ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA MEDIANTE TRES ESTRATEGIAS DE CONTROL BASADO EN ESPACIO NULO, CONTROL EN MODO DESLIZANTE (SMC) Y TIPO PID APLICADAS A UNA FORMACIÓN DE MANIPULADORES MÓVILES

PROYECTO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO EN ELECTRÓNICA Y CONTROL

MOLINA HERRERA LUIS MIGUEL
luis.molina01@epn.edu.ec

SUÁREZ LÓPEZ JUAN CARLOS
juan.suarez01@epn.edu.ec

DIRECTOR: Ing. PAULO CÉSAR LEICA ARTEAGA, PhD.
paulo.leica@epn.edu.ec

CO-DIRECTOR: Ing. ÓSCAR EDUARDO CAMACHO QUINTERO, PhD.
oscar.camacho@epn.edu.ec

Quito, octubre 2016

DECLARACIÓN

Nosotros, Luis Miguel Molina Herrera y Juan Carlos Suárez López, declaramos bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de nuestra autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que hemos consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedemos nuestros derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normativa institucional vigente.

Luis Miguel Molina Herrera

Juan Carlos Suárez López

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Luis Miguel Molina Herrera y Juan Carlos Suárez López, bajo mi supervisión.

Ing. Paulo Leica, PhD	Ing. Oscar Camacho, PhD
DIRECTOR DE PROYECTO	CO-DIRECTOR DEL PROYECTO

AGRADECIMIENTO

A la vida, por darme la dicha de conocer personas muy valiosas. A Luis Emiliano y María Mercedes, por su sacrificio y dedicación, por estar al pendiente de mi durante toda mi vida.

A Carlos, Dany y Ricardo, por brindarme su apoyo y ser mi fortaleza, siempre estaré feliz de ser su hermano.

A mis tíos Tere y Fausto, por acogerme en su hogar, estaré eternamente agradecido.

A mi ñaña Adri, por ser mi amiga y mi apoyo incondicional, por estar en los buenos y malos momentos.

A mis demás tíos y primos, por sus muestras de cariño y afecto.

A Taty, por ser una gran amiga y una de las personas más importantes en mi vida.

A Juan Carlos, mi amigo y compañero, por su valioso desempeño durante el desarrollo de este trabajo.

Al PhD. Paulo Leica y PhD. Óscar Camacho, por sus enseñanzas, tiempo y dedicación para la realización de este trabajo.

A los JuNiOrS De BoCa, por ser mi familia universitaria, con quienes compartí buenos y malos momentos, por ser mis grandes amigos.

Lui

DEDICATORIA

A Luis Emiliano, María Mercedes, Carlitos, Dany, Ricardo y Evita.

Lui

AGRADECIMIENTO

A mis padres Juan Suárez y Teresa López, por haber estado ahí en los momentos buenos y malos durante toda la carrera, por ser el apoyo incondicional en todo momento de mi vida.

A Esthela Llanes mi “ÑAÑA”, por haberme apoyado y creído en mí, por estar dispuesta en todo momento a ayudarme en lo que sea, durante toda mi vida Universitaria.

A mis hermanos, Susana, Mónica, Gladys, Sonia, Luly y Santiago, por siempre estar ahí empujándome y no dejarme vencer en los momentos difíciles.

A mis sobrinos, Andrés, Ricardo, Sebastián, Tamara, Lissette, Jessica y Santiaguito, por todos esos momentos amenos que compartí junto a ellos.

A mi compañero y amigo Luis Molina, por su entrega y tenacidad para llevar a cabo y con éxito este trabajo.

Agradezco a los doctores, Ing. Paulo Leica, PhD, Ing. Oscar Camacho, PhD, por su apoyo, por guiarnos en el desarrollo de este proyecto de titulación y gracias por los conocimientos brindados para la culminación del mismo.

Y a todos los amigos y compañeros que estuvimos juntos en este reto universitario.

Juan Carlos

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mis padres Juan Suárez y Teresa López, por enseñarme que con esfuerzo y dedicación todo es posible en la vida.

A mi “ñaña” Esthela, a ella que ha dedicado su vida a apoyarme y cuidarme, a ella le estaré eternamente agradecido.

Juan Carlos

CONTENIDO

CAPÍTULO 1 ..... **1**

MARCO TEÓRICO **1**

1.1 INTRODUCCIÓN **1**

1.2 ROBÓTICA **3**

1.2.1 CLASES DE ROBOTS 3

1.2.1.1 Por el Método de Control 4

1.2.1.2 Por su Función 4

1.2.1.3 Por su Geometría 5

1.3 ROBOT MÓVIL **7**

ROBOT MÓVIL TIPO UNICICLO NO HOLONÓMICO 7

1.4 ROBOT MANIPULADOR **8**

1.5 EL MANIPULADOR MÓVIL **9**

1.6 ESTABILIDAD DE LYAPUNOV **10**

1.6.1 TEOREMA 1 12

1.6.2 TEOREMA 2 12

1.7 ÍNDICES DE RENDIMIENTO IAE E ICE **12**

1.8 CONCEPTOS DE ÁLGEBRA LINEAL **14**

1.8.1 MATRIZ INVERSA 14

1.8.1.1 Matriz inversa por la izquierda 14

1.8.1.2 Matriz inversa por la derecha 14

1.8.1.3 Obtención de la Matriz Pseudoinversa 15

1.8.2 ESPACIO NULO DE UNA MATRIZ 16

1.9 CONTROL DE POSICIÓN, CAMINO Y TRAYECTORIA **16**

1.9.1 CONTROL DE POSICIÓN 16

1.9.2 SEGUIMIENTO DE CAMINO 17

1.9.3 SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA 17
1.9 CONTROLADORES 18
1.9.1 CONTROL PID 18
1.9.1.1 Acción Proporcional 19
1.9.1.2 Acción Integral 19
1.9.1.3 Acción Proporcional-Integral 19
1.9.1.4 Acción Derivativa 20
1.9.1.5 Acción Proporcional-Derivativa (PD) 20
1.9.1.6 Acción Proporcional-Integral-Derivativo (PID) 20
1.9.2 CONTROL BASADO EN ESPACIO NULO 21
1.9.3 CONTROL EN MODO DESLIZANTE 21
1.10 EVASIÓN DE OBSTÁCULOS POR CAMPOS POTENCIALES 23
CAPÍTULO 2 26
DESARROLLO DE ALGORITMOS DE CONTROL 26
2.1 CINEMÁTICA DEL MANIPULADOR MÓVIL 26
2.2 DINÁMICA DEL MANIPULADOR MÓVIL 31
2.3 FORMACIÓN DE MANIPULADORES MÓVILES 32
2.4 MODELACIÓN DE LA PLANTA 34
2.5 DISEÑO DEL CONTROLADOR TIPO PID 35
2.5.1 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD POR REALIMENTACIÓN 37
2.5.2 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD POR LYAPUNOV 37
2.6 DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN ESPACIO NULO 38
ANÁLISIS DE ESTABILIDAD POR REALIMENTACIÓN 40
2.6.1.1 Análisis de estabilidad de la tarea 1 40
2.6.1.2 Análisis de estabilidad de la tarea 2 41
2.7 DISEÑO DEL CONTROLADOR EN MODO DESLIZANTE 42

2.8 DISEÑO DEL CONTROLADOR DE EVASIÓN DE OBSTÁCULOS BASADO EN ESPACIO NULO 46

2.9 DISEÑO DEL CONTROLADOR DINÁMICO 48

ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DEL CONTROLADOR 49

CAPÍTULO 3 51

DESARROLLO HMI 51

3.1 SIMULINK 51

3.2 GUI 51

3.2.1 ELEMENTOS DE GUI 51

3.3 INTERFAZ GRÁFICO 52

3.3.1 CARPETA PRINCIPAL 53

3.3.2 COPIAR DIRECCIONES 53

3.3.3 EJECUTAR 54

3.3.4 INICIAR INTERFAZ 58

3.3.5 ELEGIR OPCIONES 58

3.3.6 ELEGIR MODELOS 59

3.3.6.1 Controladores sin obstáculos 59

3.3.6.1.1 Modelo Cinemático 60

3.3.6.1.2 Modelo Dinámico 64

3.3.6.2 Controlador con obstáculos 70

CAPÍTULO 4 76

SIMULACIONES Y RESULTADOS 76

4.1 INTRODUCCIÓN 76

4.2 TRAYECTORIAS Y PARÁMETROS DEL MANIPULADOR MÓVIL 77

4.3 EXPERIMENTO 1: COMPARACIÓN DE LOS CONTROLADORES TIPO PID, BASADO EN ESPACIO NULO Y MODO DESLIZANTE EN TRAYECTORIA TIPO CUADRADO. 78

4.4 EXPERIMENTO 2: COMPARACIÓN DE LOS CONTROLADORES TIPO PID, BASADO EN ESPACIO NULO Y MODO DESLIZANTE EN TRAYECTORIA TIPO OCHO. 82

4.5 EXPERIMENTO 3: CONTROLADOR DE EVASIÓN DE OBSTÁCULOS BASADO EN ESPACIO NULO EN TRAYECTORIA TIPO CUADRADO. 86

4.6 EXPERIMENTO 4: CONTROLADOR DE EVASIÓN DE OBSTÁCULOS BASADO EN ESPACIO NULO EN TRAYECTORIA TIPO OCHO. 91

4.7 EXPERIMENTO 5: DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES TIPO PID CINEMÁTICO, Y TIPO PID CINEMÁTICO-DINÁMICO EN PLANTA DINÁMICA PARA LA TRAYECTORIA TIPO CUADRADO. 95

4.8 EXPERIMENTO 6: DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES BASADO EN ESPACIO NULO CINEMÁTICO, Y CINEMÁTICO-DINÁMICO EN PLANTA DINÁMICA PARA LA TRAYECTORIA TIPO OCHO. 99

4.9 EXPERIMENTO 7: DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES MODO DESLIZANTE CINEMÁTICO, Y CINEMÁTICO-DINÁMICO EN PLANTA DINÁMICA PARA LA TRAYECTORIA TIPO CÍRCULO. 102

CAPÍTULO 5 106

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 106

5.1 CONCLUSIONES 106

5.2 RECOMENDACIONES 107

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 109

ANEXOS 115

ANEXO A 119

COMPARACIÓN DE LOS CONTROLADORES TIPO PID, SMC Y ESPACIO NULO 119

A.1 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO SINUSOIDE 119

A.2 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO CÍRCULO 122

ANEXO B 127

CONTROLADOR DE EVASIÓN DE OBSTÁCULOS BASADO EN ESPACIO NULO 127

B.1 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO SINUSOIDE 127

B.2 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO CÍRCULO 131

ANEXO C 136

DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES TIPO PID CINEMÁTICO, Y TIPO PID CINEMÁTICO-DINÁMICO EN PLANTA DINÁMICA 136

C.1 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO OCHO 136

C.2 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO SINUSOIDE 139

C.3 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO CÍRCULO 143

ANEXO D 147

DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES BASADO EN ESPACIO NULO CINEMÁTICO, Y CINEMÁTICO-DINÁMICO EN PLANTA DINÁMICA 147

D.1 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO CUADRADO 147

D.2 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO SINUSOIDE 150

D.3 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO CÍRCULO 154

ANEXO E 158

DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES MODO DESLIZANTE CINEMÁTICO, Y CINEMÁTICO-DINÁMICO EN PLANTA DINÁMICA 158

E.1 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO CUADRADO 158

E.2 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO OCHO 161

E.3 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO CÍRCULO 165

ANEXO F 169

HOJA DE DATOS DEL ROBOT MÓVIL PIONEER 3-AT 169

RESUMEN

En este trabajo se analiza el desempeño de diferentes controladores para el seguimiento de trayectoria en una formación de manipuladores móviles de tres grados de libertad.

Los controladores implementados para el seguimiento de trayectoria de la formación de manipuladores son: tipo PID, basado en Espacio Nulo y Modo Deslizante, cada uno diseñado a partir del modelo cinemático del manipulador móvil. Posteriormente, se analiza el desempeño de los controladores mediante los índices de rendimiento ICE (índice del cuadrado del error) e IAE (índice del valor absoluto del error) y se hace una comparativa para la determinación del desempeño de cada uno.

En segundo lugar, se diseñó un controlador de evasión de obstáculos basado en Espacio Nulo usando la técnica de campos potenciales.

Por otra parte, se hace el análisis de la dinámica del manipulador móvil; se propone añadir un controlador dinámico al cinemático debido a la nueva referencia de velocidades lineal y angular de dicho manipulador.

Para el desarrollo e implementación de los algoritmos de control propuestos, se usó el software Matlab, con su plataforma Simulink, para el análisis de resultados y desempeño.

Finalmente, se desarrolló una interfaz gráfica usando Matlab-GUI (Graphical User Interface), con el objetivo de visualizar los resultados obtenidos durante la simulación para cada uno de los casos propuestos en este trabajo.

PRESENTACIÓN

El objetivo de este trabajo es implementar el seguimiento de trayectoria mediante estrategias de control aplicadas a una formación de manipuladores móviles de tres grados de libertad.

El Capítulo 1 presenta una breve historia acerca de la robótica: leyes y una clasificación aproximada; el concepto del robot móvil, robot manipulador, y el robot manipulador móvil. Se menciona la definición de estabilidad de Lyapunov e índices de rendimiento ICE e IAE para el análisis de desempeño de los controladores; diferentes conceptos matemáticos que se usarán en este proyecto y definiciones de los controladores a implementarse. También se hace referencia a la técnica de evasión de obstáculos por campos potenciales.

En el Capítulo 2 se estudia el modelo cinemático y dinámico del manipulador móvil. Se desarrolla los algoritmos de control: tipo PID, basado en Espacio Nulo y Modo Deslizante. Además, se diseña un controlador con Evasión de Obstáculos basado en Espacio Nulo, cuya prioridad será mantener la estructura de la formación. Finalmente, se implementa un controlador dinámico que será añadido al controlador cinemático para la planta dinámica.

El Capítulo 3 muestra el desarrollo de un HMI (Human Machine Interface, Interfaz Hombre-Máquina por sus siglas en inglés) con el fin de observar el desempeño de cada uno de los controladores implementados en la formación.

En el Capítulo 4 se presenta los resultados obtenidos de los controladores propuestos para el seguimiento de trayectoria; desempeño del controlador con Evasión de Obstáculos basado en Espacio Nulo, y el performance de los controladores tipo PID, basado en Espacio Nulo y Modo Deslizante para la planta dinámica.

En el Capítulo 5 se presenta las conclusiones y recomendaciones.

CAPÍTULO 1

MARCO TEÓRICO

1.1 INTRODUCCIÓN

En 1945, Leonardo Da Vinci diseña un autómata a partir de una armadura medieval (Figura 1.1). En 1950, en base a sus diseños, se comprobó que el autómata funcionaba con una sincronización perfecta, podía mover brazos, cuello y mandíbula [1].

Figura 1.1. El robot de Leonardo Da Vinci [1].

El primer robot de la historia tal como lo conocemos ahora, *Elecktro* (Figura 1.2) fue creado por la sede en Pittsburgh, Westinghouse Electric Corporation, en Mansfield, Ohio entre 1937 y 1938. Este robot mide dos metros de altura, pesa 265 libras, apariencia humanoide, podía caminar por comando de voz y podía decir 700 palabras. [2]

George Devol patenta el primer manipulador programable, siendo éste considerado el primer robot industrial [3]. En este punto, se ha ido desarrollando un sinnúmero de robots con el fin de facilitar tareas, poder manipular objetos que pueden ser peligrosos para el ser humano.

La evolución del robot ha ido avanzando, ahora existen androides capaces de ganar al humano en un juego de ajedrez, hasta imitar los movimientos de un bebé; el desarrollo de inteligencias artificiales hace que los robots se parezcan más a sus creadores.

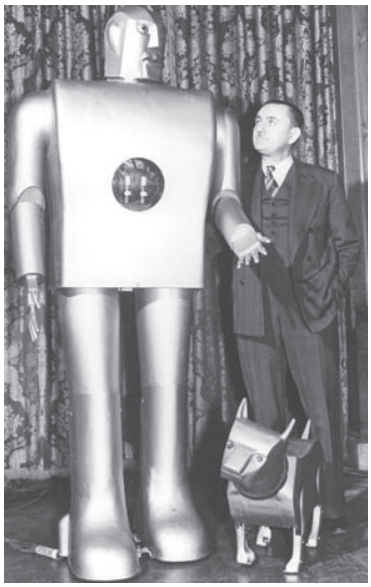


Figura 1.2. Robot Elektro [2].

Un nuevo concepto se ha introducido en los últimos tiempos: cooperación entre robots, con la finalidad de facilitar aún más la tarea de un solo robot. Las líneas ensambladoras de automóviles aplican esta configuración, por lo que la producción es mucho más eficiente en un tiempo corto (Figura 1.3).

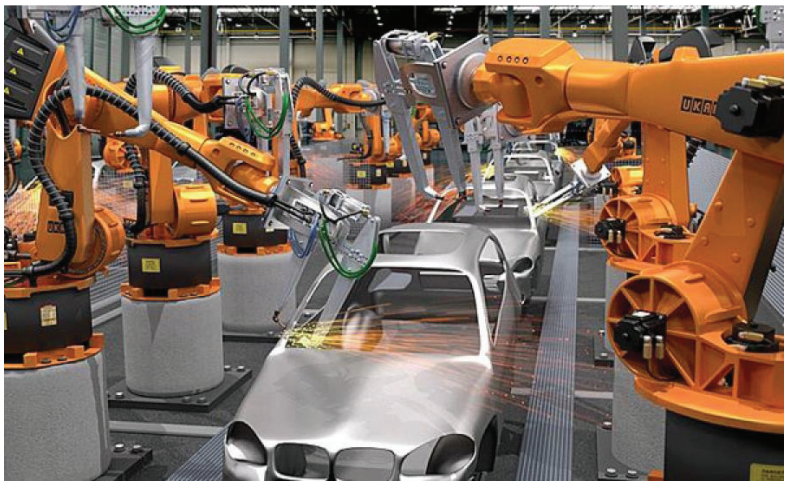


Figura 1.3. Línea de ensamblaje automotriz [4].

En este trabajo se estudiará la formación de manipuladores móviles: una formación trabajará de mejor manera debido a que, en la práctica, podrán levantar objetos más pesados y llevarlos a su destino, este tipo de cooperación aplica para misiones de rescate, exploración de campos, y en la industria trasladando cargas de un lugar a otro manteniendo una trayectoria.

Por otra parte, los manipuladores móviles trabajan en espacios no estructurados donde existen obstáculos que es muy normal en entornos industriales, por la cual la implementación de un algoritmo de evasión de obstáculos es fundamental.

1.2 ROBÓTICA

Según el Diccionario de la Lengua Española, Robótica es *parte de la ingeniería que se ocupa de la aplicación de la informática al diseño y uso de máquinas que sustituyan a las personas en la realización de diferentes tareas o funciones.*

Otra definición de robótica: *La Robótica es aquella rama dentro de la Ingeniería que se ocupa de la aplicación de la informática al diseño y al uso de máquinas con el objetivo que de lo que de esto resulte pueda de alguna manera sustituir a las personas en la realización de determinadas funciones o tareas* [5].

La Robótica está regida por tres leyes, escritas por Isaac Asimov, formuladas en 1942 en el relato *El círculo vicioso de Asimov* [6]:

1. Un robot no hará daño a un ser humano o, por inacción, permitir que un ser humano sufra daño.
2. Un robot debe obedecer las órdenes dadas por los seres humanos, excepto si estas órdenes entrasen en conflicto con la 1ª Ley.
3. Un robot debe proteger su propia existencia en la medida en que esta protección no entre en conflicto con la 1ª o la 2ª Ley.

1.2.1 CLASES DE ROBOTS [7]

Los robots pueden clasificarse por el Método de Control, por su Función y por su Geometría.

1.2.1.1 Por el Método de Control

- No servo-controlados
- Servo-controlados
- Servo-controlados punto a punto

1.2.1.2 Por su Función

- De Producción

  Generalmente usados en la industria (Figura 1.4), pueden a su vez ser de manipulación, de fabricación, de ensamblado y de prueba.

Figura 1.4. Robots en industria [8].

- De Exploración

  Usados para obtener datos acerca de terreno desconocido, pueden ser exploración terrestre, minera, oceánica, espacial, etc. (Figura1.5)

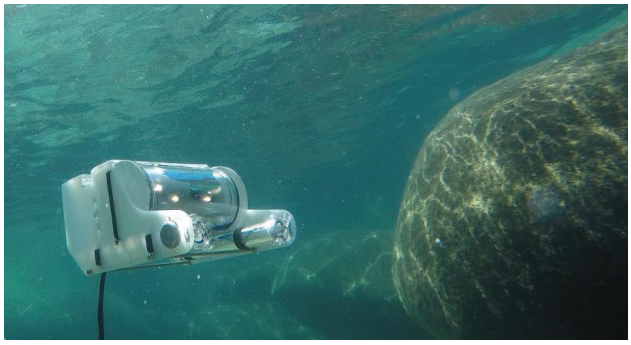


Figura 1.5. Robot de exploración submarina de bajo costo OpenRov [9]

- De Rehabilitación
  Utilizados para ayudar a discapacitados. (Figura 1.6)

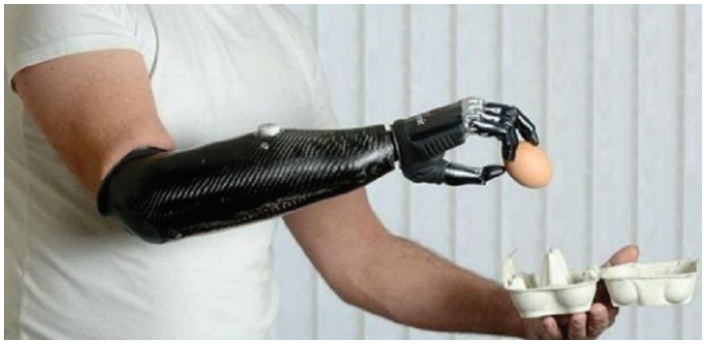


Figura 1.6. Prótesis robótica de brazo [10].

1.2.1.3 Por su Geometría

Esta clasificación tiene que ver con los manipuladores, en los que podemos mencionar:

- Robot Cartesiano
  Tiene tres ejes de movimiento lineal PPP (Prismático Proporcionado), perpendiculares entre sí. (Figura 1.7)

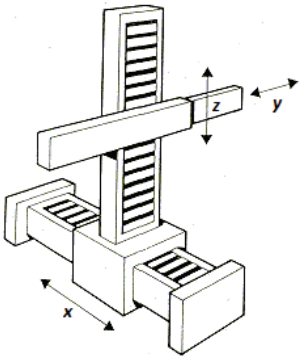


Figura 1.7. Robot Cartesiano.

- Robot Cilíndrico: se trata de un robot RPP (Rotacional Prismático Prismático), con movimiento rotacional en la base y dos ejes lineales perpendiculares, como se muestra en la Figura 1.8.

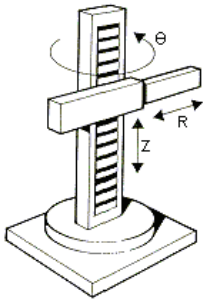


Figura 1.8. Robot Cilíndrico.

- Robot Esférico o Polar

  Se halla formada por dos ejes rotacionales perpendiculares y uno lineal, como se observa en la Figura 1.9.

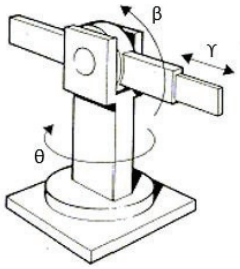


Figura 1.9. Robot Esférico o Polar.

- Robot Angular

  Es un tipo de robot que está formado por tres ejes rotacionales como se observa en la Figura 1.10.

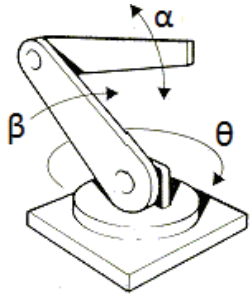


Figura 1.10. Robot Angular.

- Robot Scara

  Se trata de dos ejes rotacionales paralelos y un eje lineal también paralelo a ambos, de desplazamiento vertical, este tipo de configuración (Figura 1.11) produce robots muy rápidos y de muy alta precisión.

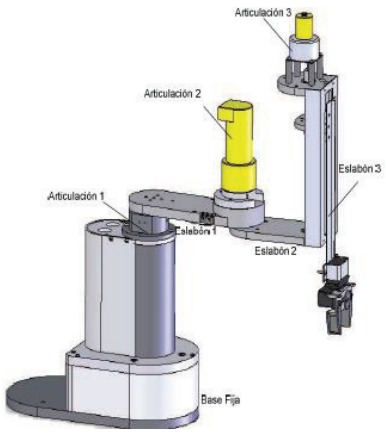


Figura 1.11. Robot Scara [11].

1.3 ROBOT MÓVIL

Un robot móvil es un dispositivo de transporte automático, es decir, una plataforma mecánica dotada de un sistema de locomoción capaz de navegar a través de un determinado ambiente de trabajo [12].

Figura 1.12. Robot móvil SUMMIT [13].

Este tipo de robot se desplaza a lo largo de una superficie con múltiples fines: exploración de terrenos agrestes, ubicación de víctimas en un desastre natural, etc.

1.3.1 ROBOT MÓVIL TIPO UNICICLO NO HOLONÓMICO

Esta clase de robot móvil tiene una cinemática muy sencilla debido a su estructura, por lo que es ideal para uso de investigación [12]. Generalmente conformado por dos ruedas de tracción diferencial más una rueda loca, un ejemplo se tiene al robot Pioneer 3-DX (Figura 1.13).

Figura 1.13. Robot Pioneer 3-DX [14].

La restricción no – holonómica hace referencia al tipo de movimiento que puede realizar: debido a sus ruedas fijas, el robot puede moverse hacia atrás o adelante, mas no puede a los lados (Figura 1.14). Para realizar ese desplazamiento, debe existir una fuerza externa que obligue a realizar dicho movimiento [15]. Un robot es no-holonómico, cuando sus ecuaciones diferenciales no son integrables. [16].

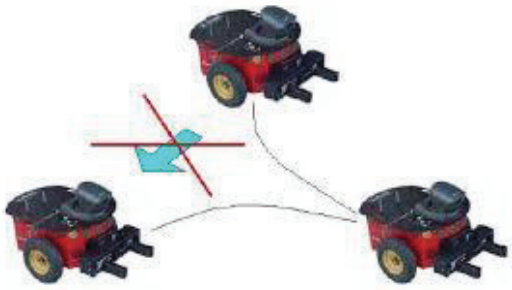


Figura 1.14. Restricción no – holonómica [17].

1.4 ROBOT MANIPULADOR

Según la definición del *Robot Institute of America,* un robot industrial es un manipulador programable multifuncional diseñado para mover materiales, piezas, herramientas o dispositivos especiales, mediante movimientos variados, programados para la ejecución de distintas tareas.

Básicamente, un manipulador comprende de un brazo articulado en el cual se programa diferentes movimientos para cumplir una tarea determinada. Este tipo de robot es usado generalmente en la industria (Figura 1.15a), aunque también se ha ampliado a campos como la medicina (Figura 1.15b).

(a) **(b)**

Figura 1.15. (a) Manipulador alimentando una máquina de tablero de control numérico [18]. **(b)** Robot Da Vinci XI [19].

1.5 EL MANIPULADOR MÓVIL

El manipulador móvil se puede definir como una máquina que puede tomar objetos y trasladarlos de un punto a otro. Esta clase es mucho más versátil, debido a que no se limita a trabajar en un espacio fijo, sino que puede recorrer cierta distancia y expandir su campo de acción.

Uso de estas máquinas se dan en el campo militar (Figura 1.16a), incluso en el campo espacial debido a que se puede operar desde distancias lejanas, esto hace que el manipulador móvil tenga una mayor utilidad: tomar objetos que podrían resultar ser peligrosos para el ser humano, o explorar y tomar muestras de terreno en un planeta desconocido (Figura 1.16b).

(a) **(b)**

Figura 1.16. (a) Vehículo no tripulado terrestre de pequeño tamaño (SUGV) iRobot 310 [20]. **(b)** Robot Curiosity, NASA [21].

1.6 ESTABILIDAD DE LYAPUNOV [22]

Sea un sistema dinámico, autónomo y estacionario, lineal o no lineal,

$$\frac{dx_a(t)}{dt} = F\big(x_a(t)\big)$$

Siendo $x_a(t)$ un vector de estado. Un punto se dice de equilibrio si se cumple que:

$$\frac{dx_a(t)}{dt} = F(c) = 0$$

Para saber si $x_a(t) = c$ es estable, se hace una transformación de coordenadas $x = x_a - c$, entonces se tiene que:

$$\frac{dx}{dt} = F(x)\,; F(0) = 0$$

Se toma las siguientes consideraciones:

- El dominio de aplicación R o hiperesfera R, siendo R real, positivo y finito, tal que:

$$\|x\| < R\,;\ \|x\| = \sqrt{{x_1}^2 + {x_2}^2 + \cdots + {x_n}^2}$$

- El dominio de los orígenes de trayectorias o hiperesfera δ.
- La región de trayectorias estables o hiperesfera ϵ.

$$\delta \leq \epsilon \leq R$$

Para el punto de equilibrio $x = 0$, se tiene las siguientes definiciones:

Estable: si $\forall \epsilon > 0$, $\exists \delta > 0$ tal que una trayectoria con inicio en x_0 pertenece a la hiperesfera δ y $\|x\| < \epsilon, \forall t \geq 0$.

Asintóticamente estable: si $\forall \epsilon > 0$, $\exists \delta > 0$ tal que una trayectoria con inicio en x_0 pertenece a la hiperesfera δ y $x(t) \to 0$ cuando $t \to \infty$.

Inestable: si para $0 < \epsilon < R, \forall \delta \ll 0$ tal que una trayectoria con inicio en x_0 pertenece a la hiperesfera δ, sale fuera de la hiperesfera δ.

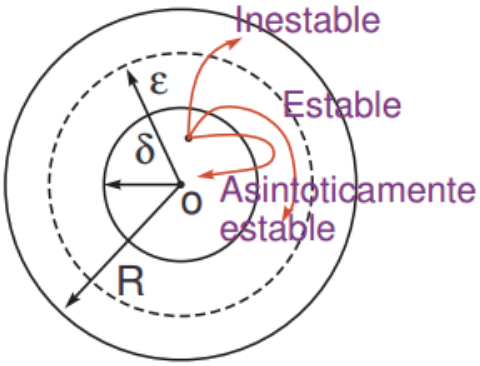


Figura 1.17. Estabilidad e inestabilidad alrededor del punto de equilibrio

La estabilidad de Lyapunov analiza la estabilidad de cualquier sistema sin resolver las ecuaciones. Para esto, se basa en las propiedades de una función $V(x)$ (función de Lyapunov) de los estados de los sistemas.

La función de Lyapunov corresponde a una hiperesfera de radio $V(x)$, de contornos cerrados diferentes (C1 y C2, ver Figura 1.18), y que no se intersecan. Si una trayectoria cruza las hiperesferas de fuera hacia dentro, la trayectoria converge al origen, esto quiere decir que $V(x)$ tiene un decrecimiento a lo largo de esta trayectoria.

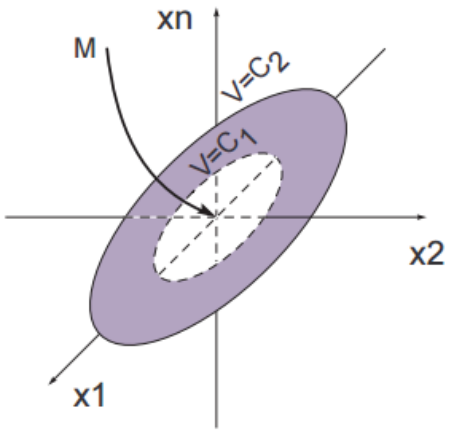


Figura 1.18. Función de Lyapunov.

Sea $V(x)$ una función escalar invariante en el tiempo, y S una región acotada y cerrada en el espacio x que contiene al origen, si $\forall x\ x \in S$ se cumple que:

- $V(x)$ es continua en S.

- $V(0) = 0$
- Para todo $x \neq 0$ se tiene diferentes casos (Figura 1.19):

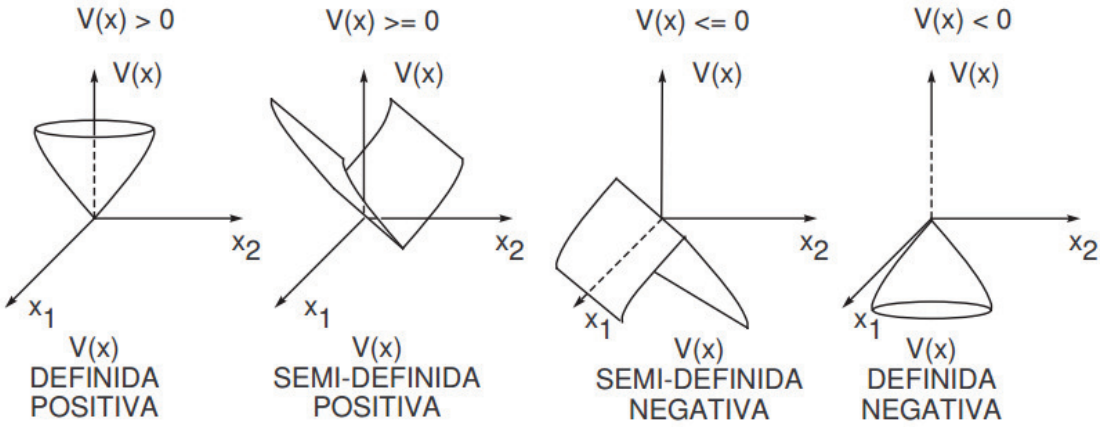


Figura 1.19. Casos para $V(x)$.

1.6.1 TEOREMA 1

El punto de equilibrio $x = 0$ del sistema $\dot{x} = f(x)$, es estable en la región S alrededor del origen si:

- $\exists V(x)$ definida positiva en S.
- $\dot{V}(x)$ es semi-definida negativa en S respecto a las soluciones de $\dot{x} = f(x)$.

1.6.2 TEOREMA 2

El punto de equilibrio $x = 0$ es asintóticamente estable en la región S alrededor del origen si:

- $\exists V(x)$ definida positiva en S.
- $\dot{V}(x)$ es definida negativa en S respecto a las soluciones de $\dot{x} = f(x)$.

Este teorema es más restrictivo que el teorema 1, debido a que toda la trayectoria converge a cero.

1.7 ÍNDICES DE RENDIMIENTO IAE E ICE

Para el análisis del rendimiento de los controladores, se evaluará mediante los parámetros IAE (índice del valor absoluto del error) e ICE (índice del cuadrado del

error). Como el error está en función del tiempo que dura la respuesta, éste se debe minimizar; la suma de ese error en cada instante de tiempo es la integral del área sombreada (Figura 1.20).

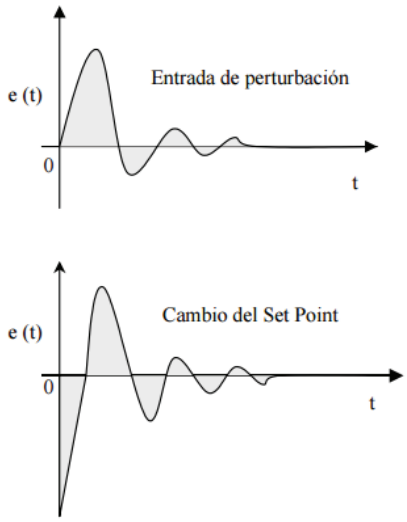


Figura 1.20. Integrales del error [23].

Es por esto, que se introduce los conceptos de IAE e ICE para la determinación del desempeño de un controlador.

La definición del IAE viene dada por:

$$IAE = \int_0^\infty |e(t)|dt$$

Y el valor del ICE de la siguiente manera:

$$ICE = \int_0^\infty [e(t)]^2 dt$$

La diferencia entre el criterio *IAE* y el *ICE*, es que con el *ICE* se tiene más ponderación para errores grandes, los cuales se presentan generalmente al inicio de la respuesta, y menor ponderación para errores pequeños, los cuales se presentan al final de la respuesta [23].

1.8 CONCEPTOS DE ÁLGEBRA LINEAL

Se definirá algunos conceptos esenciales que permitirán el desarrollo de los controladores.

1.8.1 MATRIZ INVERSA [24]

Se dice que una matriz cuadrada A es inversible, si existe una matriz B con la propiedad de que

$$AB = BA = I$$

Siendo I la matriz identidad. Denominamos a la matriz B la inversa de A y la denotamos por A^{-1}. Una matriz se dice que es inversible o regular si posee inversa. En caso contrario, se dice que es singular.

Cuando las matrices no son cuadradas (de dimensión $m \times n$, siendo $m \neq n$), es necesario aplicar un nuevo concepto: matriz inversa por la izquierda/derecha.

1.8.1.1 Matriz inversa por la izquierda [25]

Sea una matriz $A_{m\times n}$ para $m > n$, existe una matriz $L_{n\times m}$de tal manera que:

$$L_{n\times m}\, A_{m\times n} = I_{n\times n}$$

Entonces se dice que $L_{n\times m}$ es una inversa por la izquierda de $A_{m\times n}$.

1.8.1.2 Matriz inversa por la derecha [25]

Sea una matriz $A_{m\times n}$ para $m < n$, existe una matriz $R_{n\times m}$de tal manera que:

$$A_{m\times n}\, R_{n\times m} = I_{m\times m}$$

Entonces se dice que $R_{n\times m}$ es una inversa por la derecha de $A_{m\times n}$.

A las matrices $L_{n\times m}$ y $R_{n\times m}$ se las conoce como matrices *pseudoinversas*, y se denota por A^{+}.

1.8.1.3 Obtención de la Matriz Pseudoinversa [25]

1.8.1.3.1 Obtención de la matriz pseudoinversa por la derecha (para matrices de menor número de filas que columnas)

La matriz $R_{m\times n}$ se calcula a partir de la construcción de la matriz $C_{n\times n}$:

$$A\,A^t = C$$

Si $det|C| \neq 0$, entonces existe una matriz invertible C^{-1}, entonces:

$$A\,A^t\,C^{-1} = C\,C^{-1}$$

$$A\,A^t\,C^{-1} = I = A\,R$$

Siendo $R = A^t\,C^{-1} = A^t\,(A\,A^t)^{-1}$

Por lo tanto, la pseudoinversa por la derecha de A es:

$$A^+ = A^t\,(A\,A^t)^{-1}$$

1.8.1.3.2 Obtención de la matriz pseudoinversa por la izquierda (para matrices de mayor número de filas que columnas)

La matriz $L_{n\times m}$ se calcula a partir de la construcción de la matriz $C_{n\times n}$:

$$A^tA = C$$

Si $det|C| \neq 0$, entonces existe una matriz invertible C^{-1}, entonces:

$$C^{-1}A^t\,A = C^{-1}\,C$$

$$C^{-1}A^t\,A = I = L\,A$$

Donde $L = C^{-1}\,A^t = (A^t\,A)^{-1}\,A^t$.

Entonces, la pseudoinversa de A por la izquierda será:

$$A^+ = (A^tA)^{-1}A^t$$

1.8.2 ESPACIO NULO DE UNA MATRIZ [26]

Sea $A_{m\times n} \in \mathcal{R}^{m\times n}$ una matriz de coeficientes $a_{ij} \in \mathcal{R}$. Se define al espacio columna al espacio generado por las columnas de dicha matriz:

$$Col(A) =< a_1, a_2, \dots, a_n >, Col(A) \subseteq \mathcal{R}^m$$

Donde a_i representa las columnas de A.

De igual manera, el espacio fila de A es el espacio generado por las filas de esa matriz:

$$Fil(A) =< f_1, f_2, \dots, f_n >, Fil(A) \subseteq \mathcal{R}^n$$

El espacio nulo de la matriz A, $Nul(A)$, se denomina a la variedad formada por todos los vectores $x \in \mathcal{R}^n$ tal que $Ax = 0_{\mathcal{R}^m}$, donde $0_{\mathcal{R}^m}$ es el vector nulo del espacio vectorial $\mathcal{R}^m$.

Las relaciones de ortogonalidad entre sub-espacios son:

$Col(A^T) = Fil(A)$: el espacio columna transpuesto de A es ortogonal al espacio fila de A.

$Fil(A^T) = Col(A)$: el espacio fila transpuesta de A es ortogonal al espacio columna de A.

$Nul(A) \perp Fil(A)$: el espacio nulo de la matriz A es perpendicular al espacio fila de A.

$Col(A) \perp Nul(A)$: el espacio columna de A es perpendicular al espacio nulo de la matriz A.

1.9 CONTROL DE POSICIÓN, CAMINO Y TRAYECTORIA [27]

1.9.1 CONTROL DE POSICIÓN

Es posicionar en un punto del espacio con una orientación deseada, es decir, desde un punto inicial se requiere que el robot se dirija a un punto final (Figura 1.21)

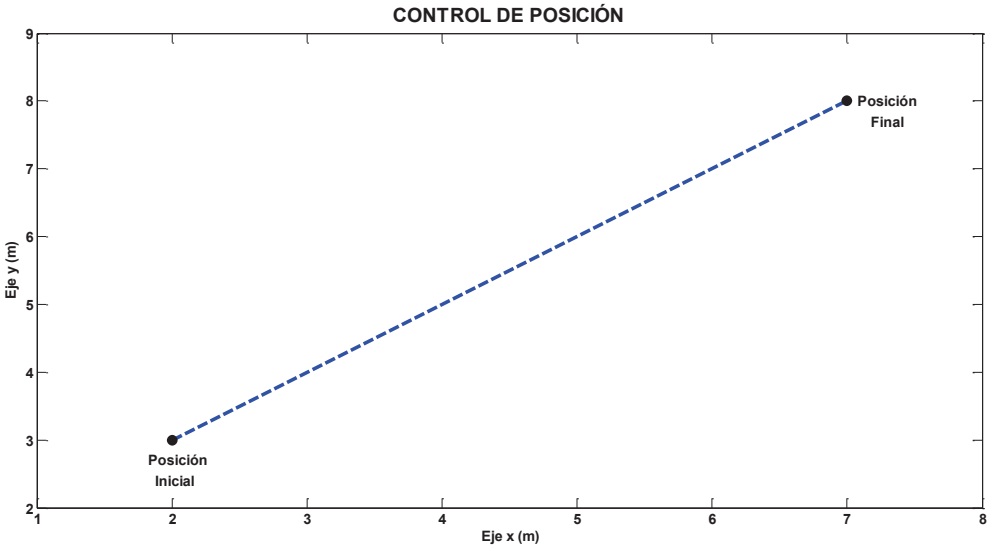


Figura 1.21. Control de Posición.

1.9.2 SEGUIMIENTO DE CAMINO

Un camino es la unión de dos puntos en el plano. En este caso, el robot sigue una ruta o camino, sin ninguna especificación de tiempo (Figura 1.22)

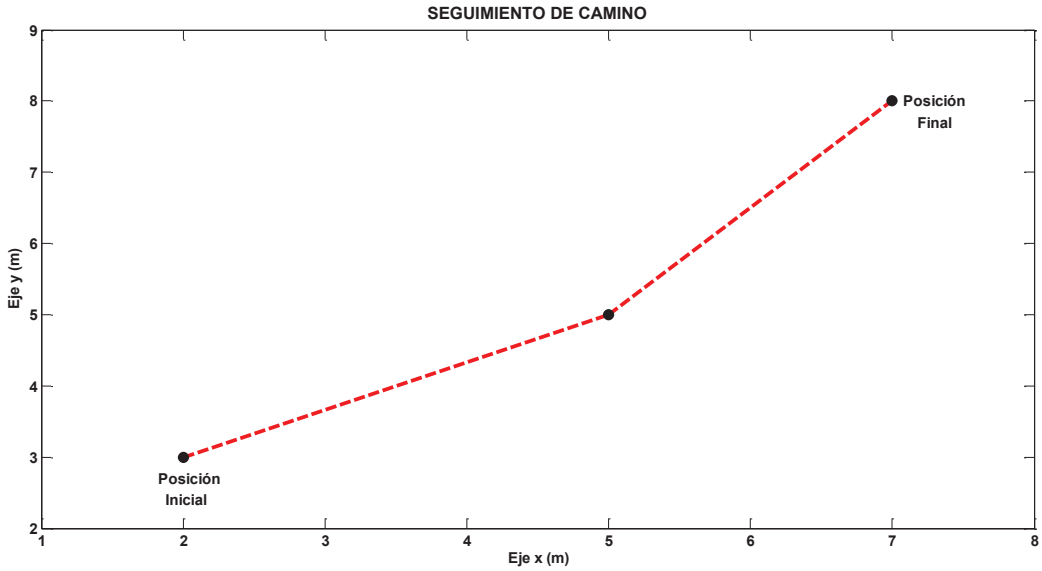


Figura 1.22. Seguimiento de Camino.

1.9.3 SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA

En este caso, se desea que el robot siga una trayectoria parametrizada en el tiempo, es decir, que recorra una ruta en un tiempo determinado (Figura 1.23).

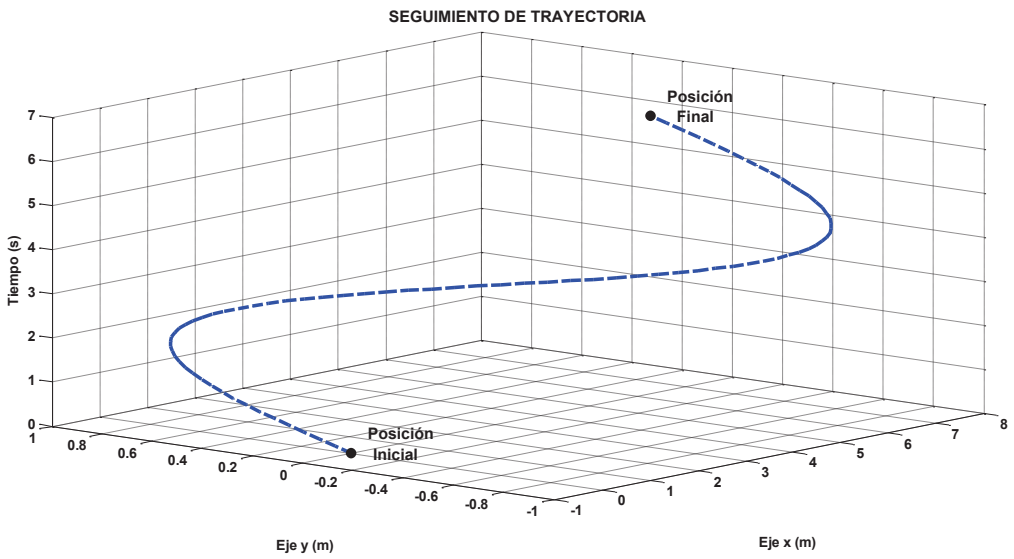


Figura 1.23. Seguimiento de Camino.

1.9 CONTROLADORES

En este trabajo se desarrollarán tres estrategias de control: tipo PID, basado en Espacio Nulo y Modo Deslizante (SMC, Sliding Mode Controller, por sus siglas en inglés).

1.9.1 CONTROL PID

La mayoría de controladores en los sistemas son de tipo PID [28], debido a su simple implementación. El sistema en lazo cerrado se puede apreciar en la Figura 1.24, donde $R(s)$ es la referencia del sistema, $E(s)$ es el error, $U(s)$ la entrada de la planta $G(s)$.

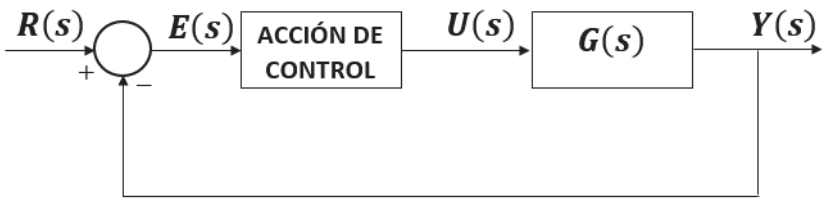


Figura 1.24. Diagrama de bloques del sistema en lazo cerrado.

Existen varios tipos acciones en este controlador: Proporcional, Integral y Derivativo, Proporcional-Derivativo, Proporcional-Integral y PID, las cuales presentan diferentes respuestas frente a un estímulo.

1.9.1.1 Acción Proporcional [28]

Este tipo de acción da una salida proporcional al error:

$$u(t) = K_p e(t)$$

La función de transferencia será:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p$$

Donde K_p es la ganancia proporcional al error $E(s)$.

1.9.1.2 Acción Integral [28]

La señal del controlador es proporcional a la integral del error:

$$u(t) = K_i \int_0^t e(\tau) d\tau$$

Mediante transformada de Laplace, la función de transferencia es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$$

1.9.1.3 Acción Proporcional-Integral [28]

Esta acción se define como:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau$$

Donde T_i es el tiempo integral y es el que ajusta la acción integral. La función de transferencia es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$

Este tipo de controlador es ideal para sistemas de primer orden [29].

1.9.1.4 Acción Derivativa

La acción derivativa está definida por:

$$u(t) = K_d \frac{d}{dt} e(t)$$

La función de transferencia viene dada por:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_d s$$

Por lo general, este tipo de controlador se denomina controlador de velocidad [30].

1.9.1.5 Acción Proporcional-Derivativa (PD)

Se define como:

$$u(t) = K_p e(t) + K_p T_d \frac{d}{dt} e(t)$$

Donde T_d es la constante de tiempo derivativo. La función de transferencia de este controlador es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p(1 + T_d s)$$

1.9.1.6 Acción Proporcional-Integral-Derivativo (PID) [28]

La acción PID se define de la siguiente manera:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + K_p T_d \frac{d}{dt} e(t)$$

Este controlador presenta las ventajas de los tres controladores individuales, y su función de transferencia es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$$

Todos los parámetros K_p, T_i, T_d son ajustables para dar una mejor acción en el control.

1.9.2 CONTROL BASADO EN ESPACIO NULO

El control basado en espacio nulo se deriva de la solución de cinemática inversa de los manipuladores industriales. Un sistema redundante, tiene infinitas soluciones para un mismo objetivo, y de esta manera es posible introducir objetivos de control secundarios en el espacio nulo [31]

Cada sub-tarea es resuelta individualmente como si no tuviese relación con alguna otra, para luego ser añadidas a la solución general. Las variables de las tareas de menor nivel son proyectadas en el espacio nulo de la tarea superior inmediata, de esta forma se remueven las componentes que pueden tener conflictos esta. Por lo tanto, la tarea de mayor jerarquía siempre se cumple, y las de menor se alcanzan si no generan conflicto con la de mayor jerarquía [32].

En el caso de la formación de manipuladores móviles, las tareas a controlador son forma y postura. El orden de las tareas se puede colocar de acuerdo a la necesidad que se establezca: si se requiere que la postura de la formación sea la prioridad, se pondrá como Tarea 1 (J_1), y como actividad secundaria la forma, será la Tarea 2 $\left(J_2 = I - J_1 {J_1}^+\right)$, siendo ${J_1}^+$ la pseudoinversa de J_1 (Figura 1.26).

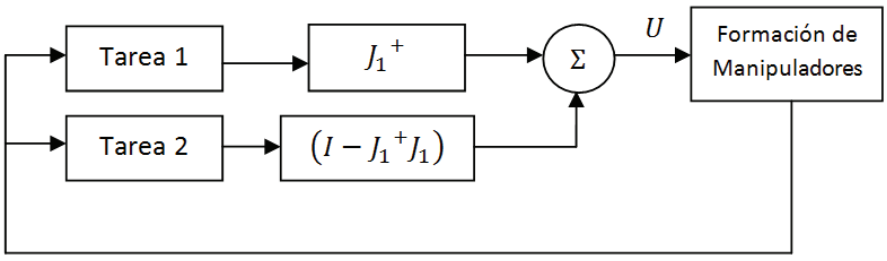


Figura 1.26. Estructura del Controlador basado en Espacio Nulo.

1.9.3 CONTROL EN MODO DESLIZANTE

El control en Modo Deslizante en un caso especial de Control por Estructura Variable; ha tenido múltiples aplicaciones debido a la robustez que presenta en

sistemas no lineales y variantes en el tiempo [33]. La configuración de este controlador está dada por:

$$U_C(t) = \mu_c(t) + \mu_D(t)$$

Donde $\mu_c(t)$ es la parte continua, que es la que permite que la planta se quede en la superficie deslizante; mientras que μ_D(t) es la parte discontinua del controlador, que permite que la planta busque la superficie deslizante (Figura 1.27)

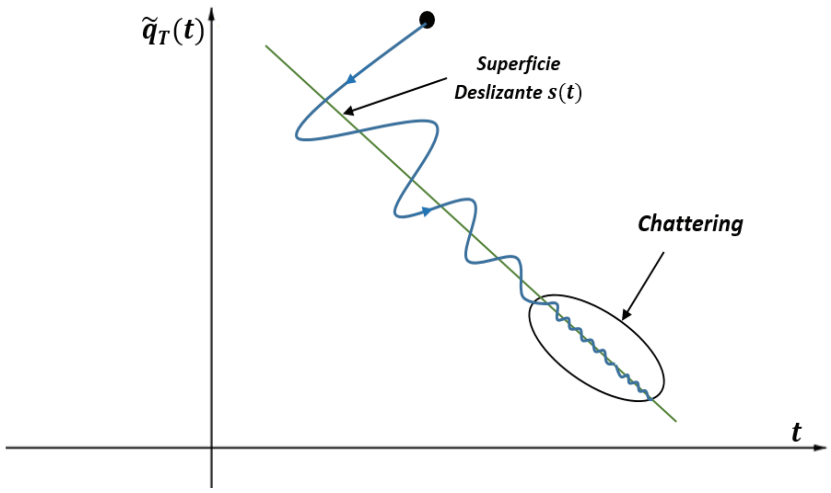


Figura 1.27. Superficie deslizante $s(t)$.

En base a este trabajo, para definir la superficie deslizante, se define una ecuación diferencial integral que actúe sobre el error de pista [34]:

$$s(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^n \int_0^t \tilde{q}_T(t)\, dt$$

Donde n es el orden del sistema, λ es una matriz de ganancia y $\tilde{q}_T(t)$ es el vector de errores de las variables de forma y postura.

El objetivo de este control es asegurar que estas variables sean igual a cero, es decir, alcancen la superficie deslizante. Para la parte continua $\mu_c(t)$, se debe diseñar con la condición de $\dot{s} = 0$ considerando que el sistema ya ha alcanzado la superficie deslizante.

Por otro lado, la parte discontinua se toma su acción transitoria como $\mu_D(t) = K_1\, sgn(s(t))$, donde $sgn(s(t))$ es la responsable de que el sistema llegue a la superficie deslizante lo más rápido posible. Sin embargo, existe un fenómeno llamado chattering, que es una oscilación presente a lo largo de dicha superficie, mostrado en la Figura 1.27.

Para reducir este efecto, se usa una función sigmoide (Figura 1.28) con el fin de minimizarlo:

$$\mu_D(t) = K_1 \frac{s(t)}{|s(t)| + \delta}$$

Donde el parámetro δ elimina esas oscilaciones de alta frecuencia y K_1 es un valor de ajuste de alcance [34]

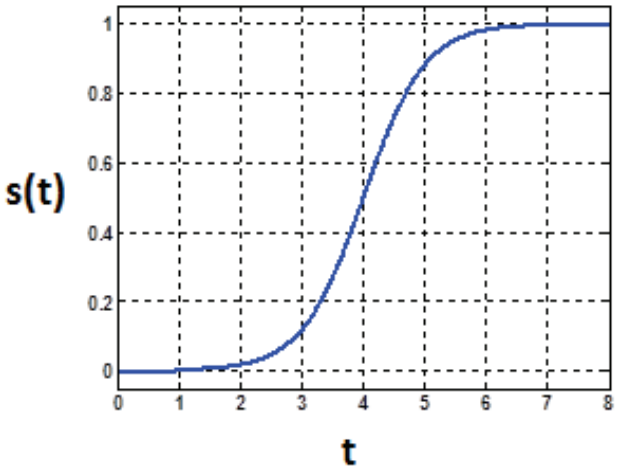


Figura 1.28. Función Sigmoide.

1.10 EVASIÓN DE OBSTÁCULOS POR CAMPOS POTENCIALES

La evasión de obstáculos mediante el uso de campos potenciales es una técnica muy práctica y usada para los robots móviles [36]. Está técnica tiene su principio físico en la Ley de Coulomb, que nos describe la interacción entre dos cargas eléctricas del mismo o de distinto signo. La fuerza F es repulsiva si las cargas son del mismo signo y es atractiva si las cargas son de signo contrario (Figura 1.29) [35].

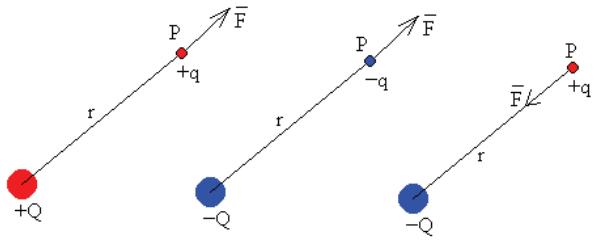


Figura 1.29. Fuerzas de atracción y repulsión de dos cargas [35].

En algunos casos, se considera al robot como una partícula con carga eléctrica y al objeto a evadir como una partícula con la misma carga eléctrica en signo a la del robot móvil en cuestión [37]; al momento de que el móvil tome contacto con el objeto en el espacio, esto genera una fuerza de repulsión. En cambio, la meta tiene asociada una carga eléctrica de signo contrario, por lo que, en este caso la formación de manipuladores móviles, se sentirá atraída, y así el sistema llegará al punto deseado [36].

En este trabajo, se crea un campo potencial alrededor del manipulador móvil y los obstáculos mediante una función potencial que involucre tanto a la formación como a los objetos en el espacio. Esta función describe una región de repulsión sobre los obstáculos, en este caso, estáticos [39].

Un problema grande, en este método, es que pueden encontrarse “huecos” en el camino, como resultado de la ausencia de fuerzas actuantes en el robot, debido a la anulación de la fuerza resultante. Esto ocurre cuando la fuerza de atracción aplicada es de la misma magnitud a la fuerza de repulsión, pero exactamente en el sentido contrario a ésta, por lo que la suma vectorial es cero. Este fenómeno es llamado *mínimo local*, y resulta en un estancamiento de robot en un punto no deseado [38].

Ahora bien, se sugiere una evasión de obstáculos usando un controlador basado en Espacio Nulo. Como se explicó anteriormente (sección 1.9.2), este controlador presenta la característica de realizar múltiples tareas; en este caso, el controlador presentará como prioridad mantener la forma, mientras que la segunda tarea será de controlar la postura y evadir obstáculos siguiendo una trayectoria deseada: esto hará que la formación no tenga el problema del mínimo local y, por ende, los manipuladores móviles llegarán al punto deseado.

La Figura 1.30 describe la función potencial $\phi_{t,x}$ a usarse en los manipuladores móviles y obstáculos estáticos.

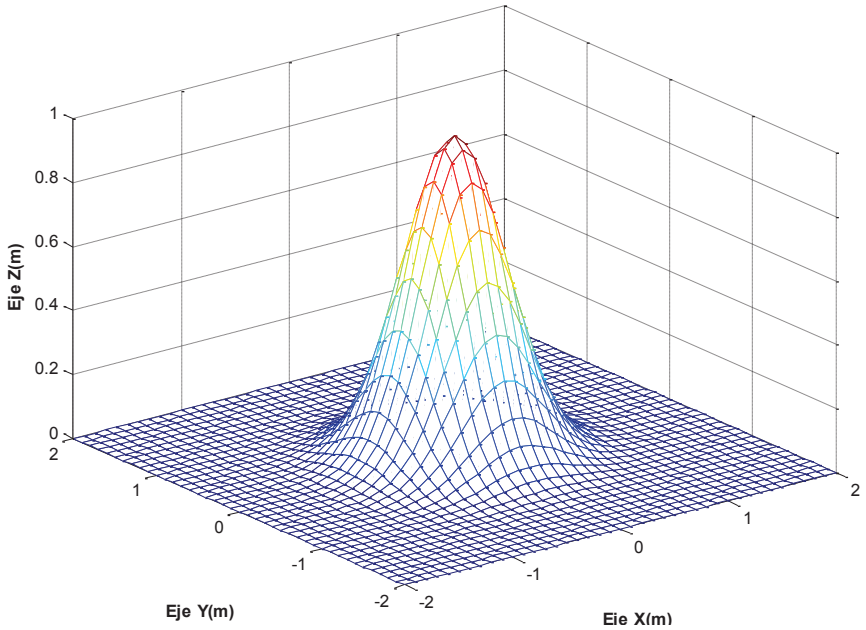


Figura 1.30. Función potencial $\phi_{t,x}$.

Siendo $\phi_{t,x}$:

$$\phi_{t,x} = r_v e^{-\left(\frac{x(t)-x_o(t)}{l_v}\right)^2-\left(\frac{y(t)-y_o(t)}{p_v}\right)^2} + \varepsilon(x(t)+y(t)) - r_o \qquad (1.1)$$

Donde:

r_v, l_v, p_v: parámetros que determinan el tamaño del objeto.

$x_o(t), y_o(t)$: coordenadas del objeto en el espacio.

$x(t), y(t)$: coordenadas en el espacio.

ε: constante de 2.2204×10^{-16} (valor obtenido de Matlab)

r_o: parámetro que garantiza que el campo potencial sea cero.

Este campo permitirá generar fuerzas de repulsión para los manipuladores móviles cuando éstos detecten un objeto, debido a que esos obstáculos tendrán el mismo campo potencial.

CAPÍTULO 2

DESARROLLO DE ALGORITMOS DE CONTROL

En esta sección se estudiará la cinemática y dinámica del manipulador móvil donde se implementará tres controladores: tipo PID, basado en Espacio Nulo y Control en Modo Deslizante para el seguimiento de trayectoria. A continuación, se diseñará un control de evasión de obstáculos basado en Espacio Nulo cuya prioridad será mantener la forma. Finalmente, se implementará un controlador para la parte dinámica de la formación de manipuladores móviles.

2.1 CINEMÁTICA DEL MANIPULADOR MÓVIL

La cinemática del manipulador móvil se refiere al estudio del movimiento de éste: posiciones, velocidades y aceleraciones sin considerar fuerzas externas que afecten al movimiento.

Para este caso de estudio se considera un manipulador de tres grados de libertad, y la parte móvil, un robot tipo uniciclo como se muestra en la Figura 2.1.

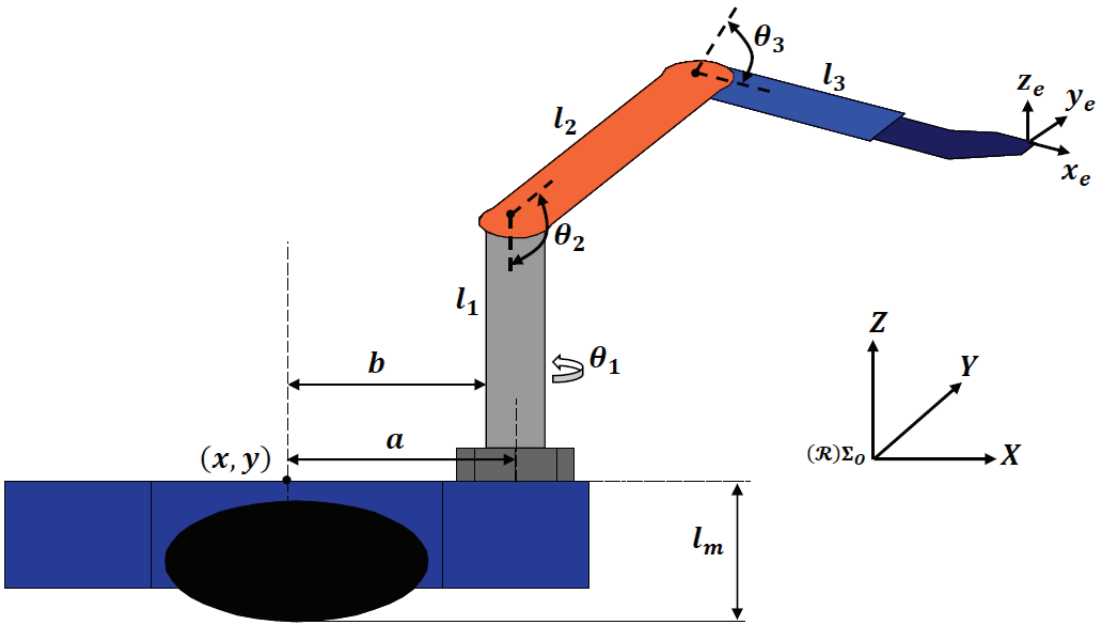


Figura 2.1. Manipulador móvil con tres grados de libertad.

Donde:

l_m: Distancia desde el piso a la base del eslabón 1 del manipulador.

l_1, l_2, l_3: Longitudes de los eslabones del manipulador.

a: Punto de interés para levantar la restricción no holonómica.

b: Distancia entre el centro del móvil al eslabón 1.

θ_1: Ángulo de rotación de l_1.

θ_2: Ángulo de rotación para l_2.

θ_3: Ángulo de rotación de l_3.

x_e, y_e, z_e: Posiciones finales del manipulador tomando como referencia el origen de coordenadas.

La cinemática de la parte móvil del manipulador se muestra en la Figura 2.2.

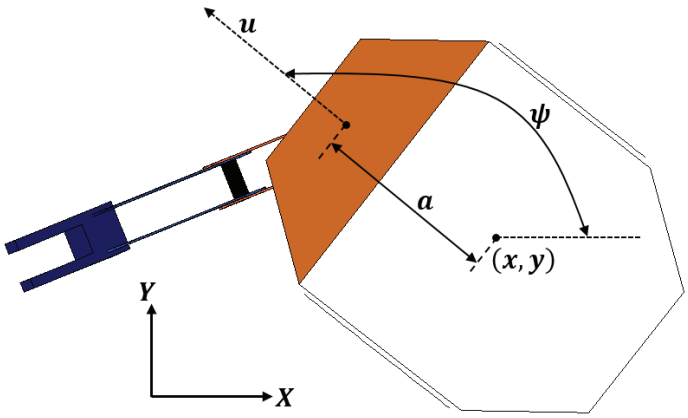


Figura 2.2. Parte móvil tipo uniciclo del manipulador.

Donde:

u: Velocidad lineal del manipulador.

ω: Velocidad angular del manipulador.

Las ecuaciones de velocidades para la parte móvil, están dadas por:

$$\dot{x} = u\cos\psi - a\,\omega\sin\psi \tag{2.1}$$

$$\dot{y} = u \sin\psi + a\ \omega \cos\psi \tag{2.2}$$

$$\dot{\psi} = \omega \tag{2.3}$$

Donde $\dot{x}$ y $\dot{y}$ son las velocidades en el eje X y Y, respectivamente.

Tomando el brazo del manipulador, tenemos las siguientes relaciones geométricas:

$$x_e = x + b\ \cos(\psi) + \cos(\theta_1 + \psi)\ [l_2\ \cos(\theta_2) + \ l_3\ \cos(\theta_2 + \theta_3)\ ] \tag{2.4}$$

$$y_e = y + b\ \sin(\psi) + \sin(\theta_1 + \psi)\ [l_2\ \cos(\theta_2) + \ l_3\ \cos(\theta_2 + \theta_3)\ ] \tag{2.5}$$

$$z_e = (l_1 + l_m) + l_2\ \sin(\theta_2) + \ l_3\ \sin(\theta_2 + \theta_3) \tag{2.6}$$

La cinemática del manipulador móvil h será determinada por:

$$\dot{h} = J_h\ \dot{q}_e \tag{2.7}$$

Siendo $h = [x_e\ \ y_e\ \ z_e]^T$ y $q_e = [x \quad y \quad \psi \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3]^T$, entonces se tiene que: $\dot{h} = [\dot{x}_e \quad \dot{y}_e \quad \dot{z}_e]^T$; $\dot{q}_e = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{\psi} \quad \dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\theta}_3]^T$; y J_h es el Jacobiano del manipulador móvil h, definido de la siguiente manera:

$$J_h = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_e}{\partial x} & \frac{\partial x_e}{\partial y} & \frac{\partial x_e}{\partial \psi} & \frac{\partial x_e}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x_e}{\partial \theta_2} & \frac{\partial x_e}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial y_e}{\partial x} & \frac{\partial y_e}{\partial y} & \frac{\partial y_e}{\partial \psi} & \frac{\partial y_e}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y_e}{\partial \theta_2} & \frac{\partial y_e}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial z_e}{\partial x} & \frac{\partial z_e}{\partial y} & \frac{\partial z_e}{\partial \psi} & \frac{\partial z_e}{\partial \theta_1} & \frac{\partial z_e}{\partial \theta_2} & \frac{\partial z_e}{\partial \theta_3} \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

Si se deriva parcialmente la ecuación (2.4) se obtiene:

$$\frac{\partial x_e}{\partial x} = 1 \tag{2.9}$$

$$\frac{\partial x_e}{\partial y} = 0 \tag{2.10}$$

$$\frac{\partial x_e}{\partial \psi} = -b\ \sin(\psi) - \sin(\theta_1 + \psi)\ [l_2\ \cos(\theta_2) + l_3\ \cos(\theta_2 + \theta_3)\ ] \tag{2.11}$$

$$\frac{\partial x_e}{\partial \theta_1} = -\sin(\theta_1 + \psi)\ [\mathrm{l}_2\ \cos(\theta_2) + \ \mathrm{l}_3\ \cos(\theta_2 + \theta_3)\ ] \tag{2.12}$$

$$\frac{\partial x_e}{\partial \theta_2} = -\cos(\theta_1 + \psi)\ [l_2\ \sin(\theta_2) + \ l_3\ \sin(\theta_2 + \theta_3)\ ] \tag{2.13}$$

$$\frac{\partial x_e}{\partial \theta_3} = -\ l_3 \cos(\theta_1 + \psi)\ \sin(\theta_2 + \theta_3) \tag{2.14}$$

Se toma (2.5) y aplicando derivada parcial:

$$\frac{\partial y_e}{\partial x} = 0 \tag{2.15}$$

$$\frac{\partial y_e}{\partial y} = 1 \tag{2.16}$$

$$\frac{\partial y_e}{\partial \psi} = b\ \cos(\psi) + \cos(\theta_1 + \psi)\ [l_2\ \cos(\theta_2) + \ l_3\ \cos(\theta_2 + \theta_3)\ ] \tag{2.17}$$

$$\frac{\partial y_e}{\partial \theta_1} = \cos(\theta_1 + \psi)\ [l_2\ \cos(\theta_2) + \ l_3\ \cos(\theta_2 + \theta_3)\ ] \tag{2.18}$$

$$\frac{\partial y_e}{\partial \theta_2} = -\sin(\theta_1 + \psi)\ [l_2\ \sin(\theta_2) + \ l_3\ \sin(\theta_2 + \theta_3)\ ] \tag{2.19}$$

$$\frac{\partial y_e}{\partial \theta_3} = -\ l_3 \sin(\theta_1 + \psi)\ \sin(\theta_2 + \theta_3) \tag{2.20}$$

Partiendo de (2.6) y aplicando derivada parcial, se tiene lo siguiente:

$$\frac{\partial z_e}{\partial x} = 0 \tag{2.21}$$

$$\frac{\partial z_e}{\partial y} = 0 \tag{2.22}$$

$$\frac{\partial z_e}{\partial \psi} = 0 \tag{2.23}$$

$$\frac{\partial z_e}{\partial \theta_1} = 0 \tag{2.24}$$

$$\frac{\partial z_e}{\partial \theta_2} = l_2\ \cos(\theta_2) + \ l_3\ \cos(\theta_2 + \theta_3) \tag{2.25}$$

$$\frac{\partial z_e}{\partial \theta_3} = \ l_3\ \cos(\theta_2 + \theta_3) \tag{2.26}$$

Desarrollando $\dot{x}_e$ se tiene que:

$$\dot{x}_e = \dot{x} + \{-b\ \sin(\psi) - \sin(\theta_1 + \psi)\ [l_2\ \cos(\theta_2) + \ l_3\ \cos(\theta_2 + \theta_3)\ ]\}\ \dot{\psi} + \ \{-\sin(\theta_1 + \psi)\ [l_2\ \cos(\theta_2) + \ l_3\ \cos(\theta_2 + \theta_3)\ ]\}\ \dot{\theta}_1 + \ \{-\cos(\theta_1 + \psi)\ [l_2\ \sin(\theta_2) + \ l_3\ \sin(\theta_2 + \theta_3)\ ]\}\ \dot{\theta}_2 + \ \{-\ l_3 \cos(\theta_1 + \psi)\ \sin(\theta_2 + \theta_3)\}\ \dot{\theta}_3 \tag{2.27}$$

De donde $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$ son las velocidades de los eslabones l_1, l_2, l_3 respectivamente.

Si se toma (2.1) y reemplazando en (2.27):

$$\dot{x}_e = u\cos\psi - a\,\omega\sin\psi + \{-b\ \sin(\psi) - \sin(\theta_1+\psi)\ [l_2\ \cos(\theta_2) + l_3\ \cos(\theta_2 + \theta_3)\ ]\}\,\dot{\psi} + \{-\sin(\theta_1+\psi)\ [l_2\ \cos(\theta_2) + l_3\ \cos(\theta_2+\theta_3)\ ]\}\,\dot{\theta}_1 + \{-\cos(\theta_1 + \psi)\ [l_2\ \sin(\theta_2) + l_3\ \sin(\theta_2+\theta_3)\ ]\}\,\dot{\theta}_2 + \{-l_3\cos(\theta_1+\psi)\ \sin(\theta_2+\theta_3)\}\,\dot{\theta}_3$$

$$\dot{x}_e = u\cos(\psi) + \{-a\sin(\psi) - b\ \sin(\psi) - \sin(\theta_1+\psi)\ [l_2\ \cos(\theta_2) + l_3\ \cos(\theta_2 + \theta_3)\ ]\}\omega + \{-\sin(\theta_1+\psi)\ [l_2\ cos(\theta_2) + l_3\ cos(\theta_2+\theta_3)\ ]\}\,\dot{\theta}_1 + \{-cos(\theta_1 + \psi)\ [l_2\ \sin(\theta_2) + l_3\ \sin(\theta_2+\theta_3)\ ]\}\,\dot{\theta}_2 + \{-l_3\cos(\theta_1+\psi)\ \sin(\theta_2+\theta_3)\}\,\dot{\theta}_3 \qquad (2.28)$$

Desarrollando $\dot{y}_e$ se tiene que:

$$\dot{y}_e = \dot{y} + \{b\ \cos(\psi) + \cos(\theta_1+\psi)\ [l_2\ \cos(\theta_2) + l_3\ \cos(\theta_2+\theta_3)\ ]\}\,\dot{\psi} + \{\cos(\theta_1 + \psi)\ [l_2\ \cos(\theta_2) + l_3\ \cos(\theta_2+\theta_3)\ ]\}\,\dot{\theta}_1 + \{-\sin(\theta_1+\psi)\ [l_2\ \sin(\theta_2) + l_3\ \sin(\theta_2+\theta_3)\ ]\}\,\dot{\theta}_2 + \{-l_3\sin(\theta_1+\psi)\ \sin(\theta_2+\theta_3)\}\,\dot{\theta}_3 \qquad (2.29)$$

Reemplazando (2.2) en (2.29):

$$\dot{y}_e = u\sin\psi + a\,\omega\cos\psi + \{b\ \cos(\psi) + \cos(\theta_1+\psi)\ [l_2\ \cos(\theta_2) + l_3\ \cos(\theta_2 + \theta_3)\ ]\}\,\dot{\psi} + \{\cos(\theta_1+\psi)\ [l_2\ \cos(\theta_2) + l_3\ \cos(\theta_2+\theta_3)\ ]\}\,\dot{\theta}_1 + \{-\sin(\theta_1 + \psi)\ [l_2\ \sin(\theta_2) + l_3\ \sin(\theta_2+\theta_3)\ ]\}\,\dot{\theta}_2 + \{-l_3\sin(\theta_1+\psi)\ \sin(\theta_2+\theta_3)\}\,\dot{\theta}_3$$

$$\dot{y}_e = u\sin\psi + \{a\cos\psi + b\ \cos(\psi) + \cos(\theta_1+\psi)\ [l_2\ \cos(\theta_2) + l_3\ \cos(\theta_2 + \theta_3)\ ]\}\omega + \{\cos(\theta_1+\psi)\ [l_2\ \cos(\theta_2) + l_3\ \cos(\theta_2+\theta_3)\ ]\}\,\dot{\theta}_1 + \{-\sin(\theta_1 + \psi)\ [l_2\ \sin(\theta_2) + l_3\ \sin(\theta_2+\theta_3)\ ]\}\,\dot{\theta}_2 + \{-l_3\sin(\theta_1+\psi)\ \sin(\theta_2+\theta_3)\}\,\dot{\theta}_3 \qquad (2.30)$$

Desarrollando $\dot{z}_e$:

$$\dot{z}_e = \{l_2\ \cos(\theta_2) + l_3\ \cos(\theta_2+\theta_3)\}\,\dot{\theta}_2 + \{l_3\ \cos(\theta_2+\theta_3)\}\,\dot{\theta}_3 \qquad (2.31)$$

El Jacobiano total del manipulador h será:

$$J_h = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & J_{25} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} \end{bmatrix}$$

Donde:

$J_{11} = \cos(\psi)$; $J_{12} = -a\sin(\psi) - b\sin(\psi) - \sin(\psi + \theta_1)\,(l_2\cos(\theta_2) + l_3\cos(\theta_2 + \theta_3))$; $J_{13} = -\sin(\psi + \theta_1)\,(l_2\cos(\theta_2) + l_3\cos(\theta_2 + \theta_3))$; $J_{14} = -\cos(\psi + \theta_1)\,(l_2\sin(\theta_2) + l_3\sin(\theta_2 + \theta_3))$; $J_{15} = -l_3\cos(\psi + \theta_1)\sin(\theta_2 + \theta_3)$

$J_{21} = \sin(\psi)$; $J_{22} = a\cos(\psi) + b\cos(\psi) + \cos(\psi + \theta_1)\,(l_2\cos(\theta_2) + l_3\cos(\theta_2 + \theta_3))$; $J_{23} = \cos(\psi + \theta_1)\,(l_2\cos(\theta_2) + l_3\cos(\theta_2 + \theta_3))$; $J_{24} = -\sin(\psi + \theta_1)\,(l_2\sin(\theta_2) + l_3\sin(\theta_2 + \theta_3))$; $J_{25} = -l_3\sin(\psi + \theta_1)\sin(\theta_2 + \theta_3)$.

$J_{31} = J_{32} = J_{33} = 0$; $J_{34} = l_2\cos(\theta_2) + l_3\cos(\theta_2 + \theta_3)$; $J_{35} = l_3\cos(\theta_2 + \theta_3)$.

De tal modo que (2.7) queda de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_e\\ \dot{y}_e\\ \dot{z}_e\end{bmatrix} = J_h\begin{bmatrix}u\\ \omega\\ \dot{\theta}_1\\ \dot{\theta}_2\\ \dot{\theta}_3\end{bmatrix} = J_h U \tag{2.32}$$

Siendo $U = [u \quad \omega \quad \dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\theta}_3]^T$ las entradas del manipulador móvil.

2.2 DINÁMICA DEL MANIPULADOR MÓVIL [40]

En la dinámica del manipulador móvil intervienen ciertos factores que afectan al funcionamiento del robot: fuerzas e inercias presentes debido a la masa de la parte móvil y brazo del manipulador, siendo las velocidades lineal y angular las más afectadas. Entonces, se necesita realizar un modelo que permita tener una nueva referencia de estas velocidades.

Para la formación de manipuladores móviles, se considerará que la masa del brazo manipulador es despreciable respecto a la masa de la plataforma móvil.

Para esto, se tomará de referencia para el modelo dinámico el robot Pioneer 3AT (Andaluz *et al.*, 2007). Las características de este robot móvil se encuentran en el Anexo F.

Sea el modelo dinámico de la parte móvil:

$$M\dot{v} + \eta = u_D \tag{2.33}$$

Siendo u_D las entradas a la planta dinámica del manipulador; M la matriz de inercias, ϕ la matriz de fuerzas:

$$M = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 \\ 0 & \phi_2 \end{bmatrix} \tag{2.34}$$

$$\phi = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3 \quad \phi_4 \quad \phi_5 \quad \phi_6]^T \tag{2.35}$$

Y η definido por:

$$\eta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -{\psi_R}^2 & u_R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u_R\,\psi_R & \psi_R \end{bmatrix} \phi \tag{2.36}$$

donde u_R, ψ_R, las velocidades lineal y angular de referencia, respectivamente. Los parámetros para este robot son: $\phi_1 = 0.4072$, $\phi_2 = 0.2937$, $\phi_3 = -0.0287$, $\phi_4 = 0.9979$, $\phi_5 = -0.0004$ y $\phi_6 = 0.9865$. Estos valores se tomarán en consideración para el diseño del controlador dinámico.

2.3 FORMACIÓN DE MANIPULADORES MÓVILES

Se propone trabajar con una formación de tres manipuladores móviles de acuerdo a la configuración mostrada en la Figura 2.3.

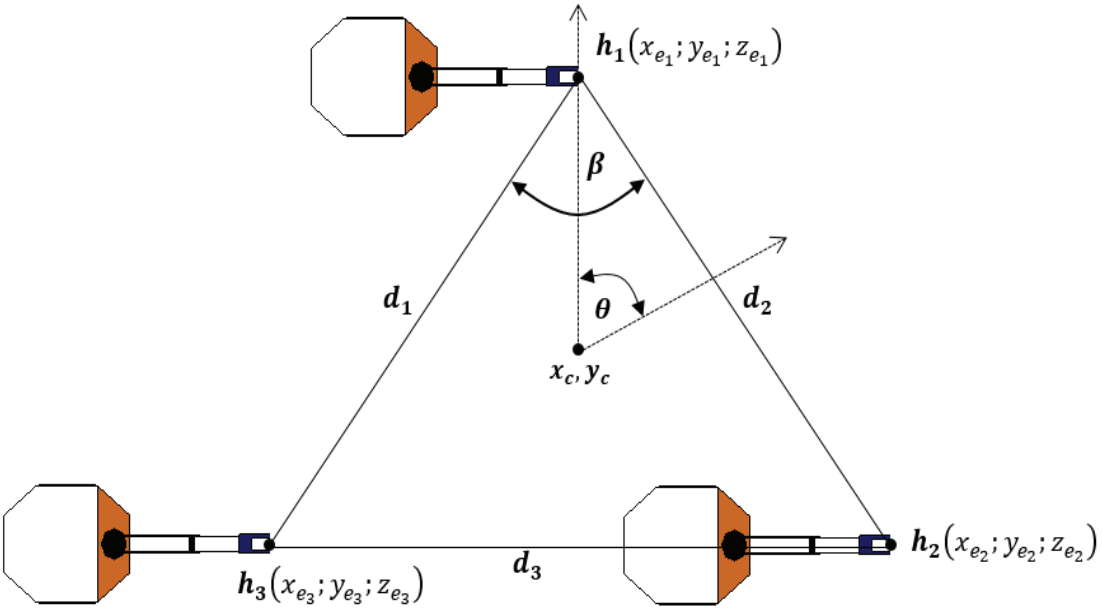


Figura 2.3. Formación de manipuladores móviles.

Donde:

d_1: Distancia entre el manipulador h_1 y el manipulador h_3.

d_2: Distancia entre el manipulador h_1 y el manipulador h_2.

d_3: Distancia entre el manipulador h_2 y el manipulador h_3.

β: Ángulo opuesto a d_3

x_c, y_c: Coordenadas del centroide del triángulo, en el espacio, de la formación de los manipuladores móviles.

θ: Ángulo de postura de la formación.

h_1, h_2, h_3: Manipuladores móviles 1, 2 y 3, respectivamente.

$\left(x_{e_1}, y_{e_1}, z_{e_1}\right)$: Posición del manipulador móvil h_1 en el espacio.

$\left(x_{e_2}, y_{e_2}, z_{e_2}\right)$: Posición del manipulador móvil h_2 en el espacio.

$\left(x_{e_3}, y_{e_3}, z_{e_3}\right)$: Posición del manipulador móvil h_3 en el espacio.

En esta disposición hay dos componentes a considerar: la forma del triángulo y la postura del mismo. Siendo así, se define a las variables de forma q_f como:

$$q_f = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\left(x_{e_1} - x_{e_3}\right)^2 + \left(y_{e_1} - y_{e_3}\right)^2 + \left(z_{e_1} - z_{e_3}\right)^2} \\ \sqrt{\left(x_{e_1} - x_{e_2}\right)^2 + \left(y_{e_1} - y_{e_2}\right)^2 + \left(z_{e_1} - z_{e_2}\right)^2} \\ acos\left(\frac{{d_1}^2 + {d_2}^2 - {d_3}^2}{2 d_1 d_2}\right) \end{bmatrix} \tag{2.37}$$

Y las variables de postura q_p:

$$q_p = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_{e_1} + x_{e_2} + x_{e_3}}{3} \\ \frac{y_{e_1} + y_{e_2} + y_{e_3}}{3} \\ atan\left(\frac{\frac{2}{3}x_{e_1} - \frac{1}{3}\left(x_{e_2} + x_{e_3}\right)}{\frac{2}{3}y_{e_1} - \frac{1}{3}\left(y_{e_2} + y_{e_3}\right)}\right) \end{bmatrix} \tag{2.38}$$

2.4 MODELACIÓN DE LA PLANTA

Para la obtención de la planta, se parte de la siguiente expresión:

$$\dot{h}_T = J_{h_T} U_T \tag{2.39}$$

Donde:

$$\dot{h}_T = \begin{bmatrix} \dot{x}_{e_1} & \dot{y}_{e_1} & \dot{z}_{e_1} \cdots \dot{x}_{e_n} & \dot{y}_{e_n} & \dot{z}_{e_n} \end{bmatrix}^T \tag{2.40}$$

$$U_T = \begin{bmatrix} u_1 & \omega_1 & \dot{\theta}_{1_1} & \dot{\theta}_{2_1} & \dot{\theta}_{3_1} \dots u_n & \omega_n & \dot{\theta}_{1_n} & \dot{\theta}_{2_n} & \dot{\theta}_{3_n} \end{bmatrix}^T \tag{2.41}$$

$$J_{h_T} = \begin{bmatrix} J_{h_1} & 0 & 0 \\ 0 & J_{h_2} & 0 \\ 0 & 0 & J_{h_3} \end{bmatrix} \tag{2.42}$$

Para n=3.

Teniendo a las variables de forma q_f en (2.37), se define a $\dot{q}_f$ como:

$$\dot{q}_f = J_f \dot{h}_T \tag{2.43}$$

Donde $\dot{q}_f = [\dot{d}_1 \quad \dot{d}_2 \quad \dot{\beta}]^T$, $\dot{h}_T$ está definido en (2.40), y J_f es el Jacobiano de las variables forma:

$$J_f = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_1}{\partial x_{e_1}} & \frac{\partial d_1}{\partial y_{e_1}} & \frac{\partial d_1}{\partial z_{e_1}} \cdots \frac{\partial d_1}{\partial x_{e_n}} & \frac{\partial d_1}{\partial y_{e_n}} & \frac{\partial d_1}{\partial z_{e_n}} \\ \frac{\partial d_2}{\partial x_{e_1}} & \frac{\partial d_2}{\partial y_1} & \frac{\partial d_2}{\partial z_{e_1}} \cdots \frac{\partial d_2}{\partial x_{e_n}} & \frac{\partial d_2}{\partial y_{e_n}} & \frac{\partial d_2}{\partial z_{e_n}} \\ \frac{\partial \beta}{\partial x_{e_1}} & \frac{\partial \beta}{\partial y_{e_1}} & \frac{\partial \beta}{\partial z_{e_1}} \cdots \frac{\partial \beta}{\partial x_{e_n}} & \frac{\partial \beta}{\partial y_{e_n}} & \frac{\partial \beta}{\partial z_{e_n}} \end{bmatrix} \tag{2.44}$$

Tomando (2.39) y reemplazando en (2.43):

$$\dot{q}_f = J_f \, J_{h_T} \, U_T \tag{2.45}$$

En cuanto a las variables de postura q_p, se define a $\dot{q}_p$ de la siguiente manera:

$$\dot{q}_p = J_p \, \dot{h}_T \tag{2.46}$$

Donde $\dot{q}_p = [\dot{x}_c \quad \dot{y}_c \quad \dot{\theta}]^T$, $\dot{h}_T$ se encuentra en (2.40), y J_p es el Jacobiano de las variables de postura:

$$J_p = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_c}{\partial x_{e_1}} & \frac{\partial x_c}{\partial y_{e_1}} & \frac{\partial x_c}{\partial z_{e_1}} & \cdots & \frac{\partial x_c}{\partial x_{e_n}} & \frac{\partial x_c}{\partial y_{e_n}} & \frac{\partial x_c}{\partial z_{e_n}} \\ \frac{\partial y_c}{\partial x_{e_1}} & \frac{\partial y_c}{\partial y_{e_1}} & \frac{\partial y_c}{\partial z_{e_1}} & \cdots & \frac{\partial y_c}{\partial x_{e_n}} & \frac{\partial y_c}{\partial y_{e_n}} & \frac{\partial y_c}{\partial z_{e_n}} \\ \frac{\partial \theta}{\partial x_{e_1}} & \frac{\partial \theta}{\partial y_{e_1}} & \frac{\partial \theta}{\partial z_{e_1}} & \cdots & \frac{\partial \theta}{\partial x_{e_n}} & \frac{\partial \theta}{\partial y_{e_n}} & \frac{\partial \theta}{\partial z_{e_n}} \end{bmatrix} \tag{2.47}$$

Reemplazando (2.39) en (2.46) se tiene que:

$$\dot{q}_p = J_p \; J_{h_T} \; U_T \tag{2.48}$$

El modelo de la planta total se obtiene tomando (2.45) y (2.47):

$$\dot{q}_T = \begin{bmatrix} \dot{q}_f \\ \dot{q}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_f \; J_{h_T} \\ J_p \; J_{h_T} \end{bmatrix} U_T = J_T \; U_T \tag{2.49}$$

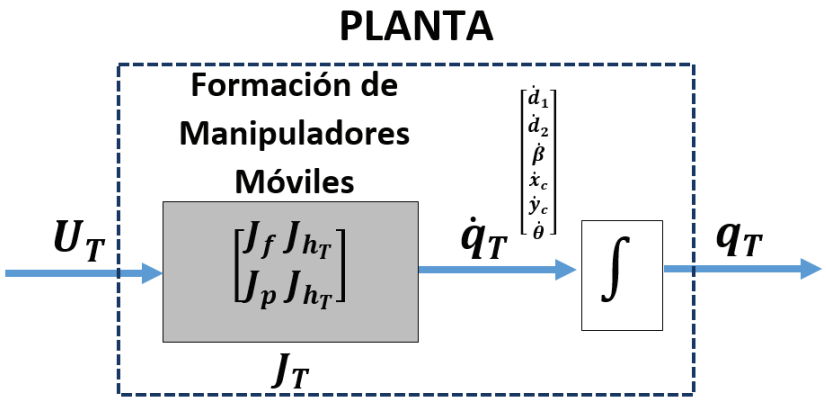


Figura 2.4. Diagrama de bloques de la planta.

2.5 DISEÑO DEL CONTROLADOR TIPO PID

La figura 2.5 muestra el diagrama de bloques del funcionamiento del controlador tipo PID para la formación de manipuladores móviles (n=3).

Para la planta presentada en la sección 2.4, se propone el siguiente controlador tipo PID:

$$U_c = {J_T}^{+}(\dot{q}_d + k\tilde{q}_T) \tag{2.50}$$

Donde k es la ganancia de valor positivo; J_T está definido en (2.49), entonces ${J_T}^+$ es la pseudoinversa por la derecha de la matriz J_T.

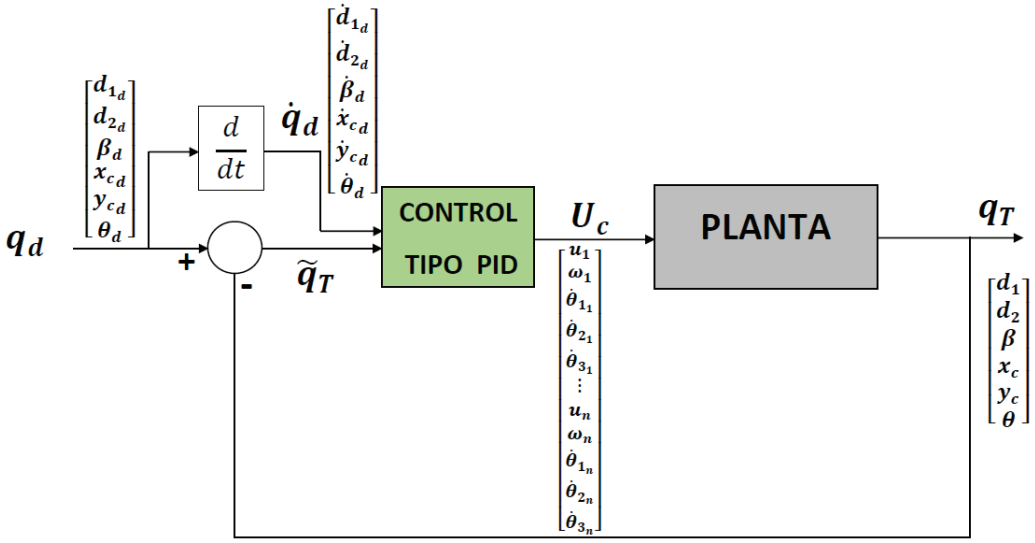


Figura 2.5. Diagrama de bloques del controlador tipo PID.

Usando esta definición, entonces ${J_T}^+$ es:

$$ {J_T}^+ = {J_T}^T \left(J_T {J_T}^T \right)^{-1} \tag{2.51} $$

q_d es el vector de los parámetros de referencia o deseados de forma y postura de la formación de manipuladores:

$$ q_d = [d_{1_d} \quad d_{2_d} \quad \beta_d \quad x_{c_d} \quad y_{c_d} \quad \theta_d]^T \tag{2.52} $$

Entonces, $\dot{q}_d$ queda definido de la siguiente manera:

$$ \dot{q}_d = \left[\dot{d}_{1_d} \quad \dot{d}_{2_d} \quad \dot{\beta}_d \quad \dot{x}_{c_d} \quad \dot{y}_{c_d} \quad \dot{\theta}_d\right]^T \tag{2.53} $$

$\tilde{q}_T$ es el vector resultante de los errores:

$$ \tilde{q}_T = q_d - q_T \tag{2.54} $$

Donde q_T es el vector de las variables de forma y postura de la formación de manipuladores móviles.

2.5.1 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD POR REALIMENTACIÓN

Para el análisis de estabilidad, se asume seguimiento perfecto de velocidad, de modo que:

$$U_T \cong U_c \tag{2.55}$$

Se reemplaza (2.55) en (2.49) se tiene que:

$$\dot{q}_T = J_T {J_T}^{+}(\dot{q}_d + k\tilde{q}_T) \tag{2.56}$$

Tomando (2.51) y sustituyendo en (2.56):

$$\dot{q}_T = J_T {J_T}^{T} \left(J_T {J_T}^{T}\right)^{-1}(\dot{q}_d + k\tilde{q}_T) \tag{2.57}$$

Como $J_T {J_T}^{T} \left(J_T {J_T}^{T}\right)^{-1} = I$, entonces (2.57) quedaría de la siguiente manera:

$$\dot{q}_T = \dot{q}_d + k\tilde{q}_T$$

$$0 = \dot{q}_d - \dot{q}_T + k\tilde{q}_T \tag{2.58}$$

Si se deriva (2.54), tenemos que $\dot{\tilde{q}}_T = \dot{q}_d - \dot{q}_T$, por lo que reemplazando en (2.54) se tiene:

$$0 = \dot{\tilde{q}}_T + k\tilde{q}_T \tag{2.59}$$

Siendo k un valor positivo, la solución de (2.55) será cuando $\tilde{q}_T \to 0$, esto hace que el controlador sea asintóticamente estable.

2.5.2 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD POR LYAPUNOV

Para aplicar esta definición, se plantea la siguiente solución:

$$V = \frac{1}{2}{\tilde{q}_T}^{2} > 0 \tag{2.60}$$

Derivando (2.60) se tiene que:

$$\dot{V} = \tilde{q}_T \dot{\tilde{q}}_T \tag{2.61}$$

Si se deriva (2.54) y reemplazando en (2.61), se tiene que $\dot{V} = \tilde{q}_T(\dot{q}_d - \dot{q}_T)$, asimismo, $\dot{q}_T$ quedó definido en (2.49), sustituyendo en la expresión se tiene que:

$$\dot{V} = \tilde{q}_T(\dot{q}_d - J_T\, U_T) \tag{2.62}$$

Asumiendo seguimiento perfecto de velocidad dado en (2.55) y reemplazando en la ecuación anterior: $\dot{V} = \tilde{q}_T(\dot{q}_d - J_T\, U_c)$; U_c es el controlador tipo PID propuesto en (2.50), por lo que se obtiene lo siguiente:

$$\dot{V} = \tilde{q}_T\left(\dot{q}_d - J_T\, J_T{}^{+}(\dot{q}_d + k\tilde{q}_T)\right) \tag{2.63}$$

Como $J_T\, J_T{}^{+} = I$, entonces:

$$\dot{V} = \tilde{q}_T(\dot{q}_d - \dot{q}_d - k\tilde{q}_T)$$

$$\dot{V} = \tilde{q}_T(-k\tilde{q}_T)$$

$$\dot{V} = -k\tilde{q}_T{}^{2} \tag{2.64}$$

Siendo k un valor positivo y $\tilde{q}_T{}^{2} > 0$, entonces $\dot{V} < 0$, por la condición de estabilidad, el controlador tipo PID propuesto es asintóticamente estable.

2.6 DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN ESPACIO NULO

La Figura 2.6 muestra el diagrama de bloques del funcionamiento de este controlador para la formación de manipuladores móviles.

El controlador propuesto es:

$$U_c = J_{h_T}{}^{+}\left(J_f{}^{+}\dot{q}_{f_c} + \left(I - J_f{}^{+}J_f\right)\dot{h}_{p_c}\right) \tag{2.65}$$

Donde J_{h_T} está definido en (2.42), entonces $J_{h_T}{}^{+}$ es la seudo-inversa de J_{h_T}:

$$J_{h_T}{}^{+} = J_{h_T}{}^{T}\left(J_{h_T}\, J_{h_T}{}^{T}\right)^{-1} \tag{2.66}$$

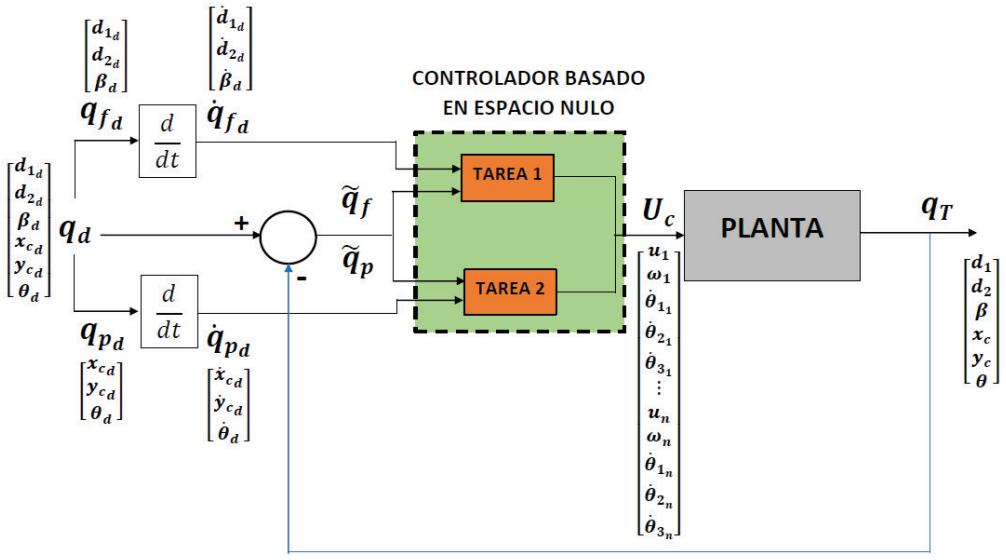


Figura 2.6. Diagrama de bloques del controlador basado en Espacio Nulo.

J_f es el Jacobiano de las variables de forma dado en (2.44) siendo ${J_f}^+$ su pseudoinversa:

$$ {J_f}^+ = {J_f}^T \left(J_f {J_f}^T\right)^{-1} \tag{2.67} $$

El vector $\dot{q}_{f_c}$ del controlador está definido por:

$$ \dot{q}_{f_c} = \dot{q}_{f_d} + k_f \tilde{q}_f \tag{2.68} $$

Donde $q_{f_d} = [d_{1_d} \quad d_{2_d} \quad \beta_d]^T$ son las variables de forma deseadas, entonces:

$$ \dot{q}_{f_d} = \left[\dot{d}_{1_d} \quad \dot{d}_{2_d} \quad \dot{\beta}_d\right]^T \tag{2.69} $$

k_f es la ganancia, y $\tilde{q}_f$ el vector de errores de forma de la formación:

$$ \tilde{q}_f = q_{f_d} - q_f \tag{2.70} $$

El vector $\dot{h}_{p_c} = {J_p}^+ \dot{q}_{p_c}$ donde J_p es el Jacobiano de postura definido en (2.47) y su pseudoinversa es:

$$ {J_p}^+ = {J_p}^T \left(J_p {J_p}^T\right)^{-1} \tag{2.71} $$

El vector $\dot{q}_{p_c}$, que pertenece a la segunda tarea, es:

$$\dot{q}_{p_c} = \dot{q}_{p_d} + k_p \tilde{q}_p \tag{2.72}$$

Siendo $q_{p_d} = [x_{c_d} \quad y_{c_d} \quad \theta_d]^T$ las variables de postura deseadas, por lo tanto:

$$\dot{q}_{p_d} = \left[\dot{x}_{c_d} \quad \dot{y}_{c_d} \quad \dot{\theta}_d\right]^T \tag{2.73}$$

El parámetro k_p es la ganancia, y $\tilde{q}_p$ el vector de errores de postura:

$$\tilde{q}_p = q_{p_d} - q_p \tag{2.74}$$

2.6.1 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD POR REALIMENTACIÓN

2.6.1.1 Análisis de estabilidad de la tarea 1

Si la tarea 1 es mantener la estructura de la formación, entonces $J_1 = J_f$, mientras que nuestra segunda prioridad es mantener la postura de los manipuladores, se tiene que $J_2 = \left(I - {J_f}^+ J_f\right) = Null(J_f)$, donde $Null(J_f)$ es el espacio nulo de J_f.

Asumiendo seguimiento perfecto de velocidad dado en (2.55), se reemplaza en $\dot{q}_f$ dado en (2.45):

$$\dot{q}_f = J_f \, J_{h_T} \, U_C \tag{2.75}$$

Sustituyendo (2.65) en (2.75):

$$\dot{q}_f = J_f \, J_{h_T} \, {J_{h_T}}^+ \left({J_f}^+ \dot{q}_{f_c} + \left(I - {J_f}^+ J_f\right)\dot{h}_{p_c}\right) \tag{2.76}$$

Si se reemplaza (2.66) en (2.76), se tiene que $J_{h_T} {J_{h_T}}^+ = I$; y la segunda tarea no interfiere en la primera, entonces:

$$\dot{q}_f = J_f \, {J_f}^+ \dot{q}_{f_c}$$

Como $J_f \, {J_f}^+ = I$, por lo tanto:

$$\dot{q}_f = \dot{q}_{f_c} \tag{2.77}$$

Se sustituye (2.68) en (2.77):

$$\dot{q}_f = \dot{q}_{f_d} + k_f \tilde{q}_f$$

$$\dot{q}_{f_d} - \dot{q}_f + k_f \tilde{q}_f = 0 \tag{2.78}$$

Si se deriva (2.70) se tiene que $\dot{\tilde{q}}_f = \dot{q}_{f_d} - \dot{q}_f$, entonces (2.78) quedaría de la siguiente manera:

$$\dot{\tilde{q}}_f + k_f \tilde{q}_f = 0 \tag{2.79}$$

Como k_f es un valor positivo, la solución a (2.79) será cuando $\tilde{q}_f \to 0$; por lo que el controlador en la tarea 1 es asintóticamente estable.

2.6.1.2 Análisis de estabilidad de la tarea 2

Para el análisis de la segunda prioridad, se tiene que $\dot{h}_p = J_{h_T} U_T$ y asumiendo seguimiento perfecto de velocidad dado en (2.55):

$$\dot{h}_p = J_{h_T} U_C \tag{2.80}$$

Se sustituye (2.65) en (2.80) se tiene que:

$$\dot{h}_p = J_{h_T} {J_{h_T}}^{+} \left({J_f}^{+} \dot{q}_{f_c} + \left(I - {J_f}^{+} J_f \right) \dot{h}_{p_c} \right)$$

Como $J_{h_T} {J_{h_T}}^{+} = I$:

$$\dot{h}_p = {J_f}^{+} \dot{q}_{f_c} + \left(I - {J_f}^{+} J_f \right) \dot{h}_{p_c} \tag{2.81}$$

Donde $\dot{h}_p = {J_p}^{+} \dot{q}_p$, se reemplaza en (2.81):

$$ {J_p}^{+} \dot{q}_p = {J_f}^{+} \dot{q}_{f_c} + \left(I - {J_f}^{+} J_f \right) \dot{h}_{p_c} \tag{2.82}$$

Se multiplica a (2.82) por J_2:

$$J_2 {J_p}^{+} \dot{q}_p = J_2 {J_f}^{+} \dot{q}_{f_c} + J_2 \left(I - {J_f}^{+} J_f \right) \dot{h}_{p_c}$$

$$J_2 {J_p}^{+} \dot{q}_p = J_2 {J_f}^{+} \dot{q}_{f_c} + J_2 \dot{h}_{p_c} - J_2 {J_f}^{+} J_f \dot{h}_{p_c} \tag{2.83}$$

Como $J_2 = \left(I - {J_f}^{+} J_f \right)$, se tiene que:

$$J_2 J_f{}^+ = \left(I - J_f{}^+ J_f\right) J_f{}^+$$

$$J_2 J_f{}^+ = J_f{}^+ - J_f{}^+ J_f J_f{}^+$$

Como $J_f J_f{}^+ = I$:

$$J_2 J_f{}^+ = J_f{}^+ - J_f{}^+ = 0$$

Por lo tanto, $J_2 J_f{}^+ = 0$

Entonces (2.83) quedaría de la siguiente manera:

$$J_2 J_p{}^+ \dot{q}_p = J_2 \dot{h}_{p_c} \tag{2.84}$$

Como $\dot{h_{p}}_c = J_p{}^+ \dot{q}_{p_c}$, se sustituye en (2.84):

$$J_2 J_p{}^+ \dot{q}_p = J_2 J_p{}^+ \dot{q}_{p_c}$$

$$\dot{q}_p = \dot{q_{p}}_c \tag{2.85}$$

Reemplazando (2.72) en (2.85) se tiene que:

$$\dot{q}_p = \dot{q}_{p_d} + k_p \tilde{q}_p$$

$$\dot{q}_{p_d} - \dot{q}_p + k_p \tilde{q}_p = 0 \tag{2.86}$$

Se tiene que $\dot{\tilde{q}_p} = \dot{q}_{p_d} - \dot{q_p}$, por lo tanto (2.86) quedaría de la siguiente manera:

$$\dot{\tilde{q}_p} + k_p \tilde{q}_p = 0 \tag{2.87}$$

Siendo k_p un valor positivo, la solución a (2.87) será cuando $\tilde{q}_p \to 0$, por lo que esta parte del controlador es asintóticamente estable.

2.7 DISEÑO DEL CONTROLADOR EN MODO DESLIZANTE

La configuración del controlador visto en el capítulo 1 se da como:

$$U_C = \mu_c + \mu_D \tag{2.88}$$

La Figura 2.7 muestra el esquema del controlador en Modo Deslizante para la planta.

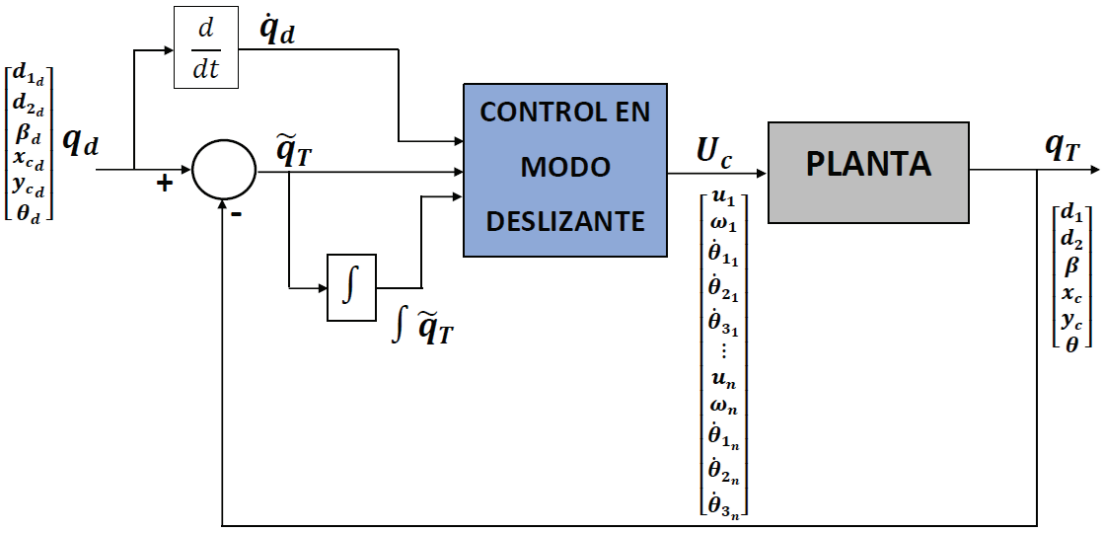


Figura 2.7. Diagrama de bloques del controlador en Modo Deslizante.

Se considera la siguiente expresión:

$$\dot{q}_T = J_{f,p} J_{h_T} U \tag{2.89}$$

Donde $\dot{q}_T$ está definido en (2.49); U es el vector de entradas y $J_{f,p}$ es el Jacobiano de forma y postura: $J_{f,p} = [J_f \quad J_p]^T$.

Para el diseño del controlador, se propone la siguiente superficie deslizante:

$$s = \tilde{q}_T + \lambda \int \tilde{q}_T \, dt \tag{2.90}$$

Siendo $\tilde{q}_T$ el vector de errores de las variables de forma y postura definido en (2.54)

Derivando (2.90) se obtiene:

$$\dot{s} = \dot{\tilde{q}}_T + \lambda \tilde{q}_T \tag{2.91}$$

Donde $\dot{\tilde{q}}_T$ se obtiene derivando (2.54):

$$\dot{\tilde{q}}_T = \dot{q}_d - \dot{q}_T \tag{2.92}$$

Para μ_c se toma a $\dot{s} = 0$ debido a que se considera que el sistema ya se encuentra en la superficie deslizante. Sustituyendo (2.92) en (2.91) y desarrollando la expresión se tiene que:

$$0 = \dot{q}_d - \dot{q}_T + \lambda \tilde{q}_T \tag{2.93}$$

Reemplazando (2.89) en (2.93):

$$0 = \dot{q}_d - J_{f,p}\, J_{h_T}\, U + \lambda \tilde{q}_T \tag{2.94}$$

Si $U = \mu_C$, se tiene que $0 = \dot{q}_d - J_{f,p}\, J_{h_T}\, \mu_C + \lambda \tilde{q}_T$, despejando μ_C:

$$\mu_c = {J_{h_T}}^{+} {J_{f,p}}^{+} (\dot{q}_d + \lambda \tilde{q}_T) \tag{2.95}$$

Donde ${J_{f,p}}^{+}$ y ${J_{h_T}}^{+}$ son las seudo-inversas de $J_{f,p}$ y J_{h_T}, respectivamente.

Para μ_D, se aplica la estabilidad de Lyapunov:

$$V = s\, s^T \tag{2.96}$$

Derivando la expresión anterior, se tiene que $\dot{V} = s^T\, \dot{s}$, y reemplazando (2.90) en (2.96) se obtiene:

$$\dot{V} = s^T \left(\dot{\tilde{q}}_T + \lambda \tilde{q}_T \right) \tag{2.97}$$

Tomando (2.92) y sustituyendo en (2.95):

$$\dot{V} = s^T \left(\dot{q}_d - \dot{q}_T \; + \lambda \tilde{q}_T \right) \tag{2.98}$$

Si de (2.89) se hace que $U = U_C$ y reemplazando en la ecuación anterior, se tiene que:

$$\dot{V} = s^T \left(\dot{q}_d - J_{f,p}\, J_{h_T}\, U_C \; + \lambda \tilde{q}_T \right) \tag{2.99}$$

Como U_C quedó definido en (2.88) y tomando el valor de μ_c, se tiene que $U_C = {J_{h_T}}^{+} {J_{f,p}}^{+} (\dot{q}_d + \lambda \tilde{q}_T) + \; \mu_D$, y tomando está expresión en (2.95):

$$\dot{V} = s^T \left(\dot{q}_d - J_{f,p} J_{h_T} \left({J_{h_T}}^{+} {J_{f,p}}^{+} (\dot{q}_d + \lambda \tilde{q}_T) + \; \mu_D \right) \; + \lambda \tilde{q}_T \right)$$

$$\dot{V} = s^T \left(\dot{q}_d - J_{f,p} J_{h_T} J_{h_T}{}^{+} J_{f,p}{}^{+} (\dot{q}_d + \lambda \tilde{q}_T) - J_{f,p} J_{h_T} \mu_D + \lambda \tilde{q}_T \right) \quad (2.100)$$

Como $J_{f,p} \left(J_{h_T} J_{h_T}{}^{+} \right) J_{f,p}{}^{+} = J_{f,p} (I) J_{f,p}{}^{+}$, y $J_{f,p} (I) J_{f,p}{}^{+} = J_{f,p} J_{f,p}{}^{+} = I$ entonces (2.100) quedará de la siguiente manera:

$$\dot{V} = s^T \left(\dot{q}_d - \dot{q}_d - \lambda \tilde{q}_T - J_{f,p} J_{h_T} \mu_D + \lambda \tilde{q}_T \right)$$

$$\dot{V} = s^T \left(-J_{f,p} J_{h_T} \mu_D \right) \quad (2.101)$$

Si $\dot{V} < 0$, por estabilidad de Lyapunov, se plantea que:

$$\mu_D = J_{h_T}{}^{+} J_{f,p}{}^{+} K_1 \, sgn(s) \quad (2.102)$$

Reemplazando (2.102) en (2.101):

$$\dot{V} = -s^T J_{f,p} J_{h_T} J_{h_T}{}^{+} J_{f,p}{}^{+} K_1 \, sgn(s)$$

De (2.100), $J_{f,p} J_{h_T} J_{h_T}{}^{+} J_{f,p}{}^{+} = I$, se tiene que:

$$\dot{V} = -s^T K_1 \, sgn(s) \quad (2.103)$$

Como K_1 es un valor positivo, entonces se comprueba que $\dot{V} < 0$, por lo que se cumple la estabilidad de Lyapunov. Si $\lambda > 0$ de μ_c, implica que $s \to 0$, por lo que la planta alcanza la superficie deslizante y $\tilde{q}_T \to 0$. Para reducir el chattering alrededor del valor $s(t) = 0$, se reemplaza $sgn(s)$ por la función sigmoide:

$$\mu_D = J_{h_T}{}^{+} J_{f,p}{}^{+} K_1 \frac{s}{|s| + \delta} \quad (2.104)$$

El controlador en Modo Deslizante quedará definido de la siguiente manera:

$$U_C = J_{h_T}{}^{+} J_{f,p}{}^{+} (\dot{q}_d + \lambda \tilde{q}_T) + J_{h_T}{}^{+} J_{f,p}{}^{+} K_1 \frac{s}{|s| + \delta}$$

$$U_C = J_{h_T}{}^{+} J_{f,p}{}^{+} \left(\dot{q}_d + \lambda \tilde{q}_T + K_1 \frac{s}{|s| + \delta} \right) \quad (2.105)$$

2.8 DISEÑO DEL CONTROLADOR DE EVASIÓN DE OBSTÁCULOS BASADO EN ESPACIO NULO [39]

Para el diseño del controlador se propone crear un campo potencial ficticio, definido en el capítulo 1 en (1.1), para cada manipulador móvil y obstáculo presente (Figura 2.7), para que así la formación pueda moverse en posiciones donde el campo potencial $\phi_{t,x}$ sea menor o igual a cero; se necesita relacionar $\phi_{t,x}$ de cada manipulador con cada obstáculo.

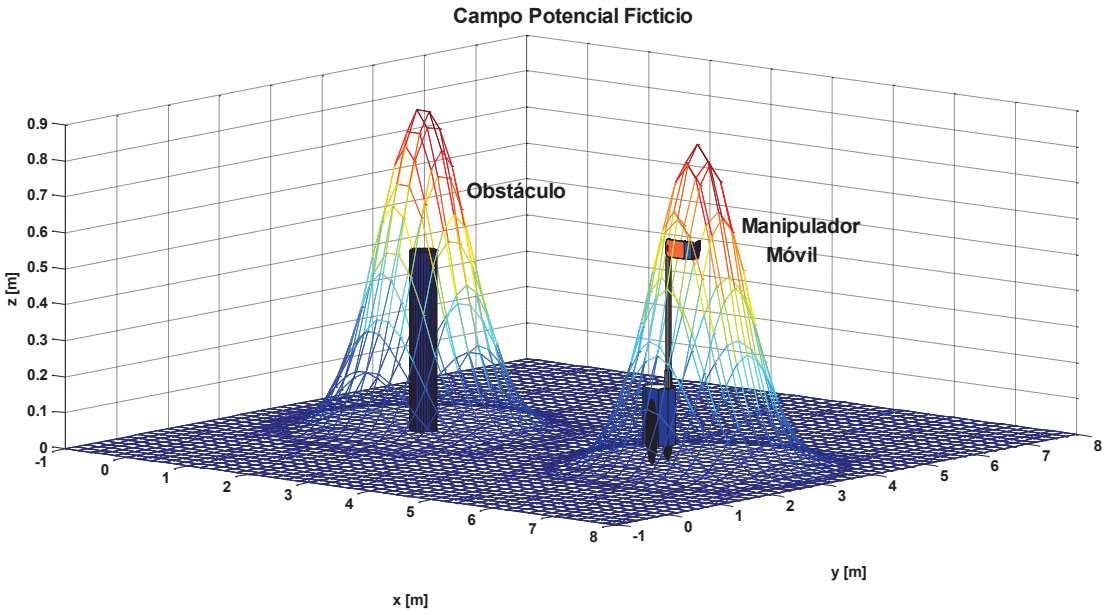


Figura 2.7. Campos potenciales ficticios para el objeto y manipulador móvil.

Esto se puede conseguir mediante la variación del campo potencial en función de las variables temporales de posición de los robots y obstáculos. Derivando $\phi_{t,x}$ en las trayectorias de manipuladores y obstáculos X_{ob}, se tiene que:

$$\frac{d\phi_{t,x}}{dt} = \nabla\phi_{t,x}\dot{X}_{ob} + \frac{\partial\phi_{t,x}}{\partial t} \tag{2.106}$$

Donde

$\dot{X}_{ob}$: Variaciones temporales de posición de cada manipulador móvil y los obstáculos para evadir colisiones

$\frac{\partial \phi_{t,x}}{\partial t}$: Variación del campo potencial en el tiempo.

$\nabla \phi_{t,x}$: Derivada parcial de la función potencial $\phi_{t,x}$ respecto a las posiciones de cada manipulador y obstáculos.

$\nabla \phi_{t,x}$ es el Jacobiano que relaciona las variaciones temporales del campo con las variaciones temporales de posición de cada manipulador de la formación:

$$J_\phi = \left[\frac{\partial \phi_{t,x}}{\partial x_1}, \frac{\partial \phi_{t,x}}{\partial y_1}, \frac{\partial \phi_{t,x}}{\partial z_1}, \dots, \frac{\partial \phi_{t,x}}{\partial x_n}, \frac{\partial \phi_{t,x}}{\partial y_n}, \frac{\partial \phi_{t,x}}{\partial z_n}\right] \tag{2.107}$$

La cinemática del sistema para la evasión de obstáculos queda definida por:

$$\dot{\phi}_{t,x} = J_\phi \dot{X}_{ob} + \frac{\partial \phi_{t,x}}{\partial t} \tag{2.108}$$

Despejando (2.108) se tiene que $J_\phi \dot{X}_{ob} = \dot{\phi}_{t,x} - \frac{\partial \phi_{t,x}}{\partial t}$. Por mínima norma, la pseudoinversa de J_ϕ queda definida por: ${J_\phi}^+ = {J_\phi}^T \left(J_\phi \, {J_\phi}^T\right)^{-1}$, multiplicando por la derecha a $J_\phi \dot{X}_{ob}$:

$${J_\phi}^+ J_\phi \, \dot{X}_{ob} = {J_\phi}^+ \left(\dot{\phi}_{t,x} - \frac{\partial \phi_{t,x}}{\partial t}\right)$$

$$\dot{X}_{ob} = {J_\phi}^+ \left(\dot{\phi}_{t,x} - \frac{\partial \phi_{t,x}}{\partial t}\right) \tag{2.109}$$

Para la implementación de $\dot{X}_{ob}$, para obtener la expresión de $\frac{\partial \phi_{t,x}}{\partial t}$ se despeja (2.108):

$$\frac{\partial \phi_{t,x}}{\partial t} = \dot{\phi}_{t,x} - J_\phi \dot{X}_{ob} \tag{2.110}$$

Como se quiere que la formación recorra su trayectoria por donde su campo potencial sea cero (sin obstáculos), es decir $J_\phi \dot{X}_{ob} = 0$, entonces se tiene que:

$$\frac{\partial \phi_{t,x}}{\partial t} = \dot{\phi}_{t,x} \tag{2.111}$$

Se propone un $\dot{X}_{ob_c}$ para el controlador:

$$\dot{X}_{ob_c} = J_\phi{}^{+} \left(\dot{\phi}_d + k_\phi \tanh \tilde{\phi}_{t,x} - k_\partial \frac{\partial \phi_{t,x}}{\partial t} \right) \tag{2.112}$$

Siendo:

$\dot{\phi}_d$: Derivada del valor deseado del campo potencial

$\tilde{\phi}_{t,x}$: Error entre el valor de campo deseado y el valor actual.

k_ϕ, k_∂: Ganancias de valor positivo.

Como se quiere que la formación siga por donde no hay obstáculos, $\phi_d = 0$, entonces $\tilde{\phi}_{t,x} = \phi_d - \phi_{t,x} = -\phi_{t,x}$. Sustituyendo $\tilde{\phi}_{t,x}$ y (2.111) en (2.112):

$$\dot{X}_{ob_c} = J_\phi{}^{+} \left(k_\phi \tanh(-\phi_{t,x}) - k_\partial \dot{\phi}_{t,x} \right) \tag{2.113}$$

Como la prioridad es la formación, se parte del controlador basado en Espacio Nulo en (2.65): $U_c = J_{h_T}{}^{+} \left(J_f{}^{+} \dot{q}_{f_c} + \left(I - J_f{}^{+} J_f \right) \dot{h}_{p_c} \right)$

Siendo $\dot{h}_{p_c} = J_p{}^{+} \dot{q}_{p_c}$, y reemplazando en (2.65) se tiene que:

$$U_c = J_{h_T}{}^{+} \left(J_f{}^{+} \dot{q}_{f_c} + \left(I - J_f{}^{+} J_f \right) J_p{}^{+} \dot{q}_{p_c} \right) \tag{2.114}$$

Se completa el diseño del controlador incluyendo la evasión de obstáculos, sumando $\dot{q}_{ob_p}$ que nos permitirá la evasión de obstáculos estáticos por parte de los manipuladores, a las variables de postura:

$$U_c = J_{h_T}{}^{+} \left(J_f{}^{+} \dot{q}_{f_c} + \left(I - J_f{}^{+} J_f \right) J_p{}^{+} \left(\dot{q}_p + \dot{q}_{ob_p} \right) \right) \tag{2.115}$$

Donde $\dot{q}_{ob_p} = J_p \, \dot{X}_{ob_c}$

2.9 DISEÑO DEL CONTROLADOR DINÁMICO [40]

La ley de control cinemático implementada en una planta dinámica no responde adecuadamente, siendo sus velocidades las más afectadas. Entonces se necesita diseñar un controlador dinámico para el error de velocidad dado, debido a la nueva referencia de velocidades lineales y angulares: $\tilde{v} = v_c - v$, donde $v_c = [u_c \quad \omega_c]^T$

las velocidades lineal y angular, respectivamente, del control cinemático de la formación de manipuladores; $v = [u_R \quad \psi_R]^T$; u_R y ψ_R son las velocidades lineal y angular de referencia, respectivamente.

El funcionamiento de este modelado se muestra en la Figura 2.8, donde el diagrama muestra el esquema general para un controlador cinemático en cascada con el controlador dinámico.

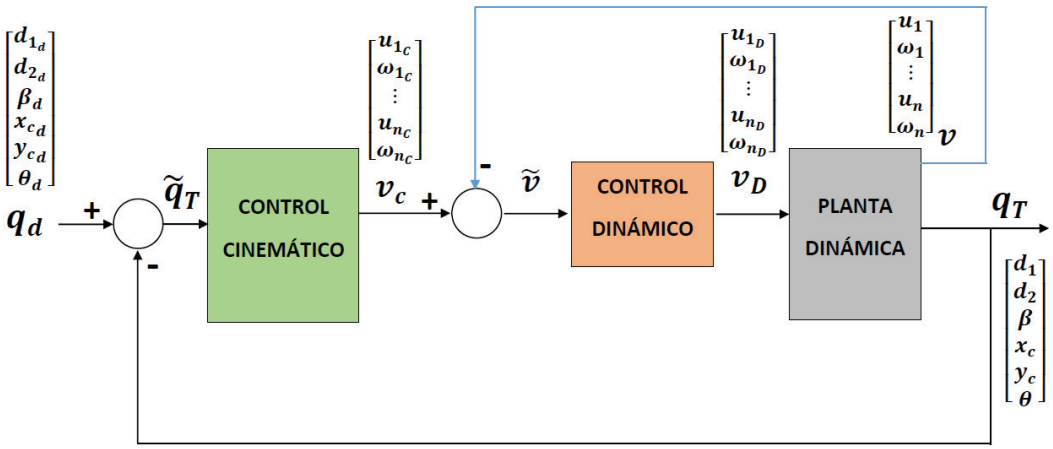


Figura 2.8. Esquema general del funcionamiento del control dinámico.

La ley de control dinámico para la planta está definida por:

$$u_{D_c} = M\sigma + \eta \tag{2.116}$$

Donde M está definida en (2.34), η en (2.36) y σ está definido de la siguiente manera:

$$\sigma = \dot{v}_c + Q_D \tanh\left(Q_D{}^{-1} K_D \tilde{v}\right) \tag{2.117}$$

Donde Q_D y K_D son matrices simétricas positivas.

2.9.1 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DEL CONTROLADOR

Se asume seguimiento perfecto de velocidad: $u_{D_c} \cong u_D$, entonces de (2.116) y (2.33), respectivamente, se tiene que:

$$M\dot{v} + \eta = M\sigma + \eta \tag{2.118}$$

Reemplazando (2.117) en (2.118):

$$M\dot{v} + \eta = M\left(\dot{v}_c + Q_D \tanh\left({Q_D}^{-1} K_D \tilde{v}\right)\right) + \eta \tag{2.119}$$

Desarrollando (2.119), se tiene que:

$$\dot{v} = \dot{v}_c + Q_D \tanh\left({Q_D}^{-1} K_D \tilde{v}\right)$$

$$\dot{v}_c - \dot{v} + Q_D \tanh\left({Q_D}^{-1} K_D \tilde{v}\right) = 0 \tag{2.120}$$

Como $\dot{v}_c - \dot{v} = \dot{\tilde{v}}$, entonces la ecuación (2.120) quedará de la siguiente manera:

$$\dot{\tilde{v}} + Q_D \tanh\left({Q_D}^{-1} K_D \tilde{v}\right) = 0$$

$$\dot{\tilde{v}} = -Q_D \tanh\left({Q_D}^{-1} K_D \tilde{v}\right) \tag{2.121}$$

Aplicando la estabilidad de Lyapunov:

$$V(\tilde{v}) = \frac{1}{2} \tilde{v}^T \tilde{v} \tag{2.122}$$

Derivando (2.122):

$$\dot{V}(\tilde{v}) = \tilde{v}^T \dot{\tilde{v}} \tag{2.123}$$

Reemplazando (2.121) en (2.123):

$$\dot{V}(\tilde{v}) = -\tilde{v}^T \left(Q_D \tanh\left({Q_D}^{-1} K_D \tilde{v}\right)\right) \tag{2.124}$$

Como Q_D y K_D son matrices positivas, y la función $\tanh(\tilde{v})$ es una función saturada aplicada al error de velocidad, se cumple que $\tilde{v}^T \tanh(\tilde{v}) > 0$, entonces $\dot{V}(\tilde{v}) < 0$, por lo que $\tilde{v} \to 0$ y el controlador es asintóticamente estable.

CAPÍTULO 3

DESARROLLO HMI

En la actualidad científicos e ingenieros del mundo utilizan MATLAB, para hacer análisis y diseñar sistemas que ayudan al desarrollo del ser humano.

Matlab es una herramienta computacional muy versátil y es por tal motivo que se lo puede utilizar en varios campos, como, por ejemplo: sistemas de seguridad en los automóviles, navegación espacial, dispositivos de vigilancia en la salud, redes eléctricas inteligentes, aprendizaje automático, procesamiento de imágenes, visión artificial, etc. [41].

El software dispone de varias aplicaciones, de las que se destacan dos: Simulink (plataforma de simulación) y GUI (editor de la interfaz de usuario) [42].

3.1 SIMULINK

Es una plataforma para simulaciones que pueden ser multi-dominio (permite analizar el comportamiento de las variables, a nivel de sistema, de forma rápida y precisa, a través de una aproximación esquemática) y un diseño basado en sistemas dinámicos.

Se proporciona un entorno gráfico interactivo con varias librerías de bloques que permiten el diseño, la simulación, la implementación y la realización de pruebas de sistemas con variación en el tiempo ([43], [44]).

3.2 GUI

Es una herramienta que simplifica el proceso de diseño y creación de la interface gráfica, gracias a los diferentes elementos que aquí se encuentran, como son: paneles, botones, cuadros de texto, barras de desplazamiento, etc. [45].

3.2.1 ELEMENTOS DE GUI

La Figura 3.1 indica los diferentes elementos que se encuentran en el entorno gráfico.

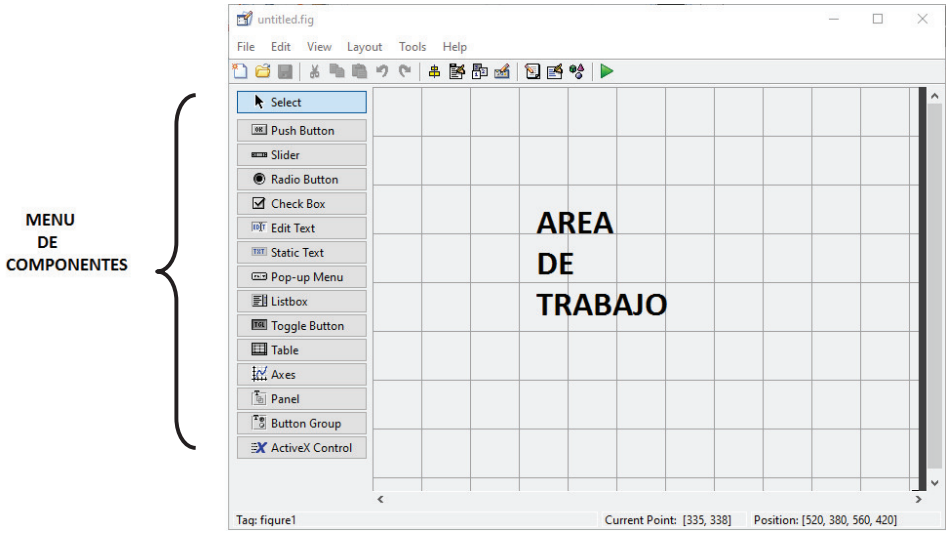


Figura 3.1. Entorno para crear un nuevo GUI.

En la Tabla 3.1 se presenta las características de dichos componentes.

Tabla 3.1. Descripción de los componentes de GUI [43].

Control	Valor de estilo	Descripción
Check box	'checkbox'	Indica el estado de una opción o atributo
Editable Text	'edit'	Caja para editar texto
Pop-up menú	'popupmenu'	Provee una lista de opciones
List Box	'listbox'	Muestra una lista deslizable
Push Button	'pushbutton'	Invoca un evento inmediatamente
Radio Button	'radio'	Indica una opción que puede ser seleccionada
Toggle Button	´togglebutton´	Solo dos estados, 'on' u 'off'
Slider	'slider'	Usado para representar un rango de valores
Static Text	'text'	Muestra un string de texto en una caja
Panel Button		Agrupa botones como un grupo
Button Group		Permite exclusividad de selección con los radiobutton

3.3 INTERFAZ GRÁFICO

Antes de iniciar con la interfaz gráfica se debe instalar el software MATLAB 2013ª o versiones superiores en su ordenador.

Para iniciar con la operación de la interfaz gráfica se debe seguir los siguientes pasos:

3.3.1 CARPETA PRINCIPAL

Proceder a abrir la carpeta “HMI_Formación_Manipuladores_Móviles”, como se observa en la Figura 3.2.

Figura 3.2. Carpeta de la interfaz gráfica.

Es importante recordar que todos los archivos (.slx, .m, y. fig) se deben encontrar en el interior de esta carpeta, ya que el momento de iniciar la simulación se van a enlazar entre sí.

3.3.2 COPIAR DIRECCIONES

Luego de abrir la carpeta se copia la dirección de la misma, como se observa en la Figura 3.3.

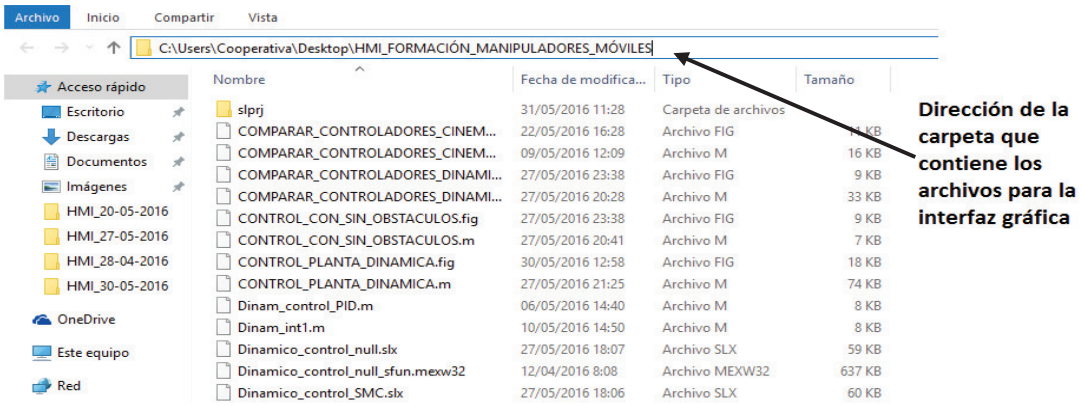


Figura 3.3. Dirección de la ubicación de la carpeta.

Posteriormente se pega la dirección en la barra de buscador del workspace, como se observa en la Figura 3.4.

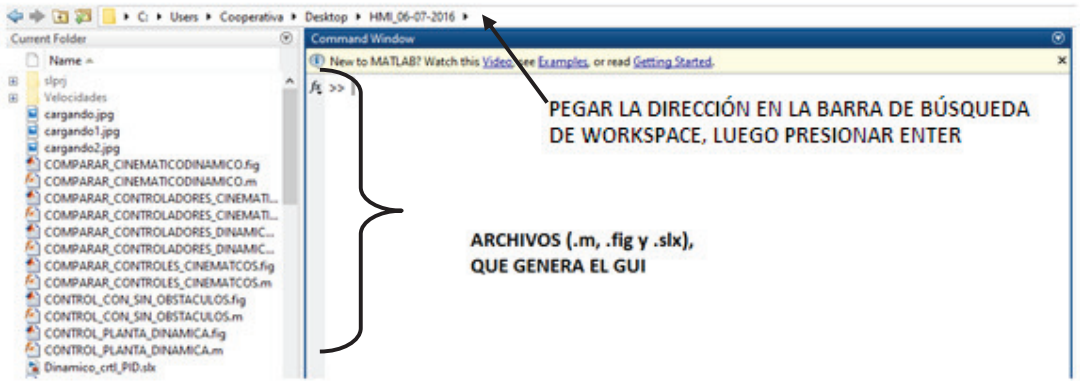


Figura 3.4. Pegado de la dirección en el workspace.

3.3.3 EJECUTAR

Para iniciar, se debe ejecutar el archivo .m llamado **INICIO**, como se observa en la Figura 3.5.

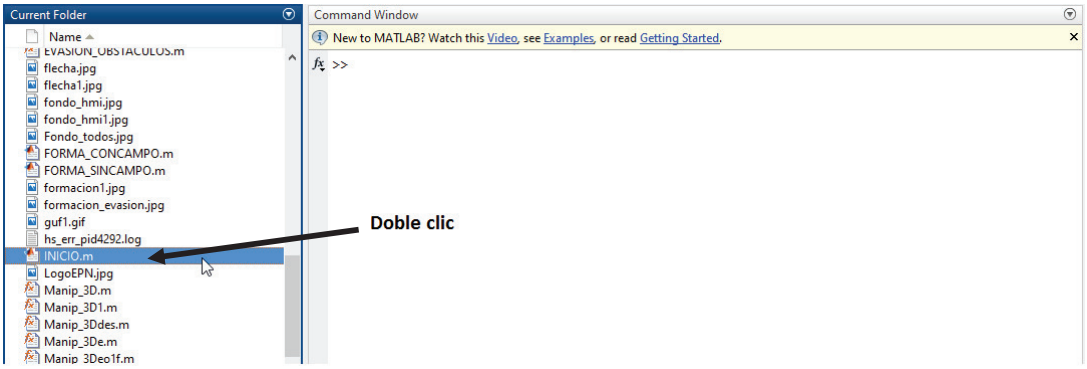


Figura 3.5. Ejecutar la interfaz.

Después de ejecutar el archivo INICIO, aparece el Script de Matlab y se presiona la opción **Run**, como se observa en la Figura 3.6.

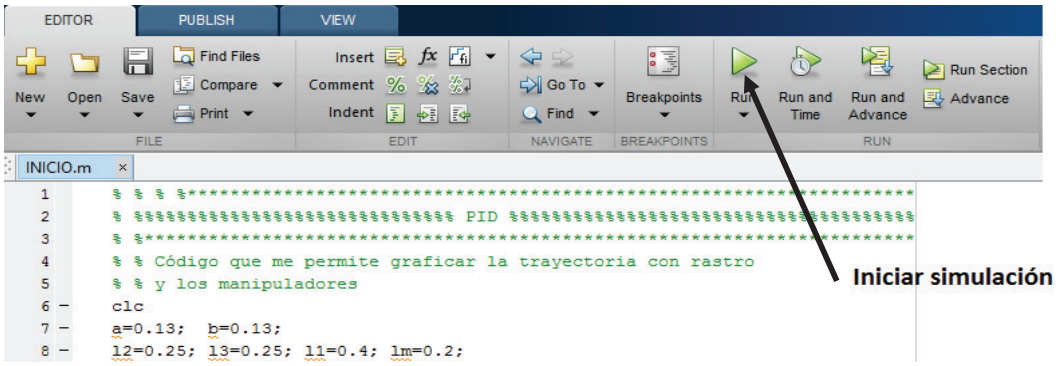


Figura 3.6. Iniciar con la simulación.

Se abrirán modelos de Simulink, en los que se tiene diferentes bloques que se utiliza para la implementación de la formación de manipuladores móviles. Los bloques utilizados son:

- PLANTA (FORMACIÓN DE MANIPULADORES MÓVILES).
- ERRORES.
- CONTROL.
- VALORES FINALES.
- VARIABLES DE FORMACIÓN PUNTO.
- VALORES DESEADOS.
- TIEMPO DE SIMULACIÓN.
- GENERADOR DE TRAYECTORIAS.

Las mismas que se pueden apreciar en la Figura 3.7.

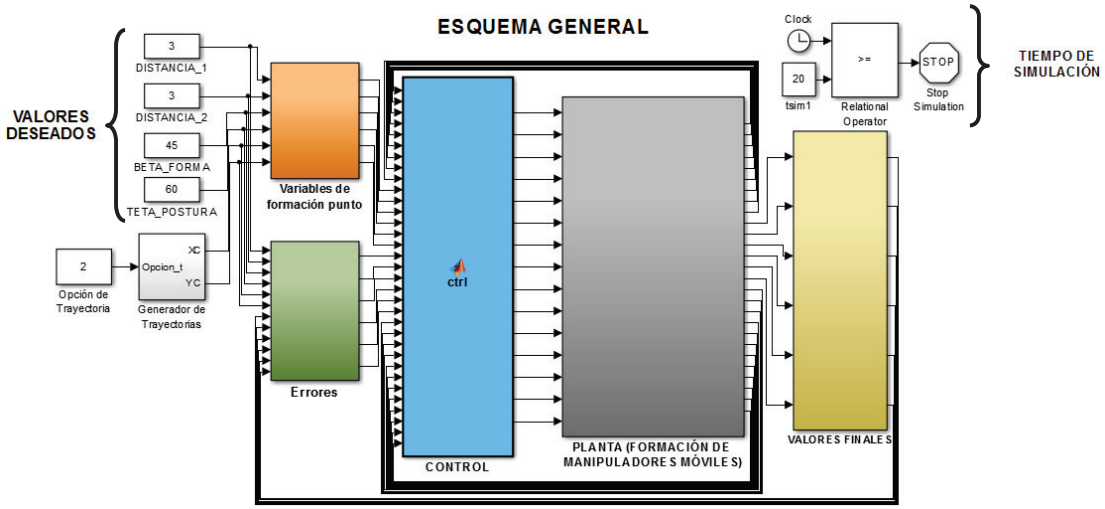


Figura 3.7. Simulink-Matlab Esquema de la Formación.

A continuación, se presenta cada bloque utilizado en la implementación del esquema de formación, así como su funcionamiento.

- **PLANTA (FORMACIÓN DE MANIPULADORES MÓVILES)**

Dicho bloque posee la información relacionada con cada uno de los manipuladores y la formación de los mismos.

Al obtener las posiciones finales de la formación, así como las pociones angulares de cada uno de los manipuladores, se realimentan dichas variables al bloque de control.

- **ERRORES**

Este bloque se encarga de adquirir los “VALORES DESEADOS” y “VALORES FINALES” y restarlos, para de esta manera transferir valores adecuados para el mejor desempeño del control. Además, se obtiene los índices de rendimiento como son el IAE y el ICE.

- **CONTROL**

Este bloque es el encargado de realizar las operaciones lógicas, para que los “VALORES DESEADOS” y “VALORES FINALES” de las variables no difieran tanto, y los errores tanto de forma (Distancia 1, Distancia 2, ángulo Beta) como de postura (ángulo Theta, Xcentroide, Ycentroide) tiendan a cero.

Donde Xcentroide, Ycentroide, son las posiciones del centroide de la formación alrededor de la trayectoria definida en el transcurso del tiempo.

- **VALORES FINALES**

Este bloque se encarga de obtener las velocidades (lineal y angular) a partir de las posiciones de las variables de la formación (forma y postura), y enviar las variables reales al bloque de Errores.

- **VARIABLES DE FORMACIÓN PUNTO**

En este bloque se tiene los valores deseados de las variables de forma y postura, así como las trayectorias definidas, las mismas que se derivan para entregar dichos valores al bloque de Control.

- **VALORES DESEADOS**

Son aquellos que el usuario puede manipular a conveniencia, tanto valores de forma como de postura, se debe considerar que los valores de forma deben ser solo positivos, a diferencia de las de postura que pueden ser tanto positivas como negativas.

- **TIEMPO DE SIMULACIÓN**

Dicho bloque tiene la característica que puede detener la simulación del esquema de formación, el momento que el usuario así lo disponga, es decir se puede completar la trayectoria determinada o solo una parte de ésta.

- **GENERADOR DE TRAYECTORIAS**

En este bloque se genera las trayectorias definidas que son: cuadrado, tipo ocho, sinusoide y circular.

Luego de los modelos de simulink se abrirá un archivo Script, llamado “PANTALLA_INICIAL”, en el cual se presiona la opción **Run,** como se observa en la Figura 3.8.

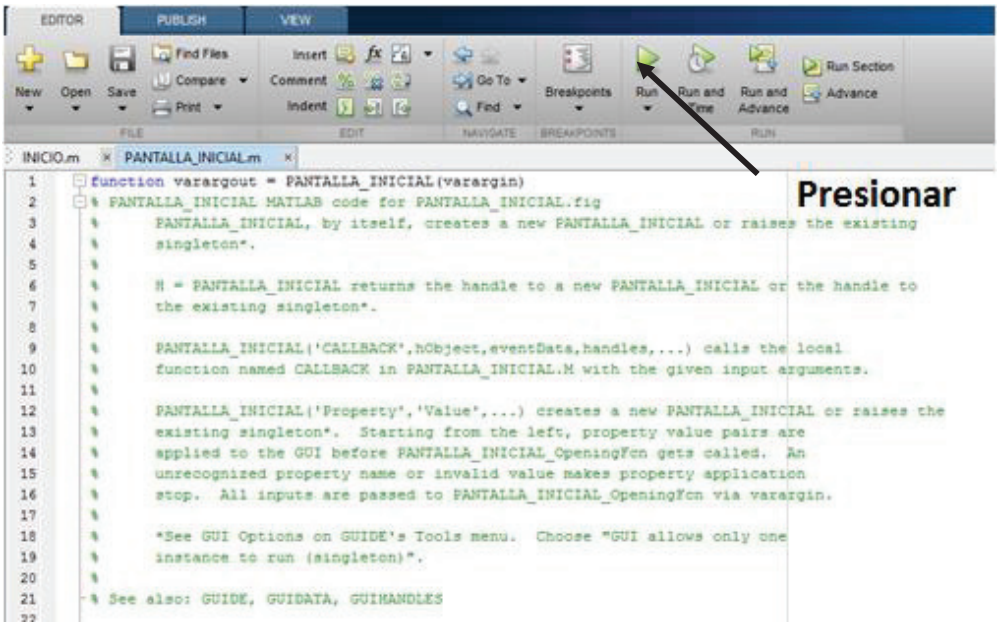


Figura 3.8. Simulink-Matlab Esquema de la Formación.

3.3.4 INICIAR INTERFAZ

Se presenta “PANTALLA_INICIAL”, que es la presentación del proyecto. Para seguir se presiona el botón **CONTINUAR**, como se observa en la Figura 3.9.

Figura 3.9. Presentación del proyecto GUI.

Esperar algunos segundos mientras se cierran los archivos Simulink abiertos al iniciar la simulación.

3.3.5 ELEGIR OPCIONES

En la Figura 3.10 se aprecia las opciones que posee la interfaz:

- Controladores sin obstáculos

En esta opción se puede elegir entre tres controladores: TIPO PID, control en modo deslizante (SMC) y control basado en Espacio Nulo.

- Controlador con obstáculo

Para esta opción se trabaja con el control basado en Espacio Nulo el cual posee tres prioridades que son: forma, postura y evasión de obstáculos.

Figura 3.10. Opciones para la Formación de manipuladores móviles.

3.3.6 ELEGIR MODELOS

3.3.6.1 Controladores sin obstáculos

Si se elige la opción “Controladores sin obstáculos”, se desplegará la Figura 3.11, en donde se debe elegir entre los tipos de modelos.

- Cinemático

En esta opción la planta tiene su modelo cinemático, de igual manera su controlador.

- Dinámico

La planta tiene su modelo dinámico, y el controlador se compone de parte cinemática más parte dinámica.

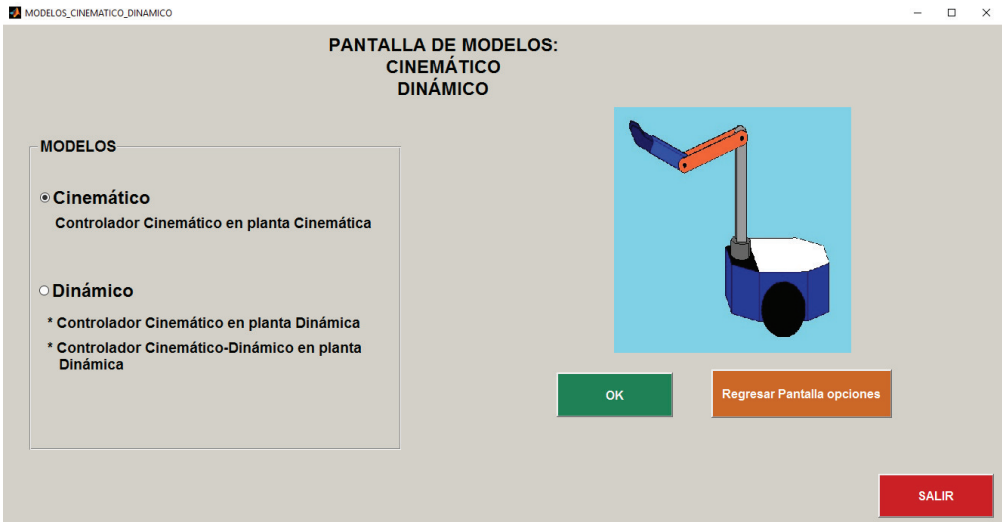


Figura 3.11. Tipos de Modelos.

Elegido el Modelo se presiona **OK** para continuar a la siguiente pantalla.

3.3.6.1.1 Modelo Cinemático

Si el usuario no está familiarizado con el funcionamiento de esta pantalla, se debe presionar la opción “INFO”, en la cual se presentará la información necesaria para operar la GUI.

Si se elige la opción “Cinemático”, se desplegará la Figura 3.12, en donde se puede elegir CONTROLADORES y TRAYECTORIAS.

CONTROLADORES

- TIPO PID
- MODO DESLIZANTE
- ESPACIO NULO

TRAYECTORIAS

- CUADRADO
- TIPO OCHO
- SINUSOIDE
- CÍRCULO

Al elegir CONTROLADORES y TRAYECTORIAS, se tiene dos alternativas. La primera es elegir “VALORES PREDETERMINADOS”, se presiona para cargar dichos valores en “Parámetros de formación” y en “Posiciones iniciales de los Manipuladores”. La segunda alternativa es colocar manualmente valores que el usuario desee en “Parámetros de formación” y en “Posiciones iniciales de los Manipuladores”.

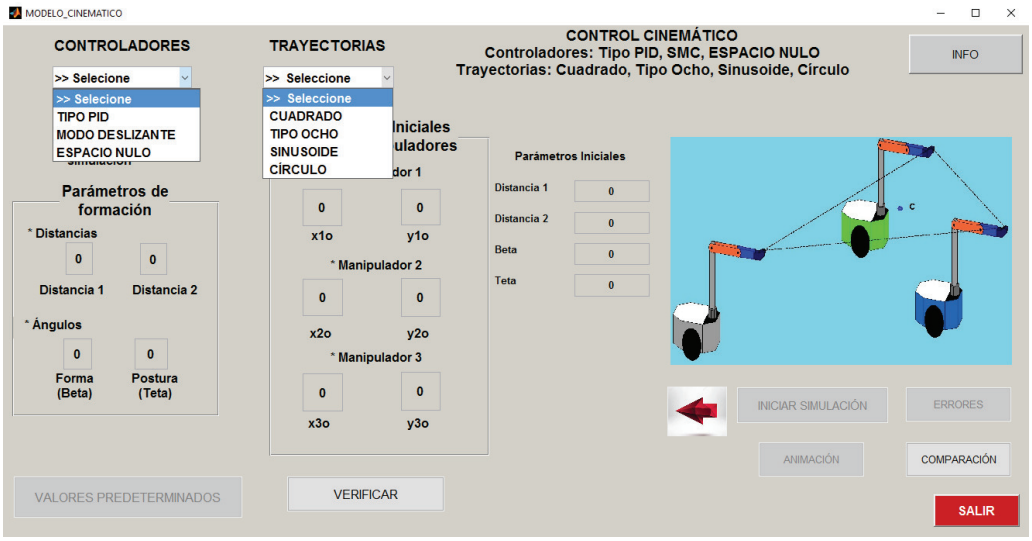


Figura 3.12. Modelo Cinemático.

Luego se presiona la opción “VERIFICAR”, se desplegará una pantalla para visualizar las ubicaciones de los manipuladores en la formación y los “Parámetros iniciales”, como se observa en la Figura 3.13

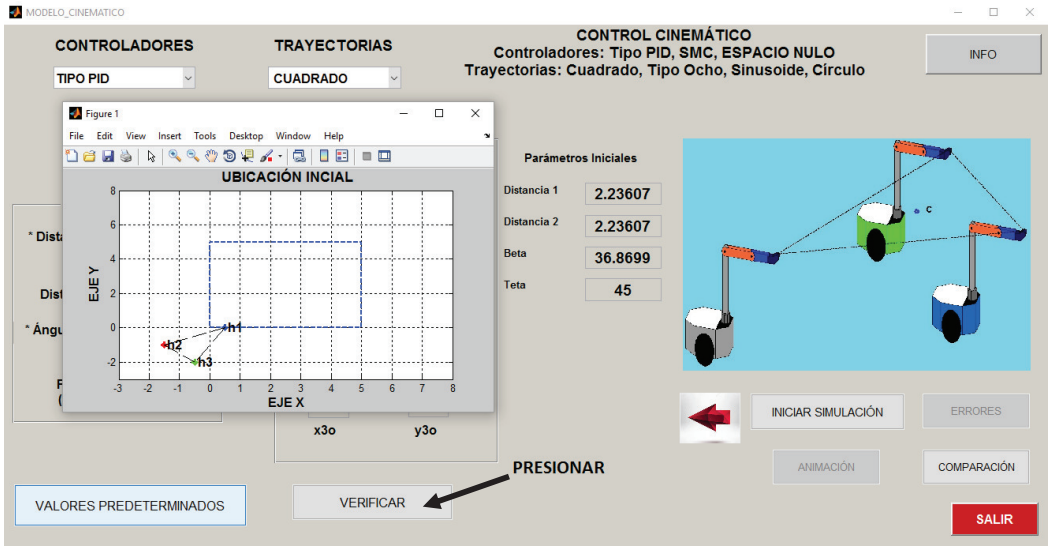


Figura 3.13. Verificación Posiciones Iniciales, control Cinemático.

Posteriormente se activará la opción “INICIAR SIMULACIÓN” si los valores de “Parámetros iniciales” son válidos, caso contrario el usuario debe modificar “Posiciones iniciales de los Manipuladores”, hasta que se levanten las indeterminaciones. Luego de presionar dicha opción, esperar algunos segundos hasta que se activen “ANIMACIÓN” y “ERRORES”.

- **ANIMACIÓN**

Al elegir esta opción se presentará la formación de manipuladores móviles en 3D, como se observa en la Figura 3.14.

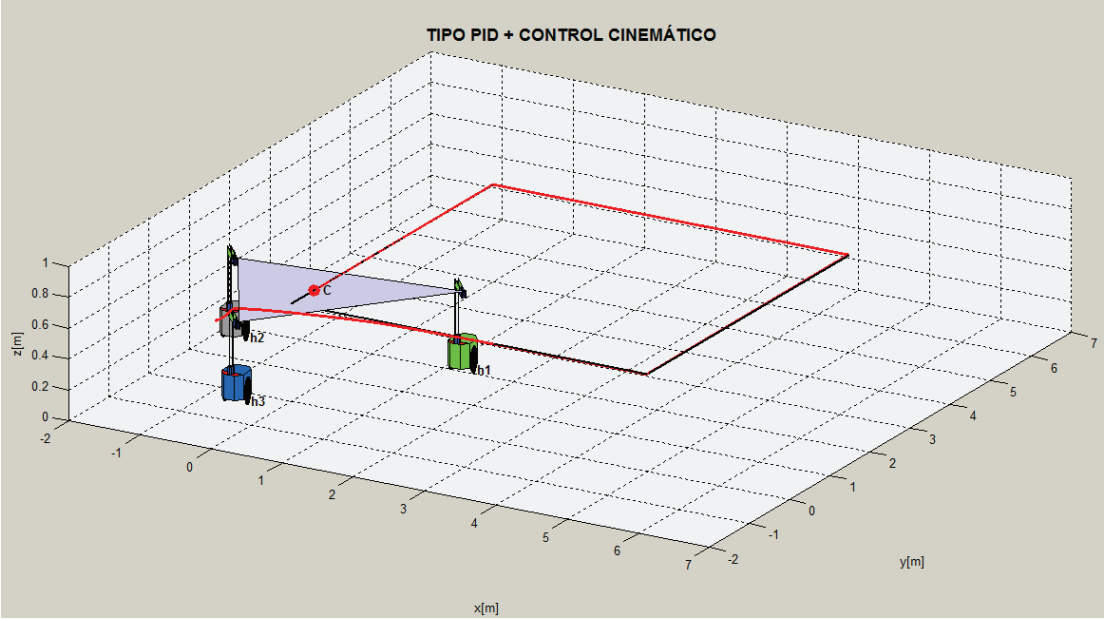


Figura 3.14. Animación en 3D.

- **ERRORES**

Al elegir esta opción se presentará la evolución de los errores, en la forma y la postura del centroide de la formación, como se observa en la Figura 3.15.

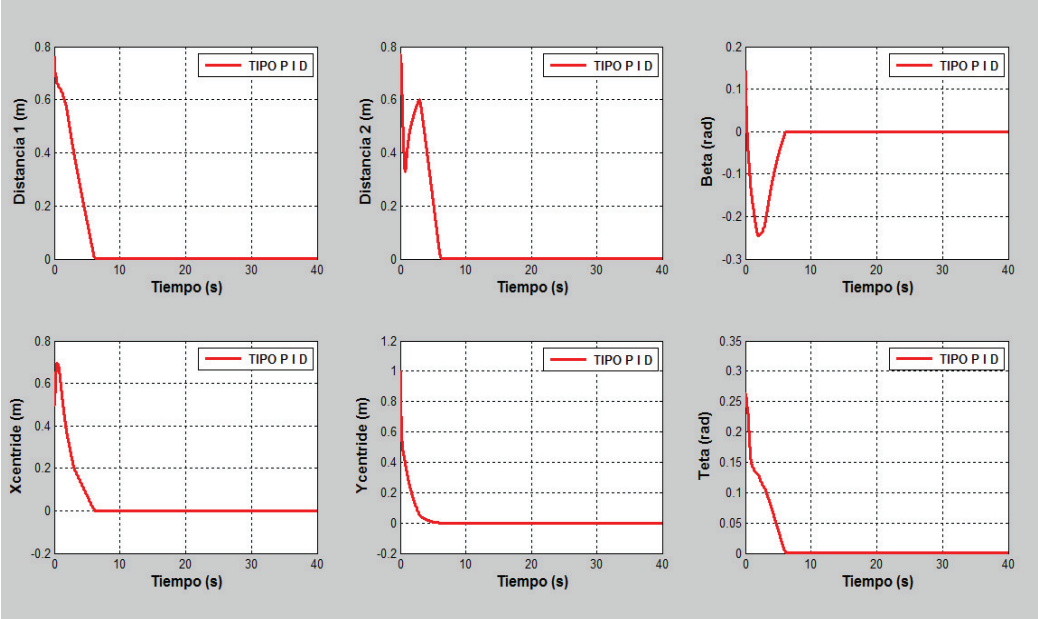


Figura 3.15. Errores de forma y postura, en el centroide.

- **COMPARACIÓN**

Al elegir esta opción se presentará la pantalla, en la cual se presenta la opción de trayectorias (CUADRADA, TIPO OCHO, SINUSOIDE Y CÍRCULO), como se observa en la Figura 3.16.

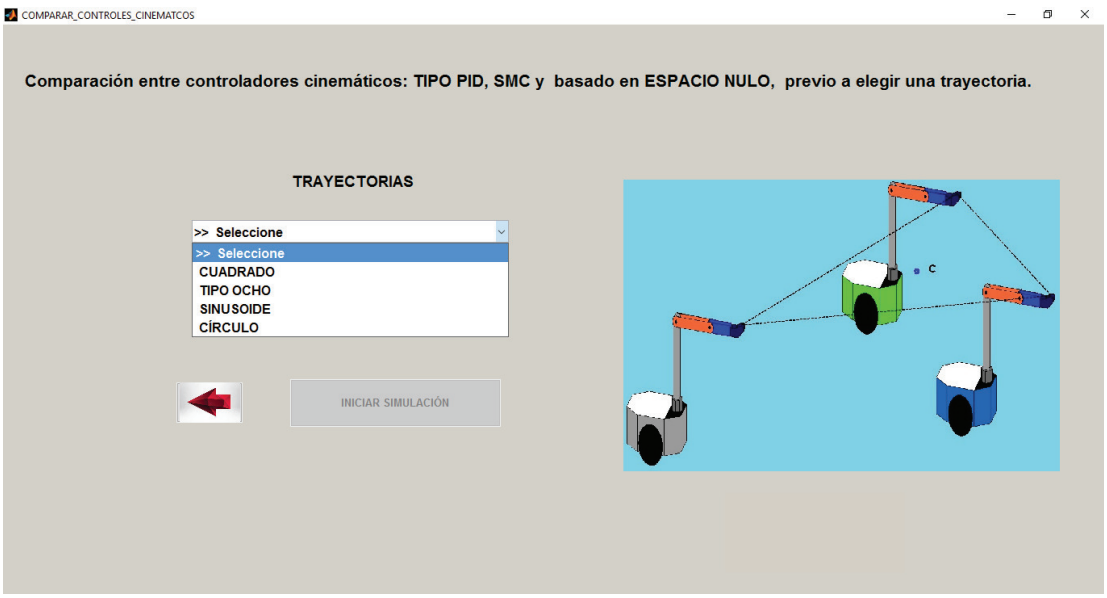


Figura 3.16. Comparación de los controladores Cinemáticos.

Luego de elegir la trayectoria se activará “INICIAR SIMULACIÓN”, presionar dicha opción. Esperar algunos segundos hasta que se presente la pantalla donde se puede visualizar los Índices de rendimiento, así como los parámetros tanto de forma como de postura, como se observa en la Figura 3.17.

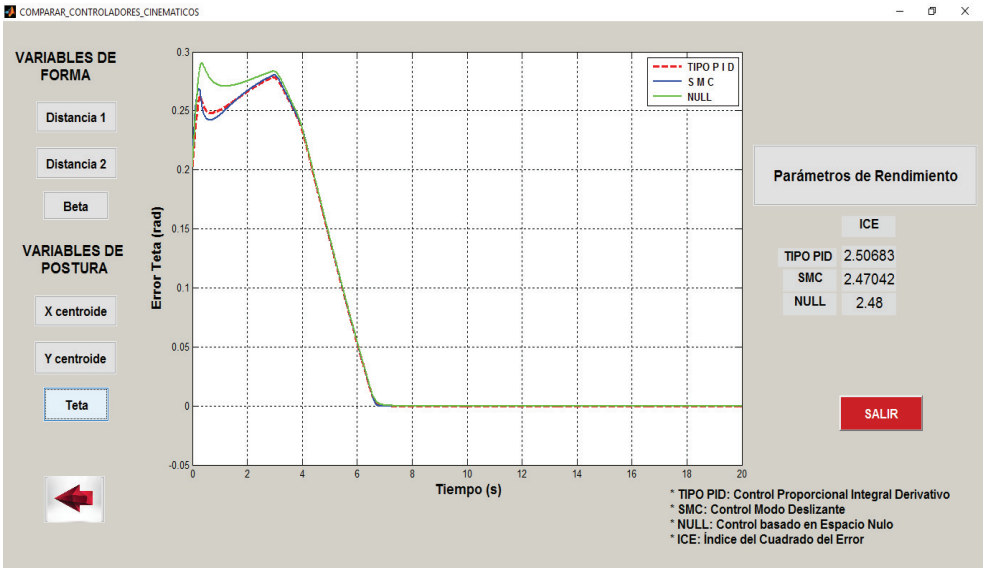


Figura 3.17. Visualización de la comparación de controladores.

3.3.6.1.2 Modelo Dinámico

Si el usuario no está familiarizado con el funcionamiento de esta pantalla, se debe presionar la opción “INFO”, en la cual se presentará la información necesaria para operar la GUI.

Si elige la opción “Dinámico”, se desplegará la Figura 3.18, en donde se puede elegir: CONTROLADORES, TRAYECTORIAS Y OPCIÓN DE CONTROLES.

CONTROLADORES

- TIPO PID
- MODO DESLIZANTE
- ESPACIO NULO

TRAYECTORIAS

- CUADRADO
- TIPO OCHO

- SINUSOIDE
- CÍRCULO

OPCIÓN DE CONTROLES

- Control CINEMÁTICO+DINÁMICO

Esta opción nos permite visualizar el rendimiento del controlador cuando la planta es dinámica y el controlador posee la parte cinemática y la parte dinámica.

- Control CINEMÁTICO

Esta opción nos permite visualizar el rendimiento del controlador cuando la planta es dinámica y el controlador posee únicamente la parte cinemática.

Al elegir CONTROLADORES, TRAYECTORIAS Y OPCIÓN DE CONTROLES, se tiene dos alternativas. La primera es elegir “VALORES PREDETERMINADOS”, se presiona para cargar dichos valores en “Parámetros de formación” y en “Posiciones iniciales de los Manipuladores”. La segunda alternativa es colocar manualmente valores que el usuario desee en “Parámetros de formación” y en “Posiciones iniciales de los Manipuladores”.

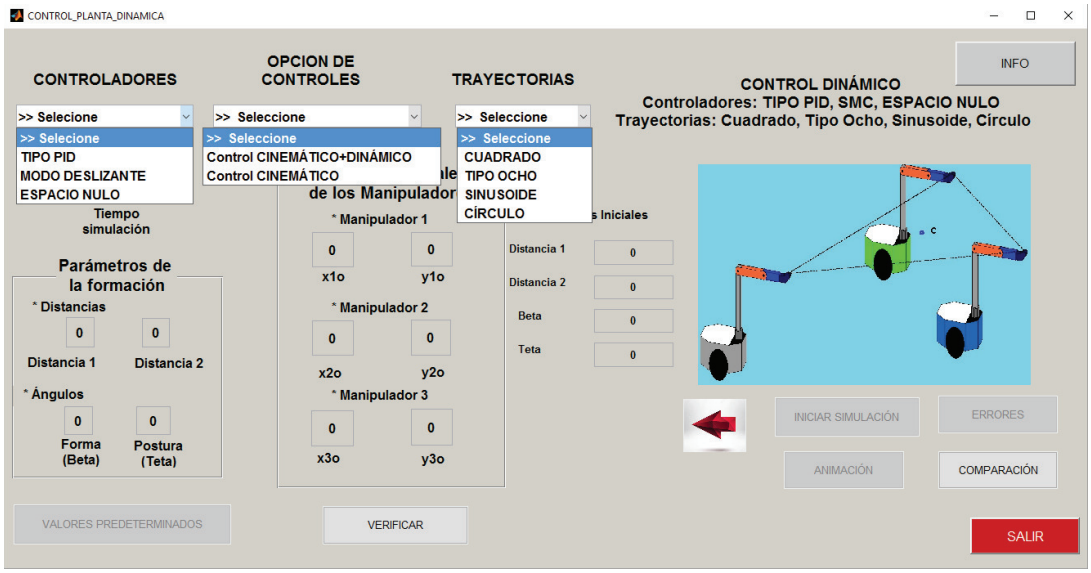


Figura 3.18. Modelo Dinámico.

Luego se presiona la opción “VERIFICAR”, se desplegará una pantalla para visualizar las ubicaciones de los manipuladores en la formación y los “Parámetros iniciales”, como se observa en la Figura 3.19.

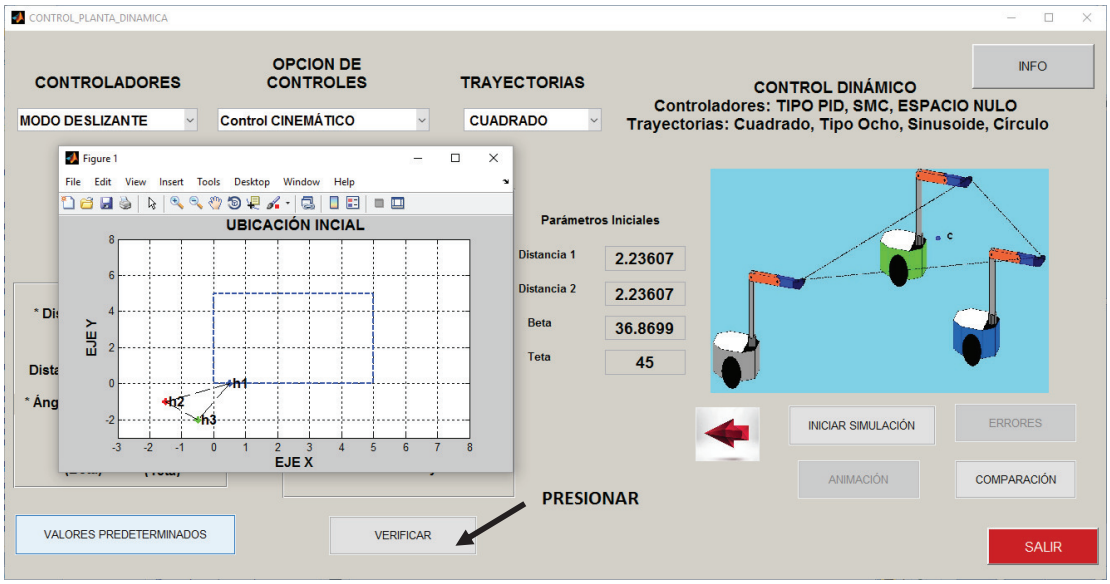


Figura 3.19. Verificación Posiciones Iniciales, control Dinámico.

Posteriormente se activará la opción “INICIAR SIMULACIÓN” si los valores de “Parámetros iniciales” son válidos, caso contrario el usuario debe modificar “Posiciones iniciales de los Manipuladores”, hasta que se levanten las indeterminaciones. Luego de presionar dicha opción, esperar algunos segundos hasta que se activen “ANIMACIÓN” y “ERRORES”.

- **ANIMACIÓN**

Al elegir esta opción se presentará la formación de manipuladores móviles en una animación 3D. Si en “Opción de controles” se selecciona “Control CINEMÁTICO+DINÁMICO”, se visualiza un seguimiento de trayectoria como se presenta en la Figura 3.20.

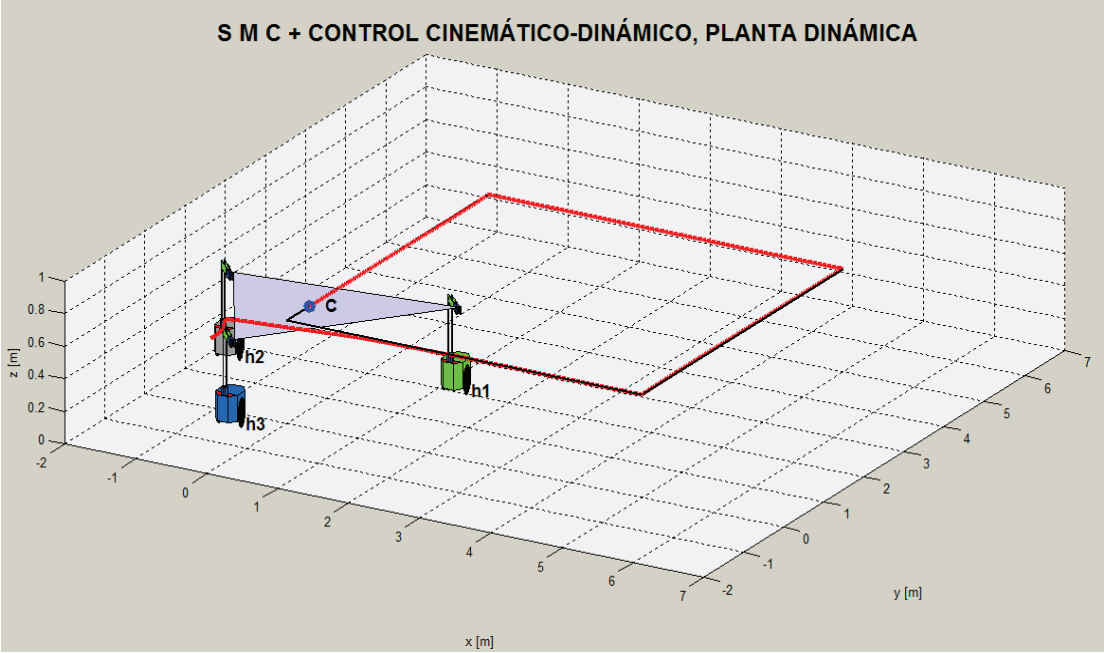


Figura 3.20. Animación en 3D, Control CINEMÁTICO+DINÁMICO.

Si en “Opción de controles” se selecciona “Control CINEMÁTICO”, se visualiza un seguimiento de trayectoria como se observa en la Figura 3.21.

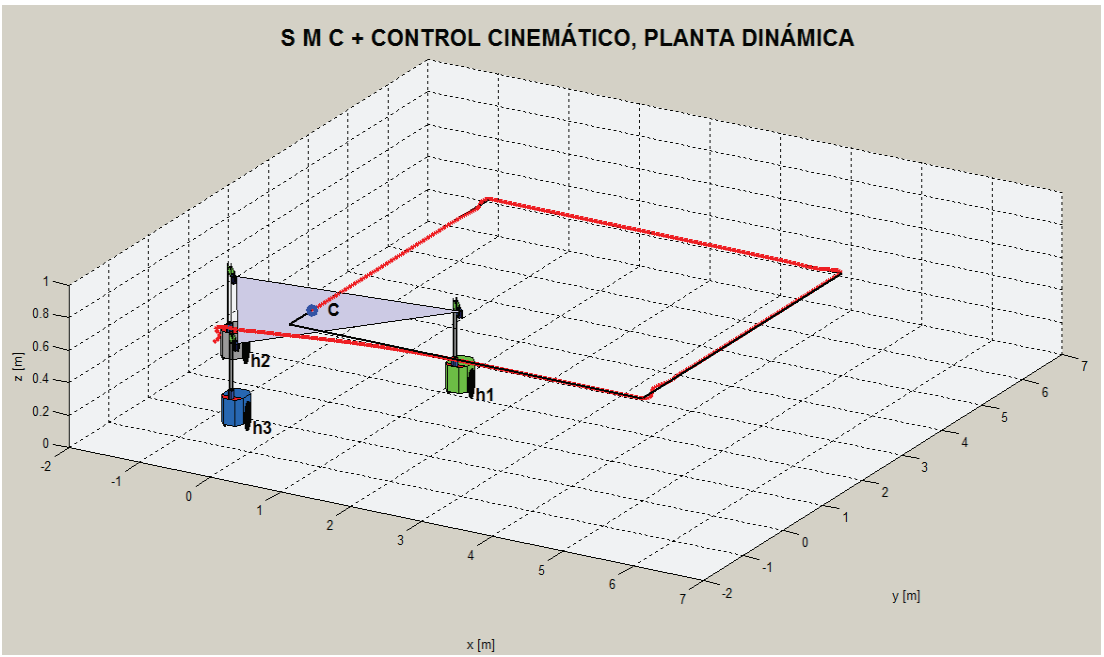


Figura 3.21. Animación en 3D, Control CINEMÁTICO.

- **ERRORES**

Al elegir esta opción se presentará la evolución de los errores, de forma y postura del centroide de la formación. Si en “Opción de controles” se selecciona “Control CINEMÁTICO+DINÁMICO”, se presentan errores como se observa en la Figura 3.22.

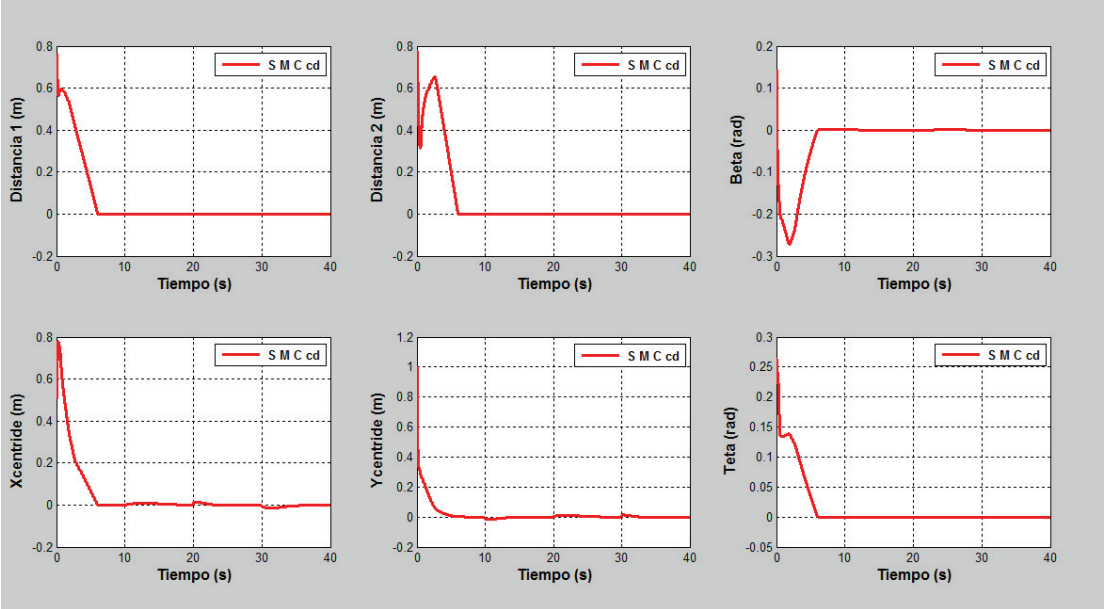


Figura 3.22. Errores de forma y postura, Control CINEMÁTICO+DINÁMICO.

- **COMPARACIÓN**

Al elegir esta opción se presentará una pantalla, en la cual se presenta la opción de CONTROLADORES (Tipo PID, MODO DESLIZANTE y ESPACIO NULO) y TRAYECTORIAS (CUADRADA, TIPO OCHO, SINUSOIDE Y CÍRCULO), como se observa en la Figura 3.23.

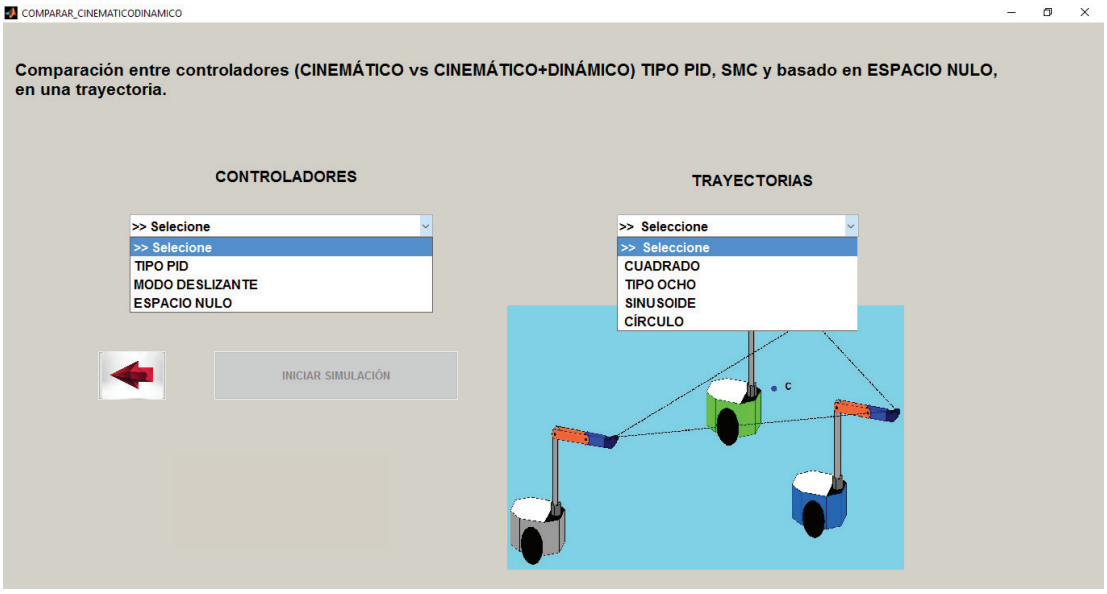


Figura 3.23 Comparación Controladores Dinámicos.

Luego de elegir CONTROLADORES y TRAYECTORIAS se activará "INICIAR SIMULACIÓN", presionar dicha opción. Esperar algunos segundos hasta que se active la pantalla donde se puede visualizar los parámetros tanto de forma como de postura, como se observa en la Figura 3.24.

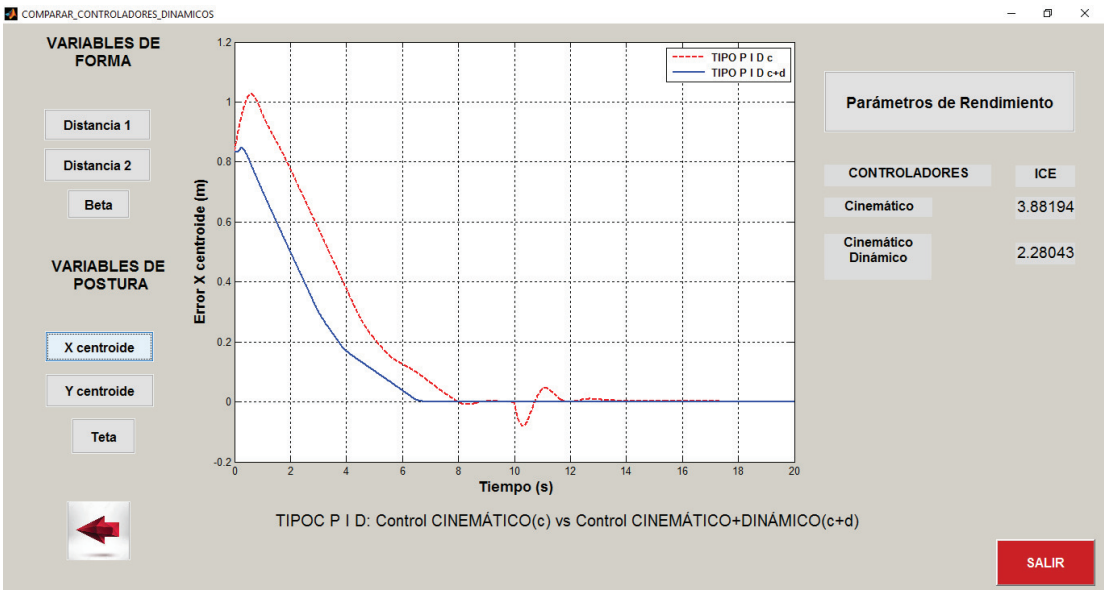


Figura 3.24. Comparación Control CINEMÁTICO vs Control CINEMÁTICO+DINÁMICO.

3.3.6.2 Controlador con obstáculos

Si el usuario no está familiarizado con el funcionamiento de esta pantalla, se debe presionar la opción “INFO”, en la cual se presentará la información necesaria para operar la GUI. Al elegir la opción “Controlador con obstáculos”, se desplegará la Figura 3.24, en donde se puede seleccionar entre “PRIORIDADES”, “TRAYECTORIAS” y “VISUALIZACIÓN”.

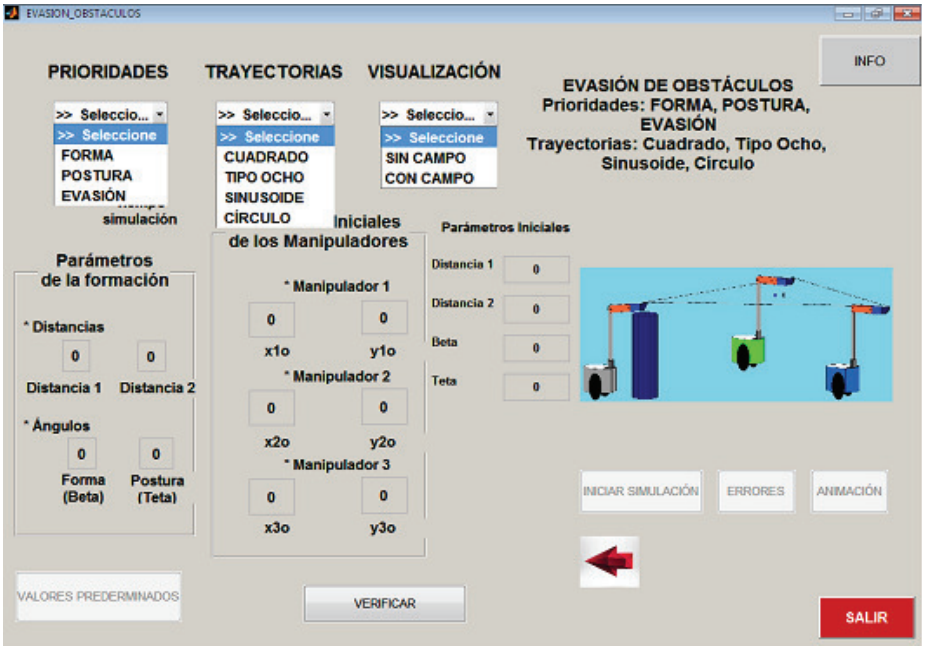


Figura 3.24 Evasión de Obstáculos.

PRIORIDADES

- FORMA

En forma, la prioridad es controlar dos distancias y el ángulo beta (β) de la formación, es decir que en el seguimiento de la trayectoria se debe mantener el triángulo sin deformarse el mismo.

- POSTURA

En postura, la prioridad es controlar la X y Y del centroide de la formación y el ángulo theta (θ), es decir que en el transcurso del tiempo se debe mantener el centroide sobre la trayectoria definida, la forma se puede distorsionar en este caso.

- EVASIÓN

En evasión, la prioridad es evitar los obstáculos fijos que estén presentes, en este caso se puede distorsionar la forma y salirse el centroide de la trayectoria.

TRAYECTORIAS

- CUADRADO
- TIPO OCHO
- SINUSOIDE
- CÍRCULO

VISUALIZACIÓN

- SIN CAMPO

Esta opción permite visualizar en 3D el desempeño del controlador basado en espacio nulo, en la evasión de obstáculos.

- CON CAMPO

Esta opción permite visualizar dos ventanas, en la primera se verá la simulación de la formación en 2D, en la segunda ventana se presenta el crecimiento de los campos potenciales según los manipuladores se acerquen a los obstáculos.

Al elegir PRIORIDAD, TRAYECTORIA Y VISUALIZACIÓN, se tiene dos alternativas. La primera es elegir “VALORES PREDETERMINADOS”, se presiona para cargar dichos valores en “Parámetros de formación” y en “Posiciones iniciales de los Manipuladores”. La segunda alternativa es colocar manualmente valores que el usuario desee en “Parámetros de formación” y en “Posiciones iniciales de los Manipuladores”.

Luego se presiona la opción “VERIFICAR”, se desplegará una pantalla para visualizar las ubicaciones de los manipuladores en la formación y los “Parámetros iniciales”, como se observa en la Figura 3.25.

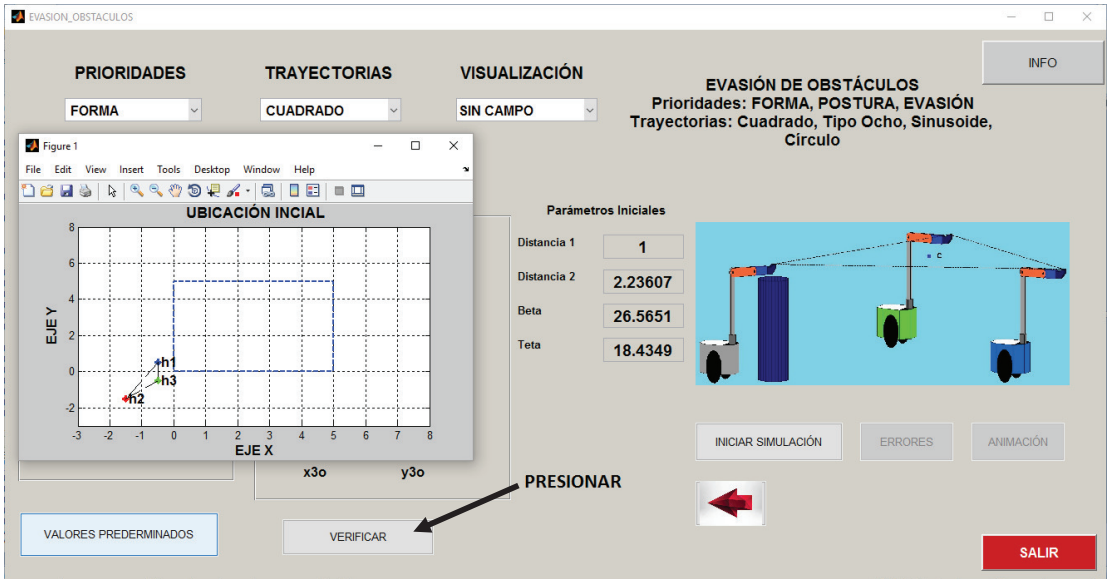


Figura 3.25. Verificación Posiciones Iniciales, Evasión Obstáculos.

Posteriormente se activará la opción “INICIAR SIMULACIÓN” si los valores de “Parámetros iniciales” son válidos, caso contrario el usuario debe modificar “Posiciones iniciales de los Manipuladores”, hasta que se levanten las indeterminaciones. Luego de presionar dicha opción, esperar algunos segundos hasta que se activen “ANIMACIÓN” y “ERRORES”.

- **ANIMACIÓN**

Al elegir esta opción se presentará la formación de manipuladores móviles en una animación 2D y 3D.

Si en “VISUALIZACIÓN” se selecciona “SIN CAMPO”, y en “PRIORIDAD” se elige “FORMA”, presentará un seguimiento de trayectoria como se observa en la Figura 3.26.

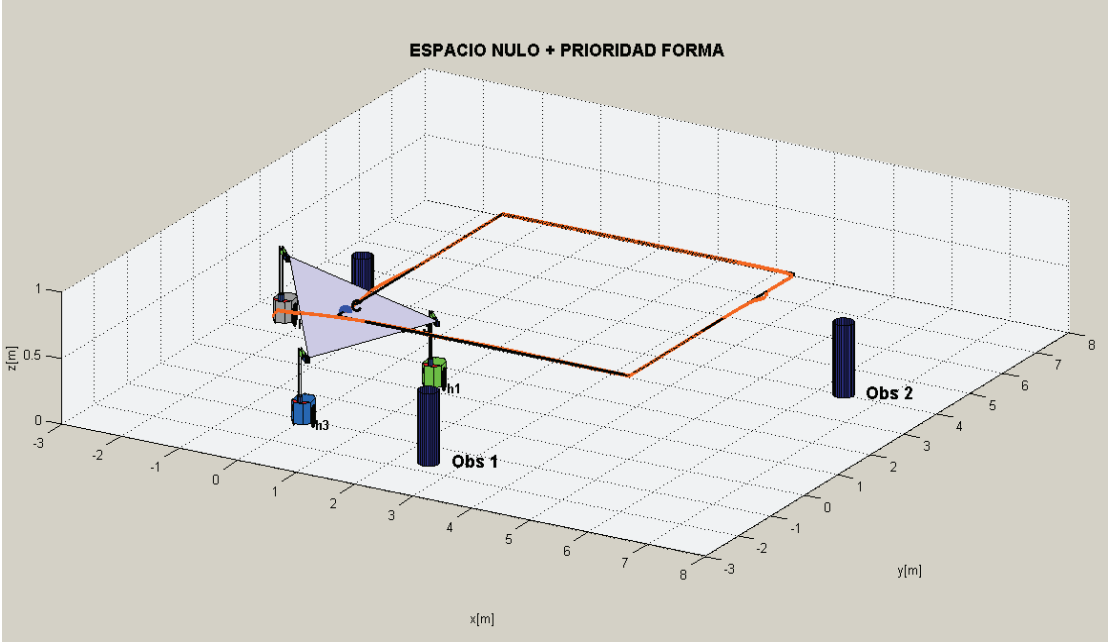


Figura 3.26 Animación en 3D, Prioridad Forma, Sin campo.

Si en “VISUALIZACIÓN” se selecciona “CON CAMPO”, y en “PRIORIDAD” se elige “FORMA”, se presentará un seguimiento de trayectoria como se observa en la Figura 3.27.

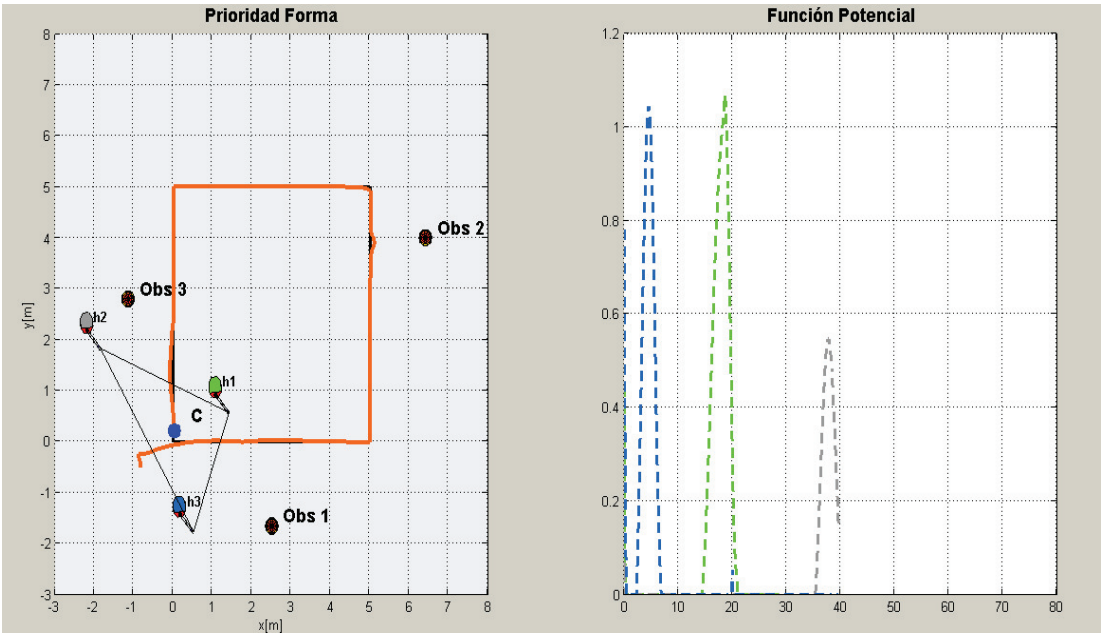


Figura 3.27 Animación en 2D, Prioridad Forma, Con campo.

- **ERRORES**

Al elegir esta opción se presentará la evolución de los errores, de forma y postura del centroide de la formación.

Si en “PRIORIDADES” se selecciona “FORMA”, se presentan errores como se observa en la Figura 3.28.

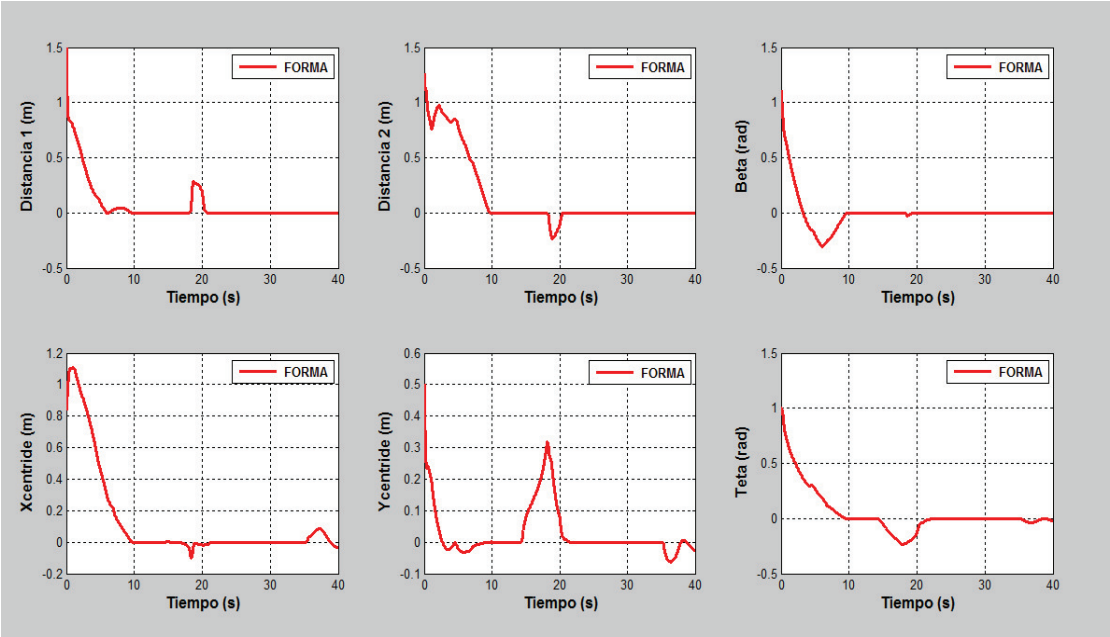


Figura 3.28 Errores de forma y postura, Prioridad Forma.

Se tiene la opción en la cual existe una flecha en dirección a la izquierda ( ), la cual se encarga de retornar a la pantalla anterior de donde el usuario de encuentra.

Si el usuario desea terminar con la simulación debe presionar la opción **SALIR,** como se observa en la Figura 3.29.

Figura 3.29 Opción para salir de la interfaz.

Se presenta un mensaje el momento de presionar la opción antes mencionada, como se observa en la figura 3.30.

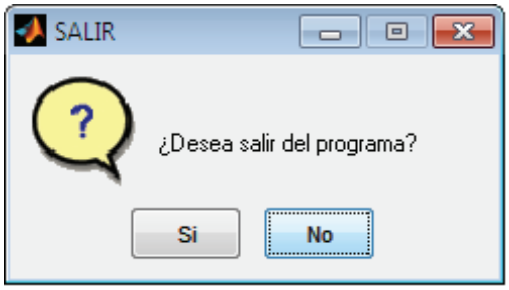


Figura 3.30 Mensaje para terminar con la simulación del GUI**.**

Si el usuario selecciona **Si,** entonces automáticamente saldrá de la interface, caso contrario al presionar **No,** tendrá la opción de seguir trabajando en la pantalla que se encuentre.

Si el usuario por accidente presiona **Si**, para iniciar nuevamente debe dirigirse al Script de “PANTALLA_INICIAL” y presionar la opción **Run** como se mostró en la Figura 3.8.

CAPÍTULO 4

SIMULACIONES Y RESULTADOS

4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se muestra los resultados para cada uno de los controladores diseñados en el capítulo 2. Los experimentos a realizarse para la formación de manipuladores móviles serán los siguientes:

- Experimento 1: Comparación de los controladores tipo PID, basado en Espacio Nulo y Modo Deslizante en trayectoria tipo Cuadrado.
- Experimento 2: Comparación de los controladores tipo PID, basado en Espacio Nulo y Modo Deslizante en trayectoria tipo Ocho.
- Experimento 3: Controlador de evasión de obstáculos basado en Espacio Nulo en trayectoria tipo Cuadrado.
- Experimento 4: Controlador de evasión de obstáculos basado en Espacio Nulo en trayectoria tipo Ocho.
- Experimento 5: Desempeño de los controladores tipo PID cinemático, y tipo PID cinemático-dinámico en planta dinámica para la trayectoria tipo Cuadrado.
- Experimento 6: Desempeño de los controladores basado en Espacio Nulo cinemático, y cinemático-dinámico en planta dinámica para la trayectoria tipo Ocho.
- Experimento 7: Desempeño de los controladores Modo Deslizante cinemático, y cinemático-dinámico en planta dinámica para la trayectoria tipo Círculo.

Para los experimentos 1 y 2, la comparación se realiza mediante los índices de rendimiento ICE e IAE.

En los experimentos 3 y 4, se muestran resultados del controlador de evasión de obstáculos.

Los experimentos 5, 6 y 7 muestran el desempeño de los controladores cinemáticos y cinemático-dinámico para cada uno de los tipos: controlador tipo PID, basado en Espacio Nulo y Modo Deslizante en un tipo de trayectoria.

4.2 TRAYECTORIAS Y PARÁMETROS DEL MANIPULADOR MÓVIL

La formación de manipuladores móviles se moverá en cuatro trayectorias: cuadrado, ocho, sinusoide y círculo, como se observa en la Figura 4.1. La tabla 4.1 muestra las configuraciones de estas trayectorias.

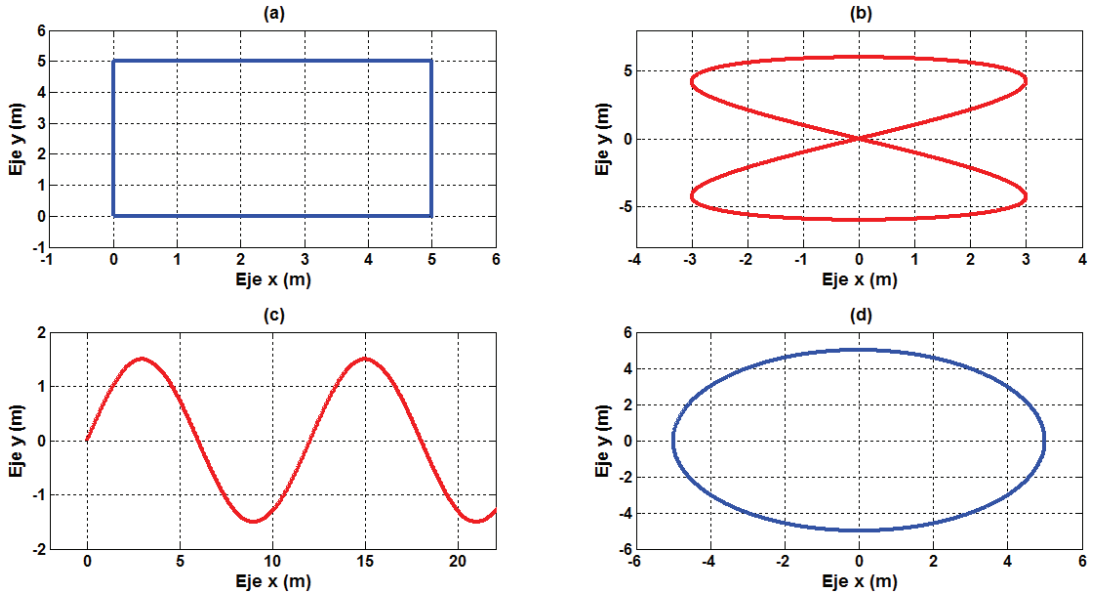


Figura 4.1. (a) Cuadrado. **(b)** Ocho. **(c)** Sinusoide. **(d)** Círculo.

Tabla 4.1. Configuración de las trayectorias.

TRAYECTORIA	EJE X	EJE Y
Cuadrado	$\begin{cases} \frac{1}{2}t, & 0 \le t < 10 \\ 5, & 10 \le t < 20 \\ -\frac{1}{2}t + 15, & 20 \le t < 30 \\ 0, & 30 \le t \le 40 \end{cases}$	$\begin{cases} 0, & 0 \le t < 10 \\ \frac{1}{2}t - 5, & 10 \le t < 20 \\ 5, & 20 \le t < 30 \\ -\frac{1}{2}t + 20, & 30 \le t \le 40 \end{cases}$
Ocho	$3\sin\left(\frac{63}{400}t\right)$	$6\sin\left(\frac{63}{800}t\right)$
Sinusoide	$0.375t$	$1.5\sin\left(\frac{\pi}{6}(0.375t)\right)$
Círculo	$5\sin\left(\frac{63}{800}t\right)$	$5\cos\left(\frac{63}{800}t\right)$

Las medidas del manipulador se muestran en la Figura 4.2:

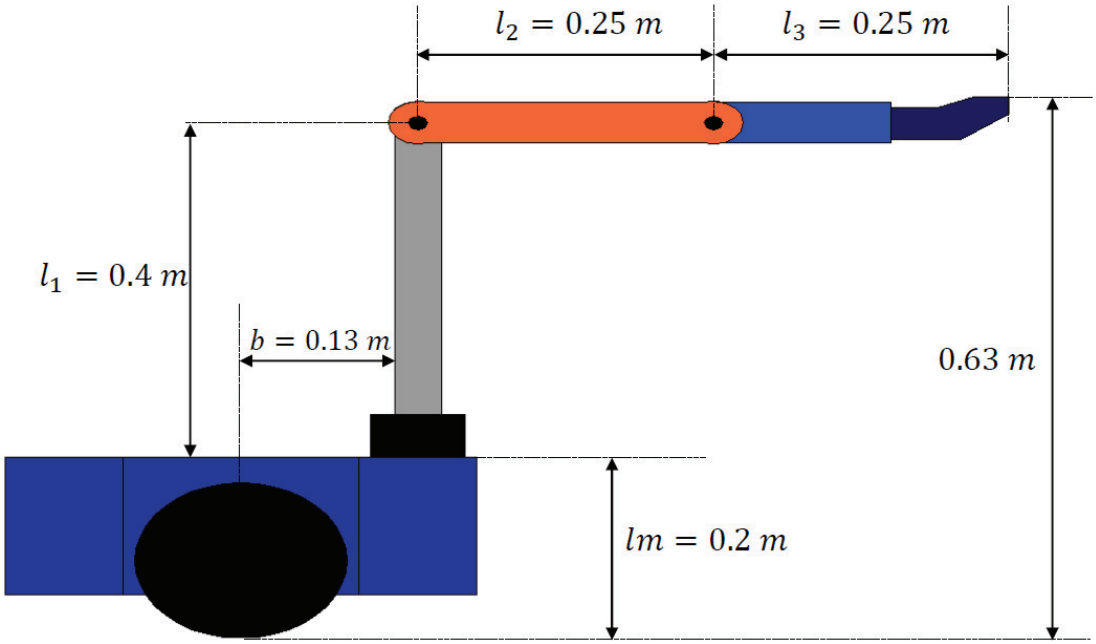


Figura 4.2. Medidas del manipulador móvil.

4.3 EXPERIMENTO 1: COMPARACIÓN DE LOS CONTROLADORES TIPO PID, BASADO EN ESPACIO NULO Y MODO DESLIZANTE EN TRAYECTORIA TIPO CUADRADO.

Las condiciones iniciales para cada uno de los manipuladores de la formación se muestran en la Tabla 4.2.

En la Figura 4.3 se presenta la ubicación inicial de la formación de manipuladores.

El tiempo de simulación: 40 segundos.

Tabla 4.2. Posiciones iniciales, experimento 1.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$
h_1	-0.5	0.5	0.63	0
h_2	-1.5	-1.5	0.63	0
h_3	-0.5	-0.5	0.63	0

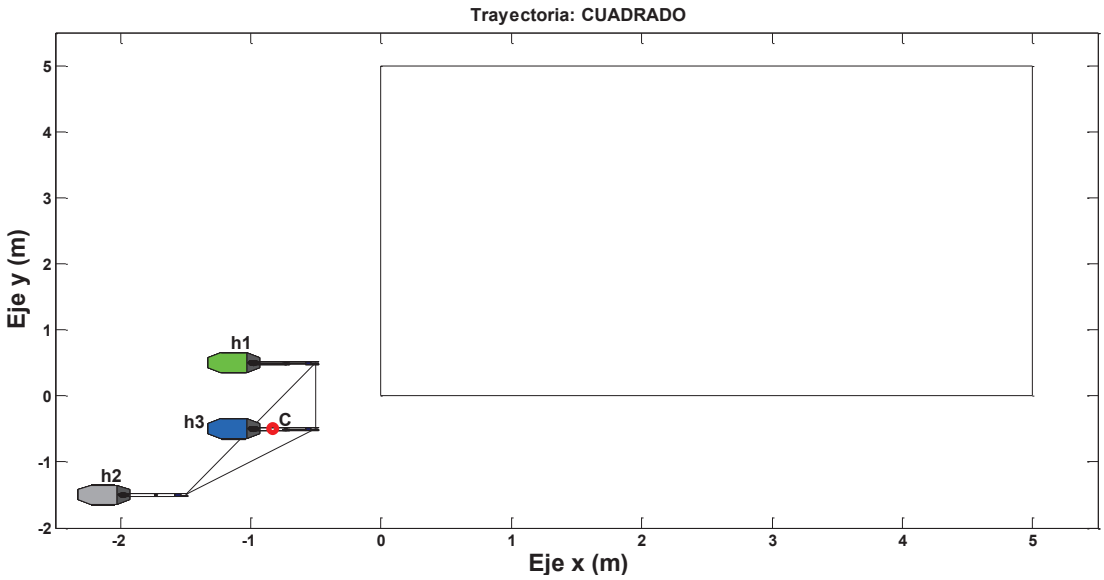


Figura 4.3. Posición inicial de la formación.

Las variables de forma y postura iniciales y de referencia de la formación se observa en la Tabla 4.3, donde la trayectoria tipo Cuadrado está definida en la Tabla 4.1:

Tabla 4.3. Variables de forma y postura, experimento 1.

Variables	Parámetro	Valor inicial	Valor de referencia
Forma q_f	$d_1(m)$	1	2
	$d_2(m)$	2.2361	2.5
	$\beta(rad)$	0.4636	$\pi/9$
Postura q_p	$x_c(m)$	-0.833	$x_{cuadrado}(t)$
	$y_c(m)$	-0.500	$y_{cuadrado}(t)$
	$\theta(rad)$	0.3218	$\pi/6$

La Figura 4.4 muestra el seguimiento de trayectoria del centroide de la formación de manipuladores para los diferentes controladores.

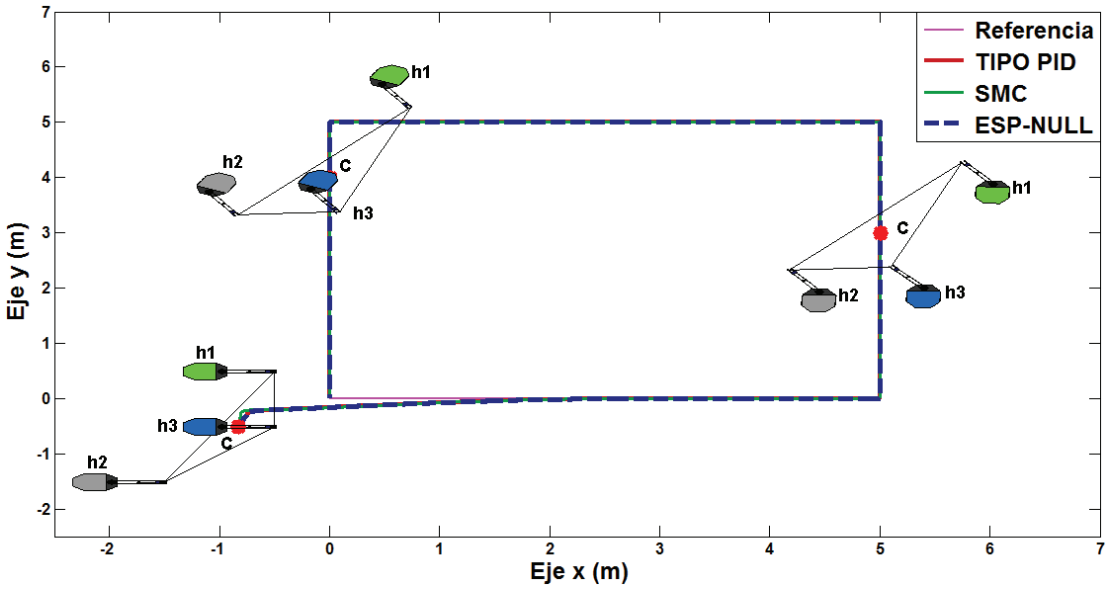


Figura 4.4. Seguimiento de trayectoria tipo Cuadrado.

Como se puede apreciar en el gráfico, la formación de manipuladores alcanza la trayectoria.

En la Figura 4.5 se muestra los errores en las distancias 1 y 2, donde se aprecia que la formación alcanza los valores deseados.

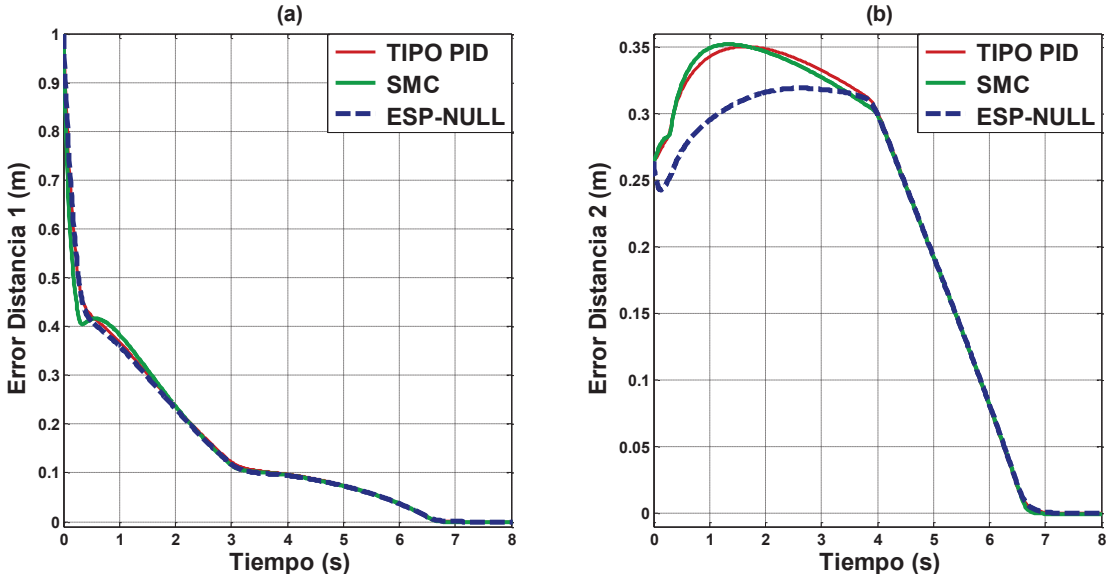


Figura 4.5. Análisis de error en las distancias, trayectoria tipo Cuadrado: **(a)** Distancia 1; **(b)** Distancia 2.

En la Figura 4.6 se muestra el error producido en el eje X y Y por parte del centroide.

Se observa que, en los tres controladores, la formación alcanza la trayectoria deseada.

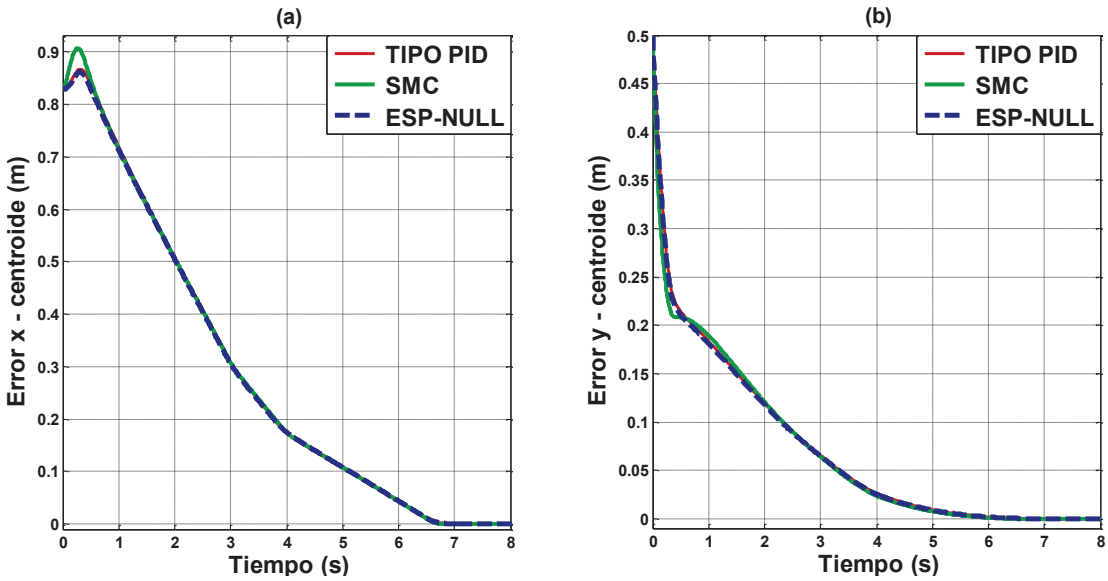


Figura 4.6. Análisis de error del centroide, trayectoria tipo Cuadrado: **(a)** x_c; **(b)** y_c.

La Figura 4.7 muestra el ángulo de forma β y el ángulo de postura θ, donde se aprecia que los tres controladores alcanzan el valor de referencia en tiempos similares.

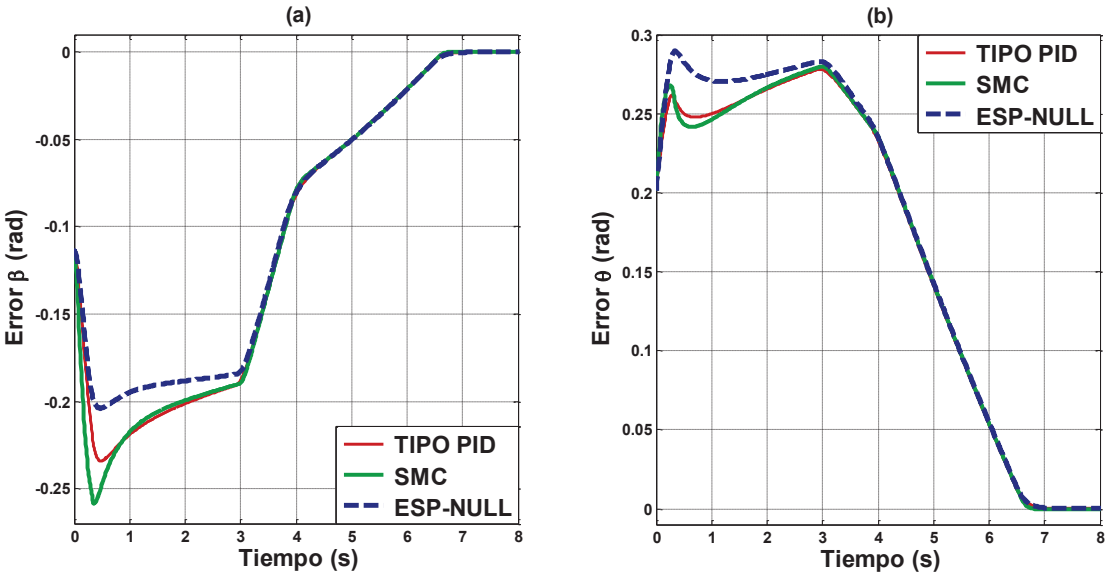


Figura 4.7. Análisis de error en los ángulos, trayectoria tipo Cuadrado: **(a)** β; **(b)** θ.

La Tabla 4.4 muestra los valores de ICE e IAE para cada controlador en la trayectoria tipo Cuadrado.

Tabla 4.4. Valores de ICE e IAE, trayectoria tipo Cuadrado.

CONTROLADOR	ICE	IAE
TIPO PID	2.6846	7.5936
ESPACIO NULO	2.5975	7.4494
MODO DESLIZANTE	2.6744	7.6087

El controlador basado en Espacio Nulo presenta menores índices de ICE e IAE que los otros dos controladores, esto significa que tiene mejor rendimiento que el tipo PID y Modo Deslizante.

4.4 EXPERIMENTO 2: COMPARACIÓN DE LOS CONTROLADORES TIPO PID, BASADO EN ESPACIO NULO Y MODO DESLIZANTE EN TRAYECTORIA TIPO OCHO.

Las condiciones iniciales para cada uno de los manipuladores de la formación se muestran en la Tabla 4.5.

En la Figura 4.8 se presenta la posición en el plano XY de los manipuladores móviles.

El tiempo de simulación de este experimento es de 80 segundos.

Tabla 4.5. Posiciones iniciales, experimento 2.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$
h_1	-1	-0.5	0.63	$\pi/2$
h_2	1	-0.5	0.63	$\pi/2$
h_3	0	-1	0.63	$\pi/2$

Las variables de forma y postura iniciales y de referencia de la formación se observa en la Tabla 4.6; la trayectoria tipo Ocho está definida en la Tabla 4.1.

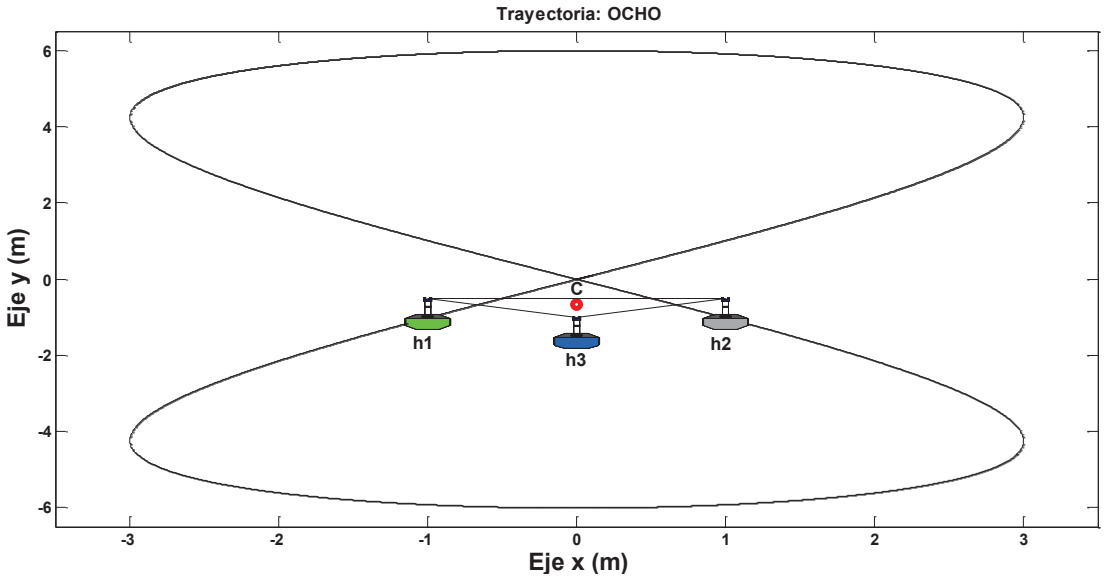


Figura 4.8. Posición inicial de la formación.

Tabla 4.6. Variables de forma y postura, experimento 2.

Variables	Parámetro	Valor inicial	Valor de referencia
Forma q_f	$d_1(m)$	1.1180	1.5
	$d_2(m)$	2	2.5
	$\beta(rad)$	0.4636	$\pi/6$
Postura q_p	$x_c(m)$	0	$x_{ocho}(t)$
	$y_c(m)$	-0.667	$y_{ocho}(t)$
	$\theta(rad)$	-1.4056	$-\pi/4$

El desempeño de los diferentes controladores para la trayectoria propuesta se muestra en la Figura 4.9, donde se puede apreciar que los tres controladores presentan un tiempo de establecimiento similar al momento de alcanzar la trayectoria.

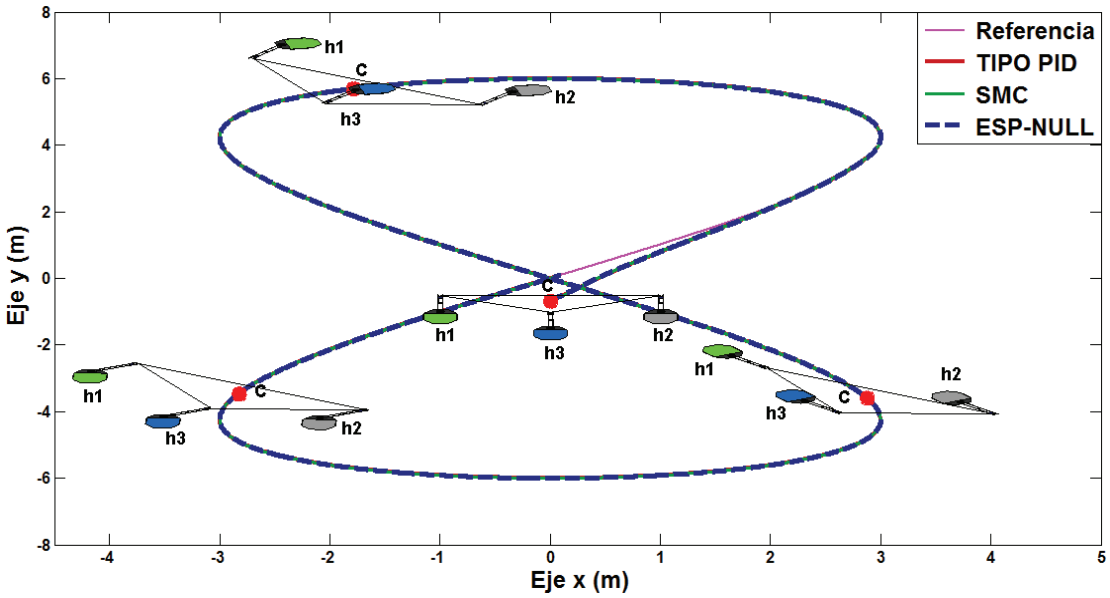


Figura 4.9. Seguimiento de trayectoria tipo Ocho.

La Figura 4.10 presenta la comparación de los controladores para la distancia 1 y 2, en la trayectoria de este experimento. Se observa que los tres controladores convergen en cero.

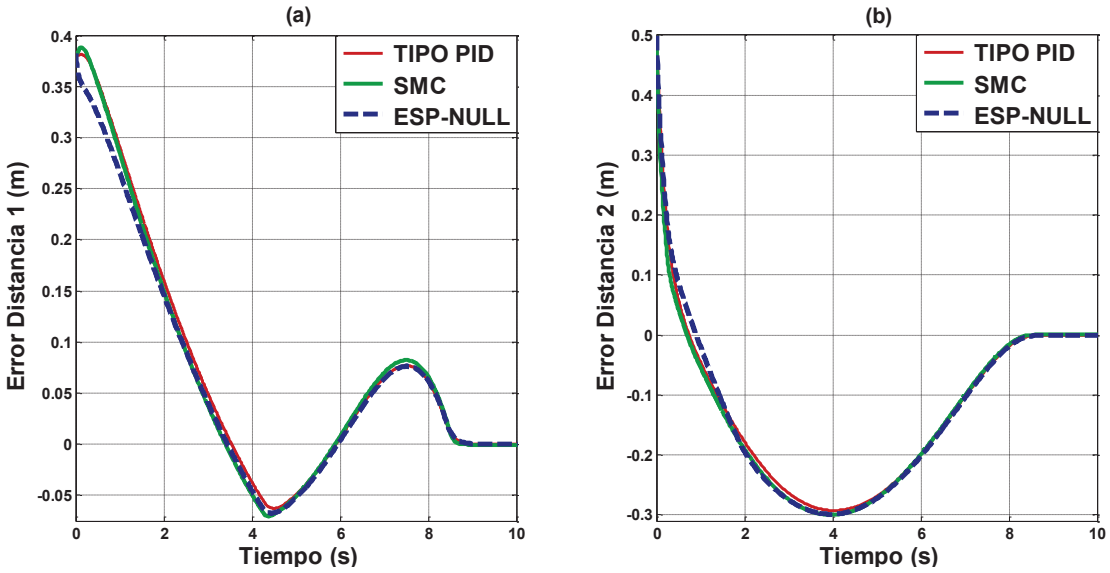


Figura 4.10. Análisis de error en las distancias, trayectoria tipo Ocho: **(a)** Distancia 1; **(b)** Distancia 2.

En la Figura 4.11 se muestra como el centroide de la formación alcanza la trayectoria propuesta, para los tres controladores.

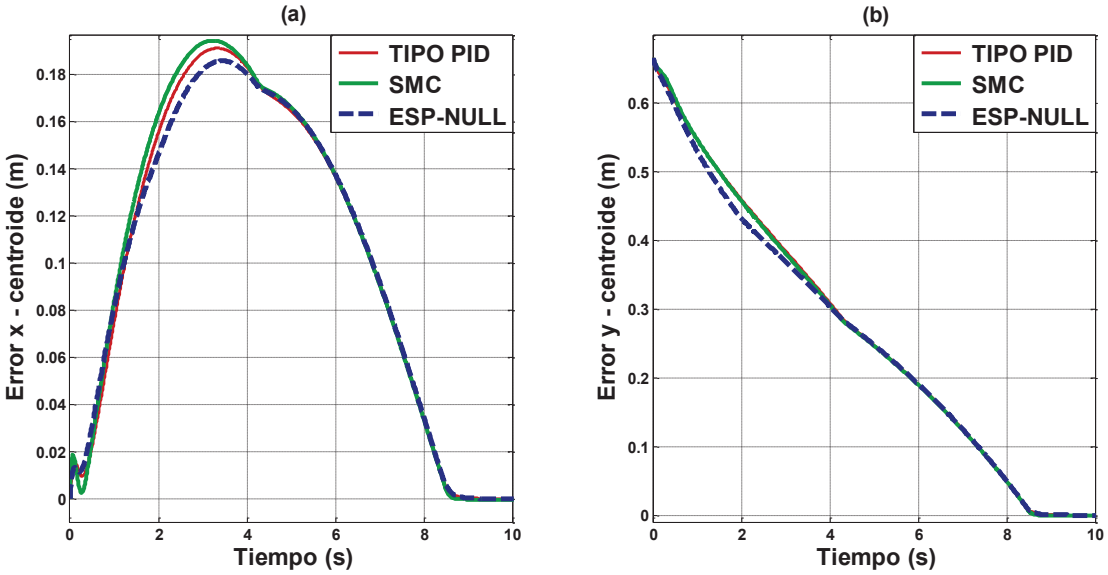


Figura 4.11. Análisis de error del centroide, trayectoria tipo Ocho: **(a)** x_c; **(b)** y_c.

Para los ángulos de forma β y postura θ de la formación, la Figura 4.12 presenta la evolución en el tiempo de los tres controladores, cumpliendo con el objetivo de alcanzar el valor deseado.

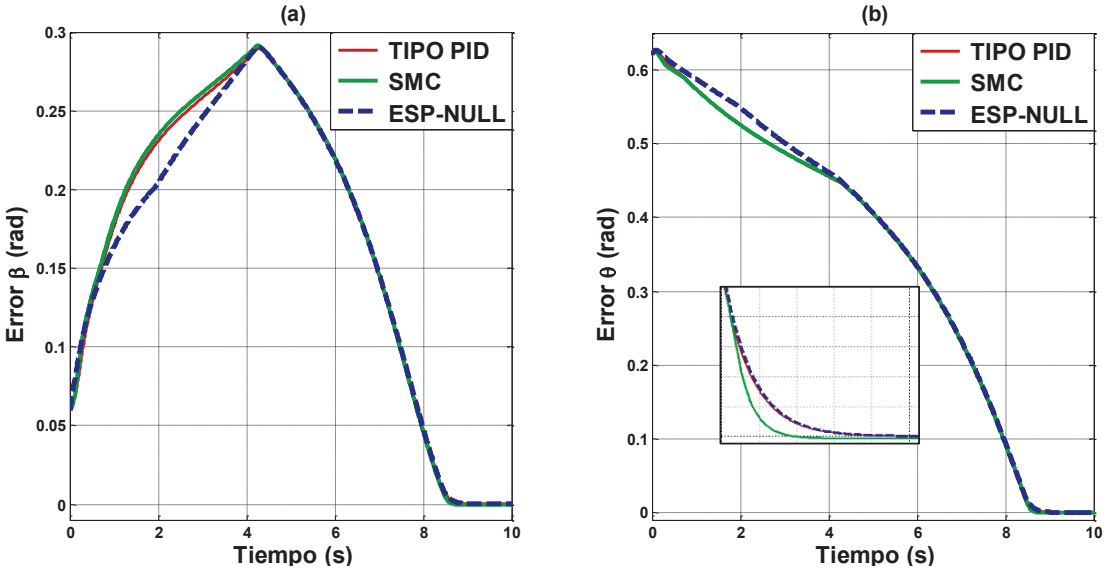


Figura 4.12. Análisis de error en los ángulos, trayectoria tipo Ocho: **(a)** β; **(b)** θ.

La Tabla 4.7 muestra los valores de rendimiento ICE e IAE obtenidos en este experimento.

Para la trayectoria tipo Ocho, el controlador basado en Espacio Nulo presenta un mejor performance frente a los dos controladores restantes, ya que presenta

valores menores frente al tipo PID y Modo Deslizante. Por otro lado, el Modo Deslizante es el de menor rendimiento reflejado en sus dos valores ICE e IAE más altos obtenidos en este experimento.

Tabla 4.7. Valores de ICE e IAE, trayectoria tipo Ocho.

CONTROLADOR	ICE	IAE
TIPO PID	3.6041	10.668
ESPACIO NULO	3.5742	10.6052
MODO DESLIZANTE	3.6173	10.7790

En el Anexo A se muestran la comparación de los tres controladores en la formación de manipuladores móviles, trayectoria Sinusoide y Círculo.

4.5 EXPERIMENTO 3: CONTROLADOR DE EVASIÓN DE OBSTÁCULOS BASADO EN ESPACIO NULO EN TRAYECTORIA TIPO CUADRADO.

Las condiciones iniciales de los manipuladores y la ubicación de los obstáculos para dicho experimento se muestran en la Tabla 4.8.

El tiempo de simulación de este experimento es de 40 segundos.

Tabla 4.8. Posiciones iniciales, experimento 3.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$	Objeto	$x_{obs}(m)$	$y_{obs}(m)$
h_1	-0.5	0.5	0.63	0	Obs_1	2.5	-1.65
h_2	-1.5	-1.5	0.63	0	Obs_2	6.4	4
h_3	-0.5	-0.5	0.63	0	Obs_3	-1.15	2.8

En la Figura 4.13 se muestra las posiciones de los obstáculos y la ubicación inicial de la formación de manipuladores móviles.

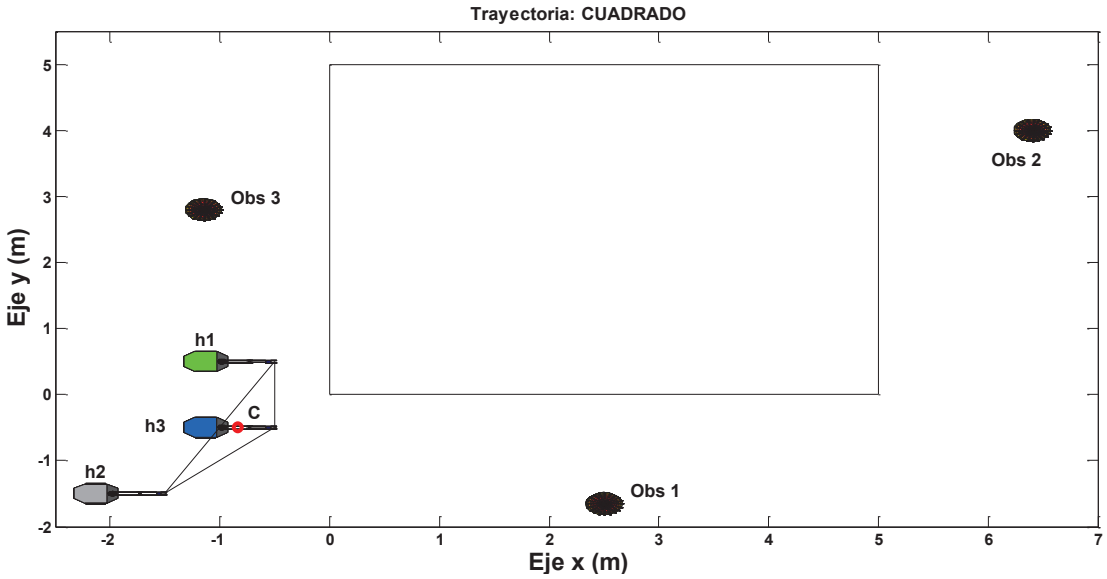


Figura 4.13. Posición de los obstáculos y ubicación inicial de la formación.

Las variables de forma y postura iniciales y de referencia de la formación se observa en la Tabla 4.9.

Tabla 4.9. Variables de forma y postura, experimento 3.

Variables	Parámetro	Valor inicial	Valor de referencia
Forma q_f	$d_1(m)$	1	2.5
	$d_2(m)$	2.2361	2.5
	$\beta(rad)$	0.4636	$5\pi/18$
Postura q_p	$x_c(m)$	-0.833	$x_{cuadrado}(t)$
	$y_c(m)$	-0.500	$y_{cuadrado}(t)$
	$\theta(rad)$	0.3218	$\pi/3$

La Figura 4.14 muestra el centroide de la formación a través de la trayectoria dada. Se puede observar que, durante el trayecto, la formación detecta los obstáculos, reflejado en las desviaciones del centroide.

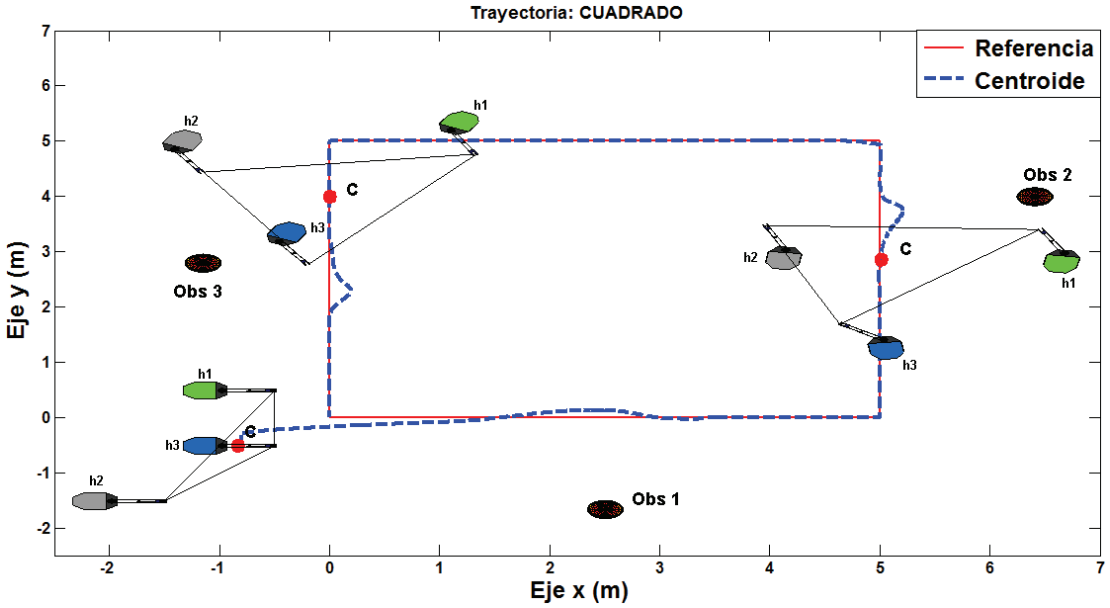


Figura 4.14. Centroide de la formación, trayectoria tipo Cuadrado.

La Figura 4.15 muestra la evolución en el tiempo por parte de las distancias 1 y 2, donde los manipuladores al encontrarse con un obstáculo evaden, sin embargo, retoman el valor de referencia.

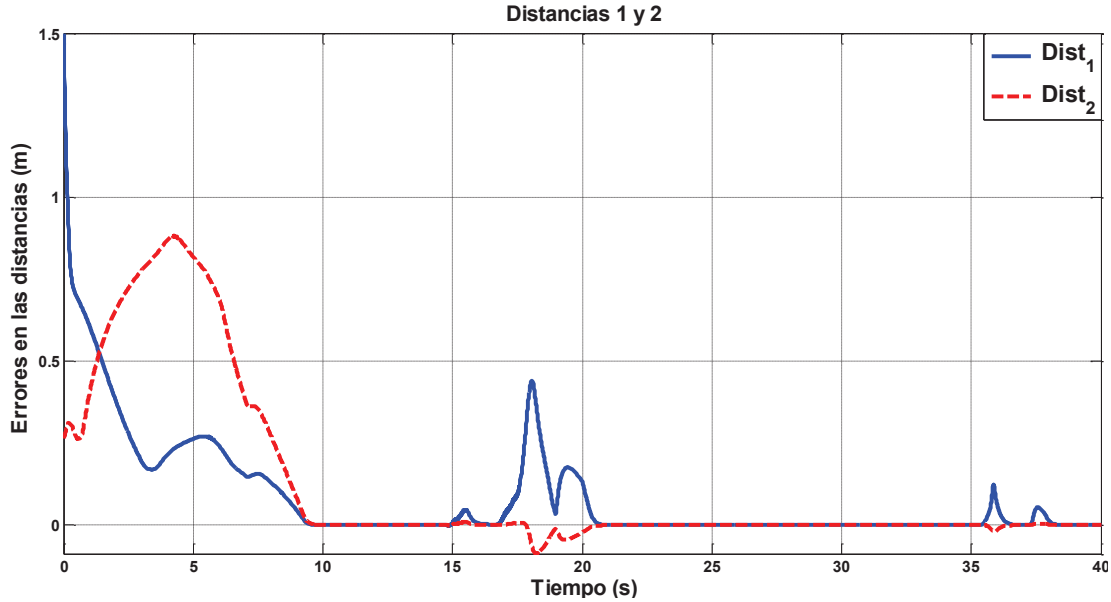


Figura 4.15. Análisis de los errores en las distancias, trayectoria tipo Cuadrado.

En la Figura 4.16 se observa que la formación se reestablece después de percibir un obstáculo presente durante la trayectoria.

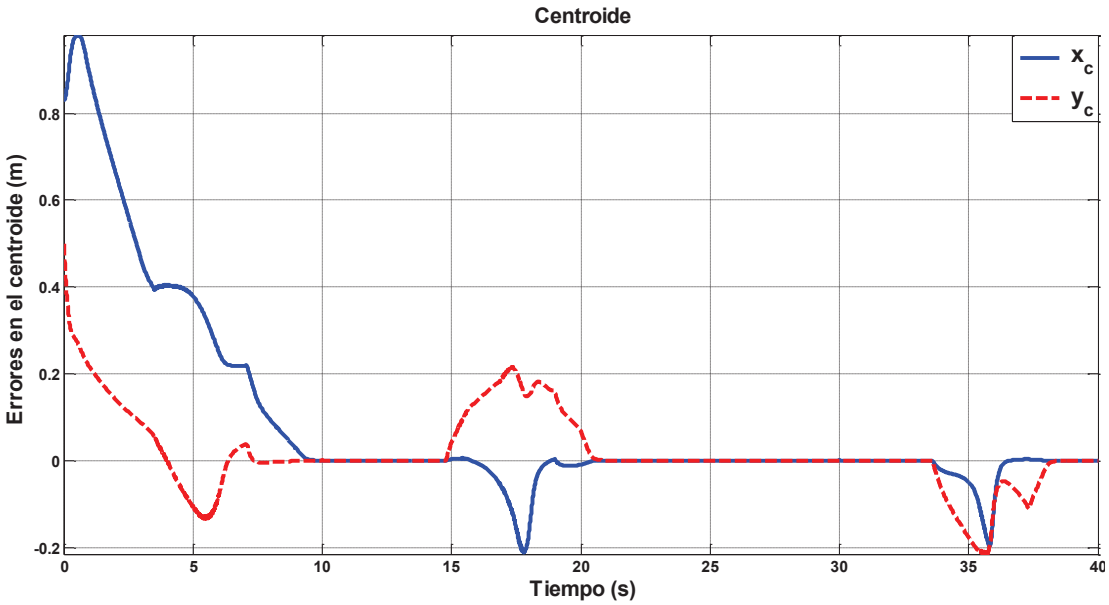


Figura 4.16. Análisis de los errores del centroide**,** trayectoria tipo Cuadrado.

La Figura 4.17 muestra los errores en los ángulos de forma y postura de la formación. Se aprecia que los ángulos tienden a cero una vez que los manipuladores esquivan un obstáculo.

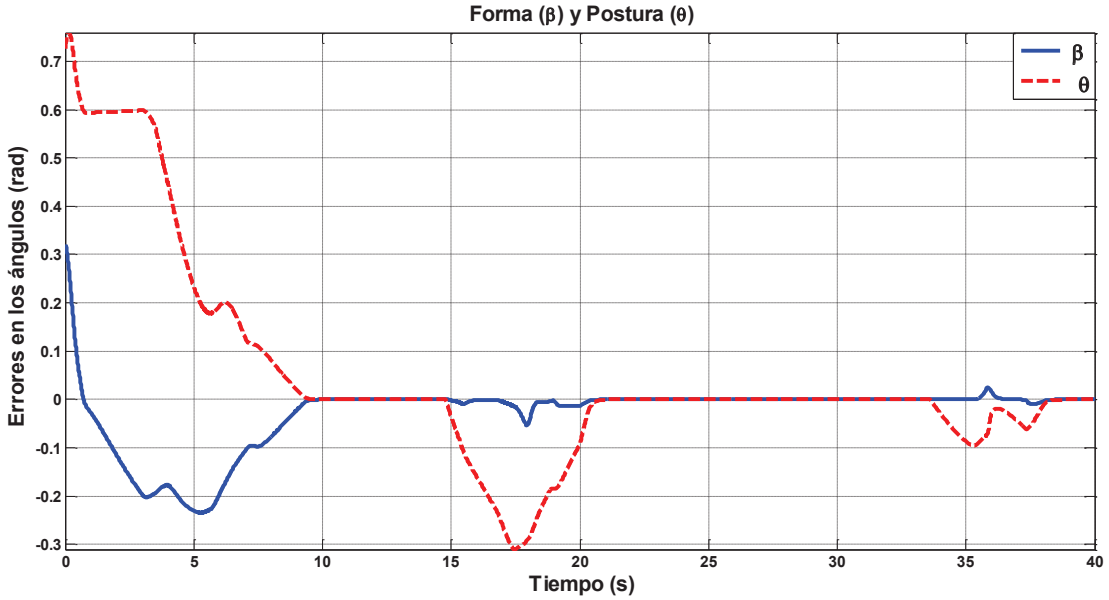


Figura 4.17 Análisis de los errores de los ángulos de formación**,** trayectoria tipo Cuadrado.

Los campos potenciales detectados por los manipuladores a lo largo de la trayectoria se muestran en la Figura 4.18.

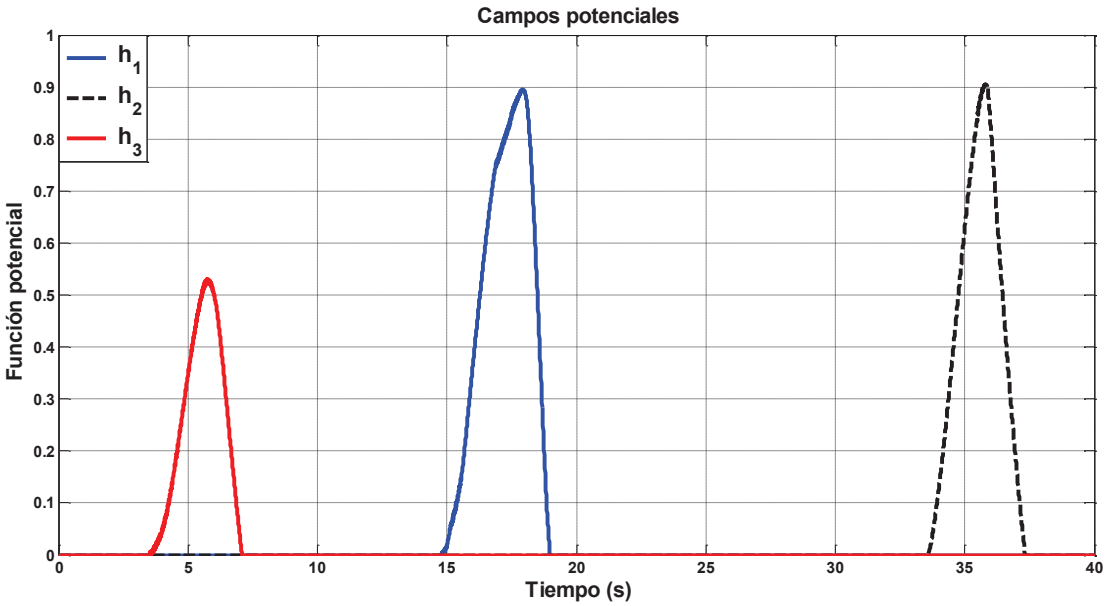


Figura 4.18. Campos potenciales, trayectoria tipo Cuadrado.

En la Figura 4.19 se observan la trayectoria en el plano XY de la parte móvil y del brazo de cada uno de los manipuladores.

Como se puede apreciar, los brazos de los manipuladores detectan y evaden los tres obstáculos, debido a que el campo potencial se encuentra en la posición final del manipulador. También es importante que no sólo evada el brazo, sino la parte móvil.

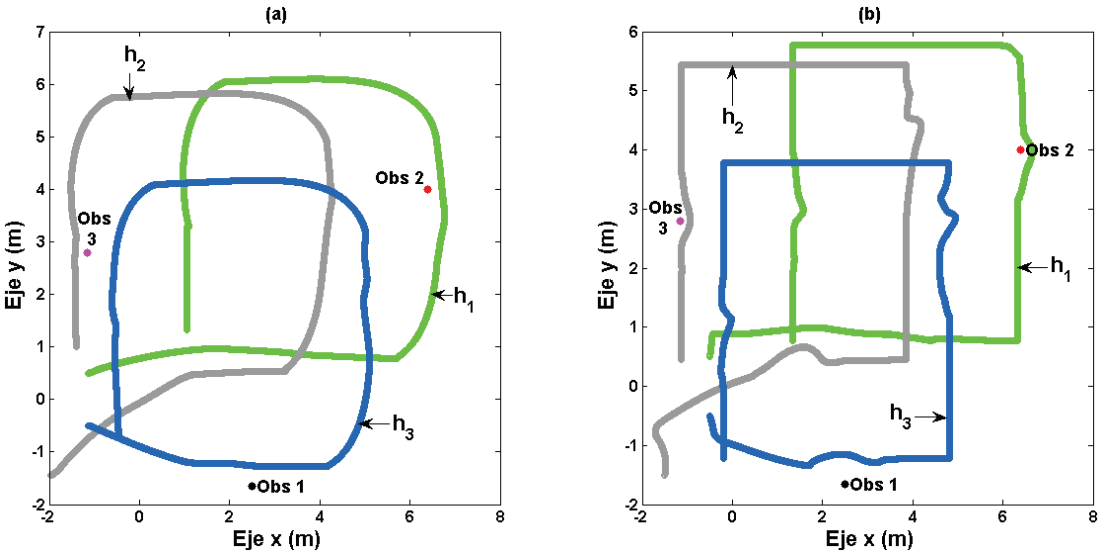


Figura 4.19. Trayectoria de los manipuladores, trayectoria tipo Cuadrado: **(a)** Parte móvil; **(b)** Brazo del manipulador.

4.6 EXPERIMENTO 4: CONTROLADOR DE EVASIÓN DE OBSTÁCULOS BASADO EN ESPACIO NULO EN TRAYECTORIA TIPO OCHO.

Las condiciones iniciales de los manipuladores móviles y la posición de los obstáculos para este experimento se muestran en la Tabla 4.10.

El tiempo de simulación de este experimento es de 80 segundos.

Tabla 4.10. Posiciones iniciales, experimento 4.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$	**Objeto**	$x_{obs}(m)$	$y_{obs}(m)$
h_1	-1	-0.5	0.63	$\pi/2$	Obs_1	2	-6.7
h_2	1	-0.5	0.63	$\pi/2$	Obs_2	1.5	6.5
h_3	0	-1	0.63	$\pi/2$	Obs_3	-4.2	-3.5

La Figura 4.20 muestra la posición de los obstáculos y la ubicación inicial de los manipuladores móviles.

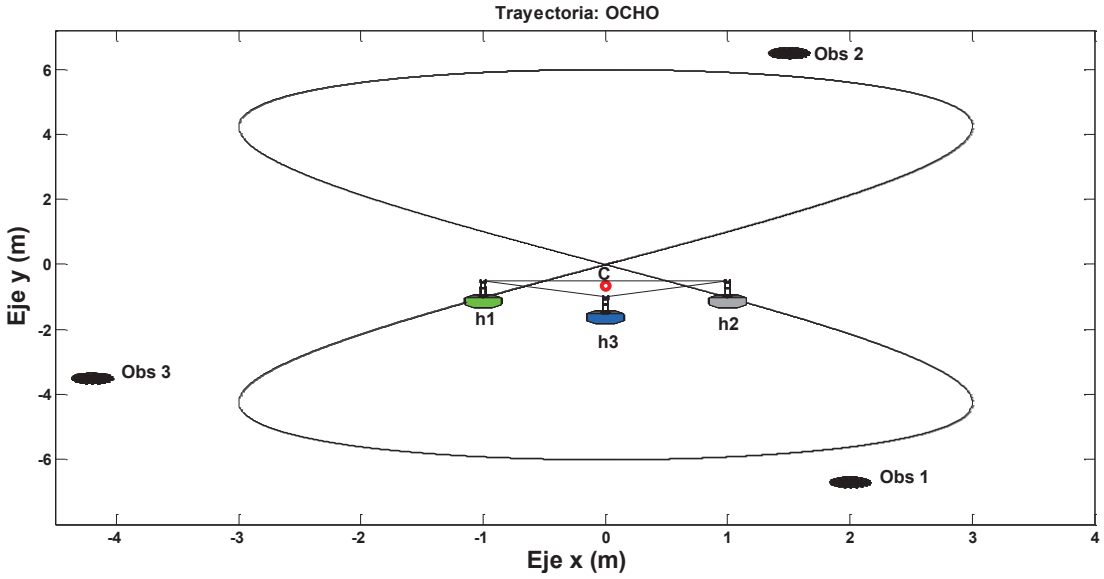


Figura 4.20. Posición de los obstáculos y ubicación inicial de la formación.

Las variables de forma y postura iniciales y de referencia de la formación se observa en la Tabla 4.11.

Tabla 4.11. Variables de forma y postura, experimento 4.

Variables	Parámetro	Valor inicial	Valor de referencia
Forma q_f	$d_1(m)$	1.1180	2.5
	$d_2(m)$	2	2.5
	$\beta(rad)$	0.4636	$5\pi/18$
Postura q_p	$x_c(m)$	0	$x_{ocho}(t)$
	$y_c(m)$	-0.667	$y_{ocho}(t)$
	$\theta(rad)$	-1.4056	$-\pi/3$

En la Figura 4.21 se observa la trayectoria que realiza el centroide de la formación a través de la trayectoria propuesta para este experimento.

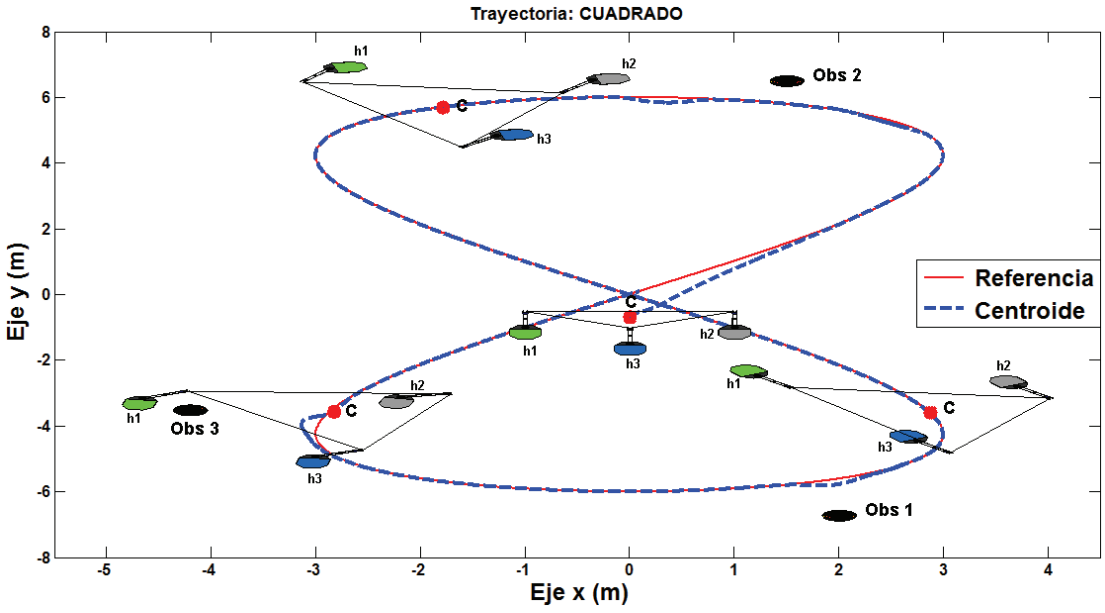


Figura 4.21. Centroide de la formación, trayectoria tipo Ocho.

Los errores en las distancias 1 y 2 de la formación se muestran en la Figura 4.22. Se puede apreciar como la formación, al momento de detectar un objeto, los manipuladores retoman los valores referenciales.

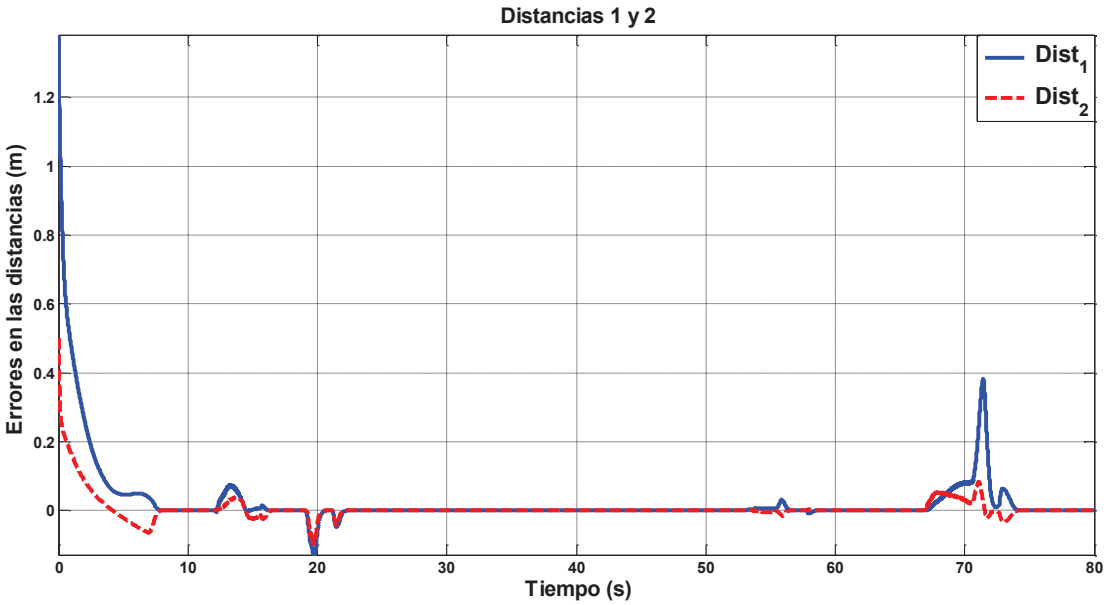


Figura 4.22. Análisis de los errores en las distancias**,** trayectoria tipo Ocho.

Los errores en el centroide de la formación durante el trayecto se aprecian en la Figura 4.23. Se puede observar que la formación se establece en tiempo similar con las variables de forma, por lo que la segunda tarea se cumple.

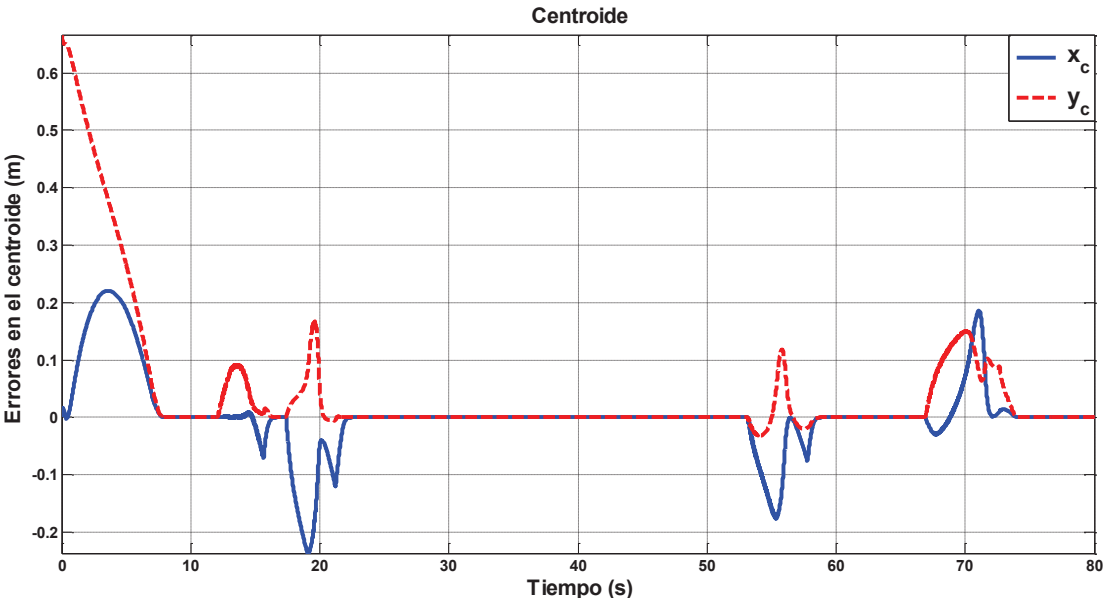


Figura 4.23. Análisis de los errores del centroide**,** trayectoria tipo Ocho.

En la figura 4.24 se muestran los resultados en los errores de los ángulos de forma β y de postura θ. Los errores de los ángulos convergen a cero una vez que la formación se acerca a un objeto presente en la trayectoria.

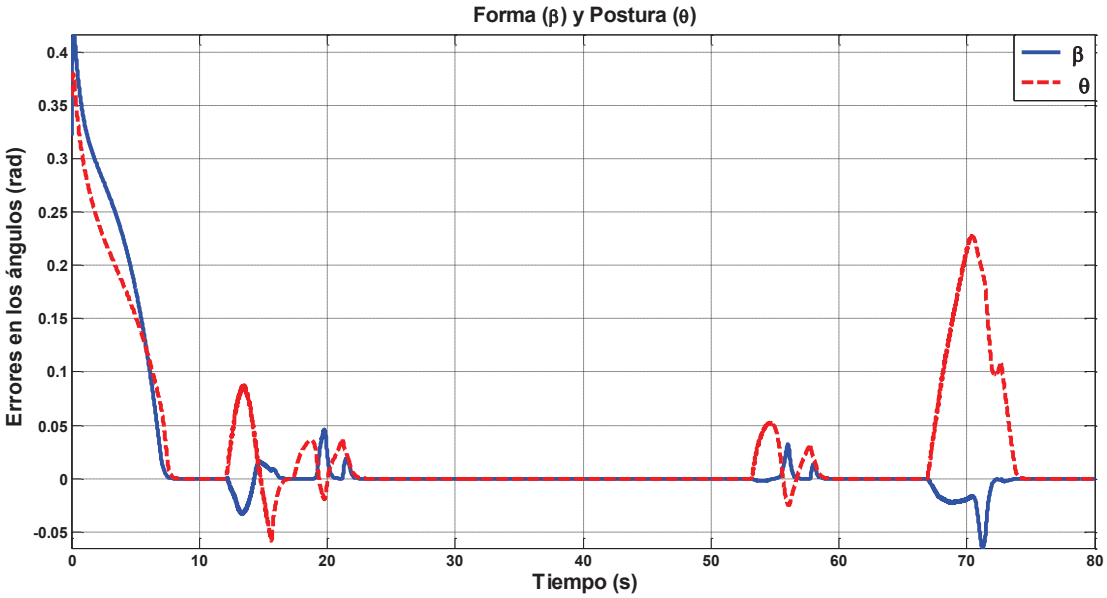


Figura 4.24. Análisis de los errores de los ángulos de formación, trayectoria tipo Ocho.

Los obstáculos detectados por los manipuladores en esta trayectoria se representan mediante sus campos potenciales, mostrados en la Figura 4.25.

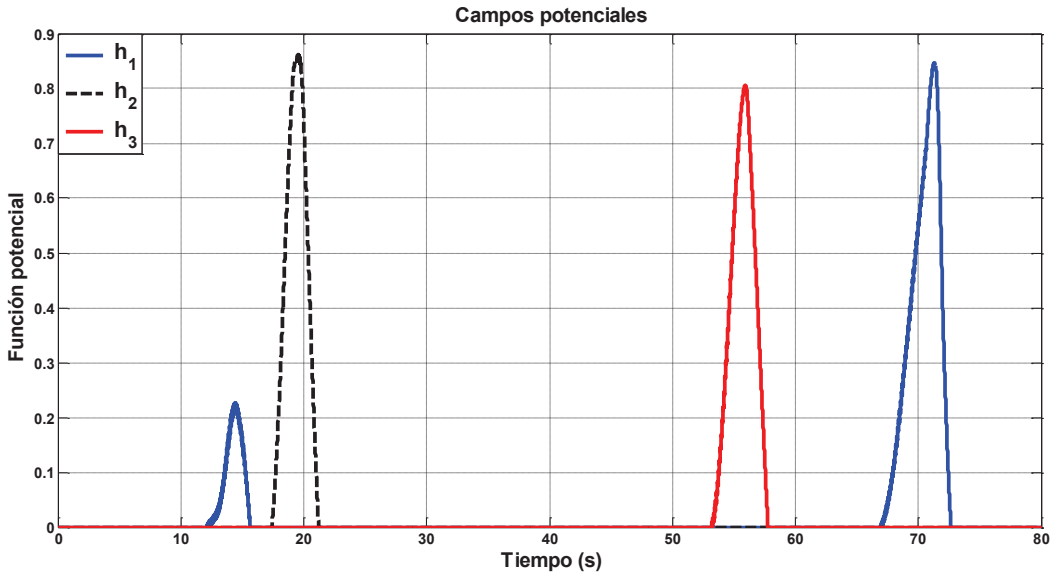


Figura 4.25. Campos potenciales, trayectoria tipo Ocho.

La Figura 4.26 muestra la trayectoria de la parte móvil y de los brazos de los manipuladores móviles. Es importante resaltar que la formación tiene como prioridad mantener la forma, es por eso que en el obstáculo 2, uno de los manipuladores roza con éste.

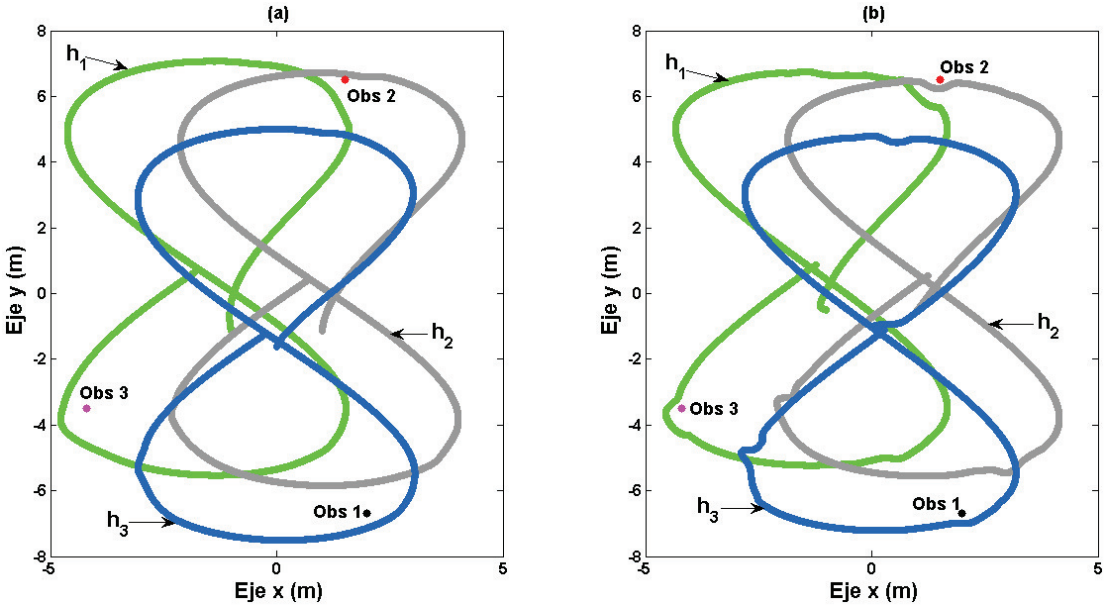


Figura 4.26. Trayectoria de los manipuladores, trayectoria tipo Ocho: **(a)** Parte móvil; **(b)** Brazo del manipulador.

En el Anexo B, se muestran los resultados obtenidos para la trayectoria Sinusoide y Círculo para el controlador con Evasión de Obstáculos basado en Espacio Nulo.

4.7 EXPERIMENTO 5: DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES TIPO PID CINEMÁTICO, Y TIPO PID CINEMÁTICO-DINÁMICO EN PLANTA DINÁMICA PARA LA TRAYECTORIA TIPO CUADRADO.

Las posiciones iniciales de la formación se observan en la Tabla 4.12.

Tiempo de simulación: 40 segundos.

Tabla 4.12. Posiciones iniciales, experimento 5.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$
h_1	-0.5	0.5	0.63	0
h_2	-1.5	-1.5	0.63	0
h_3	-0.5	-0.5	0.63	0

La Figura 4.27 muestra la posición inicial de la formación de manipuladores móviles.

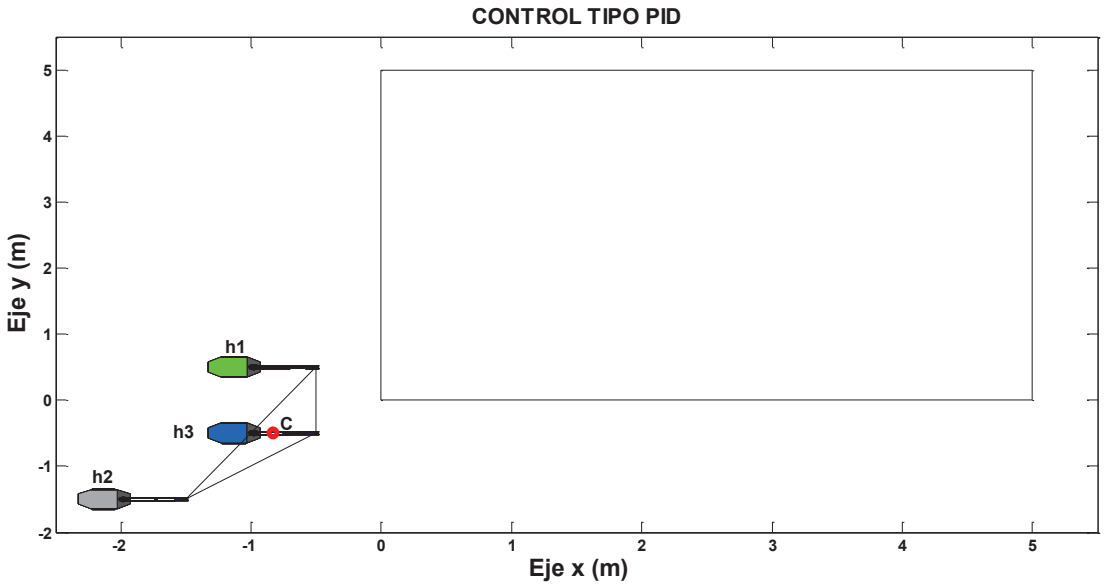


Figura 4.27. Posición inicial de la formación.

Las variables de forma y postura iniciales y de referencia de la formación se observa en la Tabla 4.13. La trayectoria será tipo Cuadrado.

Tabla 4.13. Variables de forma y postura, experimento 5.

Variables	Parámetro	Valor inicial	Valor de referencia
Forma q_f	$d_1(m)$	1	2
	$d_2(m)$	2.2361	2.5
	$\beta(rad)$	0.4636	$\pi/9$
Postura q_p	$x_c(m)$	-0.833	$x_{cuad}(t)$
	$y_c(m)$	-0.500	$y_{cuad}(t)$
	$\theta(rad)$	0.3218	$\pi/6$

La Figura 4.28 muestra el desempeño de los controladores en la trayectoria propuesta. El controlador cinemático presenta una pequeña inestabilidad al momento de tomar un cambio brusco (esquina del Cuadrado), posteriormente, retoma la trayectoria.

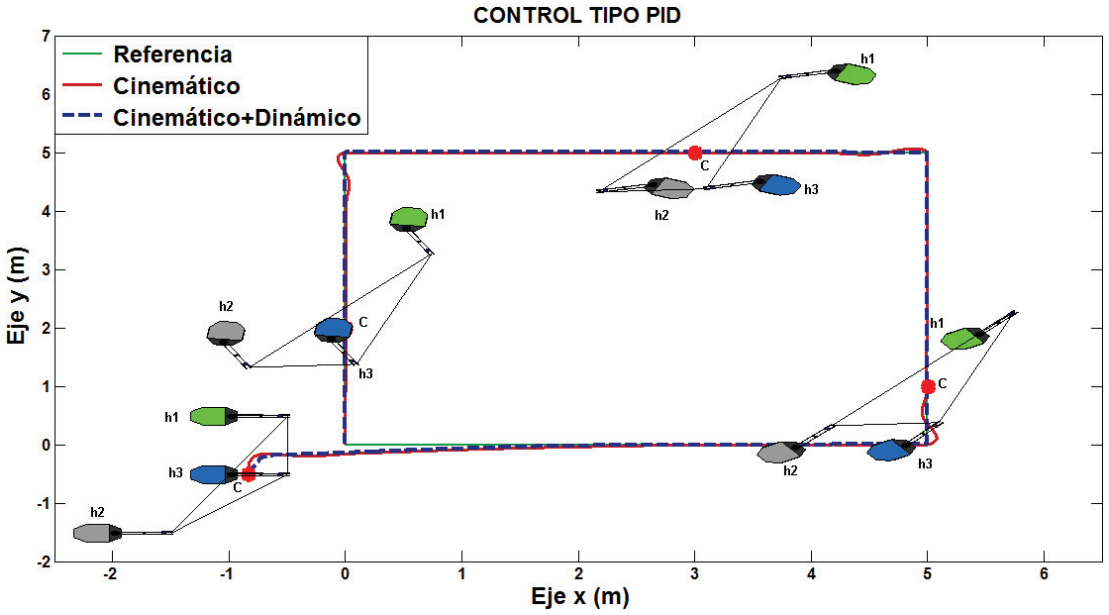


Figura 4.28. Centroide de la formación en planta dinámica (Control tipo PID, trayectoria tipo Cuadrado).

Para los errores en las distancias 1 y 2 (Figura 4.29), tanto el controlador cinemático como cinemático-dinámico alcanzan el valor referencial.

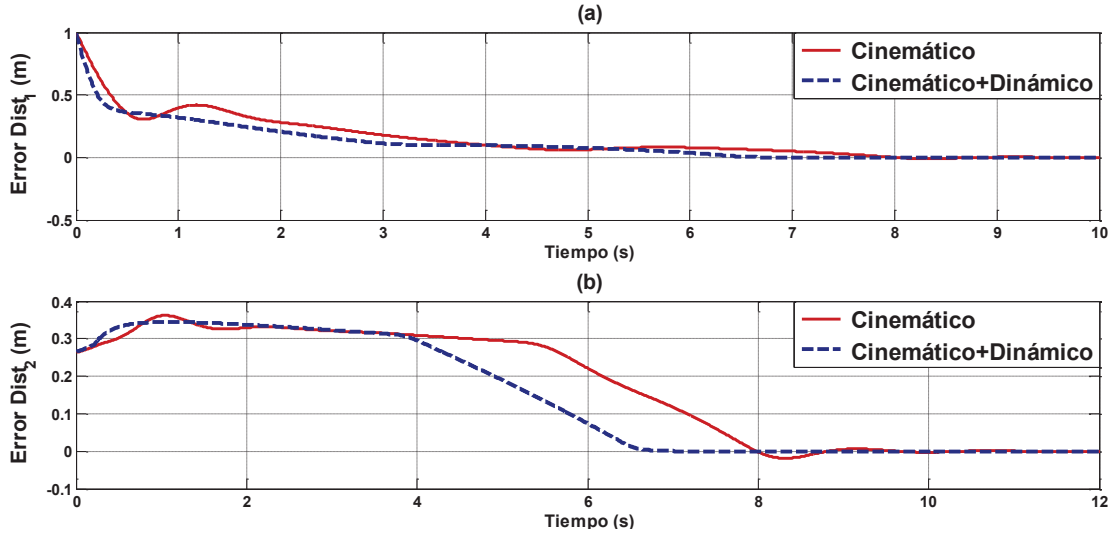


Figura 4.29. Errores en las distancias, planta dinámica (Control tipo PID, trayectoria tipo Cuadrado): **(a)** Distancia 1; **(b)** Distancia 2.

Para los errores del centroide de la formación en el eje X y Y (Figura 4.30), donde los dos controladores tienden a cero, el controlador cinématico presenta cierta inestabilidad al momento de tomar la esquina del Cuadrado.

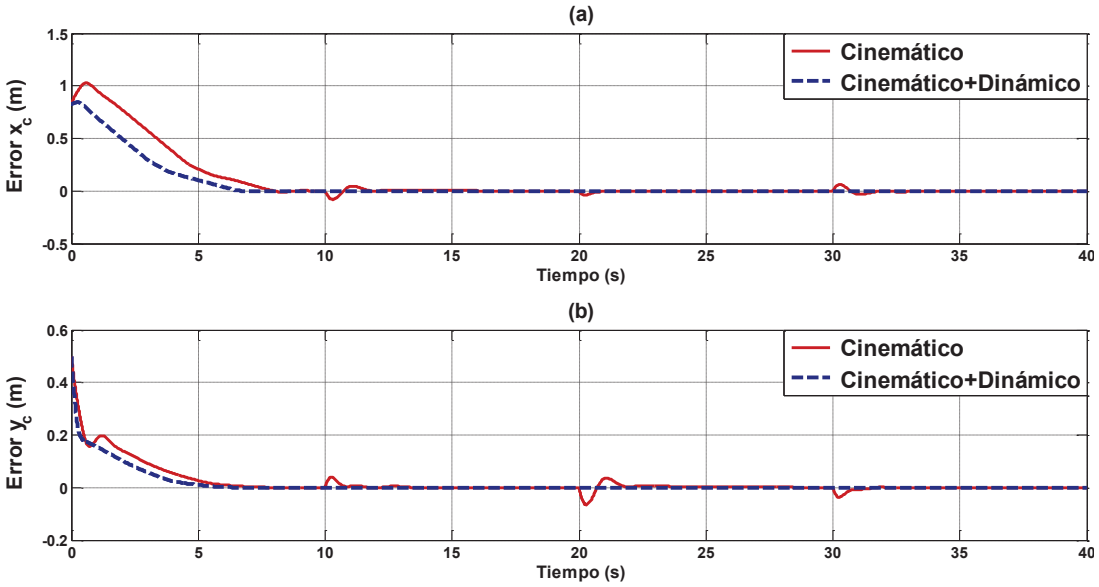


Figura 4.30. Error en el centroide, planta dinámica (Control tipo PID, trayectoria tipo Cuadrado): **(a)** x_c; **(b)** y_c.

Para los ángulos de forma (β) y postura (θ), el controlador cinemático tiene un tiempo de establecimiento relativamente mayor en comparación con el controlador cinemático-dinámico (Figura 4.31).

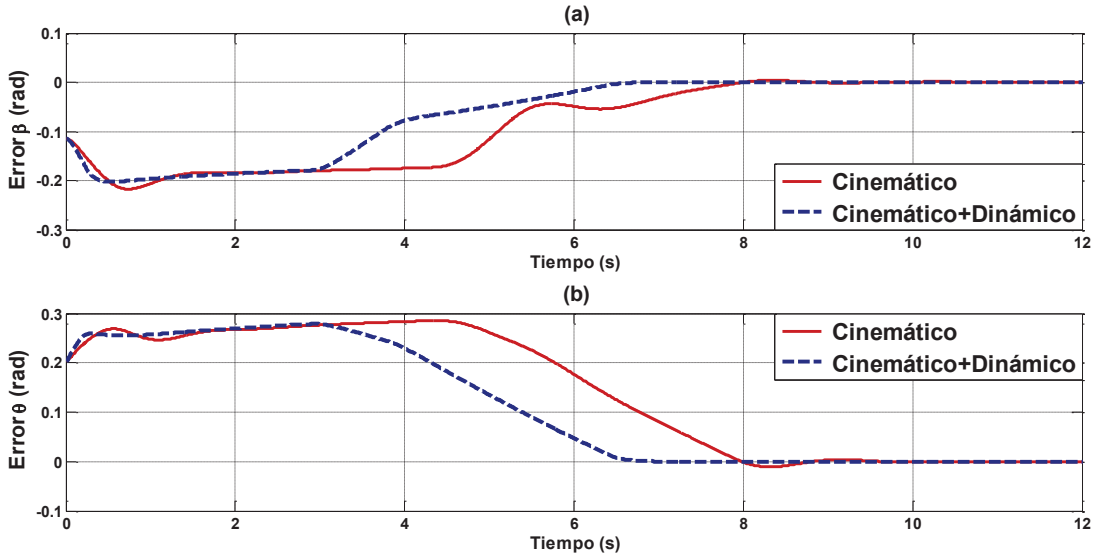


Figura 4.31. Error en el ángulo de formación, planta dinámica (Control tipo PID, trayectoria tipo Cuadrado): **(a)** forma (β); **(b)** postura (θ).

En el Anexo C se muestran los resultados para las trayectorias tipo Ocho, Sinusoide y Círculo.

4.8 EXPERIMENTO 6: DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES BASADO EN ESPACIO NULO CINEMÁTICO, Y CINEMÁTICO-DINÁMICO EN PLANTA DINÁMICA PARA LA TRAYECTORIA TIPO OCHO.

Las condiciones iniciales para cada uno de los manipuladores de la formación se muestran en la Tabla 4.14. El tiempo de simulación de este experimento es de 80 segundos.

Tabla 4.14. Posiciones iniciales, experimento 6.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$
h_1	-1	-0.5	0.63	$\pi/2$
h_2	1	-0.5	0.63	$\pi/2$
h_3	0	-1	0.63	$\pi/2$

En la Figura 4.32 se observa la posición inicial de la formación de manipuladores.

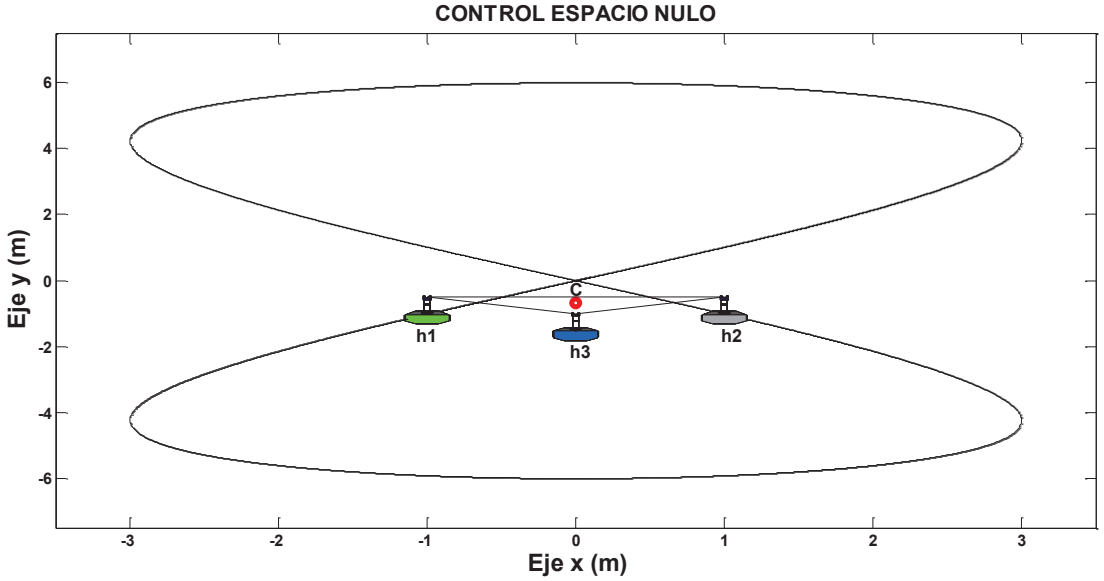


Figura 4.32. Posición de la formación, trayectoria tipo Ocho.

Las variables de forma y postura iniciales y de referencia de la formación se observa en la Tabla 4.15. La trayectoria será tipo Ocho.

Tabla 4.15. Variables de forma y postura, experimento 6.

Variables	Parámetro	Valor inicial	Valor de referencia
Forma q_f	$d_1(m)$	1.1180	1.5
	$d_2(m)$	2	2.5
	$\beta(rad)$	0.4636	$\pi/6$
Postura q_p	$x_c(m)$	0	$x_{ocho}(t)$
	$y_c(m)$	-0.667	$y_{ocho}(t)$
	$\theta(rad)$	-1.4056	$-\pi/4$

La Figura 4.33 muestra la trayectoria del centroide durante el camino, tanto para el controlador cinemático como cinemático-dinámico.

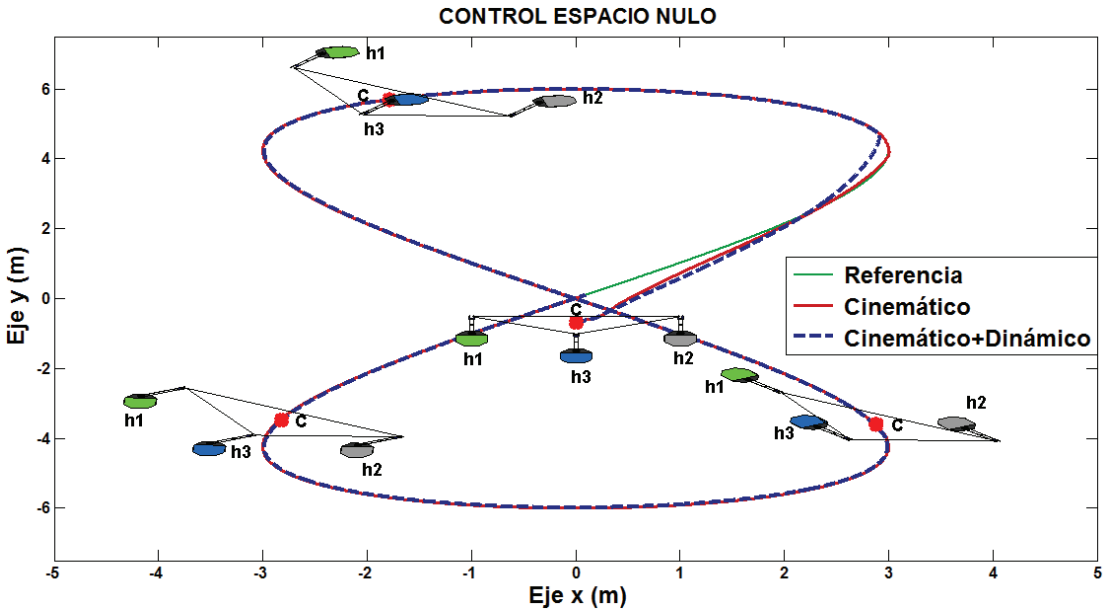


Figura 4.33. Centroide de la formación en planta dinámica (Control Espacio Nulo, trayectoria tipo Ocho).

Los errores en las distancias 1 y 2 (Figura 4.34) muestran las diferentes respuestas para cada uno de los controladores; ambos controladores convergen en cero.

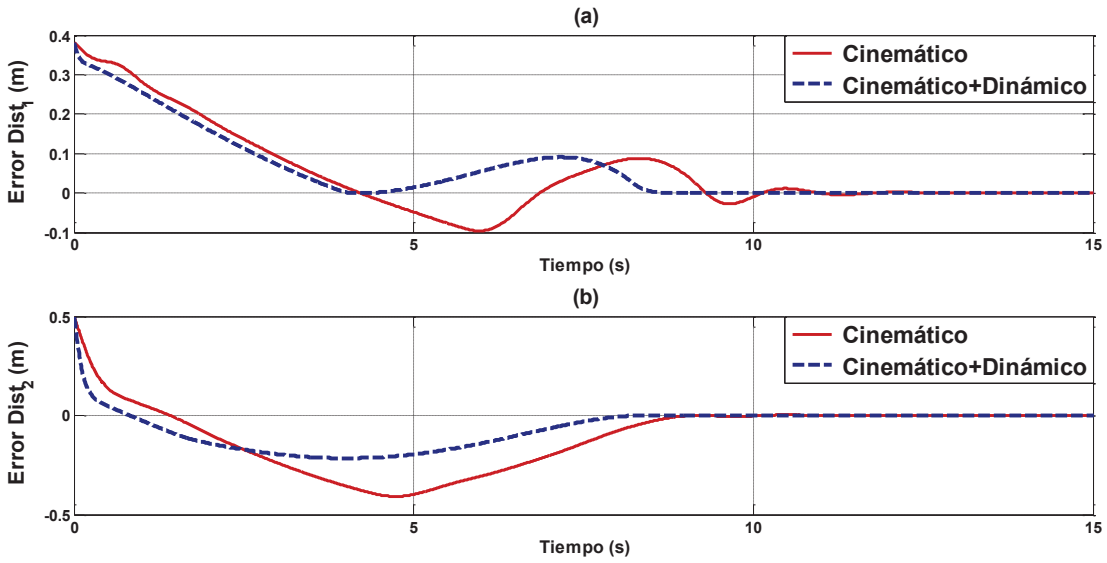


Figura 4.34. Errores en las distancias, planta dinámica (Control Espacio Nulo, trayectoria tipo Ocho): **(a)** Distancia 1; **(b)** Distancia 2.

El error del centroide en el eje X y Y se muestra en la Figura 4.35. En el eje X, el controlador cinemático-dinámico presenta cierta inestabilidad. Para el eje Y, ambos controladores alcanzan el valor de referencia.

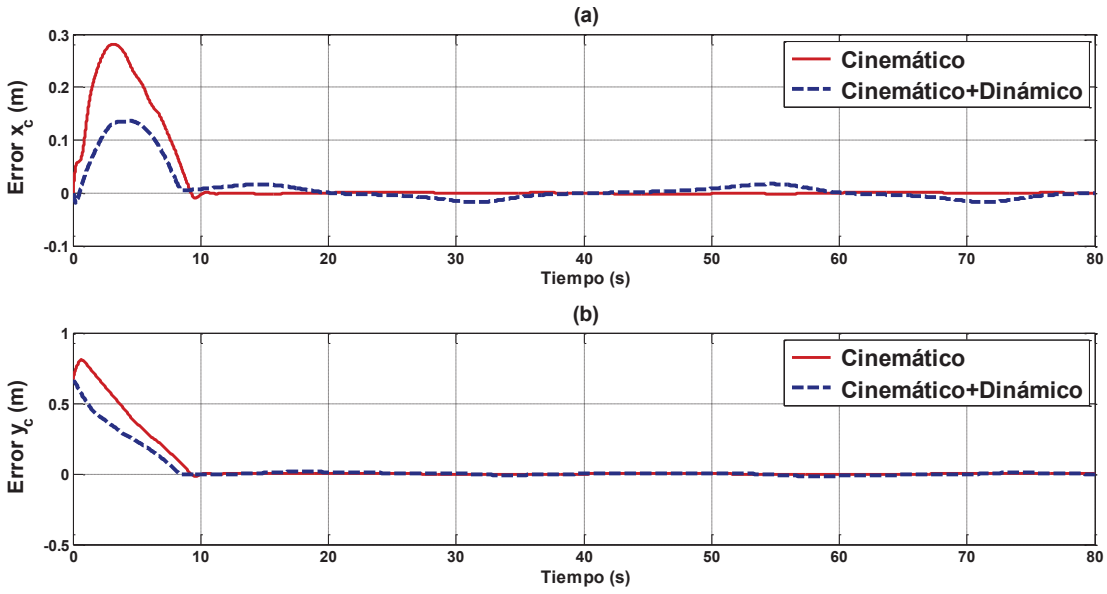


Figura 4.35. Error en el centroide, planta dinámica (Control Espacio Nulo, trayectoria tipo Ocho): **(a)** x_c; **(b)** y_c.

Para los ángulos de forma y postura, la Figura 4.36 muestra los resultados obtenidos. Los dos tipos de controladores alcanzan el valor deseado.

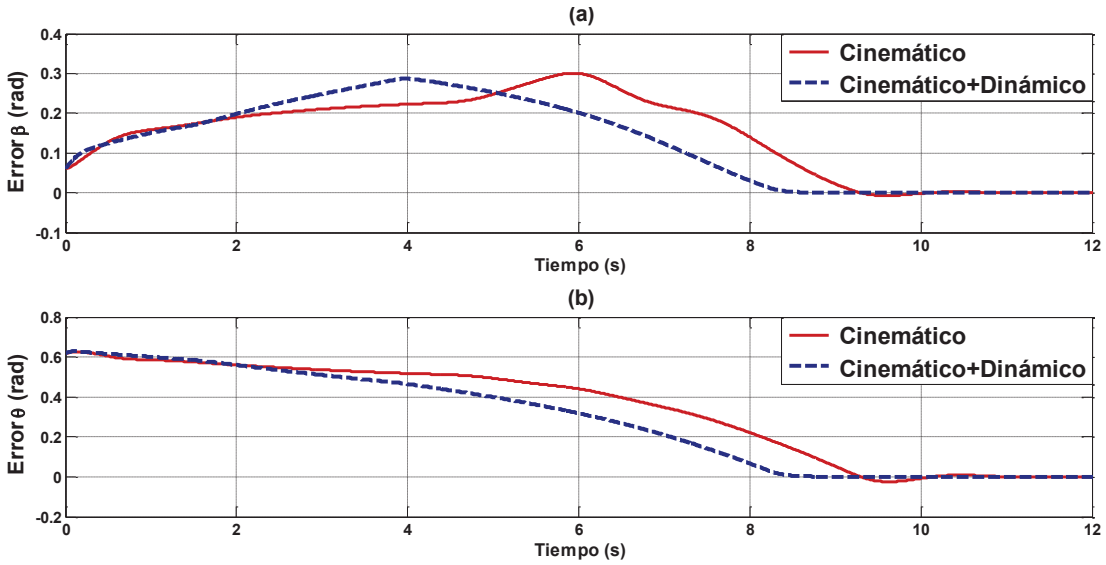


Figura 4.36. Error en el ángulo de formación, planta dinámica (Control Espacio Nulo, trayectoria tipo Ocho): **(a)** forma (β); **(b)** postura (θ).

Para las trayectorias tipo Cuadrado, Sinusoide y Círculo, los resultados se muestran en el Anexo D.

4.9 EXPERIMENTO 7: DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES MODO DESLIZANTE CINEMÁTICO, Y CINEMÁTICO-DINÁMICO EN PLANTA DINÁMICA PARA LA TRAYECTORIA TIPO CÍRCULO.

Las condiciones iniciales para cada uno de los manipuladores se muestran en la Tabla 4.16. El tiempo de simulación de este experimento es de 50 segundos.

Tabla 4.16. Posiciones iniciales, experimento 7.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$
h_1	-1.5	1	0.63	0
h_2	-1	1	0.63	0
h_3	-1	-1.5	0.63	0

Las variables de forma y postura iniciales y de referencia de la formación se observa en la Tabla 4.17; la trayectoria será tipo Sinusoide, mostrado en la Tabla 4.1.

Tabla 4.17. Variables de forma y postura, experimento 7.

Variables	Parámetro	Valor inicial	Valor de referencia
Forma q_f	$d_1(m)$	2.5495	2
	$d_2(m)$	0.5	1.5
	$\beta(rad)$	1.3734	$\pi/3$
Postura q_p	$x_c(m)$	-1.1667	$x_{sin}(t)$
	$y_c(m)$	0. 1667	$y_{sin}(t)$
	$\theta(rad)$	-0.3805	$-\pi/6$

La posición inicial de la formación de manipuladores en este experimento se muestra en la Figura 4.37.

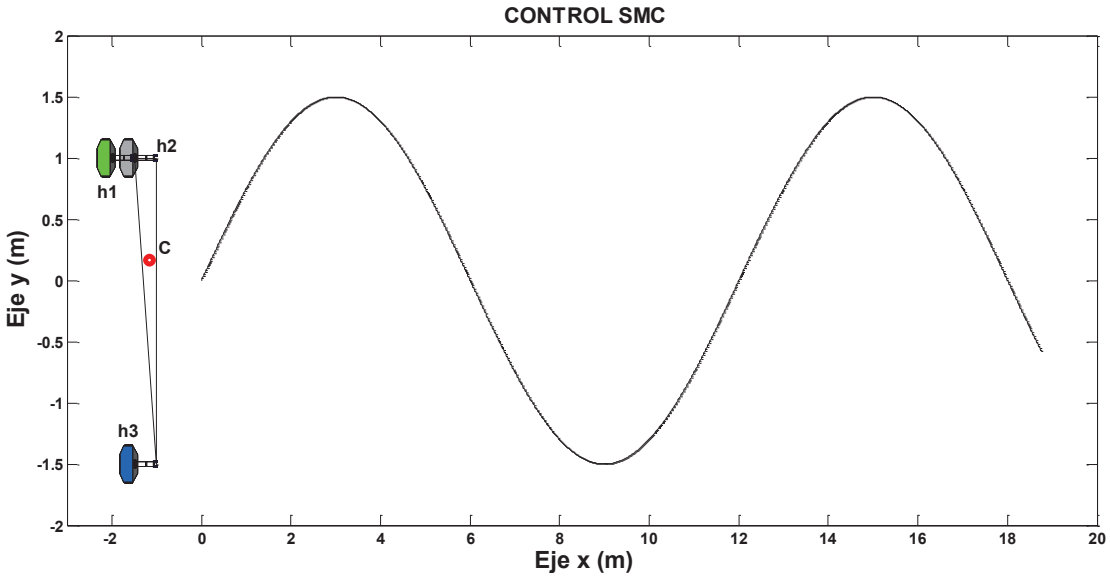


Figura 4.37. Posición de la formación, trayectoria tipo Sinusoide.

El recorrido del centroide a través de dicha trayectoria se observa en la Figura 4.38.

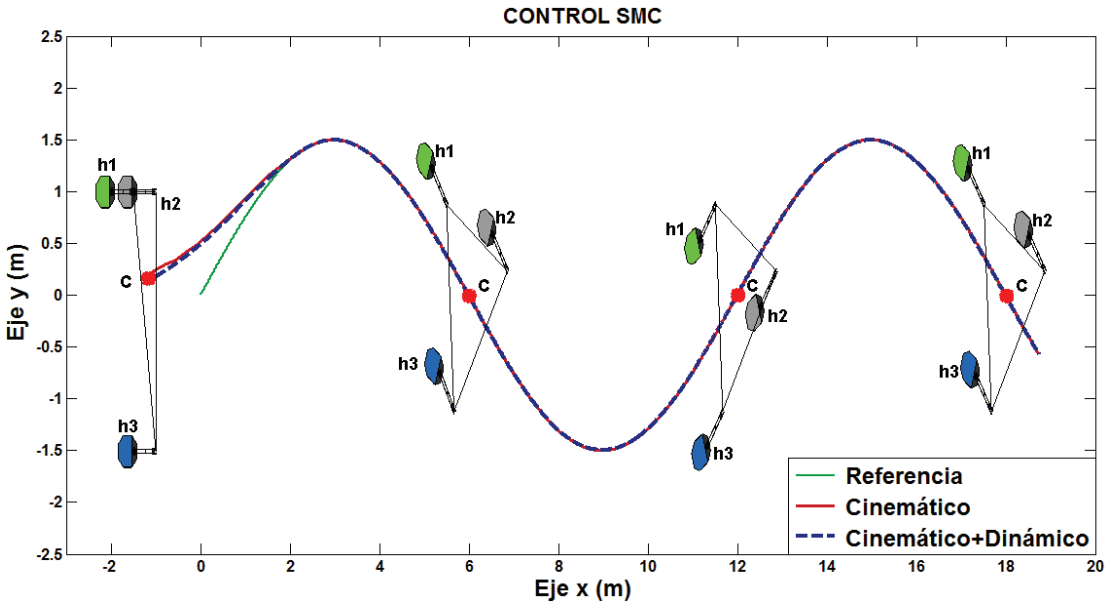


Figura 4.38. Centroide de la formación en planta dinámica (Control SMC, trayectoria tipo Sinusoide).

En cuanto a las distancias 1 y 2, los errores presentes en estas variables (Figura 4.39). Los dos tipos de controladores cumplen con el objetivo de alcanzar el valor referencial.

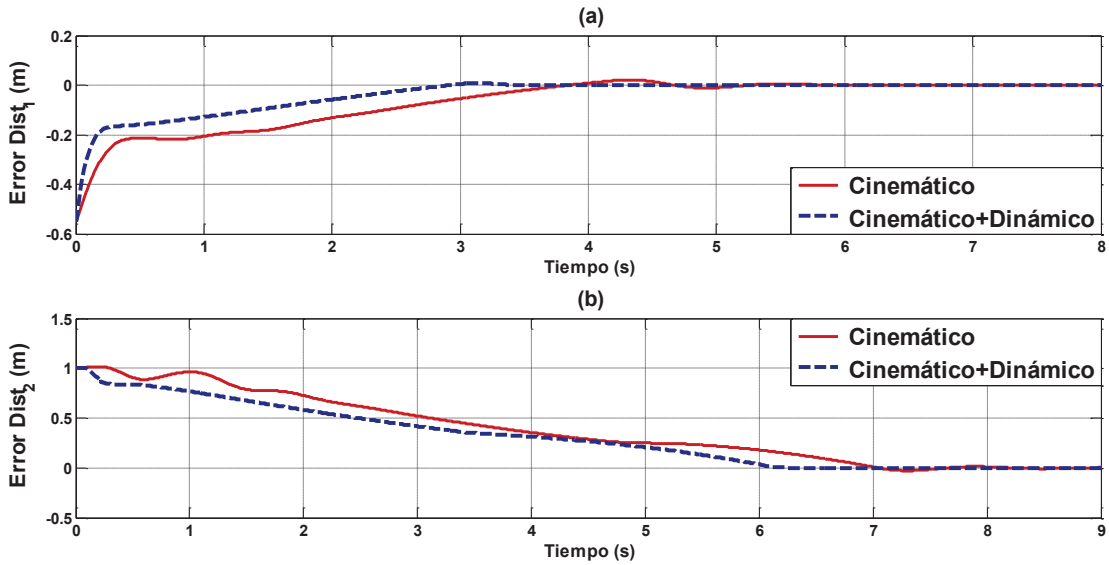


Figura 4.39. Errores en las distancias, planta dinámica (Control SMC, trayectoria tipo Sinusoide): **(a)** Distancia 1; **(b)** Distancia 2.

El error de centroide de la formación se muestra en la Figura 4.40. se observa la estabilidad que presenta el controlador cinemático-dinámico en el tiempo.

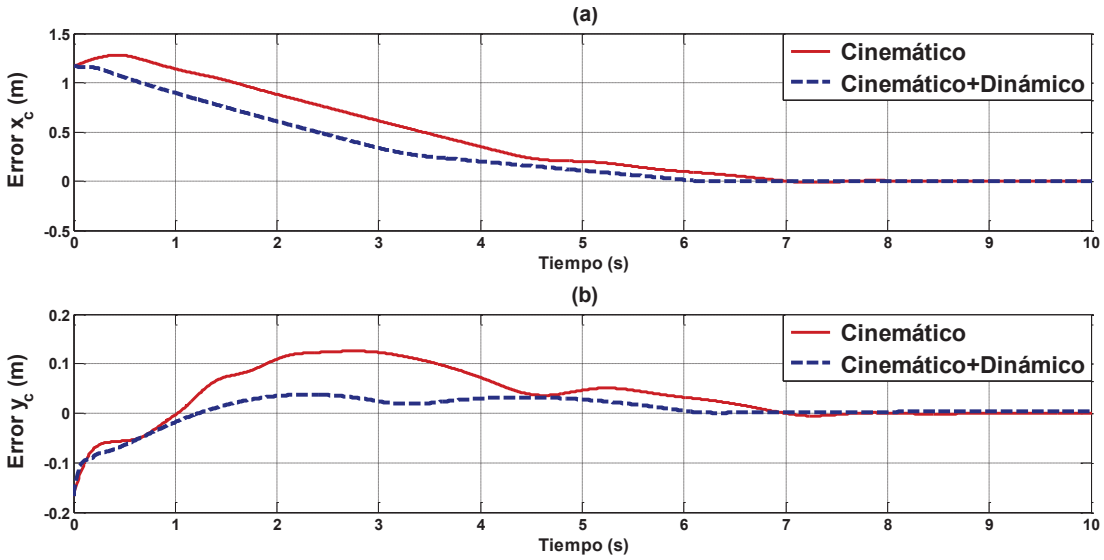


Figura 4.40. Error en el centroide, planta dinámica (Control SMC, trayectoria tipo Sinusoide): **(a)** x_c; **(b)** y_c.

Para los errores en los ángulos de forma y postura de la formación presentados en la Figura 4.41. Las dos variables alcanzan el valor deseado en el tiempo.

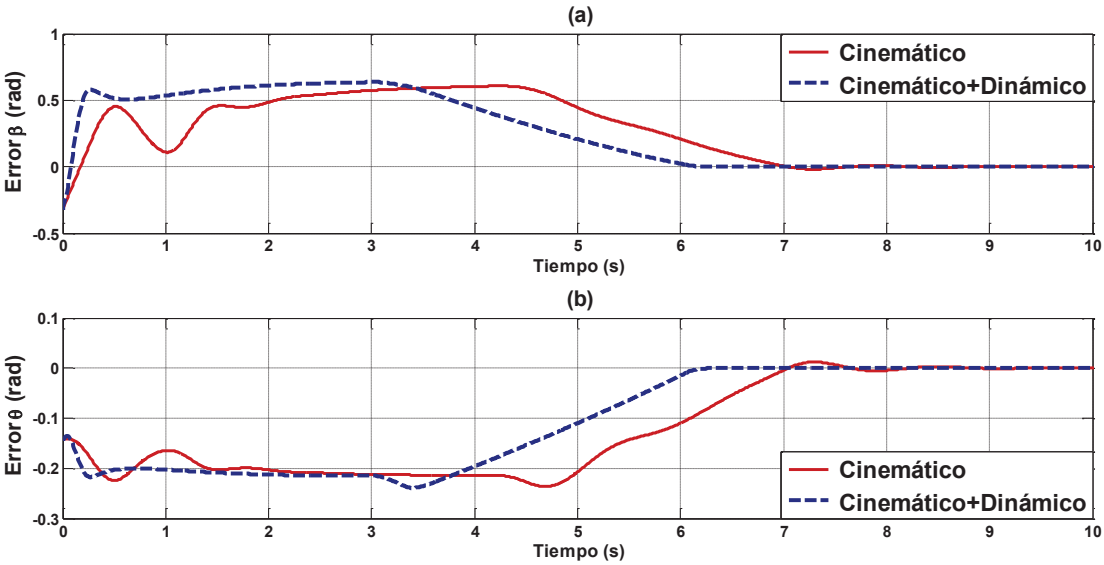


Figura 4.41. Error en el ángulo de formación, planta dinámica (Control SMC, trayectoria tipo Sinusoide): **(a)** forma (β); **(b)** postura (θ).

Para las trayectorias tipo Cuadrado, Ocho y Círculo, los resultados se presentan en el Anexo E.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES

- Se estudió y se implementó el modelo cinemático y dinámico de un robot manipulador móvil de tres grados de libertad.

- La implementación del seguimiento de trayectoria mediante tres estrategias de control basado en espacio nulo, control en modo deslizante (SMC) y tipo PID aplicadas a una formación de manipuladores móviles, tuvo buenos resultados: los tres controles mencionados con anterioridad responden de manera satisfactoria en cada una de las diferentes trayectorias propuestas.

- Al realizar el análisis de los modelos y topologías de la formación de robots que pueden ser aplicados a manipuladores móviles, se eligió el tipo triángulo: debido al número de manipuladores móviles, por la facilidad de su implementación y control de dos distancias y un ángulo para obtener la forma deseada.

- Para el estudio de los algoritmos de control basado en espacio nulo, modo deslizante y tipo PID en la formación de manipuladores móviles, se comprobó que el control basado en espacio nulo es el más versátil, debido a que se le puede añadir múltiples tareas y el orden de éstas depende de la prioridad requerida.

- En la aplicación de las estrategias de control desarrolladas para el seguimiento de trayectorias basado en espacio nulo, SMC y tipo PID, por parte de la formación de tres manipuladores móviles, se observó que las tres técnicas de control tienen respuestas aceptables en las distintas trayectorias,

pero se tiene un menor ICE e IAE en el control basado en espacio nulo por tal motivo dicho controlador es el de mejor desempeño.

- Durante el desarrollo del algoritmo para la evasión de obstáculos basado en campos potenciales, se observó que la fuerza de repulsión se incrementaba cada vez que alguno de los manipuladores detectaba un objeto cercano y, disminuía cuando el manipulador se alejaba de dicho objeto, además se mantuvo la forma deseada ya que la prioridad era esta.

- El momento de realizar pruebas mediante simulación para evaluar el rendimiento de cada uno de los controladores aplicados en diferentes trayectorias, se observó que el controlador basado en espacio nulo es el de mejor performance debido a que su IAE e ICE son los más bajos frente al tipo PID y el SMC; sin embargo, los valores resultantes no se alejan mucho entre ellos, por lo cual serían una buena opción para implementarlos en la formación.

- Para el modelo dinámico se comprobó que el controlador cinemático tiene un tiempo de establecimiento mayor, frente al controlador cinemático-dinámico, debido a la nueva referencia de velocidades que posee, por tal motivo el controlador cinemático-dinámico es el de mejor desempeño.

5.2 RECOMENDACIONES

- Debido a las características del Pioneer 3AT, se debe considerar colocar limitantes de velocidad para la parte móvil del robot, ya que si se supera las condiciones del fabricante se corre el riesgo de averiar dicho robot.

- Por la estructura del controlador basado en espacio nulo para la evasión de obstáculos, se debe obtener los valores de los campos potenciales mediante prueba y error, para que los objetos sean detectados en forma adecuada. Por lo que se recomienda el desarrollo de técnicas de sintonización para optimizar los controladores.

- Se recomienda desarrollar un algoritmo de control para el seguimiento de trayectoria de la formación de manipuladores móviles, el cual permita moverse en el espacio y no sólo en el plano X-Y.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Neoteo, “Robot de Leonardo Da Vinci”, 2007 [Online]. Disponible en: http://www.neoteo.com/el-robot-de-leonardo-da-vinci

[2] Robótica, “El Primer Robot de la Historia”, 2013 [Online]. Disponible en: https://robotica902.wordpress.com/2013/05/19/el-primer-robot-de-la-historia/

[3] V. González, “Origen y desarrollo de la Robótica”, 2002 [Online]. Disponible en: http://platea.pntic.mec.es/vgonzale/cyr_0204/ctrl_rob/robotica/historia.htm

[4] InfoPLC, “Más de 200.000 robots industriales se instalarán durante 2014”, 2014 [Online]. Disponible en: http://www.infoplc.net/actualidad-industrial/item/102192-200-000-robots-industriales-instalados-2014

[5] Diccionario ABC, Definición de Robótica, 2007 [Online]. Disponible en: http://www.definicionabc.com/tecnologia/robotica.php

[6] Issac Asimov, “Las leyes de la robótica: el código moral del robot”, 2014 [Online]. Disponible en: http://www.asimov.es/las-leyes-de-la-robotica-el-codigo-moral-del-robot

[7] G. Almeida, “Fundamentos Generales de la Robótica”, Universidad Técnica de Ambato, Facultad de Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial, Módulo de Robótica Industrial, 2009, pp. 16-18.

[8] Acento, “China, el mayor mercado de robots del mundo”, 2014 [Online]. Disponible en: http://acento.com.do/2014/economia/8189018-china-el-mayor-mercado-de-robots-del-mundo/

[9] OpenRov [Online]. Disponible en: http://www.openrov.com/

[10] Robotikka, “Nueva prótesis robótica de mano para discapacitados”, Actualidad Gadget, 2014 [Online]. Disponible en: http://www.actualidadgadget.com/nueva-protesis-robotica-de-mano-para-discapacitados/

[11] Y. Boada, L. Morales, “Construcción, Ensamblaje, y Control de un Robot de Tres Grados de Libertad Tipo SCARA (Selective Compliance Assembly Robot

Arm)", Escuela Politécnica Nacional, Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Carrera de Electrónica y Control, Quito, Ecuador, 2010, pp. 9.

[12] AADECA, "Una Introducción a los Robots Móviles", 2008 [Online]. Disponible en: http://www.aadeca.org/pdf/CP_monografias/monografia_robot_movil.pdf

[13] Robotnik, "Robot Summit XL", [Online]. Disponible en: http://www.robotnik.es/robots-moviles/summit-xl/

[14] Pioneer 3-AT Datashhet, Adept Technology, Inc. Rev. A. [Online]. Disponible en: http://www.mobilerobots.com/Libraries/Downloads/Pioneer3AT-P3AT-RevA.sflb.ashx

[15] L. E. Solaque, M. A. Molina, E. L. Rodríguez, (Ing. USBMed, Enero – Julio 2014) "Seguimiento de Trayectorias con un Robot Móvil de Configuración Diferencial", Vol. 5, No. 1, pp. 28 [Online]. Disponible en: http://web.usbmed.edu.co/usbmed/fing/v5n1/v5n1a3

[16] N. Martínez, V. González, J. Souza, "Restricciones no-holonómicas en la estabilidad a la volcadura en manipuladores móviles", Departamento de Mecatrónica; Facultad de Ingeniería, UNAM, 2014. [Online]. Disponible en: http://somi.ccadet.unam.mx/somi29/memoriassomi29/PDFS/mecanica/135-FESOMI-127-135.pdf

[17] C. Vivas, "Sistemas de Locomoción de Robots Móviles", Universidad de Sevilla, Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Automatización y Robótica Industrial 5, Ingeniería Industrial [Online]. Disponible en: http://www.esi2.us.es/~vivas/ayr2iaei/LOC_MOV.pdf

[18] Mecalux logismarket [Online]. Disponible en: https://www.logismarket.com.ar/hurtado-rivas/robot-manipulador/2132765000-1179608940-p.html

[19] Da Vinci Surgery [Online]. Disponible en: http://davincivscancer.com/robot-davinci-xi/robot-davinci

[20] E. Rodríguez, “Vehículo no tripulado terrestre de pequeño tamaño (SUGV): iRobot 310”, Fieras de la Ingeniería, 2013 [Online]. Disponible en: http://www.fierasdelaingenieria.com/vehiculo-no-tripulado-terrestre-de-pequeno-tamano-sugv-irobot-310/

[21] AFP, “Robot Curiosity de la NASA se dispone a subir el monte Sharp de Marte”, El Espectador, 2014 [Online]. Disponible en: http://www.elespectador.com/noticias/actualidad/robot-curiosity-de-nasa-se-dispone-subir-el-monte-sharp-articulo-516118

[22] “Estabilidad” [Online]. Disponible en: ftp://ftp.unicauca.edu.co/Facultades/FIET/DEIC/Materias/Nolineales%20Master/Clase%205/clase5.pdf

[23] “Sintonización de Controladores” [Online]. Disponible en: http://webdelprofesor.ula.ve/ingenieria/ocamacho/sistemas%20de%20control/CAPITULO_%203.pdf

[24] C. Pascual y J. Velázquez, “Matriz Inversa”, Universitat Oberta de Catalunya [Online]. Disponible en: http://www.uoc.edu/in3/emath/docs/Matriz_Inversa.pdf

[25] C. López, “Matriz Inversa”, Universidad Nacional de La Plata, Facultad de Ciencias Naturales y Museo Cátedra de Matemática y Elementos de Matemática, p-19 [Online]. Disponible en: http://www.fcnym.unlp.edu.ar/catedras/matematica/teoricos/UT4.pdf

[26] F. Cobos, A. Osuna, R. Robles, B. Silva, “Álgebra Lineal”, E.T.S. de Ingeniería Informática, Universidad de Sevilla [Online]. Disponible en: http://ma1.eii.us.es/Material/Alg_Lin_itig_Ap.pdf

[27] G. Andaluz, “Modelación, Identificación y Control de Robots Móviles”, Escuela Politécnica Nacional, Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Ingeniería en Electrónica y Control, Quito, Ecuador, 2011.

[28] V. Mazzone, “Controladores PID”, Universidad Nacional de Quilmes, Automatización y Control Industrial, Control Automático, marzo 2002 [Online].

Disponible en: http://www.eng.newcastle.edu.au/~jhb519/teaching/caut1/Apuntes/PID.pdf

[29] “Tipos de Controladores” [Online]. Disponible en: http://e-ducativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio//4750/4926/html/1_tipos_de_controladores.html

[30] Ecured, “Control Derivativo” [Online]. Disponible en: http://www.ecured.cu/Control_derivativo[7] E. Rodríguez, “Vehículo no tripulado terrestre de pequeño tamaño (SUGV): iRobot 310”, Fieras de la Ingeniería, 2013 [Online]. Disponible en: http://www.fierasdelaingenieria.com/vehiculo-no-tripulado-terrestre-de-pequeno-tamano-sugv-irobot-310/

[31] C. Rosales, G. Scaglia, M. Sarcinelli-Filho, R. Carelli, (3-5 octubre 2014), “Control de una Formación Área basado en Múltiples Objetivos de Control y Espacio Nulo”, Buenos Aires, Argentina [Online]. Disponible en: http://ebanov.inaut.unsj.edu.ar/publicaciones/2125_14.pdf

[32] C. Rosales, P. Leica, M. Sarcinelli-Filho, G. Scaglia, R. Carelli, “Formación de Vehículos Aéreos: Resultados Experimentales” [Online]. Disponible en: http://www.secyt.frba.utn.edu.ar/gia/trabajosviiijar/jar8_submission_40.pdf

[33] W. García – Gabín, D. Zambrano (2004), “Control predictivo por modo deslizante para robots manipuladores”, Revista Ingeniería, Universidad de Los Andes, Vol. 11, No 2, Mérida, Venezuela, pp. 40 [Online]. Disponible en: http://servicio.bc.uc.edu.ve/ingenieria/revista/v11n2/11-2-4.pdf

[34] O. Camacho, C. Smith (Enero 2000), “Sliding Mode Control: An Approach To Regulate Nonlinear Chemical Processes” [Online]. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/12448069_Sliding_mode_control_an_approach_to_regulate_nonlinear_chemical_processes

[35] Física con ordenador, “Campo y potencial eléctrico de una carga puntual” [Online]. Disponible en: http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/campo_electrico/campo/campo.htm

[36] H. Espitia, J. Sofrony (Diciembre 2012), “Algoritmo para planear Trayectorias de Robots Móviles, empleando Campos Potenciales y Enjambres de Partículas Activas Brownianas”, Ciencia e Ingeniería Neogranadina, Vol. 22-2, Bogotá, Colombia, pp. 77 [Online]. Disponible en: http://www.umng.edu.co/documents/10162/2587783/Neogranadina+Vol_22-2_articulo_5.pdf

[37] H. Espitia, “Propuesta de un Algoritmo para la Planeación de Trayectorias de Robots Móviles empleando Campos Potenciales y Enjambres de Partículas Activas Brownianas”, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ingeniería, Bogotá, Colombia, 2011, pp. 33.

[38] V. González, R. Parkin (Enero 2005), “Evadiendo Obstáculos con Robots Móviles”, Revista Digital Universitaria, Universidad Nacional Autónoma de México, Vol. 6, Número 1, pp. 5 [Online]. Disponible en: http://www.revista.unam.mx/vol.6/num1/art02/art02_enero.pdf

[39] P. Leica, D. Chávez, A. Rosales, F. Roberti, J. Toibero, R. Carelli (Enero 2014), “Strategy Based on Multiple Objectives and Null Space for the Formation of Mobile Robots and Dynamic Obstacle Avoidance”, Revista Politécnica, Escuela Politécnica Nacional, Vol. 33, Número 1.

[40] P. Leica, “Cooperación entre humanos y robots”, Universidad Nacional de San Juan, Argentina, 2015.

[41] Matlab, “El lenguaje del cálculo técnico” [Online]. Disponible en: http://es.mathworks.com/products/matlab/

[42] S. Galán, “Interfaz Gráfica para la Simulación de Modelos Dinámicos”, Universidad Carlos III de Madrid, Escuela Politécnica Superior, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Ingeniería Técnica Industrial, 2011.

[43] D. Barragán, “Manual de Interfaz Gráfica de Usuario en Matlab, Parte I”, 2008 [Online]. Disponible en: https://www.dspace.espol.edu.ec/bitstream/123456789/10740/11/MATLAB_GUIDE.pdf

[44] Matlab, “Simulink y diseño basado en modelos” [Online]. Disponible en: http://www.mathworks.com/products/simulink/

[45] Matlab, “Interfaz gráfico de usuario (I)”, Grado en Ingenierías Renovables [Online]. Disponible en: http://www.sc.ehu.es/sbweb/energias-renovables/MATLAB/gui/gui_1.html

ANEXOS

ANEXO A

COMPARACIÓN DE LOS CONTROLADORES TIPO PID, SMC Y ESPACIO NULO

A.1 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO SINUSOIDE

La Tabla A.1.1 muestra las condiciones iniciales de los manipuladores. La trayectoria tipo Sinusoide es: $x_{sin}(t) = 0.375t$; $y_{sin}(t) = 1.5\sin\left(\frac{\pi}{6}x_{sin}\right)$.

El tiempo de simulación: 50 segundos.

Tabla A.1.1. Posiciones iniciales.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$
h_1	-1.5	1	0.63	0
h_2	-1	1	0.63	0
h_3	-1	-1.5	0.63	0

La Figura A.1.1 muestra la posición inicial de la formación.

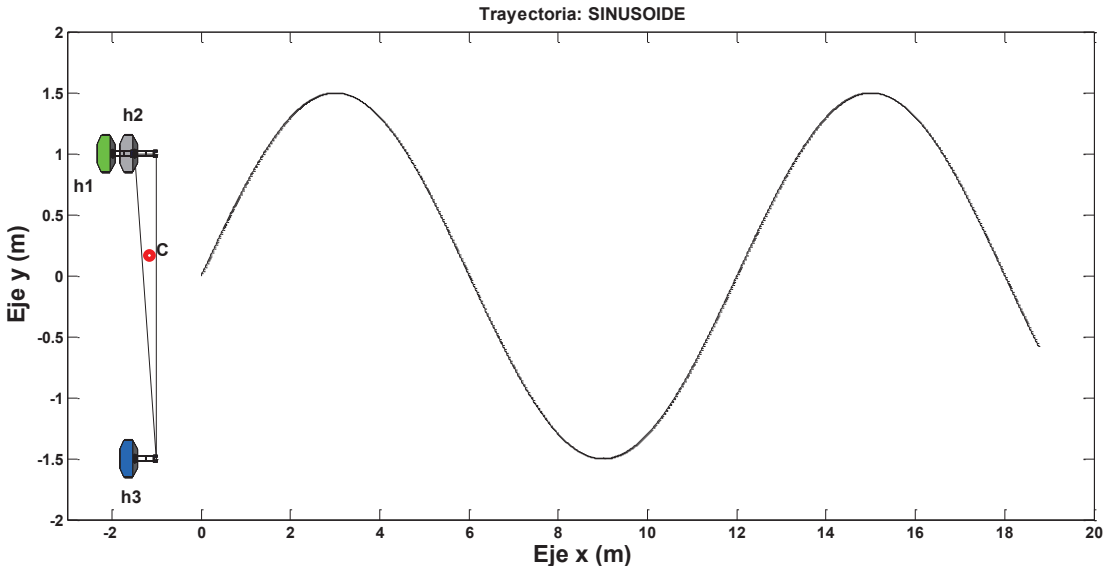


Figura A.1.1. Posición inicial de la formación, trayectoria tipo Sinusoide.

Las variables de forma y postura iniciales y de referencia de la formación se observa en la Tabla A.1.2.

Tabla A.1.2. Variables de forma y postura.

Variables	Parámetro	Valor inicial	Valor de referencia
Forma q_f	$d_1(m)$	2.5495	2
	$d_2(m)$	0.5	1.5
	$\beta(rad)$	1.3734	$\pi/3$
Postura q_p	$x_c(m)$	-1.1667	$x_{sin}(t)$
	$y_c(m)$	0. 1667	$y_{sin}(t)$
	$\theta(rad)$	-0.3805	$-\pi/6$

El seguimiento de trayectoria de la formación de manipuladores se muestra en la Figura A.1.2.

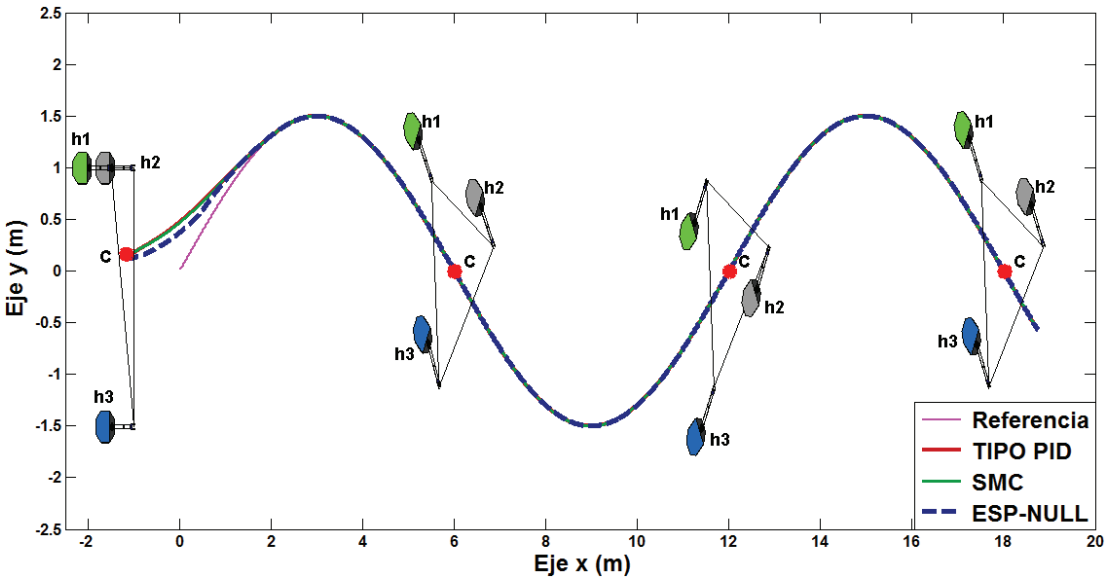


Figura A.1.2. Seguimiento de trayectoria tipo Sinusoide.

Los errores en las distancias 1 y 2 se observan en la Figura A.1.3.

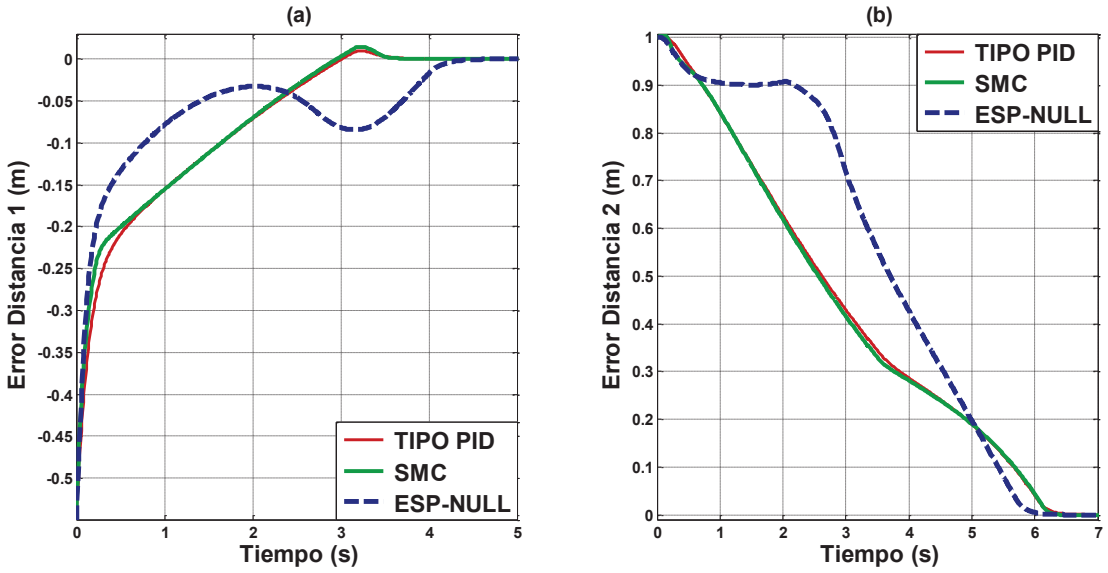


Figura A.1.3. Análisis de error en las distancias, trayectoria tipo Sinusoide: **(a)** Distancia 1; **(b)** Distancia 2.

Para el error en el centroide de la formación en el eje X y Y, los resultados se observan en la Figura A.1.4.

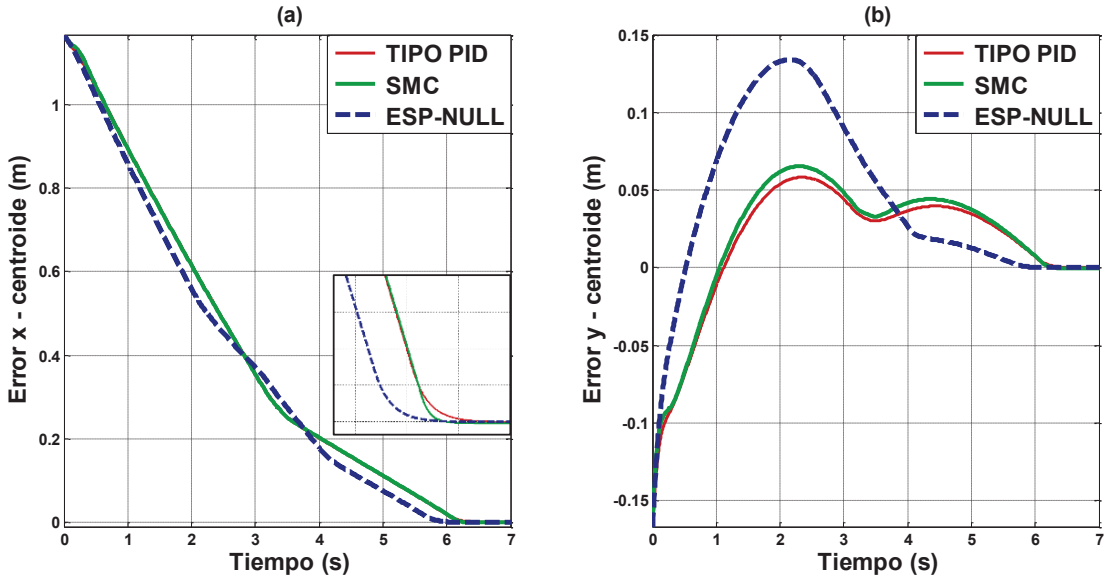


Figura A.1.4. Análisis de error del centroide, trayectoria tipo Sinusoide: **(a)** x_c; **(b)** y_c.

Los errores para los ángulos de forma β y postura θ en la Figura A.1.5.

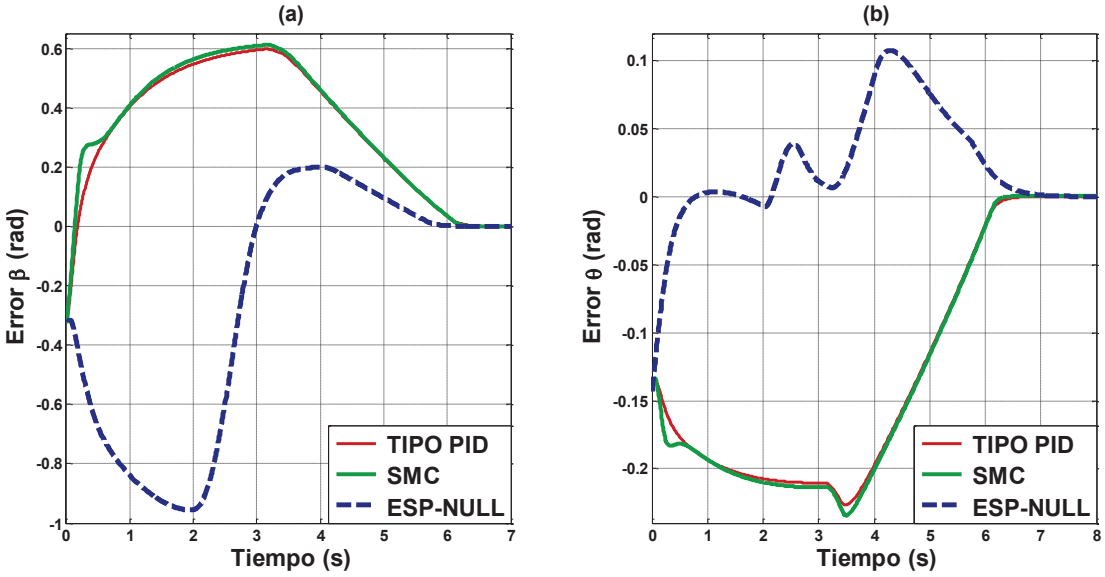


Figura A.1.5. Análisis de error en los ángulos, trayectoria tipo Sinusoide: **(a)** β; **(b)** θ.

La Tabla A.1.3 muestra los índices de desempeño ICE e IAE.

Tabla A.1.3. Valores de ICE e IAE, trayectoria tipo Sinusoide.

CONTROLADOR	ICE	IAE
TIPO PID	5.1090	9.2787
ESPACIO NULO	6.3453	9.2855
MODO DESLIZANTE	5.1396	9.3878

A.2 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO CÍRCULO

La Tabla A.2.1 muestra las condiciones iniciales de los manipuladores en la trayectoria.

La trayectoria tipo Círculo es: $x_{cír} = 5\sin\left(\frac{63}{800}t\right)$; $y_{cír} = 5\cos\left(\frac{63}{800}t\right)$. Tiempo de simulación: 80 segundos.

Tabla A.2.1. Posiciones iniciales.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$
h_1	0	4	0.63	0
h_2	-1.5	3	0.63	0
h_3	-1	5	0.63	0

Las variables de forma y postura iniciales y de referencia de la formación se presentan en la Tabla A.2.2.

Tabla A.2.2. Variables de forma y postura.

Variables	**Parámetro**	**Valor inicial**	**Valor de referencia**
Forma q_f	$d_1(m)$	1.4142	2
	$d_2(m)$	1.8028	2
	$\beta(rad)$	1.3734	$\pi/3$
Postura q_p	$x_c(m)$	-0.8333	$x_{cír}(t)$
	$y_c(m)$	4	$y_{cír}(t)$
	$\theta(rad)$	-1.5708	$-5\pi/12$

La Figura A.2.1 muestra la posición inicial de los manipuladores móviles en la trayectoria.

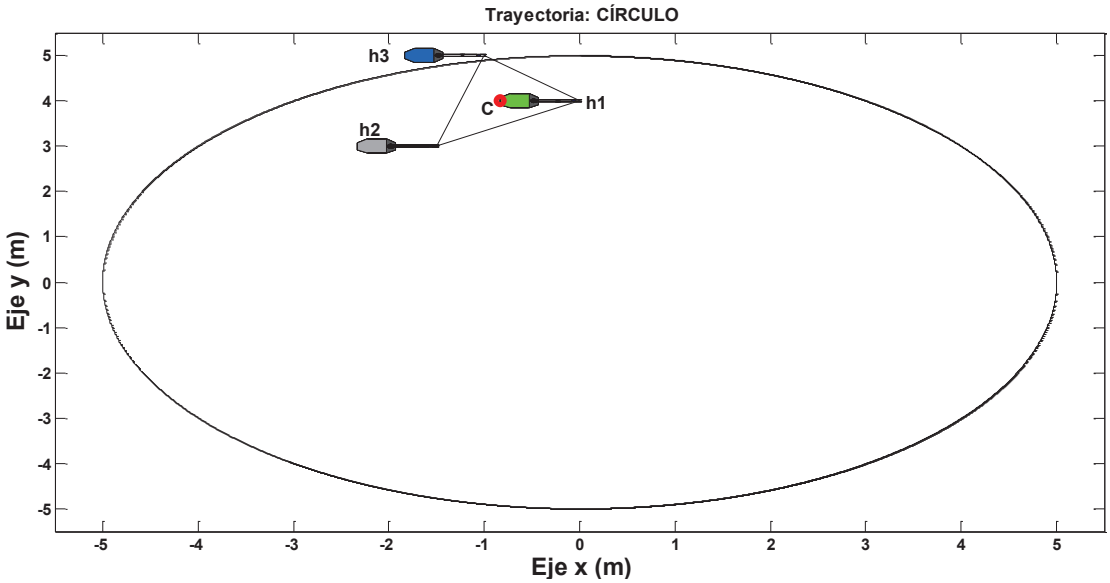


Figura A.2.1. Posición inicial de la formación, trayectoria tipo Círculo.

El seguimiento de trayectoria se observa en la Figura A.2.2.

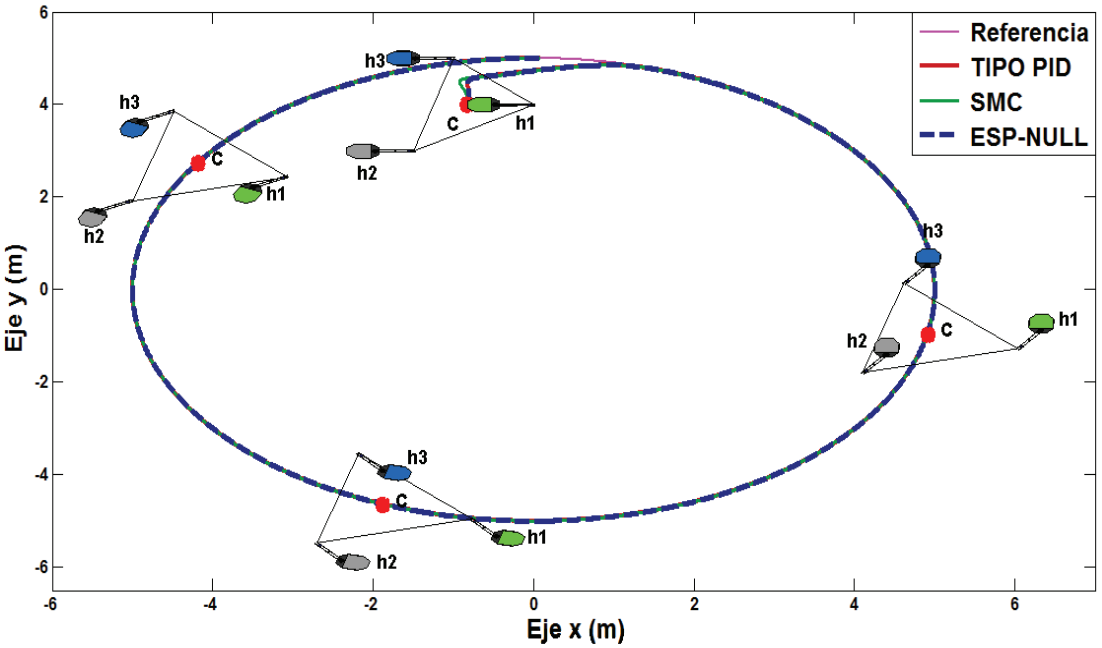


Figura A.2.2. Seguimiento de trayectoria tipo Círculo.

El error en las distancias 1 y 2 para este experimento se visualizan en la Figura A.2.3.

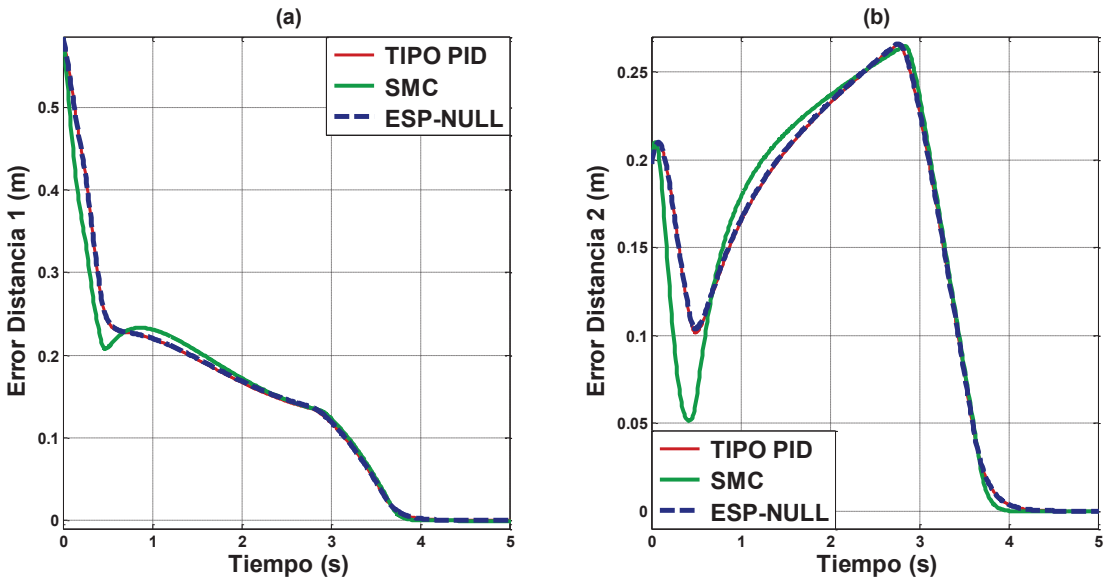


Figura A.2.3. Análisis de error en las distancias, trayectoria tipo Círculo: **(a)** Distancia 1; **(b)** Distancia 2.

En la Figura A.2.4 se muestran los errores del centroide en la trayectoria.

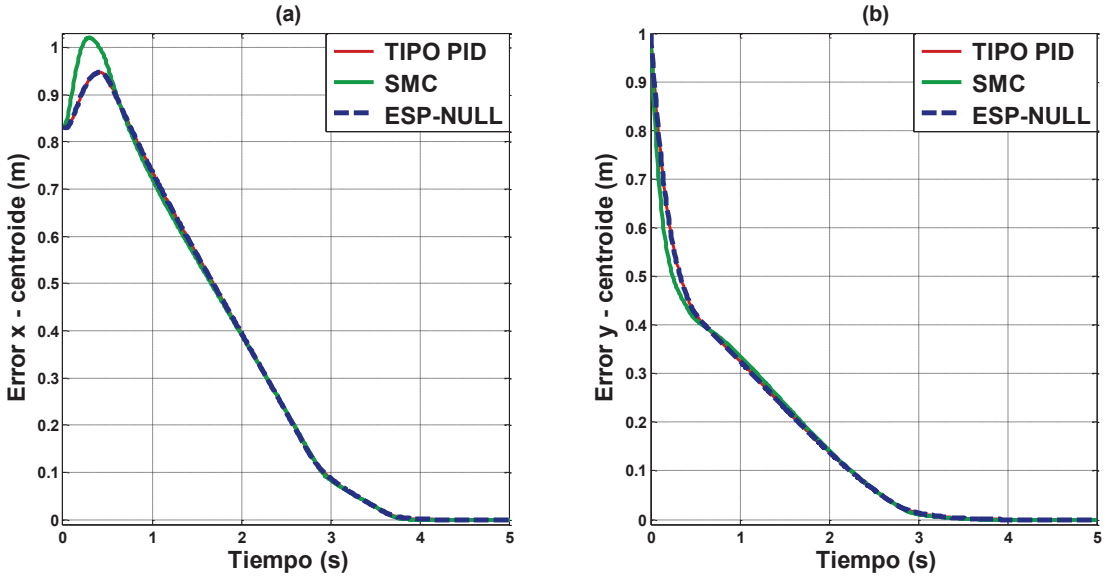


Figura A.2.4. Análisis de error del centroide, trayectoria tipo Círculo: **(a)** x_c; **(b)** y_c.

La Figura A.2.5 muestra los errores en los ángulos de forma y postura.

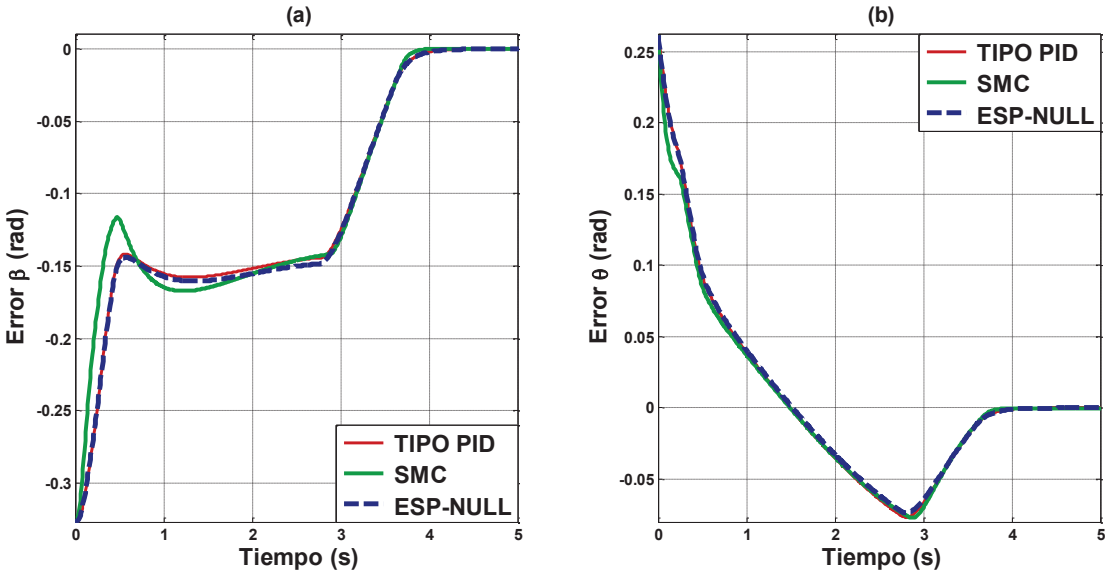


Figura A.2.5. Análisis de error en los ángulos, trayectoria tipo Círculo: **(a)** β; **(b)** θ.

En la Tabla A.2.3 se observan los índices de desempeño ICE e IAE.

Tabla A.2.3. Valores de ICE e IAE, trayectoria tipo Círculo.

CONTROLADOR	ICE	IAE
TIPO PID	1.8809	4.5495
ESPACIO NULO	1.8840	4.5604
MODO DESLIZANTE	1.8709	4.5414

ANEXO B
CONTROLADOR DE EVASIÓN DE OBSTÁCULOS BASADO EN ESPACIO NULO

B.1 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO SINUSOIDE

Las condiciones iniciales se muestran en la Tabla B.1.1. Las variables de forma y postura iniciales y de referencia de la formación se observa en la Tabla B.1.2. Tiempo de simulación: 60 segundos.

La trayectoria tipo Sinusoide está definido por: $x_{sin}(t) = 0.375t$; $y_{sin}(t) = 1.5\sin\left(\frac{\pi}{6}x_{sin}\right)$

Tabla B.1.1. Posiciones iniciales.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$	Objeto	$x_{obs}(m)$	$y_{obs}(m)$
h_1	-1.5	1	0.63	0	Obs_1	5	-1
h_2	-1	1.5	0.63	0	Obs_2	12	1.5
h_3	-1	-1.5	0.63	0	Obs_3	18	0.3

Tabla B.1.2. Variables de forma y postura.

Variables	Parámetro	Valor inicial	Valor de referencia
Forma q_f	$d_1(m)$	2.5495	2
	$d_2(m)$	0.7071	2
	$\beta(rad)$	2.1588	$5\pi/12$
Postura q_p	$x_c(m)$	-1.667	$x_{sin}(t)$
	$y_c(m)$	0.333	$y_{sin}(t)$
	$\theta(rad)$	-0.4636	$-\pi/6$

La posición inicial de los obstáculos y manipuladores se presentan en la Figura B.1.1.

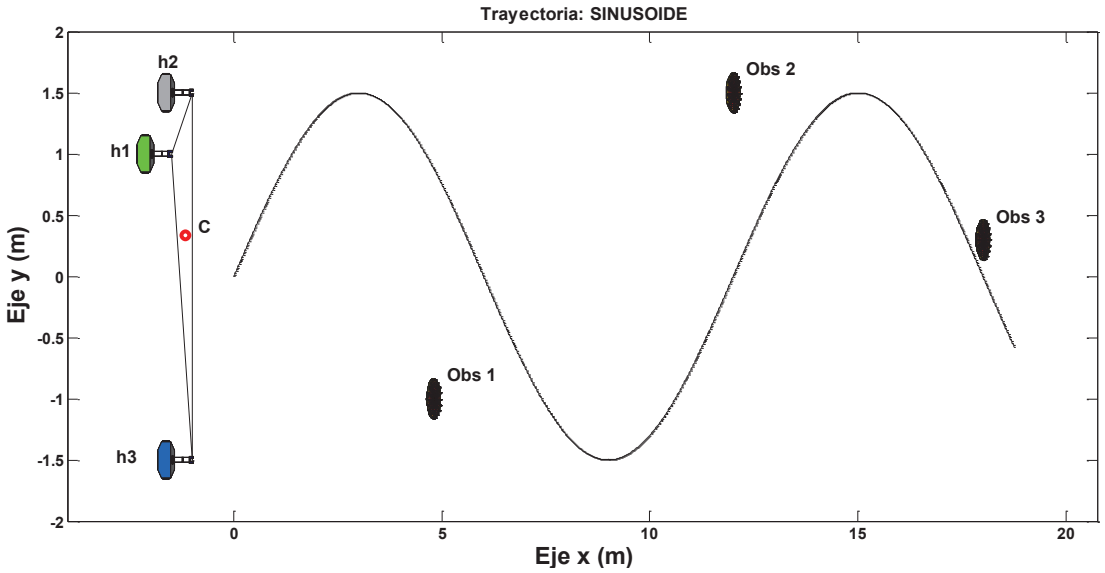


Figura B.1.1. Posición de los obstáculos y ubicación inicial de la formación, trayectoria tipo Sinusoide.

El seguimiento de trayectoria del centroide se muestra en la Figura B.1.2.

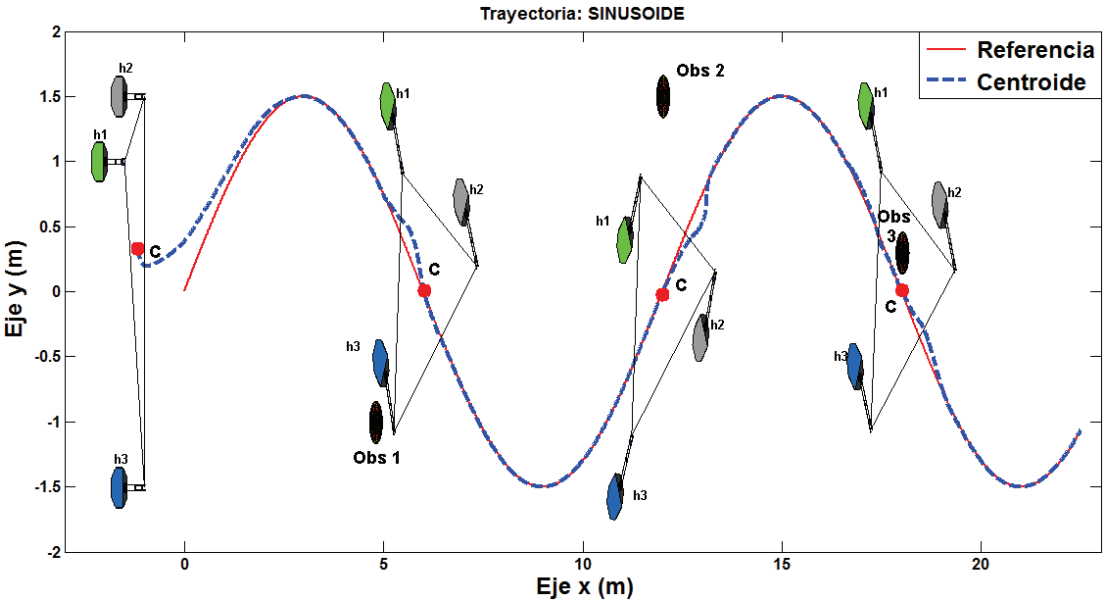


Figura B.1.2. Centroide de la formación, trayectoria tipo Sinusoide.

El error en las distancias debido a la presencia de obstáculos durante el trayecto se aprecia en la Figura B.1.3.

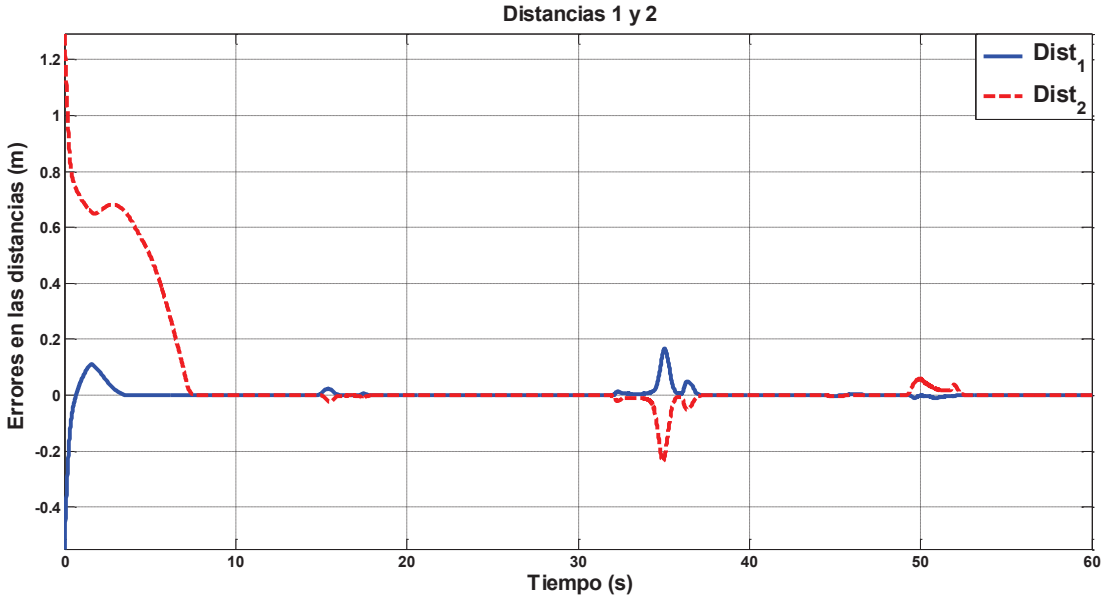


Figura B.1.3. Análisis de los errores en las distancias, trayectoria tipo Sinusoide.

El error en el centroide de la formación de manipuladores, se observa en la Figura B.1.4.

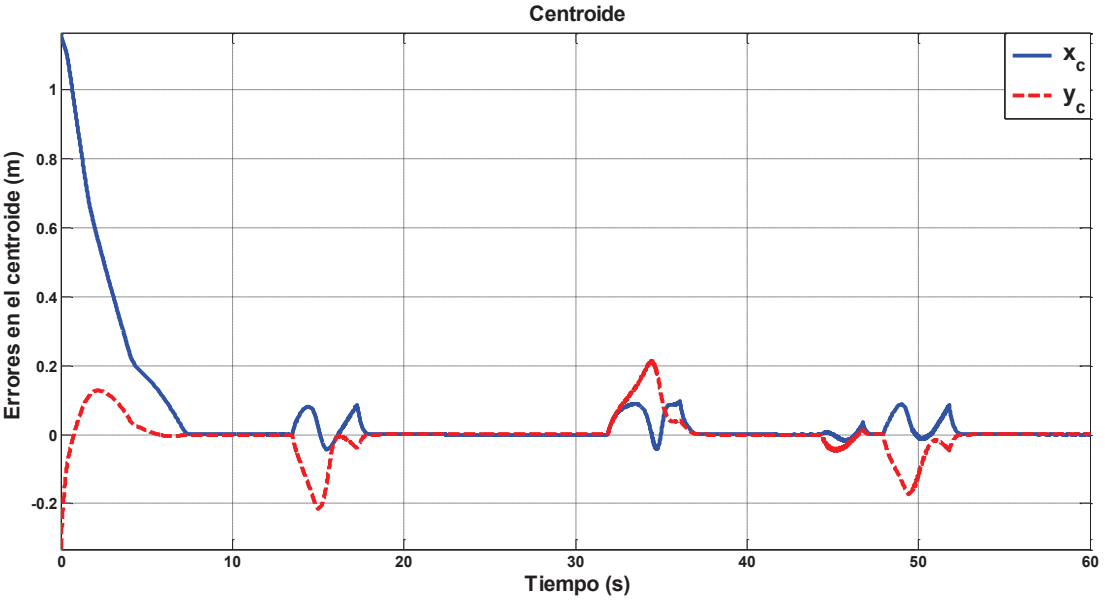


Figura B.1.4. Análisis de los errores del centroide, trayectoria tipo Sinusoide.

Los errores producidos en los ángulos de forma β y postura θ durante la simulación, son mostrados en la Figura B.1.5.

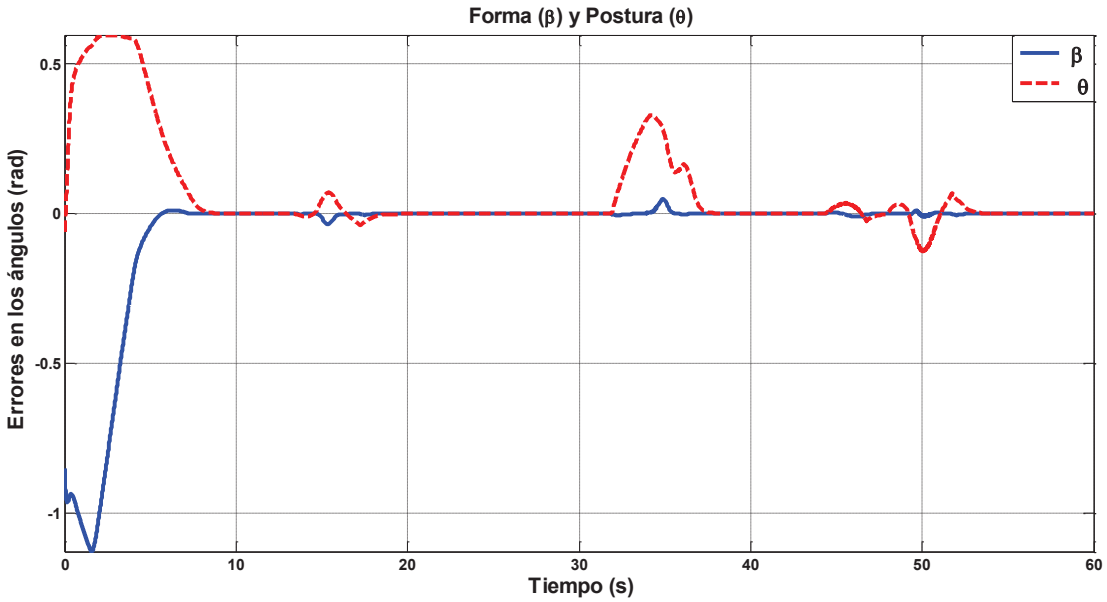


Figura B.1.5. Análisis de los errores de los ángulos de formación, trayectoria tipo Sinusoide.

En la Figura B.1.6 se muestran los campos potenciales detectados por la formación.

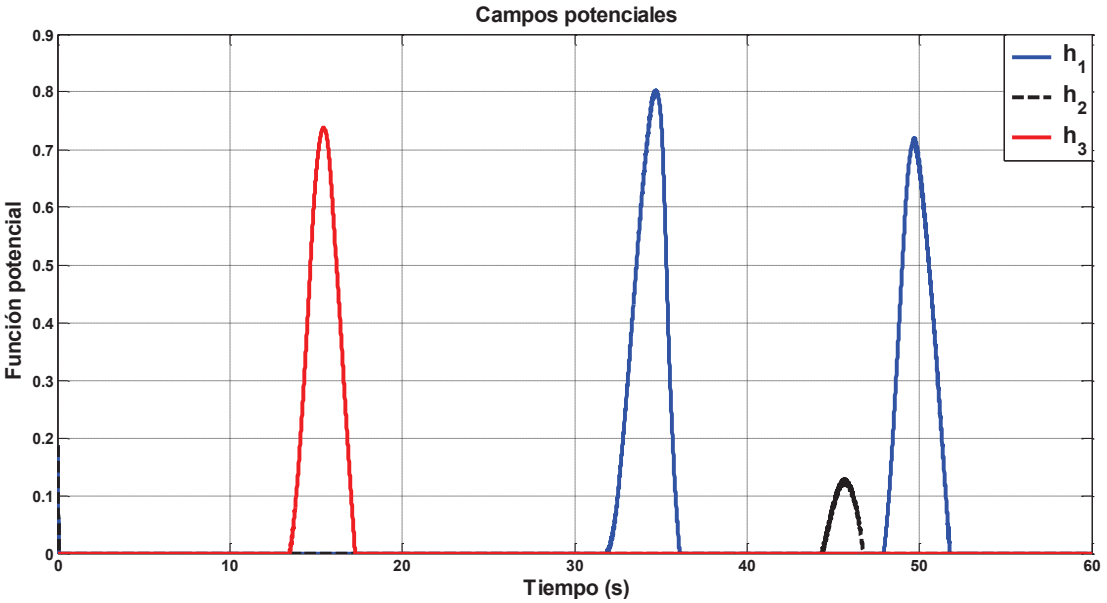


Figura B.1.6. Campos potenciales, trayectoria tipo Sinusoide.

La trayectoria de la parte móvil y de los brazos de los manipuladores en el plano XY se pueden apreciar en la Figura B.1.7.

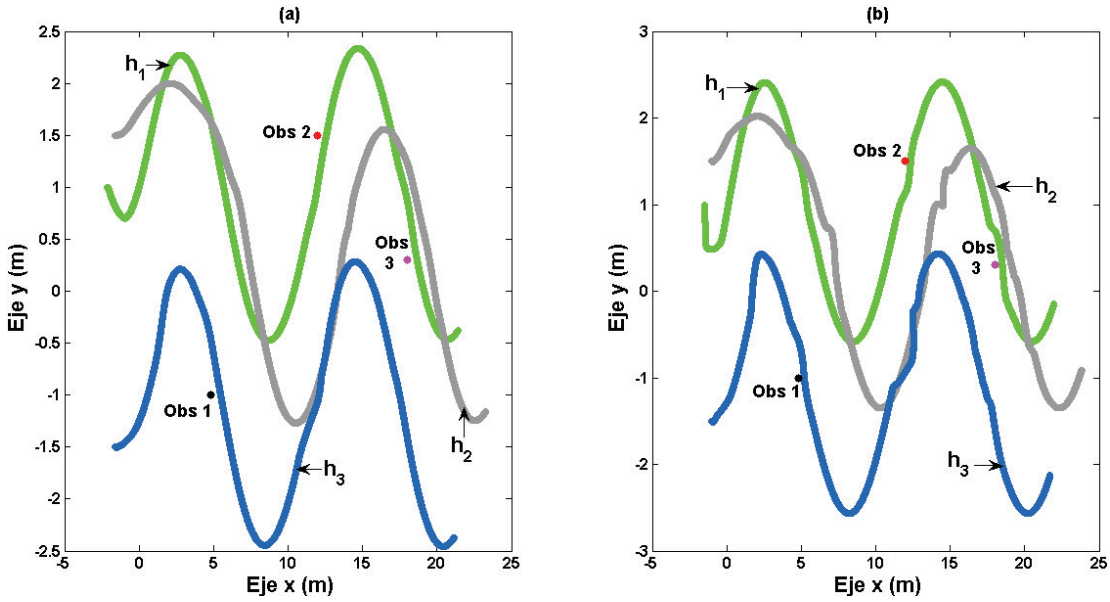


Figura B.1.7. Trayectoria de los manipuladores, trayectoria tipo Sinusoide: **(a)** Parte móvil; **(b)** Brazo del manipulador.

B.2 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO CÍRCULO

Las posiciones de los obstáculos y las condiciones iniciales de la formación se muestran en la Tabla B.2.1.

El tiempo de simulación de este experimento es de 80 segundos.

Tabla B.2.1. Posiciones iniciales.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$	**Objeto**	$x_{obs}(m)$	$y_{obs}(m)$
h_1	0	4	0.63	0	Obs_1	2.4	-5.5
h_2	-1.5	3	0.63	0	Obs_2	5.4	2.5
h_3	-1	5	0.63	0	Obs_3	-6	1.1

Las variables de forma y postura iniciales y de referencia de la formación se observa en la Tabla B.2.2. La trayectoria tipo Círculo es: $x_{cír} = 5\sin\left(\frac{63}{800}t\right)$; $y_{cír} = 5\cos\left(\frac{63}{800}t\right)$

Tabla B.2.2. Variables de forma y postura.

Variables	Parámetro	Valor inicial	Valor de referencia
Forma q_f	$d_1(m)$	1.4142	2.5
	$d_2(m)$	1.8028	2.5
	$\beta(rad)$	1.3734	$5\pi/12$
Postura q_p	$x_c(m)$	-0.8333	$x_{cír}(t)$
	$y_c(m)$	4	$y_{cír}(t)$
	$\theta(rad)$	-1.5708	$-\pi/4$

En la Figura B.2.1 se muestra los obstáculos y la posición inicial de la formación.

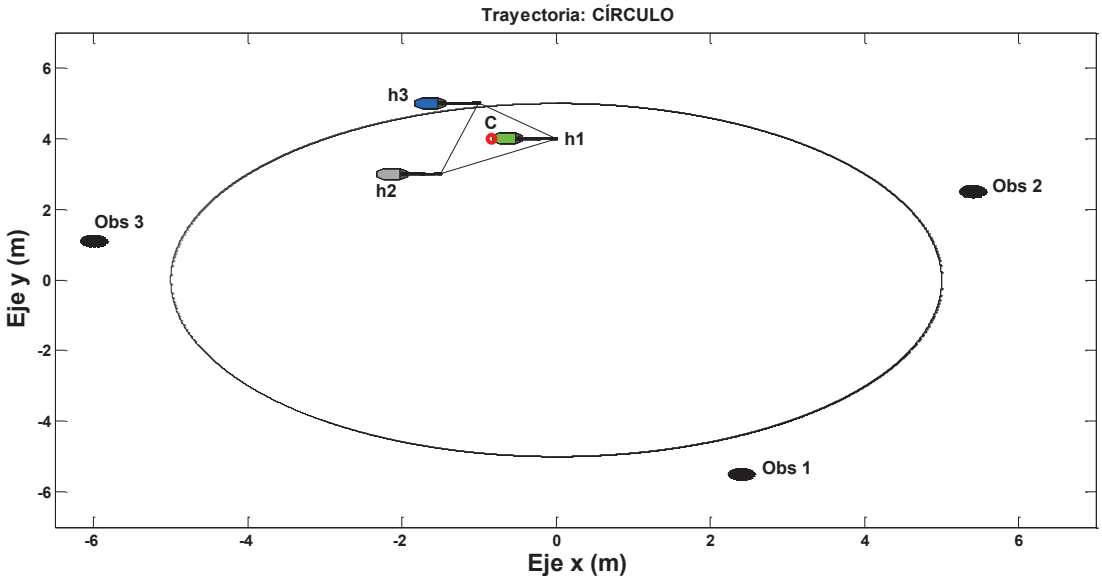


Figura B.2.1. Posición de los obstáculos y formación de manipuladores móviles, trayectoria tipo Círculo.

El desempeño del controlador se refleja en la trayectoria del centroide, mostrado en la Figura B.2.2

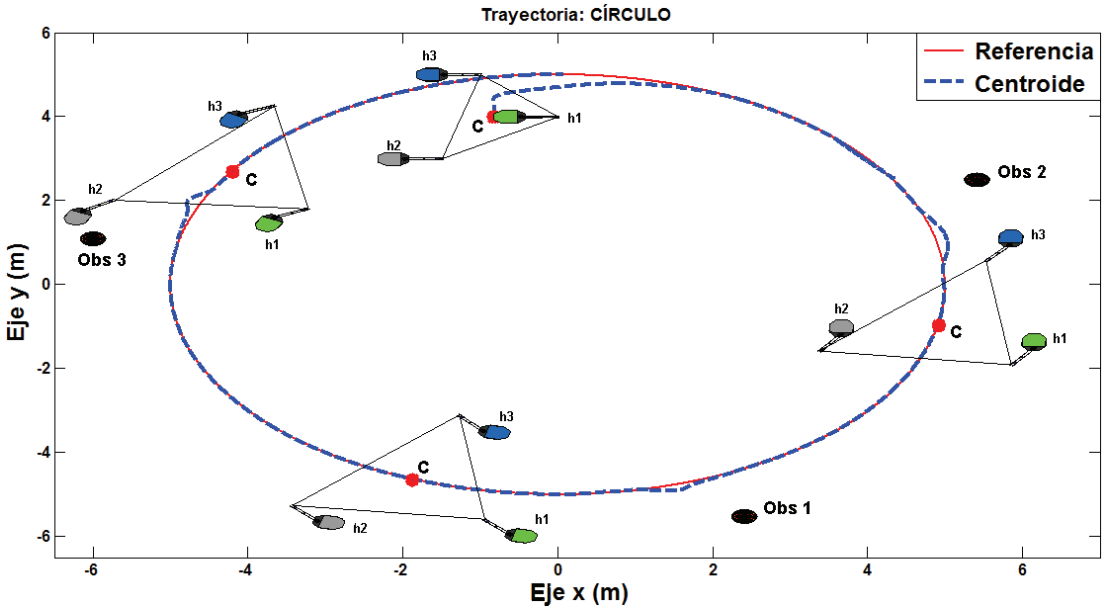


Figura B.2.2. Centroide de la formación, trayectoria tipo Círculo.

El error en las distancias 1 y 2 se muestran en la Figura B.2.3.

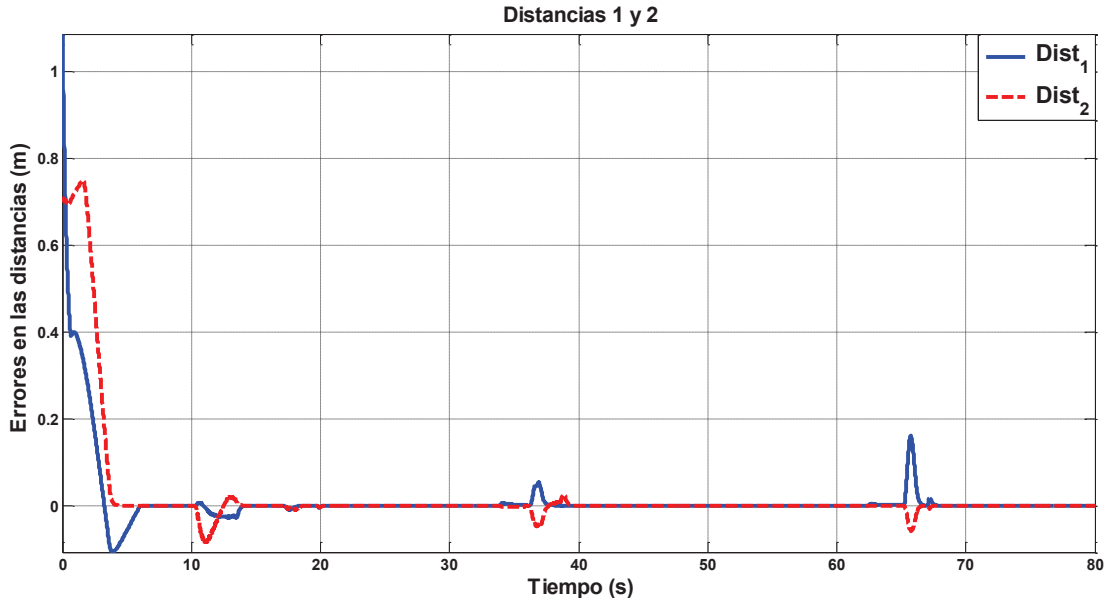


Figura B.2.3. Análisis de los errores en las distancias, trayectoria tipo Círculo.

El recorrido del centroide a lo largo del trayecto se presenta en la Figura B.2.4.

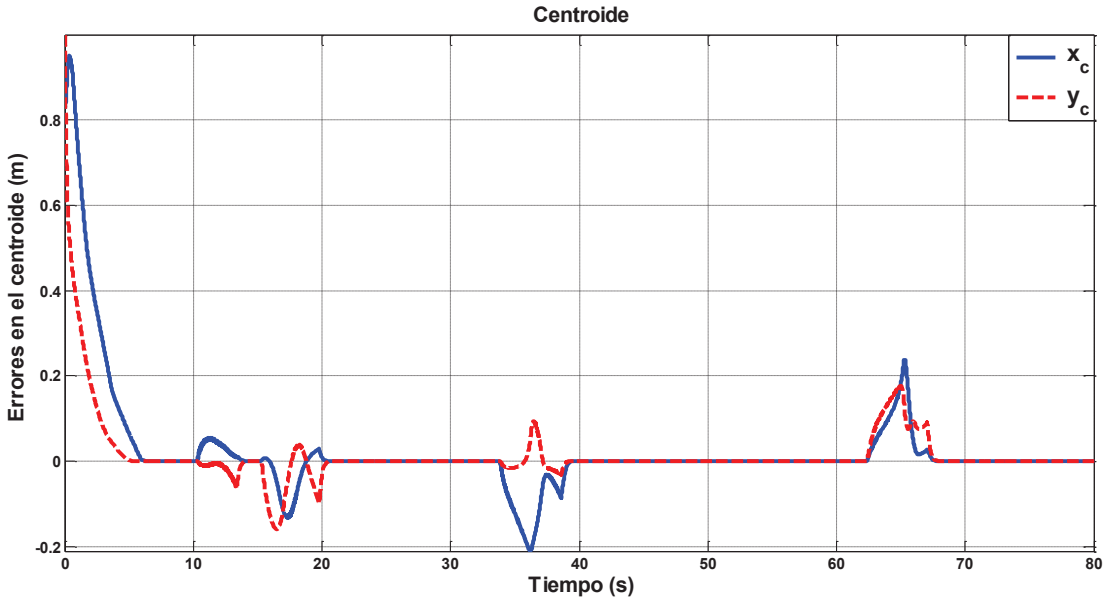


Figura B.2.4. Análisis de los errores del centroide, trayectoria tipo Círculo.

El error en los ángulos de forma y postura para este experimento se muestran en la Figura B.2.5.

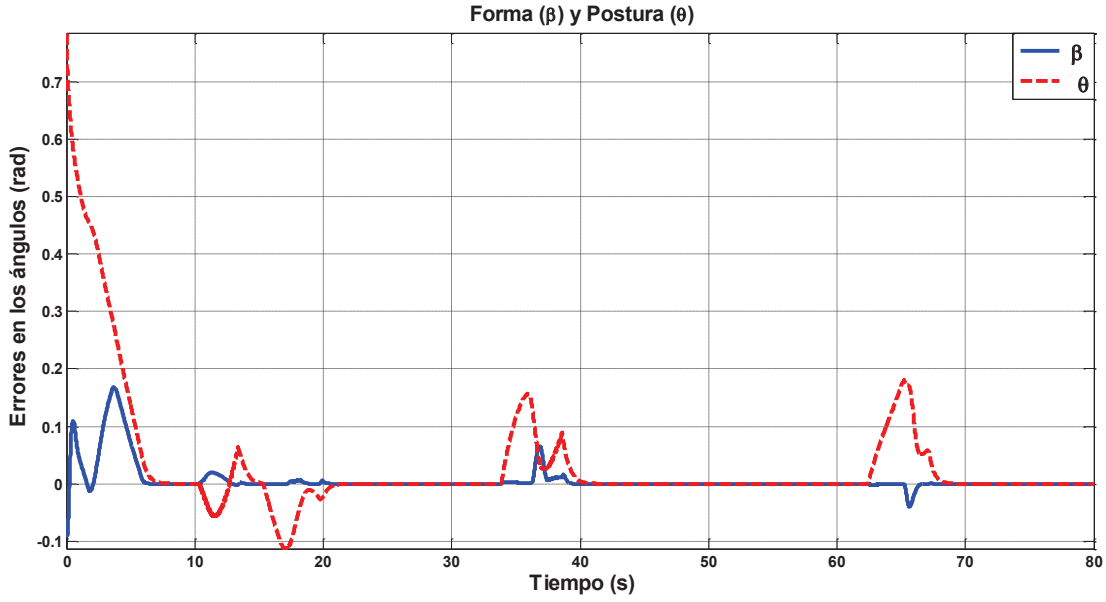


Figura B.2.5. Análisis de los errores de los ángulos de formación, trayectoria tipo Círculo.

El campo potencial de cada uno de los obstáculos presentes en el experimento se muestra en la Figura B.2.6.

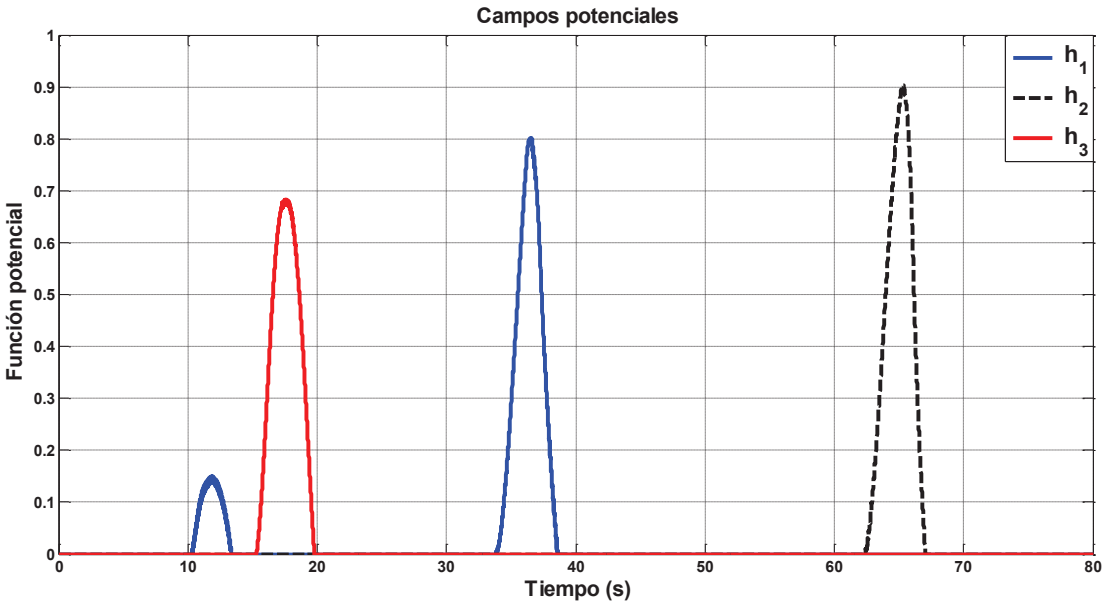


Figura B.2.6. Campos potenciales, trayectoria tipo Círculo.

La trayectoria realizada por la parte móvil y brazo de cada manipulador se muestra en la Figura B.2.7.

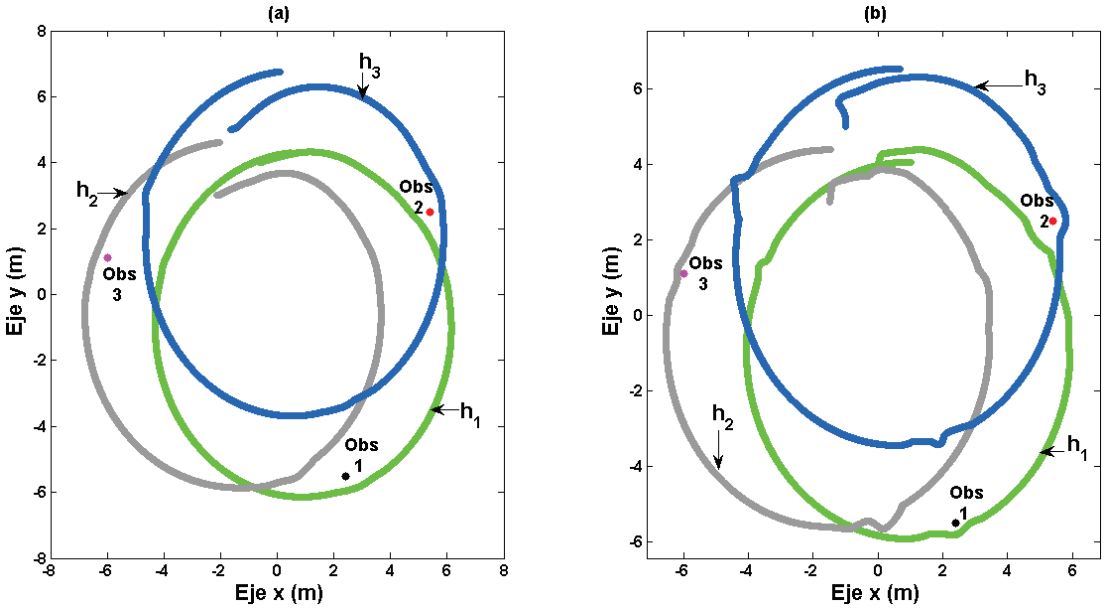


Figura B.2.7. Trayectoria de los manipuladores, trayectoria tipo Círculo: **(a)** Parte móvil; **(b)** Brazo del manipulador.

ANEXO C

DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES TIPO PID CINEMÁTICO, Y TIPO PID CINEMÁTICO-DINÁMICO EN PLANTA DINÁMICA

C.1 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO OCHO

En la Tabla C.1.1 se muestra las condiciones iniciales para este experimento. En la Tabla C.1.2 se presentan los valores iniciales y de referencia. La Trayectoria tipo Ocho se define como: $x_{ocho}(t) = 3\sin\left(\frac{63}{400}t\right)$; $y_{ocho}(t) = 6\sin\left(\frac{63}{800}t\right)$

Tabla C.1.1. Posiciones iniciales.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$
h_1	-1	-0.5	0.63	$\pi/2$
h_2	1	-0.5	0.63	$\pi/2$
h_3	0	-1	0.63	$\pi/2$

Tabla C.1.2. Variables de forma y postura.

Variables	Parámetro	Valor inicial	Valor de referencia
Forma q_f	$d_1(m)$	1.1180	1.5
	$d_2(m)$	2	2.5
	$\beta(rad)$	0.4636	$\pi/6$
Postura q_p	$x_c(m)$	0	$x_{ocho}(t)$
	$y_c(m)$	-0.667	$y_{ocho}(t)$
	$\theta(rad)$	-1.4056	$-\pi/4$

La Figura C.1.1 muestra la posición inicial de la formación de manipuladores. Tiempo de simulación: 80 segundos.

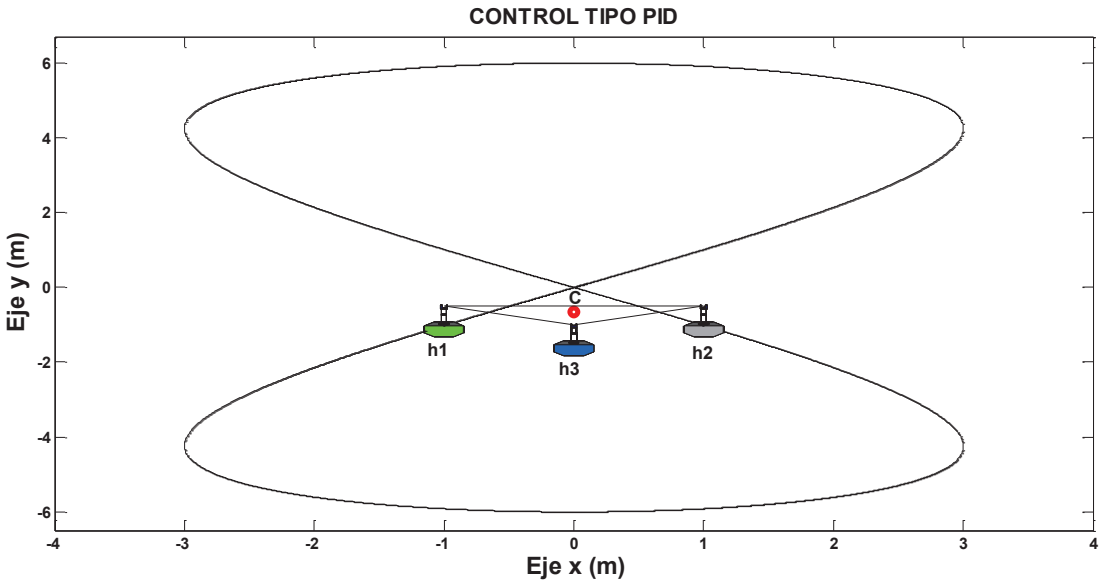


Figura C.1.1. Posición inicial de la formación, trayectoria tipo Ocho.

En la Figura C.1.2 se muestra el desempeño del controlador tipo PID con parte solo cinemática, y cinemático-dinámico.

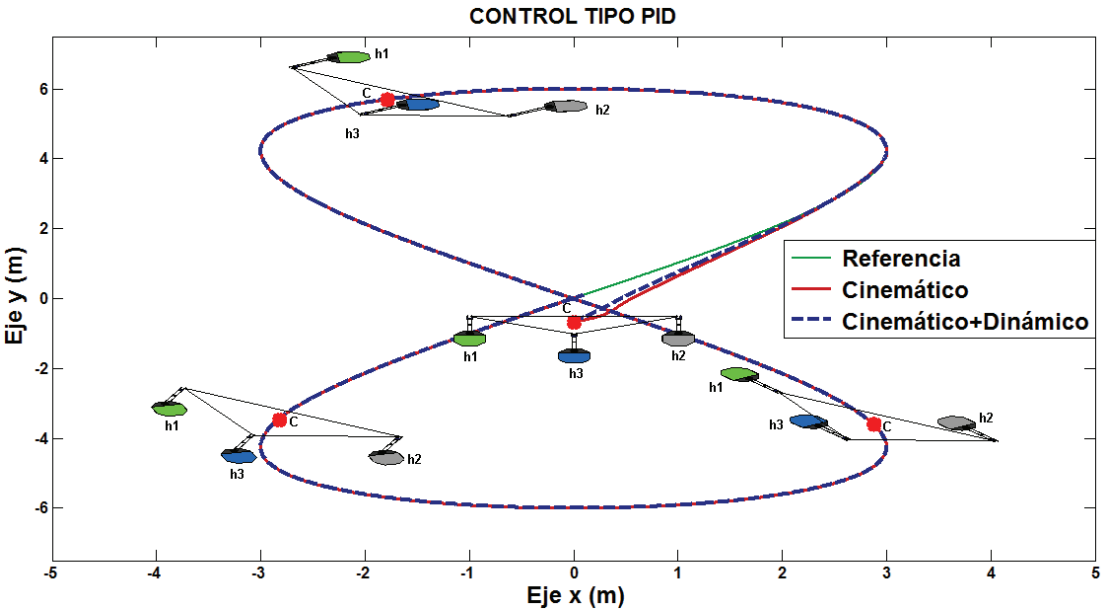


Figura C.1.2. Centroide de la formación en planta dinámica (Control tipo PID, trayectoria tipo Ocho).

El error en las distancias 1 y 2 para la planta dinámica se muestra la Figura C.1.3.

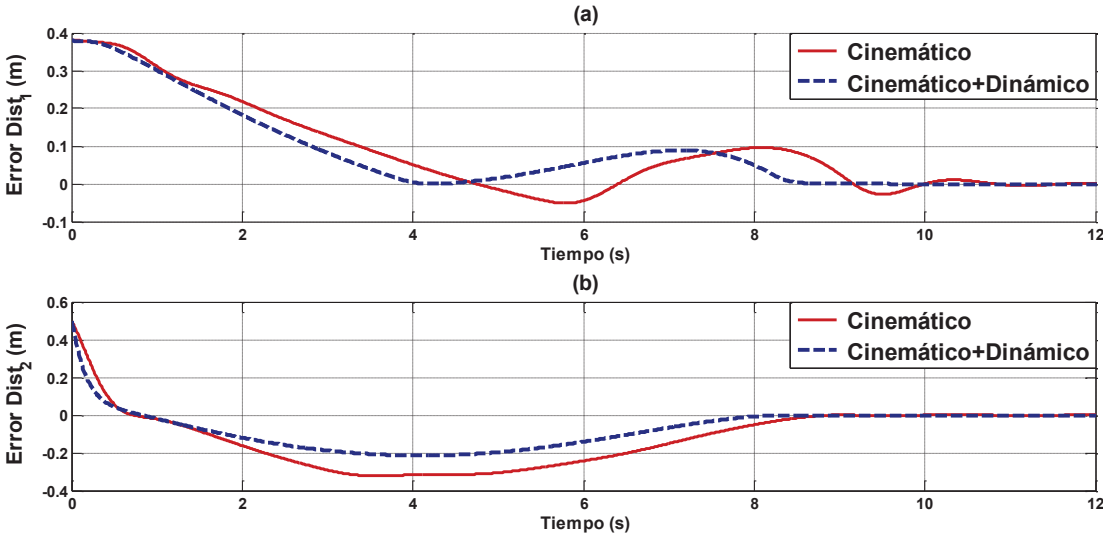


Figura C.1.3. Errores en las distancias, planta dinámica (Control tipo PID, trayectoria tipo Ocho): **(a)** Distancia 1; **(b)** Distancia 2.

Los errores en el eje X y Y por parte del centroide de la formación, se visualizan en la Figura C.1.4.

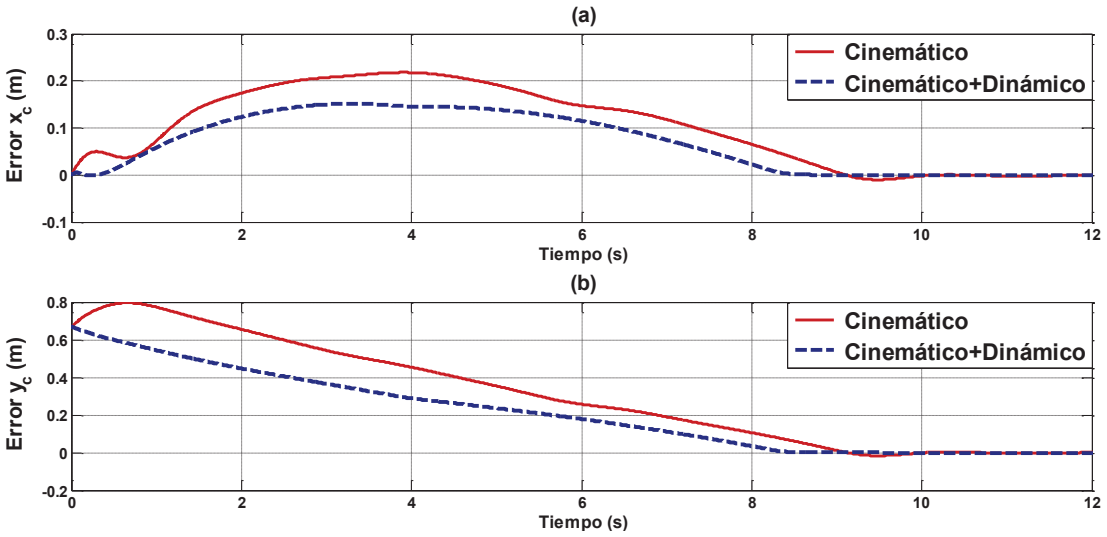


Figura C.1.4. Error en el centroide, planta dinámica (Control tipo PID, trayectoria tipo Ocho): **(a)** x_c; **(b)** y_c.

Para los ángulos de formación β (forma) y θ (postura), el error producido durante la simulación se muestra en la Figura C.1.5.

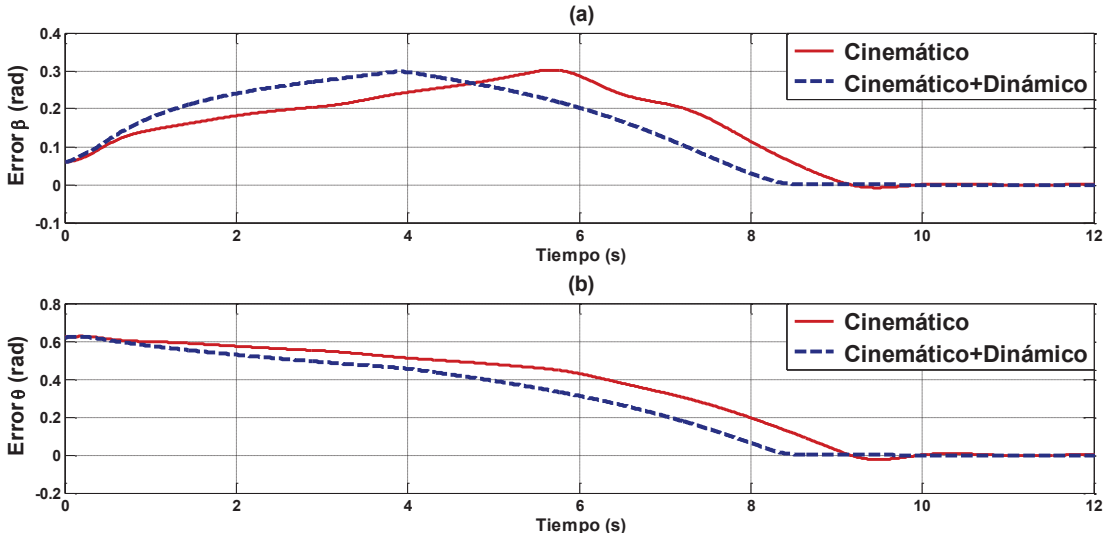


Figura C.1.5. Error en el ángulo de formación, planta dinámica (Control tipo PID, trayectoria tipo Ocho): **(a)** forma (β); **(b)** postura (θ).

C.2 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO SINUSOIDE

En la Tabla C.2.1 se muestra las condiciones iniciales para la trayectoria tipo Sinusoide.

Tiempo de simulación: 50 segundos.

Tabla C.2.1. Posiciones iniciales.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$
h_1	-1.5	1	0.63	0
h_2	-1	1	0.63	0
h_3	-1	-1.5	0.63	0

En la Tabla C.2.2 se presentan los valores iniciales y de referencia. La trayectoria tipo Sinusoide es: $x_{sin}(t) = 0.375t$; $y_{sin}(t) = 1.5\sin\left(\frac{\pi}{6}x_{sin}\right)$.

Tabla C.2.2. Variables de forma y postura.

Variables	Parámetro	Valor inicial	Valor de referencia
Forma q_f	$d_1(m)$	2.5495	2
	$d_2(m)$	0.5	1.5
	$\beta(rad)$	1.3734	$\pi/3$
Postura q_p	$x_c(m)$	-1.1667	$x_s(t)$
	$y_c(m)$	0. 1667	$y_s(t)$
	$\theta(rad)$	-0.3805	$-\pi/6$

La Figura C.2.1 presenta la ubicación inicial de la formación de manipuladores móviles.

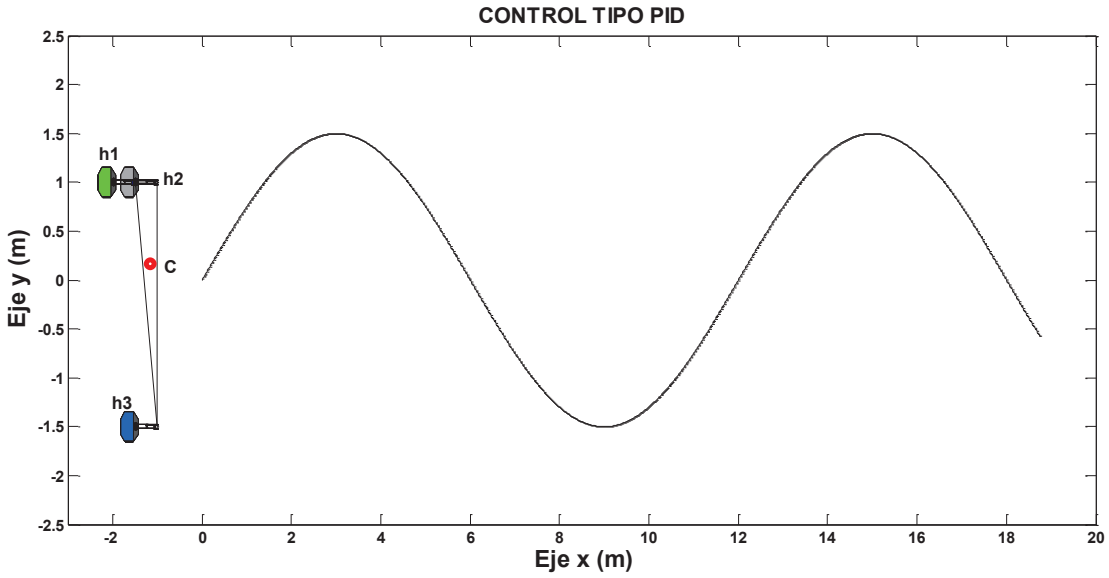


Figura C.2.1. Posición inicial de la formación, trayectoria tipo Sinusoide.

El seguimiento de trayectoria del centroide, considerando la planta dinámica en la formación, se muestra en la Figura C.2.2.

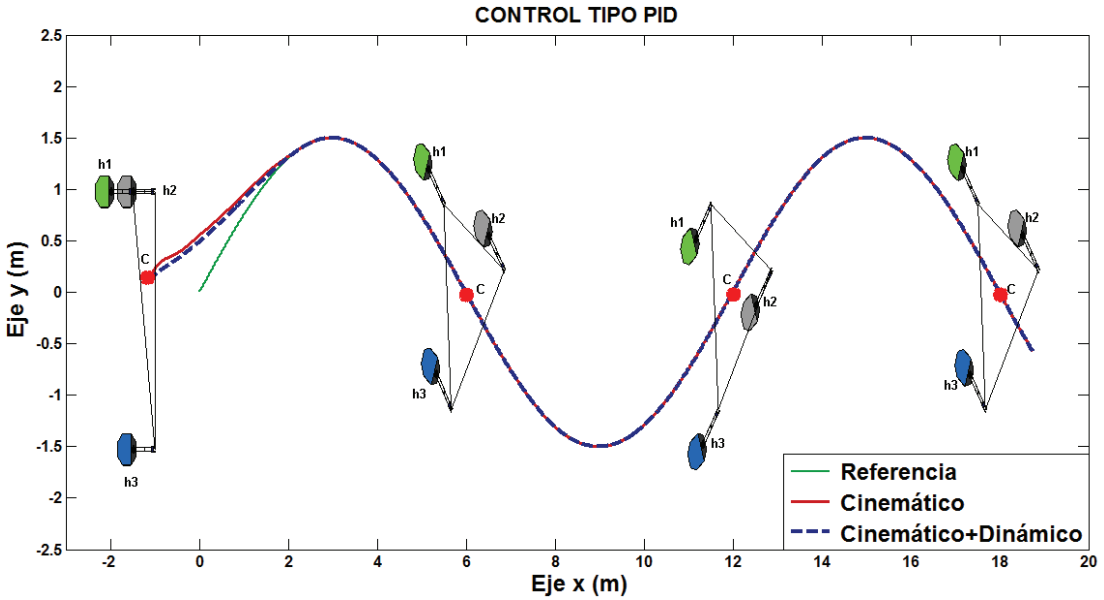


Figura C.2.2. Centroide de la formación en planta dinámica (Control tipo PID, trayectoria tipo Sinusoide).

El error en las distancias 1 y 2 durante la simulación, se muestra en la Figura C.2.3.

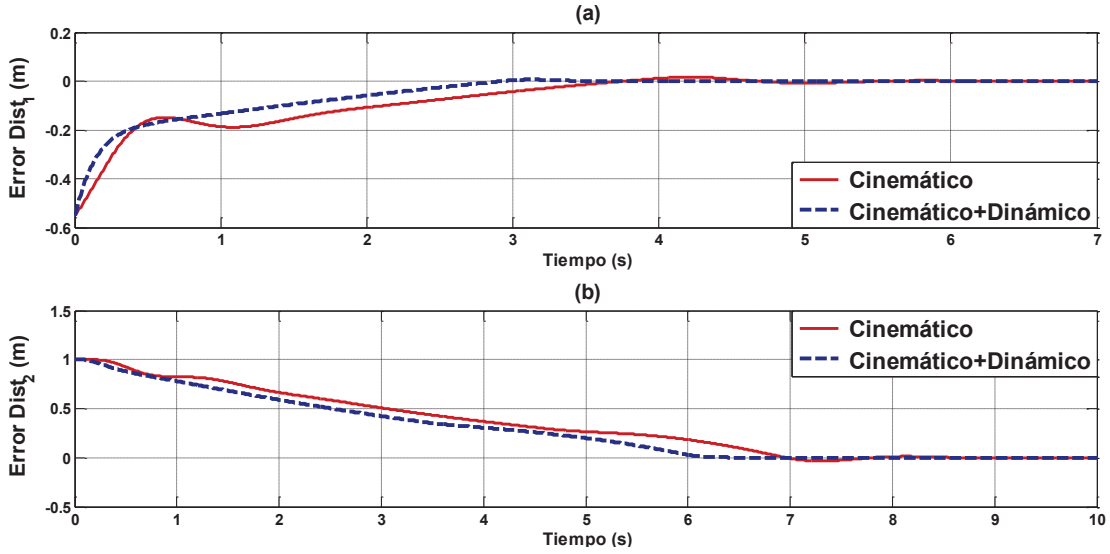


Figura C.2.3. Errores en las distancias, planta dinámica (Control tipo PID, trayectoria tipo Sinusoide): **(a)** Distancia 1; **(b)** Distancia 2.

Para el centroide de la formación, la evolución en el tiempo se muestra en la Figura C.2.4.

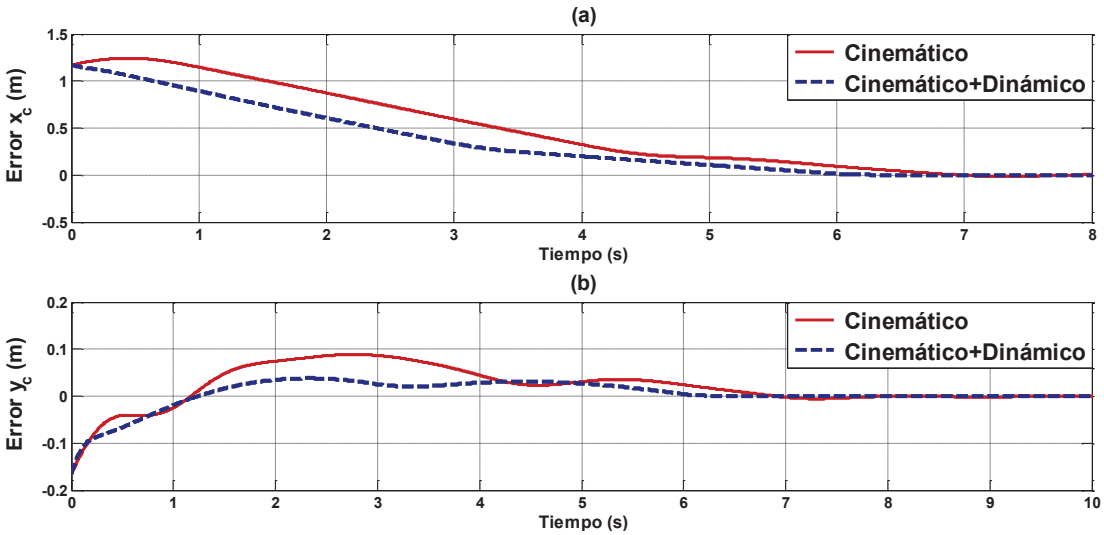


Figura C.2.4. Error en el centroide, planta dinámica (Control tipo PID, trayectoria tipo Sinusoide): **(a)** x_c; **(b)** y_c.

El comportamiento del ángulo de forma y postura cuando se considera la parte dinámica del móvil se observa en la Figura C.2.5.

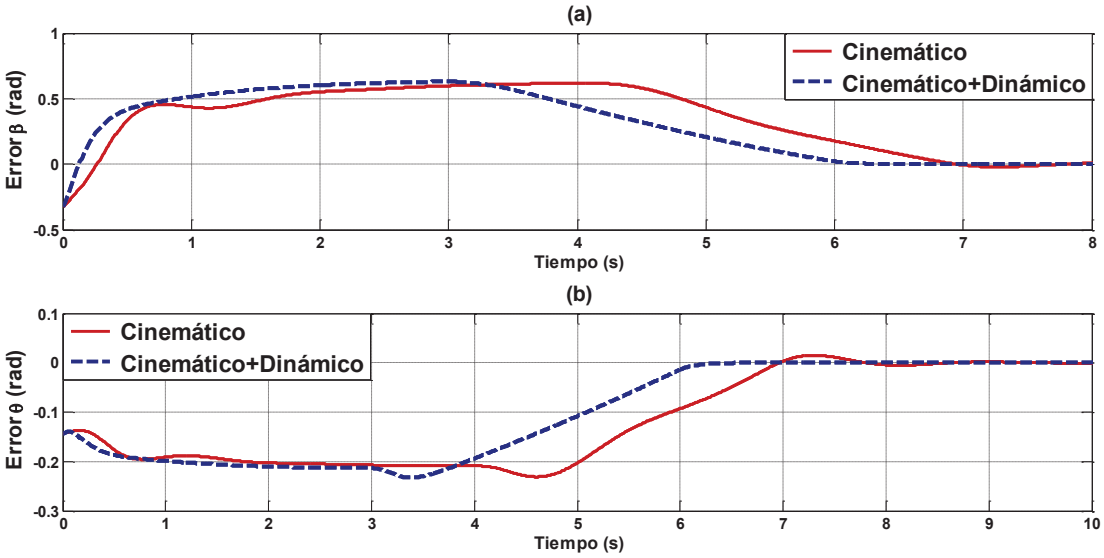


Figura C.2.5. Error en el ángulo de formación, planta dinámica (Control tipo PID, trayectoria tipo Sinusoide): **(a)** forma (β); **(b)** postura (θ).

C.3 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO CÍRCULO

La Tabla C.3.1 muestra las condiciones iniciales para la trayectoria tipo Círculo.

Tiempo de simulación: 80 segundos.

Tabla C.3.1. Posiciones iniciales.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$
h_1	0	4	0.63	0
h_2	-1.5	3	0.63	0
h_3	-1	5	0.63	0

En la Tabla C.3.2 se presentan los valores iniciales y de referencia. La trayectoria tipo Círculo es: $x_{cír} = 5\sin\left(\frac{63}{800}t\right)$; $y_{cír} = 5\cos\left(\frac{63}{800}t\right)$

Tabla C.3.2. Variables de forma y postura.

Variables	Parámetro	Valor inicial	Valor de referencia
Forma q_f	$d_1(m)$	1.4142	2
	$d_2(m)$	1.8028	2
	$\beta(rad)$	1.3734	$\pi/3$
Postura q_p	$x_c(m)$	-0.8333	$x_{cír}(t)$
	$y_c(m)$	4	$y_{cír}(t)$
	$\theta(rad)$	-1.5708	$-5\pi/12$

La posición inicial de la formación se presenta en la Figura C.3.1.

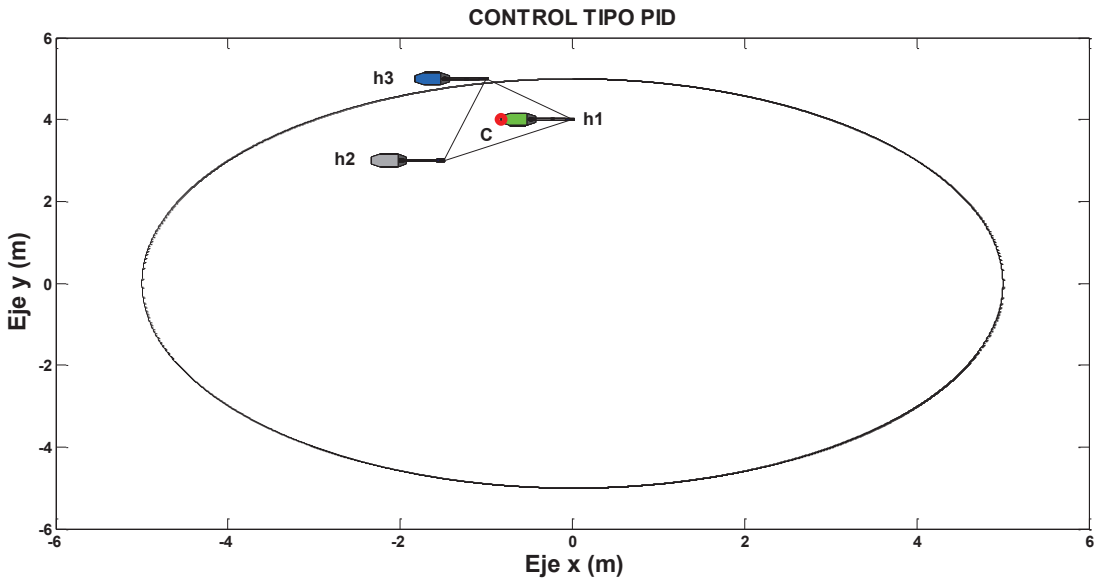


Figura C.3.1. Posición inicial de la formación, trayectoria tipo Círculo.

En la Figura C.3.2 se observa el desenvolvimiento del controlador tipo PID con parte solo cinemática, y cinemática dinámica, para la formación de manipuladores móviles.

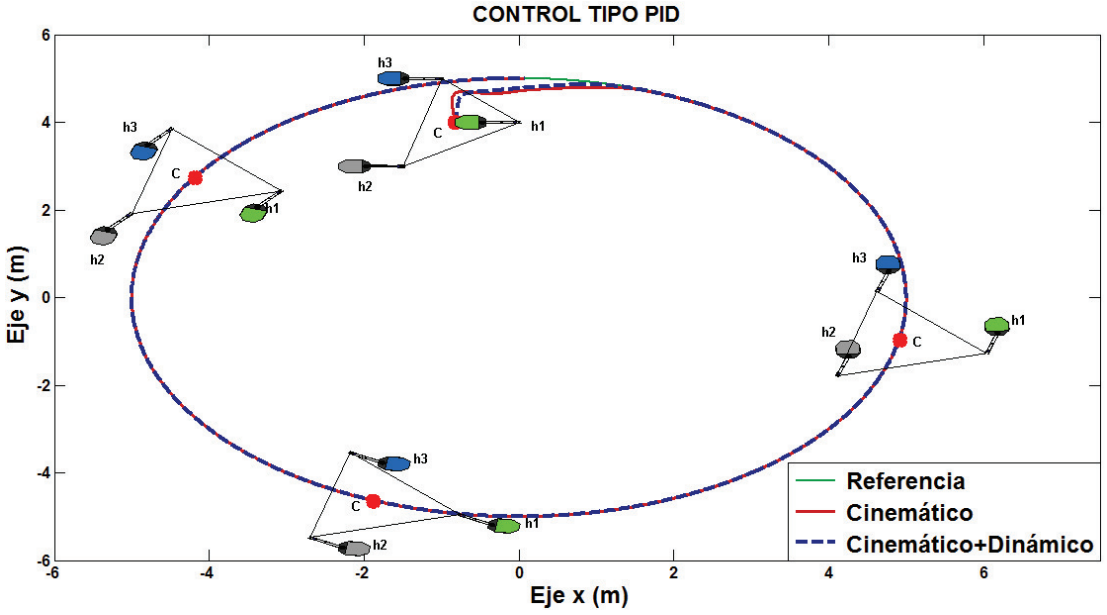


Figura C.3.2 Centroide de la formación en planta dinámica (Control tipo PID, trayectoria tipo Círculo).

Para las distancias 1 y 2, el error es presentado en la Figura C.3.3.

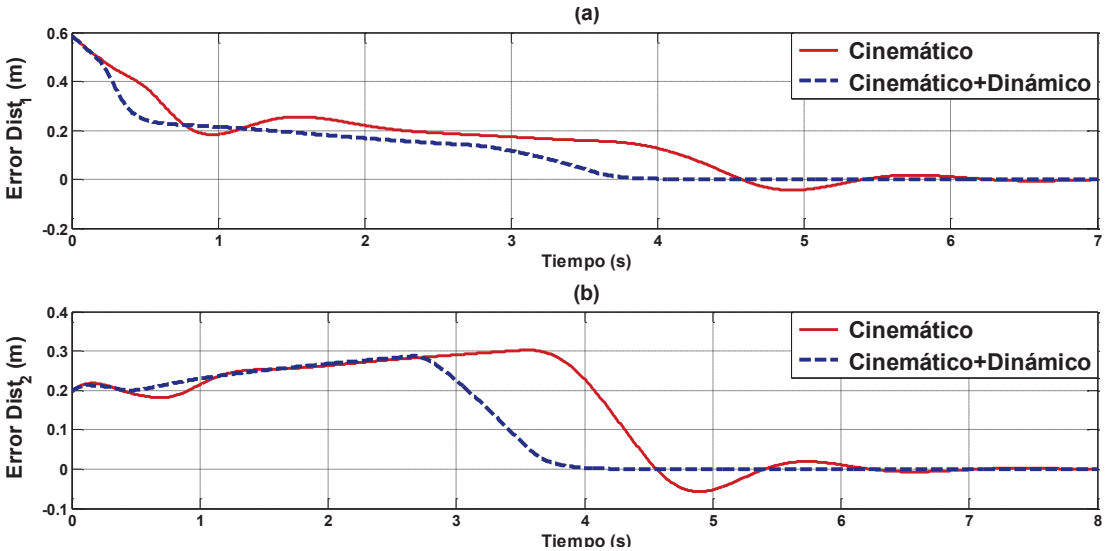


Figura C.3.3. Errores en las distancias, planta dinámica (Control tipo PID, trayectoria tipo Círculo): **(a)** Distancia 1; **(b)** Distancia 2.

El error en el centroide en los ejes de coordenadas se aprecia en la Figura C.3.4.

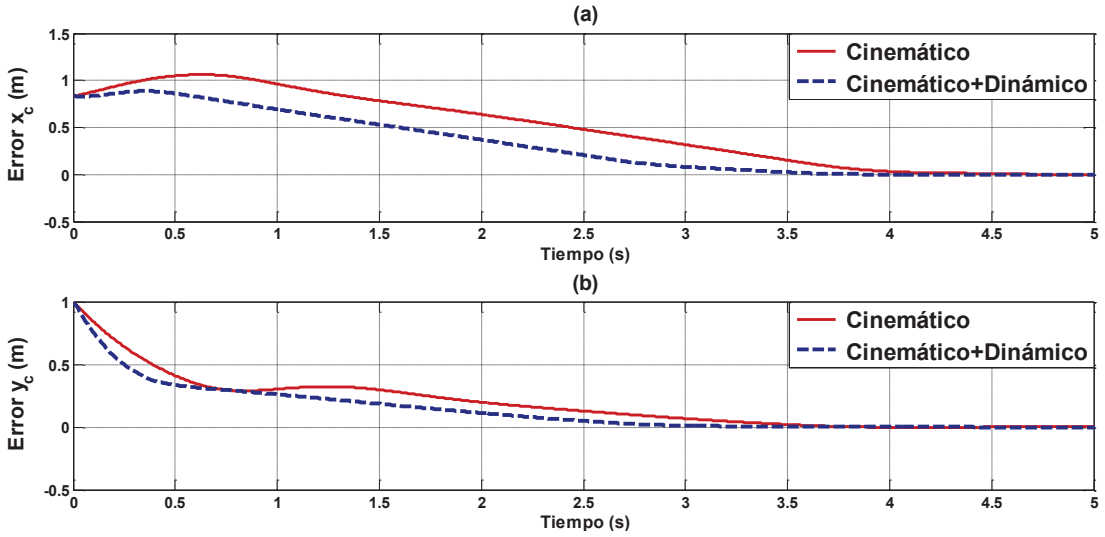


Figura C.3.4. Error en el centroide, planta dinámica (Control tipo PID, trayectoria tipo Círculo): **(a)** x_c; **(b)** y_c.

En cuanto a los ángulos de forma y postura de la formación, los resultados se observan en la Figura C.3.5.

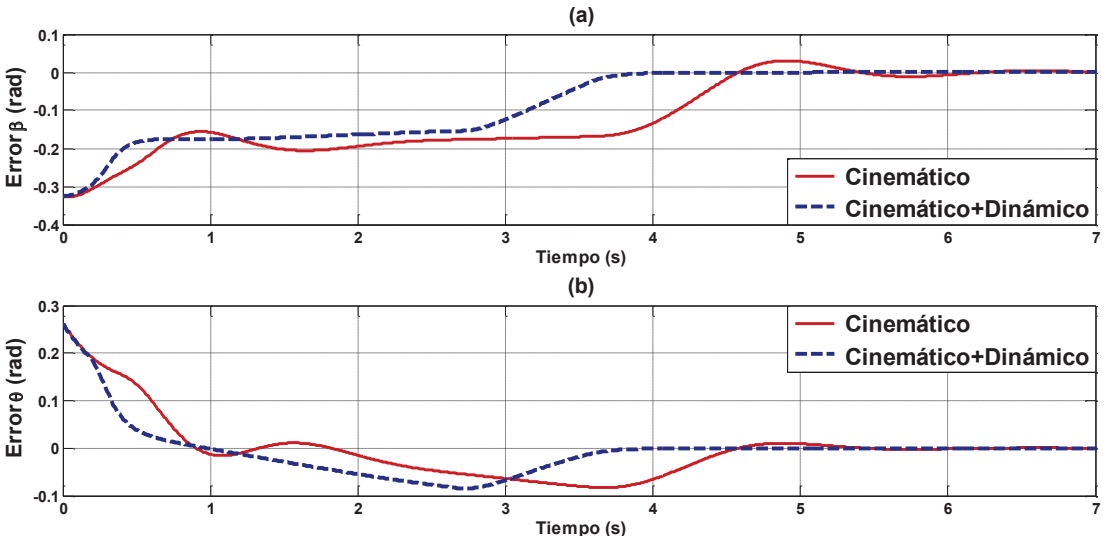


Figura C.2.5. Error en el ángulo de formación, planta dinámica (Control tipo PID, trayectoria tipo Círculo): **(a)** forma (β); **(b)** postura (θ).

ANEXO D

DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES BASADO EN ESPACIO NULO CINEMÁTICO, Y CINEMÁTICO-DINÁMICO EN PLANTA DINÁMICA

D.1 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO CUADRADO

La Tabla D.1.1 muestra las condiciones iniciales para este experimento. Los valores iniciales y de referencia se encuentran en la Tabla D.1.2. La trayectoria tipo Cuadrado se define en el capítulo 4, Tabla 4.1. Tiempo de simulación: 40 segundos.

Tabla D.1.1. Posiciones iniciales.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$
h_1	-0.5	0.5	0.63	0
h_2	-1.5	-1.5	0.63	0
h_3	-0.5	-0.5	0.63	0

Tabla D.1.2. Variables de forma y postura.

Variables	Parámetro	Valor inicial	Valor de referencia
Forma q_f	$d_1(m)$	1	2
	$d_2(m)$	2.2361	2.5
	$\beta(rad)$	0.4636	$\pi/9$
Postura q_p	$x_c(m)$	-0.833	$x_{cuad}(t)$
	$y_c(m)$	-0.500	$y_{cuad}(t)$
	$\theta(rad)$	0.3218	$\pi/6$

La posición inicial de la formación de manipuladores móviles se muestra en la Figura D.1.1.

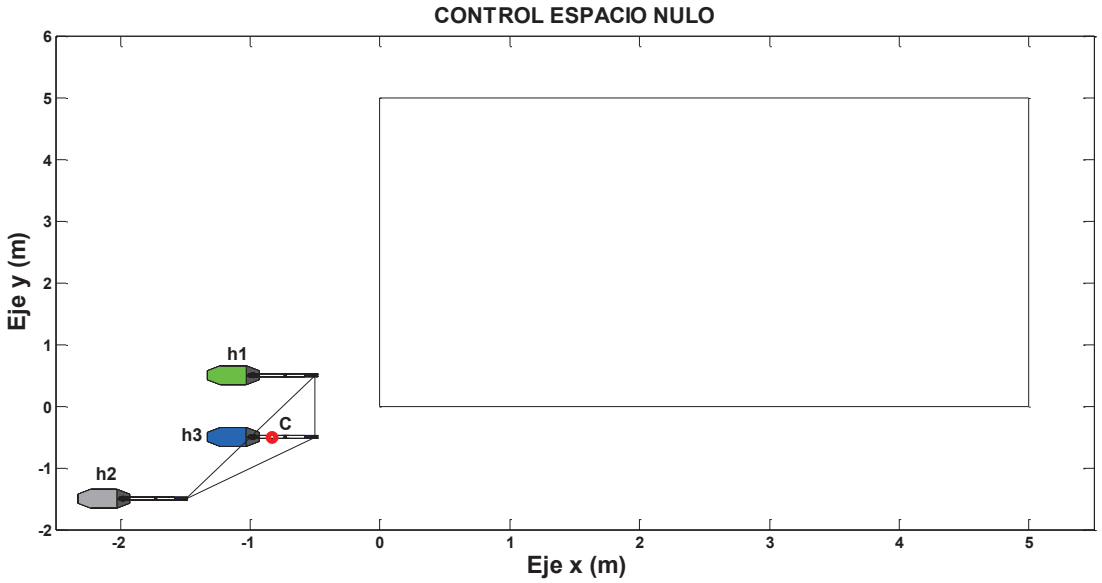


Figura D.1.1. Posición inicial de la formación, trayectoria tipo Cuadrado.

En la Figura D.1.2 se presenta el desempeño del controlador basado en Espacio Nulo con parte cinemática, y parte cinemática más dinámica.

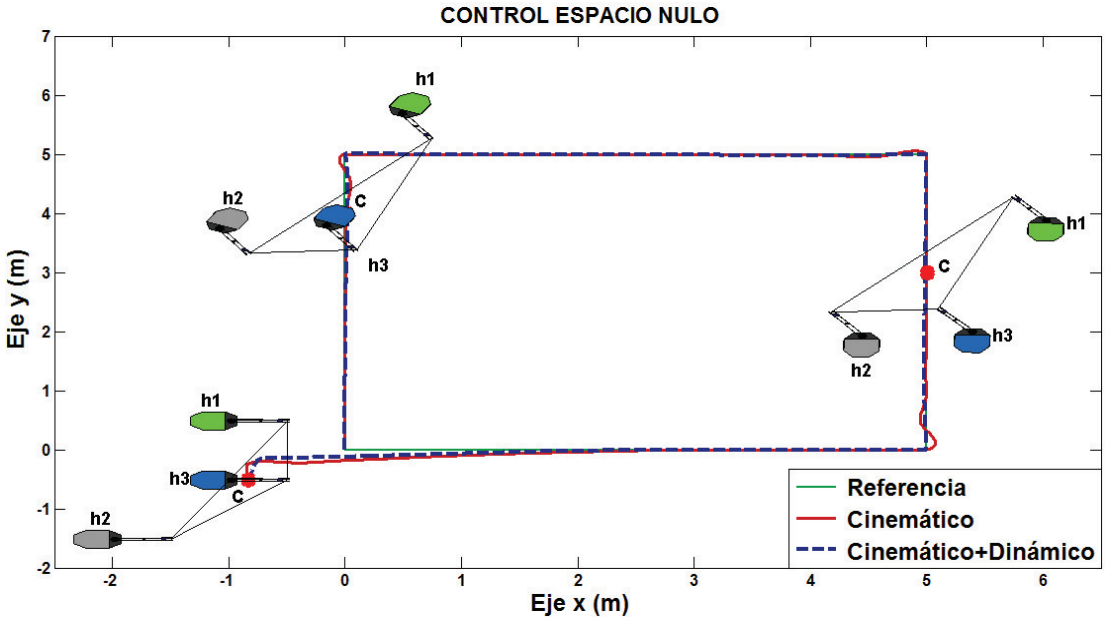


Figura D.1.2. Centroide de la formación en planta dinámica (Control Espacio Nulo, trayectoria tipo Cuadrado).

Los errores en las distancias 1 y 2 para este controlador en esta trayectoria, se observan en la Figura D.1.3.

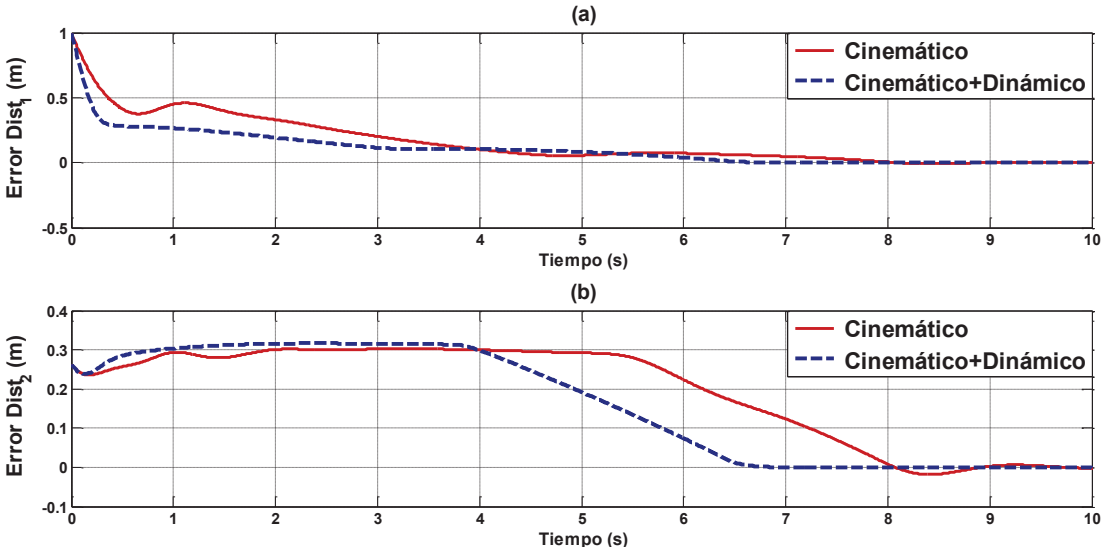


Figura D.1.2. Errores en las distancias, planta dinámica (Control Espacio Nulo, trayectoria tipo Cuadrado): **(a)** Distancia 1; **(b)** Distancia 2.

El error del centroide a lo largo del trayecto se muestra en la Figura D.1.3.

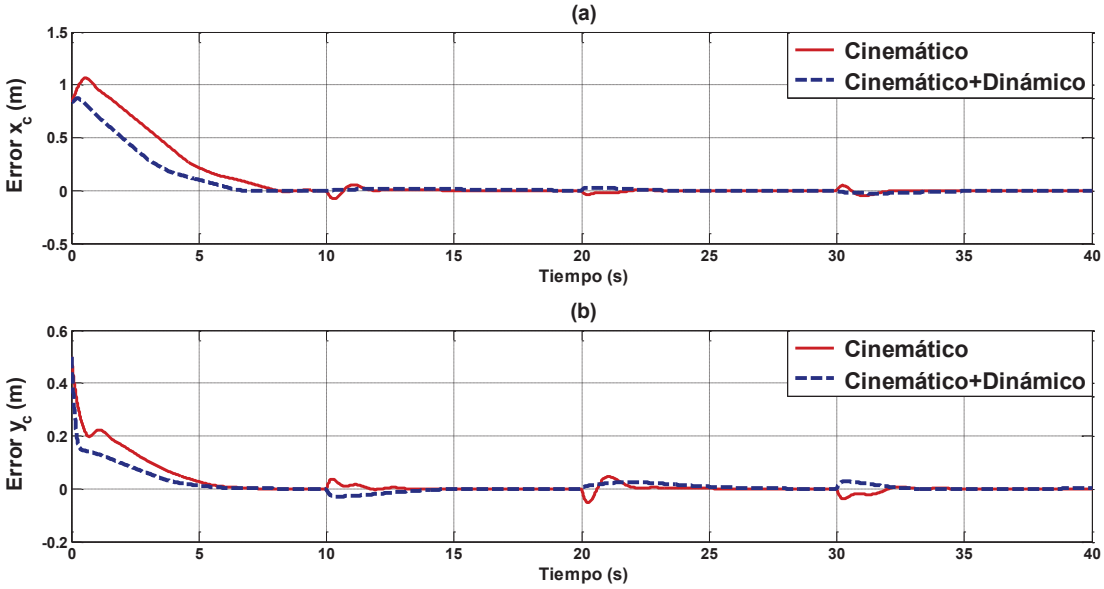


Figura D.1.3. Error en el centroide, planta dinámica (Control Espacio Nulo, trayectoria tipo Cuadrado): **(a)** x_c; **(b)** y_c.

Para los ángulos de forma β y postura θ, los resultados se aprecian en la Figura D.1.4.

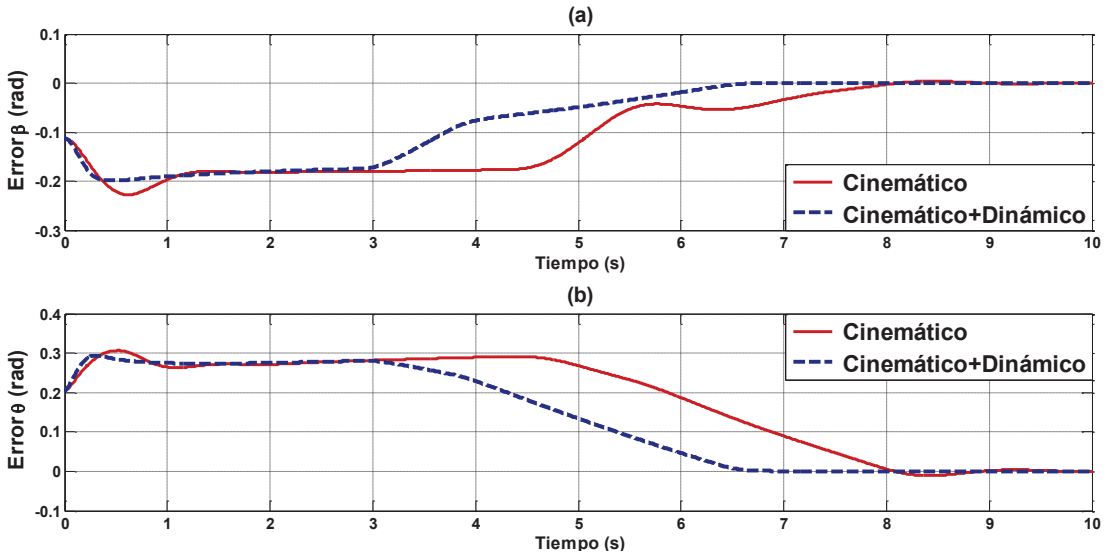


Figura D.1.4. Error en el ángulo de formación, planta dinámica (Control Espacio Nulo, trayectoria tipo Cuadrado): **(a)** forma (β); **(b)** postura (θ).

D.2 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO SINUSOIDE

Las condiciones iniciales de los manipuladores, y los valores iniciales y de referencia de forma y postura se encuentran en la Tabla D.2.1 y Tabla D.2.2, respectivamente.

La trayectoria tipo Sinusoide es: $x_{sin}(t) = 0.375t$; $y_{sin}(t) = 1.5\sin\left(\frac{\pi}{6}x_{sin}\right)$. Tiempo de simulación: 50 segundos.

Tabla D.2.1. Posiciones iniciales.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$
h_1	-1.5	1	0.63	0
h_2	-1	1	0.63	0
h_3	-1	-1.5	0.63	0

Tabla D.2.2. Variables de forma y postura.

Variables	Parámetro	Valor inicial	Valor de referencia
Forma q_f	$d_1(m)$	2.5495	2
	$d_2(m)$	0.5	1.5
	$\beta(rad)$	1.3734	$\pi/3$
Postura q_p	$x_c(m)$	-1.1667	$x_s(t)$
	$y_c(m)$	0. 1667	$y_s(t)$
	$\theta(rad)$	-0.3805	$-\pi/6$

La posición inicial de la formación de manipuladores en dicha trayectoria se aprecia en la Figura D.2.1.

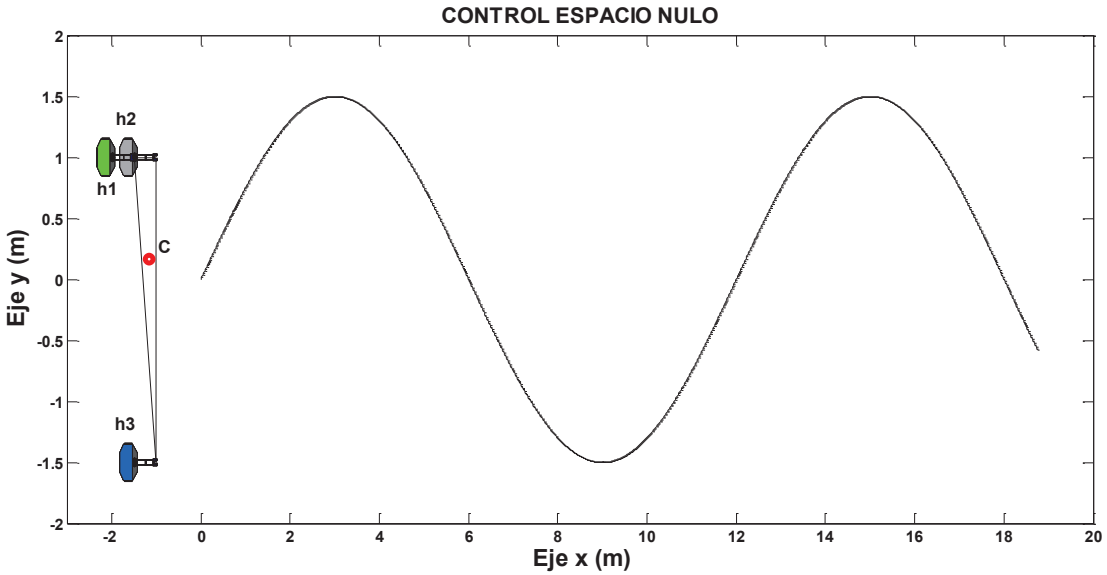


Figura D.2.1. Posición inicial de la formación, trayectoria tipo Sinusoide.

El seguimiento de trayectoria por parte del centroide de la formación cuando la planta es dinámica, se aprecia en la Figura D.2.2.

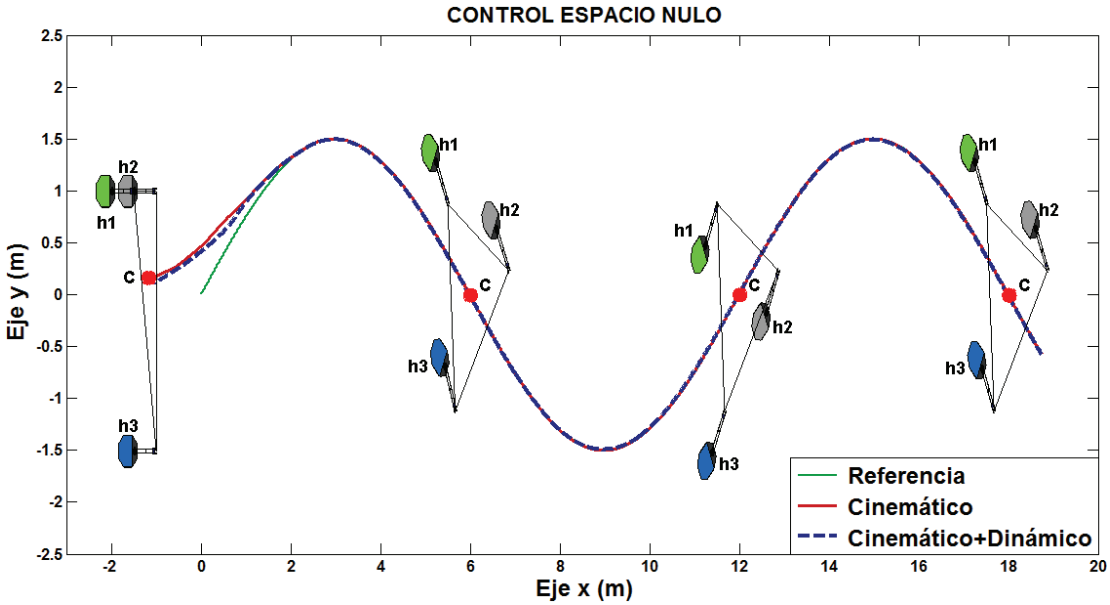


Figura D.2.2. Centroide de la formación en planta dinámica (Control Espacio Nulo, trayectoria tipo Sinusoide).

Para las distancias 1 y 2 de la formación, los errores se muestran en la Figura D.2.3.

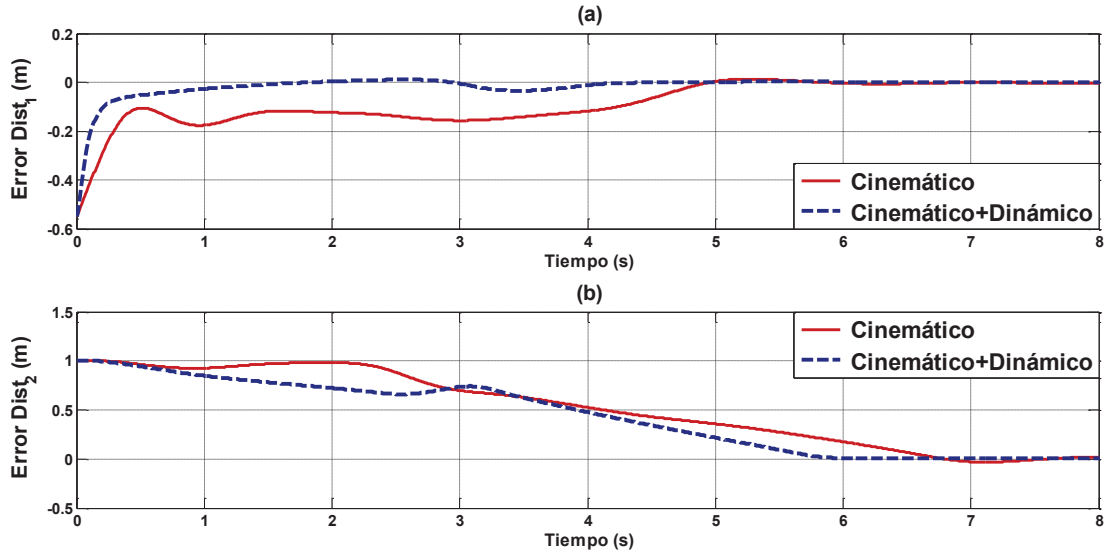


Figura D.2.3. Errores en las distancias, planta dinámica (Control Espacio Nulo, trayectoria tipo Sinusoide): **(a)** Distancia 1; **(b)** Distancia 2.

Para el error del centroide en los ejes X y Y, el rendimiento del controlador en Espacio nulo con parte cinemática, y parte cinemática – dinámica se observan en la Figura D.2.4.

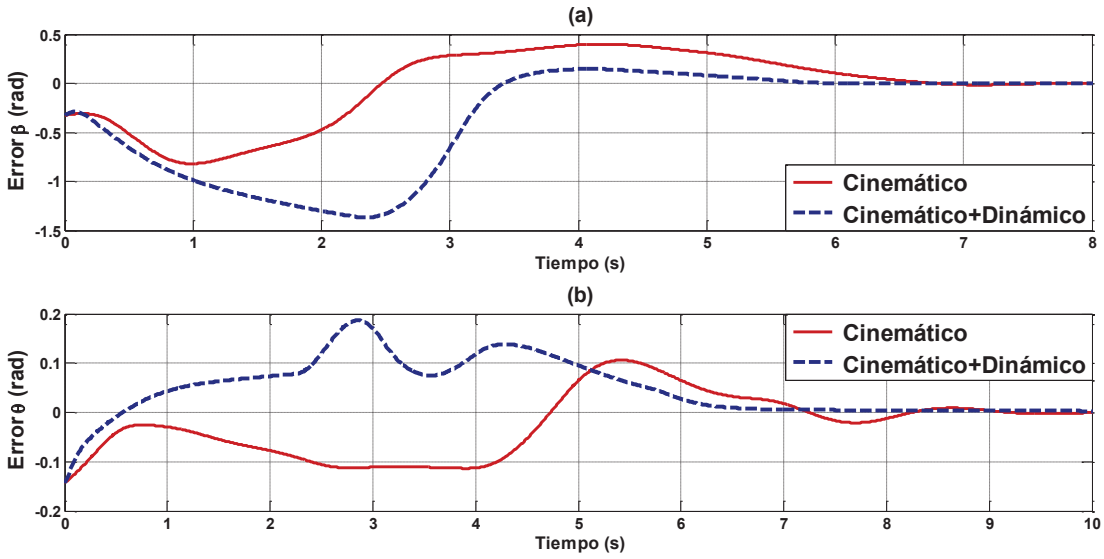


Figura D.2.4. Error en el centroide, planta dinámica (Control Espacio Nulo, trayectoria tipo Sinusoide): **(a)** x_c; **(b)** y_c.

En cuanto a los ángulos de forma y postura, los errores se observan en la Figura D.2.5.

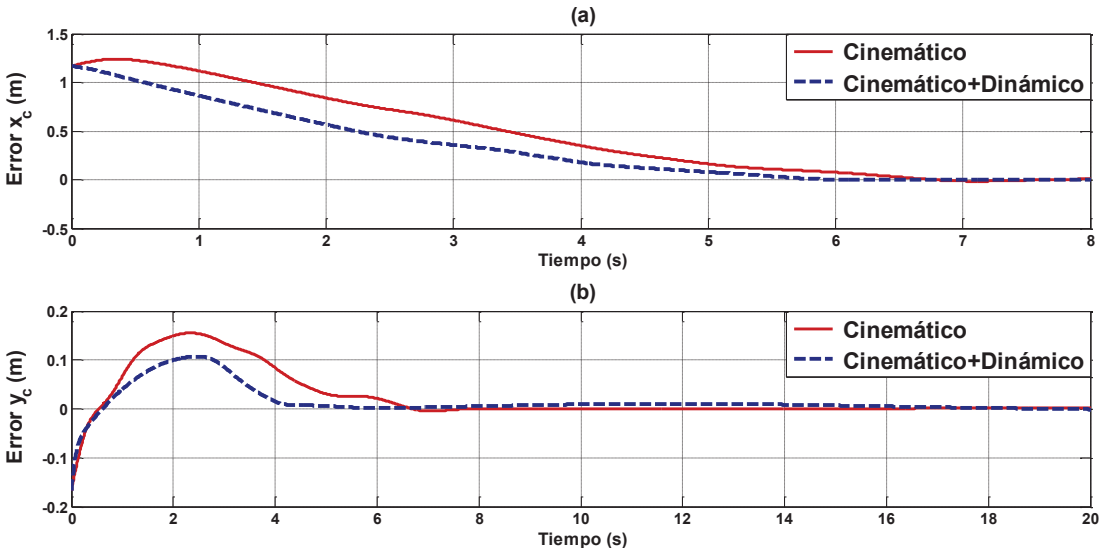


Figura D.2.5. Error en el ángulo de formación, planta dinámica (Control Espacio Nulo, trayectoria tipo Sinusoide): **(a)** forma (β); **(b)** postura (θ).

D.3 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO CÍRCULO

La Tabla D.3.1 muestra las posiciones iniciales de los manipuladores. Los valores de referencia e iniciales se observan en la Tabla D.3.2.

La trayectoria tipo Círculo es: $x_{cír} = 5\sin\left(\frac{63}{800}t\right)$; $y_{cír} = 5\cos\left(\frac{63}{800}t\right)$

Tiempo de simulación: 80 segundos.

Tabla D.3.1. Posiciones iniciales.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$
h_1	0	4	0.63	0
h_2	-1.5	3	0.63	0
h_3	-1	5	0.63	0

Tabla D.3.2. Variables de forma y postura.

Variables	Parámetro	Valor inicial	Valor de referencia
Forma q_f	$d_1(m)$	1.4142	2
	$d_2(m)$	1.8028	2
	$\beta(rad)$	1.3734	$\pi/3$
Postura q_p	$x_c(m)$	-0.8333	$x_{cír}(t)$
	$y_c(m)$	4	$y_{cír}(t)$
	$\theta(rad)$	-1.5708	$-5\pi/12$

En la Figura D.3.1 muestra la posición inicial de los manipuladores móviles en la trayectoria.

El desempeño del controlador basado en Espacio Nulo cuando la planta es dinámica se aprecia en la Figura D.3.2.

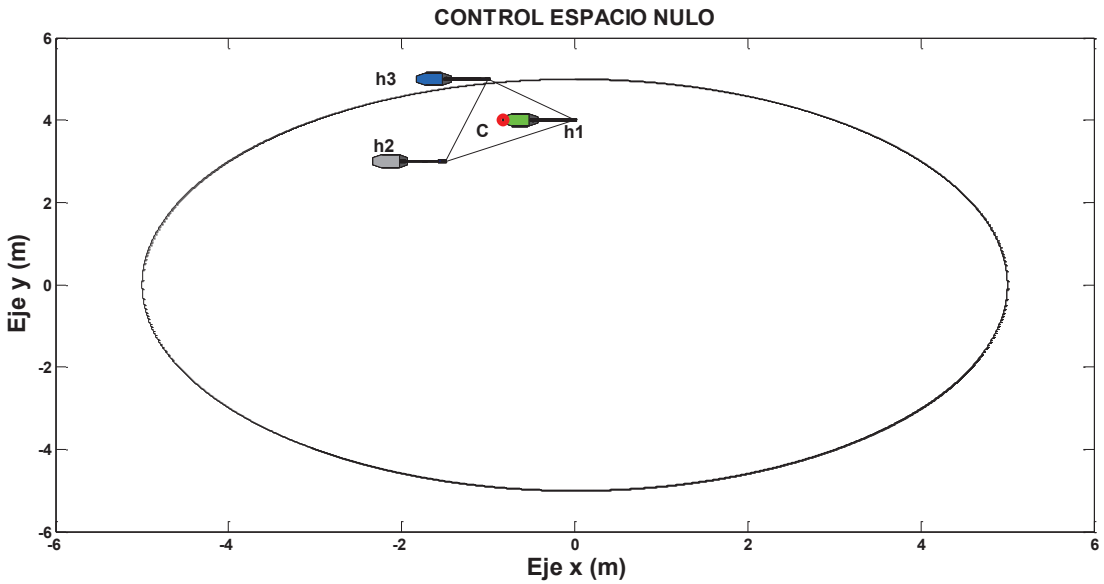


Figura D.3.1. Posición inicial de la formación, trayectoria Círculo.

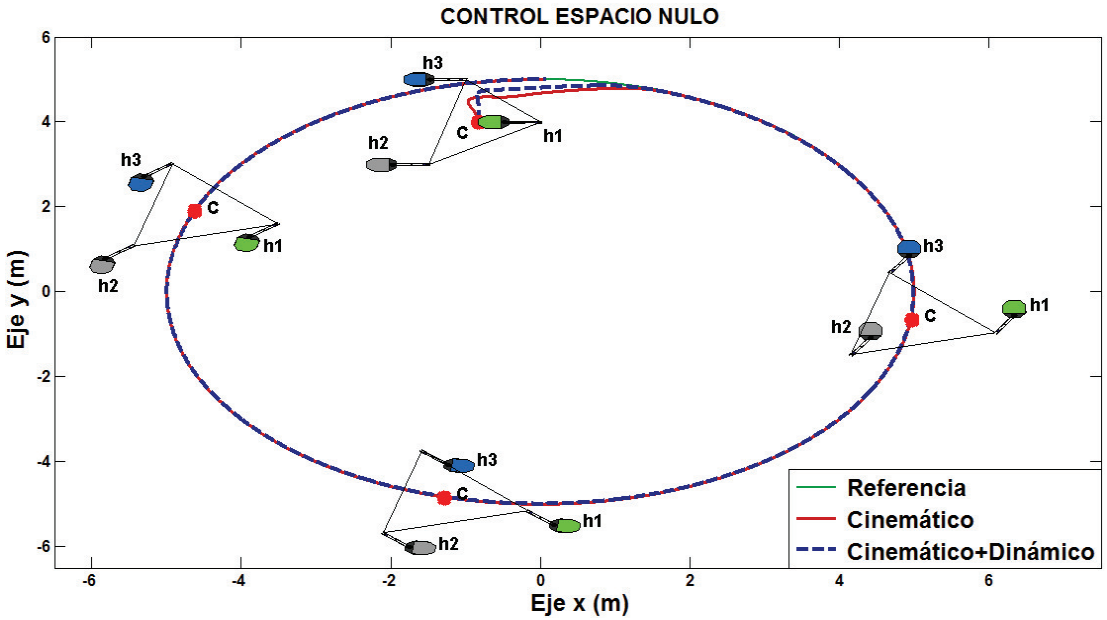


Figura D.3.2. Centroide de la formación en planta dinámica (Control Espacio Nulo, trayectoria tipo Círculo).

Para los errores en las distancias de la formación, en la Figura D.3.3 se aprecian los resultados obtenidos durante el tiempo de simulación.

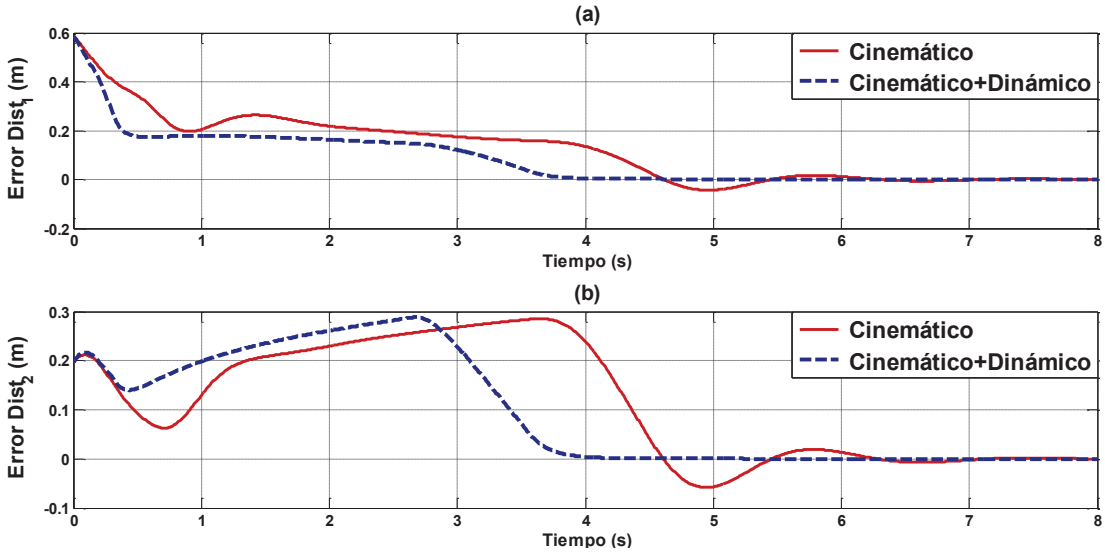


Figura D.3.3. Errores en las distancias, planta dinámica (Control Espacio Nulo, trayectoria tipo Círculo): **(a)** Distancia 1; **(b)** Distancia 2.

El centroide x_c y y_c de la formación se puede apreciar en la Figura D.3.4.

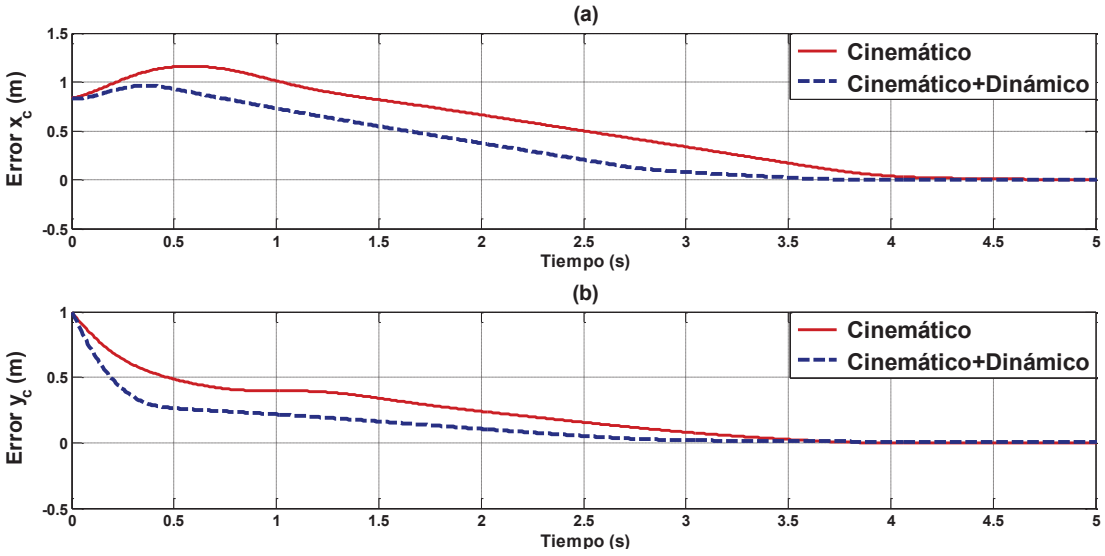


Figura D.3.4. Error en el centroide, planta dinámica (Control Espacio Nulo, trayectoria tipo Círculo): **(a)** x_c; **(b)** y_c.

Los errores en los ángulos de forma y postura para la trayectoria tipo Círculo, se presentan en la Figura D.3.5.

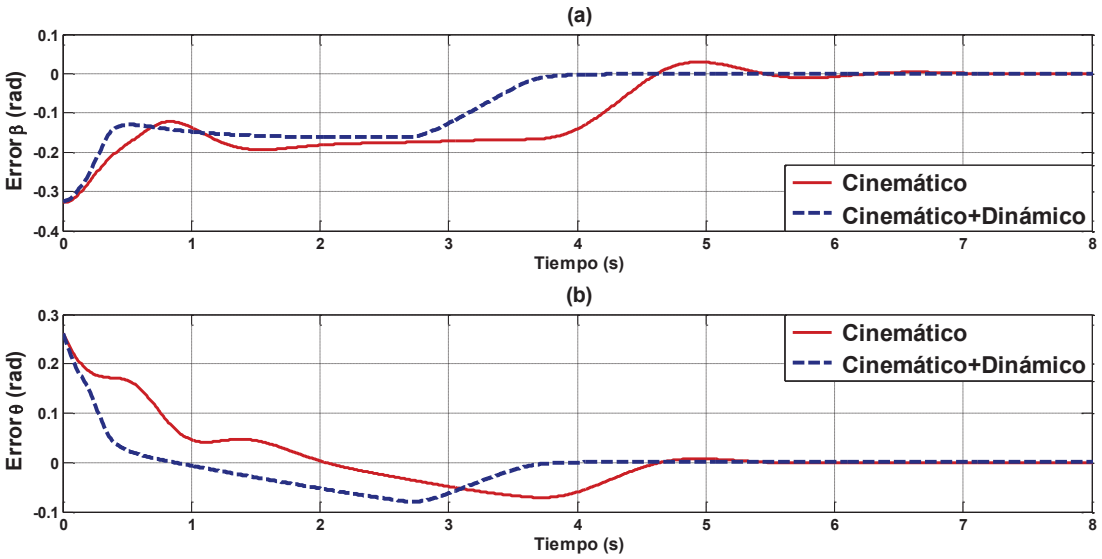


Figura D.3.5. Error en el ángulo de formación, planta dinámica (Control Espacio Nulo, trayectoria tipo Círculo): **(a)** forma (β); **(b)** postura (θ).

ANEXO E

DESEMPEÑO DE LOS CONTROLADORES MODO DESLIZANTE CINEMÁTICO, Y CINEMÁTICO-DINÁMICO EN PLANTA DINÁMICA

E.1 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO CUADRADO

La Tabla E.1.1 muestra las condiciones iniciales para este experimento. Los valores iniciales y de referencia se encuentran en la Tabla E.1.2.

Tiempo de simulación: 40 segundos.

Tabla E.1.1. Posiciones iniciales.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$
h_1	-0.5	0.5	0.63	0
h_2	-1.5	-1.5	0.63	0
h_3	-0.5	-0.5	0.63	0

Tabla E.1.2. Variables de forma y postura.

Variables	Parámetro	Valor inicial	Valor de referencia
Forma q_f	$d_1(m)$	1	2
	$d_2(m)$	2.2361	2.5
	$\beta(rad)$	0.4636	$\pi/9$
Postura q_p	$x_c(m)$	-0.833	$x_{cuad}(t)$
	$y_c(m)$	-0.500	$y_{cuad}(t)$
	$\theta(rad)$	0.3218	$\pi/6$

La Figura E.1.1 presenta la ubicación inicial de la formación de manipuladores móviles en la trayectoria tipo Cuadrado.

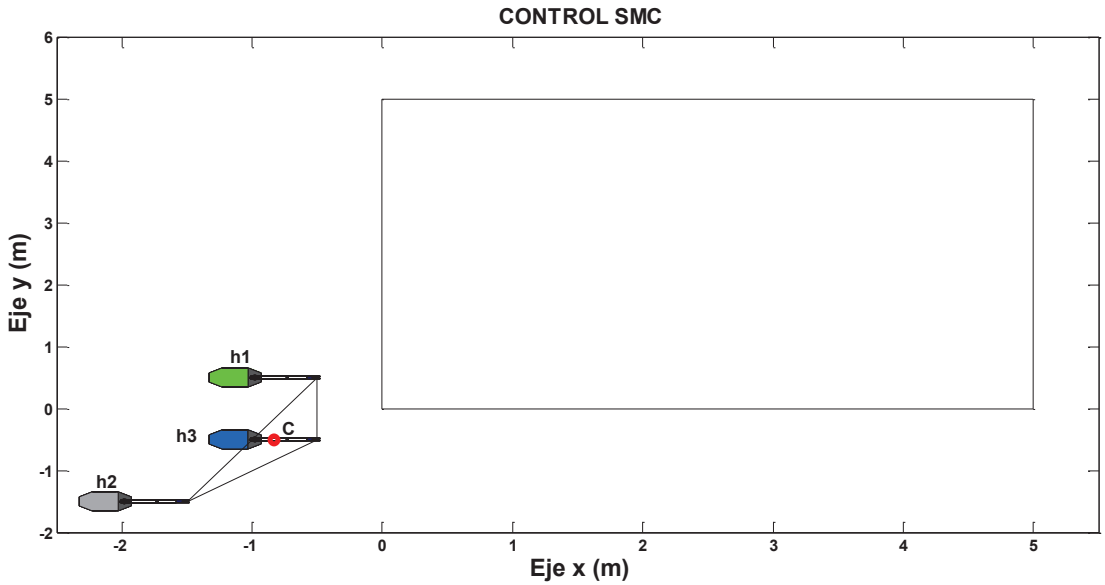


Figura E.1.1. Posición inicial de la formación, trayectoria tipo Cuadrado.

El seguimiento de trayectoria por parte del centroide de la formación para el controlador en Modo Deslizante se observa en la Figura E.1.2.

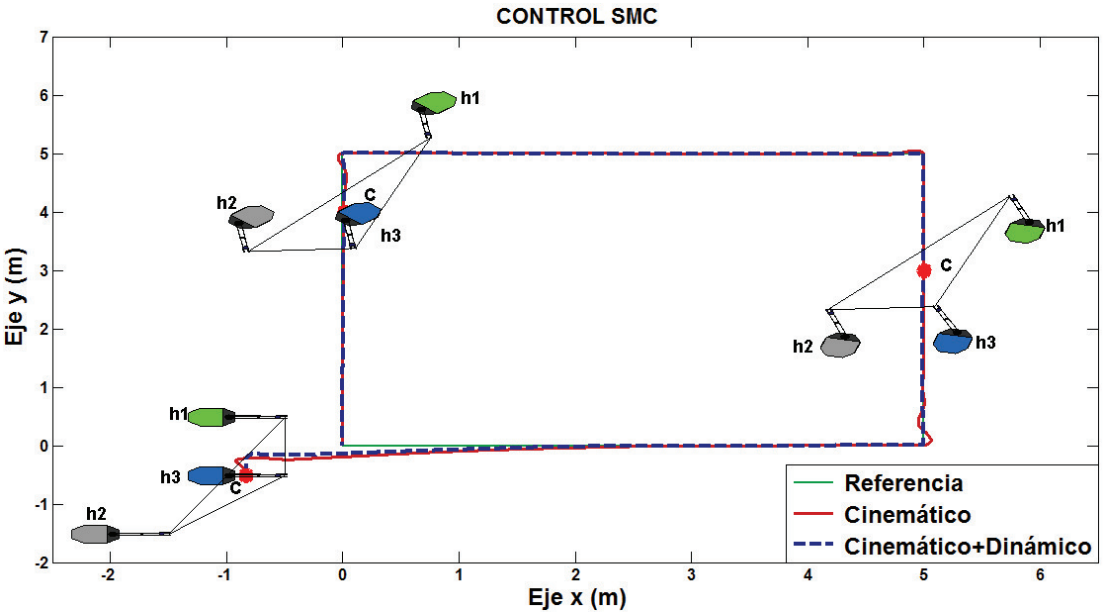


Figura E.1.2. Centroide de la formación en planta dinámica (Control SMC, trayectoria tipo Cuadrado).

Para las distancias 1 y 2, los errores se muestran en la Figura E.1.3.

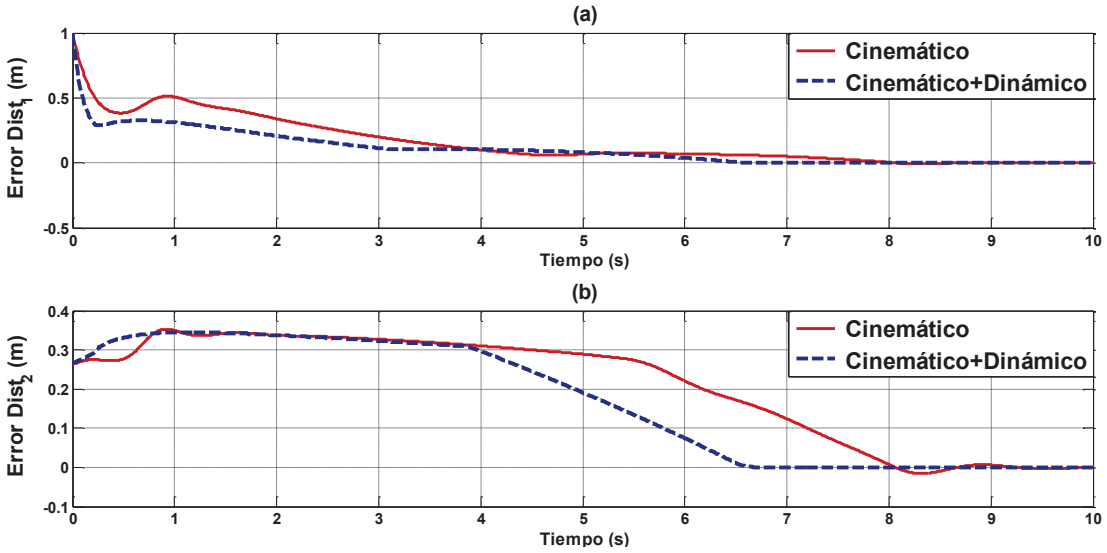


Figura E.1.3. Errores en las distancias, planta dinámica (Control SMC, trayectoria tipo Cuadrado): **(a)** Distancia 1; **(b)** Distancia 2.

El error en el centroide de la formación, cuando el controlador presenta parte cinemática, y parte cinemática más dinámica se muestran en la Figura E.1.4.

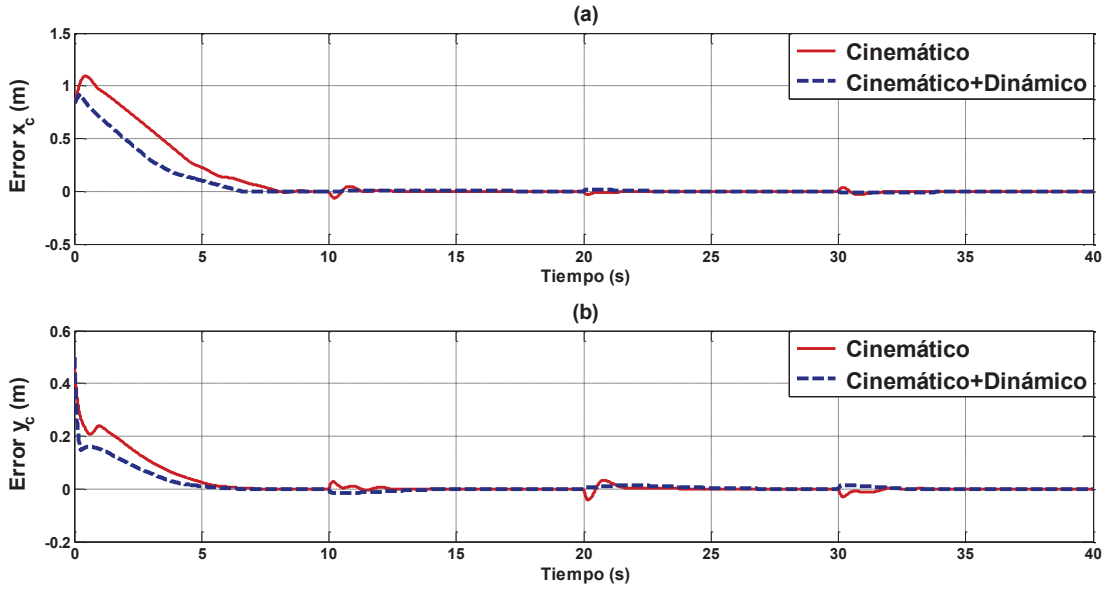


Figura E.1.4. Error en el centroide, planta dinámica (Control SMC, trayectoria tipo Cuadrado): **(a)** x_c; **(b)** y_c.

Para los ángulos de forma y postura en este experimento, los resultados se muestran en la Figura E.1.5.

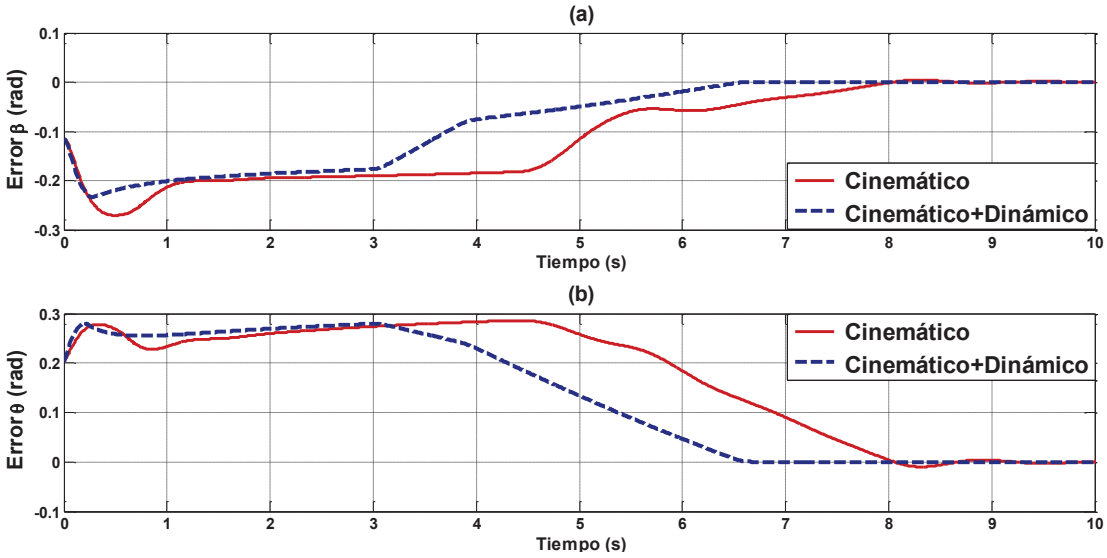


Figura E.1.5. Error en el ángulo de formación, planta dinámica (Control SMC, trayectoria tipo Cuadrado): **(a)** forma (β); **(b)** postura (θ).

E.2 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO OCHO

La Tabla E.2.1 muestra las condiciones iniciales para este experimento; en la Tabla E.2.2 se encuentran los valores iniciales y de referencia de las variables de forma y postura.

La Trayectoria tipo Ocho se define como: $x_{ocho}(t) = 3\sin\left(\frac{63}{400}t\right)$; $y_{ocho}(t) = 6\sin\left(\frac{63}{800}t\right)$.

Tiempo de simulación: 80 segundos.

Tabla E.2.1. Posiciones iniciales.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$
h_1	-1	-0.5	0.63	$\pi/2$
h_2	1	-0.5	0.63	$\pi/2$
h_3	0	-1	0.63	$\pi/2$

Tabla E.2.2. Variables de forma y postura.

Variables	Parámetro	Valor inicial	Valor de referencia
Forma q_f	$d_1(m)$	1.1180	1.5
	$d_2(m)$	2	2.5
	$\beta(rad)$	0.4636	$\pi/6$
Postura q_p	$x_c(m)$	0	$x_{ocho}(t)$
	$y_c(m)$	-0.667	$y_{ocho}(t)$
	$\theta(rad)$	-1.4056	$-\pi/4$

La posición inicial de la formación de manipuladores móviles en este experimento se muestra en la Figura E.2.1.

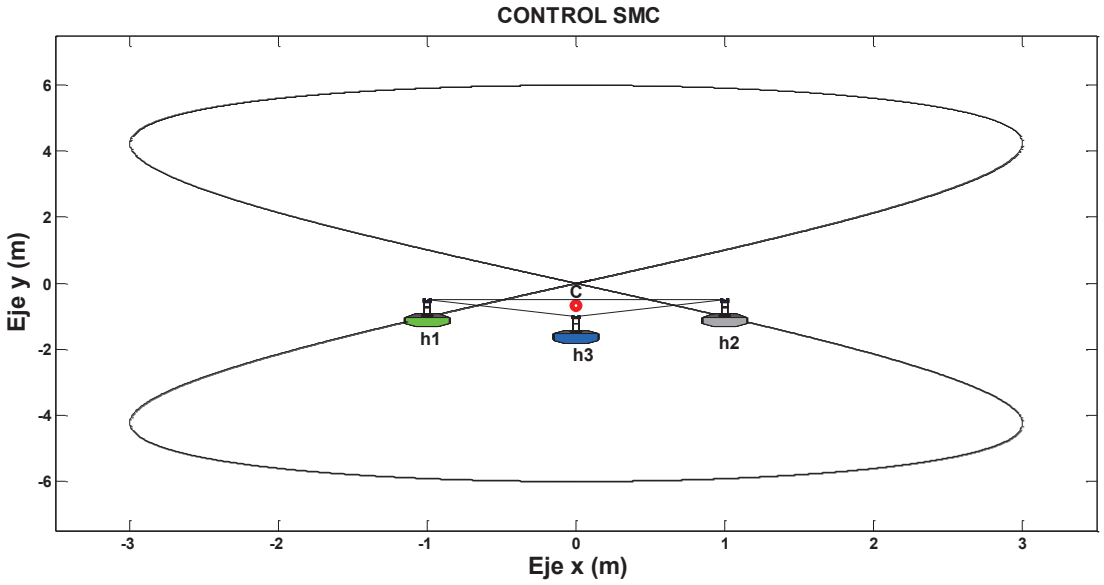


Figura E.2.1. Posición inicial de la formación, trayectoria tipo Ocho.

El desempeño del controlador en Modo Deslizante cuando posee parte cinemática, y cinemática – dinámica, aplicado al centroide de la formación de manipuladores, se presenta en la Figura E.2.2.

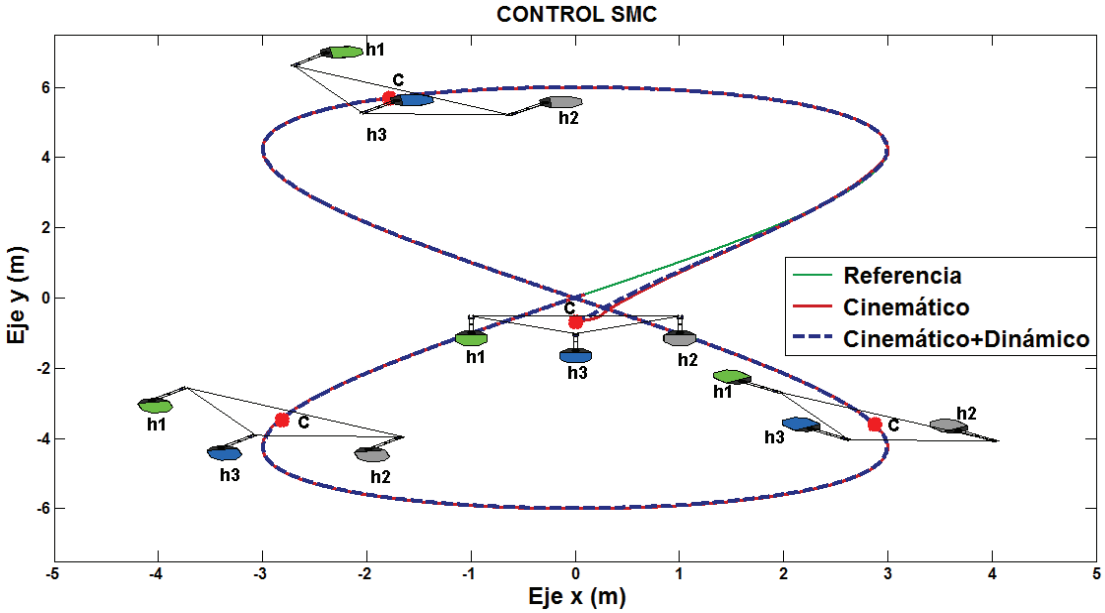


Figura E.2.2. Centroide de la formación en planta dinámica (Control SMC, trayectoria tipo Ocho).

En cuanto a las distancias 1 y 2, los resultados obtenidos en este experimento se muestran en la Figura E.2.3.

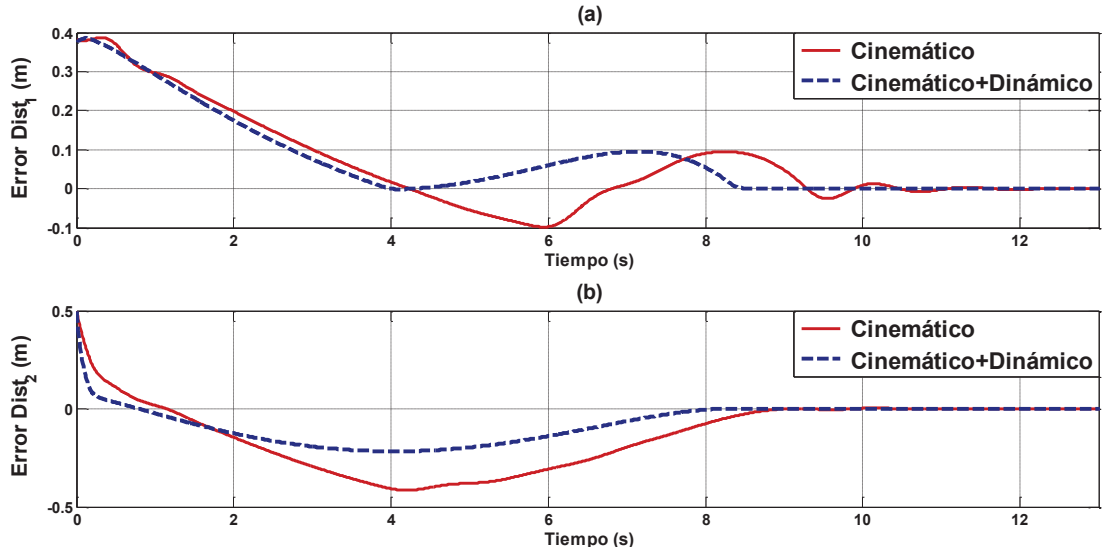


Figura E.2.3. Errores en las distancias, planta dinámica (Control SMC, trayectoria tipo Ocho): **(a)** Distancia 1; **(b)** Distancia 2.

Los errores del centroide de la formación en el eje X y Y, se aprecian en la Figura E.2.4.

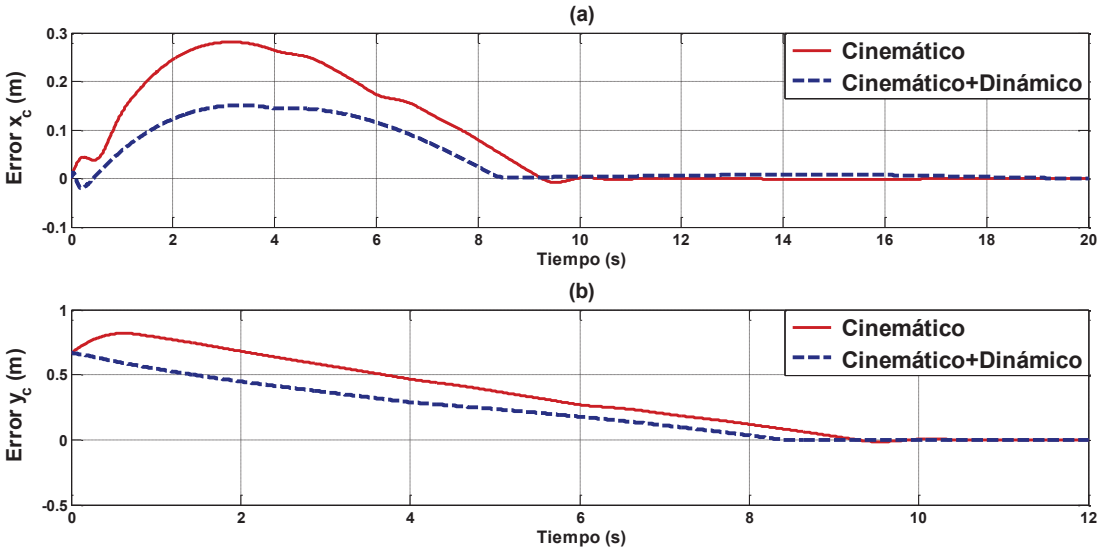


Figura E.2.4. Error en el centroide, planta dinámica (Control SMC, trayectoria tipo Ocho): **(a)** x_c; **(b)** y_c.

Los errores en el ángulo de forma (β) y postura (θ) cuando el controlador tiene parte cinemática, y parte cinemática – dinámica, se observan en la Figura E.2.5.

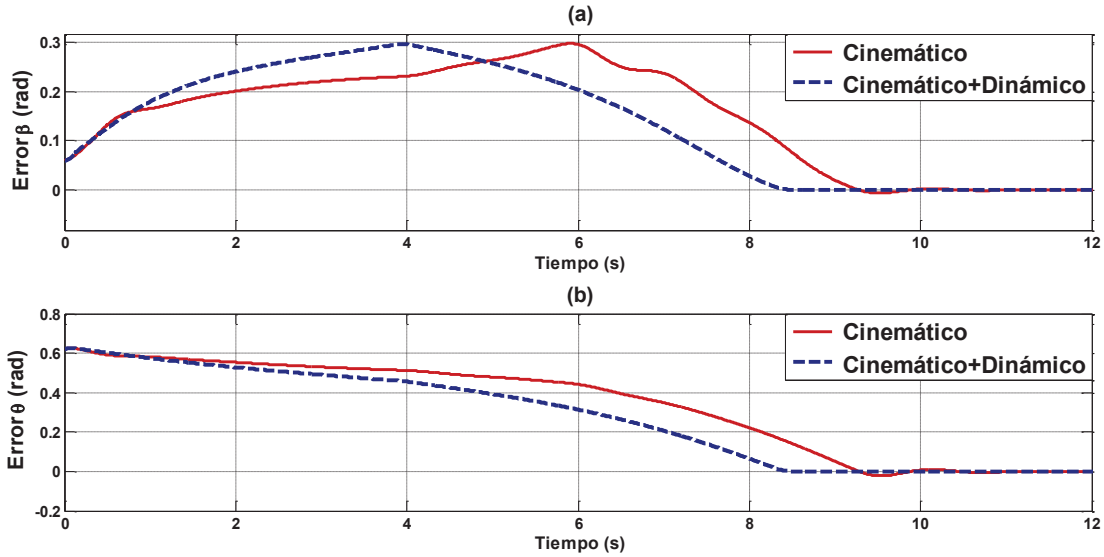


Figura E.2.5. Error en el ángulo de formación, planta dinámica (Control SMC, trayectoria tipo Ocho): **(a)** forma (β); **(b)** postura (θ).

E.3 RESULTADOS PARA LA TRAYECTORIA TIPO CÍRCULO

En la Tabla E.3.1 se muestran las posiciones iniciales de los manipuladores durante este experimento.

Tiempo de simulación: 80 segundos.

Tabla E.3.1. Posiciones iniciales.

Manipulador	$x_o(m)$	$y_o(m)$	$z_o(m)$	$\psi_o(rad)$
h_1	0	4	0.63	0
h_2	-1.5	3	0.63	0
h_3	-1	5	0.63	0

La Tabla E.3.2 se observa los valores iniciales y de referencia tanto para las variables de forma y postura de la formación. La trayectoria tipo Círculo es: $x_{cír} = 5\sin\left(\frac{63}{800}t\right)$; $y_{cír} = 5\cos\left(\frac{63}{800}t\right)$

Tabla E.3.2. Variables de forma y postura.

Variables	**Parámetro**	**Valor inicial**	**Valor de referencia**
Forma q_f	$d_1(m)$	1.4142	2
	$d_2(m)$	1.8028	2
	$\beta(rad)$	1.3734	$\pi/3$
Postura q_p	$x_c(m)$	-0.8333	$x_{cír}(t)$
	$y_c(m)$	4	$y_{cír}(t)$
	$\theta(rad)$	-1.5708	$-5\pi/12$

La Figura E.3.1 muestra la posición inicial de los manipuladores móviles en la trayectoria.

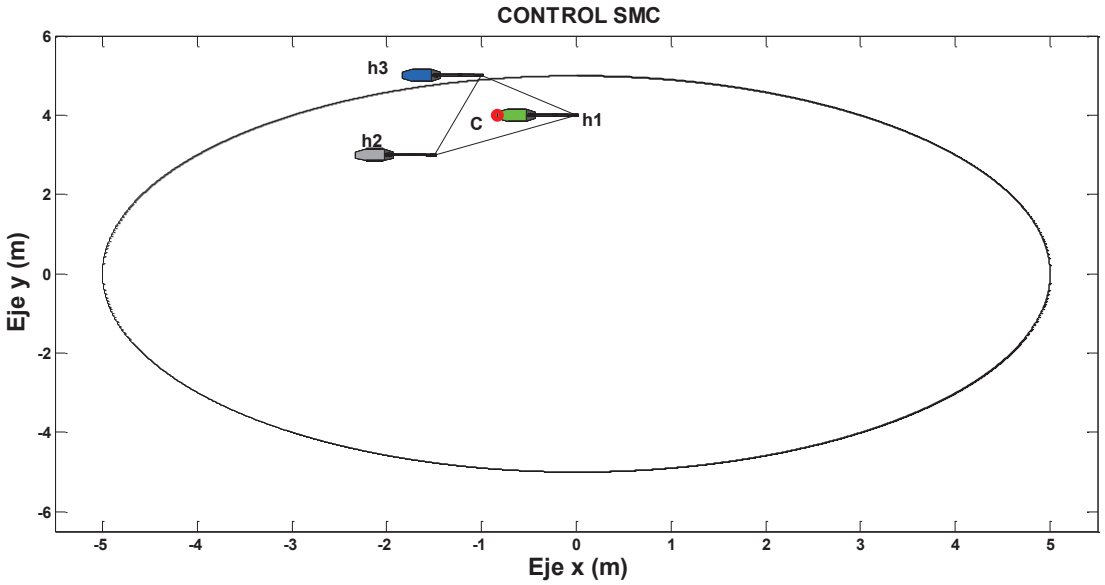


Figura E.3.1. Posición inicial de la formación, trayectoria tipo Círculo.

El desempeño del controlador en Modo Deslizante cuando presenta la parte cinemática, y cinemática – dinámica, aplicada a la formación de manipuladores móviles se aprecia en la Figura E.3.2.

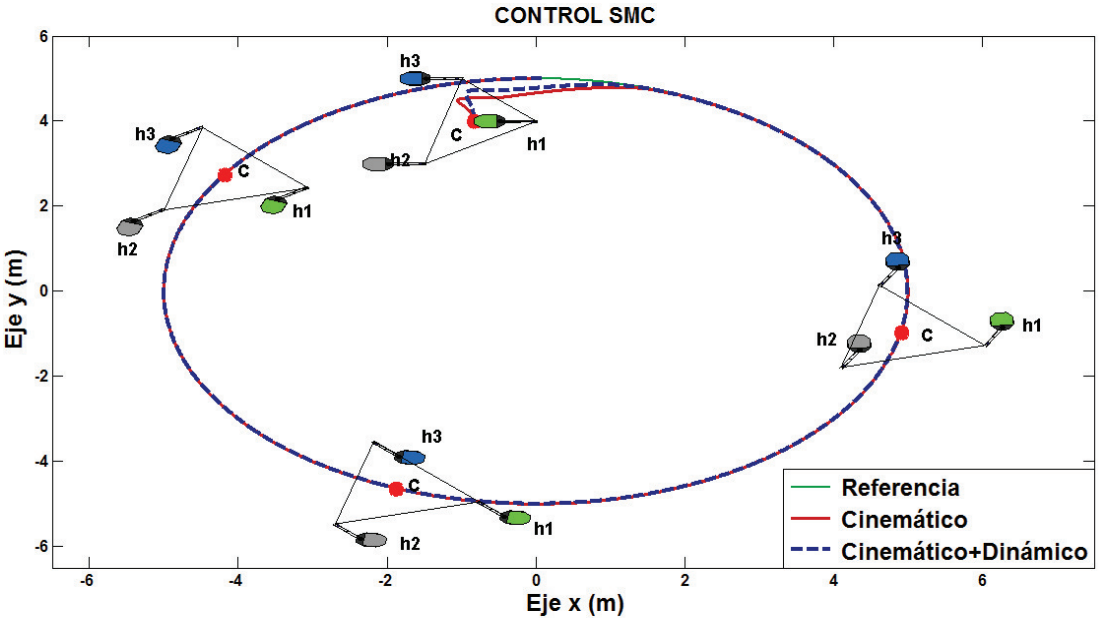


Figura E.3.2. Centroide de la formación en planta dinámica (Control SMC, trayectoria tipo Círculo).

Los errores en las distancias 1 y 2 para este experimento se presentan en la Figura E.3.3.

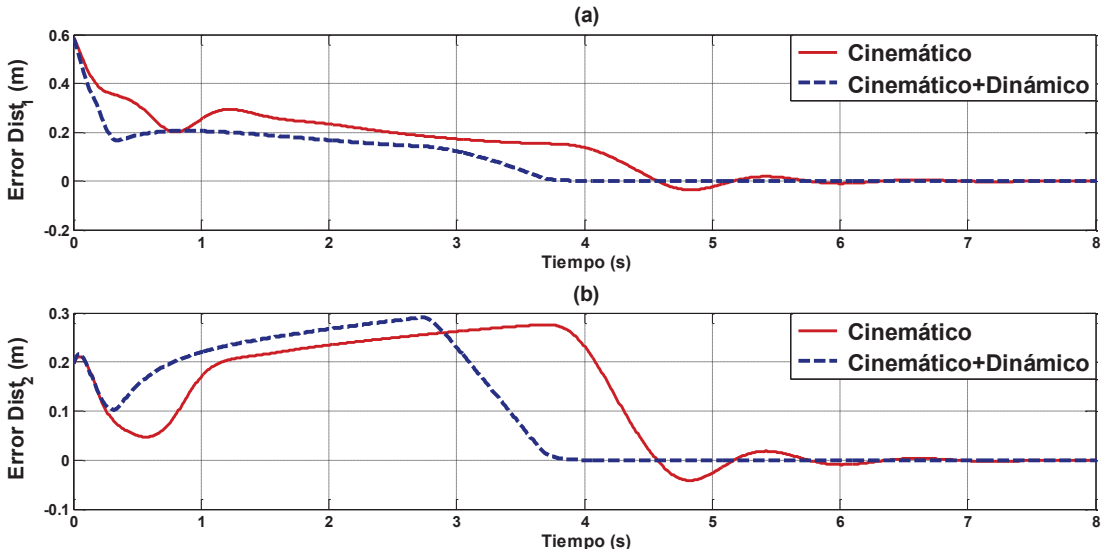


Figura E.3.3. Errores en las distancias, planta dinámica (Control SMC, trayectoria tipo Círculo): **(a)** Distancia 1; **(b)** Distancia 2.

En cuanto al centroide de la formación, los errores en los ejes de coordenadas se pueden observar en la Figura E.3.4.

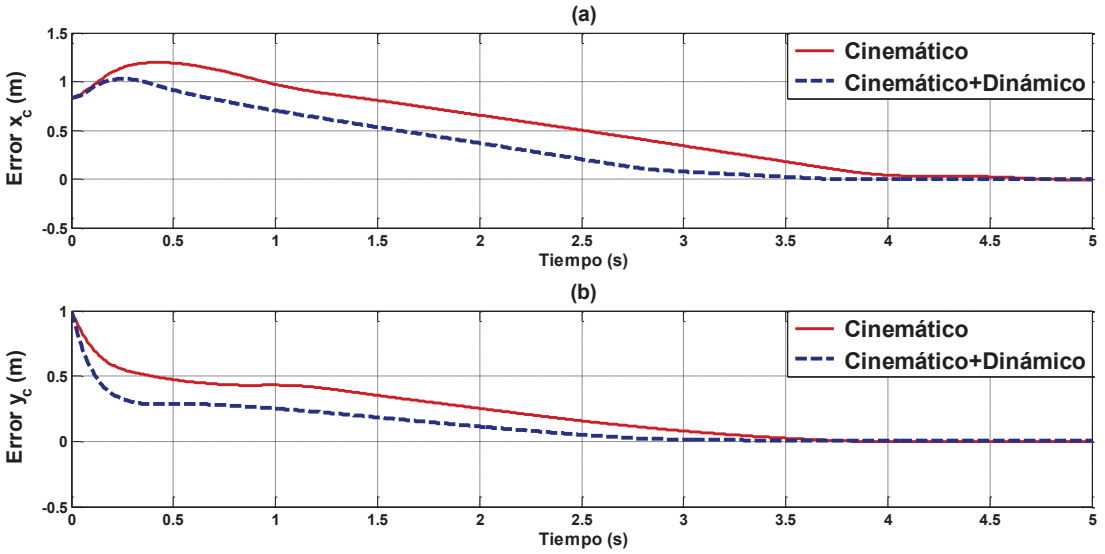


Figura E.3.4. Error en el centroide, planta dinámica (Control SMC, trayectoria tipo Círculo): **(a)** x_c; **(b)** y_c.

Finalmente, los errores en los ángulos de forma y postura de la formación se muestran en la Figura E.3.5.

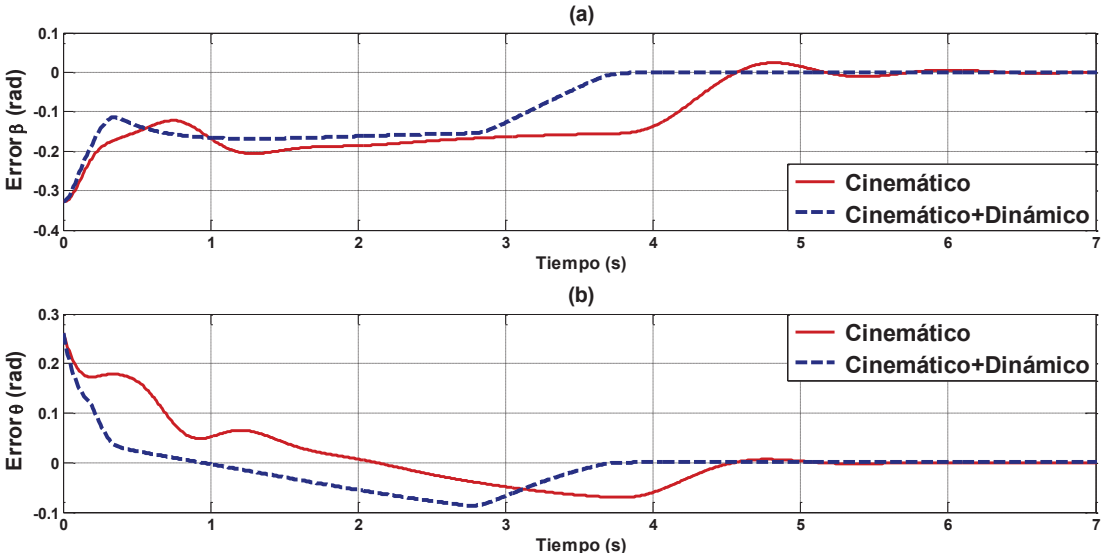


Figura E.3.5. Error en el ángulo de formación, planta dinámica (Control SMC, trayectoria tipo Círculo): **(a)** forma (β); **(b)** postura (θ).

ANEXO F

HOJA DE DATOS DEL ROBOT MÓVIL PIONEER 3-AT

adept mobilerobots.

Pioneer 3-AT

Pioneer 3-AT is a small four-wheel, four-motor skid-steer robot ideal for all-terrain operation or laboratory experimentation. The Pioneer 3-AT comes complete with one battery, emergency stop switch, wheel encoders and a microcontroller with ARCOS firmware, as well as Pioneer SDK advanced mobile robotics software development package.

Pioneer research robots are the world's most popular intelligent mobile robots for education and research. Their versatility, reliability, and durability have made them the preferred platform for advanced intelligent robotics. Pioneers are pre-assembled, customizable and upgradeable, and rugged enough to last through years of laboratory and classroom use.

Product Features and Benefits

- **Easy to Use** - Comes fully assembled and integrated with its accessory packages.
- **Reliable** - Construction is durable and rugged. Easily handles the small gaps, minor bumping, jarring, or other obstacles that hinder other robotic platforms. Some Pioneer robots have been in service for over 15 years.
- **Pioneer Software Development Kit** - All Adept MobileRobots platforms include Pioneer SDK, a complete set of robotics applications and libraries that accelerate the development of robotics projects. Pioneer SDK is backed by our product support team.
- **Customizable** - Easily accessorize by choosing from dozens of supported and tested accessories that integrate with your robotic platform. Additional help is available for future upgrades or added accessories.
- **Reference Platform** - Pioneer robots are a standard in intelligent mobile platforms. Search your preferred robotics journal or conference listings to find many examples of Pioneer platforms in research applications.
- **Technical Support** - Pioneer software and hardware comes fully documented with additional help available through our product support team.

Specifications

Construction
- Body: 1.6 mm aluminum (powder-coated)
- Tires: Reenforced Pneumatic

Operation
- Robot Weight: 12 kg
- Operating Payload:
  - Tile/floor 12 kg
  - Grass/dirt 10 kg
  - Asphalt 5 kg

Skid Steering Drive
- Turn Radius: 0 cm
- Swing Radius: 34 cm
- Max. Forward/Backward Speed: 0.7 m/s
- Rotation Speed: 140°/s
- Max. Traversable Step: 10 cm
- Max. Traversable Gap: 15 cm
- Max. Traversable Grade: 35%
- Traversable Terrain: Asphalt, flooring, sand, and dirt. (Low friction tires available for carpet/indoor use)

Power
- Run Time: 2-4 hours w/3 batteries (with no accessories)
- Charge Time: 12 hours (standard) or 2.4 hrs (optional high-capacity charger)
- Available Power Supplies:
  - 5 V @ 1.5 A switched
  - 12 V @ 2.5 A switched

Batteries
- Supports up to 3 at a time
- Capacity: 7.2 Ah (each)
- Chemistry: lead acid
- Hot-swappable Batteries: Yes

Available Recharge Options:
- Direct plug-in
- Powercube (3-battery charging bay)

* Batteries are accessible through hinged latched access panel for hot-swapping (continuous operation)

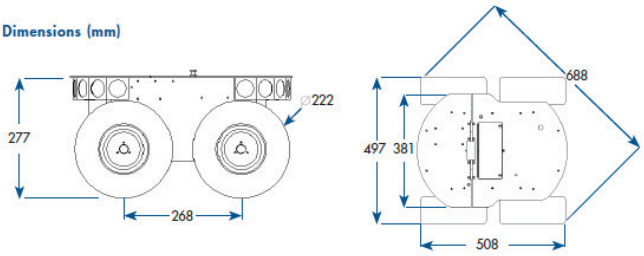
Microcontroller I/O
- System Serial
- 32 digital inputs
- 8 digital outputs
- 7 analog inputs
- 3 serial expansion ports

*Some ports may not be available if certain accessories are included with the robot

User Control Panel
- MIDI programmable piezo buzzer
- Main power indicator
- Battery charge indicator
- 2 AUX power switches
- System reset
- Motor enable pushbutton

Pioneer 3-AT

Dimensions (mm)



Core Software - included with all research platforms

ARIA provides a framework for controlling and receiving data from all MobileRobots platforms, as well as most accessories. Includes open source infrastructures and utilities useful for writing robot control software, support for network sockets, and an extensible framework for client-server network programming.

MobileSim open-source simulator which includes all MobileRobots platforms and many accessories.

MobileEyes graphical user interface client for remote operation and monitoring of the robot.

Mapper 3-Basic tool for creating and editing map files for use with ARIA, MobileSim, and navigation software.

SONARNL provides sonar-based approximate localization and navigation.

Accessory Support Software - bundled with purchase of robotic accessory

ARNL enables robust, laser-based autonomous localization and navigation.

MOGS fuses robot and DGPS sensor data to guide your mobile robot outdoors.

Robotic Arm Support Pioneer arms are packaged with integrated software support.

Speech Recognition and Synthesis Library: Easy-to-use C++ development library for speech recognition based on the open source Sphinx2 system. Speech synthesis (text-to-speech) based on Cepstral synthesizer.

ACTS Color Tracking System: Software application to read images from a camera and track the position and sizes of multiple color regions. Information can be incorporated into your own software via ARIA.

Optional Industrial Grade Internally Mounted Computers

Mamba EBX-37 (Dual Core 2.26 GHz - 2-8 GB RAM)
6 X USB2.0 Ports
2 X PC/104+ Slots
4 X RS-232 Serial Ports
2 X 10/100/1000 Ethernet Ports
Onboard Audio & Video
Solid State Drive
Optional Wireless Ethernet

Optional Accessories:

- Laser-range finders
- Mono- and stereo-vision cameras
- Front and rear SONAR arrays
- Wireless serial to Ethernet for remote operation
- Robotic arms and grippers
- Gyroscope
- Segmented bumpers arrays
- Speakers and microphones
- Joystick
- GPS & DGPS
- Many more...

Include our integrated & supported accessories with your Pioneer 3-AT.

Here are some popular configurations to choose from:

Outdoor Navigation

Manipulation and Gripping

Vision and Mapping

More Information:

See our website www.mobilerobots.com for a full range of supported accessories or contact our sales department to discuss your application.

Adept Technology, Inc. 10 Columbia Drive, Amherst, NH 03031
Tel: 603-881-7960 Email: sales@mobilerobots.com
www.mobilerobots.com

Specifications subject to change without notice.

©2011 Adept Technology, Inc. ALL RIGHTS RESERVED. The information provided in this communication or document is the property of Adept Technology, Inc. and is protected by copyright and other intellectual property laws. In addition, any references to any Adept Technology, Inc. products are the marks and property of Adept Technology, Inc. [and may be registered trademarks]. All other trademarks or tradenames are the property of their respective holders.

09366-P3AT Rev. A