

# Guía para Evaluar la Fiabilidad en Redes de Comunicaciones

Soraya L. Sinche

*Escuela Politécnica Nacional (EPN), Quito-Ecuador, Universidad de Coimbra, Portugal*

**Resumen**— El uso de cualquier dispositivo electrónico conectado a Internet, a través de redes de comunicaciones cableadas o inalámbricas, está creciendo día a día. Cada vez más dispositivos como computadoras personales, tabletas, teléfonos móviles, televisores, electrodomésticos, etc. Están siendo conectados en red para permitir que un usuario tenga acceso a una serie de nuevas aplicaciones que faciliten su vida.

Sin embargo, a pesar de este crecimiento, en la práctica, un aspecto clave para el óptimo funcionamiento de las plataformas de red que aún se ignora es la fiabilidad. De allí la importancia de conocer cómo se puede evaluar la fiabilidad de una red de comunicaciones. En este contexto, el objetivo principal de este artículo es presentar una guía práctica que permita analizar y evaluar los mecanismos de fiabilidad para escenarios básicos de redes de comunicaciones, usando formulaciones matemáticas basadas en teoría de grafos. El uso de este tipo de análisis ha llegado a ser fundamental en el caso de la evaluación de la fiabilidad de redes. Para este análisis se emplearán modelos non-state-space como RBD (*Reliability Block Diagram*) y RG/N (*Reliability Graphs / Networks*)

**Índices**— Teoría de Grafos, Fiabilidad de Redes, Diagramas de Bloque de Fiabilidad (RBD), Fiabilidad con Grafos (RG/N).

## I. INTRODUCCIÓN

CON el crecimiento del uso de las tecnologías de red en un sin número de áreas, la fiabilidad ha ganado gran importancia debido al impacto que las fallas o problemas en la red pueden tener en el rendimiento de los sistemas de comunicación, sobre todo cuando se trata de sistemas de comunicación que dan soporte a servicios o aplicaciones críticas. Las fallas en una red de comunicaciones pueden originarse en diferentes partes de un sistema tanto a nivel de hardware como de software [1], donde cada elemento del sistema puede contribuir a mejorar ó en su defecto a reducir la fiabilidad de la red.

Cuando se tiene por ejemplo una red de área local, los equipos de conectividad, computadores o dispositivos de usuario, así como los enlaces de comunicación son elementos

en los cuales se pueden producir fallas temporales o permanentes.

Para realizar un análisis de la criticidad de una red es necesario conocer las aplicaciones que soporta la red y cual sería el impacto en caso de fallas. Con los resultados de este análisis, el propietario de la red puede decidir qué tipo de consideraciones deben ser tomadas en cuenta al momento de realizar el diseño o rediseño de la misma. Las consideraciones en el diseño pueden ir desde la localización de elementos críticos, hasta el implementar mecanismos que permitan mitigar el impacto en caso de fallas de los puntos críticos, como es el caso de colocar equipos o enlaces redundantes. Como se conoce, el incluir redundancia en una red implica mejorar la fiabilidad, pero también trae como consecuencia el incremento en costos operacionales; es por eso la importancia de balancear estos dos puntos, es decir implementar estos mecanismos de forma eficiente.

Existen varios trabajos relacionados con esta temática, donde se presentan diferentes formas para analizar la fiabilidad de un sistema. Algunos de estos trabajos incluso datan de los años 70s como es el caso del trabajo presentado por Misra y Rao [2], donde se realiza un análisis de la fiabilidad de redes redundantes usando grafos y posteriormente [3], donde se plantea un algoritmo para cálculo de fiabilidad; ambos son la base de la teoría de grafos para la fiabilidad de redes. En la actualidad, con el crecimiento de las redes, este tema continúa siendo de gran interés para los investigadores, que junto con la teoría de grafos y herramientas computacionales consiguen calcular la fiabilidad de sistemas complejos, como es el caso de [4],[5] que presenta el análisis de fiabilidad usando RBD (*Reliability Block Diagram* – Diagrama de Bloques de Fiabilidad) que se define como una técnica efectiva para el análisis de la fiabilidad de un sistema. Otros trabajos recientes en el campo de análisis de fiabilidad, definen variantes más complejas de RBD, como MVRBD (*Multi-Valued Reliability Block Diagrams*)[6], DRBD (*Dynamic Reliability Block Diagrams*)[7]–[9].

El presente artículo tiene por objetivo el presentar una guía práctica para cálculo de fiabilidad en redes de comunicaciones aplicando modelamiento matemático basado en teoría de grafos, que permite de una forma práctica el análisis de una red de comunicaciones básica. La sección II, presenta un análisis del modelado matemático basado en grafos para redes de comunicaciones con dos enfoques RBD y RG/N. Luego en la

S. Sinche es profesora principal en el Departamento de Electrónica, Telecomunicaciones y Redes de Información de la Escuela Politécnica Nacional, Quito-Ecuador. Además es parte del Centro de Investigación de la Universidad de Coimbra CISUC (*Center for Informatics and Systems of the University of Coimbra*), Portugal (soraya.sinche@epn.edu.ec, smaíta@dei.uc.pt)

sección III se presentan los escenarios para cálculo de la fiabilidad en redes de comunicaciones donde se plantean dos escenarios a ser analizados en la presente guía. Luego en la sección IV se plantea la metodología para el cálculo de la fiabilidad de redes basada en los escenarios analizados en la sección III. Finalmente, en la sección V, se presentan las conclusiones correspondientes.

II. MODELADO MATEMÁTICO PARA FIABILIDAD DE REDES DE COMUNICACIONES

Cuando una red crece en tamaño y complejidad, ésta es más propensa a fallas que afecten su desempeño[10], por lo que es necesario implementar mecanismos que permitan garantizar un determinado grado de fiabilidad. En una red de comunicaciones se puede introducir redundancia a nivel de equipos y/o diversidad de enlaces.

Una forma de modelar la fiabilidad de una red de comunicaciones se la puede realizar con el uso de teoría de grafos[2], donde la fiabilidad de la red es definida como la probabilidad que todos los nodos, o los nodos críticos del grafo, estén conectados a través de al menos una ruta válida.

El problema de fiabilidad de la red asume siempre que los elementos de dicha red son estadísticamente independientes. En este caso los principales formalismos matemáticos para fiabilidad de las redes son[5]: RBD (Reliability Block Diagram) y RG/N (Reliability Graphs/Networks), que serán tratados a continuación.

A. Modelado RBD

Un modelado RBD es una representación simbólica del desempeño de la fiabilidad de un sistema, donde este modelado acumula la tasa de fallas de todos sus componentes o módulos. Es una de las metodologías comunmente usadas para modelado de la fiabilidad de redes [10], donde un módulo se puede definir como una sola unidad o varias unidades conectadas en diferentes configuraciones.

Si el módulo está formado por una sola unidad, la fiabilidad del módulo es igual a la fiabilidad de la unidad. Mientras que en el caso de que el módulo está definido por varias unidades, éstas pueden estar conectadas en diferentes configuraciones: serie, paralelo y mixto, y su análisis dependerá de su configuración específica.

1) Modelo Serie

En un modelo en serie (Fig. 1), todas las unidades deben operar satisfactoriamente para que todo el sistema opere correctamente. En este modelo la fiabilidad total del sistema siempre será menor o igual a la unidad menos fiable[10].

Si se considera que los eventos de falla en un modelo serie son mutuamente independientes, la probabilidad de que todos los módulos se encuentren operando correctamente puede ser calculada usando (1) [5].

$$R_{serie}(t) = \prod_{i=1}^n p_i(t) \quad (1)$$

Donde  $R_{serie}$  representa la fiabilidad de un modelo serie, asociada con la probabilidad de que cada unidad este operando

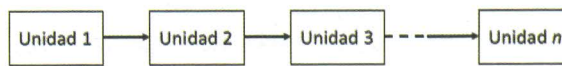


Fig. 1. Modelo Serie

correctamente. Si el evento  $E_i$  ha estado operando continuamente durante un intervalo de tiempo  $[0,t]$ , entonces la probabilidad  $P\{E_i\} = p_i(t)$ , donde  $p_i(t)$  será la fiabilidad del componente en el tiempo  $t$ .

2) Modelo Paralelo

Por otro lado, si se tiene un sistema con  $n$  unidades conectadas en paralelo (Fig. 2), la fiabilidad en paralelo  $R_{paralelo}$  se define como la probabilidad que algunas o al menos una de las unidades se encuentre funcionando correctamente. Esta estructura se conoce también como un modelo redundante

Al igual que el caso anterior, si se considera que los eventos de falla en un modelo paralelo son mutuamente independientes, la probabilidad de que el sistema se encuentren operando correctamente puede ser calculada como (3):

$$R_{paralelo}(t) = p\{E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup \dots \cup E_n\} \quad (2)$$

$$R_{paralelo}(t) = \prod_{i=1}^n (1 - p_i(t)) \quad (3)$$

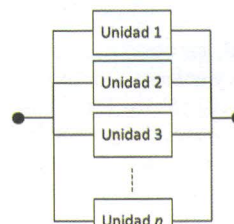


Fig. 2. Modelo Paralelo

3) Modelo Mixto

En un modelo mixto se pueden tener unidades en serie y en paralelo como se muestra en la Fig. 3. Para obtener la fiabilidad total de este tipo de sistemas, el procedimiento de cálculo se enfoca en la reducción de la estructura del sistema reemplazando un bloque de componentes en serie con un solo bloque equivalente con su fiabilidad calculada con (1), y bloques de componentes en paralelo con un solo bloque con su correspondiente fiabilidad usando (3).

En el caso del diagrama de la figura 3, se debe calcular primero la fiabilidad de las  $n'$  unidades en paralelo y reemplazar estas unidades con un único bloque con su valor de fiabilidad. Luego de lo cual, se reduce a un conjunto de bloques en serie y puede ser calculada la fiabilidad con (1).

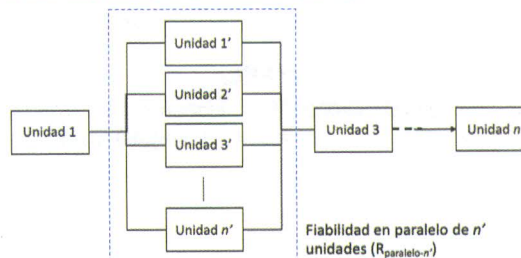


Fig. 3. Modelo Mixto: Serie-Paralelo

B. Modelado RG/N (Reliability Graph/Network)

En este modelado, un grafo se representa como  $G=(N,L)$ , donde  $N$  es el conjunto de nodos de la red, y  $L$  es el conjunto de enlaces que conectan dos nodos y su abstracción está representada como una red probabilística binaria,  $G=(N,L,P)$ , donde  $P$  es la función de probabilidad asignada a cada elemento de acuerdo a la distribución de Bernoulli, que dice que  $p$  representa la probabilidad de que un estado esté arriba o activo y  $(1-p)$  es la probabilidad de que el enlace falle [5]. En este análisis solo se considerarán las probabilidades de falla de los enlaces, además para este tipo de modelado, también se asume que todos los elementos de la red son estadísticamente independientes.

La fiabilidad con este modelado, puede ser evaluada con diferentes técnicas como SDP (Sum of Disjoint Products) o BDDs (Binary Decision Diagrams).

1) Técnica SDP

SDP se basa en la identidad para funciones Booleanas, donde la unión de dos o más funciones pueden ser expresadas como la unión de sus términos disjuntos [11], como se presenta en (5). Donde  $a$  y  $b$  son variables Booleanas

$$a \vee b = a\vee(\bar{a}\wedge b) \tag{5}$$

En el caso de una red, es necesario representar la misma como un gráfico de nodos y enlaces, y definir un origen o fuente ( $s$ ) y un destino ( $d$ ) para el análisis. En el caso de aplicar este modelado, la fiabilidad se puede definir con la función Booleana de conectividad  $C_{s,d}$ , que representa un conjunto de caminos que garantizan la conectividad entre la fuente y el destino.

La función de conectividad se representa como una disyunción de sus caminos (6).

$$C_{s,d} = H_1 \vee H_2 \vee \dots \vee H_n \tag{6}$$

Donde  $H_i$  representa cada camino posible para tener conectividad en el sistema. La fiabilidad puede ser calculada como la probabilidad de la unión de estos caminos usando (7).

$$R_{s,d} = P\{C_{s,d}\} = P\{H_1 \vee H_2 \vee \dots \vee H_n\} \tag{7}$$

Si se tiene una red como el diagrama mostrado en la Fig. 4, donde se representa a una red con 4 nodos y dos rutas de conexión  $H_1 = e_1 \wedge e_2$  y  $H_2 = e_3 \wedge e_4$  entre fuente ( $s$ ) y destino ( $d$ ), la función de conectividad puede ser calculada como:

$$C_{s,d} = H_1 \vee H_2 \tag{8}$$

Si se aplica (5) a la función de conectividad se tiene:

$$C_{s,d} = H_1 \vee (\bar{H}_1 \wedge H_2) = (e_1 \wedge e_2) \vee (\bar{e}_1 \vee \bar{e}_2) \wedge e_3 \wedge e_4 \tag{9}$$

$$C_{s,d} = (e_1 \wedge e_2) \vee ((\bar{e}_1 \vee \bar{e}_2) \wedge e_3 \wedge e_4)$$

Una vez obtenida esta expresión es necesario aplicar la ley de Morgan y simplificar la misma a su mínima expresión, obteniéndose (10).

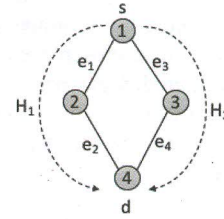


Fig. 4. Gráfico de una red con 4 nodos y dos caminos entre fuente y destino

$$C_{s,d} = (e_1 \wedge e_2) \vee (\bar{e}_1 \wedge e_3 \wedge e_4) \vee (\bar{e}_2 \wedge e_3 \wedge e_4) \tag{10}$$

Sin embargo  $(\bar{e}_1 \wedge e_3 \wedge e_4)$  y  $(\bar{e}_2 \wedge e_3 \wedge e_4)$  aun no son disjuntos, por lo que se vuelve aplicar el algoritmo para estos dos términos.

$$\begin{aligned} &(\bar{e}_1 \wedge e_3 \wedge e_4) \vee (\bar{e}_2 \wedge e_3 \wedge e_4) \\ &= (\bar{e}_1 \wedge e_3 \wedge e_4) \vee ((\bar{e}_1 \wedge e_3 \wedge e_4) \wedge \bar{e}_2 \wedge e_3 \wedge e_4) \\ &= (\bar{e}_1 \wedge e_3 \wedge e_4) \vee (e_1 \wedge \bar{e}_2 \wedge e_3 \wedge e_4) \end{aligned} \tag{11}$$

Reemplazando (11) en (10) se tiene (12). Finalmente, la fiabilidad  $R_{s,d}$  es igual a la probabilidad de  $C_{s,d}$  y se representa en (13).

$$C_{s,d} = (e_1 \wedge e_2) \vee (\bar{e}_1 \wedge e_3 \wedge e_4) \vee (e_1 \wedge \bar{e}_2 \wedge e_3 \wedge e_4) \tag{12}$$

$$\begin{aligned} R_{s,d} &= p_1 p_2 + (1 - p_1) p_3 p_4 + p_1 (1 - p_2) p_3 p_4 \\ &= p_1 p_2 + p_3 p_4 - p_1 p_2 p_3 p_4 \end{aligned} \tag{13}$$

2) Técnica BDD

BDD también usa una función Booleana y permite obtener la función de fiabilidad de forma eficiente [12] y rápida que si se usa SDP. De esta técnica se deriva una variante reducida conocida como ROBDD (Reduced Ordered BDD)[13], que es un árbol binario con un nivel por variable. El algoritmo que se usa se basa en la versión probabilística de la regla de descomposición de Shannon presentada en (14)[5], donde a cada variable  $x_i$  se le asigna una probabilidad  $p_i$  de que llegue a ser verdadera y  $F(x)$  es la función obtenida directamente desde BDD.

$$P\{F(x)\} = p_i P\{F_{x_i=1}\} + (1 - p_i) P\{F_{x_i=0}\} \tag{14}$$

Ahora, si se utiliza nuevamente el esquema de la figura 4, para el análisis con esta técnica y con la función de conectividad dada por (8), se obtiene el diagrama de decisión binaria que se presenta en la Figura 6, donde para su diseño se usa un orden arbitrario, en este caso  $e_1 < e_2 < e_3 < e_4$ .

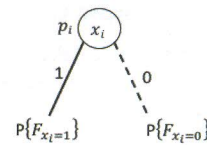


Fig 5. BDD representation of variable  $x_i$  [5]

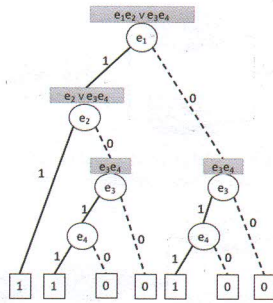


Fig. 6. Diagrama de decisión binaria (BDD) para la red de la Fig. 4

Si se aplica la reducción ROBDD se llega al diagrama de la figura 7, donde con (14) y la figura 6, se obtienen los valores de probabilidad de cada nivel. Donde el valor de probabilidad del primer nivel ( $e_1$ ) define la fiabilidad de la red.

A continuación se presentan los valores de las probabilidades correspondientes a cada nivel, donde se realizaron los respectivos reemplazos y simplificaciones en sus fórmulas.

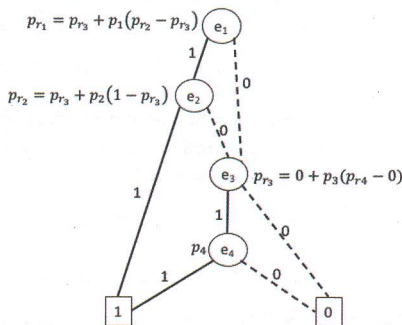


Fig. 7. Diagrama de decisión binaria reducido (ROBDD) para la red de 4 nodos y dos caminos entre fuente y destino.

$$\begin{aligned}
 p_{r_4} &= p_4 \\
 p_{r_3} &= 0 + p_3(p_{r_4} - 0) = p_3 p_4 \\
 p_{r_2} &= p_{r_3} + p_2(1 - p_{r_3}) = p_3 p_4 + p_2 - p_2 p_3 p_4 \\
 p_{r_1} &= p_{r_3} + p_1(p_{r_2} - p_{r_3}) = p_3 p_4 + p_1 p_2 - p_1 p_2 p_3 p_4 \\
 &\Rightarrow R_{s,d} = p_3 p_4 + p_1 p_2 - p_1 p_2 p_3 p_4 \quad (15)
 \end{aligned}$$

Se puede observar que el valor de fiabilidad obtenido por esta técnica es igual al obtenido por la técnica SDP en (13).

### III. MODELOS PARA REDES DE COMUNICACIONES FIABLES

Una red de comunicaciones es la base que da soporte a una serie de aplicaciones en diversas áreas, por lo que debe ofrecer una alta fiabilidad. Existen varios métodos que permiten mejorar su fiabilidad, desde el uso de protocolos de comunicación robustos hasta sistemas redundantes a nivel de equipos.

Una red de comunicaciones está formada por nodos y enlaces que permiten su comunicación y pueden tener diferentes topologías. Por ejemplo, en el caso de redes de área local generalmente se tiene una topología en estrella, mientras que en redes de área extendida su topología puede ser en malla.

En el presente artículo se presenta una guía de cálculo de la fiabilidad en redes, para lo que se definen dos escenarios sobre

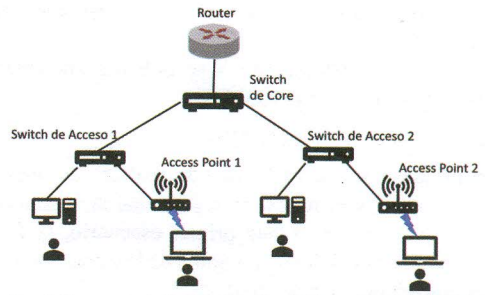


Fig. 8. Escenario 1: Red de área local básica sin redundancia

los cuales se va a trabajar. Estos escenarios se basan en una LAN (Local Area Network) básica planteando un esquema sin redundancia y otro con redundancia.

En el Escenario 1 se representa a una LAN básica sin redundancia (Fig. 8), con dos niveles uno de acceso y otro de core. En este esquema se tienen switches de acceso donde están conectados los computadores de los usuarios cableados y los access points (APs) que permiten el acceso a usuarios inalámbricos, un switch de core al que se conectan los switches de acceso, y éste a su vez tiene una conexión hacia un router para el acceso de la red a Internet a través de un proveedor de servicios.

El segundo escenario plantea un sistema redundante a nivel del switch de core, con lo que se implementa una mejora de la fiabilidad de la red propuesta, comparada con la propuesta en el escenario 1, este escenario se muestra en la Figura 9.

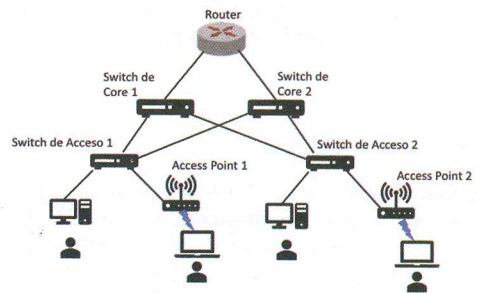


Fig. 9. Escenario 2: Red de área local básica con redundancia

Es importante observar que la fiabilidad de los usuarios conectados a través de la red cableada será tratada separadamente del análisis de los usuarios que se conectan de forma inalámbrica.

Teniendo como base estos dos escenarios, en la siguiente sección se presenta la metodología para el cálculo de fiabilidad usando teoría de grafos.

### IV. METODOLOGÍA PARA CÁLCULO DE FIABILIDAD

Se va a realizar el cálculo de fiabilidad de los dos escenarios planteados utilizando el modelado RBD que en este caso considera únicamente un conjunto de bloques conectados en serie y/o paralelo, y el modelado RG/N donde la fiabilidad está en función de la probabilidad de la función de conectividad que se enfoca para este estudio en los enlaces. Además se asume

que todos los bloques y enlaces son estadísticamente independientes.

En el caso del modelado RG/N se utilizará únicamente la técnica BDD y su reducción ROBDD.

A. Escenario 1 con modelado RBD

Como primer paso al momento de realizar el cálculo de fiabilidad de una red, es necesario representar la misma con un diagrama de bloques. Para este primer escenario, la figura 8 representa su correspondiente diagrama de bloques, donde cada equipo es considerado como un bloque.

Como se mencionó en la sección anterior, el análisis de fiabilidad de la red será dividido en dos partes: la fiabilidad de que un usuario a través de un acceso cableado pueda conectarse a la red (Figura 10a), y la fiabilidad de que un usuario a través de un acceso inalámbrico pueda conectarse a la red (Figura 10b). En ambos casos se puede observar que se tienen módulos conectados en serie, por lo tanto, una falla de alguno de estos elementos provocaría que el usuario se quede sin servicios de red.

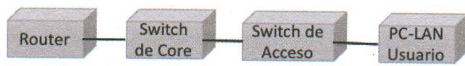


Fig. 10a. RBD de Red básica de área local desde el punto de vista de acceso del usuario cableado.

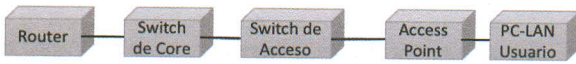


Fig. 10b. RBD de Red básica de área local desde el punto de vista de acceso del usuario inalámbrico.

Para el caso de los diagramas de las figuras 10a y 10b, y aplicando (1), la fiabilidad del sistema puede ser calculada como:

$$R\{E_{1-uc}\} = R_r * R_{swc} * R_{swa} * R_{uc} \quad (15)$$

$$R\{E_{1-uw}\} = R_r * R_{swc} * R_{swa} * R_{ap} * R_{uw} \quad (16)$$

Donde  $R_r$  es el valor de fiabilidad del router,  $R_{swc}$  y  $R_{swa}$  son los valores de fiabilidad de los switches de core y de acceso respectivamente,  $R_{ap}$  es la fiabilidad del Access Point,  $R_{uc}$  y  $R_{uw}$  la fiabilidad del equipo del usuario cableado e inalámbrico.

En el caso del usuario cableado, la fiabilidad se puede calcular con (15) y para el usuario inalámbrico con (16). Además, se puede observar que mientras más dispositivos se coloquen en serie, el valor total de la fiabilidad se reduce.

B. Escenario 2 con modelado RBD

Como ya se mencionó anteriormente, la fiabilidad puede ser mejorada si se introduce algún mecanismo de redundancia. En el caso del escenario 2, la redundancia es colocada a nivel del switch de core (Fig. 2). El diagrama de bloque se presenta en las figuras 11a (usuario cableado) y 11b (usuario inalámbrico).

Para este caso se puede observar que se tiene una red mixta que incluye elementos en serie y en paralelo. En primer lugar, es necesario calcular la fiabilidad de los elementos en paralelo  $R_p(t)$  (switches de core). Aplicando (3) se tiene:

$$R_p(t) = R_{swc1} + R_{swc2} - R_{swc1} * R_{swc2} \quad (17)$$

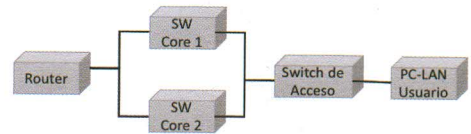


Fig. 11a. RBD de Red básica de área local desde el punto de vista de acceso del usuario cableado con redundancia.

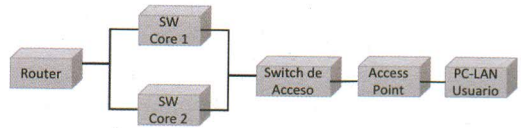


Fig. 11b. RBD de Red básica de área local desde el punto de vista de acceso del usuario inalámbrico con redundancia.

Donde  $R_{swc1}$  y  $R_{swc2}$  son los valores de fiabilidad de los respectivos switches de core. Para calcular la fiabilidad total de este sistema se usa (1) y (16) y se obtiene (18) y (19) que son las fórmulas para cálculo de fiabilidad del usuario cableado y del usuario inalámbrico respectivamente.

$$R\{E_{2-uc}\} = R_r(R_{swc1} + R_{swc2} - R_{swc1}R_{swc2})R_{swa}R_{uc} \quad (18)$$

$$R\{E_{2-uw}\} = R_r(R_{swc1} + R_{swc2} - R_{swc1}R_{swc2})R_{swa}R_{uw}R_{ap} \quad (19)$$

Si se asume que los dos switches de core tienen igual valor de fiabilidad  $R_{swc}$ , como generalmente se tiene en un caso redundante, (18) y (19) se reducen a (20) y (21):

$$R\{E_{2-uc}\} = R_r(2R_{swc} - R_{swc}^2)R_{swa} * R_{uc} \quad (20)$$

$$R\{E_{2-uw}\} = R_r(2R_{swc} - R_{swc}^2)R_{swa} * R_{ap} * R_{uw} \quad (21)$$

En base al desarrollo realizado, se puede calcular la fiabilidad para los dos modelos propuestos, sin embargo, este análisis solo incluye la fiabilidad de los equipos y no de los enlaces. El análisis de la fiabilidad de los enlaces se realiza con modelado RG/N.

C. Escenario 1 con modelado RG/N

Para este caso, en primer lugar es necesario plantear la función de conectividad  $C_{s,d-1}$  en base a (6). Al igual que con el modelado RBD se realiza el análisis para el usuario inalámbrico (Fig. 12a) y para el usuario cableado (Fig. 12b), donde A representa el usuario, B el access point, C el switch de acceso, D el switch de core y E el router. Como se puede observar, en ambos casos existe un solo camino entre la fuente y el destino.



Fig. 12a. Diagrama de conectividad del usuario cableado-Escenario 1.



Fig. 12b. Diagrama de conectividad del usuario inalámbrico - Escenario 2.

$$C_{s,d-1-uc} = H_1 = (e_1 \wedge e_2 \wedge e_3)$$

$$C_{s,d-1-uw} = H_1' = (e_{1.1} \wedge e_{1.2} \wedge e_2 \wedge e_3)$$

Una vez planteadas las ecuaciones de conectividad, se procede a obtener los diagramas de decisión binaria (Fig. 13a, 13c) y sus correspondientes diagramas reducidos (Fig. 13b, 13d).

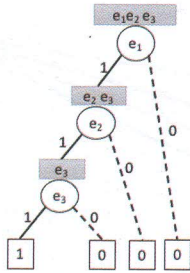


Fig. 13a. Representación BBD escenario 1-Usuario Cableado

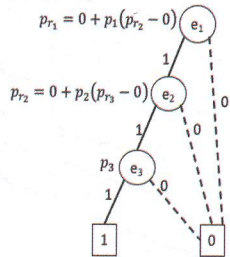


Fig. 13b. Representación ROBBB escenario 1-Usuario Cableado

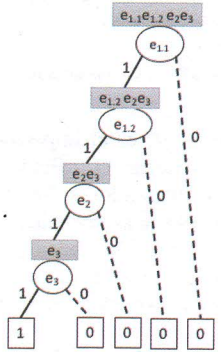


Fig. 13c. Representación BBD escenario 1-Usuario Inalámbrico

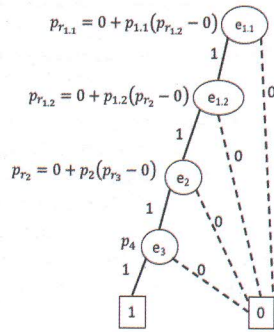


Fig. 13d. Representación ROBBB escenario 1-Usuario Inalámbrico

Se usa un orden arbitrario  $e_1 < e_2 < e_3$  en el caso de usuario cableado y  $e_{1.1} < e_{1.2} < e_2 < e_3$  para el usuario inalámbrico.

Para el caso del usuario cableado en base a la figura 13b se tiene el valor de fiabilidad  $R_{s,d-1-uc}$ .

$$\begin{aligned} p_{r_3} &= p_3 \\ p_{r_2} &= 0 + p_2(p_{r_3} - 0) = p_2 p_3 \\ p_{r_1} &= 0 + p_1(p_{r_2} - 0) = p_1 p_2 p_3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow R_{s,d-1-uc} = p_1 p_2 p_3$$

Por otro lado, con la figura 13d se tiene el cálculo de la fiabilidad para el usuario inalámbrico  $R_{s,d-1-uw}$ .

$$\begin{aligned} p_{r_3} &= p_3 \\ p_{r_2} &= 0 + p_2(p_{r_3} - 0) = p_2 p_3 \\ p_{r_{1.2}} &= 0 + p_{1.2}(p_{r_2} - 0) = p_{1.2} p_2 p_3 \\ p_{r_{1.1}} &= 0 + p_{1.1}(p_{r_{1.2}} - 0) = p_{1.1} p_{1.2} p_2 p_3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow R_{s,d-1-uw} = p_{1.1} p_{1.2} p_2 p_3$$

#### D. Escenario 2 con modelado RG/N

Al igual que el análisis del Escenario 1, primero se formula la función de conectividad  $C_{s,d-2}$  y se separa el análisis para el usuario inalámbrico (Fig. 14a) y para el usuario cableado (Fig. 14b). En este caso los switches de core están representados por  $D_1$  y  $D_2$ . Con se puede observar, en ambos casos existen dos caminos posibles entre la fuente y el destino.

$$C_{s,d-2-uc} = H_1 \vee H_2 = (e_1 \wedge e_{2.1} \wedge e_{3.1}) \vee (e_1 \wedge e_{2.2} \wedge e_{3.2})$$

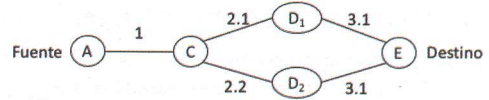


Fig. 14a. Diagrama de conectividad del usuario cableado-Escenario 2

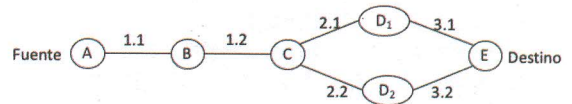


Fig. 14b. Diagrama de conectividad del usuario inalámbrico-Escenario 2

$$C_{s,d-2-uw} = (e_{1.1} \wedge e_{1.2} \wedge e_{2.1} \wedge e_{3.1}) \vee (e_{1.1} \wedge e_{1.2} \wedge e_{2.2} \wedge e_{3.2})$$

Con estas ecuaciones de conectividad se obtienen los diagramas de decisión binaria (Fig. 15a, 15c) y sus correspondientes diagramas reducidos (Fig. 15b, 15d). El orden arbitrario usado para el caso de usuario cableado es  $e_1 < e_{2.1} < e_{3.1} < e_{2.2} < e_{3.2}$  y  $e_{1.1} < e_{1.2} < e_{2.1} < e_{3.1} < e_{2.2} < e_{3.2}$  para el caso de un usuario inalámbrico.

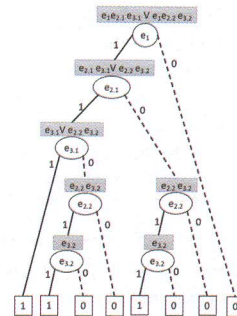


Fig. 15a. Representación BBD escenario 2-Usuario Cableado

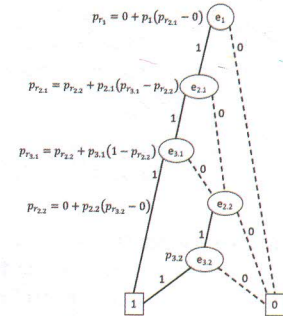


Fig. 15b. Representación ROBBB escenario 2-Usuario Cableado

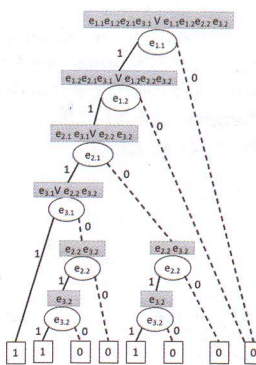


Fig. 15c. Representación BBD escenario 2-Usuario Inalámbrico

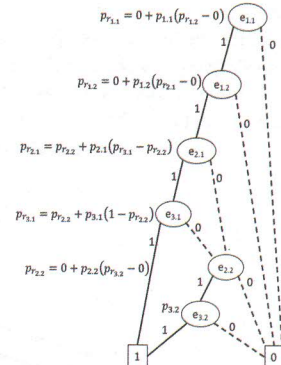


Fig. 15d. Representación ROBBB escenario 2-Usuario Inalámbrico

En base a la figura 15b, se tiene el valor de la fiabilidad ( $R_{s,d-2-uc}$ ) para el usuario cableado del escenario 2.

$$\begin{aligned} p_{r_{3.2}} &= p_{3.2} \\ p_{r_{2.2}} &= p_{2.2} p_{3.2} \\ p_{r_{3.1}} &= p_{2.2} p_{3.2} + p_{3.1} - p_{2.2} p_{3.1} p_{3.2} \\ p_{r_{2.1}} &= p_{2.2} p_{3.2} + p_{2.1} p_{3.1} - p_{2.1} p_{2.2} p_{3.1} p_{3.2} \\ p_{r_1} &= p_1 p_{2.2} p_{3.2} + p_1 p_{2.1} p_{3.1} - p_1 p_{2.1} p_{2.2} p_{3.1} p_{3.2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow R_{s,d-2-uc} = p_1 p_{2.2} p_{3.2} + p_1 p_{2.1} p_{3.1} - p_1 p_{2.1} p_{2.2} p_{3.1} p_{3.2}$$

Finalmente en base al diagrama de la figura 15d se tiene el cálculo de la fiabilidad para el usuario inalámbrico  $R_{s,d-2-uw}$ .

$$p_{r_{3.2}} = p_{3.2}$$

$$p_{r_{2.2}} = p_{2.2} p_{3.2}$$

$$p_{r_{3.1}} = p_{2.2} p_{3.2} + p_{3.1} - p_{2.2} p_{3.1} p_{3.2}$$

$$p_{r_{2.1}} = p_{2.2} p_{3.2} + p_{2.1} p_{3.1} - p_{2.1} p_{2.2} p_{3.1} p_{3.2}$$

$$p_{r_{1.2}} = p_{1.2} p_{2.2} p_{3.2} + p_{1.2} p_{2.1} p_{3.1} - p_{1.2} p_{2.1} p_{2.2} p_{3.1} p_{3.2}$$

$$p_{r_{1.1}} = p_{1.1} p_{1.2} p_{2.2} p_{3.2} + p_{1.1} p_{1.2} p_{2.1} p_{3.1} - p_{1.1} p_{1.2} p_{2.1} p_{2.2} p_{3.1} p_{3.2}$$

$$\Rightarrow R_{s,d-2-uw} = p_{1.1} p_{1.2} p_{2.2} p_{3.2} + p_{1.1} p_{1.2} p_{2.1} p_{3.1} - p_{1.1} p_{1.2} p_{2.1} p_{2.2} p_{3.1} p_{3.2}$$

En la Tabla I, se presenta un resumen de las fórmulas para el cálculo de fiabilidad de los dos escenarios.

TABLA I. FIABILIDAD CON MODELADO RBD Y RG/N PARA LOS DOS ESCENARIOS PLANTEADOS

Mod.	# Esc.	Usuario Cableado	Usuario Inalámbrico
RBD	1	$R_r R_{swc} R_{swa} R_{uc}$	$R_r R_{swc} R_{swa} R_{ap} R_{uw}$
	2	$R_r (R_{swc1} + R_{swc2} - R_{swc1} R_{swc2}) R_{swa} R_{uc}$	$R_r (R_{swc1} + R_{swc2} - R_{swc1} R_{swc2}) R_{swa} R_{uw} R_{ap}$
RG/N	1	$p_1 p_2 p_3$	$p_{1.1} p_{1.2} p_2 p_3$
	2	$p_1 p_{2.2} p_{3.2} + p_1 p_{2.1} p_{3.1} - p_1 p_{2.1} p_{2.2} p_{3.1} p_{3.2}$	$p_{1.1} p_{1.2} p_{2.2} p_{3.2} + p_{1.1} p_{1.2} p_{2.1} p_{3.1} - p_{1.1} p_{1.2} p_{2.1} p_{2.2} p_{3.1} p_{3.2}$

Para obtener los resultados de fiabilidad de cada escenario es necesario conocer los valores de fiabilidad de los equipos que forman la red así como de los enlaces correspondientes.

En el caso de los equipos de red, los fabricantes de los mismos ofrecen en las hojas de especificaciones con estos valores, que generalmente son definidos por el MTBF (*Mean Time Between Failures*). El MTBF está dado por el tiempo promedio hasta que se produce una falla en un sistema. Mientras que para el caso de los enlaces, estos valores pueden ser obtenidos a través de la obtención de medidas de calidad del enlace, y estarán basados en el tiempo que el enlace se encuentre activo en función del medio físico utilizado.

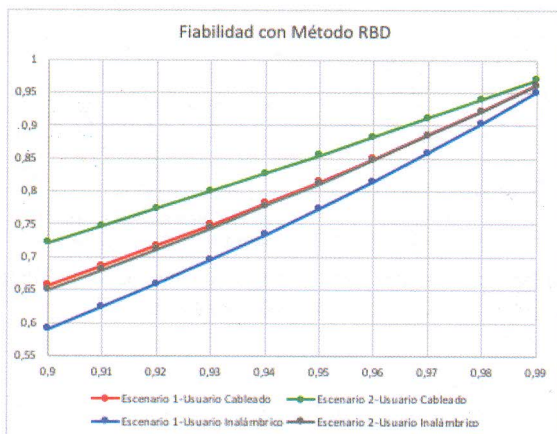


Fig. 15. Fiabilidad para el caso de usuarios cableados e inalámbricos utilizando el método RBD

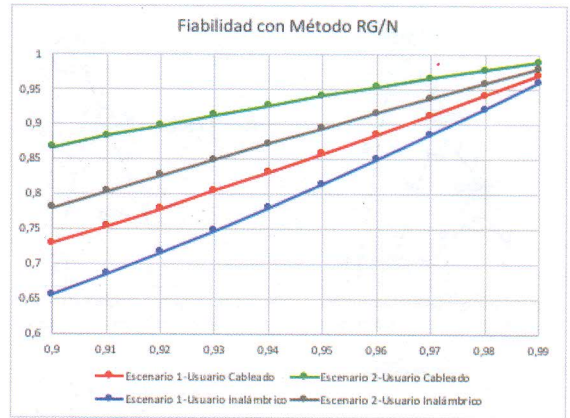


Fig. 16. Fiabilidad para el caso de usuarios cableados e inalámbricos utilizando el método RG/N

Para poder observar de mejor forma cual es el impacto de incluir redundancia en una red, se realizó el cálculo de fiabilidad de los escenarios planteados utilizando las fórmulas presentadas en la Tabla I. Para este cálculo se asume que todos los equipos y los enlaces tienen igual valor de fiabilidad y este valor se lo varía entre 0,9 y 0,99 en pasos de 0,01. Las figuras 15 y 16 presentan los valores de fiabilidad obtenidos para cada caso.

De lo que se puede observar en estas gráficas, la fiabilidad mejora cuando se introducen elementos redundantes, sobre todo se ve una mejora significativa, si los elementos individualmente tienen una fiabilidad baja. Además, se puede también observar que la fiabilidad de los usuarios inalámbricos de acuerdo con los escenarios planteados, presentan menor fiabilidad comparados con los usuarios cableados, debido a que utilizan un equipo adicional colocado en serie dentro del sistema.

### V. CONCLUSIONES

En este artículo se presenta una guía para el cálculo de la fiabilidad de redes con escenarios basados en una red básica usando dos formalismos matemáticos que son Diagrama de Bloques de Fiabilidad (RBD) y Grafo / Red de Fiabilidad (RG/N).

Es importante observar que con estos formalismos matemáticos es posible modelar la fiabilidad de cualquier tipo de red, sin embargo en caso de redes complejas de gran tamaño, para facilitar el cálculo se utilizan herramientas computacionales.

Para el cálculo de la fiabilidad es necesario conocer la fiabilidad de cada equipo y enlace que es parte de un esquema de red. Estos valores pueden ser obtenidos de las hojas de especificación de los fabricantes de los equipos, en caso de no disponer de estos valores se podría calcularlos con el uso de los formalismos de teoría de grafos analizados en este trabajo.

Se puede concluir también que cada vez que se colocan elementos en serie en un sistema el valor de la fiabilidad se verá reducido, debido al incremento de puntos en los cuales se pueden producir fallas. Por otro lado, si se colocan elementos en paralelo con el criterio de redundancia o enlaces de respaldo, se va a reflejar como una mejora en la fiabilidad de un sistema. Por lo anterior, es necesario analizar todos los elementos que

forman parte de una red, ya que de todos ellos depende el valor de fiabilidad total de un sistema.

#### RECONOCIMIENTOS

El trabajo presentado en este artículo se llevó a cabo parcialmente en el ámbito de los Proyectos SOCIALITE (PTDC/EEI-SCR/2072/2014) y MOBIWISE (P2020-SAICTPAC/0011/2015), ambos co-financiados por COMPETE 2020, Portugal 2020 - *Operational Program for Competitiveness and Internationalization* (POCI), *European Union's ERDF (European Regional Development Fund)*, y la Fundación Portuguesa para Ciencia y Tecnología (FCT), como por el SENESCYT - Secretaría Nacional de Educación Superior, Ciencia Tecnología e Innovación de Ecuador y por la Escuela Politécnica Nacional de Ecuador.

#### REFERENCIAS

- [1] K. Bando, Y. Matsuno, and K. Tanaka, "Failure Analyses of Communications Systems and Networks by Publicly Available Failure Information from the viewpoint of Dependability," in *Proceedings - 2015 IEEE 21st Pacific Rim International Symposium on Dependable Computing, PRDC 2015*, 2016.
- [2] K. B. Misra and T. S. M. Rao, "Reliability Analysis of Redundant Networks Using Flow Graphs," *IEEE Trans. Reliab.*, vol. R-19, no. 1, pp. 19–24, 1970.
- [3] K. B. Misra, "An Algorithm for the Reliability Evaluation of Redundant Networks," *IEEE Trans. Reliab.*, vol. R-19, no. 4, pp. 146–151, 1970.
- [4] B. Gissler and P. Shrivastava, "A system for design decisions based on reliability block diagrams," in *2015 Annual Reliability and Maintainability Symposium (RAMS)*, 2015, pp. 1–6.
- [5] A. Bobbio and K. Trivedi, *Reliability and Availability Engineering: Modeling, Analysis, and Applications*, First Edit. Cambridge University Press, 2017.
- [6] P. C. Davis, M. A. Thornton, and T. W. Manikas, "Reliability block diagram extensions for non-parametric probabilistic analysis," in *10th Annual International Systems Conference, SysCon 2016 - Proceedings*, 2016.
- [7] S. Distefano and A. Puliafito, "Dynamic reliability block diagrams vs dynamic fault trees," in *2007 Proceedings - Annual Reliability and Maintainability Symposium, RAMS*, 2007.
- [8] S. Distefano and X. Liudong, "A new approach to modeling the system reliability: Dynamic reliability block diagrams," in *Proceedings - Annual Reliability and Maintainability Symposium*, 2006.
- [9] L. R. R. Xu H Xing, "DRBD - Dynamic Reliability Block Diagrams for System Reliability Modelling," *Int. J. Comput. Appl.*, 2008.
- [10] S. K. Chaturvedi, *Network Reliability: Measures and Evaluation*. Wiley, 2016.
- [11] J. Xing, C. Feng, X. Qian, and P. Dai, "A simple algorithm for sum of disjoint products," in *Reliability and Maintainability Symposium (RAMS), 2012 Proceedings - Annual*.
- [12] L. Xing and S. Amari, *Binary Decision Diagrams and Extensions for System Reliability Analysis*, First Edit. John Willey & Sons, 2015.
- [13] T. Wang, H. Zhao, and L. Zhu, "Satisfiability verification of engineering data safety rules of balise based on ROBDD," in *IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems, Proceedings, ITSC*, 2016.

#### BIOGRAFÍA



**Soraya Sinche**, obtuvo los títulos de Ingeniera en Electrónica y Telecomunicaciones (1999) y Magister en Conectividad y Redes de Telecomunicaciones (2016) en la Escuela Politécnica Nacional (EPN) de Quito, Ecuador. Obtuvo el título de *M.Sc. of Wireless Systems and relative Technologies* (2004) en el Politécnico de Turín, Italia. Actualmente se encuentra cursando el Programa de PhD en *Information Science and Technology*, en el Departamento de Ingeniería Informática de la Universidad de Coimbra, Portugal. Sus áreas de interés incluyen Internet de las Cosas, Protocolos de Administración de Redes, Redes de Sensores, Sistemas de Comunicaciones Inalámbricas y Fiabilidad en Redes. Desde el año 2000, se desempeña como Profesora en el Departamento de Electrónica, Telecomunicaciones y Redes (DETRI) de la EPN.