

DETERMINACION DE CAPACITORES PARA ARRANQUE DE MOTORES  
MONOFASICOS DE INDUCCION

MOLINA, JORGE

POVEDA, MENTOR  
PROF. E. P. N.

RESUMEN

Mediante el análisis del circuito equivalente del motor bifásico de inducción desbalanceado se determinan los valores de capacitores más adecuados, desde el punto de vista técnico, para arranque, para marcha y para arranque - marcha de un motor monofásico de inducción. Se aplica a un caso particular y se realiza la verificación experimental.

1.- INTRODUCCION

De todos los tipos de Motores de C.A. el motor tipo de inducción es el más popular, ya sea para usos en circuitos de una fase o en circuitos polifásicos. Esta enorme popularidad se debe principalmente al hecho de tener una construcción simple y robusta y de bajo costo, además de su característica de velocidad constante, todo lo cual permite a este tipo de motores estar en la mayoría de las aplicaciones.

Con respecto a los motores de inducción monofásicos, se puede decir que inherentemente no tienen par de arranque alguno, existiendo un sinnúmero de diferentes métodos para lograr el arranque.

El presente trabajo se referirá a los motores monofásicos de inducción, cuyo método de arranque está dado por la inclusión de una impedancia capacitiva en el bobinado auxiliar del motor, tendiente a producir un campo magnético giratorio; que sería el caso de los MOTORES DE INDUCCION MONOFASICOS DE CAPACITOR.

2.- TIPOS DE MOTORES DE CAPACITOR

Se pueden identificar tres tipos de motores de inducción monofásicos de capacitor, a saber:

- Motor de capacitor de arranque
- Motor de capacitor permanente y
- Motor de doble valor de capacitor

Todos los cuales pueden ser representados para su análisis general, como se muestra en la Fig. N° 3.1.

3.- ECUACIONES GENERALES

Para el análisis de las ecuaciones de los tres tipos de moto -

res anteriormente descritos, se puede hacer el uso de la siguiente disposición bifásica:

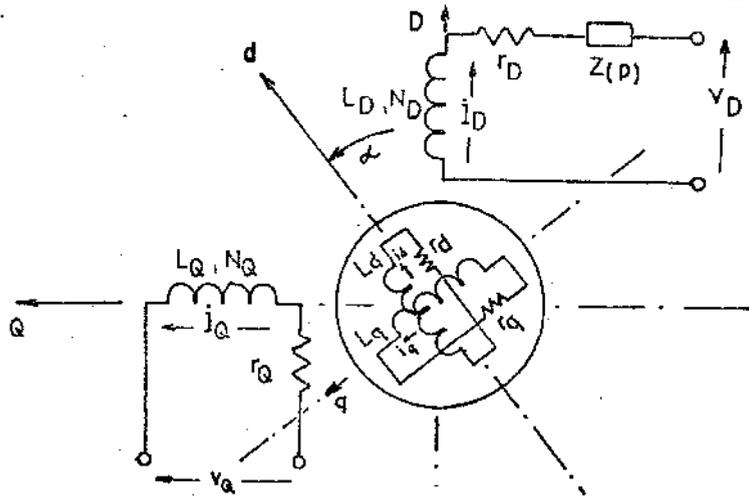


Fig. N° 3.1. Representación de la máquina bifásica, asimétrica desbalanceada; - con los ejes de referencia D y Q en el estator y d y q en el rotor.

Para el análisis de las ecuaciones se asume lo siguiente:

- 1.- Los devanados del estator están distribuidos en tal forma de producir una onda de f.m.m, sinusoidal en el espacio.
- 2.- El rotor es completamente simétrico.
- 3.- El entrehierro es uniforme.
- 4.- El sistema es lineal
- 5.- No se toman en consideración las pérdidas en el núcleo.

Para esta figura:

- $r_D$  = Resistencia óhmica del bobinado auxiliar
- $Z(p)$  = Impedancia a conectarse en serie con el devanado auxiliar
- $L_D$  = Autoinductancia del devanado auxiliar.
- $r_Q$  = Resistencia óhmica del devanado principal
- $L_Q$  = Autoinductancia del bobinado principal
- $r_d$  y  $r_q$  = Resistencias óhmicas del rotor
- $L_d$  y  $L_q$  = Autoinductancias de los bobinados del rotor
- $\alpha$  = Desplazamiento angular entre los ejes magnéticos

Las ecuaciones para los voltajes son:

Estator  $V_D = i_D ( r_D + Z(p) ) + p\lambda_Q$  (3.1)

$V_Q = i_Q r_Q + p\lambda_D$  (3.2)

Rotor  $0 = i_d \cdot r_d + p\lambda_d$  (3.3)

$0 = i_q \cdot r_q + p\lambda_q$  (3.4)

donde:

$\lambda$  = Concatenaciones totales de flujo de un bobinado en particular.

$p$  = Operador  $\frac{d}{dt}$

Las ecuaciones para las concatenaciones de flujo son:

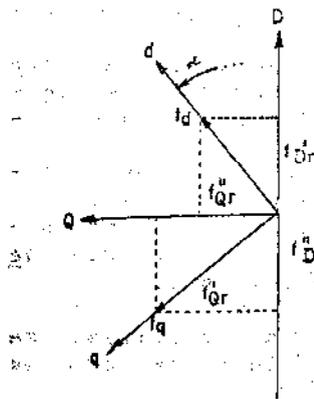
$\lambda_D = i_D L_D - i_q M_{Dq} \text{ Sen}\alpha + i_d M_{Dd} \text{ Cos}\alpha$  (3.5)

$\lambda_Q = i_Q L_Q + i_q M_{Qq} \text{ Cos}\alpha + i_d M_{Qd} \text{ Sen}\alpha$  (3.6)

$\lambda_d = i_d L_d + i_D M_{dD} \text{ Cos}\alpha + i_Q M_{dq} \text{ Sen}\alpha$  (3.7)

$\lambda_q = i_q L_q + i_Q M_{qQ} \text{ Cos}\alpha - i_D M_{qD} \text{ Sen}\alpha$  (3.8)

A fin de eliminar las funciones trigonométricas que aparecen en las ecuaciones anteriores, las funciones de los ejes d y q del rotor, se expresarán en el sistema D y Q del estator haciendo la siguiente transformación:



$f_{Dr} = f_{Dr}^I + f_{Dr}^{II}$

$f_{Qr} = f_{Qr}^I + f_{Qr}^{II}$

$f_{Dr} = f_d \text{Cos}\alpha - f_q \text{Sen}\alpha$  (3.9)

$f_{Qr} = f_d \text{Sen}\alpha + f_q \text{Cos}\alpha$  (3.10)

Donde  $f_{Dr}$  y  $f_{Qr}$  pueden representar funciones de voltajes, corrientes y concatenaciones de flujo del rotor, referidas a un marco de referencia común en el estator.

Aplicando las ecuaciones de transformación (3.9) y (3.10), a las ecuaciones de voltaje y de concatenaciones de flujo; y considerando los voltajes de velocidad inducidos en el rotor, se llega finalmente a:

$$V_d = I_D (r_D + Z(j\omega)) + I_D j\omega L_D + I_{Dr} j\omega M_D \quad (3.11)$$

$$V_Q = I_Q r_Q + I_Q j\omega L_Q + I_{Qr} j\omega M_Q \quad (3.12)$$

$$0 = I_{Dr} r_r + I_{Dr} j\omega L_r + I_D j\omega M_D + I_{Qr} L_r \Omega + I_Q M_Q \Omega \quad (3.13)$$

$$0 = I_{Qr} r_r + I_{Qr} j\omega L_r + I_Q j\omega M_Q - I_{Dr} L_r \Omega - I_D M_d \Omega \quad (3.14)$$

Dónde:

$V_D, V_Q, I_D, I_Q, I_{Dr}$  e  $I_{Qr}$  representan fasores de voltajes y corrientes respectivamente.

$\Omega$  = Velocidad angular del rotor =  $p\omega$  para la condición de estado permanente. Debido a la simetría del rotor, en las ecuaciones (3.11), (3.12), (3.13), y (3.14) se ha considerado:

$$r_q = r_d = r_r$$

$$L_q = L_d = L_r$$

$$M_{Dq} = M_{Dd} = M_D$$

$$M_{Qq} = M_{Qd} = M_Q$$

Por otro lado y con el fin de tratar la condición de voltajes-desbalanceados, se puede aplicar el método de componentes simétricas, que postula que un sistema de voltajes desbalanceados puede ser representado por dos conjuntos de componentes, con fasores que giran en el mismo sentido (positivo), pero uno de estos conjuntos tendrá una secuencia de fase positiva y el otro una secuencia negativa y cuyos efectos son substractivos en lo que a pares producidos se refiere.

Las ecuaciones de transformación son las siguientes:

$$V_f = \frac{1}{2}(V_Q - jV_D) \quad (3.15)$$

$$V_b = \frac{1}{2}(V_Q + jV_D) \quad (3.16)$$

$$V_D = j(V_f - V_b) \quad (3.17)$$

$$V_Q = V_f + V_b \quad (3.18)$$

Debido a la linealidad del sistema, estas transformaciones también son válidas para las corrientes.

El subíndice "f" representa el conjunto de secuencia positiva (campo directo) y el subíndice "b" el conjunto de secuencia negativa (Campo inverso).

Utilizando las transformaciones de componentes simétricas, se llega finalmente a tener las siguientes ecuaciones en términos

de secuencia.

$$V_f = I_f [r_Q + j\omega(L_Q - M')] + (I_f - I_b) \left[ \frac{r_D' - r_Q}{2} + j\omega \left( \frac{L_D' - L_Q}{2} \right) + \frac{Z'(j\omega)}{2} \right] + (I_f + I_{fr}') j\omega M' \quad (3.19)$$

$$V_b = I_b [r_Q + j\omega(L_Q - M')] + (I_b - I_f) \left[ \frac{r_D' - r_Q}{2} + j\omega \left( \frac{L_D' - L_Q}{2} \right) + \frac{Z'(j\omega)}{2} \right] + (I_b + I_{br}') j\omega M' \quad (3.20)$$

$$0 = (I_f + I_{fr}') j\omega M' + I_{fr}' \left[ \frac{r_r'}{s} + j\omega(L_r' - M') \right] \quad (3.21)$$

$$0 = (I_b + I_{br}') j\omega M' + I_{br}' \left[ \frac{r_r'}{2-s} + j\omega(L_r' - M') \right] \quad (3.22)$$

En estas ecuaciones todos los parámetros se encuentran referidos al devanado "Q", mediante la relación de espiras apropiadas; teniéndose:

$$a_r = \frac{N_Q \cdot \xi_Q}{N_r \cdot \xi_r} \quad a_s = \frac{N_Q \cdot \xi_Q}{N_D \cdot \xi_D} \quad (3.23)$$

Siendo  $a_r$  la relación de espiras entre el devanado "Q" y el devanado del rotor. Y  $a_s$  la relación de espiras entre el devanado "Q" y el devanado "D".

Por otro lado se ha introducido ya el concepto de deslizamiento (s), que se encuentra definido por:

$$s = \frac{\omega - \Omega}{\omega} \quad (3.24)$$

Las componentes de secuencia se ven afectadas de la siguiente manera.

$$V_f = \frac{1}{2} (V_Q - jV_D') \quad (3.25)$$

$$I_f = \frac{1}{2} (I_Q - jI_D') \quad (3.29)$$

$$V_b = \frac{1}{2} (V_Q + jV_D') \quad (3.26)$$

$$I_b = \frac{1}{2} (I_Q + jI_D') \quad (3.30)$$

$$V_D = \frac{j}{a_s} (V_f - V_b) \quad (3.27)$$

$$I_D = j (I_f - I_b) a_s \quad (3.31)$$

$$V_Q = V_f + V_Q \quad (3.28)$$

$$I_Q = I_f + I_Q \quad (3.32)$$

De las ecuaciones (3.19), (3.20), (3.21) y (3.22) se puede plantear el siguiente circuito equivalente.

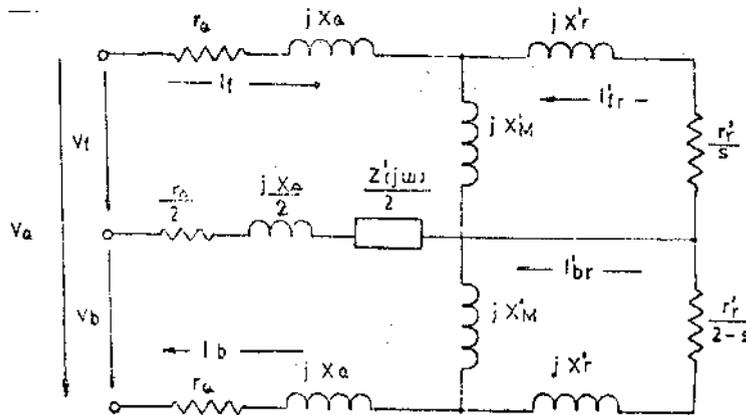


Fig.3.2. Circuito equivalente para un motor de inducción bifásico asimétrico con voltajes aplicados desbalanceados

Donde:

$$r_{\Delta} = (r_D' - r_Q)$$

$$jX_{\Delta} = j\omega(L_D' - L_Q)$$

$$jX_Q = j\omega(L_Q - M')$$

Reactancia de dispersión del bobinado "Q".

$$jX_r' = j\omega(L_r' - M')$$

Reactancia de dispersión del rotor, referida al devanado "Q".

$$jX_M' = j\omega M'$$

Reactancia mútua entre estator y rotor, referida al devanado "Q".

El circuito equivalente mostrado en la figura N° 3.2, representa el caso más genérico y del cual se parte para llegar a los circuitos equivalentes del motor bifásico simétrico balanceado, del motor puramente monofásico y de los motores de inducción monofásicos de Capacitor.

En el circuito de la figura N° 3.2., se pueden asociar las ramas en paralelo, a fin de eliminar de las ecuaciones las corrientes del rotor; y tener:

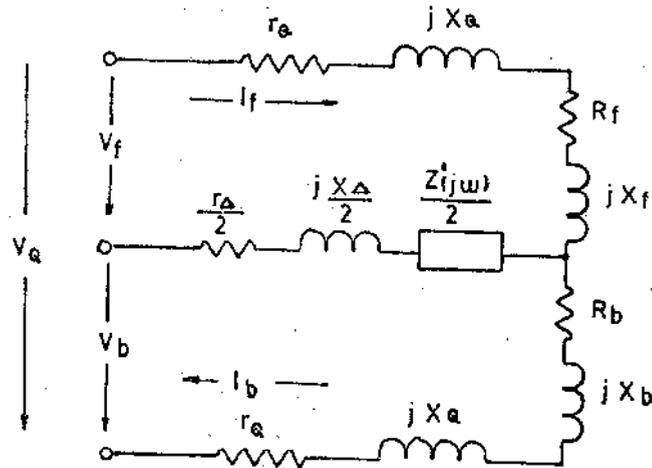


Fig. N° 3.3. Circuito equivalente aplicado a los motores bifásicos con ali- mentación monofásica.

donde:

$$R_f = \frac{\frac{r_r'}{s} (X_M')^2}{\left(\frac{r_r'}{s}\right)^2 + (X_r' + X_M')^2} \quad (3.33)$$

$$R_b = \frac{\frac{r_r'}{2-s} (X_M')^2}{\left(\frac{r_r'}{2-s}\right)^2 + (X_r' + X_M')^2} \quad (3.34)$$

$$X_f = \frac{\left(\frac{r_r'}{s}\right)^2 X_M' + X_r' X_M' (X_r' + X_M')}{\left(\frac{r_r'}{s}\right)^2 + (X_r' + X_M')^2} \quad (3.35)$$

$$X_b = \frac{\left(\frac{r_r'}{2-s}\right)^2 X_M' + X_r' X_M' (X_r' + X_M')}{\left(\frac{r_r'}{2-s}\right)^2 + (X_r' + X_M')^2} \quad (3.36)$$

Del circuito de la figura N° 3.3. se obtienen las siguientes ecuaciones para las corrientes  $I_f$  e  $I_b$ .

$$I_f = \frac{CV_f - BV_b}{AC - B^2} \quad (3.37)$$

$$I_b = \frac{AV_b - BV_f}{AC - B^2} \quad (3.38)$$

donde:

$$A = [(r_Q + R_f) + j(X_Q + X_f) + \frac{Z'_{\Delta}(j\omega)}{2} + \frac{Z_{\Delta}}{2}] \quad (3.39)$$

$$B = [-\frac{Z_{\Delta}}{2} - \frac{Z'_{\Delta}(j\omega)}{2}] \quad (3.40)$$

$$C = [(r_Q + R_b) + j(X_Q + X_b) + \frac{Z'_{\Delta}(j\omega)}{2} + \frac{Z_{\Delta}}{2}] \quad (3.41)$$

$$Z_{\Delta} = r_{\Delta} + jX_{\Delta} \quad (3.42)$$

Por otro lado, la Potencia entregada al campo directo por am bos bobinados ( $P_{gf}$ ) es:

$$P_{gf} = 2I_f^2 R_f \quad (3.43)$$

La potencia entregada al campo inverso ( $P_{gb}$ ) es:

$$P_{gb} = 2I_b^2 R_b \quad (3.44)$$

La potencia total a través del entrehierro ( $P_g$ ) será por lo tanto:

$$P_g = P_{gf} + P_{gb} \quad (3.45)$$

El torque electromagnético interno (T) será

$$T = \frac{1}{\omega_s} (P_{gf} - P_{gb}) \quad (3.46)$$

$$T = \frac{2}{\omega_s} (I_f^2 R_f - I_b^2 R_b) \quad (3.47)$$

Si consideramos las condiciones a rotor bloqueado, el torque interno neto será

$$T_{(RB)} = \frac{2}{\omega_s a_s} I_Q I_D R \text{ Sen}\theta \quad (3.48)$$

donde:

$T_{RB}$  = Torque interno neto en el arranque

$R$  = Componente resistiva de campo directo o inverso para deslizamiento 1 p.u.

$\theta$  = Defasamiento angular entre  $I_Q$  e  $I_D$

El voltaje sobre el capacitor se obtiene mediante la siguiente relación:

$$E_C = I_D \sqrt{R_C^2 + X_C^2} \quad (3.49)$$

Donde:

$R_C$  = Resistencia interna del Capacitor

$X_C$  = Reactancia del capacitor a 60Hz

$E_C$  = Voltaje sobre el capacitor en voltios

#### 4.- CALCULO DE CAPACITORES

En una primera aproximación, se calculan los condensadores para arranque y marcha, en tal forma de no tener componente de secuencia negativa; esto es, hacer que  $I_b = 0$

Para que  $I_b$  sea igual a 0, en la ecuación (3.38)

$$AV_b - BV_f = 0 \quad (4.1)$$

Reemplazando los valores de A y B dados en (3.39) y (3.40) y considerando  $Z_\Delta = 0$ , se tiene:

$$Z'_{(j\omega)} = [a_s(X_Q + X_f) - (r_Q + R_f)] - j[a_s(r_Q + R_f) + (X_Q + X_f)] \quad (4.2)$$

Se nota en esta ecuación, la incidencia que tiene el valor  $a_s$  y el deslizamiento ( $s$ ) en la determinación del valor del capacitor; pudiéndose obtener valores de  $Z'_{(j\omega)}$  para diferentes valores de deslizamiento, en tal forma de no tener componente de secuencia negativa.

Se ilustra el procedimiento con el ejemplo de una máquina experimental, de 2 polos, 115 Voltios, 60 Hz, que va a trabajar a un deslizamiento nominal de 0.05 p.u.

Los siguientes valores corresponden a los parámetros de la máquina:

$r_Q = 2,62\Omega$   
 $X_Q = 1,48\Omega$   
 $r_r' = 3,83\Omega$   
 $X_M' = 198,33\Omega$   
 $X_r' = 8,28\Omega$   
 $a_r = 2,74$   
 $a_s = 1$

Los valores para  $R_f$ ,  $X_f$ ,  $R_b$  y  $X_b$ , que vienen dados en función de  $s$ , pueden ser obtenidos de las ecuaciones (3.33), (3.34), (3.35), y (3.36)

#### 4.1. CAPACITOR DE ARRANQUE

El capacitor de arranque debe satisfacer esencialmente condiciones para obtener buen torque de arranque con corrientes de arranque dentro de límites normales. Puesto que este capacitor solo interviene en el momento de arranque, el tipo utilizado va a ser para uso intermitente: Capacitor tipo seco electrolítico de C.A. Según la ecuación (4.2), para deslizamiento unitario:

$$Z_{(j\omega)} = 3.35 - j 15.64 \Omega$$
$$C = 169.52 \mu F.$$

Con este valor de capacitor se tiene: Torque de arranque menor al 300% del torque nominal (0.645 N-m),  $I_L = 14.38$  A; es decir se está por debajo del mínimo normalizado.

La impedancia a rotor bloqueado para este caso es:

$$|\bar{Z}_{RB}| = \frac{115V}{14.38A} = 8\Omega$$

La impedancia mínima a rotor bloqueado, considerando una corriente de arranque máxima permisible de 20A, debe ser:

$$|\bar{Z}_{Tm}| = \frac{115V}{20A} = 5.75\Omega$$

Por lo tanto para obtener un par de arranque superior al 300% del par nominal, se debe aumentar la capacidad del capacitor, pero tomando en cuenta que la impedancia total a rotor bloqueado no sea inferior a  $5.75\Omega$ ; procurando además que la relación  $I_b/I_f$  sea lo menor posible.

$$5.75\Omega < |\bar{Z}_{TRB}| < 8\Omega$$

Se adopta por otro lado, el criterio citado por Cyril Veinott que para obtener condiciones satisfactorias en cuanto al mínimo torque de aceleración se refiere, se debe cumplir que:

$$X_C \geq 2R_f \cdot \frac{1}{a_s} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{a_s Z} \right]$$

Con lo anteriormente indicado, se define el valor del capacitor de arranque, para el ejemplo citado:

Capacitor electrolítico de C.A.

C = 189.47 $\mu$ F (Capacidad Nominal de tablas 175 - 180 $\mu$ F)

Voltaje Nominal = 220 Voltios

#### 4.2. CAPACITOR PARA EL MOTOR DE CAPACITOR PERMANENTE

El condensador para este caso estará proyectado para uso continuo y es del tipo en aceite.

El condensador a utilizarse debe ser tal de obtener mejores condiciones en marcha normal del motor, sacrificando un tanto sus características de arranque.

Se puede establecer un torque de arranque entre el 50 y 100% - el torque nominal.

Para la máquina tomada como ejemplo, no se llega a establecer estas condiciones, especialmente con el torque de arranque, - por lo que no podría trabajar como un motor de inducción de capacitor permanente.

#### 4.3. CAPACITORES PARA ARRANQUE Y MARCHA

Cuando se quiere llegar a condiciones óptimas de servicio tanto en momento de arranque como en el régimen de marcha, se opta por tener el motor de doble valor de capacitor.

Este tipo de motor tendrá una capacidad equivalente en el arranque, igual que el motor de arranque por capacitor, y una capacidad en marcha en tal forma que solo satisfaga estas condiciones.

Aplicando la ecuación (4.2), para deslizamiento 0.05 p.u., se obtiene:

$$Z_{(j\omega)} = - 32.84 - j 97.7 \quad [\Omega]$$

Manteniendo  $R_C = 0 = Kte$ , aumentamos el valor de  $X_C$ , hasta lograr que la relación  $I_b/I_f$  sea mínima y que la relación entre potencia mecánica interna y potencia de entrada ( $P/P_E$ ) sea máxima.

Para el ejemplo citado se obtiene:

Capacitor de Marcha tipo en aceite de 24 $\mu$ F  
Voltaje Nominal 220 Voltios.

Capacitor de Arranque tipo electrolítico de C.A. de 165.47 $\mu$ F  
Voltaje Nominal 220 Voltios.

#### 5.- COMPROBACION EXPERIMENTAL

El ejemplo desarrollado se basó en una máquina del Laboratorio de Máquinas Eléctricas de la Escuela Politécnica Nacional; y por lo tanto, los resultados teóricos pudieron ser verificados experimentalmente. Se midieron voltaje sobre los capacitores- rendimiento y torque para el motor de capacitor de arranque y de doble valor, encontrándose que los valores experimentales - estaban dentro de un 2 a 5% de error en relación a los valores- determinados en el estudio.

#### 6.- CONCLUSIONES

- 1.- Si el torque de arranque es bajo, pueden entrar en juego las siguientes alternativas:
  - a.- Incrementar la capacidad del capacitor
  - b.- Incrementar la resistencia del rotor
  - c.- Incrementar el número de espiras del bobinado auxiliar
- 2.- Si el voltaje a través del capacitor es alto, puede ser necesario:
  - a.- Incrementar la resistencia del rotor
  - b.- Incrementar la resistencia óhmica del devanado auxiliar
  - c.- Incrementar la capacidad del capacitor
- 3.- Si la corriente de arranque es demasiado alta:
  - a.- Disminuir la capacidad del condensador
  - b.- Incrementar la resistencia del rotor
- 4.- Por la reducida resistencia del rotor de la máquina tomada para el ejemplo, resulta prácticamente imposible tener un par de arranque aceptable con buenas condiciones en régimen de marcha, para el motor de capacitor permanente.
- 5.- Para el régimen de marcha conviene esencialmente llegar a un sistema simétrico, puesto que se eliminarán los componentes de campo inverso; permitiéndose así un mayor rendimiento del motor y un trabajo más silencioso.

#### BIBLIOGRAFIA

- 1.- Veinott, Cyril G. "Fractional Horsepower Electric Motors".
- 2.- Trickey, P.H. "Design of Capacitor Motors for Balanced Operation", A.I.E.E. Trans, September 1932 p. 780.
- 3.- Morrill, Wayne J., "The Revolving Field Theory of the Capacitor Motor", A.I.E.E., Trans, Vol. 48, 1929, p. 614.

- 4.- Trickey, P.H., "Performance Calculations on Capacitor Motors", A.I.E.E., trans, Vol 60, 1941, p.p. 662 - 663.
- 5.- Veinott, Cyril G. "Theory and Design of Small Induction-Motors, New York: McGraw Hill, 1959, p.p. 440 - 441.
- 6.- Molina, Jorge. "Valor de los Capacitores para Motores monofásicos de Inducción", Tesis de Grado, Escuela Politécnica Nacional., Marzo 1980.