X, Y}(x, y) dy \right] \log_2 P_X(x) \\ &= - \sum_{x \in \mathcal{X}} P_X(x) \log_2 P_X(x) \\ &= \mathbb{H}(X). \end{aligned}$$

Therefore, we obtain

$$GMI(X; Y) = (a) + (b) = \mathbb{H}(X) - \sum_{j=1}^m \mathbb{H}(B_j|Y),$$

which is equal to (13).

## REFERENCES

- [1] C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 27, no. 3, pp. 379–423, Jul. 1948.
- [2] G. D. Forney Jr., R. G. Gallager, G. R. Lang, F. M. Longstaff, and S. U. Qureshi, "Efficient modulation for band-limited channels," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. SAC-2, no. 5, pp. 632–647, Sep. 1984.
- [3] A. R. Calderbank and L. H. Ozarow, "Nonequiprobable signaling on the Gaussian channel," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 36, no. 4, pp. 726–740, Jul. 1990.
- [4] G. D. Forney Jr., "Trellis shaping," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 38, no. 2, pp. 281–300, Mar. 1992.
- [5] F. R. Kschischang and S. Pasupathy, "Optimal nonuniform signaling for Gaussian channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 39, no. 3, pp. 913–929, May 1993.
- [6] F.-W. Sun and H. C. A. van Tilborg, "Approaching capacity by equiprobable signaling on the Gaussian channel," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 39, no. 5, pp. 1714–1716, Sep. 1993.
- [7] A Modem Operating at Data Signalling Rates of Up to 33 600 Bit/S for Use On the General Switched Telephone Network and On Leased Point-To-Point 2-Wire Telephone-Type Circuits, ITU-T Recommendation V.34, Feb. 1998.
- [8] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, "Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes. 1," in *Proc. IEEE Int. Conf. Commun.*, Geneva, Switzerland, May 1993, vol. 2, pp. 1064–1070.
- [9] R. Gallager, "Low-density parity-check codes," *IRE Trans. Inf. Theory*, vol. 8, no. 1, pp. 21–28, Jan. 1962.
- [10] D. J. C. MacKay and R. M. Neal, "Near Shannon limit performance of low density parity check codes," *Electron. Lett.*, vol. 32, no. 18, pp. 1645–1646, Aug. 1996.
- [11] T. J. Richardson, M. A. Shokrollahi, and R. L. Urbanke, "Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 47, no. 2, pp. 619–637, Feb. 2001.
- [12] Unified high-speed wireline-based home networking transceivers – System architecture and physical layer specification, ITU-T Recommendation G.9960, Jul. 2015.
- [13] IEEE Standard for Ethernet, IEEE Std 802.3, Sep. 2015.
- [14] Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications, IEEE Std 802.11, Dec. 2016.
- [15] IEEE Standard for Air Interface for Broadband Wireless Access Systems, IEEE Std 802.16, Aug. 2012.
- [16] Second Generation Framing Structure, Channel Coding and Modulation Systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and Other Broadband Satellite Applications; Part 1 (DVB-S2), ETSI EN 302 307-1, Nov. 2014.
- [17] A. Leven and L. Schmalen, "Status and recent advances on forward error correction technologies for lightwave systems," *J. Lightw. Technol.*, vol. 32, no. 16, pp. 2735–2750, Aug. 2014.
- [18] G. Tzimpragos, C. Kachris, I. B. Djordjevic, M. Cvijetic, D. Soudris, and I. Tomkos, "A survey on FEC codes for 100 G and beyond optical networks," *IEEE Commun. Surv. Tut.*, vol. 18, no. 1, pp. 209–221, Jan.–Mar. 2016.
- [19] L. Duan, B. Rimoldi, and R. Urbanke, "Approaching the AWGN channel capacity without active shaping," in *Proc. IEEE Int. Symp. Inf. Theory*, Jun. 1997, p. 374.
- [20] D. Raphaeli and A. Gurevitz, "Constellation shaping for pragmatic turbo-coded modulation with high spectral efficiency," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 52, no. 3, pp. 341–345, Mar. 2004.
- [21] S. L. Goff, B. Sharif, and S. Jimaa, "Bit-interleaved turbo-coded modulation using shaping coding," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 9, no. 3, pp. 246–248, Mar. 2005.
- [22] F. Schreckenbach and P. Henkel, "Signal shaping using non-unique symbol mappings," in *Proc. Allerton Conf. Commun. Control Comput.*, Sep. 2005, pp. 1–10.
- [23] B. K. Khoo, S. Le Goff, B. Sharif, and C. Tsimenidis, "Bit-interleaved coded modulation with iterative decoding using constellation shaping," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 54, no. 9, pp. 1517–1520, Sep. 2006.
- [24] S. Kaimalettu, A. Thangaraj, M. Bloch, and S. McLaughlin, "Constellation shaping using LDPC codes," in *Proc. IEEE Int. Symp. Inf. Theory*, Jun. 2007, pp. 2366–2370.
- [25] H. Cronic, "Signal shaping for bit-interleaved coded modulation on the AWGN channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 58, no. 12, pp. 3428–3435, Dec. 2010.
- [26] R.-J. Essiambre, G. Kramer, P. J. Winzer, G. J. Foschini, and B. Goebel, "Capacity limits of optical fiber networks," *J. Lightw. Technol.*, vol. 28, no. 4, pp. 662–701, Feb. 2010.
- [27] I. B. Djordjevic, H. G. Batshon, L. Xu, and T. Wang, "Coded polarization-multiplexed iterative polar modulation (PM-IPM) for beyond 400 Gb/s serial optical transmission," in *Proc. Opt. Fiber Conf.*, San Diego, CA, USA, Mar. 2010, Paper OMK2.
- [28] T. H. Lotz et al., "Coded PDM-OFDM transmission with shaped 256-iterative-polar-modulation achieving 11.15-b/s/Hz intrachannel spectral efficiency and 800-km reach," *J. Lightw. Technol.*, vol. 31, no. 4, pp. 538–545, Feb. 2013.
- [29] J.-X. Cai et al., "70.46 Tb/s over 7,600 km and 71.65 Tb/s over 6,970 km transmission in C+L band using coded modulation with hybrid constellation shaping and nonlinearity compensation," *J. Lightw. Technol.*, vol. 36, no. 1, pp. 114–121, Jan. 2018.
- [30] R. T. Jones, T. A. Eriksson, Y. P. Metodii, and D. Zibar, "Deep learning of geometric constellation shaping including fiber nonlinearities," in *Proc. Eur. Conf. Opt. Commun.*, Rome, Italy, Sep. 2018, Paper We1F.5.
- [31] R. Dar, M. Feder, A. Mecozzi, and M. Shtaif, "Properties of nonlinear noise in long, dispersion-uncompensated fiber links," *Opt. Express*, vol. 21, no. 22, pp. 25685–25699, Nov. 2013.
- [32] T. Fehenberger, A. Alvarado, G. Böcherer, and N. Hanik, "On probabilistic shaping of quadrature amplitude modulation for the nonlinear fiber channel," *J. Lightw. Technol.*, vol. 34, no. 21, pp. 5063–5073, Nov. 2016.
- [33] G. Böcherer, F. Steiner, and P. Schulte, "Bandwidth efficient and rate-matched low-density parity-check coded modulation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 63, no. 12, pp. 4651–4665, Dec. 2015.
- [34] T. Fehenberger, G. Böcherer, A. Alvarado, and N. Hanik, "LDPC coded modulation with probabilistic shaping for optical fiber systems," in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, Los Angeles, CA, USA, Mar. 2015, Paper Th.2.A.23.
- [35] F. Buchali, G. Böcherer, W. Idler, L. Schmalen, P. Schulte, and F. Steiner, "Experimental demonstration of capacity increase and rate-adaptation by probabilistically shaped 64-QAM," in *Proc. Eur. Conf. Opt. Commun.*, Valencia, Spain, Sep. 2015, Paper PDP.3.4.
- [36] S. Chandrasekhar et al., "High-spectral-efficiency transmission of PDM 256-QAM with parallel probabilistic shaping at record rate-reach trade-offs," in *Proc. Eur. Conf. Opt. Commun.*, Dusseldorf, Germany, Sep. 2016, Paper Th.3.C.1.
- [37] A. Ghazisaeidi et al., "65 Tb/s transoceanic transmission using probabilistically-shaped PDM-64QAM," in *Proc. Eur. Conf. Opt. Commun.*, Dusseldorf, Germany, Sep. 2016, Paper Th.3.C.4.
- [38] J. Cho et al., "Trans-Atlantic field trial using high spectral efficiency probabilistically shaped 64-QAM and single-carrier real-time 250-Gb/s 16-QAM," *J. Lightw. Technol.*, vol. 36, no. 1, pp. 103–113, Jan. 2018.
- [39] S. L. I. Olsson, J. Cho, S. Chandrasekhar, X. Chen, P. J. Winzer, and S. Makovejs, "Probabilistically shaped PDM 4096-QAM transmission over up to 200 km of fiber using standard intradyne detection," *Opt. Express*, vol. 26, no. 4, pp. 4522–4530, Feb. 2018.
- [40] S. L. I. Olsson, J. Cho, S. Chandrasekhar, X. Chen, E. C. Burrows, and P. J. Winzer, "Record-high 17.3-bit/s/Hz spectral efficiency transmission over 50 km using probabilistically shaped PDM 4096-QAM," in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, San Diego, CA, USA, Mar. 2018, Paper Th.4C.5.
- [41] Nokia Corporation, Nokia Photonic Service Engine 3. 2018. [Online]. Available: <https://networks.nokia.com/photonic-service-engine-3>
- [42] J. Li et al., "Field trial of probabilistic-shaping-programmable real-time 200-Gb/s coherent transceivers in an intelligent core optical network," in *Proc. Asia Commun. Photon. Conf.*, Hangzhou, China, Oct. 2018, Paper Su2C.1.
- [43] G. Kramer, M. I. Yousefi, and F. R. Kschischang, "Upper bound on the capacity of a cascade of nonlinear and noisy channels," in *Proc. Inf. Theory Workshop*, Jerusalem, Israel, Apr. 2015, pp. 1–4.
- [44] P. Poggiolini, G. Bosco, A. Carena, V. Curri, Y. Jiang, and F. Forghieri, "The GN-model of fiber non-linear propagation and its applications," *J. Lightw. Technol.*, vol. 32, no. 4, pp. 694–721, Feb. 2014.
- [45] R. Dar, M. Feder, A. Mecozzi, and M. Shtaif, "Accumulation of nonlinear interference noise in fiber-optic systems," *Opt. Express*, vol. 22, no. 12, pp. 14199–14211, May 2014.
- [46] R. Dar, M. Shtaif, and M. Feder, "New bounds on the capacity of the nonlinear fiber-optic channel," *Opt. Lett.*, vol. 39, no. 2, pp. 398–401, Jan. 2014.
- [47] S. Ten Brink, "Convergence behavior of iteratively decoded parallel concatenated codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 10, pp. 1727–1737, Oct. 2001.



- [48] T. Tian and C. R. Jones, "Construction of rate-compatible LDPC codes utilizing information shortening and parity puncturing," *EURASIP J. Wireless Commun. Netw.*, vol. 2005, no. 5, pp. 789–795, Dec. 2005.
- [49] T. V. Nguyen, A. Nosratinia, and D. Divsalar, "The design of rate-compatible protograph LDPC codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 60, no. 10, pp. 2841–2850, Oct. 2012.
- [50] D. G. M. Mitchell, M. Lentmaier, A. E. Pusane, and D. J. Costello, "Randomly punctured LDPC codes," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 34, no. 2, pp. 408–421, Feb. 2016.
- [51] J. Ha, J. Kim, and S. McLaughlin, "Rate-compatible puncturing of low-density parity-check codes," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 50, no. 11, pp. 2824–2826, Nov. 2004.
- [52] C.-H. Hsu and A. Anastasopoulos, "Capacity achieving LDPC codes through puncturing," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 54, no. 10, pp. 4698–4706, Oct. 2008.
- [53] R. Asvadi and A. H. Banihashemi, "A rate-compatible puncturing scheme for finite-length LDPC codes," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 17, no. 1, pp. 147–150, Jan. 2013.
- [54] J. Cho, X. Chen, S. Chandrasekhar, and P. Winzer, "On line rates, information rates, and spectral efficiencies in probabilistically shaped QAM systems," *Opt. Express*, vol. 26, no. 8, pp. 9784–9791, Apr. 2018.
- [55] J. Cho, "Balancing probabilistic shaping and forward error correction for optimal system performance," in *Proc. Opt. Fiber Conf.*, San Diego, CA, USA, Mar. 2018, Paper M3C-2.
- [56] P. Schulte and G. Böcherer, "Constant composition distribution matching," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 62, no. 1, pp. 430–434, Jan. 2016.
- [57] J. Cho, S. Chandrasekhar, R. Dar, and P. J. Winzer, "Low-complexity shaping for enhanced nonlinearity tolerance," in *Proc. Eur. Conf. Opt. Commun.*, Dusseldorf, Germany, Sep. 2016, Paper W1C.2.
- [58] J. Cho, "Prefix-free code distribution matching for probabilistic constellation shaping," *IEEE Trans. Commun.*, submitted for publication.
- [59] J. Cho *et al.*, "Probabilistic signal shaping and codes therefor," U.S. Patent Appl. 15/374397, Dec. 9, 2016.
- [60] G. Böcherer, F. Steiner, and P. Schulte, "Fast probabilistic shaping implementation for long-haul fiber-optic communication systems," in *Proc. Eur. Conf. Opt. Commun.*, Gothenburg, Sweden, Sep. 2017, Paper Tu.2.D.3.
- [61] T. Yoshida, M. Karlsson, and E. Agrell, "Short-block-length shaping by simple mark ratio controllers for granular and wide-range spectral efficiencies," in *Proc. Eur. Conf. Opt. Commun.*, Gothenburg, Sweden, Sep. 2017, Paper Tu.2.D.2.
- [62] T. Yoshida, M. Karlsson, and E. Agrell, "Low-complexity variable-length output distribution matching with periodical distribution uniformization," in *Proc. Opt. Fiber Conf.*, San Diego, CA, USA, Mar. 2018, Paper M4E.2.
- [63] P. Schulte and F. Steiner, "Divergence-optimal fixed-to-fixed length distribution matching with shell mapping," *IEEE Wireless Commun. Lett.*, to be published.
- [64] S.-Y. Chung, G. D. Fomey, T. J. Richardson, and R. Urbanke, "On the design of low-density parity-check codes within 0.0045 dB of the Shannon limit," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 5, no. 2, pp. 58–60, Feb. 2001.
- [65] W.-R. Peng, I. Morita, and H. Tanaka, "Hybrid QAM transmission techniques for single-carrier ultra-dense WDM systems," in *Proc. Opto-Electron. Commun. Conf.*, Kaohsiung, Taiwan, Jul. 2011, pp. 824–825.
- [66] X. Zhou *et al.*, "4000 km transmission of 50 GHz spaced, 10 × 494.85-Gb/s hybrid 32-64QAM using cascaded equalization and training-assisted phase recovery," in *Proc. Opt. Fiber Conf.*, Los Angeles, CA, USA, Mar. 2012, Paper PDP5C.6.
- [67] M. Xiang *et al.*, "Multi-subcarrier flexible bit-loading enabled capacity improvement in meshed optical networks with cascaded ROADMs," *Opt. Express*, vol. 25, no. 21, pp. 25046–25058, Oct. 2017.
- [68] F. P. Guiomar, L. Bertignono, A. Nespolo, and A. Carena, "Frequency-domain hybrid modulation formats for high bit-rate flexibility and nonlinear robustness," *J. Lightw. Technol.*, vol. 36, no. 20, pp. 4856–4870, Oct. 2018.
- [69] J. Cho, S. Chandrasekhar, X. Chen, G. Raybon, and P. J. Winzer, "High spectral efficiency transmission with probabilistic shaping," in *Proc. Eur. Conf. Opt. Commun.*, Gothenburg, Sweden, Sep. 2017, Paper Th.1.E.1.
- [70] G. D. Forney, *Principles of Digital Communication II*. Cambridge, MA, USA: MIT OpenCourseWare, Sep. 7, 2018. [Online]. Available: <https://ocw.mit.edu>
- [71] T. M. Cover and J. A. Thomas, *Elements of Information Theory*, 2nd ed. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2006.
- [72] S. Arimoto, "An algorithm for computing the capacity of arbitrary discrete memoryless channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 18, no. 1, pp. 14–20, Jan. 1972.
- [73] R. Blahut, "Computation of channel capacity and rate-distortion functions," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 18, no. 4, pp. 460–473, Jul. 1972.
- [74] G. R. Lang and F. M. Longstaff, "A Leech lattice modem," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 7, no. 6, pp. 968–973, Aug. 1989.
- [75] A. K. Khandani and P. Kabal, "Shaping multidimensional signal spaces. I. Optimum shaping, shell mapping," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 39, no. 6, pp. 1799–1808, Nov. 1993.
- [76] R. Laroia, N. Farvardin, and S. A. Tretter, "On optimal shaping of multidimensional constellations," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 40, no. 4, pp. 1044–1056, Jul. 1994.
- [77] H. D. Pfister, J. B. Soriaga, and P. H. Siegel, "On the achievable information rates of finite state ISI channels," in *Proc. IEEE GlobeCom*, San Antonio, TX, USA, Nov. 2001, pp. 2992–2996.
- [78] J. Cho, S. Chandrasekhar, and P. Winzer, "Rate-adaptive modulation schemes for high spectral efficiency optical communications," in *Proc. OSA Frontiers Opt.*, Washington, DC, USA, Sep. 2018, Paper FW5B-1.
- [79] A. Alvarado, E. Agrell, D. Lavery, R. Maher, and P. Bayvel, "Replacing the soft-decision FEC limit paradigm in the design of optical communication systems," *J. Lightw. Technol.*, vol. 33, no. 20, pp. 4338–4352, Oct. 2015.
- [80] J. Cho, L. Schmalen, and P. Winzer, "Normalized generalized mutual information as a forward error correction threshold for probabilistically shaped QAM," in *Proc. Eur. Conf. Opt. Commun.*, Gothenburg, Sweden, Sep. 2017, Paper M.2.D.2.
- [81] A. Alvarado, T. Fehenberger, B. Chen, and F. M. J. Willems, "Achievable information rates for fiber optics: Applications and computations," *J. Lightw. Technol.*, vol. 36, no. 2, pp. 424–439, Jan. 2018.
- [82] G. Böcherer, "Achievable rates for probabilistic shaping," 2018, arXiv:1707.01134.
- [83] G. Böcherer, "On joint design of probabilistic shaping and FEC for optical systems," in *Proc. Opt. Fiber Conf.*, San Diego, CA, USA, Mar. 2018, Paper M4E-1.
- [84] G. Böcherer, P. Schulte, and F. Steiner, "Probabilistic shaping and forward error correction for fiber-optic communication systems," *J. Lightw. Technol.*, to be published.
- [85] T. Yoshida, M. Karlsson, and E. Agrell, "Performance metrics for systems with soft-decision FEC and probabilistic shaping," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 29, no. 23, pp. 2111–2114, Dec. 2017.
- [86] N. Merhav, G. Kaplan, A. Lapidoth, and S. Shamai Shitz, "On information rates for mismatched decoders," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 40, no. 6, pp. 1953–1967, Nov. 1994.
- [87] A. Martinez, A. G. i Fábregas, G. Caire, and F. M. J. Willems, "Bit-interleaved coded modulation revisited: A mismatched decoding perspective," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 55, no. 6, pp. 2756–2765, Jun. 2009.
- [88] J. Cho, S. L. I. Olsson, S. Chandrasekhar, and P. Winzer, "Information rate of probabilistically shaped QAM with non-ideal forward error correction," in *Proc. Eur. Conf. Opt. Commun.*, Rome, Italy, Sep. 2018, Paper Th.1.H.5.
- [89] J. Cho and P. J. Winzer, "Multi-rate prefix-free code distribution matching," in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, to be published.
- [90] G. Böcherer, F. Steiner, and P. Schulte, "Fast probabilistic shaping implementation for long-haul fiber-optic communication systems," in *Proc. Eur. Conf. Opt. Commun.*, Gothenburg, Sweden, Sep. 2017, Paper Tu.2.D.3.
- [91] T. V. Ramabadran, "A coding scheme for m-out-of-n codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 38, no. 8, pp. 1156–1163, Aug. 1990.
- [92] F. Tosato and P. Bisaglia, "Simplified soft-output demapper for binary interleaved COFDM with application to HIPERLAN/2," in *Proc. Int. Conf. Commun.*, New York, NY, USA, May 2002, vol. 2, pp. 664–668.
- [93] G. Baruffa and L. Rugini, "Soft-output demapper with approximated LLR for DVB-T2 systems," in *Proc. IEEE GlobeCom*, San Diego, CA, USA, Dec. 2015, pp. 1–6.
- [94] R. Maher, K. Croushore, M. Lauermaier, R. Going, X. Xu, and J. Rahn, "Constellation shaped 66 GbD DP-1024QAM transceiver with 400 km transmission over standard SMF," in *Proc. Eur. Conf. Opt. Commun.*, Gothenburg, Sweden, Sep. 2017, Paper Th.PDP.B.2.
- [95] H. Imai and S. Hirakawa, "A new multilevel coding method using error-correcting codes," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 23, no. 3, pp. 371–377, May 1977.

# ANEXO II. Artículo sobre el diseño de constelación de la modulación IPM

## DESIGN OF SIGNAL CONSTELLATIONS FOR GAUSSIAN CHANNEL BY USING ITERATIVE POLAR QUANTIZATION

Zoran H. Peric<sup>1</sup>, Ivan B. Djordjevic<sup>2</sup>, Srdjan M. Bogosavljevic<sup>2</sup>, Mihajlo C. Stefanovic<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Faculty of Electronic Engineering, University of Nis, Beogradska 14, 18000 Nis, Yugoslavia

Phone: +381 18 46466 ext. 690, Fax: +381 18 46180, E-mail: peric@perun.elfak.ni.ac.yu

<sup>2</sup>TELECOM SERBIA, Vozdova 13 a, 18 000 Nis, Yugoslavia

**Abstract-** The new iterative nonuniform polar quantization method is presented in this paper. The decision levels and the reconstruction levels are determined by this iterative method as well as the number of points on levels. The quantization mean-squared error (mse) is used as the criterion for optimization. We also present the exact method for the error probability determination per signal constellation symbol, which is obtained by this quantization method. The error probability for nonequiprobable symbols transmission through a channel with the additive Gaussian noise is computed, too.

### I INTRODUCTION

Taking nonlinear quantization effects into account (multiplicative noise) [1], Pahlavan considered both encoded and unencoded signal constellations designs. The problem of signal design for PCM channels is considered in his paper. Swaszek and Ku [2] considered asymptotically unrestricted polar quantization (APQ), which is good for a great number of points. Jeong and Gibson presented the uniform lattice vector quantization piecewise in [3]. The relation between number of points of two neighbouring regions and limited total number of points of these regions are obtained in their paper. Jayant (Max) [4] presented the iterative method for decision levels ( $r_i$ ) and reconstruction levels ( $m_i$ ) determination in a one dimensional space. The performance of specific signal constellations in digital communications problems is often described through use of the union bound, upper and lower bound and approximation by the nearest neighbouring points. This paper is concerned with performance of nonuniform signaling for the Gaussian channel. Data transmission with constellation points selecting according to a nonuniform probability distribution are studied. It is known that Gaussian source has the maximal shaping gain value. So, signal constellations obtained by quantizing that source are analyzed in this paper. Quantization method is chosen in such a way to minimize the mean-squared error. The paper consists of two parts: the first part represents restricted iterative polar quantization method (IPQ) and the second one is the determination of average error probability for unencoded constellation obtained using IPQ. Our iterative polar quantization consists of a nonuniform scalar quantization of amplitude  $r$  and a uniform scalar quantization of phase  $\phi$ . This paper differs from [2], [3] because we obtain the number of points on reconstruction

levels iteratively for all levels, versus total number of points on all levels. The method for exact average error probability per symbol determination by nonequiprobable transmission usage is presented in this paper, too.

### II RESTRICTED ITERATIVE POLAR QUANTIZATION METHOD

The vector quantization is more superior than the scalar one, while the polar quantization has approximately the same characteristics as the optimal vector quantization (OVQ) in a two dimension space [2]. The nonuniform polar quantization which consists of a scalar nonuniform amplitude ( $r$ ) quantization and a scalar uniform phase ( $\phi$ ) quantization is considered in this paper. The quantization mean-squared error can be computed as sum of two contributions: the granulation noise ( $D_{granul}$ ) and the overload noise ( $D_{overload}$ )

$$mse = D_{granul} + D_{overload}, \quad (1)$$

where

$$D_{granul} = \sum_{i=1}^{L_r} \sum_{j=1}^{L_\phi} \int_{\theta_{j,i}}^{\theta_{j,i+1}} \int_{r_i}^{r_{i+1}} [r^2 + m_i^2 - 2rm_i \cos(\phi - \phi_{j,i})] \cdot p_r(r, \phi) dr d\phi$$

$$D_{overload} = \int_{r_{L_r+1}}^{\infty} (r - m_{L_r})^2 p_r(r) dr$$

$L_r$  is the number of levels,  $\theta_{j,i}$  is the  $j$ -th decision phase on the  $i$ -th level,  $\phi_{j,i}$  is the  $j$ -th reconstruction phase on the  $i$ -th level (see Fig. 1),  $p_r(r, \phi)$  is the source probability density function and  $p_r(r) = \int_{-\pi}^{\pi} p_r(r, \phi) d\phi$ . The optimal values for decision levels  $r_{i,opt}$  and reconstruction levels  $m_{i,opt}$  are obtained providing that:

$$\frac{\partial D_{granul}}{\partial m_k} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, L_r;$$

$$\frac{\partial D_{granul}}{\partial r_k} = 0, \quad k = 2, 3, \dots, L_r; \quad r_1 = 0, \quad r_{L_r+1} = 4\sigma \quad (2)$$

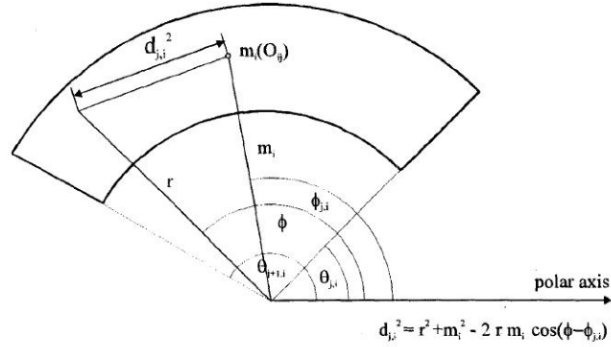


Fig. 1.

The number of points on any level is minimized on condition that the total number of points ( $\sum_{i=1}^{L_r} L_i = L$ )

on all levels is limited. The optimal number of points on every level is obtained using Lagrange multiplier method

$$J = \sum_{i=1}^{L_r} \int_{r_{i,opt}}^{r_{i+1,opt}} (r^2 + m_{i,opt}^2 - 4r m_{i,opt} \frac{1}{\Delta\theta_i} \sin \frac{\Delta\theta_i}{2}) \cdot p_r(r) dr + \lambda \sum_{i=1}^{L_r} L(m_i) \quad (3)$$

where  $\Delta\theta_i = \theta_{j+1,i} - \theta_{j,i} = 2\pi / L_i$  (it was used  $x \cot x \cong 1 - 0.33287x^2$  for  $0 \leq x \leq \pi/4$  in determining  $L_{i,opt}$ ).

The expressions for iterative computation of  $r_{i,opt}$ ,  $m_{i,opt}$ ,  $L_{i,opt}$  are (4a), (4b), (4c). The formulae (4a) and (4b) are more general than those which has been given by Jayant (Max) [4] (for  $x \rightarrow 0$  it can be written  $\sin x \approx x$  and then  $r_{i,opt}$  and  $m_{i,opt}$  are the same as in [4]).

$$m_{i,opt} = \frac{2 \sin(\Delta\theta_i / 2) \int_{r_{i,opt}}^{r_{i+1,opt}} r p_r(r) dr}{\Delta\theta_i \int_{r_{i,opt}}^{r_{i+1,opt}} p_r(r) dr}; \quad (4.a)$$

$$r_{i,opt} = \frac{\pi(m_{i,opt}^2 - m_{i-1,opt}^2)}{2[m_{i,opt} L_{i,opt} \sin(\Delta\theta_i / 2) - m_{i-1,opt} L_{i-1,opt} \sin(\Delta\theta_{i-1} / 2)]}; \quad i = 1, 2, \dots, L_r \quad (4.b)$$

$$L_{i,opt} = \frac{\sqrt[3]{m_{i,opt}^2 \int_{r_{i,opt}}^{r_{i+1,opt}} p_r(r) dr}}{\sum_{i=2}^{L_r} \frac{1}{L} \sqrt[3]{m_{i,opt}^2 \int_{r_{i,opt}}^{r_{i+1,opt}} p_r(r) dr}}; \quad i = 1, 2, \dots, L_r \quad (4.c)$$

$$\varphi_{i+1,j} = \varphi_{i,j} + \frac{2\pi j}{L_{i,opt}}; \quad i = 1, \dots, L_r; \quad j = 1, \dots, L_i \quad (4.d)$$

The iterative polar quantization (IPQ) results of Gaussian source ( $\sigma^2 = 1$ ) for 256 points are shown in Table 1 and Fig. 2. The mean-squared error quantization for IPQ is determined from formula (1), for APQ  $mse_{APQ} = 4.306L^{-1}$  and finally for OVQ  $mse_{OVQ} = 4.0306L^{-1}$ . The mean-squared error quantization values for these quantization types with 256 points are:  $mse_{IPQ} = 0.01601$ ,  $mse_{APQ} = 0.01682$  and  $mse_{OVQ} = 0.01574$ . The OVQ is much better approximated by the IPQ then by the APQ. The APQ method is valid only for a great number of points. The IPQ is appropriate for any number of points.

TABLE I  
VALUES FOR DECISION LEVELS, RECONSTRUCTION LEVELS AND NUMBER OF POINTS ON LEVELS.  
DETERMINED BY IPQ

L=256	$L_r$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
	$r_{opt}$	0.156	0.313	0.556	0.799	1.05	1.32	1.61	1.94	2.34	2.87	4.00	
	$m_{opt}$	0.198	0.439	0.679	0.924	1.18	1.45	1.76	2.12	2.55	3.16		
	$L_{opt}$	6	13	19	25	29	33	35	36	33	26		

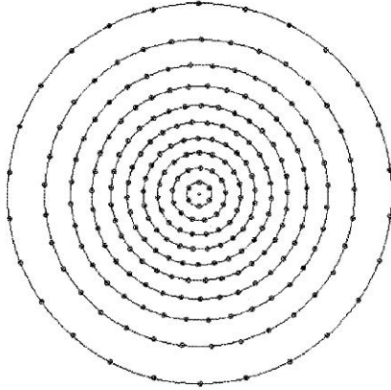


Fig. 2. Signal constellation with 256 points obtained applying IPQ on Gaussian source

### III METHOD FOR ERROR PROBABILITY DETERMINATION OF NONEQUIPROBABLE SYMBOLS FOR TRANSMISSION THROUGH GAUSSIAN CHANNEL

The error probability is computed for signal constellation which is obtained by a nonuniform source iterative polar quantization. We can compute the error probability for each constellation point if we determine the nearest neighbours and the decision regions around each point. Decision regions are irregular hexagons. Hexagon's sides are obtained at the lines crossing, orthogonally drawn on line segments which connect the point under observation  $O_{ij}$  with nearest neighbouring points  $O_{ij}^{(k)}$  (see Fig. 3). Each of the straight lines are drawn at the distance measuring  $d_m(O_{ij}, O_{ij}^{(k)})/2$  from the observed point  $O_{ij}$ , where  $d_m$  is a modified Euclidean distance

$$\frac{d_m(O_{ij}, O_{ij}^{(k)})}{2} = \frac{d_E(O_{ij}, O_{ij}^{(k)})}{2} + \frac{\sigma_n^2}{d_E(O_{ij}, O_{ij}^{(k)})} \ln \left[ \frac{P(O_{ij})}{P(O_{ij}^{(k)})} \right] \quad (5)$$

$d_E(O_{ij}, O_{ij}^{(k)})$  is Euclidean distance between points,  $\sigma_n^2$  is average noise power,  $P(O_{ij}^{(k)})$  is the probability of neighbouring point,

$$P(O_{ij}) = \int_{\theta_{j,j}}^{\theta_{j,j+1}} \int_{r_j}^{r_{j+1}} p_r(r, \phi) dr d\phi \quad \text{is the probability of}$$

observed point. The signal constellation which is obtained after IPQ of Gaussian source with decision regions for transmission through Gaussian channel ( $L=256$ ) is shown in Fig. 4.

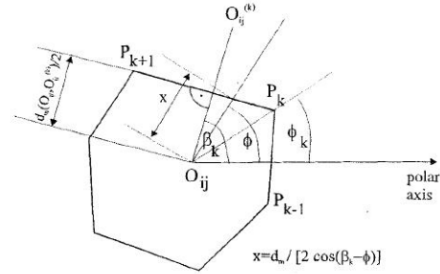


Fig. 3. A typical decision region for error probability determination

The error probability is obtained from the expression :

$$P_e = \sum_{i=1}^{L_r} \sum_{j=1}^{L_j} P(O_{ij}) \sum_{k=1}^{L_n(O_{ij})} \int_{\phi_k}^{\phi_{k+1}} \int_{\frac{d_m}{2 \cos(\beta_k - \phi)}}^{\infty} \frac{r}{2\pi\sigma_n^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma_n^2}} dr d\phi \quad (6)$$

i.e.

$$P_e = \sum_{i=1}^{L_r} \sum_{j=1}^{L_j} P(O_{ij}) \sum_{k=1}^{L_n(O_{ij})} \frac{1}{2\pi} \int_{\phi_k}^{\phi_{k+1}} e^{-\frac{d_m^2(O_{ij}, O_{ij}^{(k)})}{8\sigma_n^2 \cos^2(\beta_k - \phi)}} d\phi \quad (7)$$

where  $\phi_k$  is the angle between the polar axis and the line segment  $O_{ij} P_k$ ,  $\beta_k$  is the angle between the polar axis and the line segment  $O_{ij} O_{ij}^{(k)}$  (Fig. 3),  $L_n(O_{ij})$  is the number of the nearest neighbours of point  $O_{ij}$ . The influence of any neighbour depends on the angle

$(\phi_{k+1} - \phi_k)$ , mutual Euclidean distance and mutual probabilities between points. Error probabilities per symbols for uniform and nonuniform signal constellation with 256 and 64 points are shown in Fig. 5.

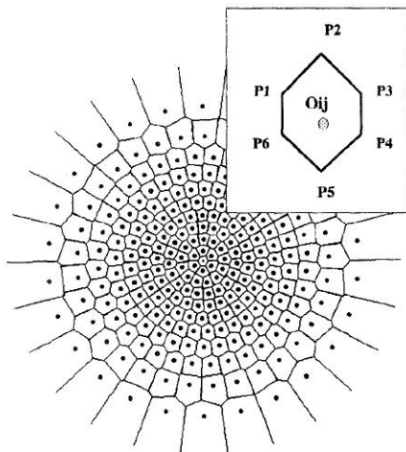


Fig. 4. The signal constellation with 256 points and decision regions

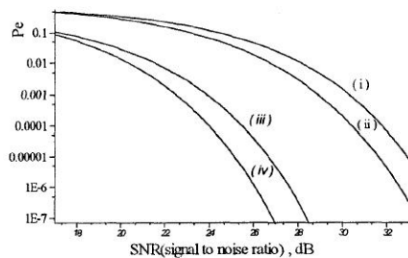


Fig. 5. The error probability per symbol for uniform and nonuniform signal constellations with 256 and 64 points. (i) Uniform signal constellation for 256 points, (ii) nonuniform signal constellation for 256 points, (iii) uniform signal constellation for 64 points, (iv) nonuniform signal constellation for 64 points.

#### IV CONCLUSION

The iterative polar quantization method is presented in this paper. Gaussian source quantization is done for  $L=256$ .

It is shown that in case of great number of points the IPQ is a better approximation for the OVQ than the APQ. In addition, the IPQ is appropriate for any number of quantization points, while the APQ is valid only for a great number of points. Lloyd-Max's quantization is a special case of the nonuniform quantizer per amplitude used in IPQ. We applied the quantization method minimizing the  $mse$  because this quantization is better considering the error probability and gain [6]. The error probabilities per symbols both for uniform and nonuniform signal constellations with 256 and 64 points are accurately determined.

A topic for further research is design of IPQ signal constellation maximizing entropy under mean-squared error constraint and average error probability decreasing using nonlinear transformation (i.e. warping transformation).

#### REFERENCES

- [1] K. Pahlavan, "Nonlinear Quantization and the Design of Coded and Uncoded Signal Constellation", IEEE Transaction on Communication, vol. 39, pp. 1207-1215, 1991.
- [2] P. F. Swaszek, T. W. Ku, "Asymptotic Performance of Unrestricted Polar Quantizer", IEEE Transactions on Information Theory, vol. 32, pp. 330-333, 1986.
- [3] D. G. Jeong, J. Gibson, "Uniform and Piecewise Uniform Lattice Vector Quantization for Memoryless Gaussian and Laplacian Sources", IEEE Transactions on Information Theory, vol. 39, pp. 786-804, 1993.
- [4] N. S. Jayant, P. Noll, "Digital Coding of Waveforms", Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1984.
- [5] F. R. Kschischong, S. Pasupathy, "Optimal Nonuniform Signaling for Gaussian Channels", IEEE Transactions on Information Theory, vol. 39, pp. 913-929, 1993.
- [6] Z. H. Peric, S. M. Bogosavljevic, I. B. Djordjevic, "Design of Signal Constellations for Gaussian Channel", 3<sup>rd</sup> International Conference on Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services (TELSIKS'97), Proceedings of Papers-Volume 2, pp. 764-767, Nis, 1997.