CALCULO MATRICIAL EN PARAMETROS ELECTRICOS EN LINEAS DE TRANSMISION

Chiluiza, Wilson

Orbe, Patricio
Prof. Escuela Politécnica Nacional

RESUMEN.-

En el presente trabajo se muestra la forma de calcular los parámetros eléctricos de las líneas de transmisión tomando en cuenta los efectos que producen la resistividad y la frecuencia.

Los parámetros de una línea de transmisión comprenden dos matrices básicas: la matriz de impedancia serie $|Z|$ y la matriz de admitancia shunt $|Y|$. Contribuyen a la formación de la impedancia serie, las matrices de impedancia interna Zc, impedancia debida a la geometría del circuito Zg e impedancia de retorno por tierra Zt. La admitancia shunt es función únicamente de la geometría de los conductores respecto al plano de tierra.

1. INTRODUCCION

Puesto que los parámetros mencionados anteriormente son componentes muy importantes de un sistema eléctrico de potencia, no es raro que a lo largo de los años se haya venido discutiendo teorías cada vez más avanzadas con el afán de encontrar la solución que también tome en cuenta el efecto de las corrientes de desplazamiento.

En 1926 Carson[1] presentó la solución para las impedancias propias y mutuas de un conductor en la presencia de una tierra semi-infinita, en su solución para el campo magnético los resultados fueron expresados en términos de una serie infinita convergente. Un poco más tarde Wedepohl[5] extendió el análisis para tomar en cuenta las corrientes de desplazamiento cuando las permitividades relativas de la tierra y del dieléctrico no son iguales. Recientemente Mullineux y Reed[4] mostraron que la integral de Carson puede ser derivada haciendo uso de la transformada doble de Fourier y al mismo tiempo generalizaron el método haciendo que la permeabilidad relativa sea la unidad; además, como un caso particular, han llegado a resultados similares a los dados por Carson en el caso de que la tierra sea homogénea

2. CALCULO DE LOS PARAMETROS

2.1. ECUACIONES FUNDAMENTALES

En un elemento de longitud de línea Δx, la corriente que fluye en cualquiera de los conductores produce una caída de tensión en ese conductor e induce voltajes en todos los otros conductores, permitiendo escribir que,

$$\frac{\Delta Vk}{\Delta x} = - \sum_{j=1}^{n} Z_{kj} \, I_j \qquad (2.1)$$

Debido al potencial de los conductores se producen corrientes shunt por unidad de longitud y se puede escribir:

$$\frac{\Delta Ik}{\Delta x} = - Y_{kk} V_k + \sum_{j=1}^{N} Y_{kj} V_j \qquad (2.2)$$

En el límite donde $x \to 0$:

$$\frac{dv}{dx} = - Z I \qquad y \qquad \frac{di}{dx} = - Yv \; ;$$

de modo que:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = ZYv \; ;$$

donde Z e Y son matrices válidas sólo para una determinada frecuencia.

2.2. EFECTOS DE LA FRECUENCIA

Los parámetros de las líneas de transmisión varían continuamente con la frecuencia a la cual es hecha la medida; para frecuencias menores que 10^3 rad/s las variaciones no son muy significativas, mientras que pasado este rango las variaciones son de tipo exponencial como se puede ver en la fig. 2.1.

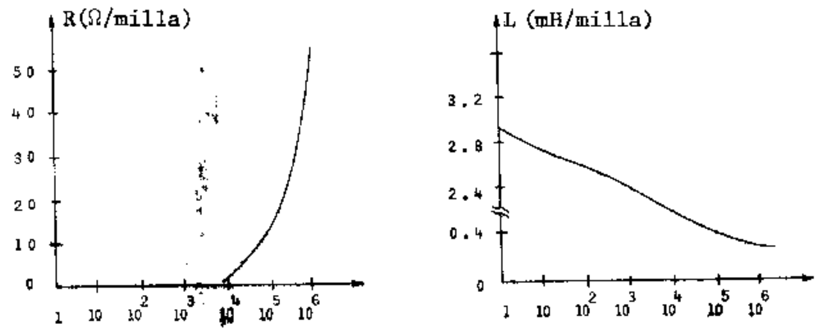

Fig. 2.1. Parámetros típicos de una L.T. de 275 KV.

2.3. EFECTOS DE LA RESISTIVIDAD DE LA TIERRA

Las líneas de transmisión atraviesan por terrenos de suelo no homogénea. La resistividad del suelo ρ es una función de la profundidad bajo la superficie del terreno y es sumamente variable con las condiciones atmosféricas: la lluvia, el sol, las estaciones del año e incluso la hora del día

Los estudios de resistividad se basan en dos principios fundamentales:

a) La densidad de corriente J es mayor que el material mejor conductor, por tanto las líneas de corriente tratarán de concentrarse en ese material; y,

b) El campo eléctrico está dado por: $E = \rho J$,
además $E = - \Delta V$, esto quiere decir que toda manifestación de corriente es reflejada en una diferencia de potencial.

En sistemas de transmisión la tierra sobre la cual va la línea desempeña un papel muy importante, la cual debe ser considerada como un conductor adicional donde también se producen pérdidas.

2.4. CALCULO DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIA SERIE PARA TIERRA MULTIPLE

Los elementos de la matriz Z constan de las impedancias propias y mutuas entre conductores.

La impedancia mutua entre los conductores de la Fig. 2-2 está dada por:

$$Z_{mm} = \frac{\alpha^2}{2\pi} \ln \left(\frac{r'_{mm}}{r_{mm}}\right) + \frac{\alpha^2}{\pi} \int_{\sigma}^{\infty} \frac{u \cos\{\gamma (X_n - X_m)\} \exp\{-\gamma(Y_n+Y_m)\}}{\mu\gamma + (\gamma^2 + \beta^2)^{1/2}} d \qquad (2.3)$$

donde $\alpha^2 = j\omega\mu_0$ y $\beta^2 = j\omega\mu_0\sigma$

Para obtener al término integral de la ecuación (2.3) se parte de la ecuación de campo $\nabla^2 E = j\omega\mu J$ y luego de hacer algunas consideraciones e incertar las condiciones de borde se aplica finalmente la Transformada compleja de Fourier a la relación de Maxwell en tres dimensiones.

La impedancia propia, consta de dos partes: una impedancia externa derivada de la ecuación (2.3) con $n = m$ y una impedancia interna cuyo cálculo se indica enseguida.

La impedancia interna se calcula por un método experimental basado en la densidad de corriente superficial, en otras palabras se toma en cuenta el efecto superficial o skin. Para calcular la impedancia interna es necesario conocer la caída de voltaje interna total:

$$Z_c = \frac{AV}{I} \qquad \frac{\rho m \ H o max \ l}{1 + \ \rho H o d l}$$

$\int Hodl$ puede ser obtenido usando un tanque electrolítico para la mitad de la superficie del hilo y el factor $k = \frac{Homax\ l}{\rho Hodl}$ tiene un valor aproximado de 2.25 para un número de hilos comunmente usados 6, 12, 18, 24, de aquí resulta que la impedancia interna del conductor es:

$$Z_c = \frac{2.25\ \rho m}{\pi r\ (2+n)} \qquad (2.4)$$

volviendo a la ecuación (2.3), si la tierra es perfectamente conductora - $(a = \infty)$ el segundo término de esa ecuación desaparece dejando únicamente - el término logarítmico; además, puesto que α^2 es imaginario, las impedancias son puramente inductivas. El término integral introduce los efectos de la conductividad finita de la tierra y puesto que la integral es compleja, ésta contiene un término real (resistivo) el cual se tomará en cuenta para las pérdidas en la tierra.

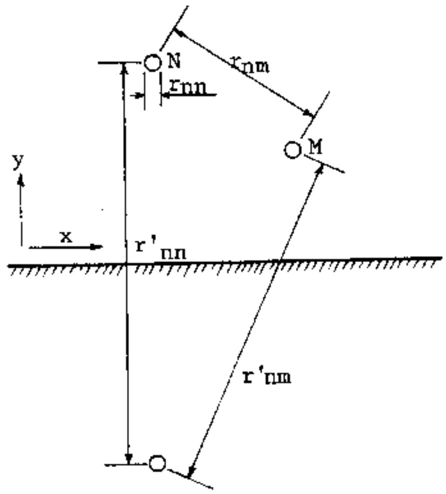

Fig. 2.2. Coordenadas de los conductores

2.5. HACES DE CONDUCTORES.-

Cuando se requiere transportar energía a muy altos voltajes resulta muchas veces ineficiente o no es posible hacerlo con conductores simples ya sea por las limitaciones en cuanto a capacidad de conducción o por las pérdidas debidas al efecto corona. En este caso se utilizan conductores en paralelo denominados haces de conductores, obteniéndose de esta manera una disminución de la magnitud de los parámetros de la línea y una reducción apreciable de la corona y radio interferencia, éstos generalmente están constituidos por dos, tres o cuatro conductores por fase.

Para haces de conductores el concepto de la distancia media geométrica (DMG) produce resultados de suficiente precisión, reduciendo grandemente el tiempo de cómputo requerido para la evaluación de los parámetros.

2.6. CALCULO DE LA MATRIZ ADMITANCIA

La admitancia shunt es función únicamente de la geometría de los conductores respecto al plano de tierra, no tiene parte real porque la conductancia de la trayectoria del aire es despreciable, y para su cálculo se emplea el método de las imágenes.

Los elementos de la matriz de distancias, B (fig. 2.3) están definidos por:

$$B = \ln \left(\frac{Dij}{dij}\right)$$

si la matriz de carga se representa por Q y la de voltaje por V, entonces:

$$V = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} BQ$$

y

$$Q = 2\pi\varepsilon_0 B^{-1} V$$

Donde B es una matriz cuadrada cuyos últimos elementos son cero (voltaje de los cables de guardia) tal que las últimas filas pueden ser despreciadas.

La matriz obtenida por eliminación de las últimas filas y columnas de B^{-1} es B_A^{-1}. La Y está definida por: $I = YV$ y puesto que $I = \frac{dQ}{dt} = j\omega Q = 2\pi\omega\varepsilon_0 B^{-1} V$ $\quad Y = j2\pi\varepsilon_0 \; B_A^{-1}$; donde Y incluye el efecto de los cables de tierra.

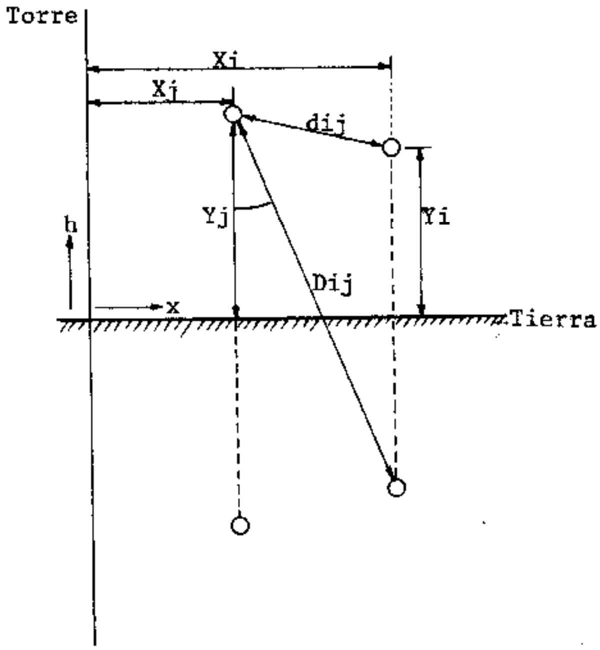

Figura 2.3.

3. CONCLUSIONES

El cálculo de los parámetros a varias frecuencias es muy útil para estudios de protecciones o radio interferencia ya que con frecuencias de carrier (50 - 500 KHZ) el desbalance de la línea es extremadamente importante para determinar la característica de pérdidas. En forma similar, a frecuencias de radio interferencia (1 MHz o más) cualquier análisis para investigar las características de la línea debe tomar en cuenta todos los conductores y la longitud de los mismos. Esto también se aplica cuando se estudian los voltajes transitorios de energización o los voltajes de recuperación durante condiciones de falla donde se tiene interés en un amplio margen de frecuencias.

4. REFERENCIAS

1. Carson, J.R.: Wave propagation in overhead wires with ground return, BELL System Technical journal p. 539 - 554.

2. Hesse M.H.: "Electromagnetic and electrostatic line by digital computer". IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Juny 1963, vol 82, pp. 282 - 291.

3. Galloway, R.H., Shorrocks, W.B., and Wedepohl, L.M.: "Calculation of electrical parameters for short and long poliphase transmission lines" PROC. IEE , Vol 111, No. 12, December 1964, pp. 2.051 - 2.059.

4. Mullineux, W. and Reed, J.R.: Calculation of electrical parameters for short and long poliphase transmission lines Proc. IEE, Vol 112, No. 4 April 1965, p. 741 - 742.

5. Wedephol, L.M., and Wasley, R.G.: "Wave propagation in multiconductor overhead lines", Proc. IEE, Vol. 113, Nº 4, 1966, pp. 1209 - 1216.

6. "EHV Transmission line Reference Book". Edison Electric Institute 1968

7. Battisson, M.J, Day Silva J., Mullineux N, Parton, K.C. and Reed, J.R. "Some effects of the frecuency dependence of transmission line parameters". Proc. IEE, Vol 116, No 7, July 1969, pp. 1209 - 1216.

8. Chiluiza, W.: "Cálculo matricial de parámetros en líneas de transmisión, Tesis de grado, E.P.N., 1979.