

UN SIMPLE CONTROLADOR AUTOAJUSTABLE PARA SERVOSISTEMAS

Ings. Ricardo Mantz y Jorge Solsona
Laboratorio de Electrónica Industrial, Control e
Instrumentación. Universidad Nacional de La Plata.

RESUMEN

En el presente trabajo se analiza un método simple de autosintonía para un controlador de un servosistema a fines de satisfacer especificaciones de respuesta transitoria a cambios en el "set-point". En el planteo del método se supone que no se dispone de conocimiento previo de las singularidades del sistema a controlar, obteniéndose la información necesaria para el diseño del controlador a partir de la incorporación de un relé con histéresis variable en el lazo de control. Se muestra que el método tiene adecuadas características para ser implementado en una versión autoajustable. Se presenta un método simple de estimación de la transferencia del servosistema a controlar.

INTRODUCCION

Durante las dos últimas décadas el control adaptable ha adquirido un singular impulso [1][2], tanto desde el punto de vista teórico, campo en el cual se han realizado importantes aportes, como desde el punto de vista práctico, donde las aplicaciones se han visto favorecidas por los avances en microelectrónica.

Dentro de las técnicas de control adaptable, las conocidas por modelo de referencia y de self-tuning son las que mayor atención han recibido en los últimos años, habiéndose alcanzado resultados significativos dentro de las áreas del control de mínima varianza y de asignación de polos y ceros.

A partir de 1981 Astrom[3], fortaleció una corriente diferente dentro de las técnicas de control de ajuste automático, que no puede ser incluida estrictamente dentro del control adaptable, ya que a diferencia de lo que se conoce por control adaptable, en el tipo de controladores propuestos en [3] el autoajuste sólo se realiza en la puesta en marcha del sistema o cuando así es requerido por un supervisor.

Dentro de esta área del control puede insertarse el método analizado en el presente trabajo. El método, que encuentra sustentación en trabajos realizados por Hagglund[4] y Astrom[5], es aquí encarado fundamentalmente desde el punto de vista de su aplicabilidad a sistemas simples de posición, sin embargo las ideas generales van más allá de esta aplicación.

En todo sistema, el diseño adecuado de un controlador para cumplir ciertas especificaciones se basa en el conocimiento a priori de los parámetros característicos de la función de

transferencia de la planta a controlar. En aquellas situaciones en que éste sea pobre o que la función de transferencia varíe en el tiempo, puede o bien implementarse un control adaptable o bien sacrificar ciertas características de performance a costa de un funcionamiento aceptable para todo estado de carga y punto de operación. El mismo problema se presenta en la fabricación seriada de controladores para sistemas que no necesariamente van a trabajar con el mismo estado de carga.

El método aquí discutido, para el caso particular de sistemas de posición, presenta una solución intermedia en complejidad, que sustituye los métodos de estimación paramétrica (empleados en control adaptable), y los ensayos convencionales (empleados en las técnicas clásicas de control), por una investigación del sistema a partir de llevar la variable controlada a una oscilación de amplitud acotada la cual se consigue intercalando un relé con histéresis en el lazo de control.

A partir de la medida de la amplitud y frecuencia de esta oscilación es posible realizar el ajuste iterativo de los coeficientes del controlador para forzar a la curva de ganancia de lazo abierto a pasar por un punto del plano complejo que permite definir la performance deseada y preestablecida para el sistema a lazo cerrado.

Si bien se muestra, a través de un ejemplo, la factibilidad que existe de realizar el ajuste en forma automática, las ideas generales, también, resultan de interés para el ajuste manual.

En la sección 5 se plantea, empleando las ideas discutidas previamente, una estimación simple de los parámetros característicos de la transferencia del sistema a controlar. A partir de ésta es posible diseñar el controlador en forma explícita.

1. LA TÉCNICA DE LA FUNCIÓN DESCRIPTIVA PARA UN RELE CON HISTÉRESIS.

La función descriptiva de un elemento no lineal es definida como el valor complejo dado por la relación entre la componente fundamental de salida y de entrada del elemento no lineal, cuando la entrada es una onda sinusoidal. [6]

Supóngase que el relé con histéresis tiene la característica mostrada en la figura 1 y que la entrada al relé es una onda seno con amplitud A y frecuencia angular ω . Entonces la función descriptiva denominada NCA es: [6]

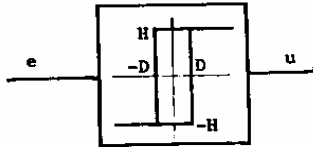


FIGURA 1

$$NCA) = \frac{4 H e^{-j\phi}}{\pi A} \quad (1)$$

con $\phi = \sin^{-1}(D/A)$

asumiéndose que $A > D$

Si se considera, ahora, la no linealidad incluida en el lazo de realimentación la señal $u(t)$ que excita a la planta $G(S)$ (figura 2) es una onda cuadrada y por consiguiente presenta armónicos de orden superior.

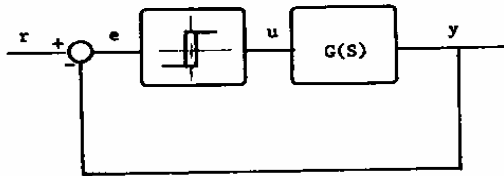


FIGURA 2

Si $G(S)$ se comporta como un filtro pasabajos, el sistema a lazo cerrado satisface muy aproximadamente la condición de que la entrada al relé con histéresis es una onda seno, ya que las amplitudes de las componentes de alta frecuencia en la variable controlada $y(t)$ son pequeñas comparadas con la amplitud de la frecuencia fundamental. Por ello ésta no es una condición restrictiva cuando el proceso se comporta como pasabajos.

Si se grafica la curva $G(j\omega)$ junto a la inversa negativa de la función descriptiva en el plano complejo se puede saber si el sistema presenta o no oscilaciones en lazo cerrado.

La función $-1/NCA)$ está dada por:

$$\frac{-1}{NCA)} = \frac{-\pi}{4 H} \sqrt{A^2 - D^2} - j \frac{\pi D}{4 H} \quad (2)$$

con $A > D$

Para valores preestablecidos de D y H la parte imaginaria de $-1/NCA)$ es constante, mientras que la parte real crece en módulo al incrementarse la amplitud A de la señal $e(t)$.

Si existe intersección entre las curvas $G(j\omega)$ y $-1/NCA)$, implica que existe oscilación. En el punto de cruce se verifica que:

$$G(j\omega) = \frac{-1}{NCA)} \quad (3)$$

por consiguiente el valor de la amplitud de la oscilación da información de la amplitud de $G(j\omega)$ en el punto de intersección.

2. ESTIMACION DE LA CURVA DE NYQUIST

Empleando una conexión como la esquematizada en la figura 2, la técnica de la función descriptiva puede ser utilizada para investigar la curva de Nyquist del proceso a controlar $[G(j\omega)](3)$.

Si se supone variable la histéresis (D) del relé, la curva $-1/NCA)$ puede ser desplazada en forma paralela al eje real. Esta modificación permite que las curvas $G(j\omega)$ y $-1/NCA)$ se intersecten en diferentes puntos lo cual hace que el sistema de lazo cerrado oscile a distintas frecuencias y amplitudes dependiendo de cual sea el punto de intersección.

Como se supone conocidas la altura H y la histéresis D del relé, y medibles la amplitud y frecuencia de oscilación, el valor de la función descriptiva correspondiente al punto de intersección de las curvas puede ser calculado y por consiguiente también el valor de $G(j\omega)$ para dicho punto (ecuaciones (2) y (3)).

Naturalmente la precisión de la estimación de distintos puntos de la curva $G(j\omega)$ se encuentra acotada a la validez de la aplicación de la técnica de la función descriptiva a cada caso en particular y/o a la precisión del método con que se realiza la medida de la amplitud y frecuencia de la oscilación (4). La selección del método de medida debe basarse en la inmunidad que se requiera ante posibles ruidos, precisión que se desee y medios que se dispongan para implementar el controlador.

Un caso particular que emplea estas ideas para la estimación de un punto de la curva de Nyquist de un proceso, es aquel usado por Astrom (3) para el diseño de un controlador autoajutable por el método de Ziegler y Nichols, en el cual se emplea un relé sin histéresis para calcular el punto de la curva de Nyquist que intersecta el eje real negativo (punto crítico).

3. METODO DE AJUSTE DEL CONTROLADOR

La metodología de control que se discute en la presente sección se basa en trabajos realizados por Hagglund(4) y Astrom (5), y emplea ideas vertidas en la sección anterior. Sin embargo se sigue ahora, un camino inverso al ya planteado en párrafos anteriores.

La idea, ahora, es forzar a la curva de transferencia de lazo abierto para que pase por un determinado punto del plano complejo que permita definir en cierto grado la performance del sistema a lazo cerrado. Esto puede realizarse eligiendo los parámetros (D y H) del relé para que la curva de $-1/NCA)$ pase por el punto en cuestión, quedando definida así, la amplitud (A) de la oscilación a partir

del valor de esta curva en dicho punto. Por consiguiente si al cerrar el lazo de realimentación la amplitud de la oscilación no resulta igual a A^* , implica que el diagrama polar de la ganancia de lazo abierto no pasa por el punto de interés. Luego, puede variarse algún parámetro de la transferencia de lazo abierto (del controlador en particular) hasta que la amplitud de la oscilación alcance un valor próximo al de la amplitud deseada A^* , asegurándose así la performance preestablecida.

A los fines de hacer más explícitas las ideas planteadas supóngase una situación particular en la cual se desea realizar un control proporcional sobre un sistema de ecuación de transferencia como la indicada en la ecuación 4. Esta corresponde a un modelo simplificado pero realista de un sistema de posición. Se pretende que el sistema responda a una excitación en escalón con un sobrepaso inferior al 4% ($\zeta = .7$ y $MF = 65^\circ$).

$$G(s) = \frac{K_p}{s(s+a)} \quad (4)$$

Para verificar el margen de fase deseado (65°), la curva polar de la ganancia de lazo abierto debe pasar por el punto P_f (figura 3), por consiguiente pueden elegirse D y H para que la función descriptiva del relé incluya dicho punto. Cabe acotar que si bien existen infinitos pares de valores de D y H que verifican que el punto P_f quede incluido en la curva de $-1/(NA)$, D y H deben ser elegidos tal que la amplitud de oscilación A^* (ec.2) no resulte exigente para el proceso a controlar.

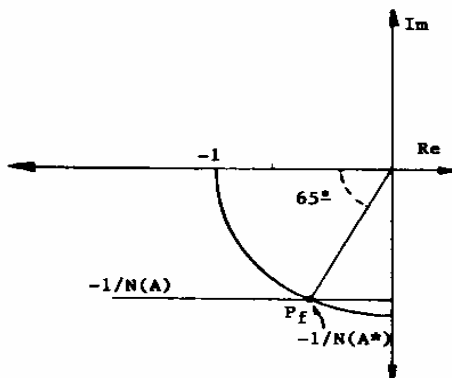


FIGURA 3

Si se supone que el sistema es puesto en marcha con un valor inicial de $K=K_0$ las curvas $G(j\omega)$ y $-1/(NA)$ se intersectan en un punto P_f y el sistema oscilará a una pulsación ω_1 y con una amplitud A_1 diferente de A^* (figura 4).

Si ahora la ganancia del controlador es variada, el diagrama polar del proceso a controlar se modifica en forma radial en el mismo factor en que la ganancia K es modificada, obteniéndose un nuevo punto de intersección.

Si a través de algún medio, la amplitud de la nueva oscilación es

registrada o medida, el ajuste de la ganancia K puede ser realizado en forma iterativa hasta que la amplitud de la oscilación resulte igual a la deseada (A^*), lo cual permite aseverar que la curva polar de la ganancia a lazo abierto pasa por el punto P_f .

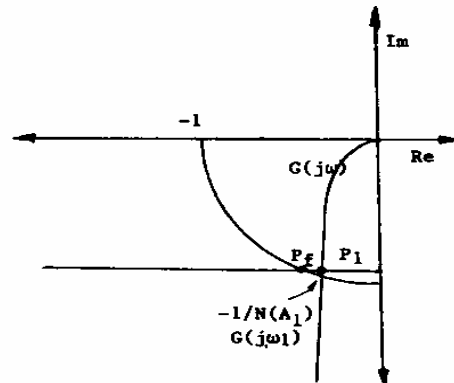


FIGURA 4

Para el valor de ganancia $K=K^*$ que asegura una amplitud de oscilación A^* se verifica que el sistema realimentado (en ausencia del relé) tiene un comportamiento determinado correspondiente a un margen de fase $MF = 65^\circ$ y a un $\zeta = .7$. Si el sistema no fuese de segundo orden puro o si no fuera aplicable la técnica de la función descriptiva, condiciones adicionales, deberían verificarse.

Si bien a través del ajuste de la ganancia K se ha obtenido un determinado margen de fase, que para el presente caso determina el sobrepaso de la respuesta temporal del sistema a lazo cerrado, resulta claro que la simplicidad del controlador empleado no permite seleccionar la velocidad de respuesta o tiempo de establecimiento de la variable controlada. De requerirse mayor velocidad debe forzarse a la curva de Nyquist para que corte a la curva $-1/(NA)$ en el punto P_f a una pulsación ω_1 , lo cual no es posible con un controlador proporcional.

Las especificaciones clásicas para un sistema realimentado de control están referidas a errores de estado estacionario y comportamiento transitorio ante un determinado tipo de excitación (tiempo de crecimiento, sobrepaso, etc.). Para el caso particular de sistemas de posición el error de estado estacionario ante señales de referencia constantes es nulo (sistemas de "tipo 1") y por consiguiente si el sistema va a estar solamente sometido a cambios en forma escalonada de la señal de referencia, sólo es necesario corregir la respuesta transitoria, lo cual puede conseguirse con el empleo de un compensador que presente características de fase en adelanto.

El diseño de este controlador resulta inmediato si se conoce la ecuación de transferencia del sistema a controlar. Sin embargo ésta es función de la condición de carga, pudiendo además, variar en periodos de trabajo, lo cual

requiere un ensayo periódico del motor para el ajuste del controlador. Generalmente, cuando se diseñan controladores fijos en forma seriada para servosistemas donde no es posible asegurar el mismo estado de carga, o en aquellos casos en que el sistema está sometido a cargas variables en el tiempo, se contemplan estas variaciones a costa del comportamiento dinámico (velocidad de respuesta fundamentalmente).

A continuación se muestra como las ideas expresadas en la sección anterior pueden ser empleadas para el ajuste del controlador sin conocimiento a priori de los valores característicos de la función de transferencia del sistema.

Supóngase, ahora, que una especificación adicional se requiere para el diseño del controlador del sistema de ecuación (4), referida al ancho de banda del sistema realimentado $\omega_{bv} > \omega_{esp}$.

Naturalmente, una vez asumida la metodología planteada, un primer ajuste como el ya analizado debe ser realizado, pues éste puede ser suficiente para verificar la especificación impuesta. De no ser así, al menos un compensador con características de adelanto de fase debe ser incluido. Considérese el más simple de ellos consistente en un cero y un polo.

Como la idea es la de aumentar el ancho de banda del sistema, a los fines de que responda con mayor velocidad, la ubicación del cero del controlador debe estar a una distancia al origen no mayor que $1/\omega_{es}$, siendo ω_{es} la pulsación de oscilación luego de terminado el primer ajuste. La inclusión del controlador modifica la curva de ganancia de lazo abierto como se indica en la figura 5, donde se pone de manifiesto la fase en adelanto introducida, no registrándose modificaciones de la curva para muy bajas frecuencias y tendiendo a la curva original para altas frecuencias.

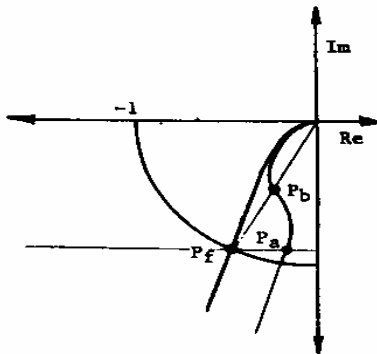


FIGURA 5

La nueva curva corta al círculo unitario a una pulsación $\omega > \omega_{es}$, habiéndose desplazado ω_{es} hacia el exterior del círculo unitario.

El sistema oscilará a una pulsación ω definida por el punto P_a con una amplitud menor que la deseada. Ahora un

nuevo ajuste como el indicado previamente, puede ser realizado para verificar el margen de fase deseado. Con el ajuste iterativo de la ganancia K puede llevarse el punto P_b de la curva polar para que coincida con el punto P_f debiendo verificarse que ω_b resulte mayor que el especificado ω_{esp} , de no ser así la ubicación del cero del controlador puede bajarse en frecuencia y reiterar el proceso de ajuste.

El método planteado, desde el punto de vista de ajuste manual, resulta de extremada simplicidad ya que se resume al ajuste de dos parámetros en forma iterativa hasta verificar que la amplitud de oscilación coincida con la preestablecida A^* .

Cabe aclarar que si bien la inclusión del controlador provoca que las transferencias de lazo abierto y cerrado dejen de ser de segundo orden puro, los valores relativos que normalmente toman las singularidades del controlador y del sistema a controlar, permiten que éstas puedan ser aproximadas con funciones de transferencia de dos polos dominantes. De no verificarse esta situación, un proceder ligeramente diferente, el cual es planteado en la sección 5, puede ser empleado.

4. VERSION AUTOAJUSTABLE

Si el controlador es implementado mediante un sistema basado en microprocesador resulta fácil realizar una versión autoajustable del método analizado. En la puesta en marcha, el sistema inteligente sólo debe sensar la amplitud de oscilación del sistema a lazo cerrado (con el relé) y en base a esta información realizar un ajuste iterativo de la ganancia K y de la ubicación del cero de acuerdo a algún algoritmo que minimice la diferencia entre la amplitud real de la oscilación y la deseada. Una vez finalizado este ajuste, el elemento no lineal es excluido del lazo.

Para la elección del algoritmo de ajuste debe evaluarse el compromiso existente entre precisión, rapidez de convergencia, y capacidad de cómputo necesaria para la implementación. Una versión modificada del algoritmo conocido por 'regula-falsi' [7] ha sido seleccionada en el presente análisis por su simplicidad y bajos requerimientos en la capacidad de cómputo para la implementación. El algoritmo empleado para el ajuste iterativo de la ganancia es:

$$k_{n+1} = \left| k_n - \frac{(A_n - A^*) \cdot (k_n - k_{n-1})}{(A_n - A_{n-1})} \right| \quad (5)$$

donde la modificación realizada consiste en tomar el módulo del segundo miembro. Esta modificación, desde el punto de vista físico resulta razonable ya que evita que la ganancia pueda adquirir valores negativos, lo cual implicaría una realimentación positiva. Se ha verificado en todos los casos analizados que esta simple modificación favorece la convergencia del algoritmo cuando el

valor de los parámetros del controlador es lejano al deseado.

Supóngase que se desea controlar el sistema definido por la ecuación 4 con $b=1$ y $K_p=5$, para verificar que a lazo cerrado tenga un comportamiento caracterizado por un sobrepaso menor del 4% y un tiempo de establecimiento menor a 2seg., cuando se aplica una señal de referencia en forma de escalón.

La figura 6 muestra la respuesta del sistema sin compensar a lazo cerrado, mientras que las figuras 7, 9 y 10 muestran el comportamiento de la variable de salida cuando ésta es controlada a través de una versión autoajustable del método propuesto.

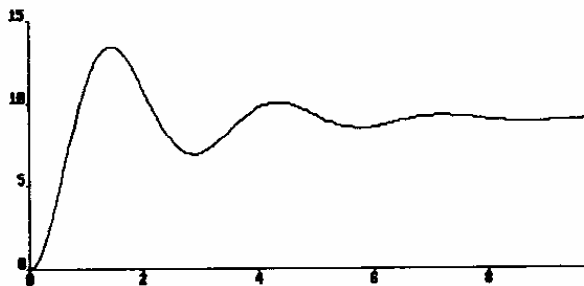


FIGURA 6

A los fines de realizar una exposición más clara, las figuras 7 y 9 muestran la simulación del funcionamiento normal dividida en dos etapas, una corresponde al primer ajuste de la ganancia para verificar el MF deseado y la otra al agregado de un controlador en adelante con el consiguiente ajuste de ganancia para volver a verificar dicho MF con un ancho de banda mayor. En funcionamiento normal el ajuste iterativo es completado antes de ser aplicado el escalón de entrada.

En la figura 7, que corresponde al primer ajuste de ganancia para verificar el MF especificado, se distinguen claramente dos etapas, una que corresponde al ajuste ($0 < t < t_5$) y otra que corresponde al comportamiento transitorio del sistema ante un cambio de la señal de referencia en forma de escalón ($t > t_5$). Dentro del período de ajuste se pueden diferenciar, a través de los cambios en la amplitud de la variable controlada, los instantes en que se realizan los ajustes iterativos del controlador. En la tabla 1 se detalla el ajuste realizado. Este concluye una vez que la amplitud de oscilación está próxima al valor deseado. La figura 8 permite visualizar el efecto del ajuste iterativo en el plano complejo. En ésta se distinguen las diferentes curvas de Nyquist de la ganancia de lazo abierto cuando la ganancia del controlador es ajustada. El ajuste concluye cuando el punto de intersección entre las curvas de Nyquist y de $-1/(CA)$ se aproxima al punto Pr.

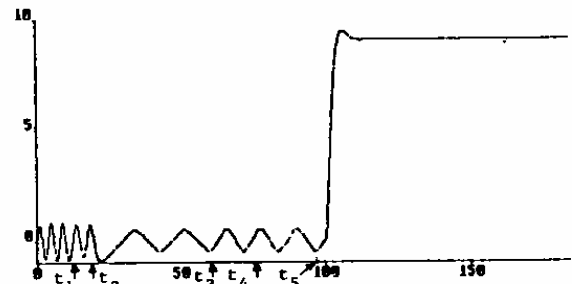


FIGURA 7

TABLA 1

tiempo	curva en fig. 8	K_p
$0-t_1$	a	5
t_1-t_2	b	3.1
t_2-t_3	c	0.35
t_3-t_4	d	0.6
t_4-t_5	e	0.51

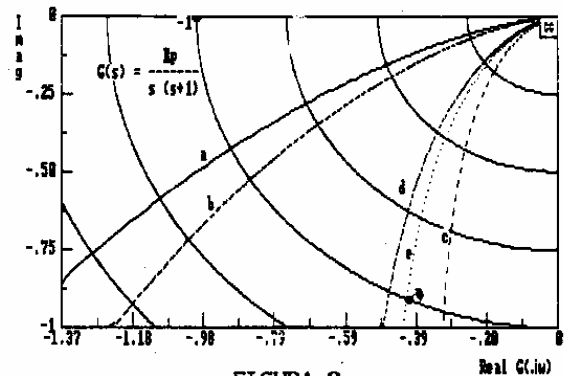


FIGURA 8

La curva A de la figura 10 muestra más en detalle la respuesta temporal a una excitación en escalón. Como puede observarse el tiempo de crecimiento de la curva tiene un valor superior al especificado, por consiguiente un compensador debe ser incluido. En el ajuste normal no es necesario la medida directa del tiempo de establecimiento, sino que éste es sentido a través de la pulsación natural de la oscilación que corresponde aproximadamente con el ancho de banda del sistema realimentado. Este debe ser elegido tal que el cero esté ubicado en $|\sigma| < \omega_n$. Para el caso presente se elige $\zeta = -2$ mientras que el polo se ubica una década más adelante en frecuencia. Se reitera el ajuste de ganancia para satisfacer el MF especificado. Esto es indicado en la figura 9 (tabla 2) donde también puede verse como resultaría la respuesta a cambios en el set-point una vez concluido este ajuste.

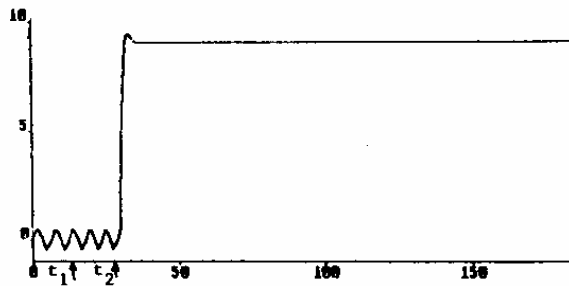


FIGURA 9

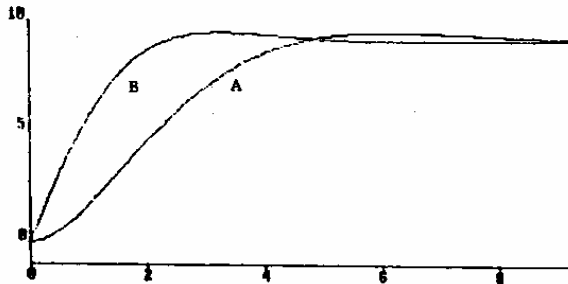


FIGURA 10

TABLA 2

tiempo	Kp
0-t ₁	.51
t ₁ -t ₂	.59
t ₂65

La curva B de la figura 10 permite visualizar más en detalle esta respuesta y compararla con la obtenida luego del primer ajuste de la ganancia del controlador.

5. ESTIMACION DEL POLO MECANICO Y DE LA GANANCIA DEL MOTOR

Una alternativa del proceder descrito es presentada en esta sección. Si bien ésta requiere una capacidad de cálculo levemente superior, puede ser aplicada con ventajas en el diseño de controladores de estructura más complicada que la discutida, evitando además, el problema que en circunstancias particulares puede presentar el método analizado cuando la cascada controlador-sistema no puede ser aproximada por un segundo orden dominante.

Esta alternativa consiste en emplear la información contenida en la oscilación que se obtiene cuando se conecta el sistema de acuerdo a la figura 2 y a partir de esta diseñar en forma explícita el controlador.

En el punto de intersección de las curvas $-1/(NC\Delta)$ y $G(j\omega)$ se verifica que:

$$G(j\omega) = \frac{-\pi A}{4 H} e^{-j\phi} \quad (6)$$

con $\text{sen}\phi = D/A$

Operando con la ecuación (6) se obtiene

$$\frac{K_p \omega^2}{(\omega^4 + \omega^2 b^2)} = \frac{\pi A}{4 H} \cos\phi \quad (7)$$

$$\frac{K_p \omega b}{(\omega^4 + \omega^2 b^2)} = \frac{\pi A}{4 H} \text{sen}\phi \quad (8)$$

de las ecuaciones (7) y (8) se obtienen los valores del polo mecánico y de la ganancia del motor:

$$b = \omega \text{tg}\phi \quad (9)$$

$$K_p = \frac{\pi D}{4 H b} (\omega^2 + b^2) \quad (10)$$

Si el servosistema a controlar responde a una función de transferencia que no puede ser aproximada por la ecuación (4), la estimación de sus singularidades puede ser realizada tomando la información correspondiente a tantos puntos de intersección entre las curvas $G(j\omega)$ y $-1/(NC\Delta)$ como sea necesario para plantear un número de ecuaciones igual al de incógnitas. Cabe recalcar que la precisión de la estimación está básicamente acotada por la validez de la aplicación de la técnica de la función descriptiva a cada caso en particular.

CONCLUSIONES

La aplicabilidad de una metodología de control para el ajuste de un compensador para sistemas simples de posición ha sido analizada. A través de un ejemplo se ha demostrado la viabilidad que presenta el método discutido para ser implementado en una versión autoajutable. Se propone también una metodología simple para la estimación de los parámetros característicos de la función de transferencia del sistema a controlar.

REFERENCIAS:

- [1].- Astrom K.J., "Adaptive Feedback Control", Proceedings of the IEEE, Vol. 75, No. 2, February 1987.
- [2].- Seborg D.E., Edgar T.F., Shah S.L., "Adaptive Control Strategies for Process Control: A Survey", AIChE Journal, Vol. 32, No. 6, June 1986.
- [3].- Astrom K.J., "Ziegler-Nichols Auto-Tuners" CODEN: LUTFD2/(IFRT-3187)/01-025/(1982), Department of Automatic Control Lund Institute of Technology, May 1982.

[4].- Hagglund Tore, "A PID BASED ON PHASE MARGIN SPECIFICATION ". CODEN: LUTFD2/(TFRT-7224)/1-020/(1981), Department of Automatic Control Lund Institute of Technology, September 1981.

[5].- Astrom K.J. and Hagglund T., "Automatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitude Margins", Automatica. Vol.20. No.5, pp. 645-651, 1984.

[6].- Gibson J.E., "Nonlinear Automatic Control", McGraw-Hill Book Company, Inc., 1963. pp. 343-438

[7].- Sagastume Berra A.E, Fernández G., "Algebra y Cálculo Numérico", Ed. Kapelusz, 1960. pp. 500-502

BIOGRAFIA

Ver CONTROLADOR PID AUTOAJUSTABLE, en esta misma edición.