

# EQUALIZADOR DE FASE PARA APLICAÇÕES EM MICROONDAS

## 1 - Resumo

Filtros passa-tudo são comumente usados para compensação de distorções na fase. O aplicativo computacional desenvolvido permite o dimensionamento de um equalizador de fase composto por vários estágios de filtros passa-tudo. A rede equalizadora apresentada pelo programa é resultante de aproximações numéricas para uma resposta ideal na fase.

## 2 - Introdução

A resposta de fase não linear para sistemas em microondas pode se mostrar prejudicial à operação destes, e a correção deve ser efetuada a fim de que as distorções decorrentes deste comportamento sejam mínimas.

Um estudo prévio do comportamento de atraso de grupo para os filtros passa-tudo, de primeira e segunda ordem a parâmetros concentrados, demonstra que as características destes circuitos são adequadas à correção de distorções de sistemas sensíveis às variações no atraso de grupo. As configurações em T da rede equalizadora de fase foram obtidas por analogia entre estas e uma rede em treliça simétrica.

Partindo-se deste princípio, implementou-se um aplicativo computacional que permitisse projetar redes equalizadoras de fase formadas por um conjunto de filtros passa-tudo de primeira e segunda ordem cascadeados. O aplicativo DELAY, utilizando-se das equações analíticas para o atraso de grupo destes circuitos, sintetiza uma configuração de equalizador com resposta aproximada àquela necessária a um ajuste de fase ideal. O uso de métodos numéricos conhecidos possibilita que curvas de atraso de grupo de filtros de Butterworth e de quadripolos genéricos sejam avaliadas de forma a se garantir uma boa aproximação. O programa também apresenta gráficos das respostas em frequência do quadripolo que permitem uma avaliação da equalização efetivada pela rede corretora.

Utilizando-se o programa DELAY, foi dimensionado um equalizador de fase com o compromisso de um bom ajuste na resposta em frequência, sem efeitos deletérios à resposta de amplitude. O dispositivo equalizado foi um amplificador de multi-estágios em microondas.

## 3 - Métodos

### 3.1 - Filtros Passa-Tudo [1]

Considere-se um filtro passa-tudo de primeira ordem com a seguinte função de transferência:

$$H_1(s) = \frac{\gamma - s}{\gamma + s} \quad (\gamma > 0) \quad (3.1.1)$$

O atraso de grupo é dado por:

$$D_1(\omega) = \frac{2}{\gamma} \frac{1}{1 + (\omega/\gamma)^2} \quad [s] \quad (3.1.2)$$

Para um filtro passa-tudo de segunda ordem, a função de transferência será:

$$H_2(s) = \frac{(s-\alpha)^2 + \beta^2}{(s+\alpha)^2 + \beta^2} \quad (3.1.3)$$

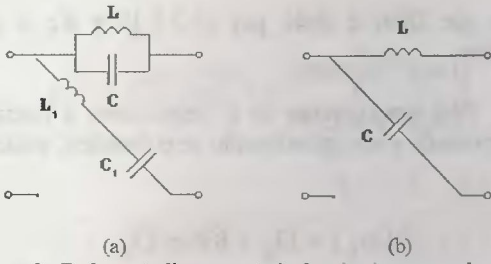
O atraso de grupo é dado por:

$$D_2(\omega) = \frac{4\alpha(\omega^2 + \alpha^2 + \beta^2)}{(\alpha^2 + \beta^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2} \quad [s] \quad (3.1.4)$$

Definindo-se ainda as seguintes variáveis:

$$k = \frac{2\alpha}{\omega_0} \quad \omega_0^2 = \alpha^2 + \beta^2 \quad (3.1.5)$$

Os modelos em treliça de circuitos passa-tudo de primeira e segunda ordem estão apresentados, respectivamente, nas figuras 3.a e 3.b



Figuras 3 - Rede em treliça passa-tudo de primeira e segunda ordem

Os modelos acima não são realizáveis, contudo, permitem a modelagem de circuitos práticos. Para uma rede de primeira ordem, o modelo de circuito terá uma configuração em ponte diferencial em T, caracterizada pela função de transferência em (3.1.1). O circuito resultante pode ser observado na figura 3.c. O coeficiente de acoplamento da rede, razão entre M e Lp, será igual à unidade.

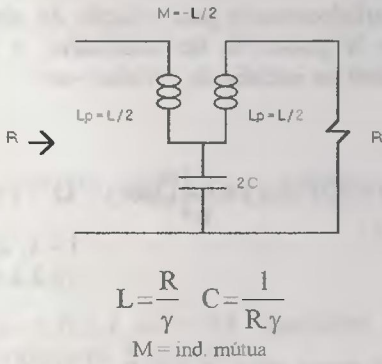
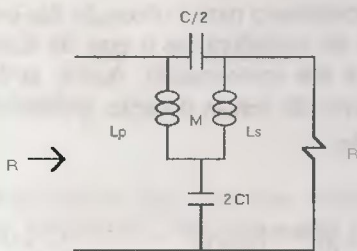


Figura 3.c - Circuito para Filtro Passa-Tudo de Primeira Ordem

Filtros passa-tudo de segunda ordem podem ser obtidos pela decomposição da rede em treliça, figura 3.b, que caracteriza a função de transferência da equação (3.1.3).

Para valores de  $k > 1$ , sendo k definido por (3.1.5), o coeficiente de acoplamento da rede passa-tudo de segunda ordem será menor que a unidade, figura 3.d.

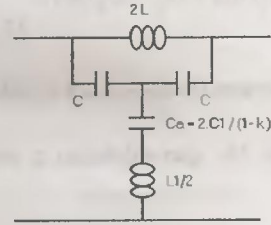


$$M = (1 - k^2) \frac{L_1}{2} \quad L_p = L_s = (1 + k^2) \frac{L_1}{2}$$

$$C = \frac{1}{2R\alpha} \quad C_1 = \frac{2\alpha}{R\omega_o^2} \quad L_1 = \frac{R}{2\alpha}$$

Figura 3.d - Circuito para Filtro Passa-Tudo de Segunda Ordem -  $k > 1$

Já, para  $k < 1$ , redes sem indutâncias mútuas são realizáveis, figura 3.e.



$$C = \frac{1}{2R\alpha} \quad C_1 = \frac{2\alpha}{R\omega_o^2}$$

$$L = \frac{2R\alpha}{\omega_o^2} \quad L_1 = \frac{R}{2\alpha}$$

Figuras 3.e - Circuito para Filtro Passa-Tudo de Segunda ordem -  $k < 1$

### 3.2 - Técnicas de Aproximação

A proposta de uma rede equalizadora de fase com múltiplos estágios de filtros passa-tudo é interessante pelo fato tornar largos espectros de frequência passíveis de equalização. Mas, ao se buscar a resposta de fase ótima para um sistema é preciso considerar uma forma aproximada para tal resposta.

#### 3.2.1 - Aproximação Mínimos Quadrados [1]

Dada uma função de transferência  $D(\omega)$  de uma rede equalizadora, com M filtros de primeira ordem e N de segunda ordem:

$$D = 2 \sum_{i=1}^M \frac{\gamma_i}{\omega^2 + \gamma_i} + 4 \sum_{j=1}^N \frac{\alpha_j (\omega^2 + \alpha_j + \beta_j)}{(\omega^2 + \alpha_j + \beta_j)^2 + 4\alpha_j^2 \omega^2} \quad (3.2.1.1)$$

O conceito de erro para uma aproximação de mínimos quadrados é dado por:

$$\mathcal{E} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} [D_d(\omega) - D(\omega)]^2 d\omega, \quad (3.2.1.2)$$

onde  $D_d$  será o atraso desejado para a rede equalizadora. A integral da expressão (3.2.1.2) será aproximada por uma somatória de intervalos de frequência (método dos trapézios).

Considerando-se uma componente constante  $D_0$  no atraso de grupo da rede equalizada, a expressão para

o atraso desejado pode ser decomposta da seguinte forma:

$$D_d(\omega) = D_o - D_f(\omega), \quad (3.2.1.3)$$

onde  $D_f(\omega)$  é o atraso do filtro a ser equalizado.

O valor de  $D_o$  que minimiza o erro satisfaz a expressão:

$$\frac{d\varepsilon}{dD_o} = 2 \int_{\omega_1}^{\omega_2} [D_o - D_f(\omega) - D(\omega)] d\omega = 0 \quad (3.2.1.4)$$

que pode ser reescrita como:

$$D_o = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} [\theta_f(\omega_1) - \theta_f(\omega_2) + \theta(\omega_1) - \theta(\omega_2)] \quad (3.2.1.5)$$

Para inicialização do processo, as expressões apresentadas em (1.5.1.9) foram fixadas a partir dos casos práticos mais comuns, e podem agilizar o trabalho computacional.

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \Delta\omega(0.9 + i/10), \quad i = 1, 2, \dots, M. \\ (\alpha_j, \beta_j) &= (\Delta\omega, \omega_1 + (j - 0.5)\Delta\omega) \quad j = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (3.2.1.6)$$

onde  $M$  e  $N$  são o número de filtros passa-tudo de primeira e segunda ordem, respectivamente, para a rede equalizadora, e:

$$\Delta\omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{N} \quad (3.2.1.7)$$

### 3.2.2) Aproximação por Ondulações Iguais [4]

A função  $\bar{D}(\omega)$  representa o traçado de uma função qualquer a ser aproximada.

A equalização da rede passa-tudo para um atraso relativo é dada por:

$$R(\omega) = D(\omega) + Kc \quad (3.2.2.1)$$

sendo que  $D(\omega)$  é dado por (3.2.1.1) e  $Kc$  é uma constante.

Para um conjunto de  $k$  frequências, a função a ser aproximada e sua aproximação se coincidem, então:

$$R(\omega_k) = D_k + Kc = \bar{D}_k \quad k = 1, 2, \dots, M+2N+1. \quad (3.2.2.2)$$

A eliminação da constante  $Kc$  pode ser feita da seguinte forma:

$$G_k \hat{=} D_k - D_{M+2N+1} + \bar{D}_{M+2N+1} - \bar{D}_k = 0 \quad (3.2.2.3)$$

O particionamento para solução do sistema de equações em 'n' passos se faz necessário, e a rotina numérica poderá ser inicializada definindo-se:

$$\bar{D}^{(i)}(\omega) = D^{(o)}(\omega) + \frac{i}{n} [\bar{D}(\omega) - D^{(o)}(\omega)], \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.2.2.4)$$

onde  $i$  será o passo atual, e  $D^{(o)}(f)$  o atraso da rede equalizadora para os valores iniciais de  $\gamma_i$  e  $(\alpha_i, \beta_i)$  segundo a expressão (3.2.1.6).

As frequências iniciais para a solução das equações (3.2.2.3) são dadas por:

$$\omega_i = \omega_{\min} + (i - 0.5)(\omega_{\max} - \omega_{\min}) / (M + N + 1) \quad i = 1, 2, \dots, M+2N+1. \quad (3.2.2.5)$$

O procedimento para a obtenção das ondulações iguais consiste em considerar-se o erro da função a ser aproximada e a sua aproximação. Assim, atribuindo-se  $R^{(i)}(\omega)$  a solução da  $i$ ésima iteração, pode-se definir o erro como sendo:

$$E^{(i)}(\omega) = |R^{(i)} - \bar{D}(\omega)| \quad (3.2.2.6)$$

Selecionando-se a frequência  $\omega_k^{(i)}$ , na qual o máximo erro ocorrerá dentro de cada intervalo  $\omega_{k-1}^{(i)} \leq \omega \leq \omega_k^{(i)}$ , da seguinte forma:

o atraso desejado pode ser decomposta da seguinte forma:

$$D_d(\omega) = D_o - D_f(\omega), \tag{3.2.1.3}$$

onde  $D_f(\omega)$  é o atraso do filtro a ser equalizado.

O valor de  $D_o$  que minimiza o erro satisfaz a expressão:

$$\frac{d\varepsilon}{dD_o} = 2 \int_{\omega_1}^{\omega_2} [D_o - D_f(\omega) - D(\omega)] d\omega = 0 \tag{3.2.1.4}$$

que pode ser reescrita como:

$$D_o = \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} [\theta_f(\omega_1) - \theta_f(\omega_2) + \theta(\omega_1) - \theta(\omega_2)] \tag{3.2.1.5}$$

Para inicialização do processo, as expressões apresentadas em (1.5.1.9) foram fixadas a partir dos casos práticos mais comuns, e podem agilizar o trabalho computacional.

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \Delta\omega(0.9 + i/10), \quad i = 1, 2, \dots, M. \\ (\alpha_j, \beta_j) &= (\Delta\omega, \omega_1 + (j-0.5)\Delta\omega) \quad j = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \tag{3.2.1.6}$$

onde  $M$  e  $N$  são o número de filtros passa-tudo de primeira e segunda ordem, respectivamente, para a rede equalizadora, e:

$$\Delta\omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{N} \tag{3.2.1.7}$$

### 3.2.2) Aproximação por Ondulações Iguais [4]

A função  $\bar{D}(\omega)$  representa o traçado de uma função qualquer a ser aproximada.

A equalização da rede passa-tudo para um atraso relativo é dada por:

$$R(\omega) = D(\omega) + Kc \tag{3.2.2.1}$$

sendo que  $D(\omega)$  é dado por (3.2.1.1) e  $Kc$  é uma constante.

Para um conjunto de  $k$  frequências, a função a ser aproximada e sua aproximação se coincidem, então:

$$R(\omega_k) = D_k + Kc = \bar{D}_k \tag{3.2.2.2}$$

$k = 1, 2, \dots, M+2N+1.$

A eliminação da constante  $Kc$  pode ser feita da seguinte forma:

$$G_k \hat{=} D_k - D_{M+2N+1} + \bar{D}_{M+2N+1} - \bar{D}_k = 0 \tag{3.2.2.3}$$

O particionamento para solução do sistema de equações em 'n' passos se faz necessário, e a rotina numérica poderá ser inicializada definindo-se:

$$\bar{D}^{(i)}(\omega) = D^{(o)}(\omega) + \frac{i}{n} [\bar{D}(\omega) - D^{(o)}(\omega)], \tag{3.2.2.4}$$

$i = 1, 2, \dots, n.$

onde  $i$  será o passo atual, e  $D^{(o)}(f)$  o atraso da rede equalizadora para os valores iniciais de  $\bar{\gamma}_i$  e  $(\bar{\alpha}_i, \bar{\beta}_i)$  segundo a expressão (3.2.1.6).

As frequências iniciais para a solução das equações (3.2.2.3) são dadas por:

$$\omega_i = \omega_{\min} + (i-0.5)(\omega_{\max} - \omega_{\min}) / (M+N+1) \tag{3.2.2.5}$$

$i = 1, 2, \dots, M+2N+1.$

O procedimento para a obtenção das ondulações iguais consiste em considerar-se o erro da função a ser aproximada e a sua aproximação. Assim, atribuindo-se  $R^{(i)}(\omega)$  a solução da  $i$ ésima iteração, pode-se definir o erro como sendo:

$$E^{(i)}(\omega) = |R^{(i)} - \bar{D}(\omega)| \tag{3.2.2.6}$$

Selecionando-se a frequência  $\omega_k^{(i)}$ , na qual o máximo erro ocorrerá dentro de cada intervalo  $\omega_{k-1}^{(i)} \leq \omega \leq \omega_k^{(i)}$ , da seguinte forma:

$$\varepsilon_k^{(i)} \hat{=} E^{(i)}(\bar{\omega}_k^{(i)}) = \max_{\omega_{k-1}^{(i)} \leq \omega \leq \omega_k^{(i)}} [E^{(i)}(\omega)]$$

$$k = 1, 2, \dots, M+2N+1.$$

$$(3.2.2.7)$$

onde  $\omega_o^{(i)} = \omega_{min}$  e  $\omega_{M+N+2}^{(i)} = \omega_{max}$

As frequências para a próxima iteração podem ser obtidas por:

$$f_k^{(i+1)} = f_k^{(i)} + \alpha^{(i)} \left[ \frac{(\bar{f}_{k+1}^{(i)} - \bar{f}_k^{(i)})(\bar{\varepsilon}_{k+1}^{(i)} - \bar{\varepsilon}_k^{(i)})}{(\bar{\varepsilon}_{k+1}^{(i)} + \bar{\varepsilon}_k^{(i)})} \right]$$

$$(3.2.2.8)$$

onde:

$$\alpha^{(i)} = \alpha_2 + (\alpha_1 - \alpha_2) \varepsilon^{(i)}$$

$$(3.2.2.9)$$

, com  $\alpha_1 = 0.4$  e  $\alpha_2 = 0.8$ , constantes determinadas experimentalmente. E por fim:

$$\varepsilon^{(i)} = \frac{\min_k [\varepsilon_k^{(i)}]}{\max_k [\varepsilon_k^{(i)}]}$$

$$(3.2.2.10)$$

O ajuste de frequência segue até que  $\varepsilon^{(i)}$  se iguale à unidade.

#### 4 - Resultados

Partindo-se dos conceitos referentes a filtros passa-tudo, e utilizando-se de métodos numéricos para aproximação de funções, implementou-se um aplicativo computacional que otimizasse uma rede equalizadora de fase para sistemas genéricos e filtros de Butterworth, em particular. Com os recursos gráficos do aplicativo é possível uma análise da equalização efetuada.

Ao se acessar o programa a tela de apresentação é inicializada ao usuário. A próxima tela é a do menu de

opção, figura 4.a, exigindo-se a escolha do elemento a ser equalizado, que pode ser um filtro de Butterworth, ou um sistema genérico.

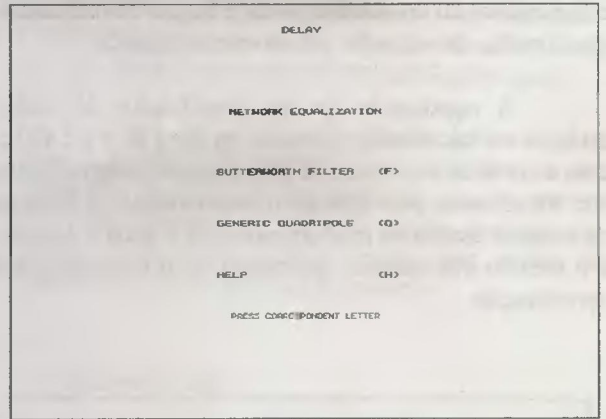


Figura 4.a - Tela do menu de opção

Após feita a seleção, o usuário se utilizará de campos na parte superior da tela, figura 4.b, que se segue à de opção, para a escolha do método de aproximação que será utilizado, além de dar entrada aos dados referentes ao dispositivo a ser equalizado, tais como: número de elementos e a frequência de corte do filtro ou arquivo de entrada do sistema genérico, quando for um dos dois casos, e a faixa de frequência que se efetuará a equalização. Também deve ser selecionado um número de estágios de filtros passa-tudo para se efetuar a equalização.

Os resultados finais do programa são apresentados da seguinte forma: os desenhos das redes de cada estágio do equalizador obtido, e os valores dos elementos que compoem cada uma daquelas, seguem de forma sequencial e localizados abaixo dos campos de entrada de dados, figura 4.b.

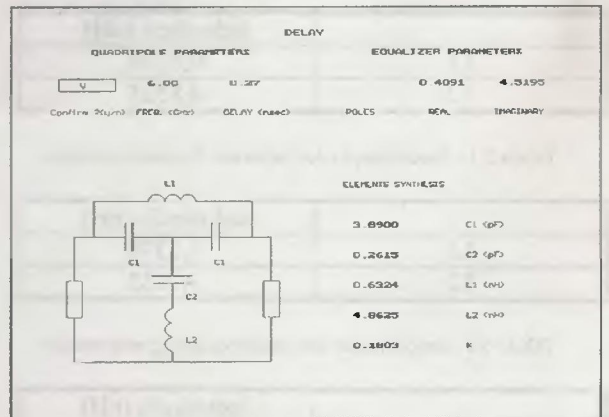


Figura 4.b - Tela de entrada de dados e de desenho dos estágios do equalizador

Após apresentados todos os estágios do equalizador, gráficos com a resposta em frequência do atraso de grupo do dispositivo, antes e depois de ser efetuado o ajuste, são apresentados separadamente. Também, a resposta em frequência do próprio equalizador poderá ser visualizada. Por fim, curvas comparativas do dispositivo, antes e depois de realizada a equalização, são traçadas sob um mesmo gráfico.

A equalização de um amplificador de multi-estágios em microondas operando na faixa de 4 a 6 GHz, com a curva do seu atraso de grupo apresentada na figura 4.c, foi efetuada pelo aplicativo desenvolvido. O número de estágios usados na rede equalizadora é igual a 3 (três), e o método dos mínimos quadrados foi o escolhido para aproximação.

	capacitância (pF)
C1	3,8900
C2	0,2155

Tabela 5.4 - Especificação dos capacitores do primeiro estágio

	capacitância (pF)
C1	3,1490
C2	0,2558

Tabela 5.5 - Especificação dos capacitores do segundo estágio

	capacitância (pF)
C1	3,3305
C2	0,1799

Tabela 5.5 - Especificação dos capacitores do terceiro estágio

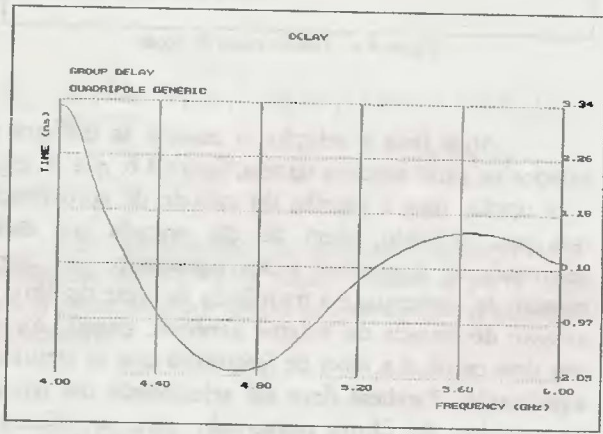


Figura 4.c - Resposta em frequência do amplificador

Todos os estágios da rede projetada para o amplificador possuem uma topologia igual à da figura 3.e, que é a mesma da saída gráfica na figura 4.b. Apenas os valores dos elementos de cada estágio se diferem, e tais valores fornecidos pelo programa estão dispostos nas tabelas 4.1 à 4.6.

	indutância (nH)
L1	0,5324
L2	4,8525

Tabela 5.1 - Especificação dos indutores do primeiro estágio

	indutância (nH)
L1	0,5399
L2	3,9352

Tabela 5.2 - Especificação dos indutores do segundo estágio

	indutância (nH)
L1	0,4375
L2	4,0383

Tabela 5.3 - Especificação dos indutores do terceiro estágio

A resposta em frequência do atraso de grupo do amplificador após ser equalizado é apresentada na figura 4.d.

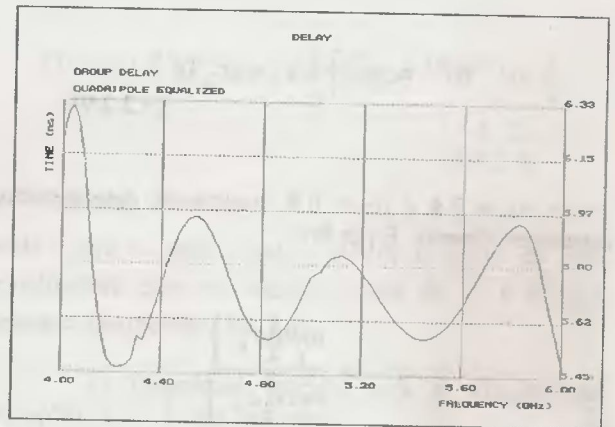


Figura 4.d - Resposta em frequência do amplificador equalizado

O comportamento da rede equalizadora pode ser visualizado na figura 4.e.

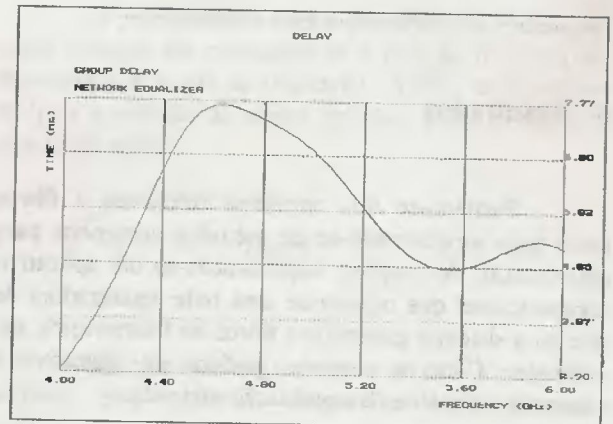


Figura 4.e - Resposta em frequência do equalizador de fase

As curvas do amplificador, com e sem a equalização, figura 4.f, permitem avaliar a correção efetivada pela rede passa-tudo proposta.

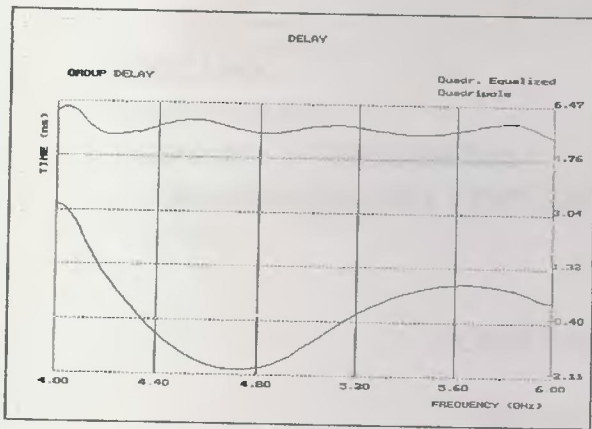


Figura 4.f - Resposta comparativa em frequência

Pela figura 4.f, nota-se um comportamento mais adequado para o atraso de grupo do amplificador na faixa de 4 a 6 GHz, após procedida a equalização.

A curva resultante para o sistema ajustado apresenta um traçado planar, sendo que as ondulações observadas são inerentes ao método numérico dos mínimos quadrados.

A figura 4.d apresenta de forma mais detalhada a resposta do amplificador equalizado, e as ondulações se mostram limitadas a uma faixa de tempo de 0,5ns. Tais ondulações poderiam ser minimizadas caso houvesse um acréscimo de mais estágios passa-tudo de segunda ordem, bastando ao usuário fornecer o número de estágios desejados.

## 5 - Discussão

As simulações realizadas com o aplicativo DELAY demonstraram que filtros passa-tudo de primeira e segunda ordem apresentam-se como alternativas eficientes para equalização de fase. A versatilidade e complementaridade dessas duas configurações permitiram um agrupamento em cascata para implementação de equalizadores que respondessem satisfatoriamente a sistemas genéricos, tais como filtros e amplificadores.

O auxílio de métodos numéricos para obtenção de uma resposta aproximada para o atraso de grupo ideal foi imprescindível, já que a diversidade de soluções para inúmeros sistemas exige geralmente uma elevada quantidade de estágios para a rede corretora de fase, e, desta forma, o número de variáveis a serem coordenadas,

para uma resposta ótima do atraso, torna a solução complexa.

Em particular, o método dos mínimos quadrados implementado para o cálculo da rede apresentou vantagens no que diz respeito a sua convergência absoluta para qualquer aproximação a ser realizada. No entanto, os seus resultados são ligeiramente inferiores àqueles obtidos pelo método das ondulações iguais.

Para as soluções alcançadas pelo método das ondulações (não apresentadas neste trabalho), as curvas corrigidas da resposta do atraso de grupo apresentam variações pequenas e algumas vezes desprezíveis. O ponto crítico deste método reside, para alguns casos aplicados, em sua difícil convergência.

## 6 - Referências

- [1] Blinichikoff, Herman J.; **Filtering in the Time and Frequency Domains**, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1976.
- [2] Williams, Arthur B.; **Electronic Filter Design Handbook**; Mc Graw-Hill, New York, 1981.
- [3] Daryanani, Gobind; **Principles of active Network Synthesis and Design**, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1976.
- [4] Crane, Roger L.; **All-Pass Network Synthesis**; IEE Trans Circuit Theory, Vol. CT-15, pp. 474-478, December 1968.
- [5] Dennis, John E.; **Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations**, Prentice-Hall, Inc., USA, 1983.