IX JORNADAS EN INGENIERIA ELECTRICA Y ELECTRONICA

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Junio de 1988

Quito . Ecuador

E D I T O R I A L

La presenta edición, al igual que las otras que le anteceden, constituye una compilación de los resúmenes de los trabajos de investigación realizados por Profesores y Egresados de la Escuela Politécnica Nacional y por Profesionales nacionales y extranjeros, como un aporte muy significativo al conocimiento y desarrollo de la Ingeniería Eléctrica y Electrónica, es así que al evento mismo se lo identifica como una contribución a la mejor formación profesional y en general a la elevación del nivel académico de esta Facultad.

El aporte a través de las Jornadas siempre ha tenido como uno de sus propósitos, el crear conciencia de la importancia de la investigación para el desarrollo nacional y de que la misma debe ser concebida dentro del contexto socio-económico y político, ya que la investigación por la investigación sin la necesaria proyección social carece de una visión del futuro del país y de la responsabilidad de la universidad frente al mismo.

La acogida que ha tenido y tiene este evento académico, ha sobrepasado las más optimistas expectativas, ha trascendido las fronteras patrias y ahora tiene carácter latinoamericano.

La experiencia obtenida de los eventos anteriores, pone de manifiesto la importancia de encontrar soluciones de carácter netamente nacional a nuestros problemas y señala una vez más la necesidad imperiosa de continuar en la búsqueda de la metodología que permita la participación efectiva de todos los sectores involucrados; esto es, el estado, la universidad y los sectores productivos, en la medida que se consiga esta integración se avisorará un mejor futuro para nuestros pueblos.

Nos sentimos profundamente satisfechos al haber conseguido por novena vez consecutiva llevar adelante este trascendental evento, por su implicación, por el trabajo tesonero de todos quienes presentaron sus trabajos hayan sido aceptados o no, por el arduo trabajo de organización y fundamentalmente por contribuir al desarrollo del país.

Quito, Junio de 1988

Ing. Oswaldo Buitrón Buitrón
DECANO

MINIMIZACION DE UNA FUNCION COMBINACIONAL A UNA FORMA NORMALIZADA SDP

CHICO PATRICIO, Ing.

Politécnica Nacional

FLORES FERNANDO, Ing.

Politécnica Nacional

RESUMEN.

En el presente trabajo se analiza un método para hallar una ecuación combinacional partiendo de la tabla de verdad de una función. El problema básicamente se divide en dos partes; la primera es la determinación de los implicantes primos, y la segunda consiste en la selección de un conjunto óptimo de ellos para obtener la solución.

En la determinación de los implicantes primos se hace uso del método de Quine-McKluskey [1] , y en la selección de la solución de entre ellos se utiliza un método aproximado de ramificación parcial propuesto por Bowman-McVey [3].

El proceso se lo implementó en forma de un programa para ser usado con un computador personal, del cual se presentan algunos resultados obtenidos.

INTRODUCCION.

El mapa de Karnaugh es un método muy usado cuando se desea minimizar una tabla de verdad hasta obtener una ecuación combinacional, pero tiene algunos inconvenientes, puesto que básicamente hace uso de la capacidad de la mente humana para percibir patrones simétricos en representaciones pictóricas de datos, la solución obtenida está supeditada a la habilidad y experiencia de la persona que hace uso del mismo. Es por tanto necesario el disponer de un método más formal para cumplir este fin.

Tal vez el método tabular más conocido para minimización de tablas de verdad es el de Quine-McKluskey, por cuya sencillez y facilidad de implementación fue seleccionado, combinándolo con otro método para obtener un programa de mejor desempeño. A continuación se describen las partes esenciales de los métodos usados en la rutina de minimización.

Antes de poder proceder a la minimización de una función combinacional es necesario definir un formato fijo para la solución; se toma un ejemplo sencillo:

$$(A,B,C,D,E) = (A+B)(C\bar{D} + \bar{C}E) \qquad a)$$

$$= AC\bar{D} + A\bar{C}E + BC\bar{D} + B\bar{C}E \qquad b)$$

NOTA.- La notación que se usa en este ejemplo y los siguientes es : operador OR = + , operador AND = * (o ningún símbolo entre dos letras), y similarmente para definir la operación OR nos referiremos como suma, y la operación AND como producto.

La implementación de las dos ecuaciones anteriores es la que sigue:

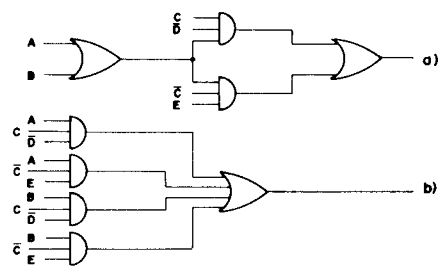


fig. 1

De estas dos implementaciones la primera es la más económica, pero no existe un método directo y general para hallar una ecuación de este tipo partiendo de la tabla de verdad, mientras que para hallar una ecuación como la segunda sí los hay. A las ecuaciones como la segunda se les denomina sistemas de segundo orden y pueden ser implementados mediante dos niveles de compuertas lógicas del tipo AND-OR (suma de productos o SDP) o como un arreglo OR-AND (producto de sumas o PDS). Para el desarrollo del presente trabajo se ha seleccionado la configuración SDP.

1.- DETERMINACION DE IMPLICANTES PRIMOS.

Se supone una tabla de verdad de una función combinacional cualquiera con un número N de variables de entrada, cada una de las combinaciones de las variables que producen un "1" en la salida se les denomina como "Productos Fundamentales".

Tomemos una tabla de verdad cualquiera de tres variables de entrada para explicar el método, y esta es la siguiente:

A B C	f	# de unos
0 0 0	1	0
0 0 1	1	1
0 1 0	1	1
0 1 1	0	2
1 0 0	1	1
1 0 1	1	2
1 1 0	0	2
1 1 1	0	3

fig. 2

El método seleccionado para esta operación es el método de Quine-McKluskey,y los pasos que se deben seguir son:

-Se debe ordenar la tabla de verdad de acuerdo al número de unos que contengan en su estructura las combinaciones válidas de las variables de entrada. Puesto que se debe combinar dos términos que sean lógicamente adyacentes (que sólo difieran en el estado de una de sus variables), el ordenarlos de esa manera reduce el número de operaciones que deben realizarse; ya que un requisito necesario para que dos términos sean lógicamente adyacentes es que el número de unos en su composición no difiera en más de una unidad. Ejecutando la operación la tabla queda de esta manera:

A B C	# de unos
0 0 0	0
0 0 1	1
0 1 0	1
1 0 0	1
1 0 1	2

fig. 3

-En la tabla ordenada se procede a comparar los elementos del primer grupo con todos los elementos del segundo; así el término 000 se compara con el término 001 y se observa que sólo en la tercera posición hay un cambio en el estado de una variable, por lo que se les agrupa colocando una "X" en la posición de la variable que cambia, indicando que la misma se elimina del término resultante. El nuevo término formado es el 00X que se anota en una tabla aparte; los términos que se han combinado se marcan indicando que han formado un grupo mayor. La operación se la continúa hasta terminar de comparar todos los elementos del primer grupo con todos los del segundo, y se coloca una línea divisoria en la nueva tabla. Se toma luego todos los elementos del segundo grupo y se los compara con los elementos del tercero siguiendo un procedimiento igual,y así hasta llegar al último grupo que no tiene con quien realizar la comparación. En el ejemplo que se ha tomado la tabla resultante es la siguiente:

A B C	marca
0 0 0	*
0 0 1	*
0 1 0	*
1 0 0	*
1 0 1	*

Primera tabla

A B C	marca
0 0 X	
0 X 0	
X 0 0	
X 0 1	
1 0 X	

Segunda tabla

fig. 4

En el mapa de Karnaugh el proceso realizado corresponde a hallar todas las agrupaciones que pueden realizarse en grupos de dos términos que sean lógicamente adyacentes; esto será:

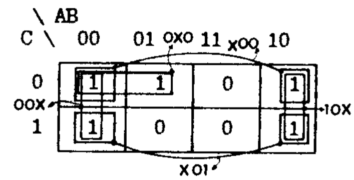


fig. 5

La segunda tabla se encuentra totalmente generada, y de inmediato se procede a realizar la comparación entre los grupos de la segunda tabla de una manera similar al proceso seguido en la primera tabla. Aparece un nuevo elemento en los términos y son las "X", es requisito indispensable para que dos términos puedan combinarse que tengan exactamente el mismo número de "X" , colocadas en igual posición ,aparte de las condiciones explicadas anteriormente. Por ejemplo el término X00 se combina con el término X01 para formar X0X.

A B C	marca
0 0 X	*
0 X 0	
X 0 0	*
X 0 1	*
1 0 X	*

Segunda Tabla

A B C	marca
X 0 X	

Tercera Tabla

fig.6

Se siguen combinando los términos de las tablas siguientes hasta que no sea posible hacerlo.

Los términos que se han marcado forman parte de una agrupación mayor, mientras que los que no lo están no se han incluido en un grupo mayor, a estos últimos se les denomina Implicantes Primos. Los implicantes primos del ejemplo son :

A B C	
0 X 0	$\overline{AC}$
X 0 X	$\overline{B}$

fig. 7 Tabla de Implicantes Primos

Que en el mapa de Karnaugh corresponde a :

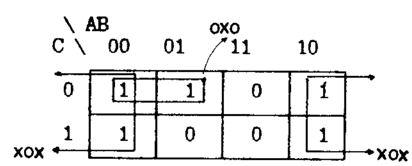


fig. 8 Implicantes Primos

2.- SELECCION DE UN CONJUNTO DE IMPLICANTES PRIMOS

Un segundo problema en la minimización consiste en determinar un conjunto óptimo de implicantes primos que cubran totalmente a todos los productos fundamentales. Por supuesto que la solución no es necesariamente la suma de todos los implicantes primos hallados como se demuestra en el siguiente ejemplo:

C \ AB	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	0	1	1	0

fig. 9

Los implicantes primos son los siguientes:

A B C	
1 X 0	$A\bar{C}$
1 1 X	AB
X 1 1	BC

fig. 10 Tabla de Implicantes Primos

Del ejemplo, se observa que la respuesta no es la suma de los tres términos, pues al seleccionar 1X0 y X11 ya se cubren los productos fundamentales 110 y 111 y al tomar el término 11X como parte de la solución se comete una redundancia innecesaria.

En la selección del conjunto óptimo de implicantes primos el método de Quine-McKluskey requiere de un proceso bastante largo, puesto que partiendo de del grupo total de implicantes primos, se determinan todas las combinaciones de estos que llevan a la solución y entre ellas se escoge la mejor. En su lugar se ha preferido un algoritmo que encuentra una respuesta aproximada con un ahorro muy importante en tiempo de procesamiento.

El algoritmo que se implementó en esta parte corresponde al método presentado por Bowman y McVey en [3]. En el artículo citado los autores afirman haber obtenido ahorros de hasta un 98% en tiempo de procesamiento, con un incremento en costo de alrededor de un 2% en cuanto al número de términos en la solución, comparado con soluciones obtenidas de seguir totalmente el método de Quine-McKluskey.

Cualquier grupo de implicantes primos que cubran todos los productos fundamentales se considera una solución, con algunas de estas soluciones de mayor costo que otras. En este punto se define cuál es el criterio de costo que se va usar; puesto que la selección es arbitraria en cuanto a cuál es el parámetro que se minimizará, se lo ha definido como el número de términos en la solución. Es interesante anotar que muchas de las definiciones de costo llevan a obtener resultados equivalentes.

Una tabla de implicantes primos es un arreglo de dos dimensiones de números binarios, con un número C de columnas y un número F de filas, cada columna corresponde a un producto fundamental y cada fila a un implicante primo. La tabla contiene un "1" en la intersección de la fila y la columna si el implicante primo de esa fila contiene (cubre) al producto fundamental de esa columna.

Como punto de ramificación se toma la columna que contiene el menor número de unos, esto minimizará el número de ramas consideradas, pues cada una de las filas que contiene un "1" en esa columna se considera como una ramificación posible.

Para poder realizar una evaluación de cada una de las ramas se indica el siguiente procedimiento:

-Para una columna dada que contiene M unos de un total de F elementos, la probabilidad de que al seleccionar aleatoriamente un implicante primo de entre los F posibles, éste contenga a la columna asumiendo eventos similares es:

$$P = \frac{M}{F} \qquad (1)$$

Donde:

P = Probabilidad de que la columna sea cubierta.
M = Número de implicantes primos que pueden cubrir esa columna.
F = Número total de implicantes primos (filas).

Si una de dos filas debe ser seleccionada , y cada una de ellas es cubierta por una sola columna la mejor decisión es la de tomar aquella que tenga la menor probabilidad de ser escogida. En el caso general cada fila cubre más de una columna, las probabilidades no se suman directamente sino que para obtener una evaluación significativa se usa la suma del recíproco de las probabilidades. La ecuación general será:

$$S = \sum_i W_i = F \sum_i \frac{1}{M_i} \qquad (2)$$

Donde el recíproco de la probabilidad i-ésima se define como:

$$W_i = \frac{1}{P_i} = \frac{F}{M_i} \qquad (3)$$

Puede observarse que S aumenta en proporción al número de columnas que cubre la fila, por lo que S aumenta conforme decrece el costo del implicante primo (un implicante primo de menor costo es aquel que tiene menos literales, por lo que cubre más columnas). Se define a S como Figura de Mérito, y en la selección de la mejor rama se escoge la que presenta una mayor figura de mérito.

Un ejemplo para visualizar el método es el siguiente:

IP \ PF	1	2	3	4	5	6	Sol
A	1	0	0	0	0	0	
B	1	0	1	1	0	1	*
C	0	1	1	1	1	0	*
D	0	0	0	1	0	0	
E	0	0	0	1	0	1	
F	0	0	0	1	1	0	
G	0	0	0	1	1	0	
H	1	0	1	0	0	0	
I	1	1	1	0	0	0	
#UNOS	4	2	4	6	3	2	
COL.CUB.		*	*	*	*		

fig. 11 Tabla de implicantes primos

Existen dos columnas que contienen dos unos, se selecciona arbitrariamente cualquiera de ellas, por ejemplo se toma la columna número 2, que es cubierta por las filas C e I. La evaluación es así:

Columna... 2 3 4 5 S

$$\text{Fila C...} \quad \frac{9}{2} + \frac{9}{4} + \frac{9}{6} + \frac{9}{3} = 11\,\frac{1}{9}$$

Columna... 1 2 3 S

$$\text{Fila I...} \quad \frac{9}{4} + \frac{9}{2} + \frac{9}{4} = 8\,\frac{13}{18}$$

Se selecciona el implicante primo de la fila C como parte de la solución por tener la mayor figura de mérito. Se deben marcar todas las columnas cubiertas por la fila C, las mismas que ya no intervienen en el resto del proceso, estas columnas son las siguientes: 2,3,4, y 5. Quedan por cubrir las columnas 1 y 6.

Se selecciona la columna 6 como punto de ramificación, y ésta es cubierta por las filas B y E, el análisis de sus figuras de mérito es:

Columna... 1 6 S

$$\text{Fila B...} \quad \frac{9}{4} + \frac{9}{2} = 6\,\frac{11}{18}$$

Columna... 6 S

$$\text{Fila I...} \quad \frac{9}{4} = 4\,\frac{1}{2}$$

De estas se selecciona el implicante primo de la fila B como parte de la solución. Las columnas 1 y 6 son cubiertas por este nuevo término, por lo que ya no quedan más columnas por cubrir y la solución es la suma de los términos A+B (A or B)

3.- CONDICIONES "NO IMPORTA"

Es muy sencillo introducir en el análisis las condiciones "no importa", para la cuales la salida de la función puede tomar cualquier valor. Las combinaciones que se han marcado como no importa, "X" en la tabla de verdad, se consideran como unos en el proceso de determinación de los implicantes primos con la finalidad de que se formen los mayores grupos posibles, pero en la selección del grupo óptimo de implicantes primos no se les toma en cuenta, por lo que no representan una columna más que cubrir.

4.- IMPLEMENTACION DE LA RUTINA DE MINIMIZACION RESULTADOS.

El algoritmo de minimización descrito se implementó en forma de rutina escrita en lenguaje "C" y se obtuvo las siguientes características y resultados:

-La rutina tiene capacidad teórica de manejar hasta 16 variables de entrada, pero debido a limitaciones del compilador C usado, en el manejo de arreglos (un arreglo puede dimensionarse máximo hasta ocupar un espacio de 64K) se reduce este límite al siguiente: La rutina puede manejar cualquier tabla de hasta 10 variables de entrada, y tablas de hasta 16 variables de entrada que cumplan ciertas condiciones especificadas.

-Se probó la rutina de minimización para un buen número de tablas de verdad de hasta 6 variables de entrada y se realizó la resolución de las mismas por medio del mapa de Karnaugh, la mayor parte de los resultados obtenidos fueron los mínimos reales, y los que no lo fueron estaban dentro de los límites especificados en el artículo [3].

-En cuanto al tiempo de procesamiento necesario para resolver una tabla de verdad, el caso más crítico corresponde a aquel en que se tiene una tabla llena de unos, puesto que a pesar de obtener como solución un solo término, se deben hallar todas las combinaciones posibles de los productos fundamentales en grupos de dos, tres, cuatro, etc. mientras sea posible.

Se probó esta condición, con tablas llenas de unos, para algunas variables de entrada, y los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Var.	Tiempo
5	3seg.
6	11seg.
7	1min. 26seg.
8	5min. 48seg.
9	45min.
10	6 horas
11	NO HAY SOLUC.

fig. 12 Tiempos de proceso para tablas llenas de unos.

-Se resolvieron algunas tablas con la finalidad de comprobar el tiempo de procesamiento necesario para hallar las soluciones. Las tablas con que se trabajó en esta prueba fueron generadas al azar, los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Var.	Tiempo	# IP	#TER.SOL
6	3seg.	23	14
7	4seg.	53	27
8	16seg.	125	48
9	51seg.	282	92
10	3min. 29seg.	608	168
11	13min. 7seg.	1244	328

fig. 13 Resultados obtenidos con tablas generadas al azar.

5.- CONCLUSIONES

-Partiendo de la base de las ecuaciones obtenidas por medio de esta rutina, se puede realizar la implementación física de las mismas de cualquier manera que se considere pertinente, esto es, se puede construir un circuito con compuertas lógicas elementales, con elementos electromecánicos, o con elementos más sofisticados como pueden ser los arreglos lógicos programables (PAL) ,etc.

-Las características de la rutina de minimización, junto con un eficiente medio de ingreso de datos que no se lo incluye en este trabajo, constituyen una herramienta adicional para el diseñador lógico, el que queda liberado de un trabajo que puede llegar a ser de considerable magnitud, haciendo más eficiente su trabajo.

-Los tiempos de procesamiento se encuentran dentro de límites prácticos.

-El programa constituye un medio de diseño automático de circuitos combinacionales. Sería recomendable también el disponer de una herramienta similar para trabajo con circuitos secuenciales, que podría desarrollarse como un futuro trabajo.

5.- BIBLIOGRAFIA

[1] Frederick J. Hill & Gerald R. Peterson, "Teoría de Conmutación y Diseño Lógico", Editorial Limusa, 1979.

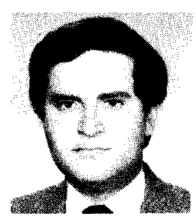
[2] Marcus Mitchell P., "Circuitos de Conmutación para Ingenieros", Editorial Diana, 1978

[3] Bowman R. M. & E. S. McVey, "A Method for the fast aproximate solution of large Prime Implicants Charts", IEEE Trans. on Computer, vol C-10, #2, Feb 1970, pp 169-173.

[4] Rhyne V. Thomas, "Fundamentals of Digital Systems Design", Prentice Hall, 1973.

[5] Chico Patricio, "Resolución de Ecuaciones Booleanas utilizando el Microcontrolador INTEL 8751", Tesis de Grado. Escuela Politécnica Nacional, Quito , 1987.

BIOGRAFIAS



CHICO HIDALGO PATRICIO I.

Nació en Riobamba el 11 de Marzo de 1961. Obtuvo el título de Ingeniero en Electrónica y Control en la Escuela Politécnica Nacional en Quito, en Agosto de 1987.

Actualmente presta sus servicios en la Escuela Politécnica Nacional, Facultad de Ingeniería Eléctrica en calidad de Profesor Asistente en el Area de Control Electrónico de Potencia.

FLORES CIFUENTES FERNANDO

Nació en Riobamba el 21 de Agosto de 1959. Realizó sus estudios superiores en la Escuela Politécnica Nacional, y se graduó de Ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones en 1984.

Desempeña el cargo de Profesor Agregado I a tiempo parcial en el Departamento de Control de la Facultad de Ingeniería Electrica en la Escuela Politécnica Nacional. Actualmente presta sus servicios en la Asociación de Empresas Estatales de Telecomunicaciones del Acuerdo Subregional Andino (ASETA).