ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DE UN CONTROLADOR DIFUSO UTILIZANDO REALIMENTACIÓN POR VISIÓN ARTIFICIAL APLICADO A UN SISTEMA DE POSICIONAMIENTO BALL AND PLATE POR LEVITACIÓN MAGNÉTICA

"PROPUESTAS METODOLÓGICAS Y TECNOLÓGICAS AVANZADAS"

TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE MAGÍSTER EN DISEÑO, PRODUCCIÓN Y AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL

HAMILTON LEONARDO NÚÑEZ VERDEZOTO
hamin_ec@yahoo.com

DIRECTOR: ING. WILLAN LEOPOLDO MONAR MONAR. M.Sc. MBA.
william.monar@epn.edu.ec

Quito, Abril 2017

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por **HAMILTON LEONARDO NÚÑEZ VERDEZOTO**, bajo mi supervisión.

ING. WILLAN MONAR M.Sc. MBA.

DIRECTOR DE PROYECTO

DECLARACIÓN

Yo, **HAMILTON LEONARDO NÚÑEZ VERDEZOTO**, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondiente a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normativa institucional vigente.

Autor

AGRADECIMIENTO

Primero agradezco a Jehová Dios por el don de la vida, seguido a mi familia por su paciencia y sacrificio, continuando con la Carrera de Ingeniería Mecánica de la Escuela Politécnica Nacional por sus enseñanzas y finalizando a la Universidad Politécnica Salesiana por brindarme la oportunidad.

Hamilton.

ÍNDICE

CERTIFICACIÓN ii
DECLARACIÓN iii
AGRADECIMIENTO iv
ÍNDICE v
ÍNDICE DE FIGURAS vii
ÍNDICE DE TABLAS xi
RESUMEN xii
ABSTRACT xiii

INTRODUCCIÓN 1
Objetivo general 2
Objetivos específicos 2
1. ANTECEDENTES 3
1.1. Justificación 4
1.2. Metodología 4
2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA 5
2.1. Introducción 5
2.2. Sistema de control automático 5
2.2.1 Controlador PID convencional 6
2.2.2 Controlador lógica difusa 8
2.2.3 Sistema de control lineal y no lineal 9
2.2.4 Método Ziegler - Nichols de sintonización para controladores PID 9
2.3. Estructuras Ball and Plate 10
2.4. Métodos para medir la posición de la esfera 13
2.5. Prueba estadística de Wilcoxon 14
3. DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR 15
3.1. Introducción 15
3.2. Sistema Ball and Plate 15
3.2.1 Base 15
3.2.2 Plataforma móvil 16
3.2.3 Pivote central 17
3.2.4 Actuador 19
3.3. Visión artificial 20
3.4. Modelamiento 26
3.4.1 Lazo de control para giro del plato 31
3.4.2 Lazo de control para posicionamiento de la esfera 32
3.5. Diseño del controlador difuso para giro del plato 36
3.5.1 Diseño de los conjuntos de entrada 39
3.5.2 Diseño de los conjuntos de salida 41
3.5.3 Base de reglas 42

3.5.4 Método de desfusificación 42
3.5.5 Relación entrada / salida 43
3.5.6 Implementación 44
3.5.7 Sintonización 46
3.6. Diseño del controlador difuso para posicionar la esfera 48
3.6.1 Diseño de los conjuntos de entrada 49
3.6.2 Diseño de los conjuntos de salida 51
3.6.3 Base de reglas 51
3.6.4 Método de desfusificación 52
3.6.5 Relación entrada/salida 52
3.6.6 Implementación 54
3.6.7 Sintonización 55
3.7. HMI 57
4. PRUEBAS Y RESULTADOS 59
4.1. Introducción 59
4.2. Pruebas con el controlador PID convencional 59
4.2.1 Ejemplo de aplicación para el controlador PID convencional 61
4.3. Pruebas con el controlador PID difuso 63
4.3.1 Ejemplo de aplicación para el controlador PID difuso 64
4.4. Comparación y análisis de resultados 66
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 68
5.1. Conclusiones 68
5.2. Recomendaciones 70

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 71

ANEXOS 73
ANEXO 1. Diagrama de bloques de conexión eléctrica de los elementos al interior de la base 74
ANEXO 2. Programa del algoritmo de visión artificial 75
ANEXO 3. Desarrollo ecuación Euler – Lagrange 76
ANEXO 4. Linealización metodo de Taylor 77
ANEXO 5. Base de reglas linguisticas para control de giro del plato 78
ANEXO 6. Generación de reglas lógicas para el controlador de giro del plato 79
ANEXO 7. Programa del controlador difuso giro del plato 80
ANEXO 8. Base de reglas linguisticas para control de la posición de la esfera 81
ANEXO 9. Generación de reglas lógicas para control de posición de la esfera 82
ANEXO 10. Programa del controlador difuso posición esfera 83
ANEXO 11. Programa para calcular la IEA 84
ANEXO 12. Sintonización controlador PID convencionaL 85

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Sistema de control realimentado. 5
Figura 2.2. Controlador convencional PID. 7
Figura 2.3. Metodología de la lógica difusa con las tres etapas del control. 8
Figura 2.4. Estructura Ball and Plate con motores eléctricos. 11
Figura 2.5. Estructura Ball and Plate con motores eléctricos con apoyo central.....11
Figura 2.6. Estructura Ball and Plate con actuadores magnéticos.....12
Figura 2.7. Estructura Ball and Plate con plataforma Stewart. 12
Figura 2.8. Ubicación de la esfera por visión artificial.....13
Figura 2.9. Ubicación de la esfera por pantalla táctil resistiva. 13
Figura 3.1. Sistema Ball and Plate modelo 33-240 Feedback. 15
Figura 3.2. Base del sistema Ball and Plate. 16
Figura 3.3. Vista frontal y lateral del anillo de aluminio.....17
Figura 3.4. Plato móvil con los anillos acoplados en cada arista. 17
Figura 3.5. Pivote central con los sensores resistivos acoplados. 18
Figura 3.6. Rango de giro de cada ángulo del plato referido al pivote central. 18
Figura 3.7. Acondicionamiento de señal para el sensor resistivo. 18
Figura 3.8. Inductor Thomson del sistema Ball and Plate. 19
Figura 3.9. Histéresis producida por el flujo en el núcleo cuando se aplica corriente. 20
Figura 3.10. Acondicionamiento de señal para el actuador. 20
Figura 3.11. Ubicación de la cámara digital. 21
Figura 3.12. Cámara digital Logitech C200. 21
Figura 3.13. Secuencia del algoritmo para ubicar la esfera.....22
Figura 3.14. Configuración de la cámara digital. 23
Figura 3.15. Captura de imagen tamaño 640x480 pixeles. 23
Figura 3.16. Rotar imagen 180°.....24
Figura 3.17. Segar imagen.....24
Figura 3.18. Imagen filtrada con comparación de Umbral. 25
Figura 3.19. Ubicación de la esfera en el plano cartesiano. 26
Figura 3.20. Modelo fenomenológico. 28
Figura 3.21. Lazo de control para el ángulo alfa. 31
Figura 3.22. Lazo de control para el ángulo beta. 32
Figura 3.23. Coordenada X-Y del plato móvil, la flecha indica la dirección positiva del desplazamiento. 33
Figura 3.24. Coordenada X+Y del plato móvil, la flecha indica la dirección positiva del desplazamiento. 33

Figura 3.25. Coordenadas X-Y y X+Y referidas sobre las diagonales del plato.....34
Figura 3.26. Lazo de control para la posición de la esfera referido al ángulo alfa. 34
Figura 3.27. Lazo de control del sistema Ball and Plate, ángulo beta. 35
Figura 3.28. Controlador con ganancia proporcional Kp. 36
Figura 3.29. Controlador con señal de error proporcional-derivativa-integral. 37
Figura 3.30. Lazo de control con el controlador PID difuso para alfa. 38
Figura 3.31. Lazo de control con el controlador PID difuso para beta. 38
Figura 3.32. Controlador con señal de error proporcional-derivativa. 38
Figura 3.33. Rango de la señal de error e(t). 39
Figura 3.34. Conjuntos difusos para la señal del error proporcional.....40
Figura 3.35. Conjuntos difusos para la entrada de la derivada del error.....41
Figura 3.36. Conjuntos difusos para la salida. 41
Figura 3.37. Superficie que relaciona las entradas con la salida del controlador difuso. ..43
Figura 3.38. Salida del controlador versus la señal de error.....43
Figura 3.39. Salida del controlador versus la señal de derivada de error. 44
Figura 3.40. Resultado de la relación entrada/salida del controlador difuso.....44
Figura 3.41. Implementación del controlador difuso para control de variación del ángulo alfa.....45
Figura 3.42. Implementación del controlador difuso para control de variación del ángulo beta. 45
Figura 3.43. Carga del archivo *Alfa_Beta_1.fs* hacia el controlador difuso.....46
Figura 3.44. Oscilación mantenida para K_{cr} = 0,7 con P_{cr} = 0,33s. 46
Figura 3.45. Respuesta escalón de amplitud 5 con K_p=0,42. K_i=2,5 y K_d=0,017. 47
Figura 3.46. Respuesta escalón de amplitud 5 con K_p=2. K_i=10 y K_d=0,2. 48
Figura 3.47. Lazo de control para posicionamiento de la esfera la diagonal alfa (X-Y).....48
Figura 3.48. Lazo de control para posicionamiento de la esfera la diagonal beta (X+Y)...49
Figura 3.49. Conjuntos difusos para la entrada del error.....50
Figura 3.50. Conjuntos difusos para la entrada derivada del error. 51
Figura 3.51. Conjuntos difusos para la salida. 51
Figura 3.52. Superficie que relaciona las entradas con la salida del controlador difuso. ..52
Figura 3.53. Salida del controlador versus la señal de error.....53
Figura 3.54. Salida del controlador versus la señal de derivada de error. 53
Figura 3.55. Ejemplo de cálculo de la relación entrada/salida del controlador difuso. 53
Figura 3.56. Implementación del controlador difuso para control de posición de la esfera según la coordenada X-Y del plato. 54

Figura 3.57. Implementación del controlador difuso para control de la posición de la esfera según la coordenada X+Y del plato. 54
Figura 3.58. Carga del archivo *(X-Y)_(X+Y)_1.fs* hacia el controlador difuso. 55
Figura 3.59. Oscilación mantenida para K_{cr} = 0,2 con P_{cr} = 0,375s.....55
Figura 3.60. Respuesta escalón de amplitud 0,18 con K_p=0,12. K_i=0,64 y K_d=0,005. 56
Figura 3.61. Respuesta escalón de amplitud 0,18 con K_p=0,3. K_i=5 y K_d=0,05. 57
Figura 3.62. HMI para control del sistema Ball and Plate. 57
Figura 4.1. Posición inicial y final de la esfera sobre el plato.....60
Figura 4.2. Respuesta escalón con amplitud de 0,18 para determinar la IEA. 60
Figura 4.3. Recorrido de la esfera sobre el plato siguiendo una trayectoria cuadrada en un periodo de 20s. 61
Figura 4.4. Respuesta de la posición de la esfera respecto a la coordenada X-Y del controlador PID convencional. 62
Figura 4.5. Respuesta de la posición de la esfera respecto a la coordenada X+Y del controlador PID convencional. 62
Figura 4.6. Posición inicial y final de la esfera sobre el plato.....63
Figura 4.7. Respuesta escalón de amplitud 0,18 para determinar la IEA. 63
Figura 4.8. Recorrido de la esfera sobre el plato siguiendo la trayectoria cuadrada.....64
Figura 4.9. Respuesta de la posición de la esfera respecto a la coordenada X-Y del controlador PID difuso. 65
Figura 4.10. Respuesta de la posición de la esfera respecto a la coordenada X+Y del controlador PID difuso. 65
Figura A.1. Diagrama de bloques de la conexión eléctrica de los elementos al interior de la base del Ball and Plate. 74
Figura A.2. Algoritmo de programación en LabView para la visión artificial que mide la posición de la esfera sobre el plato.....75
Figura A.3. Conjuntos difusos de las señales error, derivada del error y salida para control del giro del plato, incluida las reglas de inferencia. 79
Figura A.4. Generación de reglas lógicas, con error = 5, derivada del error = 1 y salida = 4,27. 79
Figura A.7. Algoritmo de programación en LabView de los dos controladores para giro del plato respecto a sus ángulos alfa y beta. 80
Figura A.5. Conjuntos difusos de las señales error, derivada del error y salida para control de la posición de la esfera, incluida las reglas de inferencia. 82
Figura A.6. Generación de reglas lógicas, con error = 1, derivada del error = 0,5 y salida = 5,74. 82

Figura A.8. Algoritmo de programación en LabView de los dos controladores para posicionar la esfera sobre el plato respecto a sus ejes coordenados. 83
Figura A.9. Algoritmo de programación en LabView para cálculo de la Integral de Error Absoluto IEA, en un periodo de 20s. 84
Figura A.10. Oscilación mantenida con Kcr=0,7 y Pcr=0,33s. 85
Figura A.11. Respuesta escalón de amplitud 5 con Kp=0,42. Ti=0,165s y Td=0,041s. 85
Figura A.12. Respuesta escalón de amplitud 5 con Kp=0,5. Ti=0,24s y Td=0,09s. 85
Figura A.13. Oscilación mantenida con Kcr=20 y Pcr= 4s. 86
Figura A.14. Respuesta escalón de amplitud 0,18 con Kp=12. Ti=2s y Td=0,5s. 86
Figura A.15. Respuesta escalón de amplitud 0,18 con Kp=40. Ti=1,38s y Td=0,49s. 86

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Ventajas y desventajas de acciones de control P, PI, PD y PID. 7
Tabla 2.2. Ventajas y desventajas del control difuso. 9
Tabla 2.3. Reglas de sintonía Ziegler-Nichols. 9
Tabla 3.1. Componentes electrónicos al interior de la base Ball and Plate. 16
Tabla 3.2. Características de la cámara digital Logitech C200. 21
Tabla 3.3. Descripción de los parámetros involucrados en el movimiento del sistema. 27
Tabla 3.4. Características de los controladores del sistema Ball and Plate. 36
Tabla 3.5. Matriz de reglas difusas para control de giro del plato. 42
Tabla 3.6. Matriz de reglas difusas para el controlador de posición de la esfera. 52
Tabla 3.7. Descripción de los componentes del HMI.....58
Tabla 4.1. Valores IEA para el controlador PID convencional. 61
Tabla 4.2. Valores IEA para el controlador PID difuso. 64
Tabla 4.3. Prueba de Wilcoxon para datos pareados utilizando la IEA de los dos controladores.....66
Tabla A.1. Base de reglas lingüísticas para control del giro del plato en alfa y beta.....78
Tabla A.2. Base de reglas lingüísticas para control de posición de la esfera. 81

RESUMEN

Se desarrolló un control inteligente utilizando lógica difusa por medio del software LabView para el sistema Ball and Plate modelo 33-240 Feedback perteneciente a la Universidad Politécnica Salesiana. La implementación de este controlador difuso sirve como actualización del sistema y como punto de partida para el estudio de inteligencia artificial en trabajos futuros, ya que el sistema comercialmente viene implementado con un controlador PID convencional. El objetivo es controlar la posición de una esfera sobre un punto específico de un plato móvil cambiando sus ángulos de inclinación y midiendo la posición de la esfera por visión artificial. Las variables medidas son cuatro, dos ángulos de giro del plato designados por alfa y beta, y las coordenadas X e Y de la posición de la esfera sobre el plato. Las variables a controlar son los voltajes hacia los cuatro inductores Thomson ubicados en cada esquina del plato móvil que provocan el giro. Se trata al sistema como dos procesos ortogonales e independientes separando el control de giro del plato respecto a sus ángulos alfa y beta, y el control de la posición de la esfera sobre el plato referidos a sus coordenadas X e Y; de ahí que el control del sistema requirió del desarrollo de cuatro controladores difusos. Como complemento se realizó el análisis comparativo del desempeño entre el controlador difuso y el PID convencional por medio de determinar la integral del error absoluto IEA de cada uno, y entonces verificar el mejor desempeño utilizando la prueba estadística de Wilcoxon.

Palabras clave: visión artificial, Ball and Plate, lógica difusa, IEA, PID, prueba de Wilcoxon.

ABSTRACT

A smart control with fuzzy logic using LabView software was developed for the Ball and Plate model 33-240 Feedback system, which belongs to Universidad Politécnica Salesiana. Because of the system has a conventional PID controller defined commercially, the implementation of this fuzzy controller provides a system update and shows a starting point to future works in artificial intelligence field. The objective of this work is to control the position of a sphere on a specific point of a moving plate by changing its inclination angles and measuring the position of the sphere by artificial vision. The measured variables are four, two rotation angles of the plate called alpha and beta, and the X and Y coordinates from the position of the sphere on the plate. The controlled variables are the voltages applied to the four Thomson inductors located at each corner of the moving plate to produce the turn. The system is treated as two orthogonal independent processes, one of them is the rotation control of the plate respect to alpha and beta angles, and the other is the sphere position on the plate referred to X and Y coordinates; so that, the system control requires the development of four fuzzy controllers. In addition, a comparative performance analysis between the diffuse controller and the conventional PID was performed by determining the integral of the absolute error IEA of each controller, to verify the best performance with the Wilcoxon statistical test.

Keywords: artificial vision, Ball and Plate, fuzzy logic, IAE, PID, Wilcoxon test.

INTRODUCCIÓN

El sistema Ball and Plate modelo 33-240 fabricado por Feedback Ltd. pertenece al Laboratorio de teoría de control y robótica, de la Universidad Politécnica Salesiana, que comercialmente viene implementado con un controlador PID convencional; y como un caso atrayente y complejo se propone la automatización del sistema utilizando un control inteligente por medio de lógica difusa.

Este sistema consiste de una plataforma rectangular la cual es levitada por medio de cuatro actuadores magnéticos ubicados en cada esquina, cuya necesidad es controlar el equilibrio de la plataforma para posicionar una esfera sobre su superficie y que se mantenga fija en una posición determinada. La detección de la posición de la esfera sobre la superficie de la plataforma se mide utilizando visión artificial.

El comportamiento del sistema en conjunto es no lineal generando gran dificultad al desarrollar el modelo matemático y para posterior análisis se necesita simplificar el modelo a un sistema lineal invariante con el tiempo eliminando características intrínsecas de estado transitorio inicial.

El sistema Ball and Plate resulta ser una excelente estructura de equilibrio que brinda la oportunidad para diseñar e implementar todo tipo de controladores para su automatización, que pueden ser los controladores convencionales o los controladores inteligentes, de ahí la pregunta ¿Qué tipo de controladores resultan tener un mejor desempeño?. Preguntas que pueden ser contestadas utilizando el sistema Ball and Plate que es una plataforma abierta para un sinnúmero de diseño de controladores.

Si se realiza un control manual del sistema Ball and Plate, la persona encargada de efectuar esta acción de control solamente puede procesar hasta un máximo de 25 imágenes por segundo, reduciendo esta cantidad dependiendo del lugar de trabajo, edad y condición física del individuo. Se tiene que la realimentación por visión artificial intenta reproducir el actuar humano al aislar la medición sensorial prescindiendo del contacto físico, tomando decisiones de acuerdo al procesamiento digital de imágenes.

Este proyecto se centra en el diseño e implementación de un controlador inteligente utilizando lógica difusa, para luego analizar su desempeño comparándolo con un controlador convencional PID. Éste trabajo se encuentra dividido en cuatro secciones descritas brevemente a continuación.

Sección 1. Se presenta los antecedentes de la propuesta inicial, junto con la justificación y la metodología a ser utilizada para cumplir con el trabajo.

Sección 2. Es la descripción de la fundamentación teórica de proyectos similares de control de sistemas Ball and Plate desarrollados en otras investigaciones de los que se ha comprobado su funcionamiento, con el fin de mostrar la viabilidad del proyecto propuesto.

Sección 3. Se inicia detallando la secuencia de operación del sistema Ball and Plate junto con todos sus componentes, para luego describir el desarrollo del controlador inteligente utilizando lógica difusa como control del sistema, desde el diseño hasta la implementación en el software LabView.

Sección 4. Se realizan las pruebas de desempeño del controlador difuso y de un controlador PID convencional. Para luego comparar, analizar y comprobar el mejor desempeño utilizando la prueba estadística de Wilcoxon de suma de rangos de diferencias para muestras por pares.

Finalizando, se describen las conclusiones alcanzadas durante este trabajo, así como, las recomendaciones en procura de lograr una mejora en la operación y utilización del sistema Ball and Plate.

Objetivo general

Desarrollar e implementar un controlador difuso utilizando realimentación por visión artificial aplicado a un sistema de posicionamiento Ball and Plate por levitación magnética.

Objetivos específicos

a. Obtener el modelo matemático para describir el comportamiento dinámico del sistema Ball and Plate con levitación magnética.

b. Desarrollar e implementar el algoritmo para procesamiento digital de imágenes por visión artificial que tiene establecido el sistema Ball and Plate.

c. Desarrollar e implementar el algoritmo de control inteligente con lógica difusa para control automático del sistema Ball and Plate con levitación magnética.

d. Analizar el desempeño entre el controlador inteligente Fuzzy y un controlador clásico PID, utilizando el test de Wilcoxon.

1. ANTECEDENTES

El sistema Ball and Plate es una extensión a dos dimensiones del sistema bola balancín (Ball and Beam) que funciona en una dimensión como el desarrollado por Virseda en 2004; por lo que, el control bidimensional de una esfera sobre un plato móvil resulta ser una aplicación de mayor complejidad que puede ser estudiado y analizado por medio del sistema Ball and Plate modelo 33-240 Feedback, perteneciente a la Universidad Politécnica Salesiana que tiene una plataforma abierta para control, lo que permite diseñar e implementar un sinnúmero de tipos de controladores para su automatización.

Los actuadores de este sistema Ball and Plate son cuatro inductores Thomson localizados en cada arista del plato que provocan el giro, el comportamiento de estos inductores es no lineal ya que funcionan con un lazo de histéresis, es decir, la respuesta del actuador ante la señal de entrada no es la misma cuando el plato sube que cuando baja.

Al utilizar métodos de control clásicos en el diseño e implementación de controladores convencionales se requiere del modelamiento matemático del sistema que resulta en una ardua tarea y muchas veces incompleta o solo aproximada, ya que se debe asumir o anular ciertos parámetros y peor aún si el comportamiento del sistema es no lineal. El fabricante de este sistema Ball and Plate provee una breve descripción del modelo matemático del comportamiento del sistema la cual se expone más como antecedente que como objetivo de utilizarlo para control.

El control difuso no requiere de la función de transferencia matemática para determinar el comportamiento del proceso pues fue creada para emular la lógica humana y el proceder de un experto en la toma de decisiones ante una excitación de entrada, lo cual resulta una enorme ayuda en los procesos de automatización. Este método moderno de control al no requerir el modelo matemático del sistema ayuda cuando son sistemas no lineales o con múltiples variables de entrada y salida que es la tendencia en los procesos industriales actuales.

La realimentación por visión artificial intenta reproducir el actuar humano al aislar la medición sensorial prescindiendo del contacto físico, tomando decisiones de acuerdo al reconocimiento y análisis de imágenes en tiempo real. Teniendo en cuenta además que un sistema digital no sufre agotamiento físico debido a largas jornadas como un humano.

Se necesita conocer el desempeño del controlador en la automatización del sistema, para luego analizar las ventajas y desventajas del control convencional comparado con el control difuso denominado también no convencional, cuando se requiere automatizar procesos en que resulta difícil obtener su modelo o con comportamientos no lineales.

1.1. Justificación

El sistema Ball and Plate modelo 33-240 Feedback actualmente está utilizado solo con controladores PID convencionales, ya que este tipo de control viene implementado por el fabricante; entonces, se ve la necesidad de aprovechar el sistema en aplicaciones modernas como es el control inteligente, para lo cual se pretende desarrollar un control difuso en el sistema que servirá como punto inicial para el estudio y posterior utilización en aplicaciones de inteligencia artificial.

Este sistema Ball and Plate se encuentra disponible en el Laboratorio de teoría de control y robótica de la Universidad Politécnica Salesiana, por lo que su uso es factible tomando en cuenta que este sistema dispone de una plataforma abierta con el software LabView para diseñar e implementar cualquier tipo de controlador.

1.2. Metodología

Se necesita primero analizar la secuencia de operación del sistema por medio de revisar su estructura y la mecánica implicada en el proceso, para luego definir las variables involucradas en el control analizando el modelo matemático provisto por el fabricante.

Para medir la posición de la esfera sobre el plato móvil en tiempo real se utilizará la visión artificial y por este medio, establecer un sistema de coordenadas X,Y sobre la plataforma que servirá de realimentación del sistema.

Por medio de lógica difusa se propone el desarrollo de un controlador inteligente para automatización del sistema Ball and Plate evitando encontrar el modelo matemático del sistema, para luego comprobar su desempeño con un sistema no lineal.

Al finalizar se requiere la comparación de los resultados del desempeño entre el controlador con lógica difusa y un controlador PID convencional, por medio del cálculo del valor de la integral de error absoluto IEA de cada controlador y verificar el mejor desempeño utilizando la prueba estadística de Wilcoxon.

2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1. Introducción

La automatización en el transcurso de los años ha tratado de copiar el actuar humano, es decir reproducir el comportamiento e inteligencia de una persona en un ambiente real. Actualmente los sistemas de control automático tienen una participación más importante en el avance de la civilización moderna junto con la tecnología, es decir existe una afectación en nuestro modo de vivir producido por algún tipo de control. (Kuo, 1996)

Existen múltiples tipos de configuraciones de sistemas de equilibrio Ball and Plate con diferentes tipos de actuadores, así como distintos métodos para determinar la posición de la esfera sobre la plataforma. A continuación se describen acciones de control automático, algunos tipos de mecanismos y ciertos métodos para establecer la posición de la esfera.

2.2. Sistema de control automático

El sistema de control mostrado en la figura 2.1 necesita contrastar continuamente la señal de referencia $x(t)$ conocida por $\boldsymbol{SP}$ (Set Point) con la variable medida del proceso $y(t)$ denominada $\boldsymbol{PV}$ (Process Variable), para lograrlo utiliza su diferencia como medio de control designada como error $e(t)$. Estas variables están relacionadas por la ecuación 2.1. (Ogata, 2010)

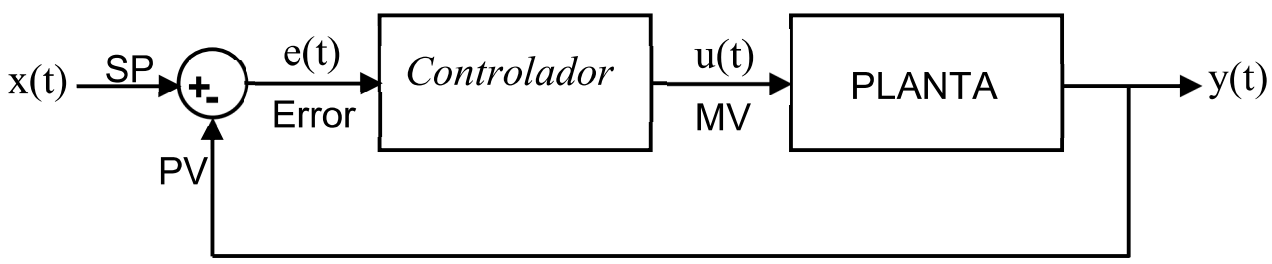

Figura 2.1. Sistema de control realimentado.

$$e(t) = x(t) - y(t) \qquad [2.1]$$

En el lazo de control la señal de error $e(t)$ ingresa al controlador, el cual envía hacia la planta la señal manipulada $u(t)$ llamada $\boldsymbol{MV}$ (Manipulated Variable) y de la planta el sensor mide la variable de salida $\boldsymbol{PV}$ cerrando el proceso.

El controlador más común es un control PID (Proporcional, Integral y Derivativo) llamado control convencional o clásico; y menos común que el anterior el control por lógica difusa denominado control no convencional. Se explicará brevemente la operación de cada uno, así como sus ventajas y desventajas.

2.2.1 Controlador PID convencional

Esta acción PID combina las acciones independientes proporcional, integral y derivativa. La acción proporcional es la principal y no puede ser ignorada, relaciona la señal de salida del controlador ***u(t)*** con la señal de error ***e(t)*** por medio de una ganancia proporcional ***Kp*** descrita en la ecuación 2.2.

$$u(t) = K_p e(t) \qquad [2.2]$$

La acción integral relaciona la señal de salida del controlador ***u(t)*** con la integral de la señal de error ***e(t)***, donde ***Ki*** representa la ganancia de control integral referida en la ecuación 2.3. La acción de control proporcional ***Kp*** es la más representativa, por lo tanto la constante ***Ki*** puede especificarse en términos de ***Kp*** y el tiempo de integración ***Ti*** indicada en la ecuación 2.4.

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t)dt \qquad [2.3]$$

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} \qquad [2.4]$$

La acción derivativa relaciona la señal de salida del controlador ***u(t)*** y la señal de error ***e(t)*** derivando el error e igualando esta proporcionalidad con el coeficiente ***Kd*** expresada en la ecuación 2.5. También ***Kd*** puede especificarse en términos de la ganancia ***Kp*** y el tiempo de derivación ***Td*** descrita en la ecuación 2.6.

$$u(t) = K_d \frac{d}{dt} e(t) \qquad [2.5]$$

$$K_d = K_p T_d \qquad [2.6]$$

La variable manipulada del controlador ***u(t)*** incluye la suma de las tres acciones individuales ilustrada en la figura 2.2. Las características principales de cada tipo de estrategia de control se detallan en la tabla 2.1.

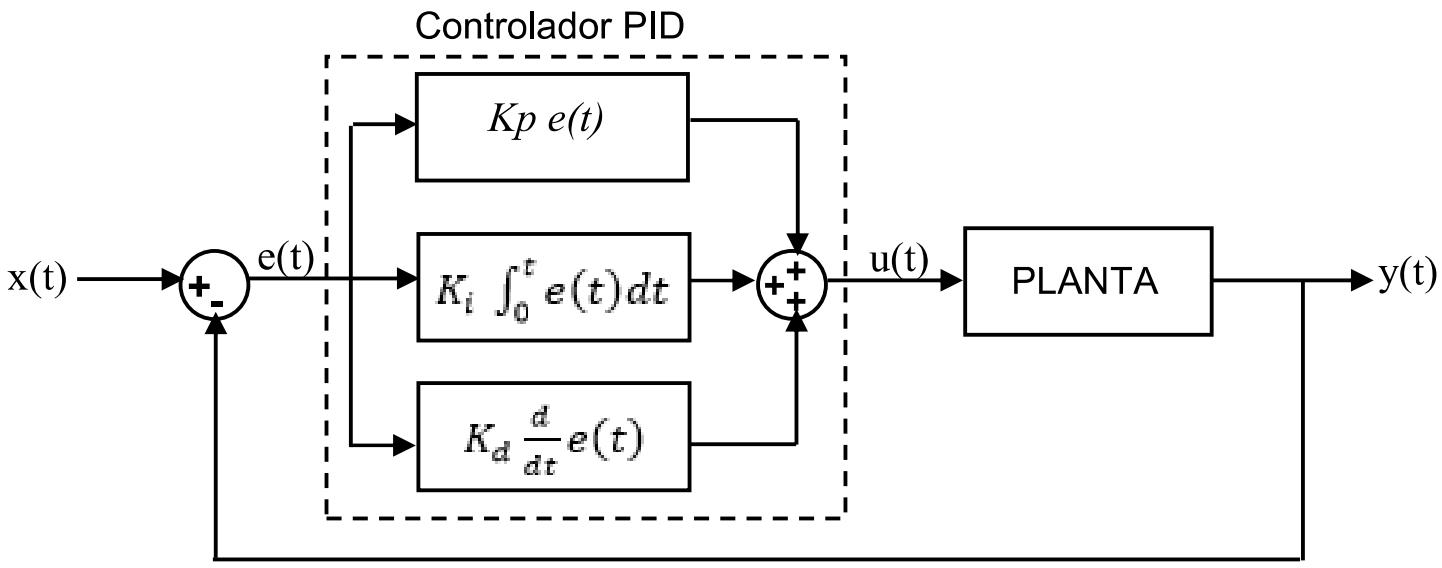

Figura 2.2. Controlador convencional PID.

Tabla 2.1. Ventajas y desventajas de acciones de control P, PI, PD y PID.

ACCIÓN	VENTAJAS	DESVENTAJAS
Proporcional (P)	- Reduce tiempo de elevación. - Reduce error estado estable. - El tipo de sistema no se modifica.	- Incrementa máximo pico de sobreimpulso. - Reduce amortiguamiento. - Tiempo de asentamiento cambia.
Proporcional Integral (PI)	- Reduce tiempo de elevación. - Mejora el error en estado estable.	- Incrementa máximo pico de sobreimpulso. - Reduce amortiguamiento. - El tipo de sistema se incrementa en un grado.
Proporcional Derivativo (PD)	- Incrementa amortiguamiento. - Reduce máximo pico de sobreimpulso. - El tipo de sistema no se modifica.	- El tiempo de elevación cambia. - El error de estado estable presenta cambios.
Proporcional Integral y Derivativo (PID)	- Combina las características de la acción proporcional, proporcional integral y proporcional derivativa.	

2.2.2 Controlador lógica difusa

Este control emula el comportamiento humano en la forma de comportarse y de resolver los problemas que se le presenten. La lógica difusa está integrada en tres etapas representadas en la figura 2.3. (Ponce, 2010)

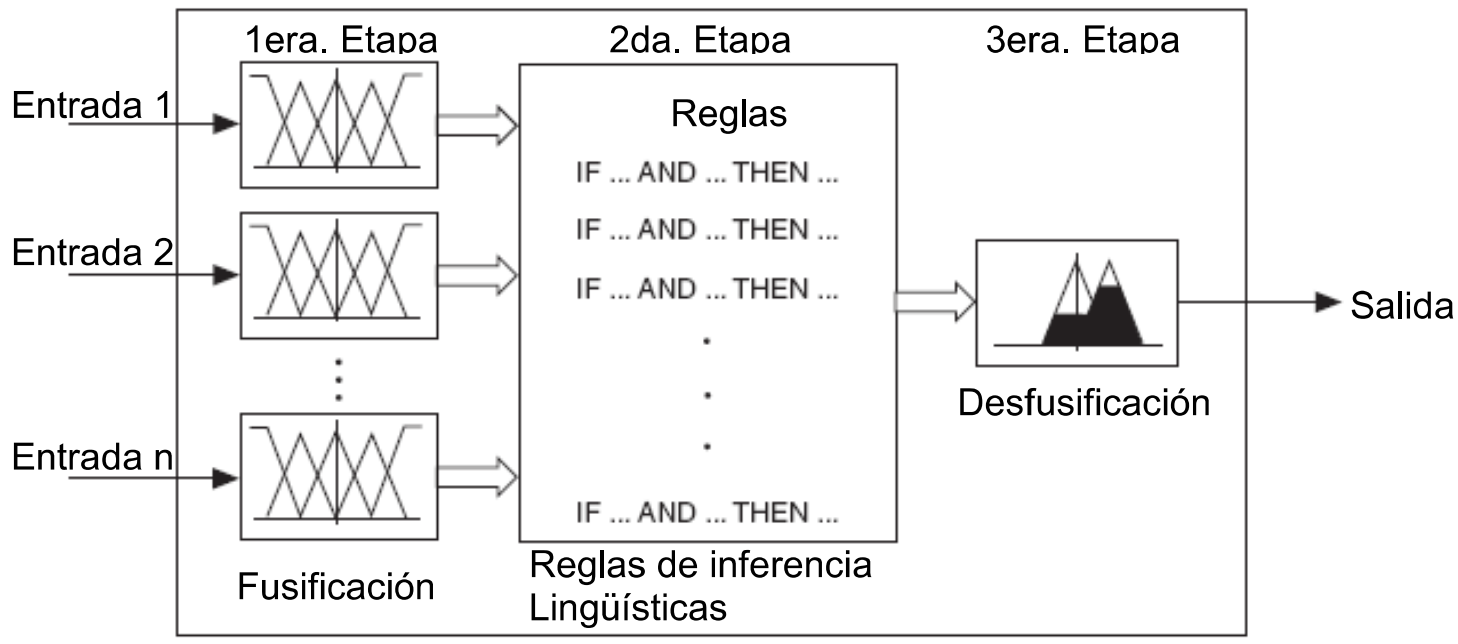

Figura 2.3. Metodología de la lógica difusa con las tres etapas del control.

- PRIMERA ETAPA. Las variables del proceso tienen valores de incertidumbre metalingüísticos, entonces cada variable puede asumir valores dentro de un rango clasificado por conjuntos difusos, así: grande, mediano, pequeño. Estas variables medidas por los sensores pasan por un proceso denominado Fusificación, el cual consiste en ubicarlos en un rango de pertenencia desde 0,0 hasta 1,0. Estos conjuntos difusos son representados por funciones de membresía, las cuales están definidas en un punto específico de operación del sistema.

- SEGUNDA ETAPA. Se formulan las reglas lingüísticas o de inferencia para guiar el comportamiento del sistema a la forma deseada. Estas reglas son definidas con ayuda y asesoría de un experto. La pertenencia de cada variable del proceso es evaluada en el conjunto de reglas de inferencia que determina una consecuencia para asignar un grado de pertenencia a un conjunto difuso que especifica la salida.

- TERCERA ETAPA. Con la consecuencia se determina los valores óptimos de salida denominado Desfusificación, es decir, asignar el grado de pertenencia dado por la consecuencia de la regla de inferencia y transformarlo a un valor real. Las funciones de membresía sintonizan cada variable de salida para lograr un valor que llegue a ser cuantificable.

La tabla 2.2 especifica las ventajas y desventajas del control difuso.

Tabla 2.2. Ventajas y desventajas del control difuso.

VENTAJAS	DESVENTAJAS
- Manera de funcionar similar al comportamiento humano. - No necesita de un modelo matemático de la planta. - Robusto ante perturbaciones. - Fácil de interpretar.	- Para aumentar precisión requiere mayor cantidad de estados y reglas. - Incrementa volumen de cálculo de máquina. - Requiere mucha simulación. - Es complejo cambiar parámetros.

2.2.3 Sistema de control lineal y no lineal

- SISTEMA LINEAL. Para que un sistema de control se defina como lineal debe cumplir el principio de superposición, es decir el sistema puede ser separado en varios procesos que pueden ser analizados de manera independiente, y para encontrar el comportamiento en conjunto del sistema se puede sumar los efectos individuales de cada uno de los procesos. (Ogata, 2010)

- SISTEMA NO LINEAL. Un sistema no lineal no permite ser analizado con el principio de superposición y para ser exactos en la realidad todo sistema físico tiene un comportamiento no lineal en algún grado, de ahí que se requiere asumir o eliminar parámetros para simplificar el análisis o el diseño, como por ejemplo: trabajar solo en una zona de respuesta lineal dentro de un pequeño intervalo, ignorar la saturación del campo magnético en un motor eléctrico, cancelar el efecto del juego entre dos engranes acoplados. (Kuo, 1996)

2.2.4 Método Ziegler - Nichols de sintonización para controladores PID

Para sintonización de un controlador PID se utiliza el método heurístico de Ziegler-Nichols que sirve como punto de partida para determinar los parámetros del controlador. Este método se representa en la tabla 2.3. (Ogata, 2010)

Tabla 2.3. Reglas de sintonía Ziegler-Nichols.

Controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0{,}5K_{cr}$	∞	0
PI	$0{,}45K_{cr}$	$P_{cr}/1{,}2$	0
PID	$0{,}6K_{cr}$	$0{,}5P_{cr}$	$0{,}125P_{cr}$

(Ogata, 2010, pág. 571)

Donde: K_p = Ganancia proporcional.

K_{cr} = Ganancia crítica.

P_{cr} = Periodo crítico.

T_i = Tiempo de integración.

T_d = Tiempo de derivación.

El procedimiento es el siguiente:

a. Se debe colocar el valor del tiempo de integración $T_i = \infty$.
b. Se debe colocar el tiempo de derivación $T_d = 0$.
c. Luego se procede a incrementar K_p desde 0 hasta el valor de ganancia crítica K_{cr} que provoca una oscilación mantenida en la salida de la planta a un periodo constante denominado P_{cr}.
d. Determinar el valor del periodo crítico.
e. Con los valores encontrados de K_{cr} y P_{cr} se calcula el tiempo de integración T_i y el tiempo de derivación T_d utilizando la tabla 2.3.

Con estos parámetros encontrados se inicia la sintonización, para lo cual se debe variar cada uno de los parámetros teniendo en cuenta las observaciones del comportamiento de un controlador PID presentadas en la tabla 2.1.

2.3. Estructuras Ball and Plate

Existen dos tipos de configuraciones para la mecánica del sistema Ball and Plate. Primero cuando el ángulo de giro del plato y la acción del actuador tienen un comportamiento lineal como por ejemplo una acción proporcional entre los dos. Y segundo cuando la relación entre ángulo de la plataforma y la señal del actuador tiene un comportamiento no lineal como por ejemplo la saturación magnética de un inductor.

En la figura 2.4 se aprecia una configuración mecánica con comportamiento lineal desarrollado por Moarref, Saadat y Vossoughi en 2008. Los motores eléctricos están articulados a un mecanismo biela – manivela la cual está acoplada a los extremos del plato, entonces existe una relación directamente proporcional entre la variación del ángulo en el eje del motor 1 con la variación del ángulo θ_1 en la articulación biela – manivela. El ángulo del plato en esta configuración puede llegar a estar en posición vertical.

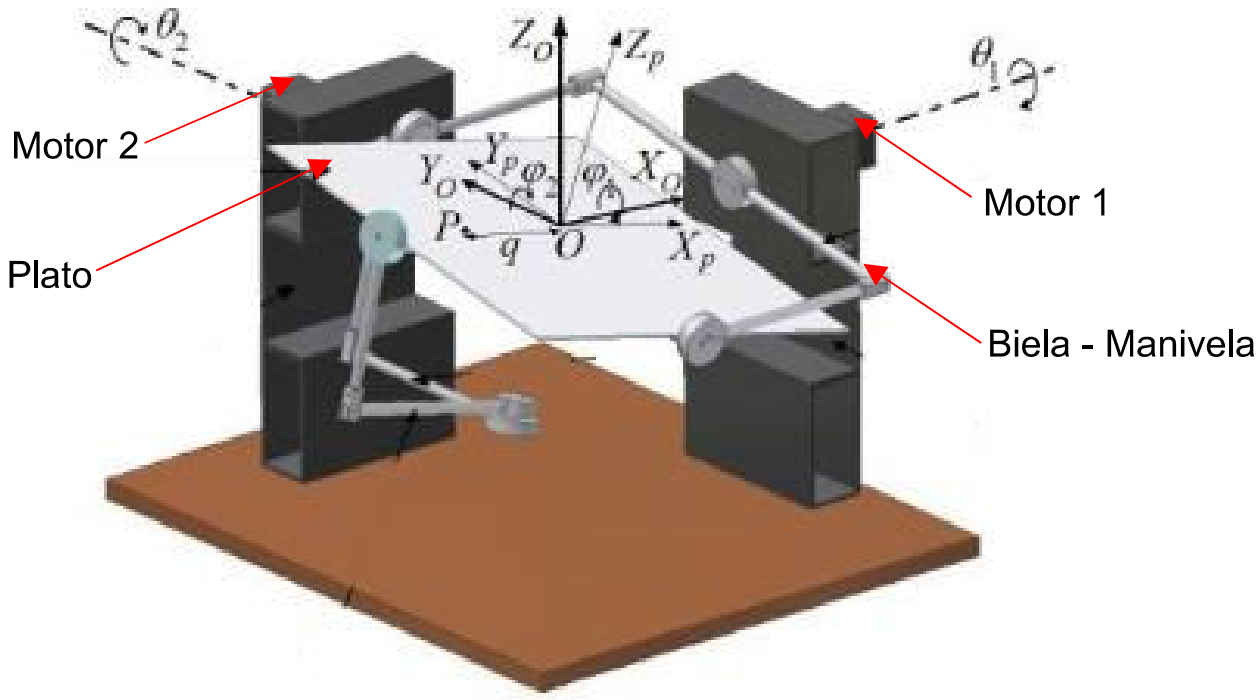

Figura 2.4. Estructura Ball and Plate con motores eléctricos.

(Moarref, Saadat, & Vossoughi, 2008, pág. 2)

Otro tipo de configuración mecánica cuyo comportamiento es lineal fue desarrollado por Awtar, Bernard, Boklund, Master, Ueda y Craig en 2002. Esta tiene un apoyo central como pivote del plato evitando desplazamientos horizontal y vertical de la plataforma, el cual se presenta en la figura 2.5. El ángulo de giro de la plataforma viene dado por medio del desplazamiento de las barras que transmiten el giro de los motores eléctricos utilizando rótulas.

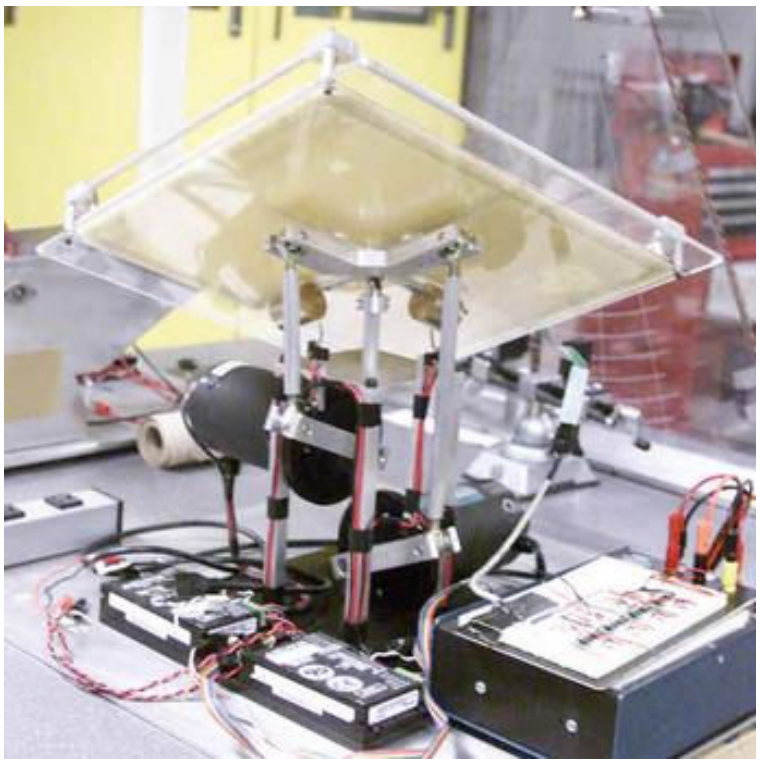

Figura 2.5. Estructura Ball and Plate con motores eléctricos con apoyo central.

(Awtar, y otros, 2002, pág. 222)

Una de las configuraciones cuya relación entre el ángulo de giro de la plataforma y la acción del actuador es no lineal fue construido por Lin, Liou y Lee en 2014 y se visualiza en la figura 2.6. La misma consta de cuatro inductores electromagnéticos como actuadores, los cuales están acoplados en cada lado del plato cuya respuesta está condicionada por la histéresis propia del inductor. Este módulo tiene conectado un apoyo en el centro del plato para evitar su desplazamiento horizontal o vertical.

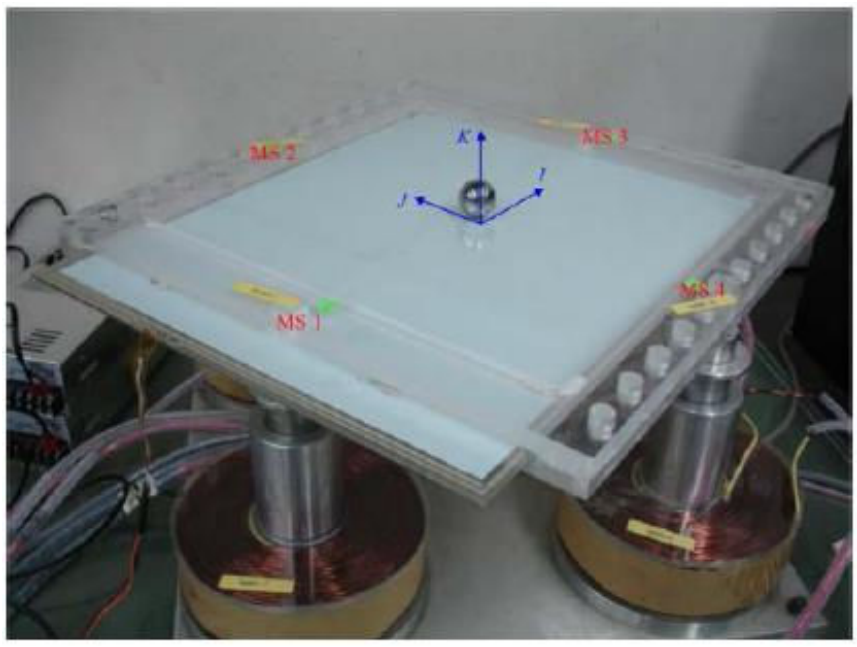

Figura 2.6. Estructura Ball and Plate con actuadores magnéticos.

(Lin, Liou, & lee, 2014, pág. 36)

Lee, Song, Choi y Hong en 2003, utilizaron el mecanismo conocido como plataforma Stewart para desarrollar un sistema Ball and Plate, el cual es un hexápodo con seis actuadores mostrado en la figura 2.7. Esta plataforma está sujeta al final de cada par de actuadores y también puede desplazar la plataforma en sentido vertical y horizontal aumentando los grados de movimiento del sistema.

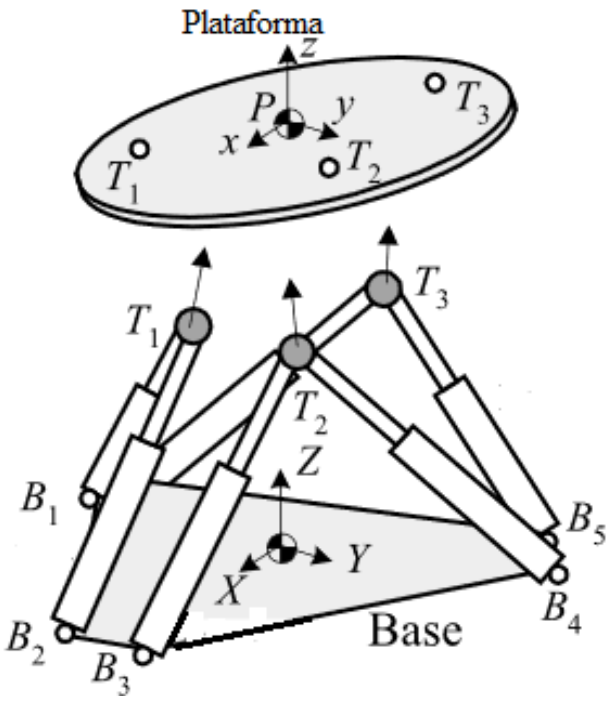

Figura 2.7. Estructura Ball and Plate con plataforma Stewart.

(Lee, Song, Choi, & Hong, 2003, pág. 607)

2.4. Métodos para medir la posición de la esfera

En la figura 2.8 se aprecia el modelo comercializado por la empresa Googol Technology Ltd. La cual utiliza visión artificial como realimentación del sistema por medio de una cámara de video para determinar la posición de la esfera sobre la plataforma, esté método requiere del procesamiento digital de imágenes ya que se debe discriminar la esfera del resto de la imagen en tiempo real. (Googoltech, 2009)

Figura 2.8. Ubicación de la esfera por visión artificial.

(Googoltech, 2009, pág. 6)

Otro sistema de menor costo y fácil implementación para la medición de la esfera sobre el plato es por medio de utilizar sobre la plataforma una pantalla táctil de sensor capacitivo o resistivo que determina en tiempo real la posición de la esfera sobre la plataforma, como el desarrollado por Otoala y Zamora en 2015, el cual está indicado en la figura 2.9

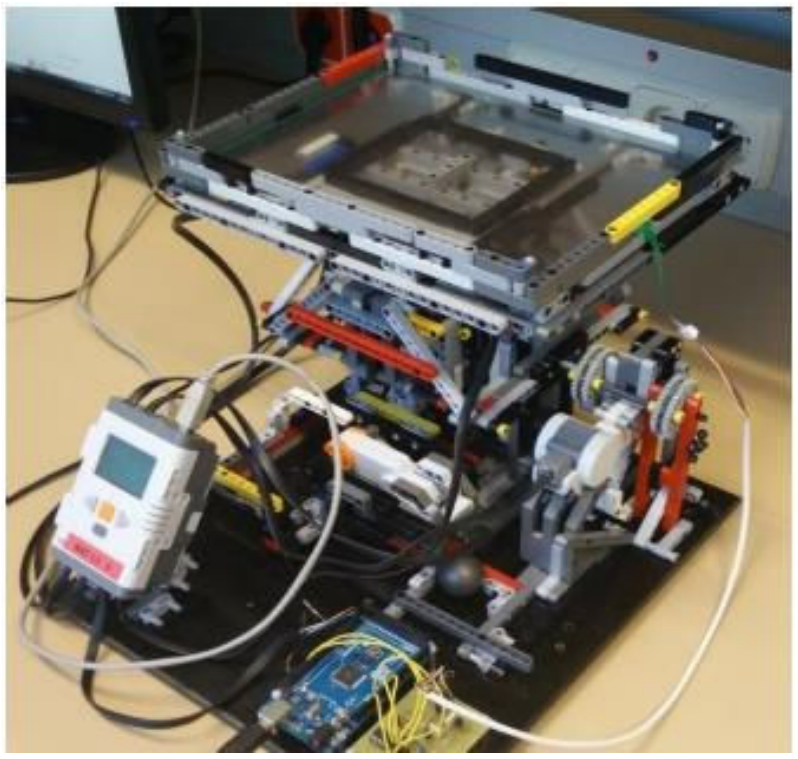

Figura 2.9. Ubicación de la esfera por pantalla táctil resistiva.

(Otoala, 2015, pág. 49)

2.5. Prueba estadística de Wilcoxon

Se utiliza la prueba no paramétrica de Wilcoxon de suma de rangos de diferencias para muestras por pares cuando se tiene una distribución de datos de una población que no asegura una distribución normal para una situación de dos muestras independientes. El procedimiento para la prueba de Wilcoxon se detalla a continuación:

a. Se obtiene una muestra de tamaño n de datos por pares, es decir de dos procesos similares se toman una muestra independiente a cada proceso y forman un par.
b. Se calcula la diferencia entre estos pares.
c. Los valores anteriormente calculados se transforman a valores absolutos.
d. Se ordenan estos valores absolutos del menor al mayor y se asigna los rangos según su orden.
e. La suma de los rangos que corresponden a diferencias positivas es el estadístico de Wilcoxon W_+.

Con una población de $n \geq 30$ muestras, el estadístico de suma de rangos de diferencias se aproxima a una distribución normal Z, entonces la media u_W del estadístico está representado por la ecuación 2.7, la desviación típica σ_W por la ecuación 2.8 y se puede formar la prueba Z por medio de la ecuación 2.9. (Moore, 2005)

$$u_{W+} = \frac{n(n+1)}{4} \qquad [2.7]$$

$$\sigma_{W+} = \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}} \qquad [2.8]$$

$$Z = \frac{W_+ - u_{W+}}{\sigma_{W+}} \qquad [2.9]$$

Se debe escoger un nivel de confianza para el ensayo, como por ejemplo del 95%, representado en la ecuación 2.10, así:

$$1 - \alpha_0 = 0{,}95 \qquad [2.10]$$

Dónde: $\alpha_0 =$ Nivel de significación para la confianza.

De la ecuación 2.10 se obtiene que $\alpha_0 = 0{,}05$ y $\frac{1}{2}\alpha_0 = 0{,}025$, por medio de la tabla de distribución normal estándar se encuentra el valor para $Z_{\alpha_0/2} = 1{,}96$. Entonces la prueba de Wilcoxon permite aceptar una de las hipótesis siguientes:

- Hipótesis nula $\boldsymbol{H_0}$ si $Z \leq Z_{\alpha_0/2}$ (no existen diferencias significativas entre cada par de datos).
- Hipótesis alternativa $\boldsymbol{H_a}$ si $Z > Z_{\alpha_0/2}$ (si existen diferencias entre cada par de datos).

3. DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR

3.1. Introducción

Primero se detalla cada componente utilizado del sistema Ball and Plate modelo 33-240 Feedback, seguido se representa su modelamiento matemático simplificado. Continuando con el desarrollo del controlador difuso en base al conocimiento de la secuencia en que debe operar el sistema para luego describir el interfaz humano máquina HMI (Human Machine Interface).

3.2. Sistema Ball and Plate

El Sistema Ball and Plate utilizado en el proyecto es el modelo 33-240 fabricado por Feedback Ltd. que tiene incorporado los algoritmos en el software LabView de National Instruments Ltd. para la visión artificial como realimentación del sistema y un controlador PID convencional, en la figura 3.1 se aprecia el sistema Ball and Plate.

Figura 3.1. Sistema Ball and Plate modelo 33-240 Feedback.

3.2.1 Base

Los componentes de la unidad Base se aprecian en la figura 3.2. Esta base es el sostén de la estructura del sistema Ball and Plate y en su interior contiene los componentes electrónicos detallados en la tabla 3.1.

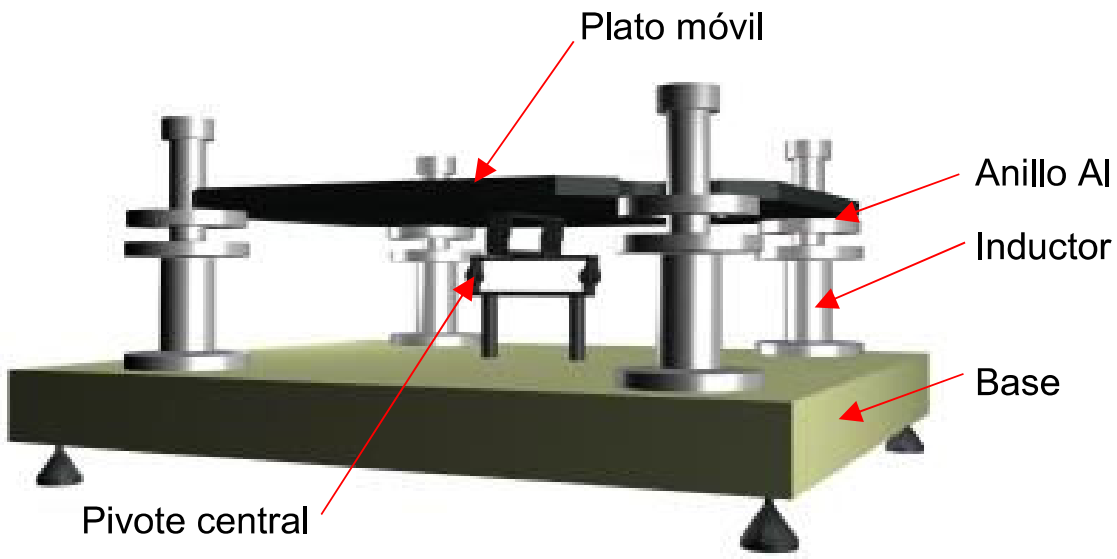

Figura 3.2. Base del sistema Ball and Plate.

(Feedback, Ball and Plate Installation and Commissioning, 2008, pág. 26)

Tabla 3.1. Componentes electrónicos al interior de la base Ball and Plate.

COMPONENTE	CANTIDAD	CARACTERÍSTICAS	DETALLE
Fuente de poder 1	1	- Marca Zunpower. - Modelo SP 240-24. - Entrada: 100 ~ 240 Vac. - Salida: 24 Vdc, 10 A.	Alimentan los amplificadores de potencia.
Fuente de poder 2	1	- Marca ASTEC. - Modelo LPT24. - Entrada: 100 ~ 240 Vac. - Salidas: + 5 Vdc, -5Vdc y +12Vdc	Alimenta el acondicionador de señal.
Amplificadores de potencia	4	- Marca Feedback. - Entrada: 0 ~5 Vdc. - Salida: 30 ~36 Vac. f = 23.8K Hz.	Amplifica la señal hacia los inductores Thomson.
Acondicionador de señal	1	- Marca Feedback. - Entrada: 2 Sensores resistivos Ω y señal de control desde el PC. - Salida: 0 ~ 5 Vdc y +12Vdc.	Acondiciona la señal de los sensores resistivos y la señal hacia los amplificadores.
Interfaz	1	- Conector DB 25 hembra.	Conector I/O.

El diagrama de bloques de la conexión eléctrica entre los elementos al interior de la base se presenta en el Anexo 1.

3.2.2 Plataforma móvil

Es una plataforma plástica ligera de aproximadamente 0.2 kg de color negro mate para contrastar el color de la esfera que es blanca y ayudar con el proceso de visión artificial. En la parte inferior, en cada arista del plato, se acopla un anillo de aluminio. Las dimensiones del anillo se indican en la figura 3.3.

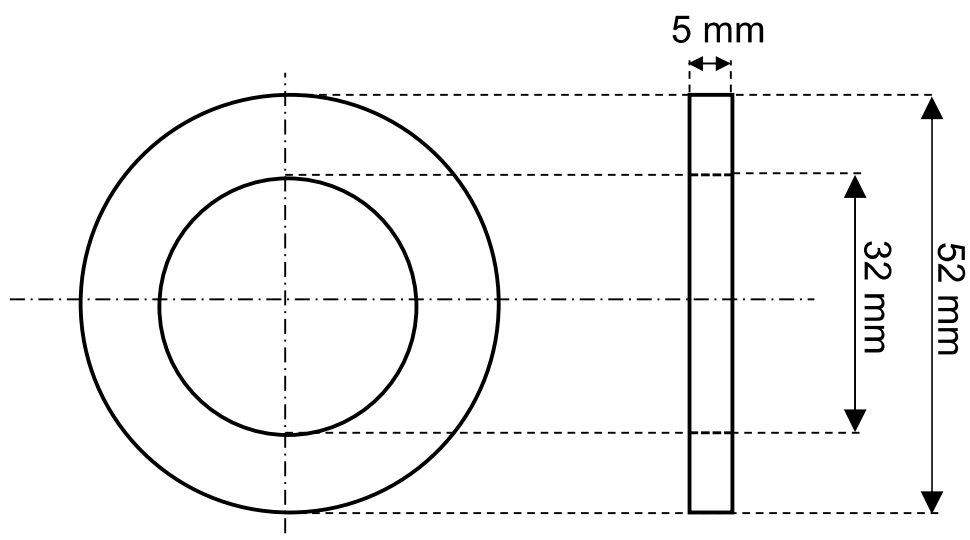

Figura 3.3. Vista frontal y lateral del anillo de aluminio.

Los ángulos de giro de la plataforma están etiquetados como ángulo alfa y ángulo beta en cada diagonal del plato. El giro del ángulo alfa es provocado por los desplazamientos complementarios de los anillos 1 y 3, mientras que para el giro del ángulo beta se desplazan los anillos 2 y 4. La geometría y dimensiones del plato se muestran en la figura 3.4.

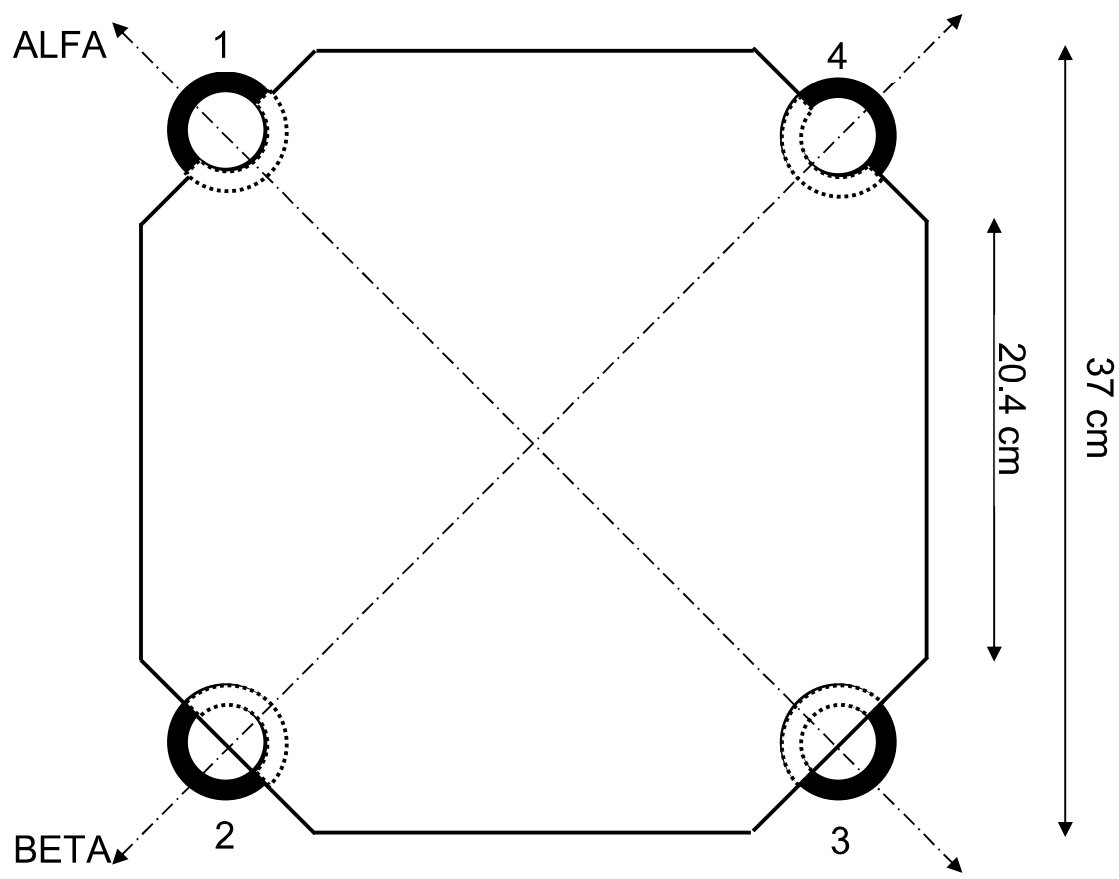

Figura 3.4. Plato móvil con los anillos acoplados en cada arista.

3.2.3 Pivote central

Es el punto de apoyo central de la plataforma que le permite girar y evita que el plato tenga un movimiento vertical u horizontal. Acoplado en este apoyo se encuentran dos potenciómetros que son los sensores resistivos que miden los ángulos de giro de la plataforma. Se puede apreciar la ubicación de estos sensores que están acoplados al pivote central en la figura 3.5, donde el sensor 1 mide la variación del ángulo alfa y el sensor 2 mide la variación del ángulo beta.

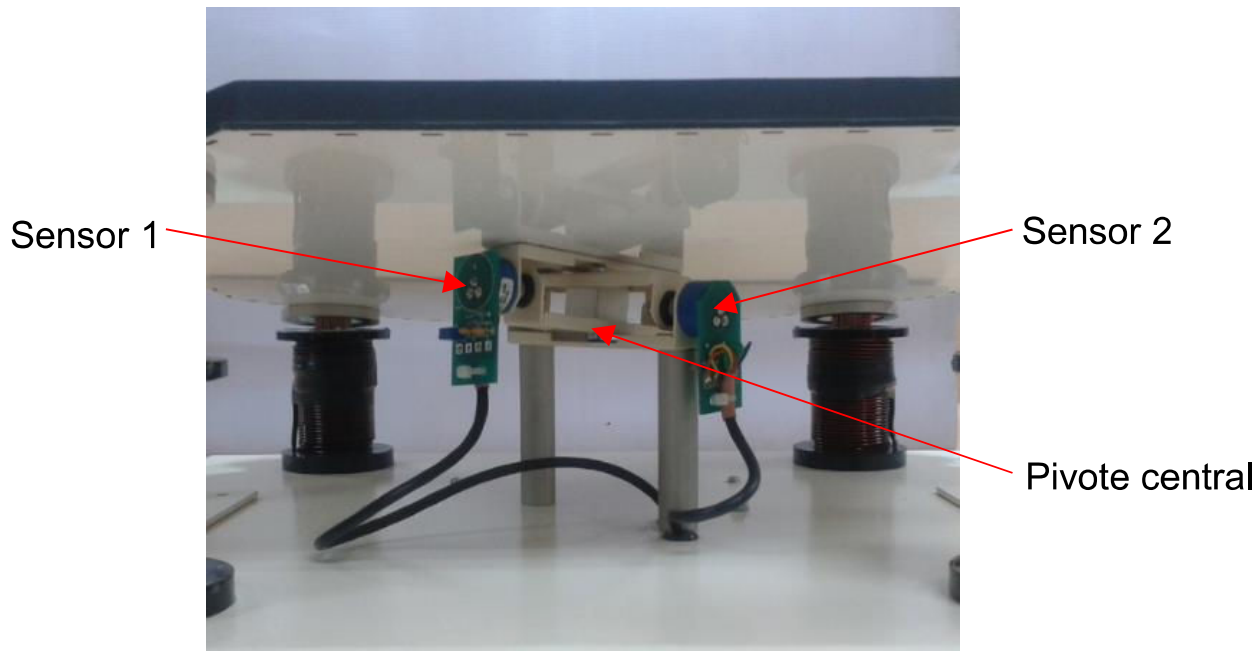

Figura 3.5. Pivote central con los sensores resistivos acoplados.

El rango de giro del ángulo con respecto al pivote central es de -10º ~ +10º, tal como se indica en la figura 3.6.

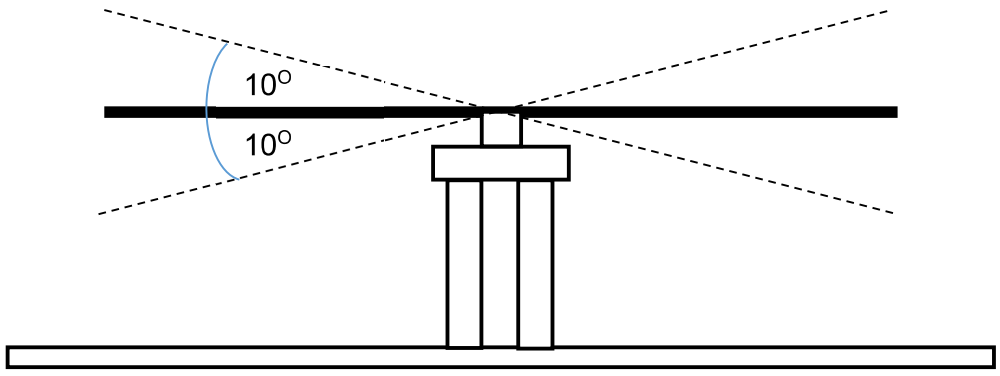

Figura 3.6. Rango de giro de cada ángulo del plato referido al pivote central.

Los sensores resistivos entregan la señal en ohmios pero la tarjeta de adquisición de datos DAQ modelo PCI-6221-NI controlada por LabView acepta la señal de voltaje de 0 ~ 5 Vdc; por lo que, se requiere la transducción de señal que cambie la variable resistiva del sensor a una señal estándar de voltaje de 0 ~ 5 Vdc. Esta transducción la realiza una tarjeta proporcionada por el fabricante Feedback para el sistema Ball and Plate, la cual permite también realizar la calibración de la señal enviada a la DAQ por medio de dos pequeños potenciómetros de precisión ubicados sobre la tarjeta representados el uno como Gain y el otro como Offset. El diagrama de bloques del circuito acondicionador de señal se visualiza en la figura 3.7.

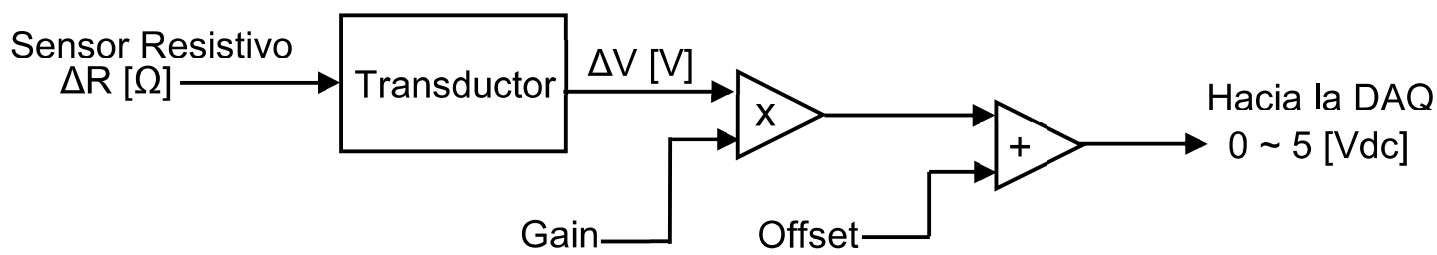

Figura 3.7. Acondicionamiento de señal para el sensor resistivo.

3.2.4 Actuador

El sistema Ball and Plate dispone de cuatro actuadores que son inductores Thomson que deben su nombre en honor a su inventor Elihu Thomson. Estos inductores están ubicados cada uno en la esquina de la plataforma. El núcleo sobresalido del inductor está dentro de cada anillo de aluminio como se visualiza en la figura 3.8. Al aplicar corriente alterna al inductor, éste produce campos magnéticos variables que generan en el anillo una corriente inducida y esta corriente genera otro campo magnético en oposición al inductor. Estas fuerzas opuestas provocan que el anillo levite. (Munguia & Franco, 2014)

Figura 3.8. Inductor Thomson del sistema Ball and Plate.

El comportamiento de un inductor es no lineal, ya que el campo magnético producido por la corriente tiene un comportamiento con histéresis, la cual retiene la señal magnética tras retirar su alimentación como se aprecia en la figura 3.9 cuya secuencia de operación se describe a continuación.

En el momento inicial al aumentar la corriente el flujo magnético en el núcleo sigue el camino ab. Si la corriente decrece el nivel de flujo magnético en el núcleo sigue el camino de declive bcd y cuando la corriente aumenta nuevamente el nivel de flujo incrementa siguiendo el camino deb. Entonces, el ángulo de giro de la plataforma está condicionado por este lazo de histéresis. Es decir, la señal enviada al actuador no provocará el mismo ángulo a la plataforma cuando se eleve que cuando la plataforma baje. (Chapman, 2012)

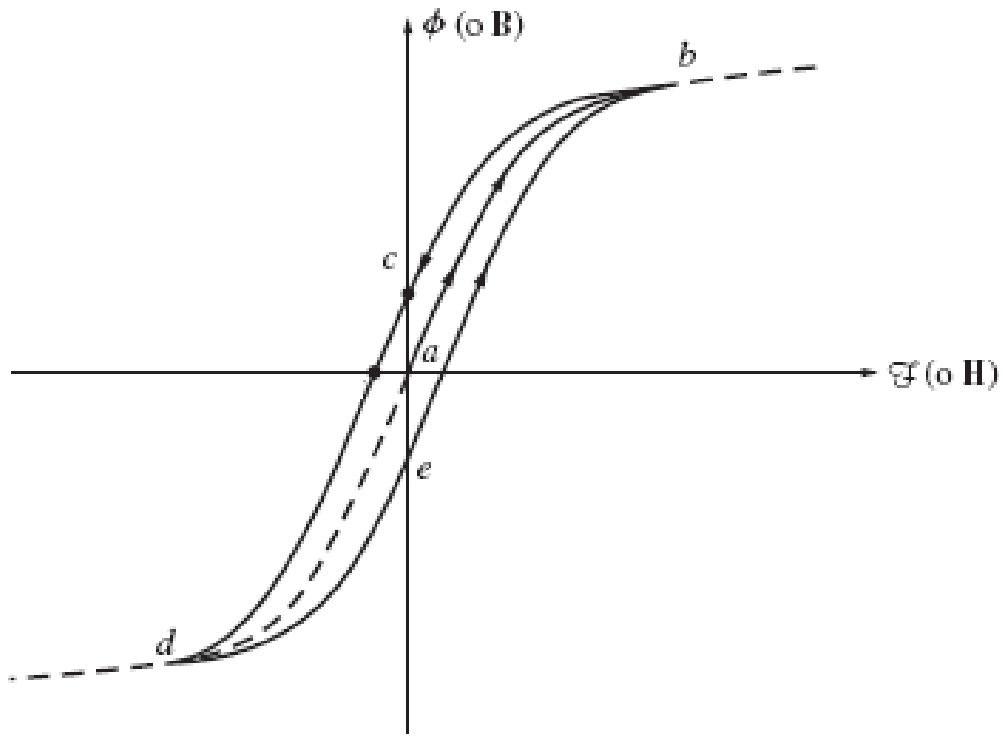

Figura 3.9. Histéresis producida por el flujo en el núcleo cuando se aplica corriente.

(Chapman, 2012, pág. 20)

Los inductores requieren una señal de voltaje alterno de 30 ~ 36 Vac con una frecuencia de 23.8K Hz, pero la tarjeta de control DAQ entrega una señal estándar de 0 ~ 5 Vdc; por este motivo, el sistema necesita de un transductor amplificador de potencia representado en el diagrama de bloques de la figura 3.10. Este amplificador de potencia es una tarjeta electrónica provista por el fabricante Feedback para el sistema Ball and Plate.

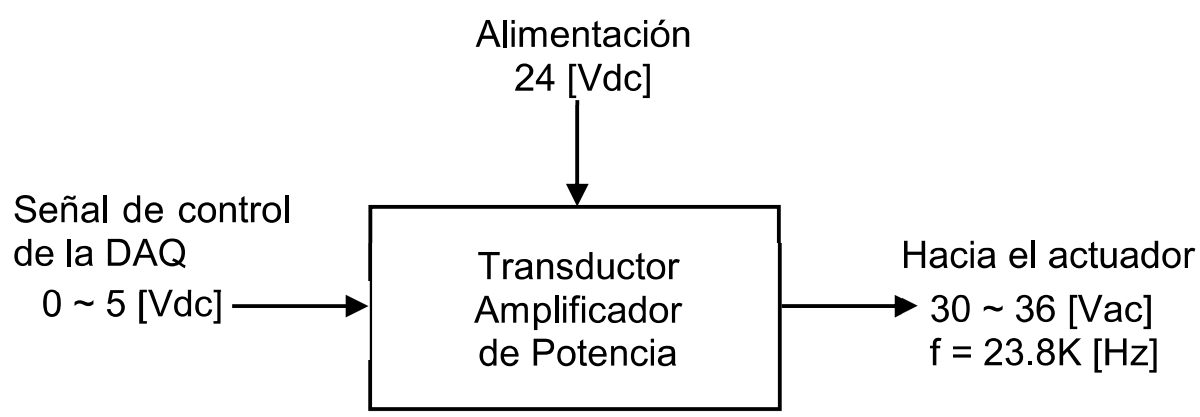

Figura 3.10. Acondicionamiento de señal para el actuador.

3.3. Visión artificial

Como método para determinar la posición de la esfera sobre la plataforma móvil, se utiliza el procesamiento digital de imágenes el cual utiliza una cámara de video digital que provee la realimentación del sistema. La cámara se ubica sobre un marco sujeto a la base del sistema tal como se indica en la figura 3.11. Esta cámara apunta al centro del plato a una distancia de 46 cm.

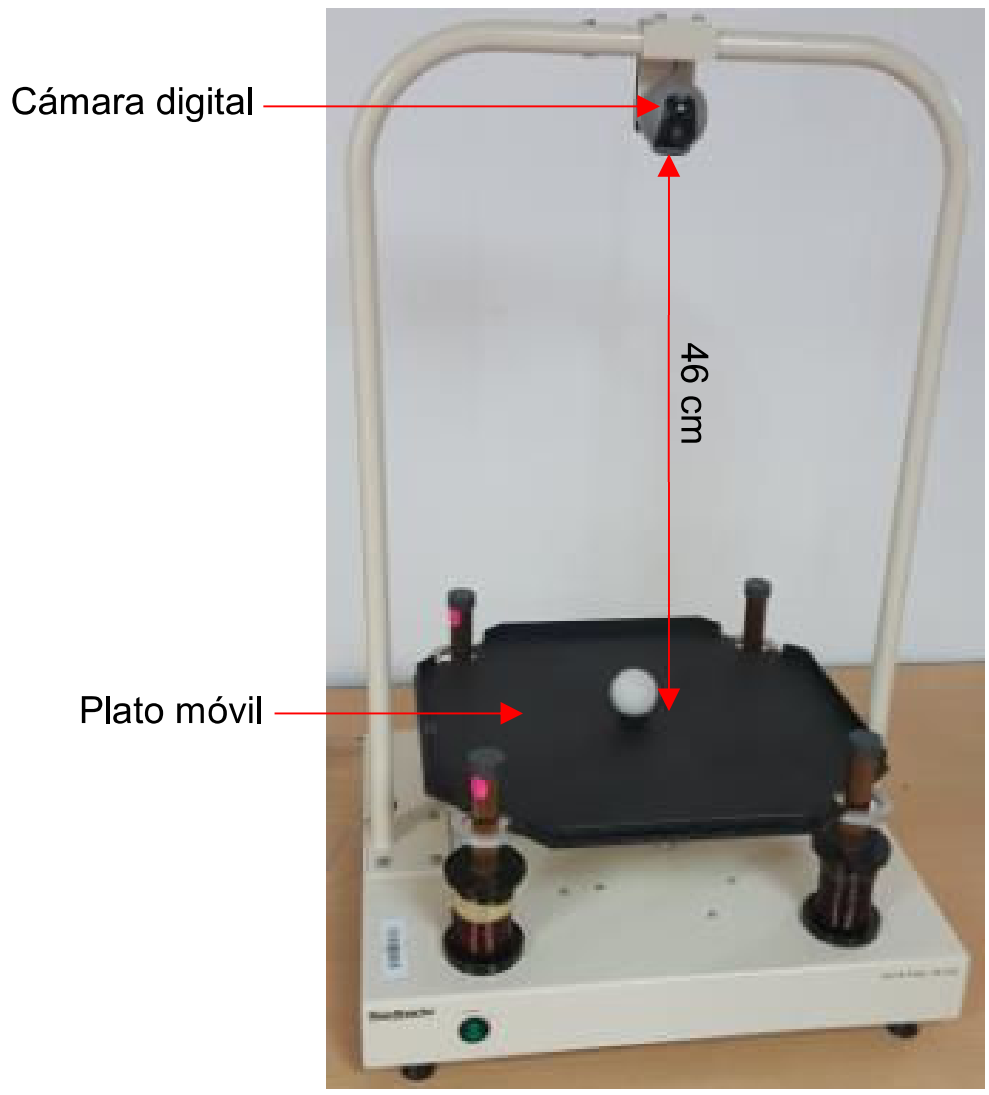

Figura 3.11. Ubicación de la cámara digital.

La cámara digital es de la marca Logitech, modelo C200, indicada en la figura 3.12; y sus características se detallan en la tabla 3.2

Figura 3.12. Cámara digital Logitech C200.

(Logitech, 2009)

Tabla 3.2. Características de la cámara digital Logitech C200.

PARÁMETRO	CARACTERÍSTICA
Marca	Logitech
Modelo	C200
Color	Gris
Resolución óptica	640x480 VGA 30 fps @ 640x480
Interfaz	USB 2.0
Software de control	Logitech Webcam Software Versión 12.10.1113.0000

El plato móvil es de color negro mate y la esfera es de color blanco de 38 [mm] de diámetro. Por lo tanto se requiere detectar un objeto de color blanco sobre una base de color negro. La medición de la posición de la esfera sobre el plato es adquirida por procesamiento digital de imágenes cada 0,02s. (Feedback, Ball and Plate Installation and Commissioning, 2008)

La secuencia del procesamiento digital de imágenes sigue 5 pasos para cumplir con el objetivo de determinar la posición de la esfera sobre el plato. Esta secuencia del programa se indica en la figura 3.13 y el algoritmo de programación en el software LabVIEW se presenta en el Anexo 2.

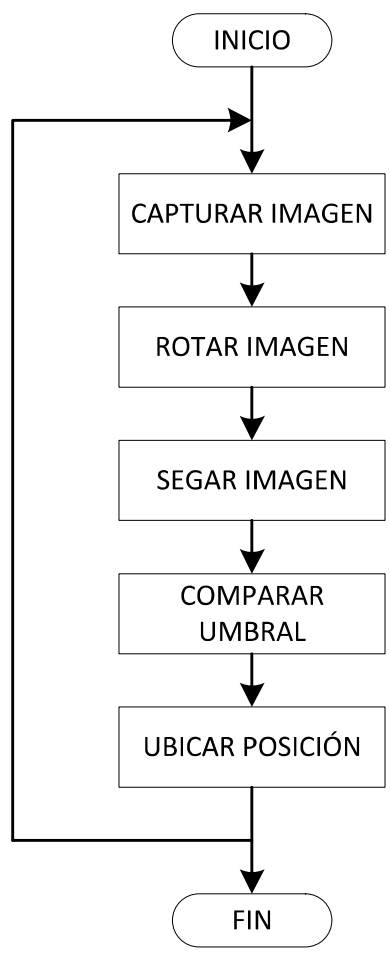

Figura 3.13. Secuencia del algoritmo para ubicar la esfera.

- **Paso 1.** Capturar Imagen

Se inicia configurando los parámetros de captura de imagen en el software de la cámara tal como se indica en la figura 3.14 de acuerdo al siguiente procedimiento:

a. La opción de equilibrio de blanco se selecciona en condición automática.
b. Se coloca el nivel de intensidad de color al mínimo.
c. Se sitúa el nivel de contraste al máximo.
d. Por último calibrar el brillo hasta que la imagen capturada quede como la visualizada en la figura 3.15.

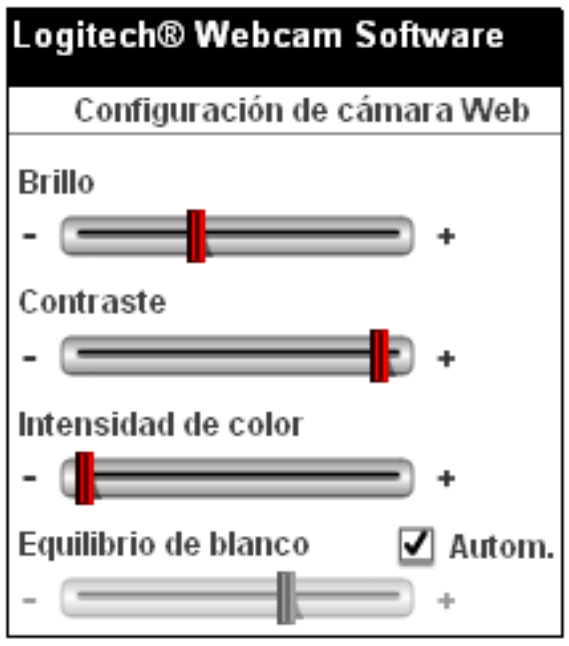

Figura 3.14. Configuración de la cámara digital.

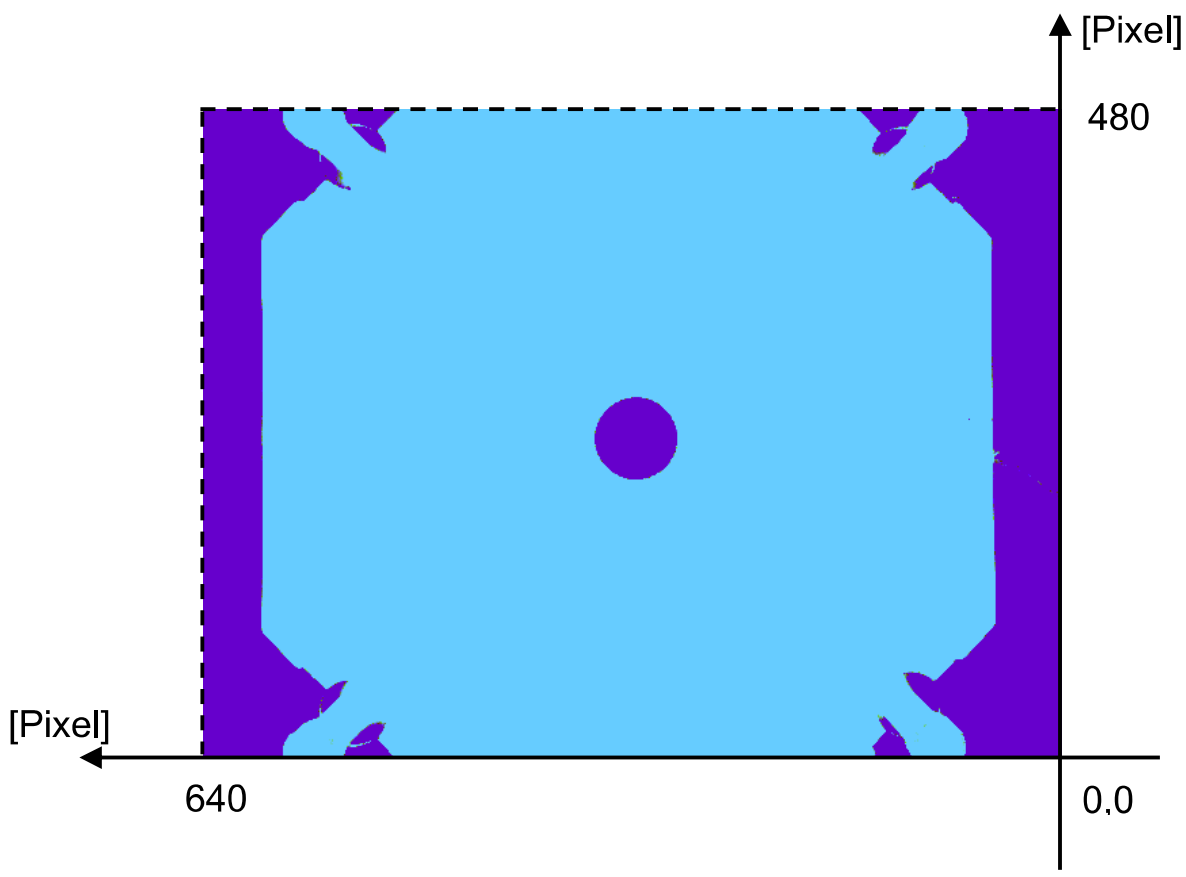

Figura 3.15. Captura de imagen tamaño 640x480 pixeles.

La imagen capturada mostrada en la figura 3.15 tiene un tamaño de 640 x 480 píxeles compuesta en un arreglo matricial del mismo tamaño 640 columnas x 480 filas con una resolución de 8 bits. La imagen resultante queda con un contraste definido entre el plato y la esfera, lo cual permite discriminar totalmente la esfera al interior de la imagen.

Se puede apreciar que el origen de coordenadas de la imagen está en la esquina inferior derecha puesto que la cámara enfoca la parte trasera del plato, motivo por el cual se requiere rotar 180° la imagen capturada.

- **Paso 2.** Rotar imagen.

Para coincidir la imagen capturada con el frente del plato se realiza una rotación de 180°. Esta imagen una vez realizada la rotación se visualiza en la figura 3.16, donde se aprecia que el origen de coordenadas está ubicada en la parte superior izquierda.

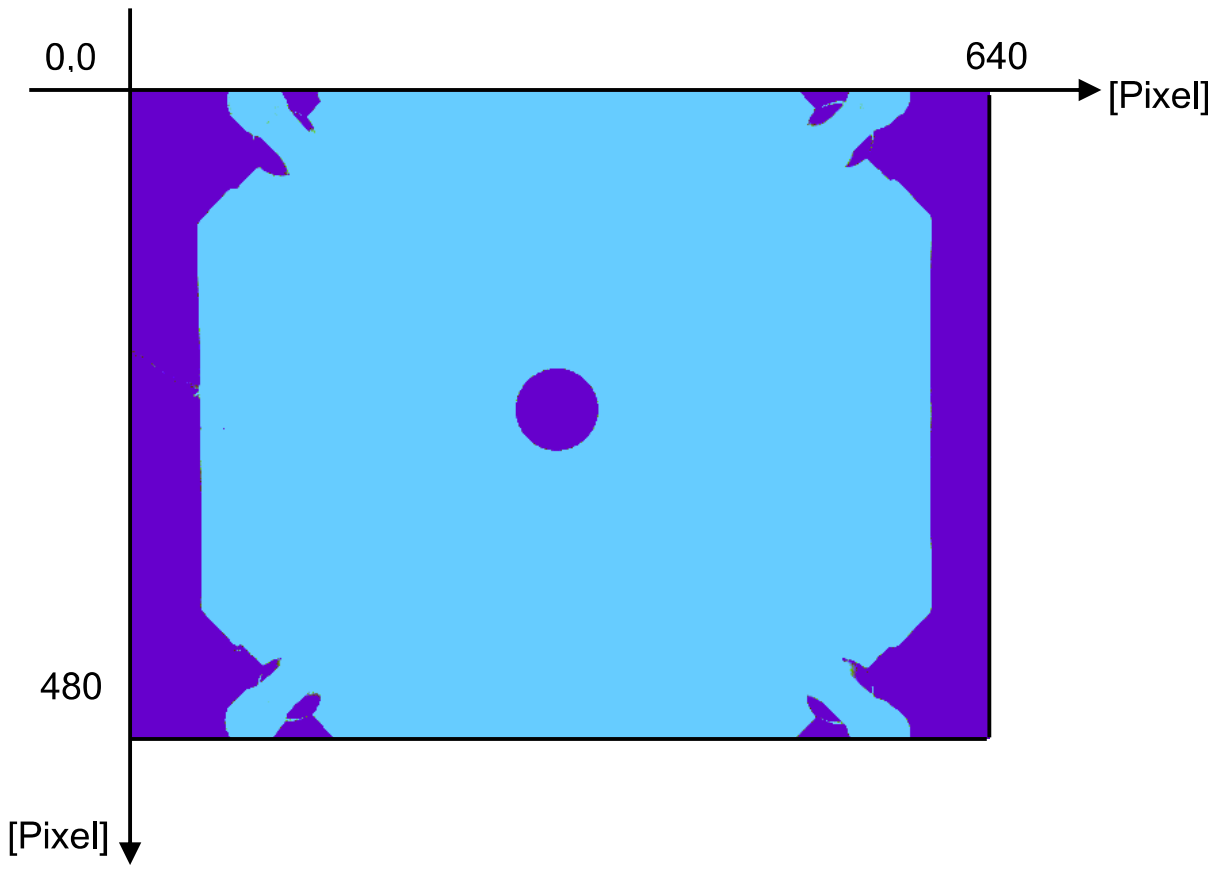

Figura 3.16. Rotar imagen 180°.

- **Paso 3**. Segar imagen.

Se recorta la imagen para que solamente se visualice el área de interés que corresponde al área ocupada por el plato, para lo cual se recorta los lados y las esquinas de la imagen con valores de Lado = 65 pixeles y Esquina = 140 pixeles. Esta área de interés luego del recorte se muestra en la figura 3.17.

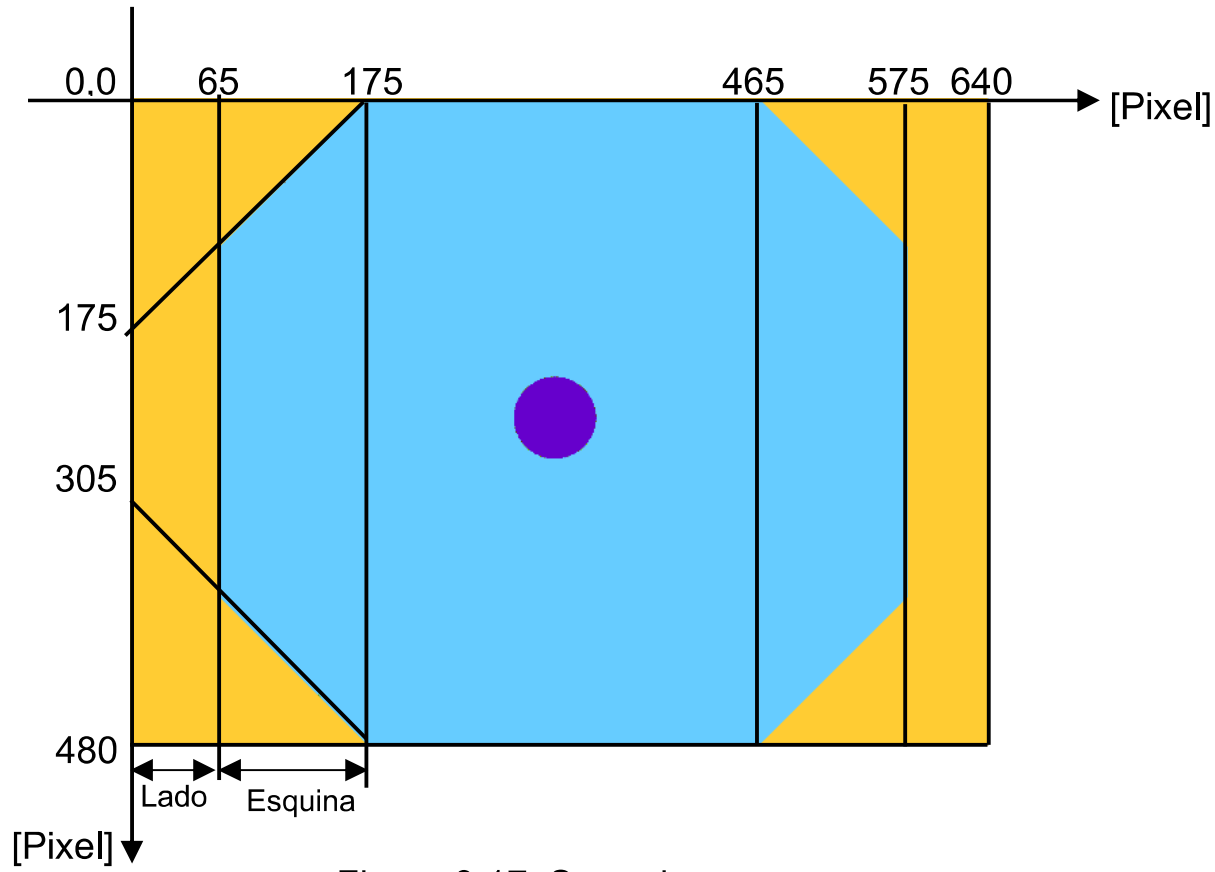

Figura 3.17. Segar imagen.

- **Paso 4.** Comparar umbral.

En la imagen los valores del color representado en cada celda del arreglo matricial son de 8 bits, es decir están en el rango de 0 ~ 255. Se debe comparar el valor de cada celda de la matriz con el valor de referencia umbral para luego formar un nuevo arreglo matricial con solo dos valores 0 (color blanco) y 255 (color negro).

En la imagen anterior se tiene solamente tres colores amarillo con un valor de 10, turquesa con un valor de 114 y lila con un valor de 139, dado que se requiere separar la imagen de la esfera el umbral debe ser cercano al valor 139 del color lila, por lo que se escoge el valor de umbral en 130. La comparación de cada celda de la matriz con el valor de umbral debe cumplir las siguientes condiciones:

- Valor de la celda < Valor Umbral. Entonces el resultado es = 0.
- Valor de la celda ≥ Valor Umbral. Entonces el resultado es = 255.

La imagen resultante luego de la operación de comparación de umbral es la imagen mostrada en la figura 3.18, donde se logra apreciar la esfera representada con el círculo negro en el centro de la imagen.

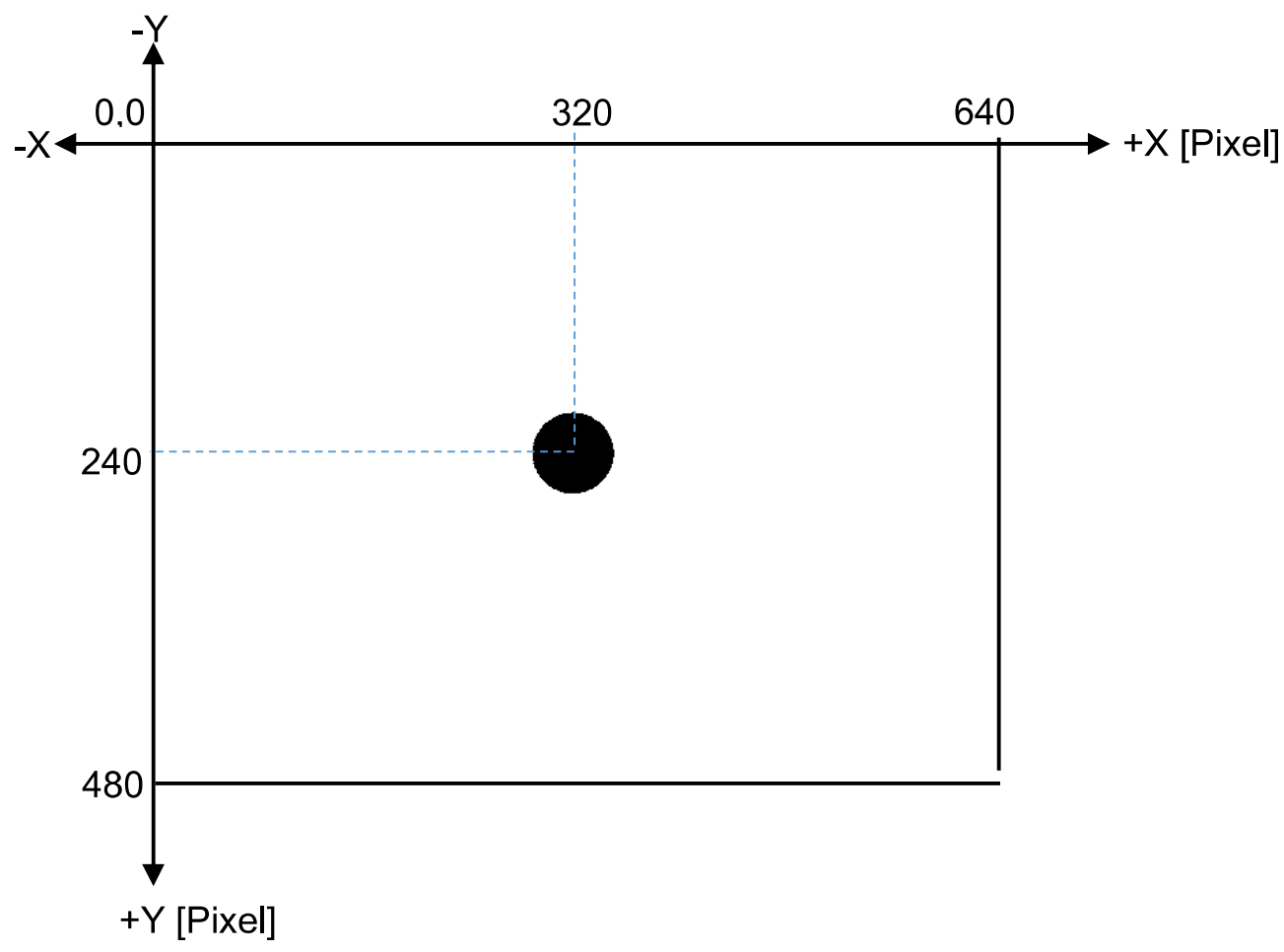

Figura 3.18. Imagen filtrada con comparación de Umbral.

- **Paso 5.** Ubicar esfera.

Con la imagen filtrada se realiza un barrido de todo el arreglo matricial en búsqueda de celdas con valores de 255 (color negro). En la figura anterior se aprecia que el eje Y está invertido y se necesita realizar un desplazamiento del punto (0,0) al punto (320,240) para centrar el origen de la imagen y hacerla coincidir con un plano cartesiano.

Desplazando el punto (0,0) al centro, e invirtiendo el eje Y se tiene las coordenadas representadas en la figura 3.19. Este plano es el utilizado para determinar la ubicación de la esfera dentro de los rangos especificados para la coordenada X de -240 ~ +240 pixeles y para la coordenada Y de -240 ~ +240 pixeles.

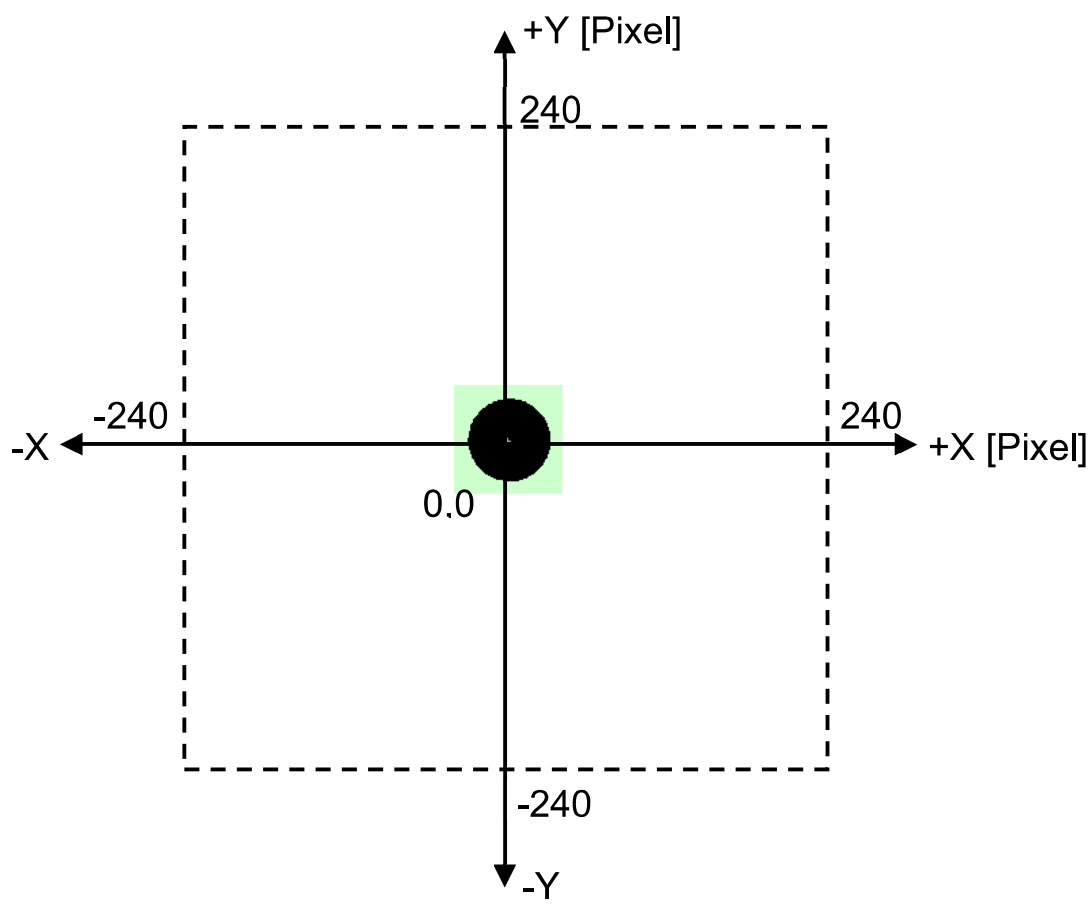

Figura 3.19. Ubicación de la esfera en el plano cartesiano.

3.4. Modelamiento

La ecuación 3.1 de Euler - Lagrange es utilizada para determinar todas las ecuaciones del movimiento para el sistema Ball and Plate. (Soldovieri, 2013, pág. 342)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q \qquad [3.1]$$

Dónde:

$$q = [x, y, \alpha, \beta]$$
$$Q = [\tau_\alpha, \tau_\beta]$$

El Lagrangiano $\boldsymbol{L}$ se determina como la diferencia entre la energía cinética Ec y la energía potencial Ep definida por la ecuación 3.2. La descripción de los parámetros, valores y unidades involucrados en el movimiento del sistema se detallan en la tabla 3.3.

$$L = Ec - Ep \qquad [3.2]$$

Tabla 3.3. Descripción de los parámetros involucrados en el movimiento del sistema.

PARÁMETRO	DESCRIPCIÓN	UNIDAD
m	Masa de la esfera	kg.
x	Posición de la bola en dirección x	m.
y	Posición de la bola en dirección y	m.
$\dot{x}$	Velocidad de la bola de dirección x	m/s.
$\dot{y}$	Velocidad de la bola en dirección y	m/s.
α	Ángulo del plato en dirección x	rad.
β	Ángulo del plato en dirección y	rad.
$\dot{\alpha}$	Velocidad angular del plato	rad/s.
$\dot{\beta}$	Velocidad angular del plato	rad/s.
g	Constante gravitacional	9,81 m/s^2.
I_b	Momento de inercia de la bola	$4{,}32 \times 10^{-6}$ $kg \cdot m^2$
I_p	Momento de inercia del plato	0,133 $kg \cdot m^2$
τ_α	Torque que produce el giro α	N·m.
τ_β	Torque que produce el giro β	N·m.
m_p	Masa del plato	0,2 kg.

(Feedback, Ball and Plate Control Experiments, 2008, pág. 6)

El modelo fenomenológico que relaciona las variables involucradas durante el giro de la plataforma está representado en la figura 3.20.

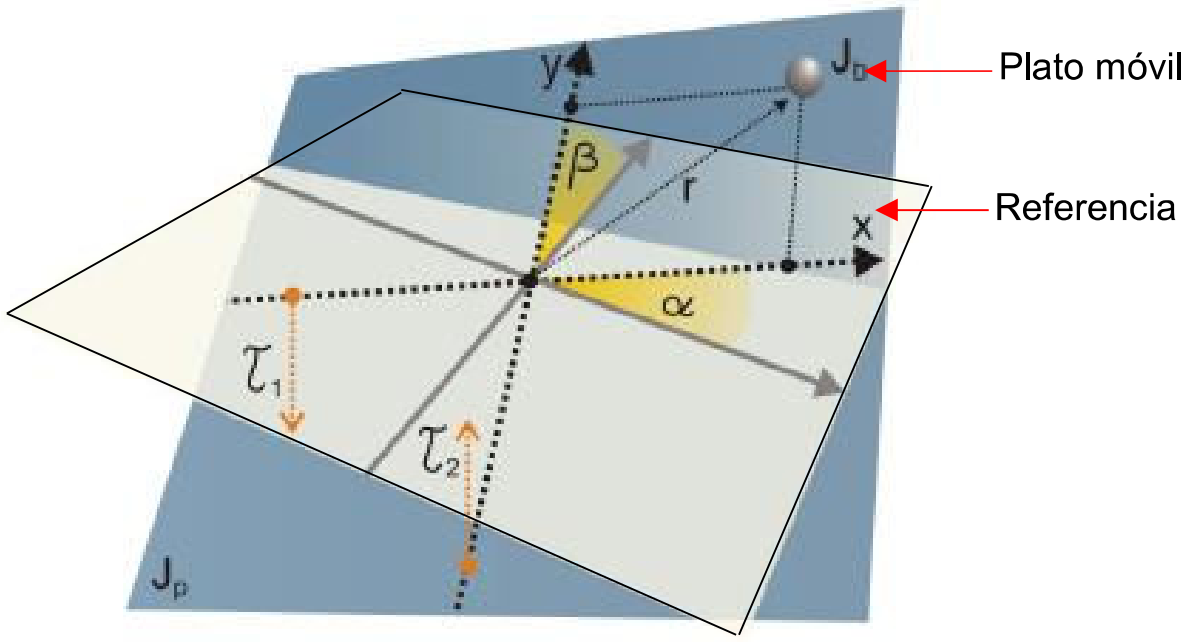

Figura 3.20. Modelo fenomenológico.

(Feedback, Ball and Plate Control Experiments, 2008, pág. 5)

Se debe tener en cuenta que el sistema dispone de cuatro grados de libertad, dos para el movimiento de la esfera y dos en el giro del plato. Se asume que el centro del plato tiene las coordenadas $(x_0, y_0) = (0,0)$. Entonces la energía cinética de la esfera Ec_b consiste en dos efectos, uno rotacional respecto a su centro de masa m y otro de traslación, representado en la ecuación 3.3. (Nokhbeh, Khashabi, & Talebi, 2011)

$$Ec_b = \frac{1}{2}[m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + I_b(\alpha^2 + \beta^2)] \qquad [3.3]$$

La relación existente entre la velocidad de traslación y la velocidad rotacional de la esfera referido a cada eje se presentan en las ecuaciones 3.4 y 3.5 respectivamente.

$$\dot{x} = r\alpha \qquad [3.4]$$

$$\dot{x} = r\beta \qquad [3.5]$$

En la cual r denota el radio de la esfera y al sustituir las ecuaciones 3.4 y 3.5 en la ecuación 3.3 se tiene la representación de la energía cinética de la esfera dada por la ecuación 3.6.

$$Ec_b = \frac{1}{2}\left[m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + I_b\left(\frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{r^2}\right)\right] \qquad [3.6]$$

Para calcular la energía cinética del plato Ec_p se considera a la esfera como un punto de masa en la posición x, y; y se representa su energía rotacional referido al centro de masa por la ecuación 3.7.

$$Ec_p = \frac{1}{2}\left[(I_p + I_b)(\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) + m(x\dot{\alpha} + y\dot{\beta})^2\right] \qquad [3.7]$$

La energía cinética total del sistema es la suma de la energía cinética de la esfera y la energía cinética del plato representada en la ecuación 3.8.

$$Ec = Ec_b + Ec_p \qquad [3.8]$$

Tomando como referencia la posición horizontal del plato, la energía potencial de la esfera en el centro de un plano inclinado se indica en la ecuación 3.9.

$$Ep = mgx \sin\alpha + mgy \sin\beta \qquad [3.9]$$

El desarrollo de la ecuación 3.1 de Euler - Lagrange con el cálculo de todas sus derivadas parciales se presenta en el Anexo 3. El resultado simplificado se exhibe a continuación en las ecuaciones 3.10 a 3.13.

$$mg \sin\alpha + \ddot{x}\left(m + \frac{I_b}{r^2}\right) = 0 \qquad [3.10]$$

$$mg \sin\beta + \ddot{y}\left(m + \frac{I_b}{r^2}\right) = 0 \qquad [3.11]$$

$$mgx \cos\alpha + \ddot{\alpha}(I_b + I_p) = \tau_\alpha \qquad [3.12]$$

$$mgy \cos\beta + \ddot{\beta}(I_b + I_p) = \tau_\beta \qquad [3.13]$$

El rango de los ángulos de giro alfa y beta del plato es de -10° a +10° y expresados en radianes se tiene de -0,17rad a +0,17rad.

Los torques τ_α y τ_β provocados por los actuadores expresados en función de los ángulos de giro de la plataforma α y β; y las corrientes de los inductores i_1 e i_2 tienen un comportamiento no lineal que se encuentra representado en las ecuaciones 3.14 y 3.15. (Feedback, Ball and Plate Control Experiments, 2008, pág. 6)

$$\tau_\alpha = 0{,}2k_c \frac{(i_1 + 2{,}2)^2}{|\alpha - 0{,}17|} - 0{,}2k_c \frac{(i_1 - 2{,}2)^2}{|\alpha + 0{,}17|} \qquad [3.14]$$

$$\tau_\beta = 0{,}2k_c \frac{(i_2 + 2{,}2)^2}{|\beta - 0{,}17|} - 0{,}2k_c \frac{(i_2 - 2{,}2)^2}{|\beta + 0{,}17|} \qquad [3.15]$$

Donde:

$k_c = 0{,}0125$ N·m·deg/A^2 (constante proporcionada por el fabricante Feedback Ltd.)

$|\alpha| < 0.17\ rad.$

$|\beta| < 0.17\ rad.$

$i_1 =$ Corriente del inductor que provoca el τ_α.

$i_2 =$ Corriente del inductor que provoca el τ_β.

Para obtener un modelo aproximado lineal se asumirá que las variables se desvían mínimamente de la condición de operación. La linealización se realiza utilizando el método de Taylor para dos entradas y una salida indicada en la ecuación 3.16, con sus constantes K_1 y K_2 dadas en las ecuaciones 3.17 y 3.18 respectivamente. (Ogata, 2010, p. 43)

$$y - \bar{y} = K_1(x_1 - \overline{x_1}) + K_2(x_2 - \overline{x_2}) \quad [3.16]$$

$$K_1 = \frac{\partial y}{\partial_{x_1}}, evaluada\ en\ (\overline{x_1}, \overline{x_2}) \quad [3.17]$$

$$K_2 = \frac{\partial y}{\partial_{x_2}}, evaluada\ en\ (\overline{x_1}, \overline{x_2}) \quad [3.18]$$

Donde:

$(x_1, x_2)\ Entradas\ del\ sistema.$

$y = f(x_1, x_2)\ Salida\ del\ sistema.$

$(\overline{x_1}, \overline{x_2})\ Puntos\ de\ entrada\ en\ condiciones\ normnales\ de\ operación.$

$\bar{y} = f(\overline{x_1}, \overline{x_2})\ Salida\ del\ sistema\ evaluada\ en\ los\ puntos\ normales\ de\ operación.$

Para la linealización, primero se asume que $\tau_{\alpha 0}$,i_{10}, α_0 son los puntos de equilibrio para el torque τ_α, la corriente i_1 y el ángulo α respectivamente. Seguido también $\tau_{\beta 0}$,i_{20}, β_0 son los puntos equilibrio para el torque τ_β, la corriente i_2 y el ángulo β respectivamente. Utilizando el método de Taylor para el giro alfa y el giro beta se expresan en las ecuaciones 3.19 y 3.20 respectivamente.

$$\tau_\alpha - \tau_{\alpha 0} = K_1(i_1 - i_{10}) + K_2(\alpha - \alpha_0) \quad [3.19]$$

$$\tau_\beta - \tau_{\beta 0} = K_3(i_2 - i_{20}) + K_4(\beta - \beta_0) \quad [3.20]$$

Donde:

$$K_1 = \frac{\partial \tau_\alpha}{\partial i_1}, evaluada\ en\ (i_{10}, \alpha_0)$$

$$K_2 = \frac{\partial \tau_\alpha}{\partial \alpha}, evaluada\ en\ (i_{10}, \alpha_0)$$

$$K_3 = \frac{\partial \tau_\beta}{\partial i_2}, evaluada\ en\ (i_{20}, \beta_0)$$

$$K_4 = \frac{\partial \tau_\beta}{\partial \beta}, evaluada\ en\ (i_{20}, \beta_0)$$

Los puntos de equilibrio se dan cuando el plato está en posición horizontal, es decir los ángulos alfa y beta son cero. Entonces los valores de corrientes i_{10} e i_{20} hacia los inductores que mantienen los torques $\tau_{\alpha 0}$ y $\tau_{\beta 0}$ bajo esta condición son los puntos de equilibrio.

El cálculo analítico de la ecuación 3.16 se detalla en el Anexo 4. A continuación se presenta el resultado de la linealización en el dominio de la frecuencia utilizando Laplace. La función de transferencia que relaciona la variación del ángulo alfa respecto a la corriente i_1 del actuador se muestra en la ecuación 3.21 y la relación del ángulo beta referido a la corriente i_2 en la ecuación 3.22.

$$\frac{\alpha(s)}{i_1(s)} = \frac{0{,}8k_c}{m_p}\left(\frac{2{,}2}{0{,}17}\right)\left(\frac{1}{S^2}\right) \qquad [3.21]$$

$$\frac{\beta(s)}{i_2(s)} = \frac{0{,}8k_c}{m_p}\left(\frac{2{,}2}{0{,}17}\right)\left(\frac{1}{S^2}\right) \qquad [3.22]$$

3.4.1 Lazo de control para giro del plato

Se analiza la estructura del modelo del plato móvil que describe la relación de giro entre el ángulo deseado y el ángulo medido, tomando en cuenta que el sistema Ball and Plate puede ser tratado como dos sistemas ortogonales e independientes, uno para el giro del ángulo alfa y otro para el giro del ángulo beta.

Para controlar el giro del ángulo alfa se dispone del lazo de control representado en el diagrama de bloques de la figura 3.21.

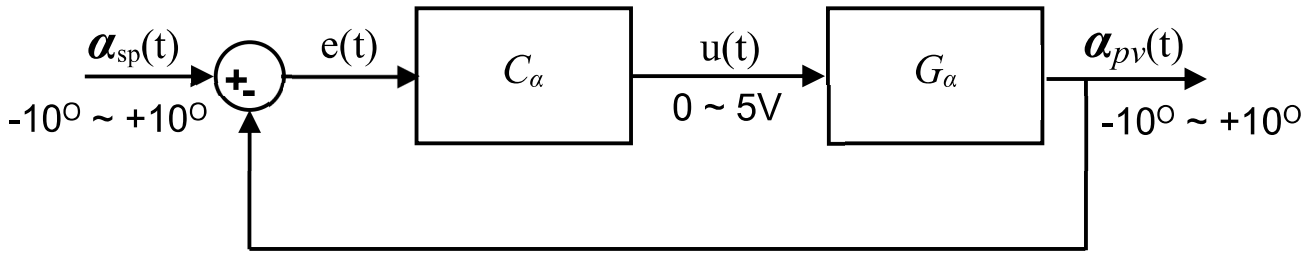

Figura 3.21. Lazo de control para el ángulo alfa.

El giro del plato referido al ángulo alfa provocado por los actuadores es la planta a controlar, la cual es designada por la función G_α. Para el control se incluye un controlador C_α en serie con la planta que acepta la señal de control u(t) en el rango de voltaje de 0 ~ 5 [V] provocando el giro del plato en el rango de -10º ~ +10º y la diferencia entre la señal de referencia α_{sp}(t) comparada con la señal medida α_{pv}(t) genera el error e(t), el cual ingresa al controlador cerrando el lazo.

De similar forma se tiene el control de giro del plato respecto al ángulo beta que se representa por medio del diagrama de bloques de la figura 3.22, en el cual se ha designado como G_β a la planta y como C_β al controlador.

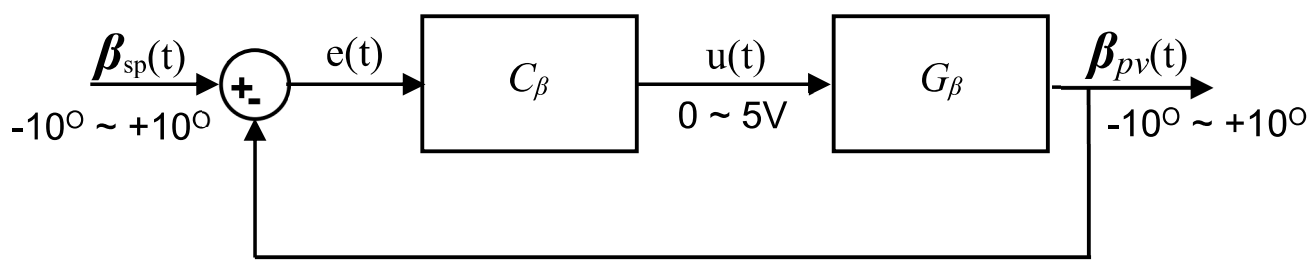

Figura 3.22. Lazo de control para el ángulo beta.

El comportamiento de las plantas G_α y G_β son similares, debido a que la configuración mecánica de las dos plantas son iguales y simétricas, por ende se asevera que el comportamiento de los controladores C_α y C_β van a tener una operación equivalente.

3.4.2 Lazo de control para posicionamiento de la esfera

El posicionamiento de la esfera respecto a los ejes coordenados X e Y pueden ser tratados como dos sistemas ortogonales e independientes, uno para el desplazamiento de la esfera provocado por el giro del ángulo alfa y otro por el giro del ángulo beta.

Primero, se analiza el desplazamiento de la esfera provocada por el giro del ángulo alfa en el plato móvil, el cual produce un desplazamiento diagonal a la plataforma respecto a las coordenadas de los ejes X e Y. Para lograr que la diagonal del ángulo alfa coincida con el desplazamiento de la esfera se realiza un cambio de coordenadas, por medio de la operación de resta X-Y que genera este ajuste, tal como se visualiza en la figura 3.23. La dirección de flecha indica el desplazamiento positivo de la esfera sobre el plato bajo el nuevo eje de coordenadas X-Y. La zona en rojo indica el desplazamiento negativo y la verde el positivo; y el rango del desplazamiento es de -480 ~ +480 pixeles.

A continuación, se analiza el desplazamiento de la esfera en la otra diagonal del plato provocado por el ángulo beta respecto a las coordenadas de los ejes X e Y, la cual también requiere el ajuste correspondiente para coincidir la diagonal del ángulo beta con el desplazamiento de la esfera en esa dirección por medio de la operación suma X+Y. Este ajuste se representa en la figura 3.24. La dirección de la flecha sobre la imagen indica el desplazamiento positivo de la esfera sobre el plato en dirección de la diagonal referida al ángulo beta, cuyo rango de desplazamiento es de -480 ~ +480 pixeles.

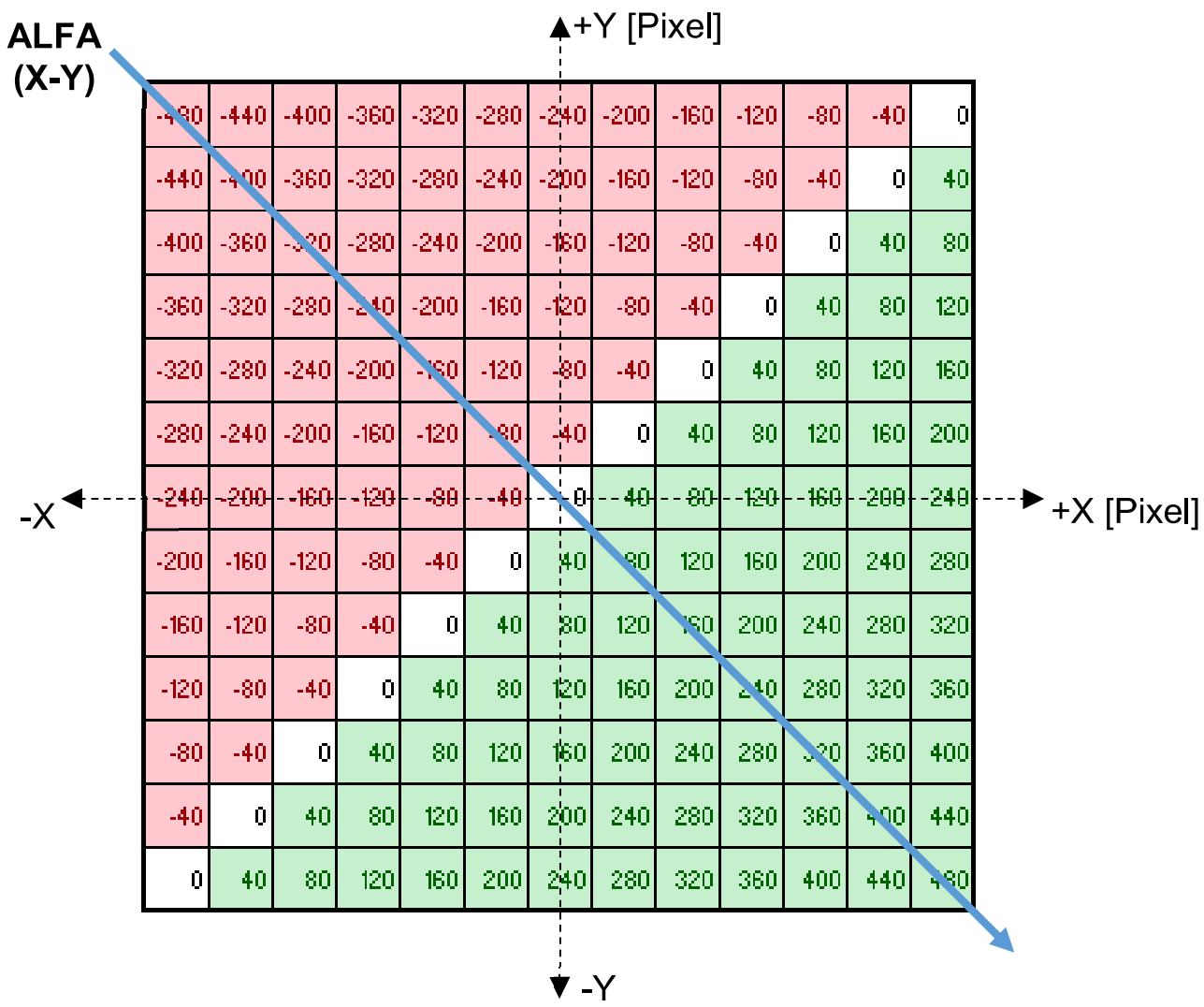

Figura 3.23. Coordenada X-Y del plato móvil, la flecha indica la dirección positiva del desplazamiento.

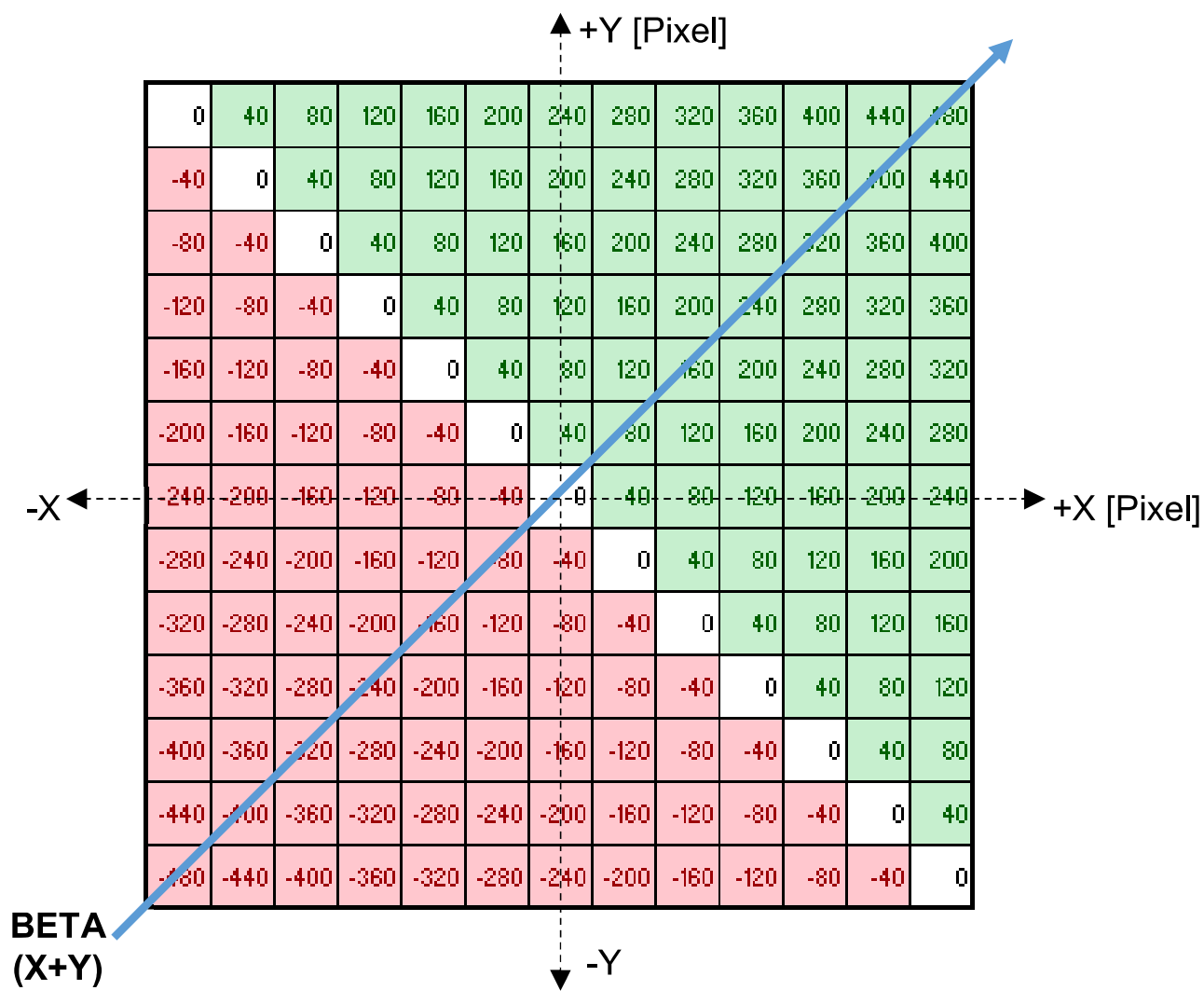

Figura 3.24. Coordenada X+Y del plato móvil, la flecha indica la dirección positiva del desplazamiento.

Entonces el desplazamiento de la esfera sobre el plato referido a las coordenadas ajustadas a las diagonales de los ángulos alfa y beta se visualiza en la figura 3.25.

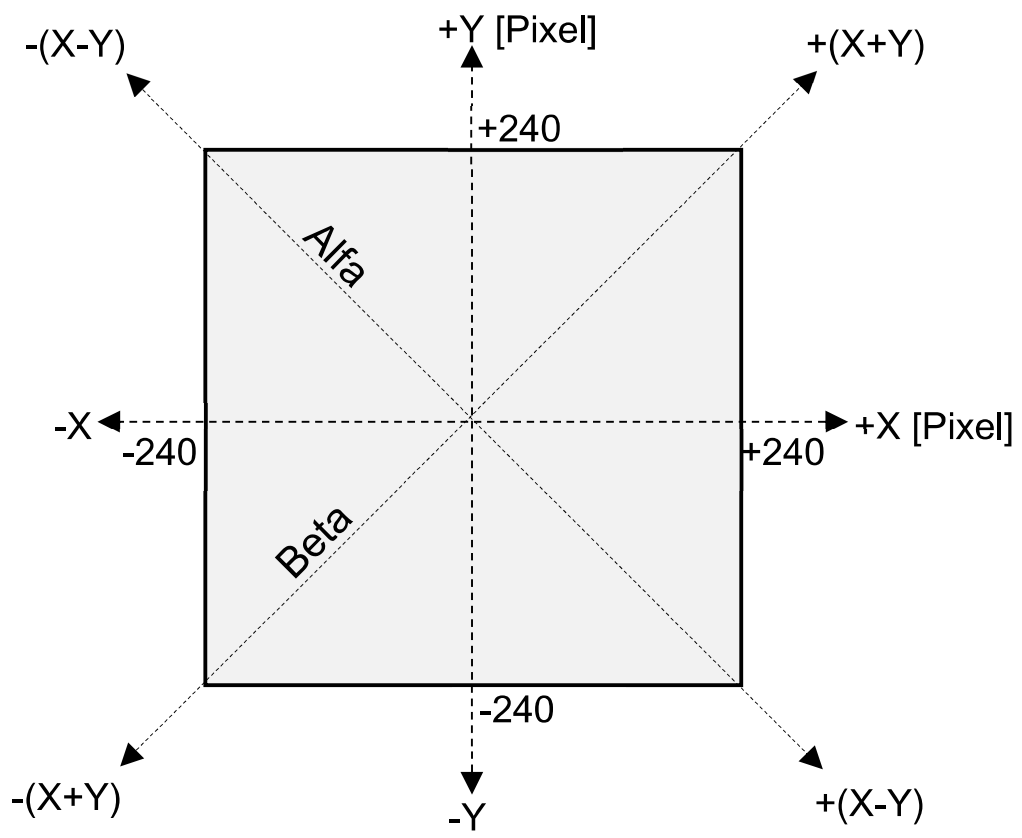

Figura 3.25. Coordenadas X-Y y X+Y referidas sobre las diagonales del plato.

El control de la posición de la esfera en referencia a la variación del ángulo alfa está representado en el diagrama de bloques en lazo cerrado de la figura 3.26.

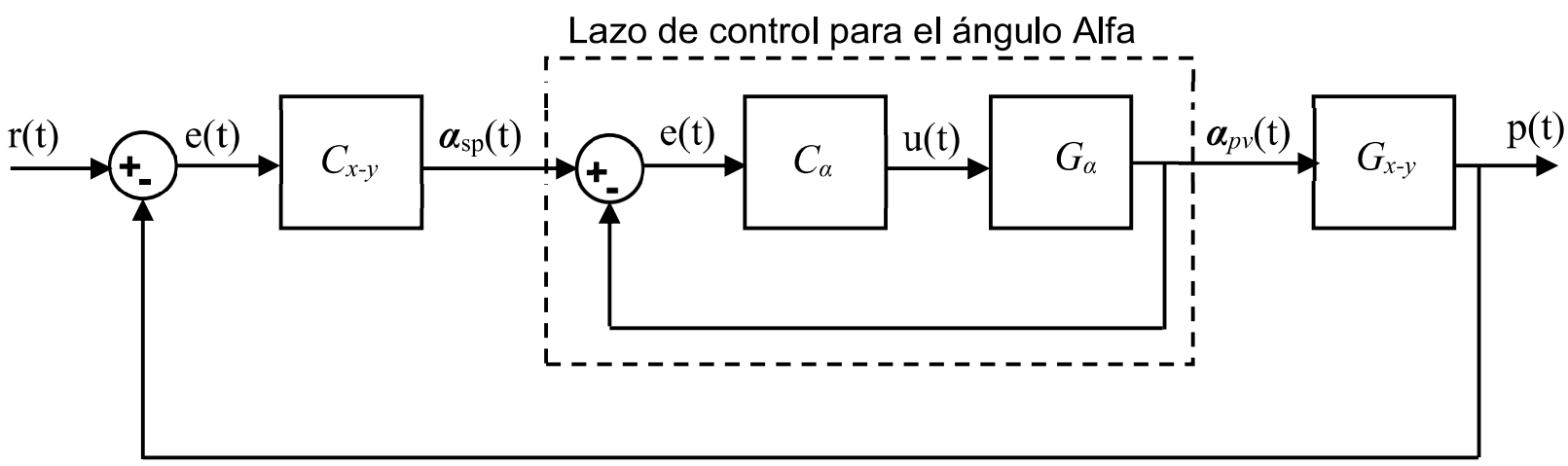

Figura 3.26. Lazo de control para la posición de la esfera referido al ángulo alfa.

Se define como $G_{x\text{-}y}$ la planta a controlar, que representa la posición de la esfera sobre la plataforma referida a la diagonal alfa y se define como $C_{x\text{-}y}$ al controlador colocado en serie, el cual recibe la señal de error que es la diferencia de la posición deseada ***r(t)*** menos la posición medida ***p(t)*** de la ubicación de la esfera sobre el plato.

A continuación se describe el control de la posición de la esfera sobre el plato respecto al ángulo beta. El comportamiento del lazo de control se representa en el diagrama de bloques mostrado en la figura 3.27.

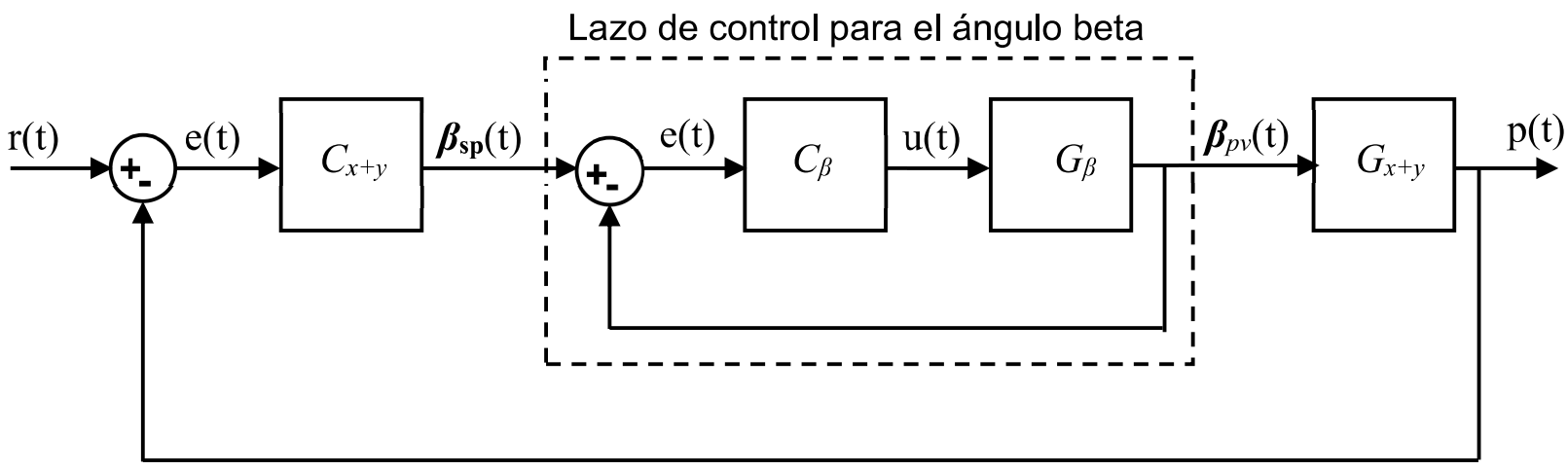

Figura 3.27. Lazo de control del sistema Ball and Plate, ángulo beta.

Se define como G_{x+y} la planta a controlar, que representa la posición de la esfera sobre la plataforma en función de la variación del ángulo beta. Esta planta se controla utilizando el controlador especificado como C_{x+y} que está ubicado en serie, el cual recibe la señal de error como diferencia de la posición deseada ***r(t)*** menos la posición medida ***p(t)*** de la ubicación de la esfera.

El comportamiento de las plantas G_{x-y} y G_{x+y} son similares ya que la señal de control de los actuadores son iguales y tienen las mismas características, por ende el comportamiento de los controladores C_{x-y} y C_{x+y} deben ser equivalentes. Por ende, se concluye que se requiere el diseño de cuatro controladores cuyas características de las señales de entrada y salida se resumen a continuación en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4. Características de los controladores del sistema Ball and Plate.

CONTROLADOR	CARACTERÍSTICAS	
	DESCRIPCIÓN	**ENTRADA/SALIDA**
C_α	Controla el giro del plato referido al ángulo alfa.	Entrada: Error e(t) como la diferencia del ángulo alfa deseado menos el ángulo alfa medido. Salida: Señal de control u(t) de 0 ~ 5 V.
C_β	Controla el giro del plato referido al ángulo beta.	Entrada: Error e(t) como la diferencia del ángulo beta deseado menos el ángulo beta medido. Salida: Señal de control u(t) de 0 ~ 5 V.
C_{x-y}	Controla la posición de la esfera sobre el plato en la diagonal alfa.	Entrada: Error e(t) como diferencia de la posición de la esfera deseada menos la posición de la esfera medida referido a la diagonal alfa. Salida: Señal de control α(t) de -10º~+10º
C_{x+y}	Controla la posición de la esfera sobre el plato en la diagonal beta.	Entrada: Error e(t) como diferencia de la posición de la esfera deseada menos la posición de la esfera medida referido a la diagonal beta. Salida: Señal de control β(t) de -10º~+10º

3.5. Diseño del controlador difuso para giro del plato

El proceso del plato móvil al tener un comportamiento no lineal resulta difícil lograr obtener la precisión deseada solamente con la implementación de un controlador proporcional, como el mostrado en el diagrama de control de la figura 3.28.

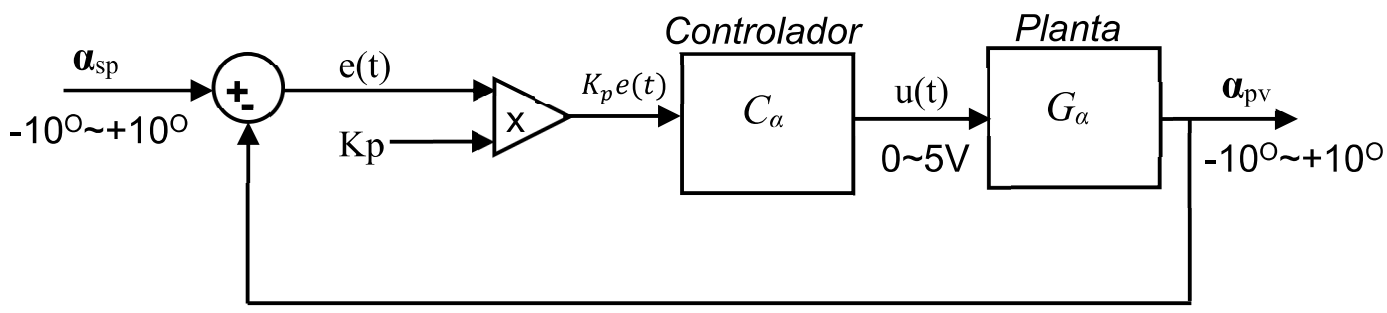

Figura 3.28. Controlador con ganancia proporcional Kp.

Para lograr obtener una respuesta del sistema con mayor precisión no basta con un controlador proporcional, de ahí que se ve la necesidad de implementar un controlador PID difuso; debido a, que la derivada del error brinda información de la tendencia de la variable ya que predice si la señal de error está aumentando o reduciendo, lo que ayuda a atenuar oscilaciones bruscas; y la integral del error ayuda a evitar que la acción de control nula afecte la salida, lo cual permite que la señal medida alcance la referencia reduciendo el error en estado estable.

Para el desarrollo del controlador PID difuso se utiliza la señal del error, que es el resultado de la diferencia entre la variable del proceso y la señal de referencia. De esta señal de error se obtiene su derivada y su integral, las cuales irán hacia el controlador PID difuso como señal de error proporcional-derivativa-integral; y la salida del controlador es la señal hacia el preactuador. La configuración de este controlador está representado en el esquema de la figura 3.29.

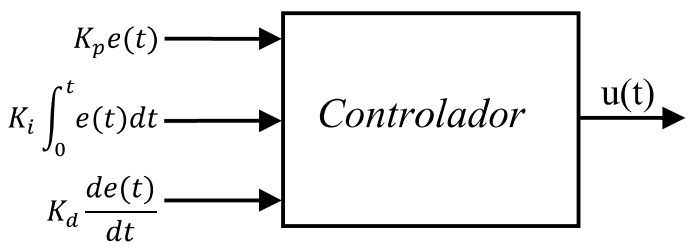

Figura 3.29. Controlador con señal de error proporcional-derivativa-integral.

Si se selecciona solo tres conjuntos difusos para cada señal de entrada y cada salida del controlador, el número de reglas lingüísticas del controlador está dado por la ecuación 3.23.

$$Reglas\ linguisticas = (conjuntos\ difusos)^{Señales} \qquad [3.23]$$

$$Reglas\ linguisticas = 3^3 = 27$$

En vista de que son cuatro controladores los que tienen que ser implementados se requeriría $27 \times 4 = 108$ reglas lingüísticas. Entonces, para reducir el número de reglas lingüísticas se coloca el lazo de acción integral del error en paralelo al controlador difuso y su acción se adiciona a la salida del controlador, se escoge colocar la acción integral por fuera del controlador, ya que resulta más prioritario mantener en el controlador la acción proporcional - derivativa, debido a que el sistema presenta grandes oscilaciones por su comportamiento no lineal y con la acción derivativa se puede reducir estas oscilaciones. Al final la acción integral solo ayuda a reducir el nivel de error en estado estable, esta configuración se indica en el diagrama de control en la figura 3.30, cuyo lazo representa el control de giro del plato referido al ángulo alfa. (Barrera & Sánchez, 2015)

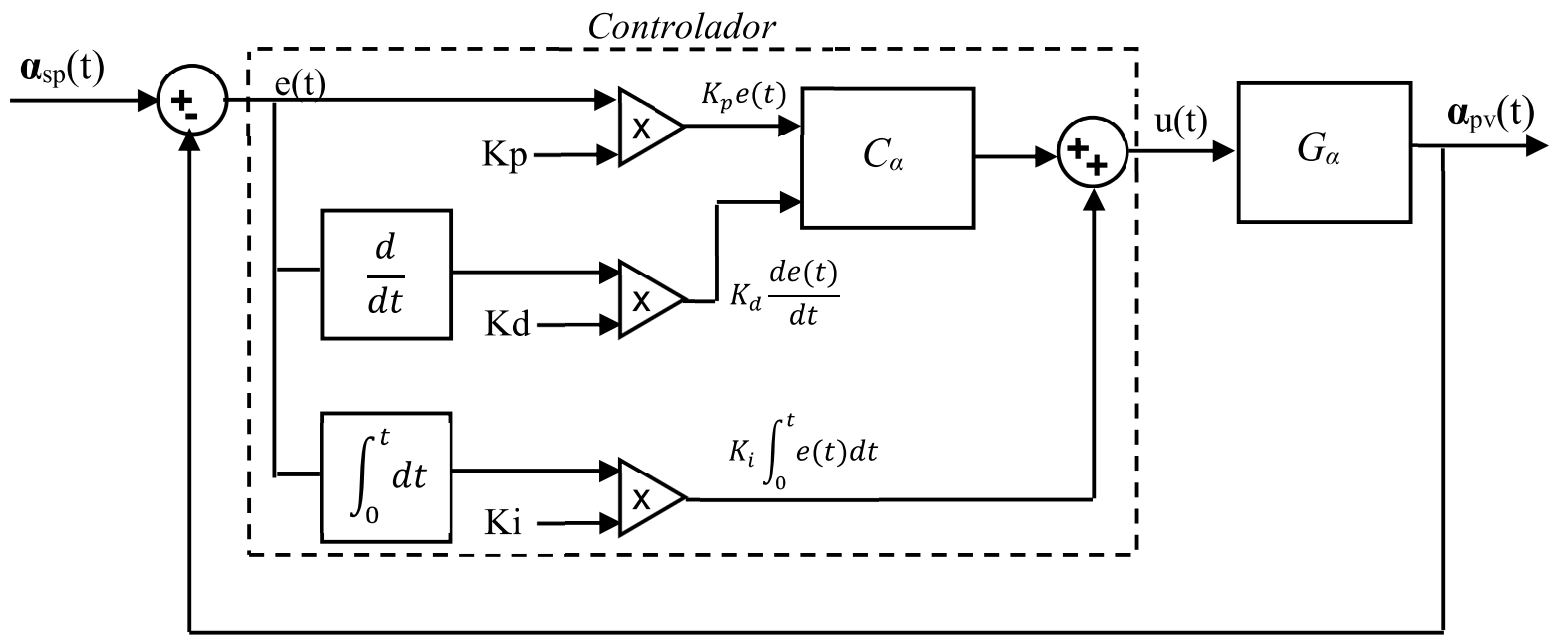

Figura 3.30. Lazo de control con el controlador PID difuso para alfa.

En vista de que el controlador para el ángulo alfa es similar al controlador para el ángulo beta, ya que las plantas a controlar son simétricas el lazo de control de éste último está representado en el diagrama de bloques de la figura 3.31.

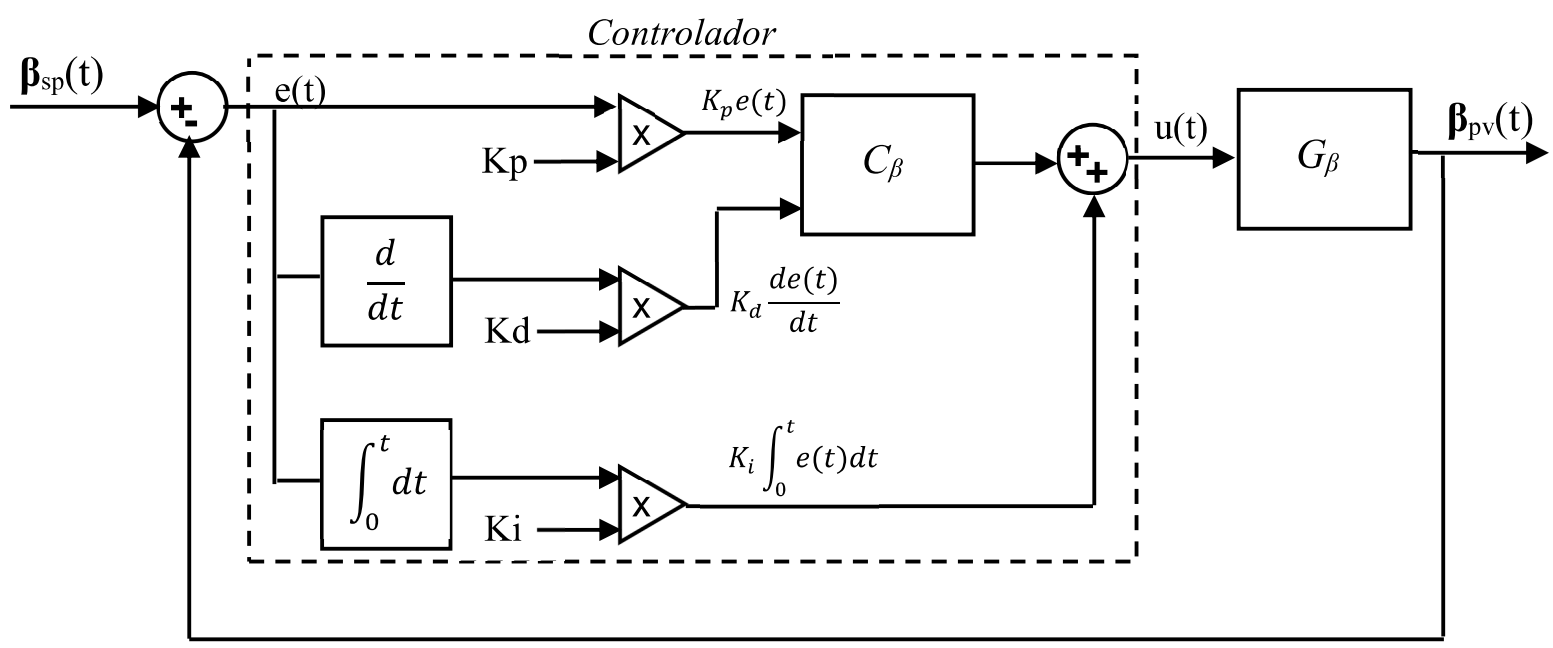

Figura 3.31. Lazo de control con el controlador PID difuso para beta.

Entonces, el controlador difuso a implementar utiliza las señales de error proporcional y derivativa teniendo como salida del controlador la señal $u(t)$ de 0 ~ 5 V hacia el preactuador de la planta y su representación se muestra en la figura 3.32.

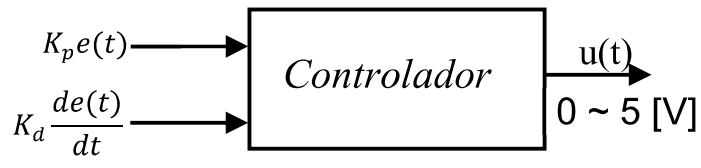

Figura 3.32. Controlador con señal de error proporcional-derivativa.

Para conocer el número de reglas lingüísticas requeridas para este nuevo controlador se utiliza la ecuación 3.4, de ahí:

$$Reglas\ linguisticas = (conjuntos\ difusos)^{Señales} = 3^2 = 9$$

Con cuatro controladores que deben ser implementados el número total de reglas lingüísticas es $4 \times 9 = 36$, que resulta más conveniente que el caso anteriormente analizado.

3.5.1 Diseño de los conjuntos de entrada

El error $e(t)$ para el ángulo alfa está representado en la ecuación 3.24. Este error es la diferencia entre la señal de referencia α_{sp} y la señal medida α_{pv}. El rango del ángulo de referencia α_{sp} es de -10º ~ +10º y el rango del ángulo medido α_{pv} es también de -10º ~ +10º. Por lo que el error tendrá un rango máximo de -20º ~ +20º, indicado en la figura 3.33.

$$e(t) = \alpha_{SP}(t) - \alpha_{PV}(t) \qquad [3.24]$$

Donde:

α_{SP} = ángulo alfa de referencia (Set Point)

α_{PV} = ángulo alfa medido (Process Variable)

$e(t)$ = error

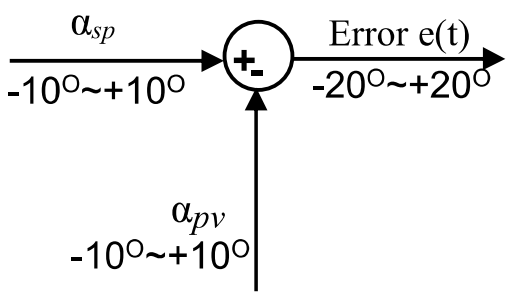

Figura 3.33. Rango de la señal de error e(t).

En la misma medida anterior el rango para el error producido por el ángulo beta será de -20º ~ +20º. La señal de error para beta se describe en la ecuación 3.25.

$$e(t) = \beta_{SP}(t) - \beta_{PV}(t) \qquad [3.25]$$

Para el diseño del controlador se utiliza el software LabVIEW versión 2010 comercializado por National Instruments Ltd. el cual dispone de la herramienta denominada Fuzzy System Designer, que se utiliza para crear los conjuntos difusos de entrada y salida, la base de reglas lingüísticas y la selección del método de desfusificación, luego de lo cual esta herramienta crea un archivo con extensión *.fs*. Este archivo debe ser cargado al inicio de la ejecución del programa al controlador difuso implementado.

Para iniciar el desarrollo de los conjuntos de entrada se utilizaron funciones de membresía del tipo triangular y del tipo trapezoidal que son las estándar para dar inicio a cualquier programación difusa, pero esta selección provocó una salida de respuesta muy brusca.

Entonces, por medio de ensayo y error se llegó a las funciones de membresía para la entrada proporcional del error mostrados en la figura 3.34, cuyo comportamiento se explica a continuación. (National Instruments, 2009)

- La función gaussiana ayuda a tener una señal de salida suavizada hacia el actuador evitando cambios bruscos.
- El punto de quiebre de la función trapezoidal se determinó en -10º y en +10º que es la variación del rango de giro del plato móvil.
- Se designó la función trapezoidal izquierda con N para la señal de error negativo.
- Se designó la función gaussiana en el centro con Z cuando para la señal de error es nula.
- Se designó la función trapezoidal derecha con P para la señal de error positivo.

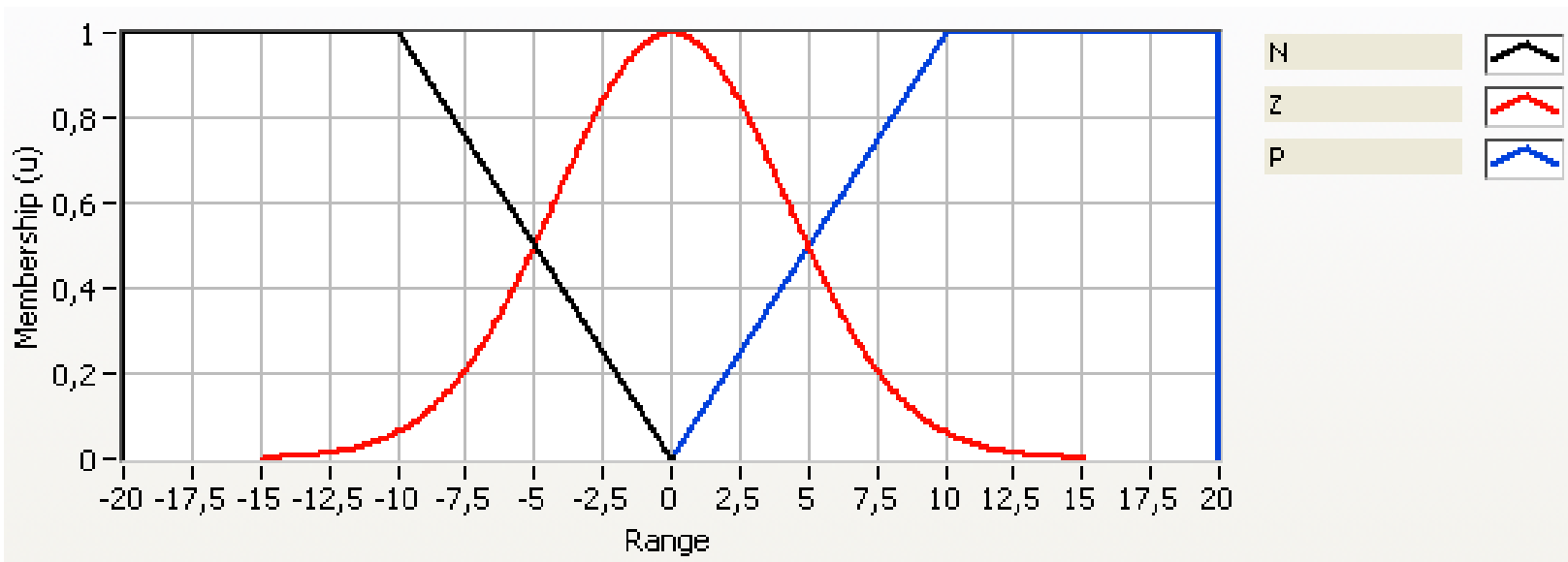

Figura 3.34. Conjuntos difusos para la señal del error proporcional.

De similar forma a la anterior se procedió con la selección de las funciones de membresía para la derivada del error que están indicadas en la figura 3.35, cuyo comportamiento está dado por:

- La función gaussiana ayuda a tener una señal de salida suavizada hacia el actuador evitando cambios bruscos.
- El punto de quiebre de la función trapezoidal se determinó en -1.25º y en +1.25º, este pequeño intervalo ayuda a la señal derivativa a reducir las oscilaciones del sistema con pequeños valores de la ganancia derivativa Kd.
- Se designó la función trapezoidal izquierda con N para la señal de derivada de error negativo.

- Se designó la función gaussiana en el centro con Z cuando para la señal de derivada de error es nula.
- Se designó la función trapezoidal derecha con P para la señal de derivada de error positivo.

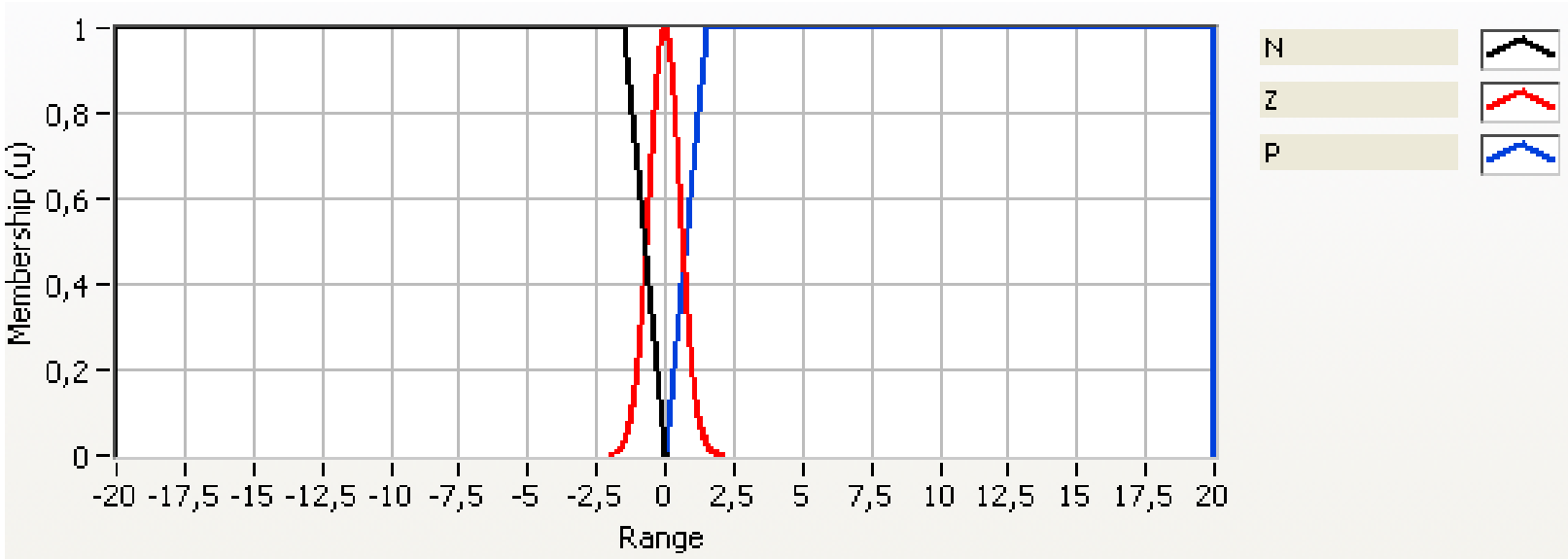

Figura 3.35. Conjuntos difusos para la entrada de la derivada del error.

3.5.2 Diseño de los conjuntos de salida

El controlador debe generar una señal de control de 0 ~ 5 V, para lo cual se utiliza funciones de membresía tipo singleton, las cuales permiten ajustar la señal linealmente por medio de distribuir uniformemente los valores en el intervalo, se muestran estos conjuntos en la figura 3.36, cuya designación se presenta a continuación. (National Instruments, 2009)

- Se designa con N al valor menor del intervalo, es decir 0 V.
- Se define con Z al valor intermedio del intervalo, es decir 2.5 V.
- Se designa con P al valor máximo del intervalo, es decir 5 V.

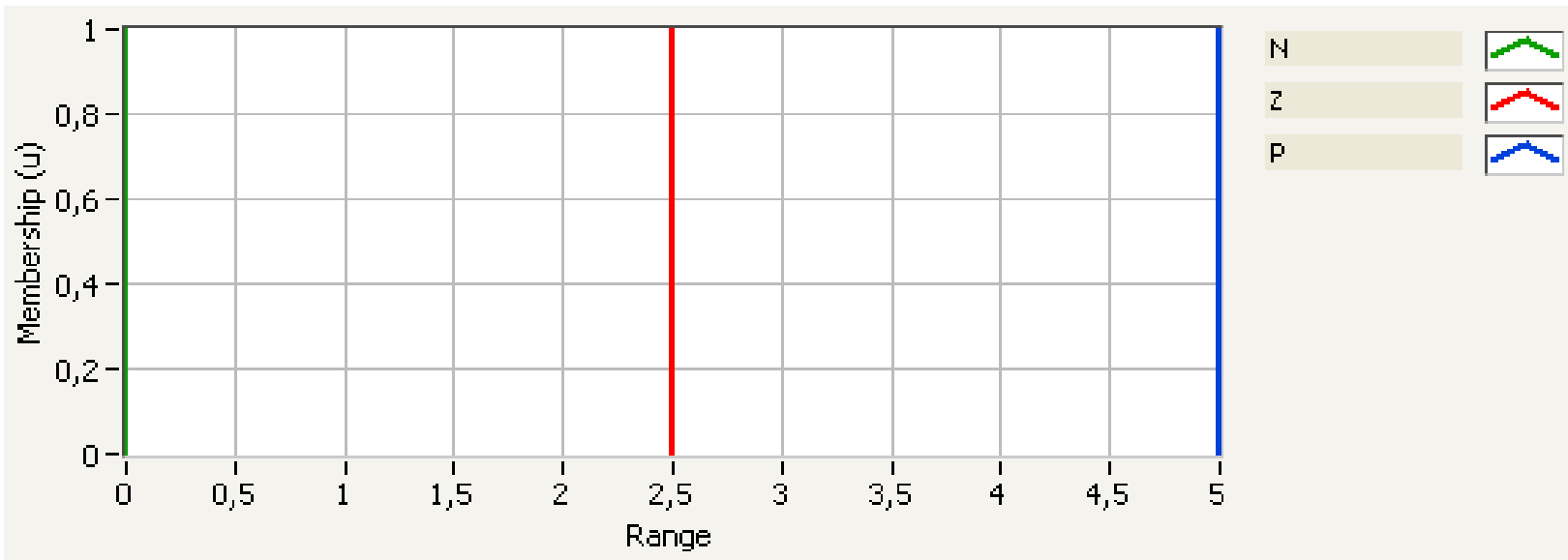

Figura 3.36. Conjuntos difusos para la salida.

3.5.3 Base de reglas

Las reglas se especifican los antecedentes IF y consecuentes THEN de cada regla. Se asocia una variable lingüística de entrada con el correspondiente término lingüístico para formar un antecedente y asociar una variable lingüística de salida con el término lingüístico correspondiente para formar un consecuente.

Las reglas de inferencia lingüísticas se pueden resumir en forma de una matriz de reglas difusas representada en la tabla 3.5. Donde cada columna o fila constituye un antecedente de la regla y el término de la intersección entre la columna con la fila es el consecuente de la regla correspondiente. La fundamentación de las reglas difusas para control del ángulo de giro del plato se explica individualmente en el Anexo 5.

Tabla 3.5. Matriz de reglas difusas para control de giro del plato.

IF		**Error**		
		N	**Z**	**P**
Derivada del Error	**N**	N	N	P
	Z	N	Z	P
	P	N	P	P

3.5.4 Método de desfusificación

Se utiliza el método del centro de área (CoA) o también denominado centro de gravedad para lograr una salida cuantificable. El controlador difuso primero calcula el área bajo la función de membresía escalada entre el rango de la variable de salida cuya área es la salida del controlador.

El sistema difuso utiliza la ecuación 3.26 para calcular el centro geométrico del área. El método de desfusificación del centro del área calcula de forma efectiva el mejor arreglo entre múltiples términos lingüísticos de salida. (National Instruments, 2009)

$$CoA = \frac{\int_{x_{min}}^{x_{max}} f(x) \cdot x dx}{\int_{x_{min}}^{x_{max}} f(x) dx} \qquad [3.26]$$

Dónde:

$CoA =$ es el centro del área.
$x =$ es el valor de la variable lingüística.
$x_{min}, x_{max} =$ representan el rango de la variable lingüística.

3.5.5 Relación entrada / salida

La relación entre las dos señales de error proporcional y derivativa que van al controlador; y la salida del controlador difuso se aprecia en la superficie de la figura 3.37.

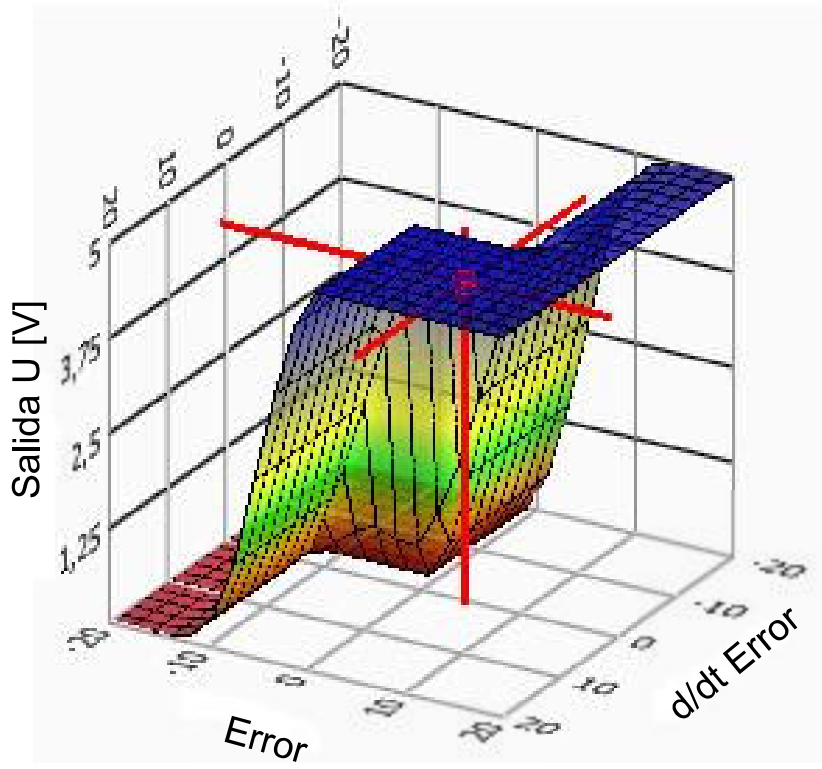

Figura 3.37. Superficie que relaciona las entradas con la salida del controlador difuso.

La visualización de función que relaciona la salida con el error se presenta en el diagrama de la figura 3.38 donde se aprecia la suavidad de la curva para evitar variaciones bruscas del ángulo de giro de la plataforma. Esta figura fue desarrollada en Matlab, ya que el Fuzzy System Designer de LabView no permite una apreciación de la figura en un plano bidimensional.

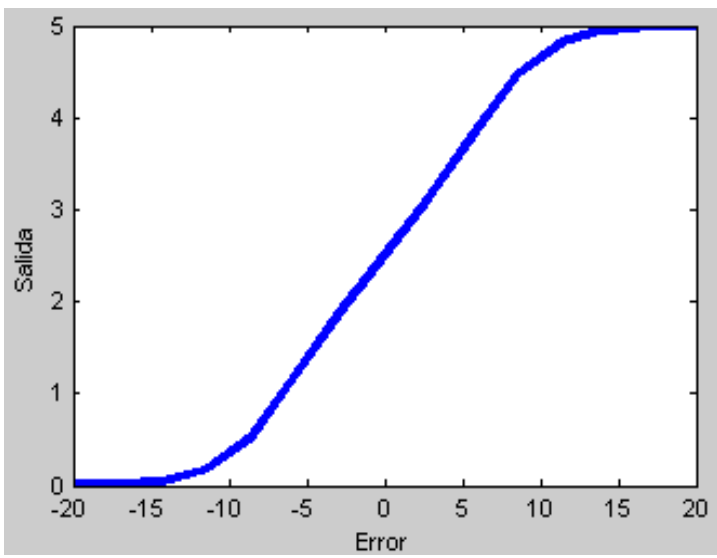

Figura 3.38. Salida del controlador versus la señal de error.

La función que relaciona la salida con la derivada del error se muestra en el diagrama de la figura 3.39, en la cual se aprecia una curva muy pronunciada que ayuda a reducir las oscilaciones con pequeños valores de ganancia derivativa Kd.

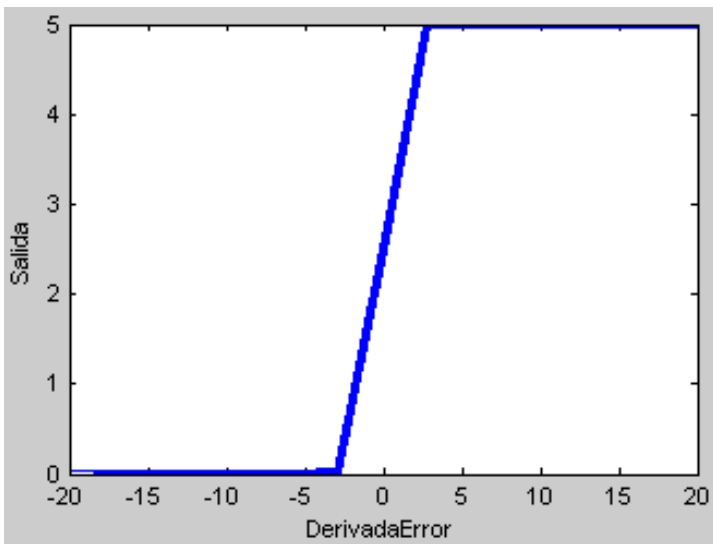

Figura 3.39. Salida del controlador versus la señal de derivada de error.

Como interpretación de la figura 3.37 se tiene que, para un valor de error de ángulo de 5º y un valor de derivada del error de 1º/s el controlador difuso para control del giro del plato genera una salida de 4.26 V hacia el preactuador, para lo cual de las nueve reglas de inferencia lingüísticas implementadas utiliza solamente cuatro de ellas, tal como se indica en la figura 3.40. En el Anexo 6 se presenta el proceso de generación de reglas lógicas desarrollado con la ayuda del software Matlab.

Input variable(s)	Input value(s)	Output variable(s)	Output value(s)
ERROR	5	SALIDA_U	4,26153
d/dt ERROR	1		

Weight	Invoked Rule
0,209611	5. IF 'ERROR' IS 'Z' AND 'd/dt ERROR' IS 'Z' THEN 'SALIDA_U' IS 'Z'
0,499352	6. IF 'ERROR' IS 'Z' AND 'd/dt ERROR' IS 'P' THEN 'SALIDA_U' IS 'P'
0,209611	8. IF 'ERROR' IS 'P' AND 'd/dt ERROR' IS 'Z' THEN 'SALIDA_U' IS 'P'
0,500000	9. IF 'ERROR' IS 'P' AND 'd/dt ERROR' IS 'P' THEN 'SALIDA_U' IS 'P'

Figura 3.40. Resultado de la relación entrada/salida del controlador difuso.

3.5.6 Implementación

La implementación en el programa LabView del controlador PID difuso para control del giro del plato según el ángulo alfa se muestra en la figura 3.41 y según el ángulo beta en la figura 3.42.

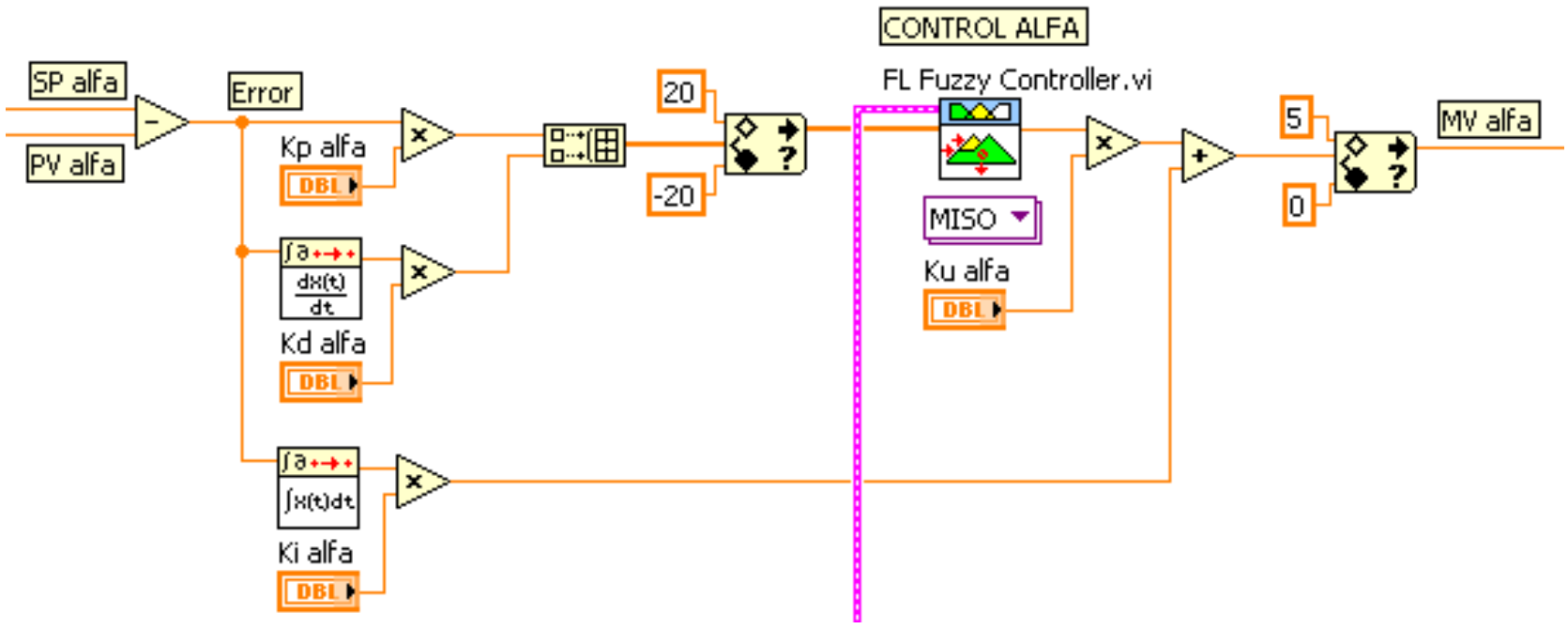

Figura 3.41. Implementación del controlador difuso para control de variación del ángulo alfa.

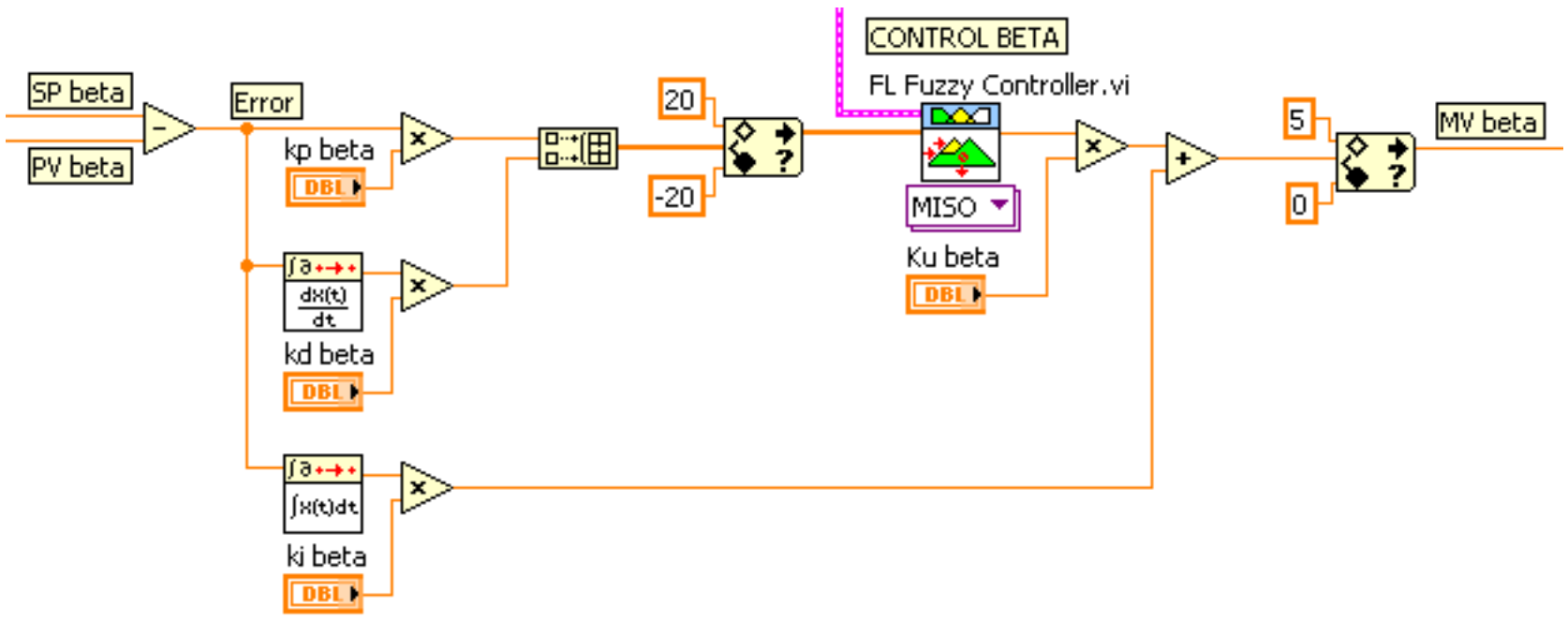

Figura 3.42. Implementación del controlador difuso para control de variación del ángulo beta.

El Fuzzy System Designer crea el archivo *Alfa_Beta_1.fs* con los parámetros de los conjuntos difusos de entrada, conjuntos difuso de salida, reglas de inferencia lingüísticas y método de desfusificación para configurar los controladores del giro del plato en dirección alfa y beta. El archivo creado *Alfa_Beta_1.fs* se debe cargar al controlador al inicio de la ejecución del programa, para lo cual se utiliza la secuencia representada en la figura 3.43.

La implementación en conjunto del programa para los controladores de los ángulos alfa y beta desarrollado en LabView se indica en al Anexo 7.

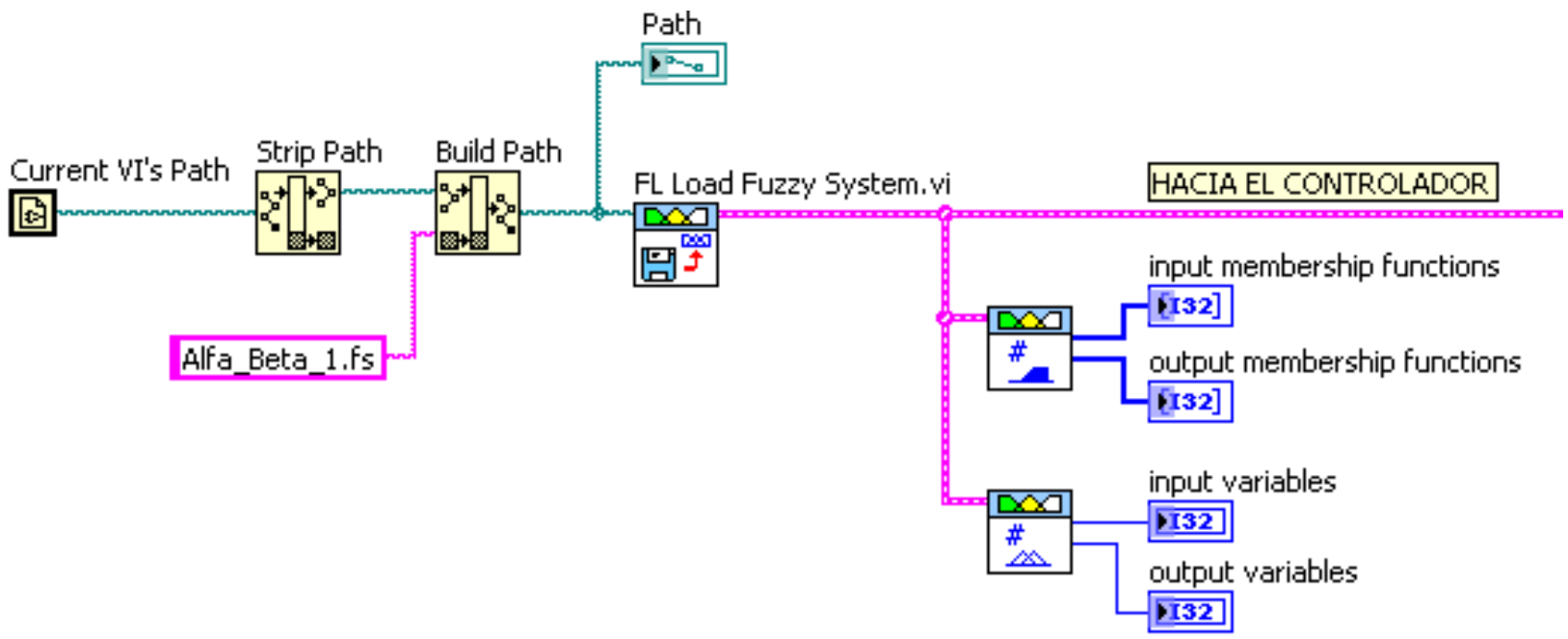

Figura 3.43. Carga del archivo *Alfa_Beta_1.fs* hacia el controlador difuso.

3.5.7 Sintonización

Para sintonización del controlador PID difuso se utiliza el método heurístico Ziegler-Nichols que sirve como punto de partida, para lo cual se utiliza la tabla 2.3 y se sigue el procedimiento descrito en la sección 2.2.4.

Se inició colocando los valores de ganancia integral y ganancia derivativa en cero, luego se incrementó la ganancia proporcional de 0 en pasos de 0,1 utilizando en cada paso una señal escalón con amplitud de 5 hasta alcanzar la ganancia crítica, donde se genera la oscilación de manera permanente. El valor de ganancia crítica en este ensayo fue $K_{cr} = 0{,}7$ con un periodo de oscilación $P_{cr} = 0{,}33s$, tal como se visualiza en la figura 3.44.

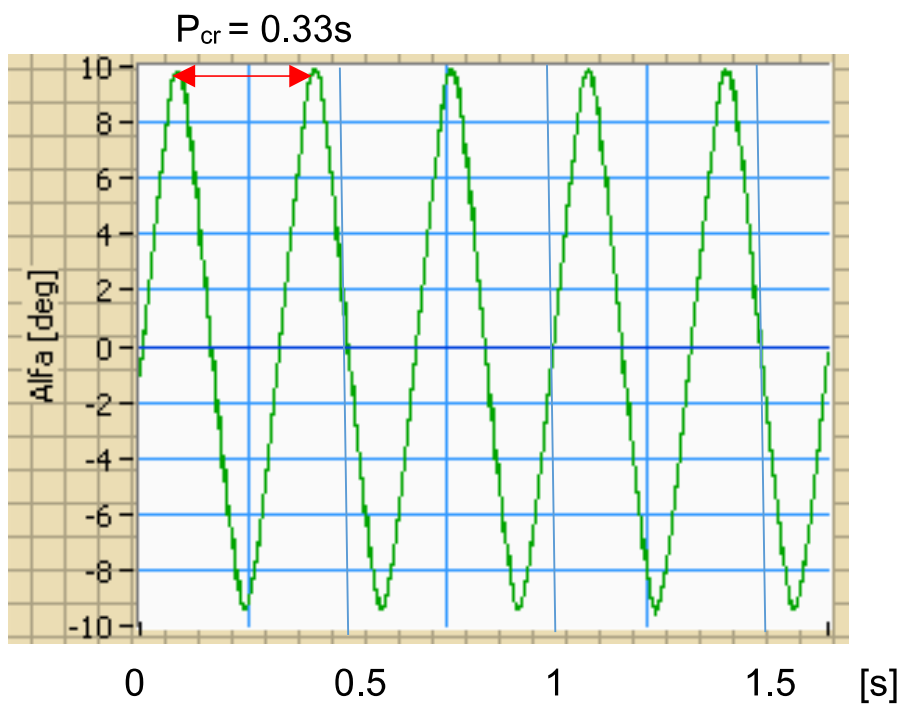

Figura 3.44. Oscilación mantenida para K_{cr} = 0,7 con P_{cr} = 0,33s.

Tomando en cuenta la tabla 2.3 se calcula los valores para K_p, T_i y T_d del controlador, representados en las ecuaciones 3.27 a 3.29, así:

$$K_p = 0{,}6K_{cr} \qquad [3.27]$$

$$K_p = 0{,}6 \times 0{,}7 = 0{,}42$$

$$T_i = 0{,}5 \times P_{cr} \qquad [3.28]$$

$$T_i = 0{,}5 \times 0{,}33 = 0{,}165\ s.$$

$$T_d = 0{,}125 \times P_{cr} \qquad [3.29]$$

$$T_d = 0{,}125 \times 0{,}33 = 0.041\ s.$$

Utilizando la ecuación 2.4 para representar la ganancia K_i en término del tiempo T_i se tiene:

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} = \frac{0{,}42}{0{,}165} = 2{,}5$$

Utilizando la ecuación 2.6 para representar la ganancia K_d en término del tiempo T_d se tiene:

$$K_d = K_p \times T_d = 0{,}42 \times 0{,}041 = 0{,}017$$

Estos valores encontrados son un punto de partida para iniciar la sintonización. La respuesta de control del giro del plato ante una señal escalón de ganancia 5 con los valores calculados K_p = 0,42. K_i = 2,5 y K_d = 0,017 se indica en la figura 3.45, donde se aprecia un sobreimpulso que excede el 50%.

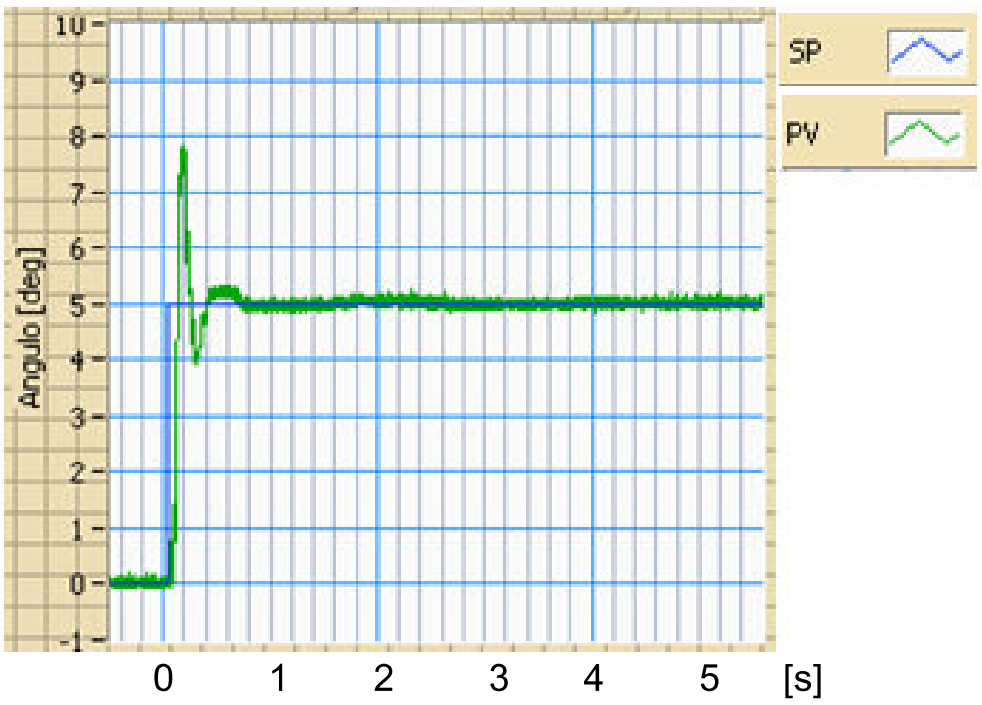

Figura 3.45. Respuesta escalón de amplitud 5 con K_p=0,42. K_i=2,5 y K_d=0,017.

El sobreimpulso y el error en estado estable se pueden reducir por medio de una sintonización fina del controlador, para lo cual se deben tomar en cuenta las características de cada parámetro del controlador indicadas en la tabla 2.1.

Luego de varios ensayos y modificaciones se logra reducir el sobreimpulso a menos del 10% manteniendo el error en estado estable en cero, por lo que estos son los parámetros utilizados en el controlador del ángulo alfa y el controlador del ángulo beta, K_p = 2, K_i = 10 y K_d = 0,2, cuya respuesta se visualiza en la figura 3.46.

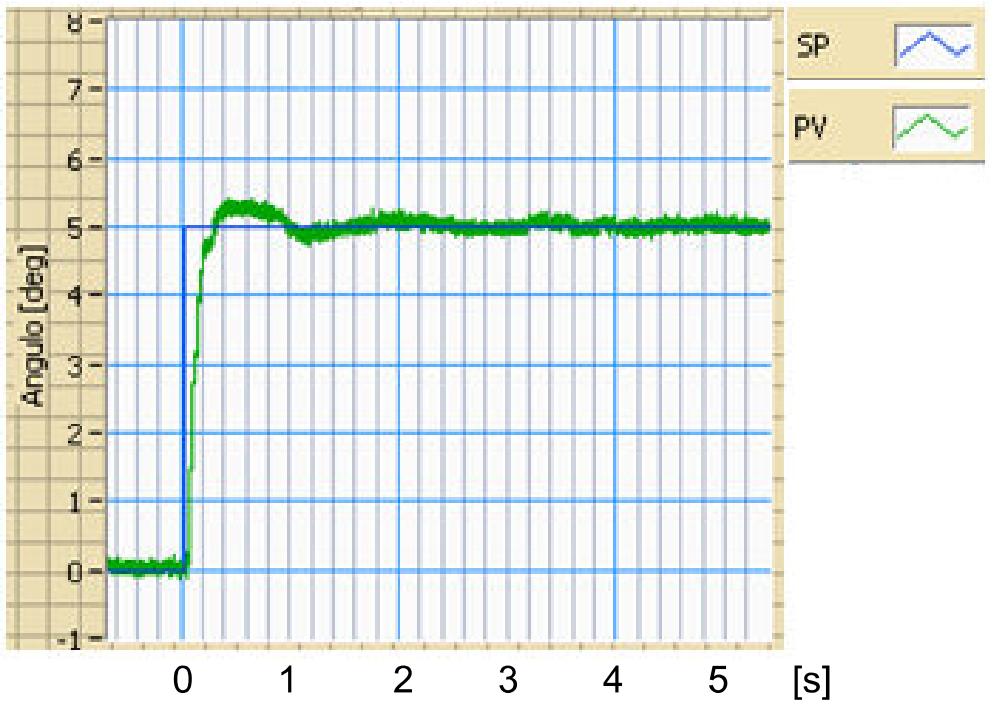

Figura 3.46. Respuesta escalón de amplitud 5 con K_p=2. K_i=10 y K_d=0,2.

3.6. Diseño del controlador difuso para posicionar la esfera

Similar al controlador anteriormente desarrollado se utiliza la configuración de la acción integral del error en paralelo al controlador y su acción se adiciona a la salida del controlador, la cual que se dirige directamente hacia la referencia del lazo de control de giro del ángulo. El sistema se puede tratar como dos sistemas independientes uno para posición de la esfera con respecto al ángulo alfa y el otro referido al ángulo beta. El control para posicionamiento de la esfera sobre el plato en la diagonal del ángulo alfa se presenta en el diagrama de lazo cerrado de la figura 3.47.

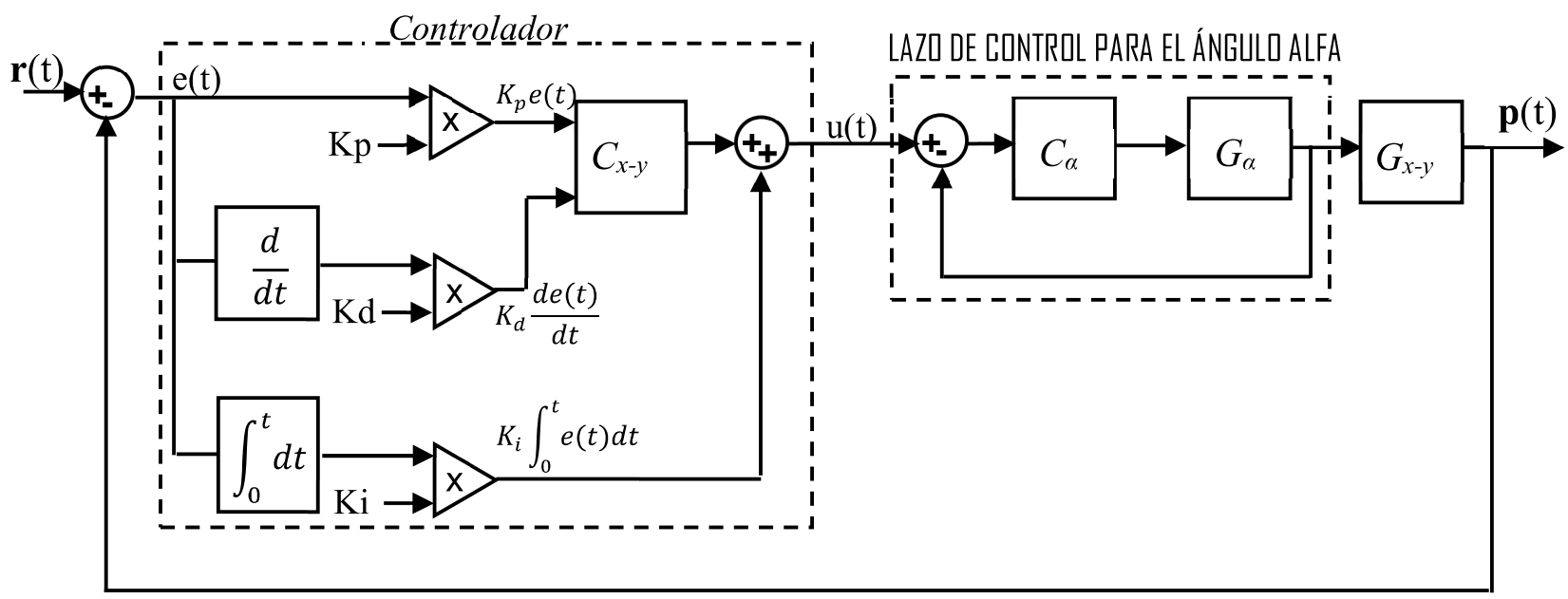

Figura 3.47. Lazo de control para posicionamiento de la esfera la diagonal alfa (X-Y).

El control para posicionamiento de la esfera sobre el plato en la diagonal del ángulo beta se presenta en el diagrama de lazo cerrado de la figura 3.48.

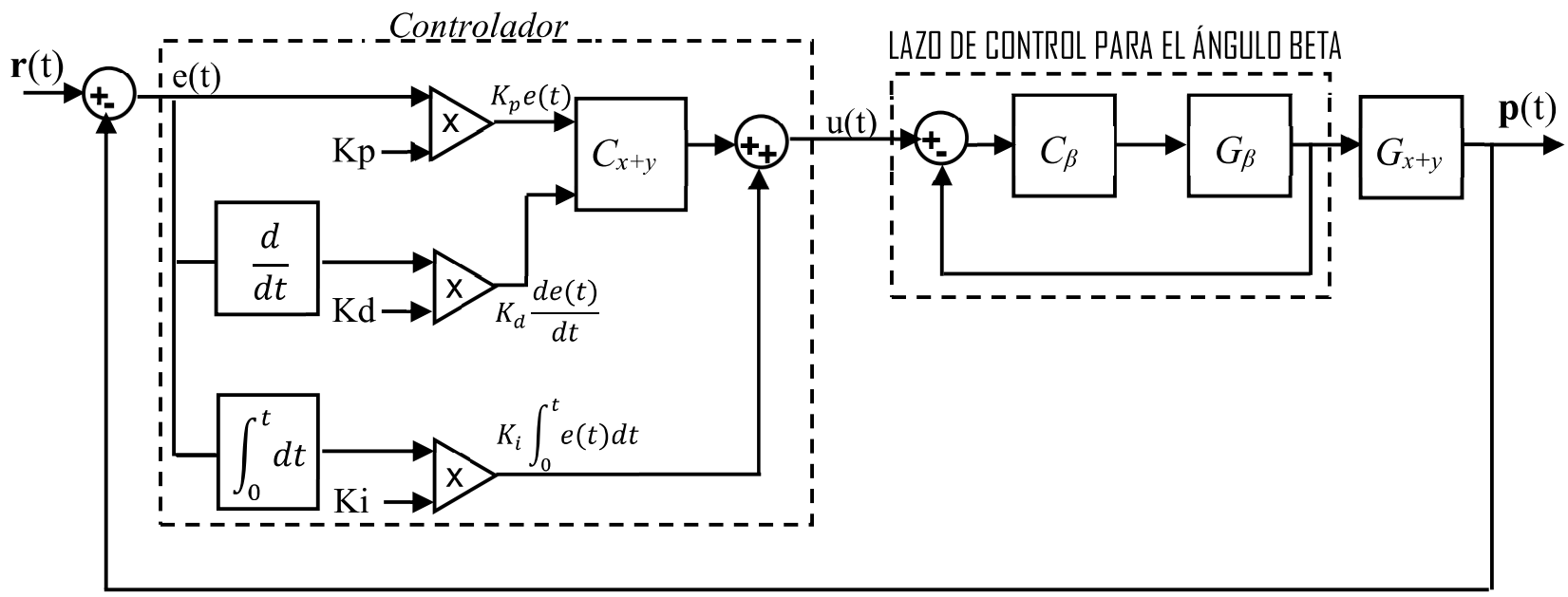

Figura 3.48. Lazo de control para posicionamiento de la esfera la diagonal beta (X+Y).

3.6.1 Diseño de los conjuntos de entrada

Para el desarrollo de los conjuntos difusos de entrada se realiza un escalamiento para cambiar el rango de medida del desplazamiento de la esfera referido a la diagonal alfa y beta definida en el rango de -480 ~ +480 pixeles, el mismo que se especifica a un nuevo rango de -10 ~ +10, esta medida se toma solamente para coincidir con el rango de entrada de los controladores diseñados anteriormente, entonces de debe dividir el nuevo rango de 10 sobre el antiguo rango de 480. El factor de escalamiento está dado por:

$$k = \frac{10}{480} = 0{,}020833$$

En base al factor de escalamiento el nuevo rango para el desplazamiento de la esfera en cada diagonal del plato es de -10 a +10.

La señal de error $e(t)$ es la diferencia entre la señal de referencia $r(t)$ menos la señal medida $p(t)$ representada en la ecuación 3.8.

$$e(t) = r(t) - p(t) \qquad [3.30]$$

Por lo que el error está en el rango de – 20 ~ +20 y con esta medida se diseña la entrada para el controlador de la posición de la esfera respecto al giro del ángulo alfa y luego se replica sus parámetros para el otro controlador respecto al giro del ángulo beta.

Entonces, por medio de ensayo y error se llegó a las funciones de membresía para la señal de error mostrada en la figura 3.49, cuyo comportamiento se explica a continuación:

- La función gaussiana ayuda a tener una señal de salida suavizada evitando cambios bruscos.
- El punto de quiebre de la función trapezoidal se determinó en -2 y en +2, ya que se requiere que la variación del ángulo del plato sea rápida para lograr que la esfera se dirija a la posición deseada.
- Se designó la función trapezoidal izquierda con N para la señal de error negativo.
- Se designó la función gaussiana en el centro con Z cuando para la señal de error es nula.
- Se designó la función trapezoidal derecha con P para la señal de error positivo.

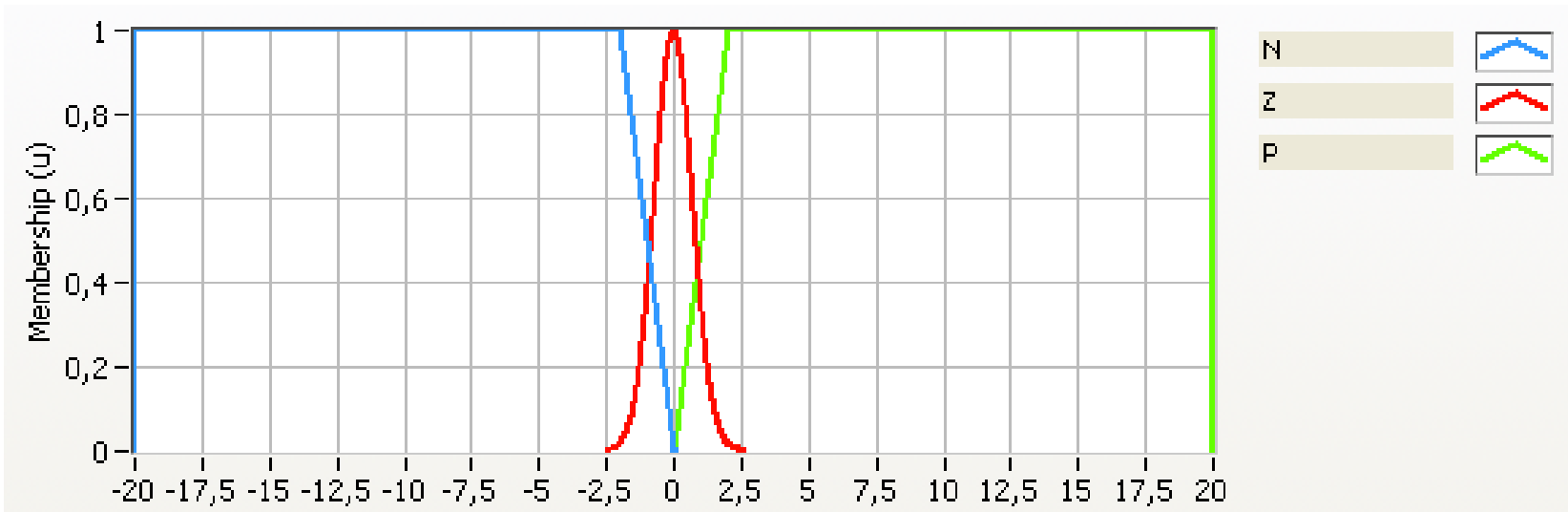

Figura 3.49. Conjuntos difusos para la entrada del error.

De similar manera al anterior por medio de ensayo y error, se procedió con la selección de las funciones de membresía para la derivada del error que están indicadas en la figura 3.50, cuyo comportamiento está dado por:

- La función gaussiana ayuda a tener una señal de salida suavizada evitando cambios bruscos.
- El punto de quiebre de la función trapezoidal se determinó en -2 y en +2, este pequeño intervalo ayuda a la señal derivativa a reducir las oscilaciones del sistema sin necesidad de grandes valores de ganancia derivativa.
- Se designó la función trapezoidal izquierda con N para la señal de derivada de error negativo.
- Se designó la función gaussiana en el centro con Z cuando para la señal de de error es nula.
- Se designó la función trapezoidal derecha con P para la señal de derivada de error positivo.

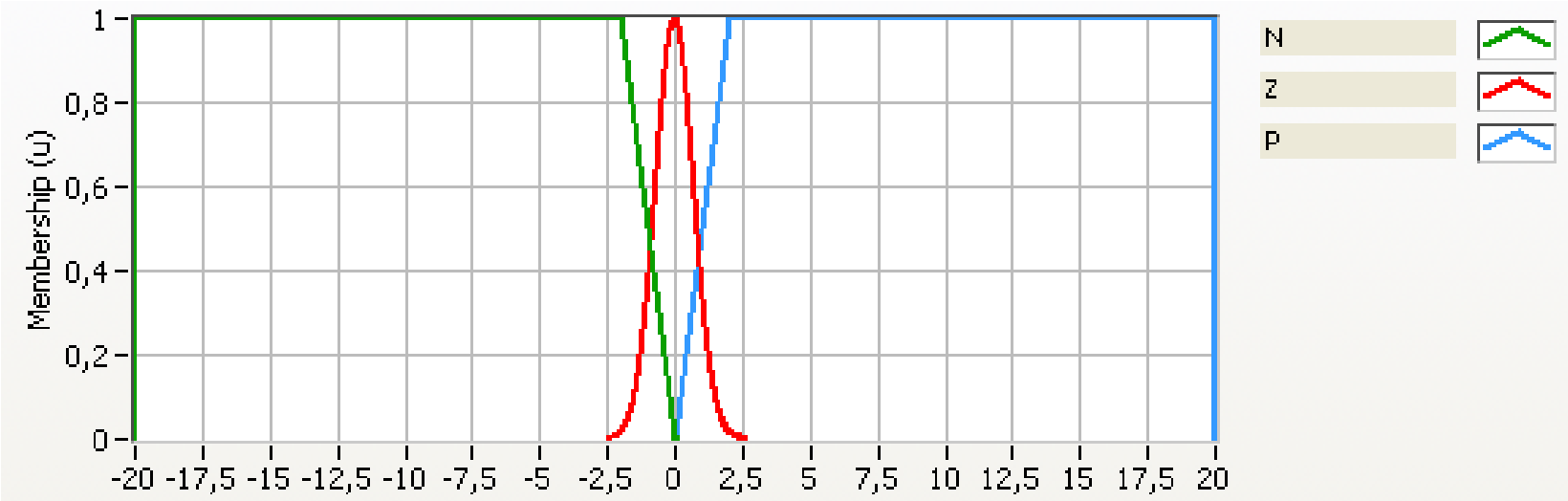

Figura 3.50. Conjuntos difusos para la entrada derivada del error.

3.6.2 Diseño de los conjuntos de salida

La salida del controlador difuso $u(t)$ va como señal de referencia hacia el lazo de control del giro del ángulo del plato en el rango de -10º ~ +10º, para lo que se utiliza funciones singleton que permiten ajustar la señal de forma lineal al realizar una distribución uniforme en su intervalo. Las funciones de membresía para la salida del controlador se visualizan en la figura 3.51, cuya designación se presenta a continuación:

- Se designa con N al valor menor del intervalo, es decir -10°.
- Se define con Z al valor intermedio del intervalo, es decir 0°.
- Se designa con P al valor máximo del intervalo, es decir +10°.

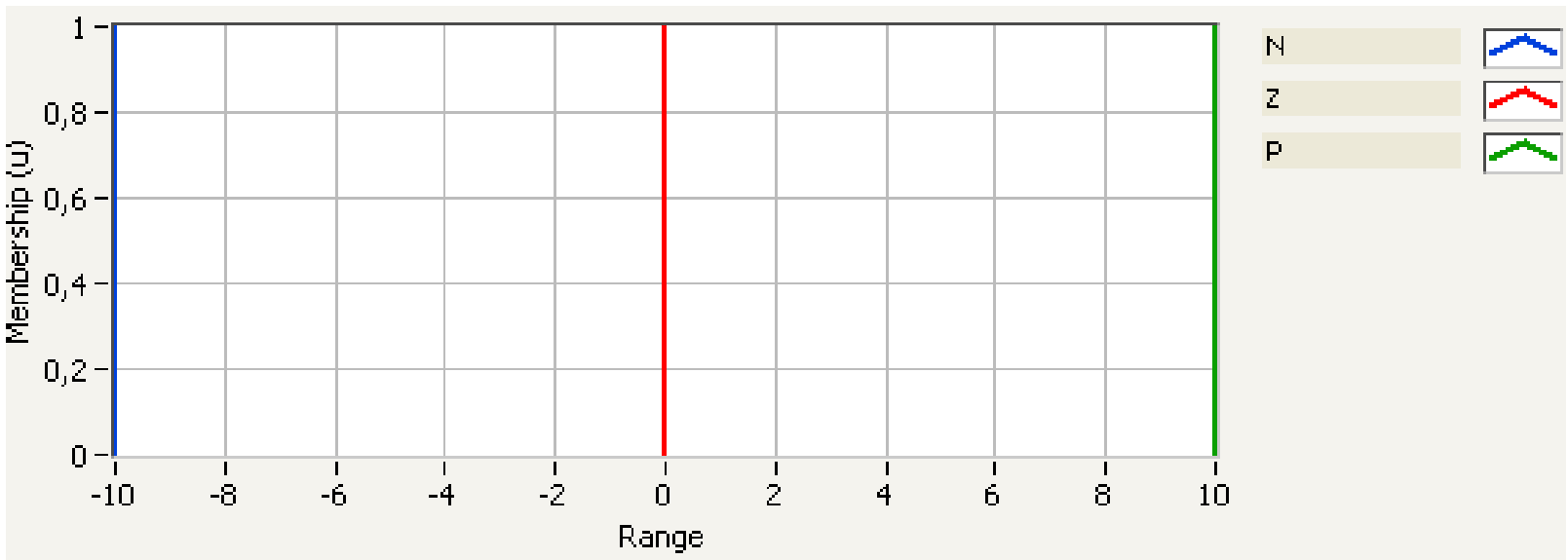

Figura 3.51. Conjuntos difusos para la salida.

3.6.3 Base de reglas

La matriz de reglas lingüísticas para el controlador difuso de posición de la esfera, que relacionan la señal de error proporcional y derivativa con la salida del controlador se muestran en la tabla 3.6. La fundamentación de las reglas difusas para control de la posición de la esfera sobre el plato se explica individualmente en el Anexo 8.

Tabla 3.6. Matriz de reglas difusas para el controlador de posición de la esfera.

IF		Error		
		N	**Z**	**P**
Derivada del Error	**N**	N	N	P
	Z	N	Z	P
	P	N	P	P

3.6.4 Método de desfusificación

Similar al diseño del controlador para giro del plato analizado en la sección 3.5.4. Se utiliza el método del centro de área (CoA) para el diseño del controlador de la posición de la esfera sobre el plato, el cual utiliza la ecuación 3.26.

3.6.5 Relación entrada/salida

La relación entre las dos señales de error proporcional y derivativa que van al controlador; y la salida se visualiza en la superficie de la figura 3.52.

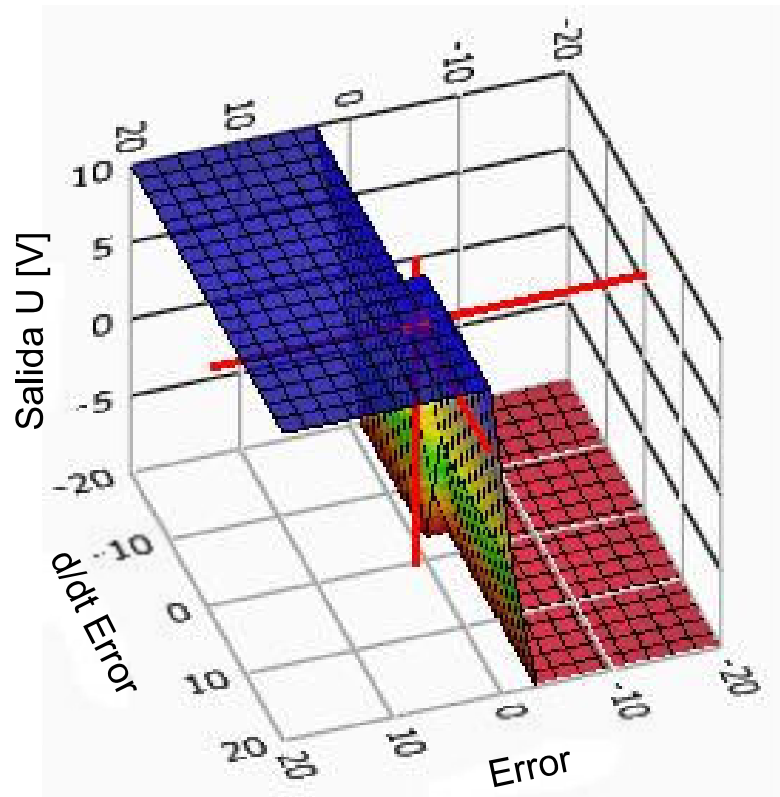

Figura 3.52. Superficie que relaciona las entradas con la salida del controlador difuso.

La grafica que relaciona la salida del controlador con la señal del error se muestra en la figura 3.53, en la cual se aprecia una respuesta muy pronunciada para que la variación del ángulo del plato sea rápida y lograr que la esfera se dirija a la posición deseada.

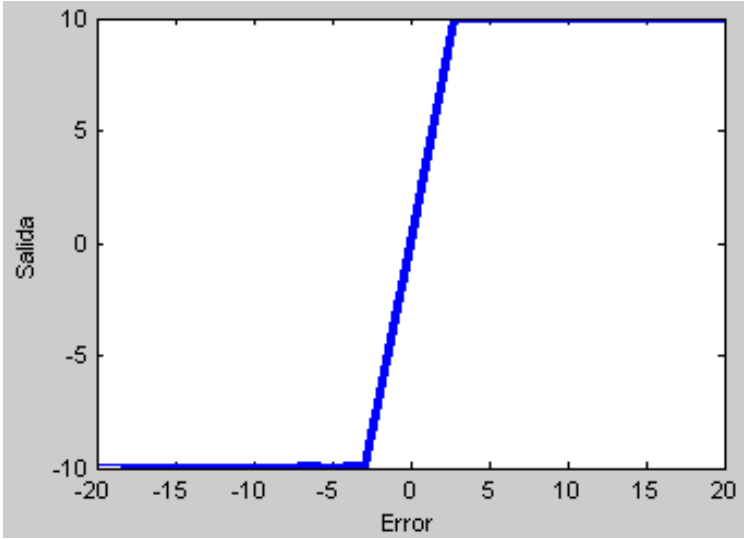

Figura 3.53. Salida del controlador versus la señal de error.

La función que relaciona la salida con la derivada del error se visualiza en la figura 3.54, en la cual se aprecia una curva muy pronunciada que ayuda a reducir las oscilaciones con pequeños valores de ganancia derivativa Kd.

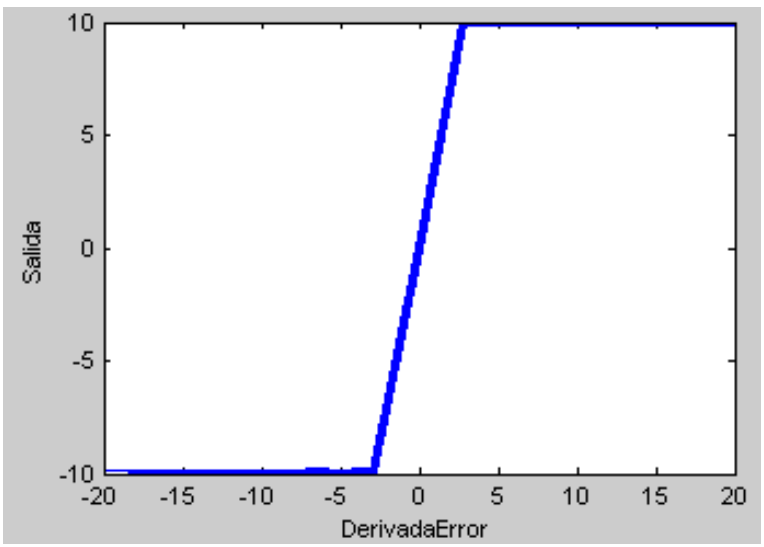

Figura 3.54. Salida del controlador versus la señal de derivada de error.

Como interpretación de la figura 3.37 se tiene que, para un valor de error de posición de 1 y un valor de derivada del error de 0,5 el controlador difuso genera una salida de 5,76^{O} hacia el lazo de control de giro del plato, utilizando cuatro reglas de inferencia de las nueve implementadas, tal como se visualiza en la figura 3.55. En el Anexo 9 se visualiza el proceso de generación de reglas lógicas desarrollado con la ayuda del software Matlab.

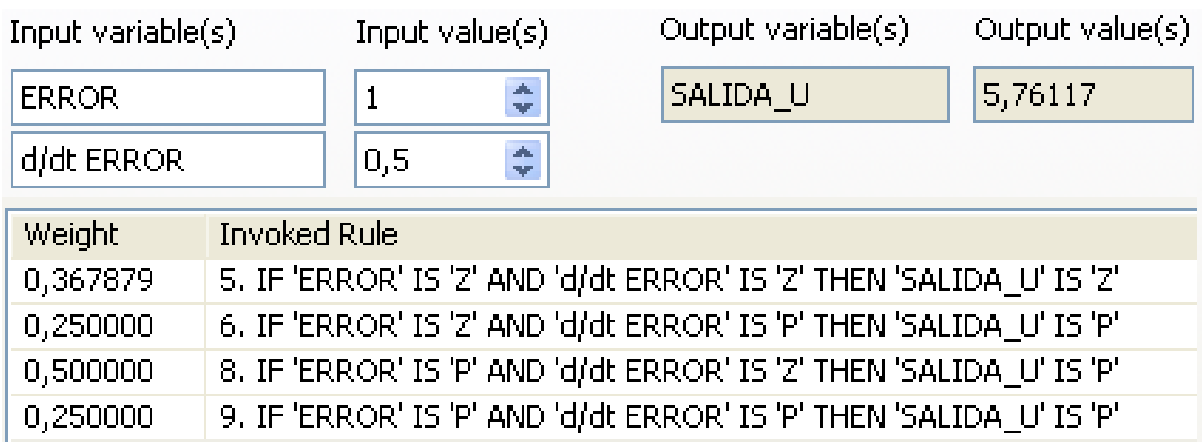

Figura 3.55. Ejemplo de cálculo de la relación entrada/salida del controlador difuso.

3.6.6 Implementación

La implementación del controlador PID difuso en el Software LabView para control de la posición de la esfera referida a la diagonal X-Y en función del ángulo alfa se representa en la figura 3.56 y la implementación para control de la posición de la esfera referida a la diagonal X+Y respecto al ángulo beta, se presenta en la figura 3.57.

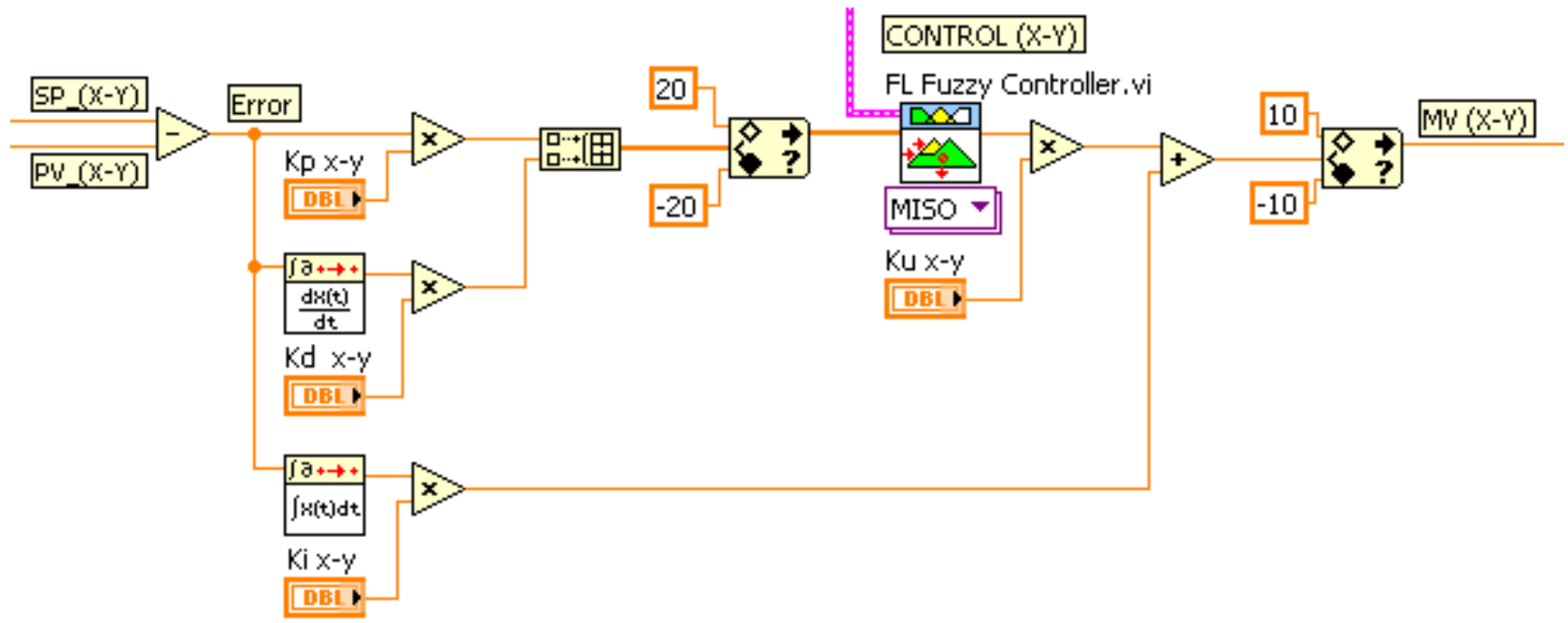

Figura 3.56. Implementación del controlador difuso para control de posición de la esfera según la coordenada X-Y del plato.

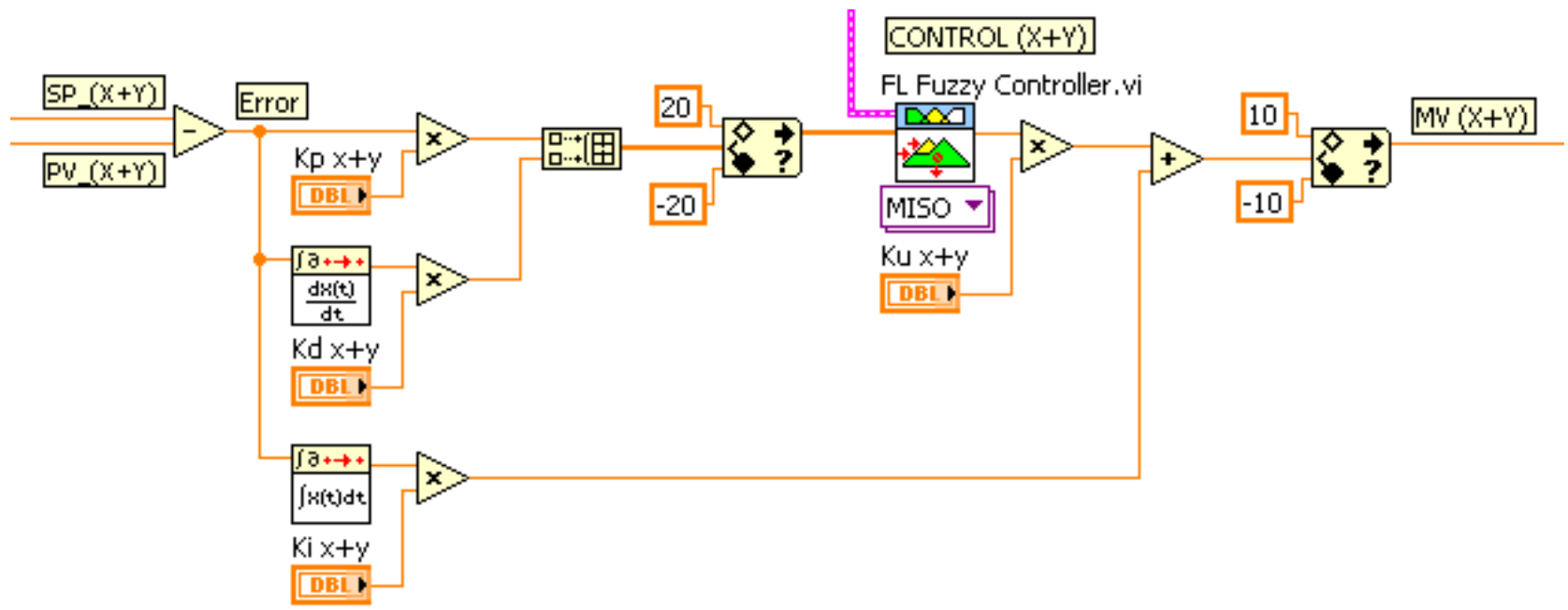

Figura 3.57. Implementación del controlador difuso para control de la posición de la esfera según la coordenada X+Y del plato.

El Fuzzy System Designer crea el archivo *(X-Y)_(X+Y)_1.fs* con los parámetros de los conjuntos difusos de entrada, conjuntos difusos de salida, reglas lingüísticas y método de desfusificación para configurar los controladores que se encargan del control de la posición de la esfera sobre el plato. El archivo *(X-Y)_(X+Y)_1.fs* se debe cargar al controlador al inicio de la ejecución del programa, utilizando la secuencia representada en la figura 3.58.

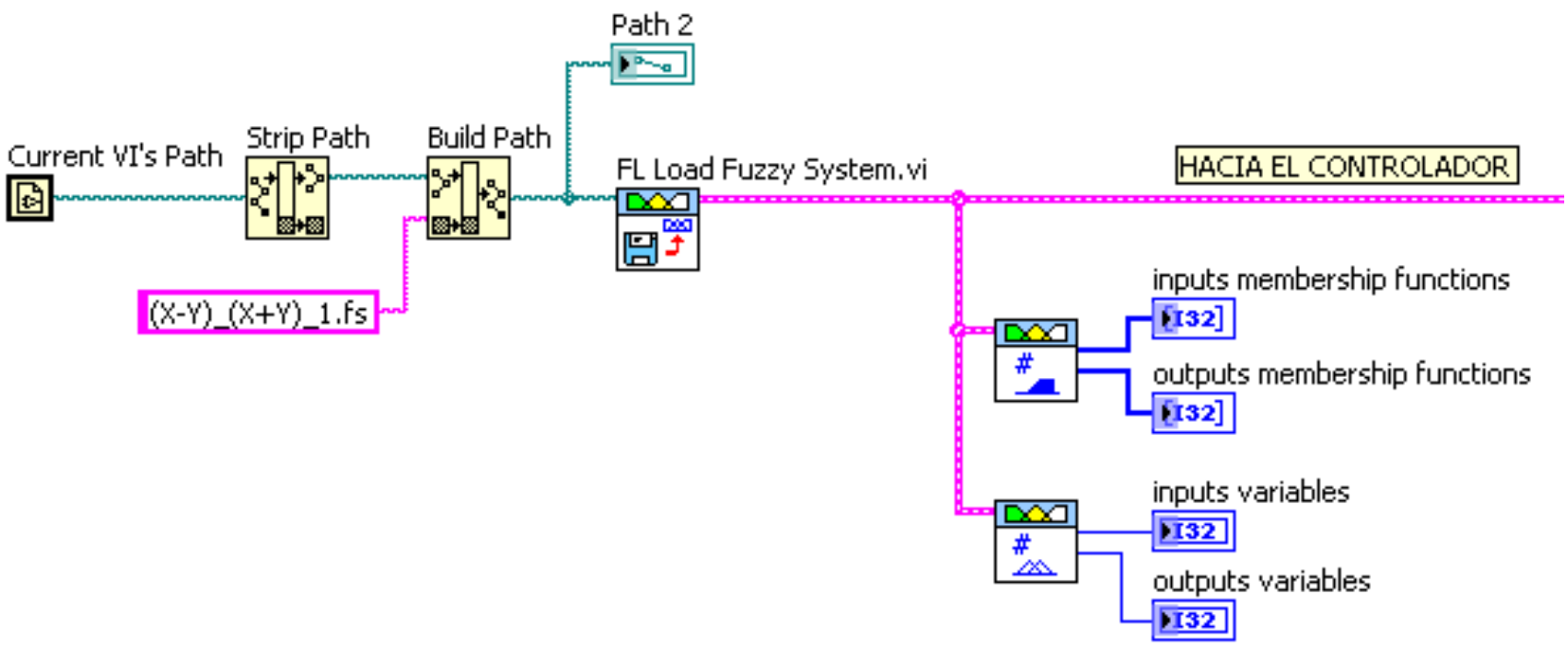

Figura 3.58. Carga del archivo *(X-Y)_(X+Y)_1.fs* hacia el controlador difuso.

La implementación en conjunto del programa en LabView para los controladores de la posición de la esfera se presenta en al Anexo 10.

3.6.7 Sintonización

Para la sintonización se utiliza el método heurístico de Ziegler – Nichols siguiendo el procedimiento descrito en la sección 2.2.4.

En la figura 3.59 se visualiza la oscilación resultante con una ganancia crítica $K_{cr} = 0{,}2$ y con un periodo de oscilación $P_{cr} = 0{,}375$s.

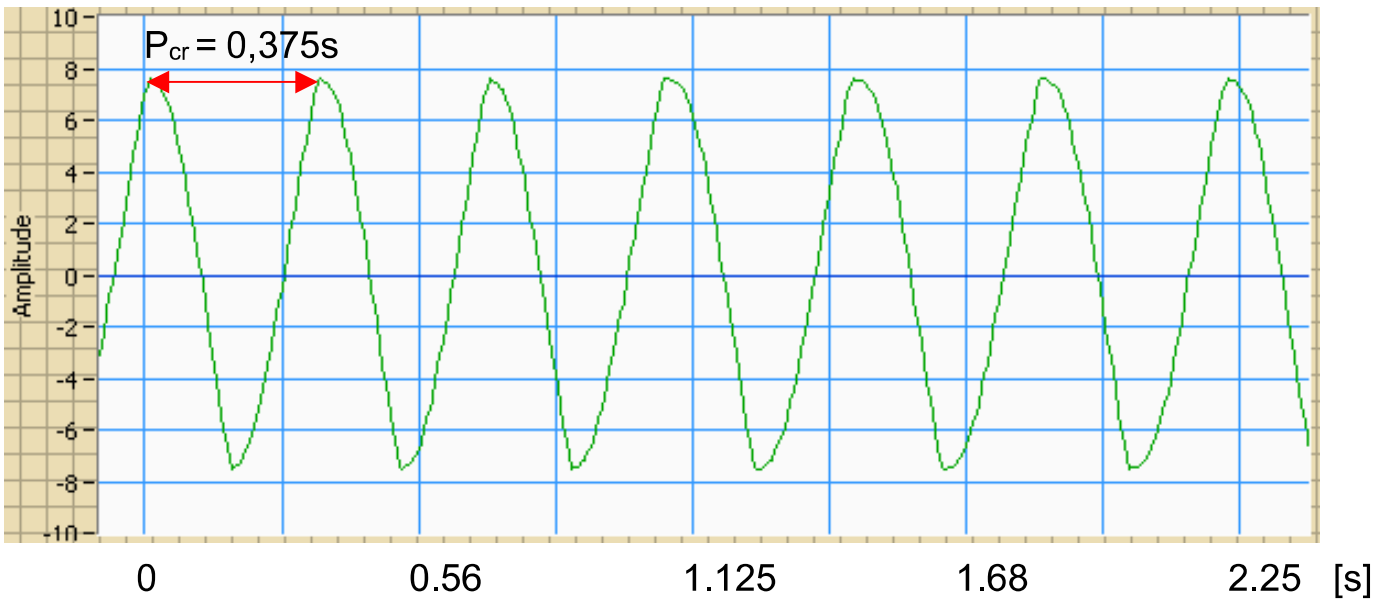

Figura 3.59. Oscilación mantenida para K_{cr} = 0,2 con P_{cr} = 0,375s.

Tomando en cuenta las ecuaciones 3.27, 3.28 y 3.29 se calculan los valores de los parámetros K_p, T_i y T_d respectivamente, así:

$$K_p = 0{,}6K_{cr} = 0{,}6 \times 0{,}2 = 0{,}12$$

$$T_i = 0{,}5 \times P_{cr} = 0{,}5 \times 0{,}375 = 0{,}187\ s.$$

$$T_d = 0{,}125 \times P_{cr} = 0{,}125 \times 0{,}375 = 0{,}046\ s.$$

Utilizando la ecuación 2.4 para representar la ganancia K_i en término del tiempo T_i se tiene:

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} = \frac{0{,}12}{0{,}187} = 0{,}64$$

Utilizando la ecuación 2.6 para representar la ganancia K_d en término del tiempo T_d se tiene:

$$K_d = K_p \times T_d = 0{,}12 \times 0{,}046 = 0{,}005$$

En base a una entrada escalón con una amplitud de 0.18 se obtiene los valores K_p = 0,12. K_i= 0,64 y K_d = 0,005. La respuesta del sistema con estos parámetros se indica en la figura 3.60, donde se visualiza que el sistema mantiene un error en estado estable de un 25%.

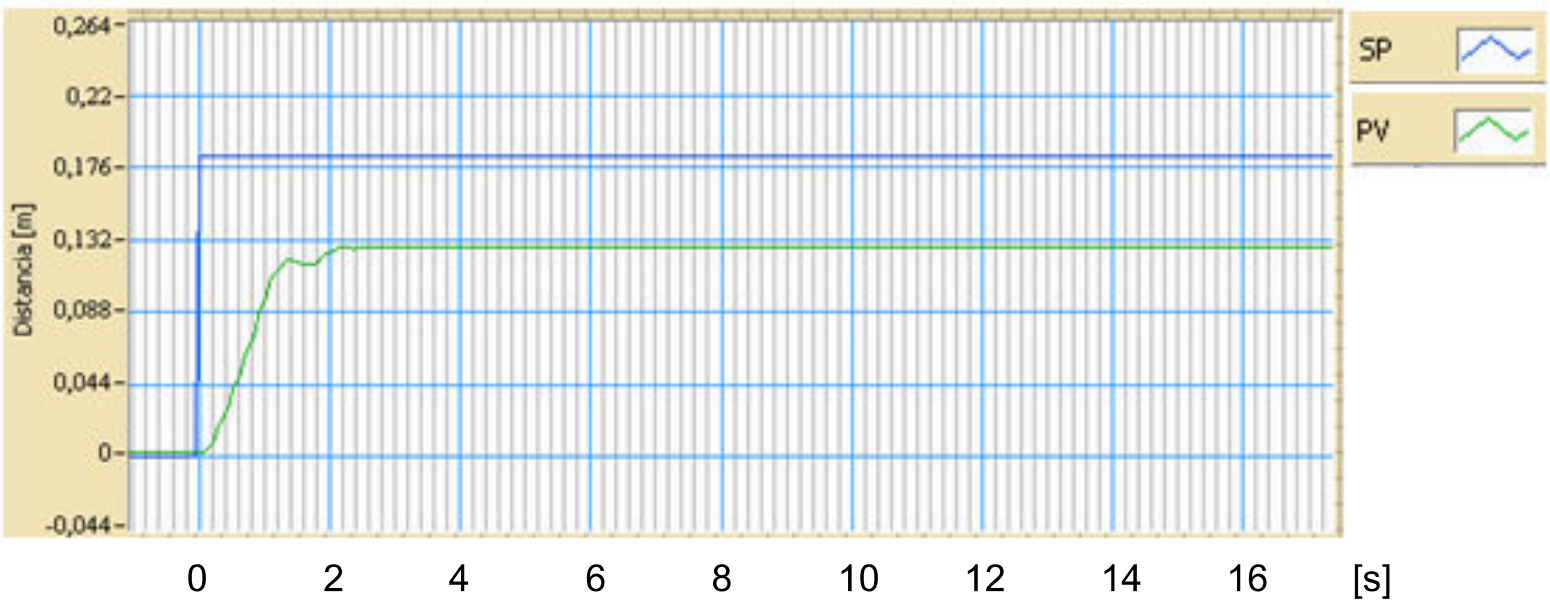

Figura 3.60. Respuesta escalón de amplitud 0,18 con K_p=0,12. K_i=0,64 y K_d=0,005.

Luego de varios ensayos y modificaciones por medio de una sintonización fina de los parámetros del controlador se logra eliminar el error en estado estable, entonces estos parámetros son los que serán utilizados para el controlador, cuyos valores son K_p = 0,3. K_i= 5 y K_d = 0,005 cuya respuesta se visualiza en la figura 3.61.

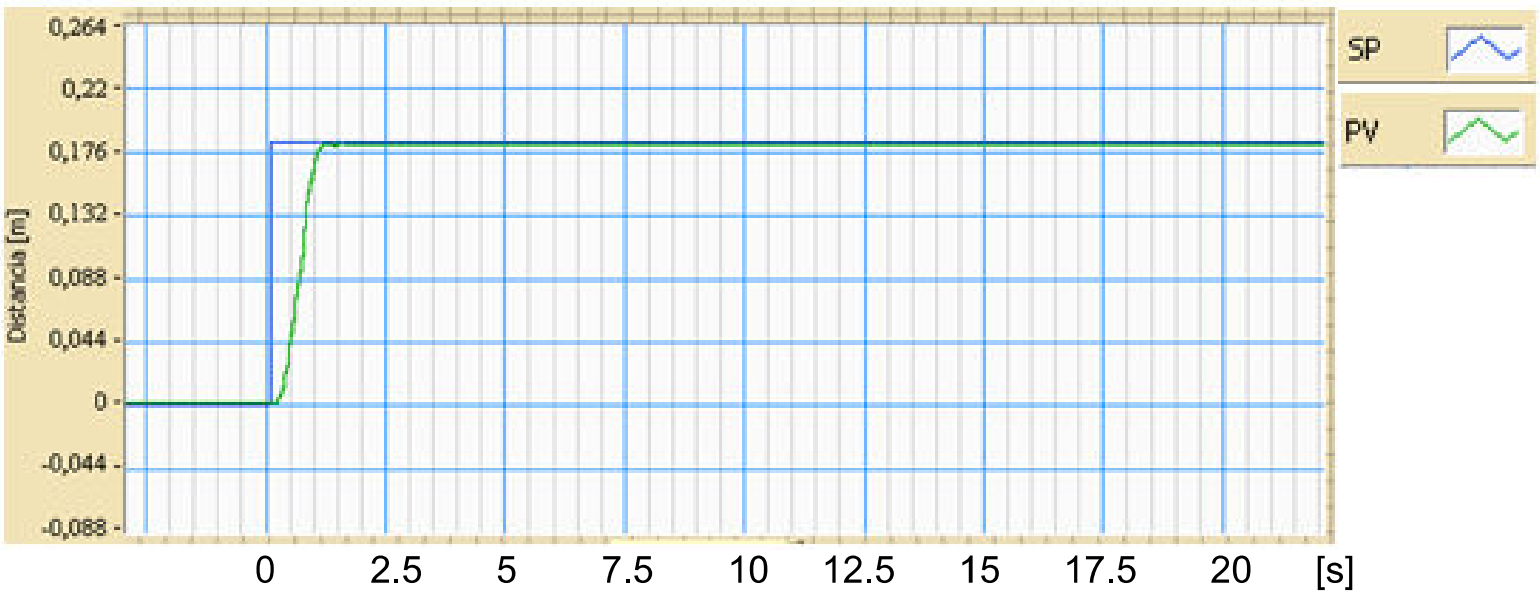

Figura 3.61. Respuesta escalón de amplitud 0,18 con K_p=0,3. K_i=5 y K_d=0,05.

3.7. HMI

El control del sistema Ball and Plate se realiza mediante la interfaz HMI (Human Machine Interface) visualizada en la figura 3.62. La realimentación se efectúa por visión artificial y la programación del procesamiento digital de imagen, así como la implementación de los controladores por medio del software LabVIEW. Las características y descripción de cada componente del HMI se detallan en la tabla 3.7.

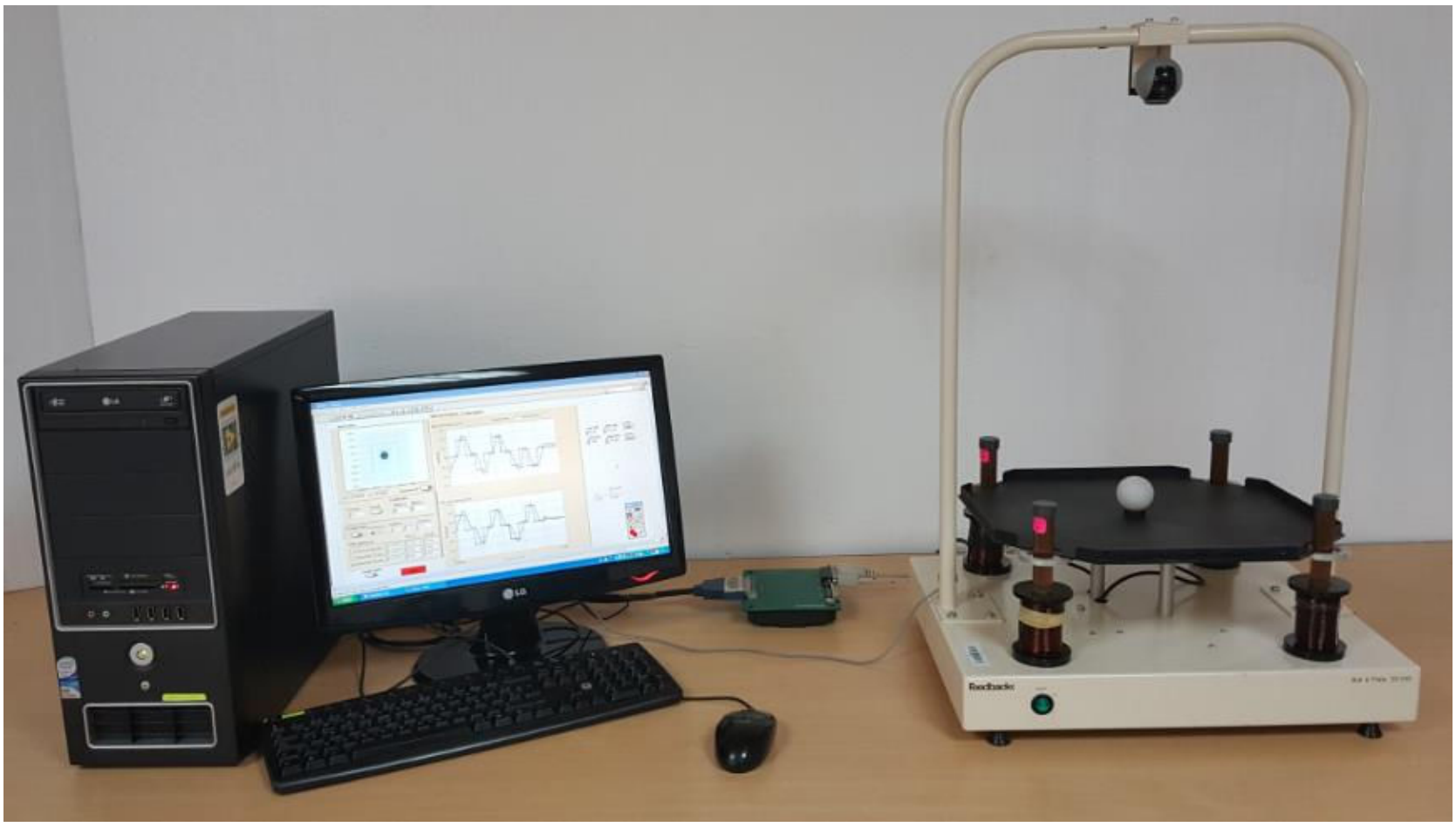

Figura 3.62. HMI para control del sistema Ball and Plate.

Tabla 3.7. Descripción de los componentes del HMI.

COMPONENTE	CARACTERÍSTICAS	DESCRIPCIÓN
Computador personal	- Procesador Core 2 Quad. - CPU 2,83 GHz - Disco duro 500 GB. - RAM 3 GB. - Monitor 19 plgs Wide screen.	- Sistema operativo XP, sp1. - Software LabVIEW 2010.
Tarjeta de control DAQ.	- Modelo: PCI-6221. National Instruments. - 2 Salidas analógicas, -10~10V. - 16 bits, 833 KS/s. - 24 Entradas / Salidas Digitales.	- Colocada en el bus PCI del computador. - Es controlada por el software LabVIEW.
Cámara digital	- Modelo: C200 Logitech. - 30 fps @ 640 x 480 pixeles. - Conexión USB 2.0.	- Utilizada para el procesamiento digital de imágenes.
Sistema Ball and Plate	- Modelo: 33-240. Feedback Ltd. - 1 Plato móvil. - 4 Inductores Thomson. - 4 Amplificadores de potencia. - 2 Fuentes de poder. 120V. - 1 Cámara digital.	- Proceso a ser controlado.
Cable SCSI	- Modelo: SCH68-68-EPM. National Instruments. - Largo 2 m. Pines 68.	- Conecta la tarjeta DAQ del computador con la caja conectora.
Caja conectora SCSI-LPT	- Entrada SCSI, 68 pines. - Salida LPT, 25 pines.	- Interconecta SCSI con LPT.
Cable LPT	- Cable LPT. - Largo 2 m. Pines 25.	- Conecta la base del sistema Ball and Plate con la caja conectora.

4. PRUEBAS Y RESULTADOS

4.1. Introducción

Para analizar el desempeño de los controladores PID convencional provisto por el fabricante Feedback y el PID difuso desarrollado, se determinará la integral del error absoluto IEA de cada uno de ellos. La IEA resulta ser un indicador del consumo de energía que se pierde en el proceso. Esta IEA matemáticamente representa el área bajo la curva de la señal absoluta del error y se determina por medio de la ecuación 4.1. (Barrera & Sánchez, 2015)

$$IEA = \int_{0}^{\infty} |e(t)| dt \qquad [4.1]$$

Se inicia los ensayos con el controlador PID convencional ya que es el más utilizado en la industria. Luego se presenta los resultados de los ensayos con el controlador difuso implementado, para finalmente realizar su análisis comparativo de desempeño de los controladores utilizando la prueba de Wilcoxon de suma de rangos de diferencias para muestras por pares.

El algoritmo de programación en LabView para calcular la IEA durante los ensayos se presenta en el Anexo 11.

4.2. Pruebas con el controlador PID convencional

La sintonización del controlador PID convencional por medio del método de Ziegler – Nichols se presenta en el Anexo 12.

La prueba a realizar consiste en desplazar la esfera sobre el plato, de una posición inicial $r(x_0, y_0) = 0{,}0$ pixeles ubicada en el centro del plato, hacia una posición final de referencia $r(x, y) = -100, +100$ pixeles, tal como está indicada en la figura 4.1.

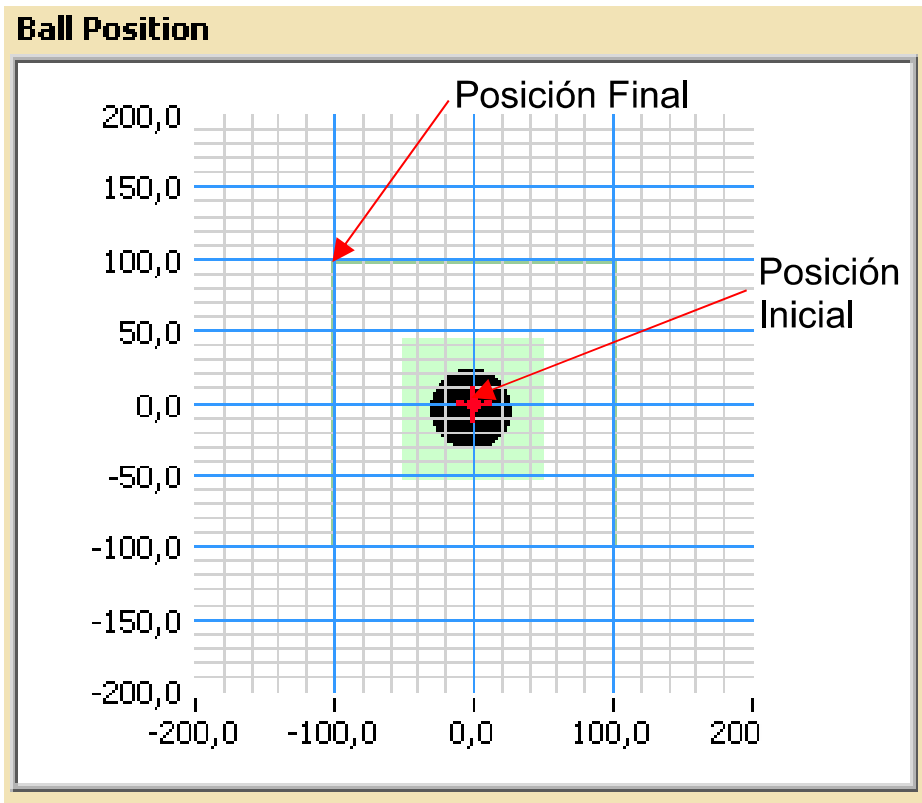

Figura 4.1. Posición inicial y final de la esfera sobre el plato.

Durante el desplazamiento de la esfera sobre el plato se determina la IEA para analizar el desempeño del sistema durante esta operación. La respuesta del sistema ante la señal escalón con amplitud de 0.18 para desplazar la esfera de la posición inicial a la posición final se ilustra en la figura 4.2.

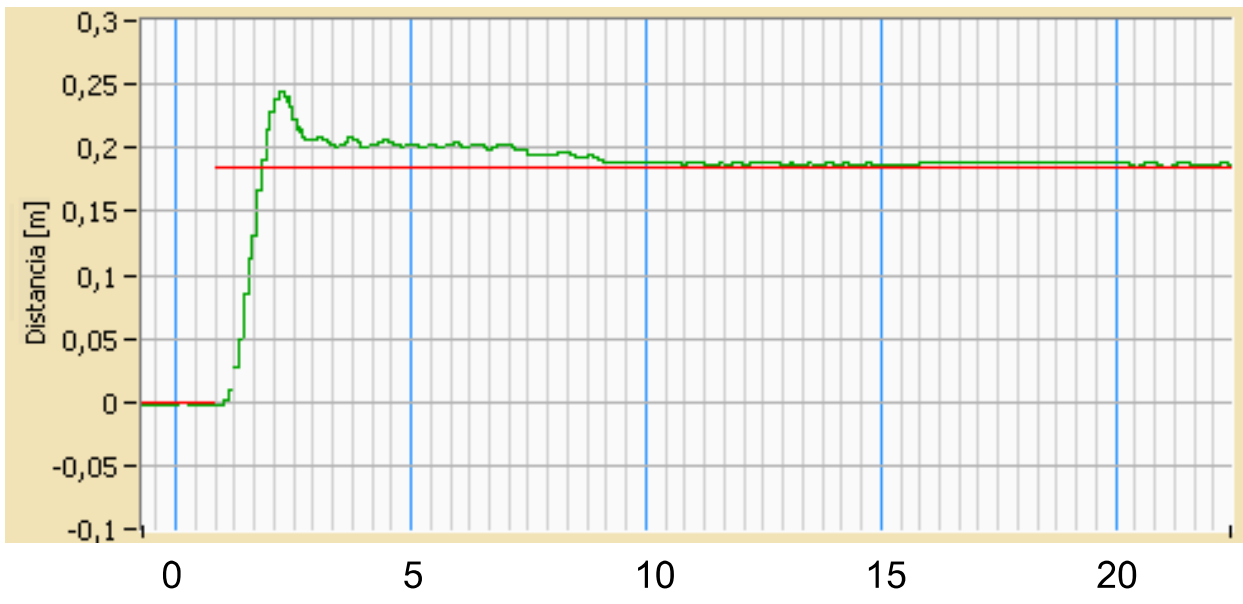

Figura 4.2. Respuesta escalón con amplitud de 0,18 para determinar la IEA.

Se realizaron 30 ensayos requeridos por la prueba de Wilcoxon para aproximar a una distribución normal. Los valores calculados de la IEA en un lapso de 20 segundos se registran en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Valores IEA para el controlador PID convencional.

No.	IEA	No.	IEA	No.	IEA
1	0,037890	11	0,040188	21	0,044633
2	0,037880	12	0,040755	22	0,038929
3	0,038576	13	0,035150	23	0,043885
4	0,036244	14	0,038876	24	0,036923
5	0,041913	15	0,041489	25	0,039394
6	0,038911	16	0,041789	26	0,038147
7	0,040464	17	0,034220	27	0,035522
8	0,039033	18	0,037268	28	0,038341
9	0,037261	19	0,040555	29	0,037389
10	0,035469	20	0,039858	30	0,040650

4.2.1 Ejemplo de aplicación para el controlador PID convencional

El ejemplo de aplicación consiste en proponer una trayectoria cuadrada sobre el plato, esperando que la esfera recorra toda la trayectoria en un periodo de 20s, cuyas coordenadas están dadas por:

$r(x_1, y_1) = -100, +100$ pixeles. (Posición de arranque y llegada)

$r(x_2, y_2) = +100, +100$ pixeles.

$r(x_3, y_3) = +100, -100$ pixeles.

$r(x_4, y_4) = -100, -100$ pixeles.

El desplazamiento de la esfera medido y registrado sobre el plato se visualiza en la figura 4.3.

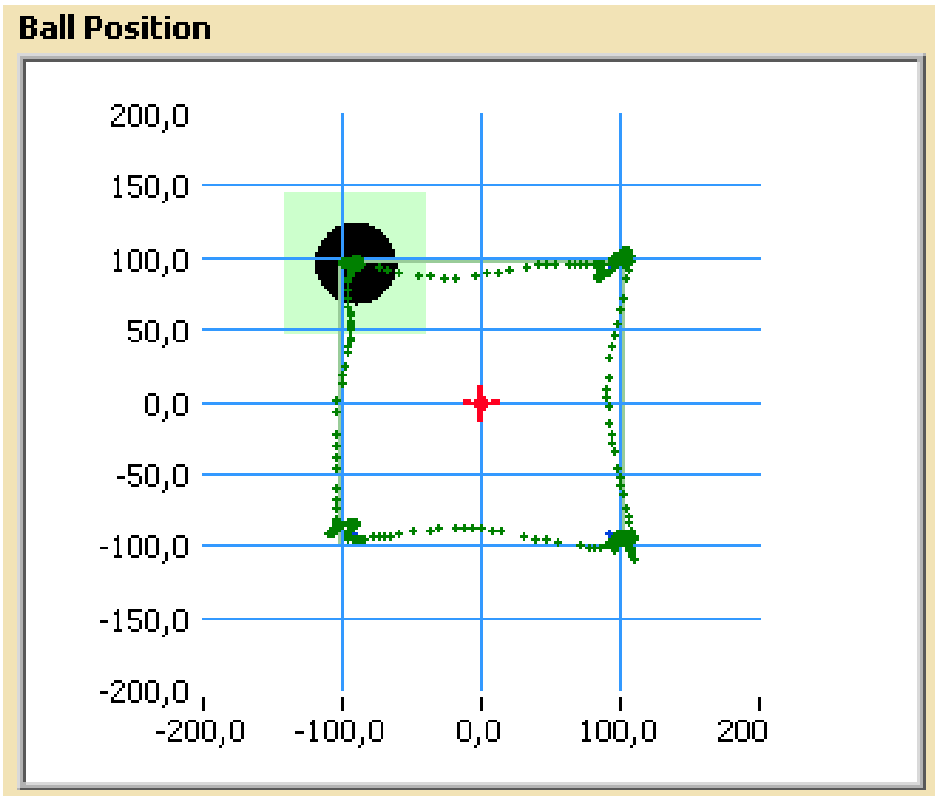

Figura 4.3. Recorrido de la esfera sobre el plato siguiendo una trayectoria cuadrada en un periodo de 20s.

La respuesta de la posición de la esfera respecto a la coordenada X-Y del controlador PID convencional provocada por el giro del ángulo alfa se visualiza en la figura 4.4.

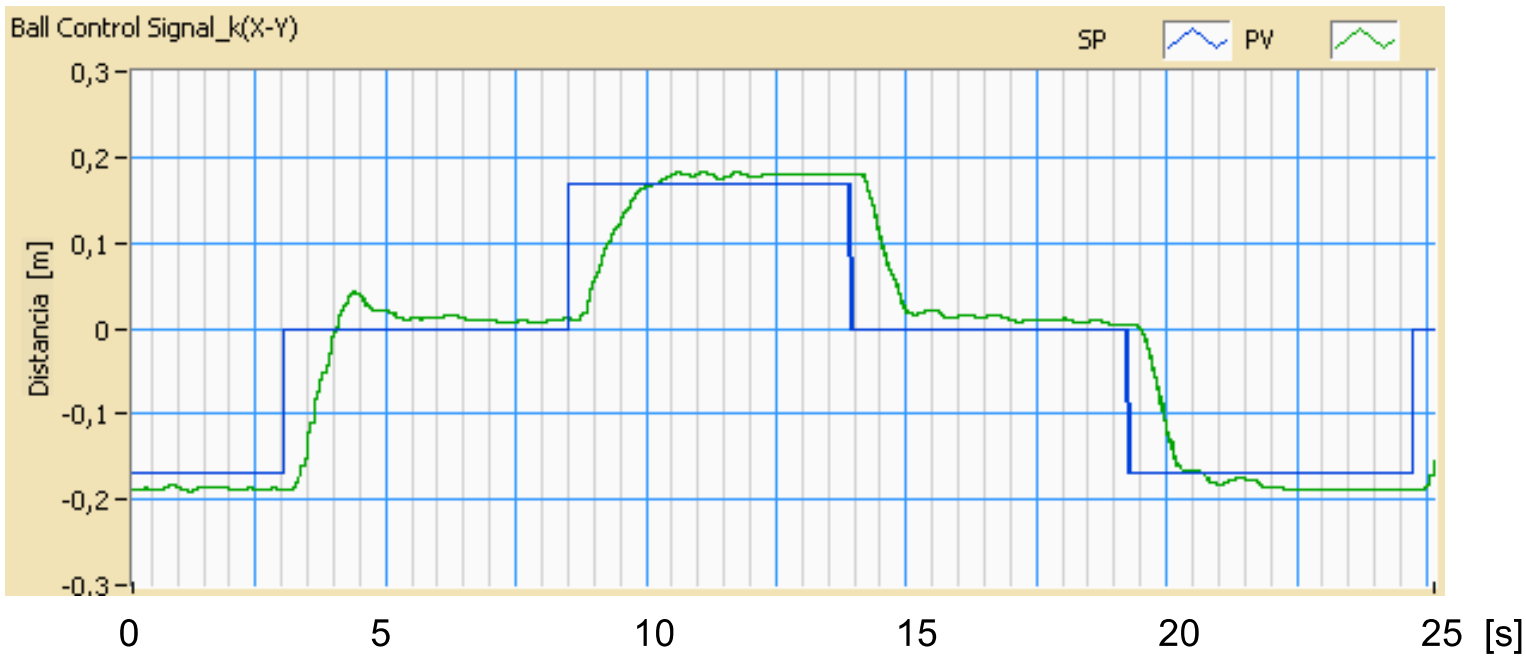

Figura 4.4. Respuesta de la posición de la esfera respecto a la coordenada X-Y del controlador PID convencional.

La respuesta de la posición de la esfera respecto a la coordenada X+Y provocada por el giro del ángulo beta se muestra en la figura 4.5.

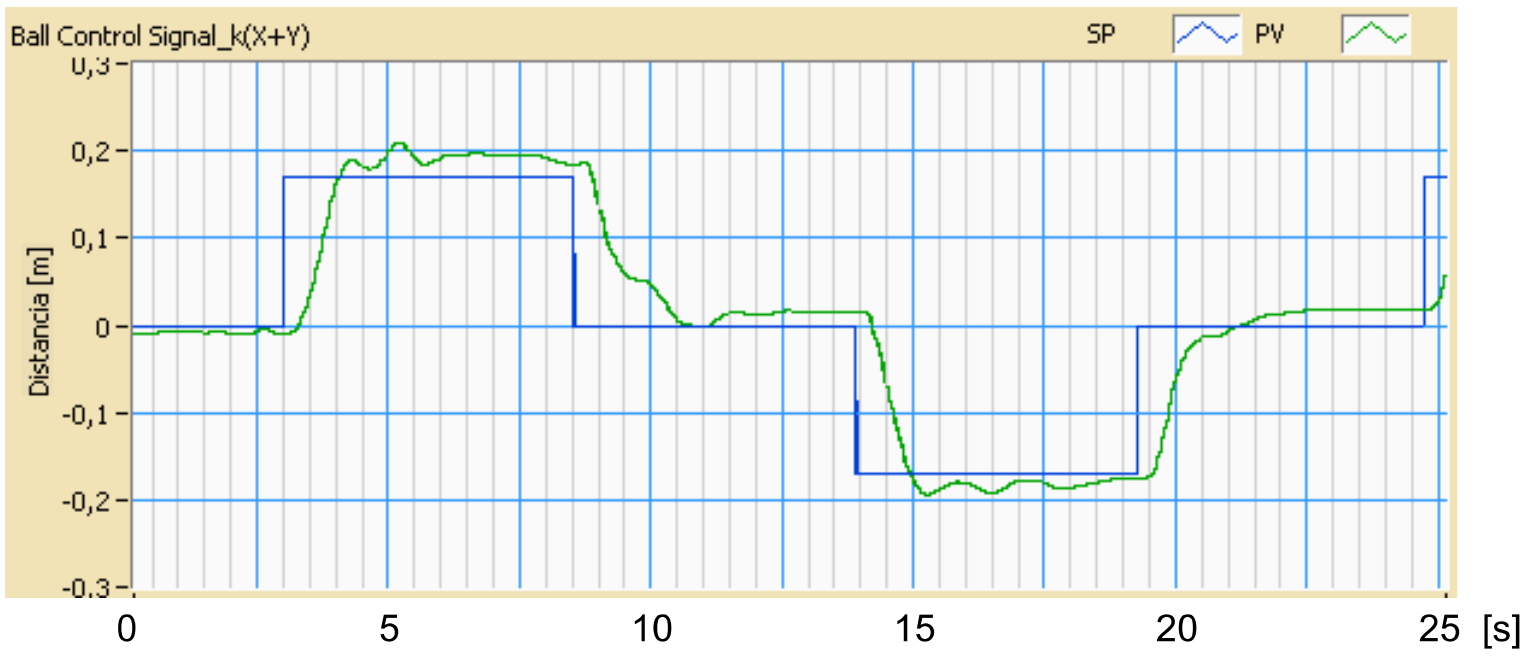

Figura 4.5. Respuesta de la posición de la esfera respecto a la coordenada X+Y del controlador PID convencional.

El valor de la IEA calculada durante toda la trayectoria para el controlador PID convencional es de:

$$IEA = 0{,}208061$$

4.3. Pruebas con el controlador PID difuso

La prueba es similar a la realizada con el controlador PID convencional, y consiste en desplazar la esfera de la posición inicial $r(x_0, y_0) = 0{,}0$ pixeles, a una posición final $r(x, y) = -100, +100$ pixeles, como se indica en la figura 4.6.

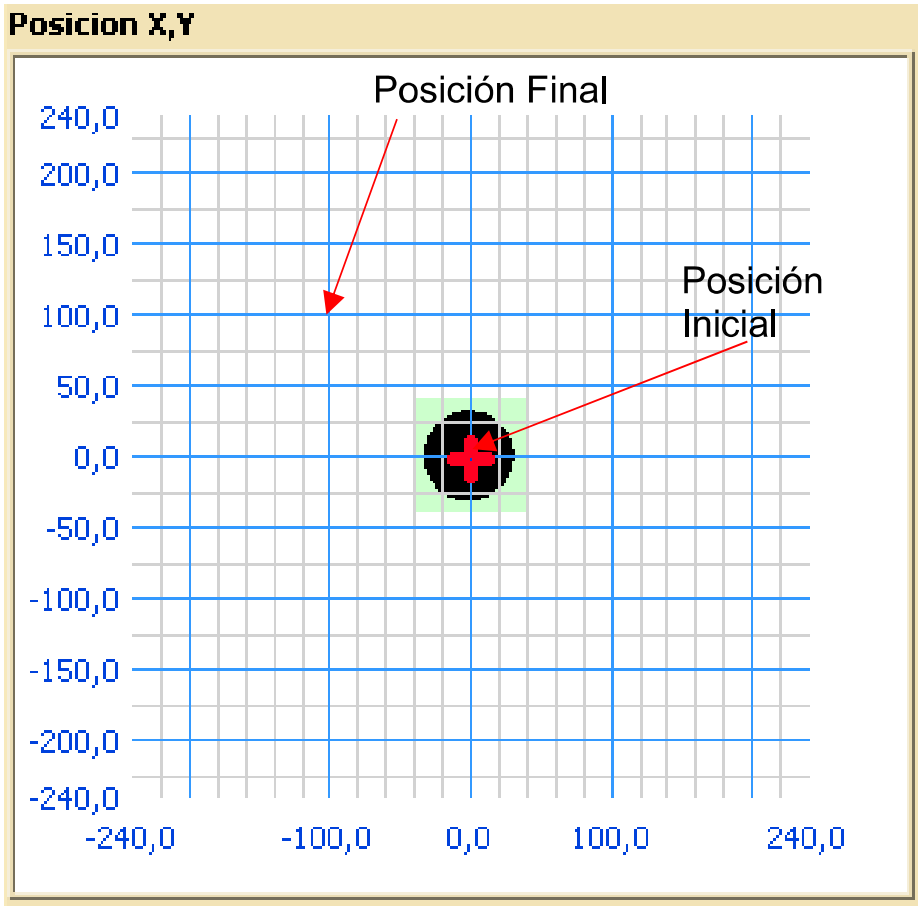

Figura 4.6. Posición inicial y final de la esfera sobre el plato.

La respuesta del sistema ante la señal escalón de amplitud 0.18, para desplazar la esfera de la posición inicial a la posición final se ilustra en la figura 4.7.

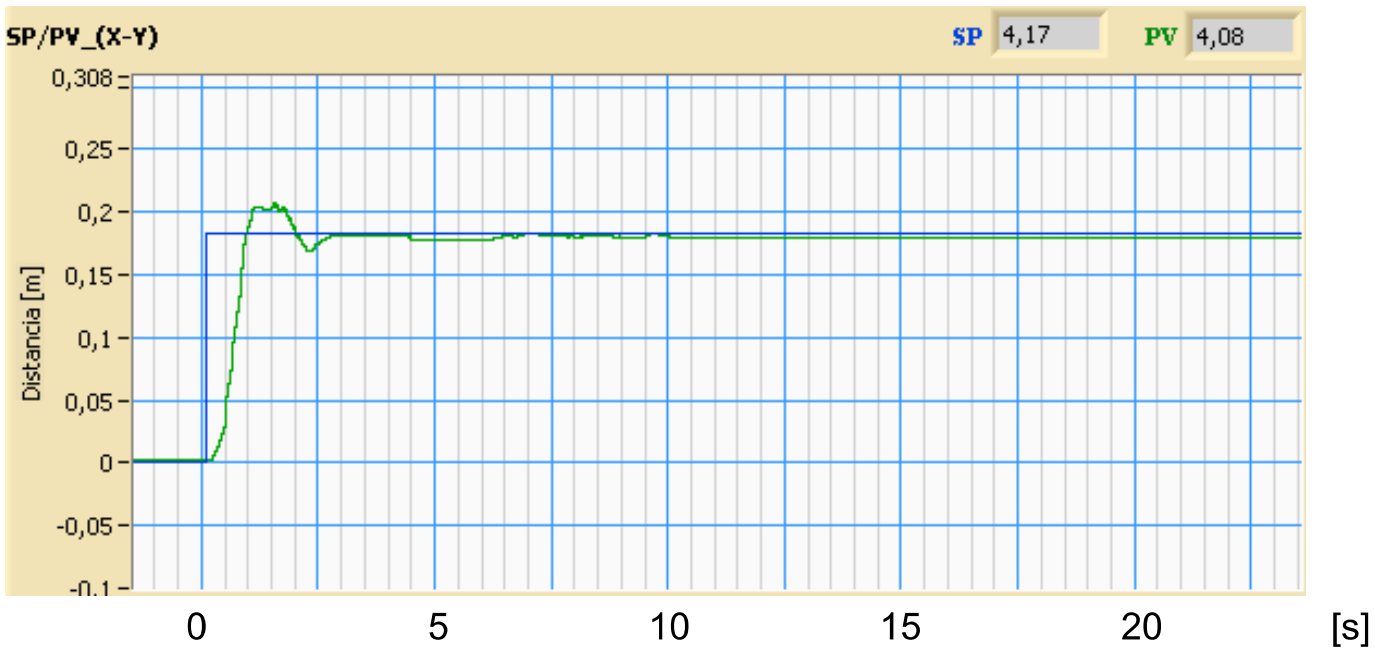

Figura 4.7. Respuesta escalón de amplitud 0,18 para determinar la IEA.

Los valores calculados de la IEA durante 30 ensayos con el controlador difuso en un lapso de 20s. Están registrados en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2. Valores IEA para el controlador PID difuso.

No.	IEA	No.	IEA	No.	IEA
1	0,034313	11	0,036215	21	0,036580
2	0,036493	12	0,032937	22	0,033804
3	0,033866	13	0,034315	23	0,035482
4	0,033384	14	0,033575	24	0,033537
5	0,035422	15	0,035360	25	0,033804
6	0,035186	16	0,034360	26	0,035724
7	0,035522	17	0,034193	27	0,034162
8	0,036715	18	0,035193	28	0,036535
9	0,034362	19	0,032624	29	0,035880
10	0,035028	20	0,034582	30	0,036337

4.3.1 Ejemplo de aplicación para el controlador PID difuso

Se propone una trayectoria cuadrada para que la esfera la recorra en un periodo de 20s, de forma similar a la aplicación anterior, cuyas coordenadas son:

$r(x_1, y_1) = -100, +100$ pixeles. (Posición de arranque y llegada)

$r(x_2, y_2) = +100, +100$ pixeles.

$r(x_3, y_3) = +100, -100$ pixeles.

$r(x_4, y_4) = -100, -100$ pixeles.

En la figura 4.8 se muestra el recorrido realizado por la esfera sobre el plato siguiendo la trayectoria propuesta.

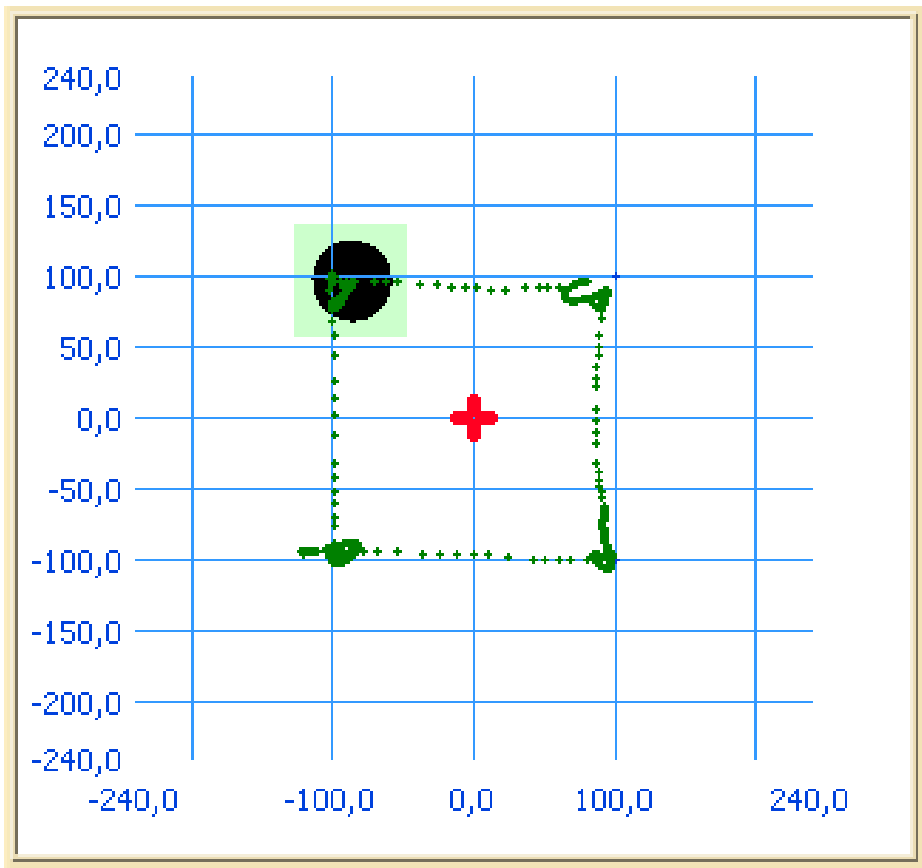

Figura 4.8. Recorrido de la esfera sobre el plato siguiendo la trayectoria cuadrada.

La respuesta de la posición de la esfera respecto a la coordenada X-Y del controlador PID difuso provocada por el giro del ángulo alfa se representa en el diagrama de la figura 4.9.

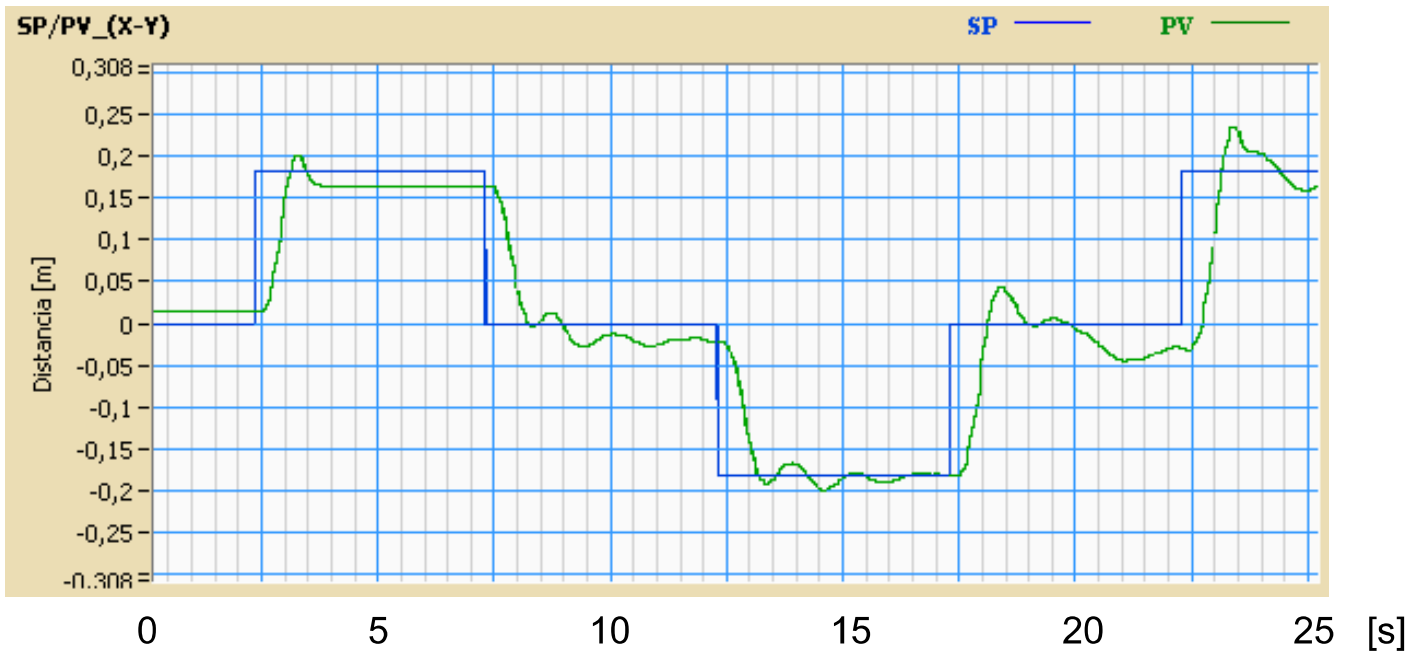

Figura 4.9. Respuesta de la posición de la esfera respecto a la coordenada X-Y del controlador PID difuso.

Y la respuesta de la posición de la esfera respecto a la coordenada X+Y provocada por el giro del ángulo beta se representa en el diagrama de la figura 4.10.

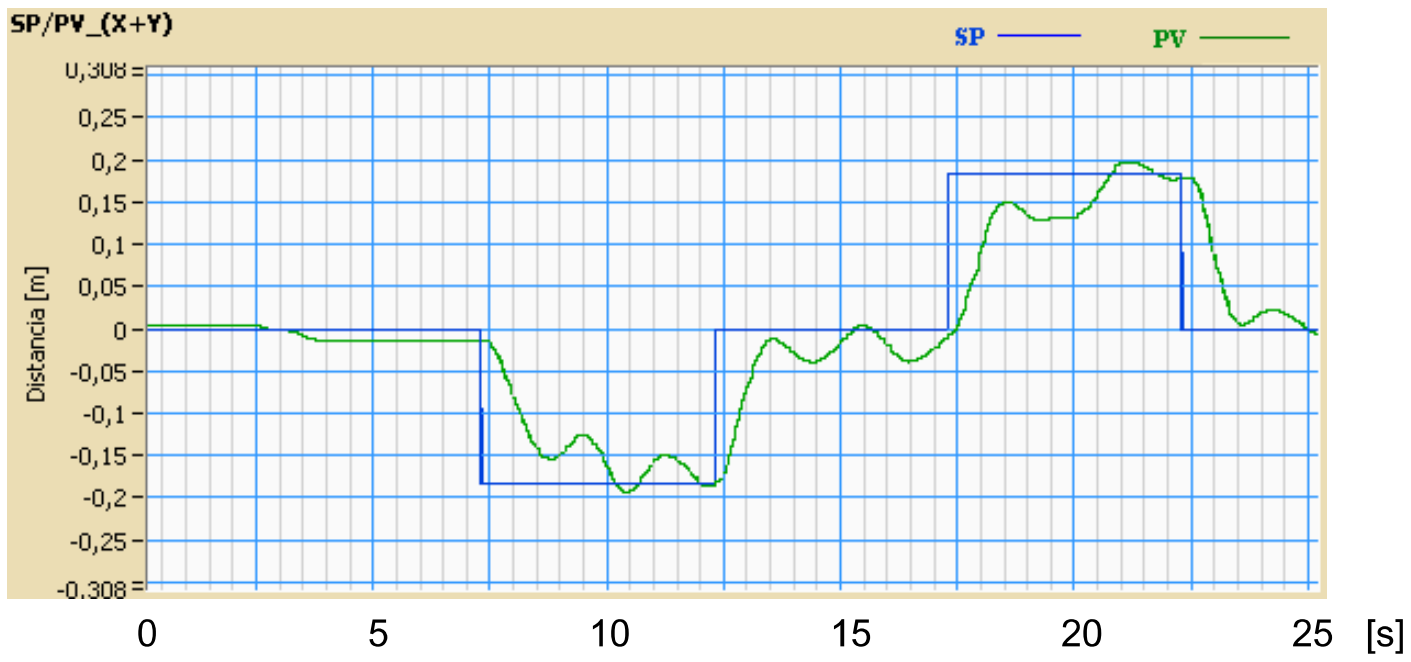

Figura 4.10. Respuesta de la posición de la esfera respecto a la coordenada X+Y del controlador PID difuso.

El valor de la IEA calculada durante toda la trayectoria para el controlador PID difuso es:

IEA = 0,181177

4.4. Comparación y análisis de resultados

Se analiza el desempeño entre el controlador PID convencional y el controlador difuso utilizando la prueba de signos de Wilcoxon para datos pareados. Los datos utilizados son los valores calculados de la IEA del controlador PID convencional registrados en la tabla 4.1 y del controlador PID difuso registrados en la tabla 4.2, estos datos están tabulados en pares tal como se presenta en la tabla 4.3

Tabla 4.3. Prueba de Wilcoxon para datos pareados utilizando la IEA de los dos controladores

No.	IEA PID	IEA FUZZY	DIFERENCIA	ABSOLUTO	MENOR A MAYOR	ORDEN	W-	W+
1	0,037890	0,034313	0,003577	0,003577	0,000027	1		1
2	0,037880	0,036493	0,001387	0,001387	0,000441	2		2
3	0,038576	0,033866	0,004710	0,004710	0,000835	3		3
4	0,036244	0,033384	0,002860	0,002860	0,001360	4		4
5	0,041913	0,035422	0,006491	0,006491	0,001387	5		5
6	0,038911	0,035186	0,003725	0,003725	0,001509	6		6
7	0,040464	0,035522	0,004942	0,004942	0,001806	7		7
8	0,039033	0,036715	0,002318	0,002318	0,002075	8		8
9	0,037261	0,034362	0,002899	0,002899	0,002318	9		9
10	0,035469	0,035028	0,000441	0,000441	0,002423	10		10
11	0,040188	0,036215	0,003973	0,003973	0,002860	11		11
12	0,040755	0,032937	0,007818	0,007818	0,002899	12		12
13	0,035150	0,034315	0,000835	0,000835	0,003386	13		13
14	0,038876	0,033575	0,005301	0,005301	0,003577	14		14
15	0,041489	0,035360	0,006129	0,006129	0,003725	15		15
16	0,041789	0,034360	0,007429	0,007429	0,003973	16		16
17	0,034220	0,034193	0,000027	0,000027	0,004313	17		17
18	0,037268	0,035193	0,002075	0,002075	0,004710	18		18
19	0,040555	0,032624	0,007931	0,007931	0,004942	19		19
20	0,039858	0,034582	0,005276	0,005276	0,005125	20		20
21	0,044633	0,036580	0,008053	0,008053	0,005276	21		21
22	0,038929	0,033804	0,005125	0,005125	0,005301	22		22
23	0,043885	0,035482	0,008403	0,008403	0,005590	23		23
24	0,036923	0,033537	0,003386	0,003386	0,006129	24		24
25	0,039394	0,033804	0,005590	0,005590	0,006491	25		25
26	0,038147	0,035724	0,002423	0,002423	0,007429	26		26
27	0,035522	0,034162	0,001360	0,001360	0,007818	27		27
28	0,038341	0,036535	0,001806	0,001806	0,007931	28		28
29	0,037389	0,035880	0,001509	0,001509	0,008053	29		29
30	0,040650	0,036337	0,004313	0,004313	0,008403	30		30
					TOTAL=			**465**

La prueba de Wilcoxon permite confirmar con certeza una de las dos hipótesis planteadas:

- Hipótesis nula $\boldsymbol{H_0}$, indica que no existe diferencia significativa entre los valores IEA calculados del controlador PID convencional y del controlador PID difuso, es decir el desempeño de los controladores es similar.
- Hipótesis alternativa $\boldsymbol{H_a}$, indica que si existe diferencia significativa entre los valores IEA calculados del controlador PID convencional y del controlador PID difuso, es decir el desempeño de los controladores es diferente y el mejor desempeño tendrá aquel que haya logrado valores menores de IEA.

Siguiendo el procedimiento descrito en la sección 2.5, se tiene que, para un nivel de confianza del 95% se obtiene un nivel de significación $\alpha_0 = 0{,}05$, y $\frac{1}{2}\alpha_0 = 0{,}0025$; entonces, con este valor se buscó en una tabla de distribución normal estándar y se encontró que el valor para $Z_{\alpha/2} = 1{,}96$. Esto permite tener una referencia para aplicar la prueba de Wilcoxon, por medio de las siguientes condiciones:

- Si $Z \leq Z_{\alpha/2}$ entonces se acepta la hipótesis nula $\boldsymbol{H_0}$
- Si $Z > Z_{\alpha/2}$ entonces se acepta la hipótesis alternativa $\boldsymbol{H_a}$

Para $n = 30$ muestras, se calcula la media u_{W+}, por medio de utilizar la ecuación 2.7, así:

$$u_{W+} = \frac{30(31)}{4} = 232{,}5$$

Se determina la desviación típica σ_{W+}, por medio de utilizar la ecuación 2.8, así:

$$\sigma_{W+} = \sqrt{\frac{30(31)(61)}{24}} = 48{,}61$$

Se encuentra el valor Z de la prueba de Wilcoxon aplicando la ecuación 2.9, así:

$$Z = \frac{465 - 232{,}5}{48{,}61} = 4{,}78$$

Donde se cumple que $Z > Z_{\alpha/2}$. Por lo tanto, se acepta la hipótesis alternativa $\boldsymbol{H_a}$, que indica que si existen diferencias significativas en el desempeño entre los dos controladores. Esta prueba permite asegurar que el controlador PID difuso tiene mejor desempeño que el controlador PID convencional, ya que los valores de IEA del controlador difuso son menores a los valores obtenidos del controlador PID convencional.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

Se logró controlar la posición de una esfera en cualquier punto seleccionado sobre un plato móvil por medio de la implementación de un controlador PID difuso, utilizando la estructura Ball and Plate modelo 33-240 Feedback, con actuadores magnéticos y visión artificial como realimentación.

El modelo de comportamiento del sistema Ball and Plate es no lineal y para aproximar a un sistema lineal se tiene que anular varios parámetros como la masa y aceleración de la esfera, la masa del plato móvil, la no linealidad provocada por la histéresis de los actuadores y asumir que la esfera se desplaza solo sobre el plano X e Y. Por lo que, el modelo matemático encontrado constituye una aproximación del comportamiento real del sistema.

La utilización de visión artificial brinda una medición confiable de la posición de la esfera sobre el plato en el plano X e Y en tiempo real, debido a que, por la ubicación de la cámara, el desplazamiento de la esfera sobre el eje Z no tiene incidencia en la medición.

Se desarrolló un controlador PID difuso, ya que éste mostró ventajas al reducir las oscilaciones en la salida del sistema con la acción proporcional derivativa y mejorar la precisión al disminuir el error en estado estable con la acción proporcional integral.

Para la sintonización de un controlador PID convencional se utilizó el método de Ziegler – Nichlos que es un procedimiento ampliamente utilizado. Pero este método no resultó suficiente para sintonizar un controlador PID difuso, en vista de que, el concepto de lógica difusa necesita de la experiencia en la operación del sistema. Por lo que se requirió conocer detalladamente la operación del sistema Ball and Plate para lograr una sintonía más fina.

En la prueba estadística de Wilcoxon de suma de rangos de diferencias para muestras por pares se utilizó un nivel de confianza del 95% ($Z_{\alpha/2} = 1{,}96$), cuya prueba permite contestar una de las siguientes hipótesis:

- Hipótesis nula $\boldsymbol{H_0}$, cuando $Z \leq Z_{\alpha/2}$ indica que el desempeño del controlador PID difuso y el desempeño del controlador PID convencional son similares.
- Hipótesis alternativa $\boldsymbol{H_a}$, cuando $Z > Z_{\alpha/2}$ indica que el desempeño del controlador PID difuso es mejor que el controlador PID convencional.

Mediante esta prueba se determinó que $Z = 4{,}78$, es decir $Z > Z_{\alpha/2}$. Por lo que se acepta la hipótesis alternativa y se comprueba que el desempeño del controlador PID difuso es mejor que el desempeño del controlador PID convencional

5.2. Recomendaciones

Los inductores Thomson requieren refrigeración forzada por ventilación, ya que sin esta, el tiempo máximo de operación es de una hora, tiempo en el cual los actuadores llegan a producir un calor excesivo en las bobinas.

La visión artificial del sistema Ball and Plate requiere buena iluminación, por lo que no es pertinente ubicar el sistema en lugares oscuros o totalmente cerrados en los que se necesitará proveer iluminación extra.

La base del sistema Ball and Plate debe estar firme y lo más horizontal posible, puesto que un movimiento brusco del plato móvil llega a descalibrar la señal dada por los sensores resistivos que miden los ángulos de giro de la plataforma.

Verificar siempre, al inicio de la operación que la medida de los ángulos de giro del plato estén en el rango de -10° a $+10^{O}$ para los ángulos alfa y beta; ya que, si los ángulos está mal calibrados, el controlador tendrá otra referencia para el punto cero y no podrá controlar el sistema Ball and Plate.

El controlador está diseñado para una esfera muy ligera de peso menor a 20gr, por lo que, al utilizar una esfera de gran peso el actuador tendrá problemas en seguir la señal de control.

Una aplicación a ser aplicada en el control de la posición de la esfera sobre el plato utilizando visión artificial, sería lograr que la esfera recorra una trayectoria dentro de un laberinto buscando la salida.

Como un proyecto futuro utilizando el sistema Ball and Plate, se podría realizar una mejor sintonización de los controladores PID, en base al diseño e implementación de un sistema automático de sintonización.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Awtar, S., Boklund, N., Bernard, C., Master, A., Ueda, D., & Craig , K. (2002). Mechatronic Design of a ball on plate balancing system. *Mechatronics*, 12. New York, USA: Department of Mechanical Engineering, Aeronautical Engineering and Mechanics. Rensselaer Polytechnic Institute.

Barrera, W., & Sánchez, J. (2015). *Diseño de controladores PID difusos de las variables de nivel y temperatura de una plataforma de entrenamiento para control de procesos continuos.* Quito: Universidad Politécnica Salesiana.

Caicedo, E., & López, J. (2007). Control Inteligente. *Control y Modelado con Sistemas Difusos*. Cali, Colombia: Programa de Postgrados en Ingeniería Eléctrica y Electrónica. Universidad del Valle.

Chapman, S. (2012). *Máquinas Eléctricas.* México: McGrawHill.

Feedback. (2008). *Ball and Plate Control Experiments.* London: Feedback Instruments Ltd.

Feedback. (2008). *Ball and Plate Installation and Commissioning.* London: Feedback Instruments Ltd.

Googoltech. (2009). *User guide and experiment manual Ball and Plate system.* Shenzhen: Googol Technology (HK) Ltd.

Kuo, B. (1996). *Sistemas de control automático.* México: Prentice Hall Hispanoamericana.

Lee, S. H., Song, J. B., Choi, W. C., & Hong, D. (2003). Position control of a Stewart platform using inverse dynamics control with approximate dynamics. *Mechatronics*, 15. Seoul, Korea: Department of Mechanical Engineering Korea University.

Lin, C., Liou, M. C., & lee, C. M. (Mayo de 2014). Image Fuzzy Control on Magnetic Suspension Ball and Plate System. *International Journal of Automation and Control Engineering (IJACE)*. Tainan, Taiwan: Department of Aeronautics and Astronautics, National Cheng Kung University.

Logitech. (2009). *Logitech webcam C200.* Logitech Ltd.

Moarref, M., Saadat, M., & Vossoughi, G. (Junio de 2008). Mechatronic Design and Position Control of a novel Ball and plate system. *Mediterranean Conference on Control and Automation*, 6. Ajaccio, Francia.

Moore, D. (2005). *Estadística aplicada básica.* Barcelona, España: Antoni Bosch.

Munguia, H., & Franco, R. (Octubre de 2014). Bobina de Thomson. *Epistemus*. Sonora, México: Departamento de Física. Universidad de Sonora USON.

National Instruments. (Junio de 2009). LabVIEW PID and Fuzzy Logic Toolkit User Manual. *Technical Support and Product Information*. Austin, Texas: National Instruments Corporation.

Nokhbeh, M., Khashabi, D., & Talebi, H. (2011). *Modelling and Control of Ball-Plate System.* Tehran: Amirkabir University of Technology.

Ogata, K. (2010). *Ingeniería de Control Moderna.* Madrid: Pearson Educación S.A.

Otoala, P. (Junio de 2015). *Construcción y diseño del sistema de control de posición de una esfera sobre una plataforma movil.* Madrid, España: Escuela Técnica Superior de Ingeniería. ICAI.

Ponce, P. (2010). *Inteligencia artificial con aplicaciones a la ingeniería.* México: Alfaomega.

Soldovieri, T. (2013). *Introducción a la mecánica de Lagrange y Hamilton.* Maracaibo. Venezuela: Universidad de Zulia.

Virseda, M. (2004). *Modeling and Control of the Ball and Beam Process.* Lund Sweden: Department of Automatic Control Lund Institute of Technology.

ANEXOS

ANEXO 1

DIAGRAMA DE BLOQUES DE CONEXIÓN ELÉCTRICA DE LOS ELEMENTOS AL INTERIOR DE LA BASE

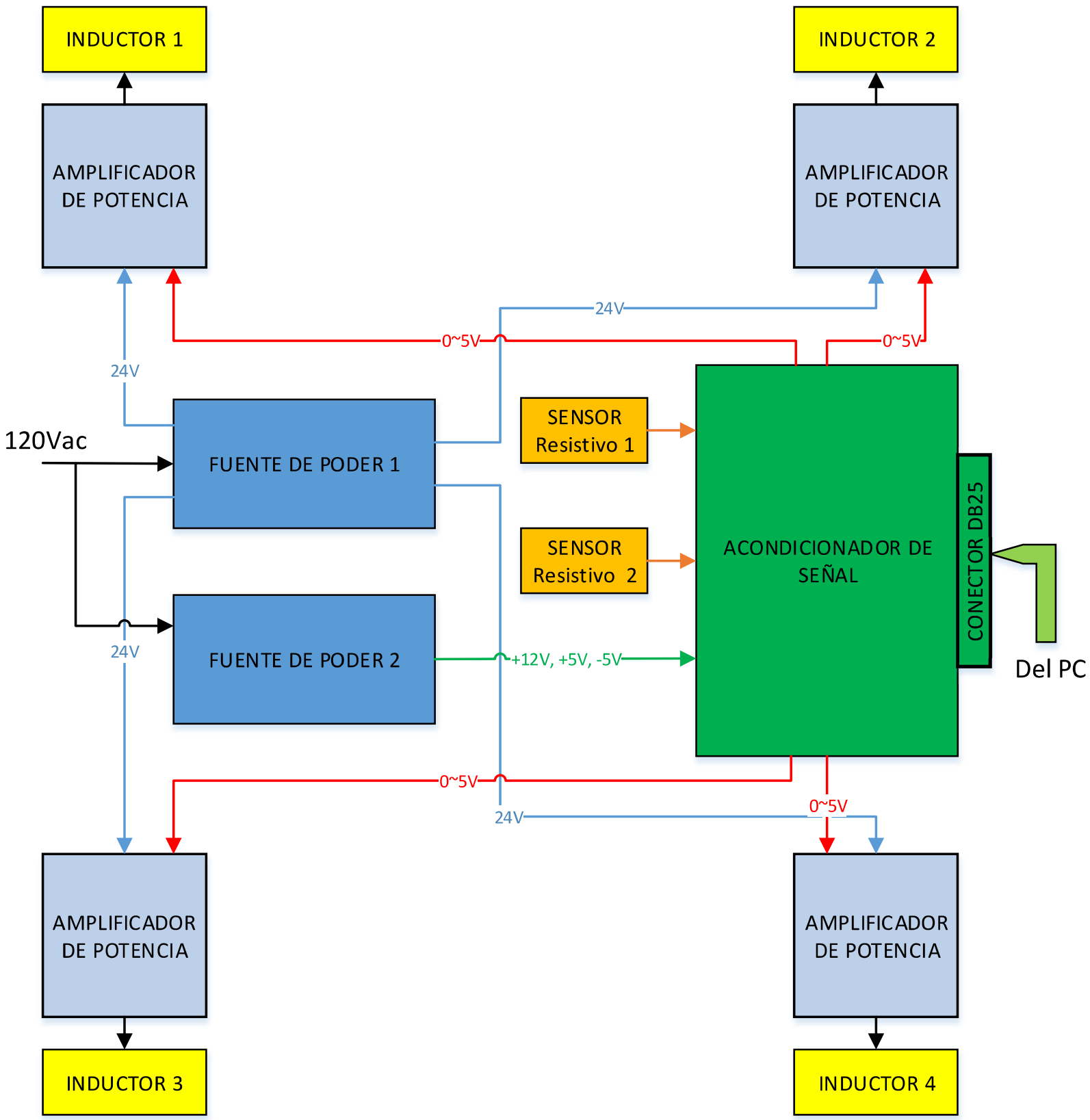

Figura A.1. Diagrama de bloques de la conexión eléctrica de los elementos al interior de la base del Ball and Plate.

Nota: Las características de cada elemento se detallan en la tabla 3.1.

ANEXO 2

PROGRAMA DEL ALGORITMO DE VISIÓN ARTIFICIAL

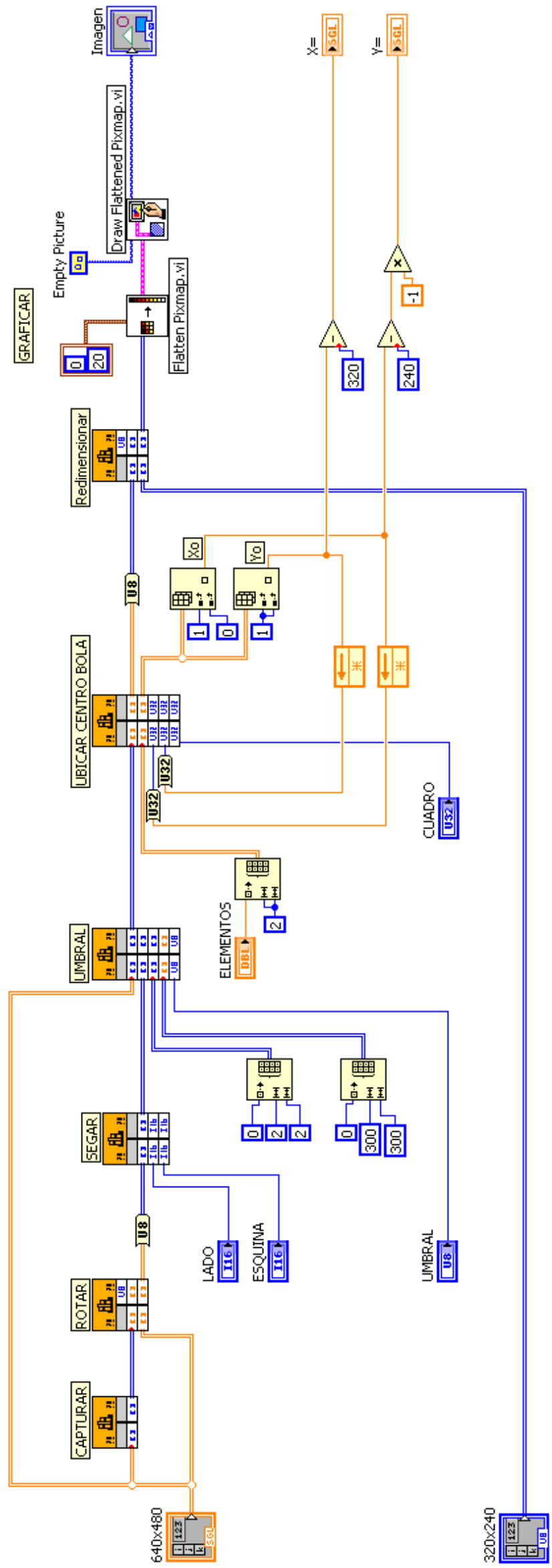

Figura A.2. Algoritmo de programación en LabView para la visión artificial que mide la posición de la esfera sobre el plato.

ANEXO 3

DESARROLLO ECUACIÓN EULER – LAGRANGE

(Feedback, Ball and Plate Control Experiments, 2008)

$$Ec = \frac{1}{2}\left[m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + I_p(\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) + I_b\left(\frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{r^2}\right) + I_b(\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) + m(x\dot{\alpha} + y\dot{\beta})^2\right]$$

$$Ep = mgx\sin\alpha + mgy\sin\beta$$

La definición de cada variable se presenta en la tabla 3.3.

El Lagrangiano es: $L = Ec - Ep$

La ecuación de Euler-Lagrange es:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q$$

Dónde: $q = [x, y, \alpha, \beta]$ y $Q = [\tau_\alpha, \tau_\beta]$

Desarrollando:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = m(x\dot{\alpha} + y\dot{\beta})\dot{\alpha} - mg\sin\alpha,$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = m(x\dot{\alpha} + y\dot{\beta})\dot{\beta} - mg\sin\beta,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} = -mgx\cos\alpha,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = -mgy\cos\beta,$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \frac{d}{dt}\left(m\dot{x} + \frac{I_b\dot{x}}{r^2}\right) = \ddot{x}\left(m + \frac{I_b}{r^2}\right),$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = \frac{d}{dt}\left(m\dot{y} + \frac{I_b\dot{y}}{r^2}\right) = \ddot{y}\left(m + \frac{I_b}{r^2}\right),$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} = \frac{d}{dt}\left(\dot{\alpha}(I_p + I_b) + mx(x\dot{\alpha} + \dot{\beta}y)\right) = \ddot{\alpha}(I_p + I_b) + m\left(\ddot{\alpha}x^2 + \ddot{\beta}xy + \dot{\beta}x\dot{y} + \dot{\beta}\dot{x}y\right),$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} = \frac{d}{dt}\left(\dot{\beta}(I_p + I_b) + my(x\dot{\alpha} + \dot{\beta}y)\right) = \ddot{\beta}(I_p + I_b) + m\left(\ddot{\beta}y^2 + \ddot{\alpha}xy + \dot{\alpha}x\dot{y} + \alpha\dot{x}y\right),$$

Agrupando se tiene:

$$mg\sin\alpha + \ddot{x}\left(m + \frac{I_b}{r^2}\right) - m(x\dot{\alpha} + y\dot{\beta})\dot{\alpha} = 0$$

$$mg\sin\beta + \ddot{y}\left(m + \frac{I_b}{r^2}\right) - m(x\dot{\alpha} + y\dot{\beta})\dot{\beta} = 0$$

$$mgx\cos\alpha + \ddot{\alpha}(I_b + I_p) + m(\ddot{\alpha}x^2 + \ddot{\beta}xy + \dot{\beta}x\dot{y} + \dot{\beta}\dot{x}y) = \tau_\alpha$$

$$mgy\cos\beta + \ddot{\beta}(I_b + I_p) + m(\ddot{\beta}x^2 + \ddot{\alpha}xy + \dot{\alpha}x\dot{y} + \dot{\alpha}\dot{x}y) = \tau_\beta$$

La masa de la esfera es pequeña en comparación con la dinámica del plato por lo que su aceleración sería despreciable, simplificando:

$$mg\sin\alpha + \ddot{x}\left(m + \frac{I_b}{r^2}\right) = 0$$

$$mg\sin\beta + \ddot{y}\left(m + \frac{I_b}{r^2}\right) = 0$$

$$mgx\cos\alpha + \ddot{\alpha}(I_b + I_p) = \tau_\alpha$$

$$mgy\cos\beta + \ddot{\beta}(I_b + I_p) = \tau_\beta$$

ANEXO 4

LINEALIZACIÓN METODO DE TAYLOR

(Feedback, Ball and Plate Control Experiments, 2008)

$$\tau_\alpha = 0.2k_c\frac{(i_1+2.2)^2}{|\alpha-0.17|} - 0.2k_c\frac{(i_1-2.2)^2}{|\alpha+0.17|}$$

$$|\alpha| < 0.17$$

$\tau_{\alpha 0}$,i_{10},α_0 puntos de operación normal para τ_α, i_1 y α respectivamente.

Donde: $k_c = 0.0125$ N·m·deg/A^2

Linealizando

$$\tau_\alpha - \tau_{\alpha 0} = K_1(i_1 - i_{10}) + K_2(\alpha - \alpha_0)$$

$$\tau_\alpha - \tau_{\alpha 0} = m\ddot{\alpha} - m\ddot{\alpha}_0 = m\Delta\ddot{\alpha}$$

$$K_1 = \frac{\partial \tau_\alpha}{\partial i_1}, evaluada\ en\ (i_{10}, \alpha_0)$$

$$K_1 = 0.4k_c\frac{i_{10}+2.2}{|\alpha_0-0.17|} - 0.4k_c\frac{i_{10}-2.2}{|\alpha_0+0.17|}$$

$$K_2 = \frac{\partial \tau_\alpha}{\partial \alpha}, evaluada\ en\ (i_{10}, \alpha_0)$$

$$K_2 = -0.2k_c\frac{(i_{10}+2.2)^2}{|\alpha_0-0.17|} + 0.2k_c\frac{(i_{10}-2.2)^2}{|\alpha_0+0.17|}$$

;

$$\tau_\beta = 0.2k_c\frac{(i_2+2.2)^2}{|\beta-0.17|} - 0.2k_c\frac{(i_2-2.2)^2}{|\beta+0.17|}$$

$$|\beta| < 0.17$$

$\tau_{\beta 0}$,i_{20},β_0 puntos de operación normal para τ_β, i_2 y β respectivamente.

Linealizando

$$\tau_\beta - \tau_{\beta 0} = K_3(i_2 - i_{20}) + K_4(\beta - \beta_0)$$

$$\tau_\beta - \tau_{\beta 0} = m\ddot{\beta} - m\ddot{\beta}_0 = m\Delta\ddot{\beta}$$

$$K_3 = \frac{\partial \tau_\beta}{\partial i_2}, evaluada\ en\ (i_{20}, \beta_0)$$

$$K_3 = 0.4k_c\frac{i_{20}+2.2}{|\beta_0-0.17|} - 0.4k_c\frac{i_{20}-2.2}{|\beta_0+0.17|}$$

$$K_4 = \frac{\partial \tau_\beta}{\partial \beta}, evaluada\ en\ (i_{20}, \beta_0)$$

$$K_4 = -0.2k_c\frac{(i_{20}+2.2)^2}{|\beta_0-0.17|} + 0.2k_c\frac{(i_{20}-2.2)^2}{|\beta_0+0.17|}$$

Agrupando:

$$m_p\Delta\ddot{\alpha} = 0.4k_c\frac{i_{10}+2.2}{|\alpha_0-0.17|}\Delta i_1 - 0.4k_c\frac{i_{10}-2.2}{|\alpha_0+0.17|}\Delta i_1 - 0.2k_c\frac{(i_{10}+2.2)^2}{|\alpha_0-0.17|}\Delta\alpha + 0.2k_c\frac{(i_{10}-2.2)^2}{|\alpha_0+0.17|}\Delta\alpha$$

$$m_p\Delta\ddot{\beta} = 0.4k_c\frac{i_{20}+2.2}{|\beta_0-0.17|}\Delta i_2 - 0.4k_c\frac{i_{20}-2.2}{|\beta_0+0.17|}\Delta i_2 - 0.2k_c\frac{(i_{20}+2.2)^2}{|\beta_0-0.17|}\Delta\beta + 0.2k_c\frac{(i_{20}-2.2)^2}{|\beta_0+0.17|}\Delta\beta$$

Donde se tiene:

$$\Delta i_1 = (i_1 - i_{10});\ \Delta\alpha = (\alpha - \alpha_0);\ \Delta i_2 = (i_2 - i_{20});\ \Delta\beta = (\beta - \beta_0)$$

Cuando los torques son nulos las corrientes i_{10} e i_{20} son nulas y los ángulos $\boldsymbol{\alpha}$ y $\boldsymbol{\beta}$ son cero, de ahí:

$$\Delta\ddot{\alpha} = \frac{0{,}8k_c}{m_p}\left(\frac{2{,}2}{0{,}17}\right)\Delta i_1$$

$$\Delta\ddot{\beta} = \frac{0{,}8k_c}{m_p}\left(\frac{2{,}2}{0{,}17}\right)\Delta i_2$$

Rescribiendo en el dominio de Laplace. La función de transferencia que relaciona el ángulo del plato con la corriente hacia el actuador, se tiene:

$$\frac{\alpha(s)}{i_1(s)} = \frac{0{,}8k_c}{m_p}\left(\frac{2{,}2}{0{,}17}\right)\left(\frac{1}{S^2}\right)$$

$$\frac{\beta(s)}{i_2(s)} = \frac{0{,}8k_c}{m_p}\left(\frac{2{,}2}{0{,}17}\right)\left(\frac{1}{S^2}\right)$$

ANEXO 5

BASE DE REGLAS LINGUISTICAS PARA CONTROL DE GIRO DEL PLATO

La fundamentación de las reglas difusas para los controladores del ángulo de giro del plato en alfa y beta, se explican a continuación:

1. Cuando el error es negativo indica que la señal de referencia es menor que la señal medida, y si la derivada del error es negativo indica que la tendencia del error es decreciente por lo que la salida del controlador se mantiene negativo.
2. Cuando el error es negativo indica que la señal de referencia es menor que la señal medida, y si la derivada del error es cero indica que la tendencia del error nula por lo que la salida del controlador se mantiene negativo.
3. Cuando el error es negativo indica que la señal de referencia es menor que la señal medida, y si la derivada del error es positivo indica que la tendencia del error creciente por lo que la salida del controlador se mantiene negativo.
4. Cuando el error es cero indica que la señal de referencia es igual que la señal medida, y si la derivada del error es negativo indica que la tendencia del error decreciente por lo que la salida del controlador se mantiene negativo.
5. Cuando el error es cero indica que la señal de referencia es igual que la señal medida, y si la derivada del error es cero indica que la tendencia del error es nula por lo que la salida del controlador es cero.
6. Cuando el error es cero indica que la señal de referencia es igual que la señal medida, y si la derivada del error es positivo indica que la tendencia del error es creciente por lo que la salida del controlador es positivo.
7. Cuando el error es positivo indica que la señal de referencia es mayor que la señal medida, y si la derivada del error es negativo indica que la tendencia del error es decreciente por lo que la salida del controlador se mantiene positiva.
8. Cuando el error es positivo indica que la señal de referencia es mayor que la señal medida, y si la derivada del error es cero indica que la tendencia del error es nula por lo que la salida del controlador se mantiene positiva.
9. Cuando el error es positivo indica que la señal de referencia es mayor que la señal medida, y si la derivada del error es positivo indica que la tendencia del error es creciente por lo que la salida del controlador se mantiene positivo.

Se presenta el resumen de la base de reglas lingüísticas en la tabla A.1.

Tabla A.1. Base de reglas lingüísticas para control del giro del plato en alfa y beta.

NO.	REGLAS DE INFERENCIA LINGÜÍSTICAS
1	IF ‘Error’ IS ‘N’ AND ‘d/dt Error’ IS ‘N’ THEN ‘Salida’ IS ‘N’
2	IF ‘Error’ IS ‘N’ AND ‘d/dt Error’ IS ‘Z’ THEN ‘Salida’ IS ‘N’
3	IF ‘Error’ IS ‘N’ AND ‘d/dt Error’ IS ‘P’ THEN ‘Salida’ IS ‘N’
4	IF ‘Error’ IS ‘Z’ AND ‘d/dt Error’ IS ‘N’ THEN ‘Salida’ IS ‘N’
5	IF ‘Error’ IS ‘Z’ AND ‘d/dt Error’ IS ‘Z’ THEN ‘Salida’ IS ‘Z’
6	IF ‘Error’ IS ‘Z’ AND ‘d/dt Error’ IS ‘P’ THEN ‘Salida’ IS ‘P’
7	IF ‘Error’ IS ‘P’ AND ‘d/dt Error’ IS ‘N’ THEN ‘Salida’ IS ‘P’
8	IF ‘Error’ IS ‘P’ AND ‘d/dt Error’ IS ‘Z’ THEN ‘Salida’ IS ‘P’
9	IF ‘Error’ IS ‘P’ AND ‘d/dt Error’ IS ‘P’ THEN ‘Salida’ IS ‘P’

ANEXO 6

GENERACIÓN DE REGLAS LÓGICAS PARA EL CONTROLADOR DE GIRO DEL PLATO

Visualización de la generación de las reglas lógicas por medio del software Matlab.

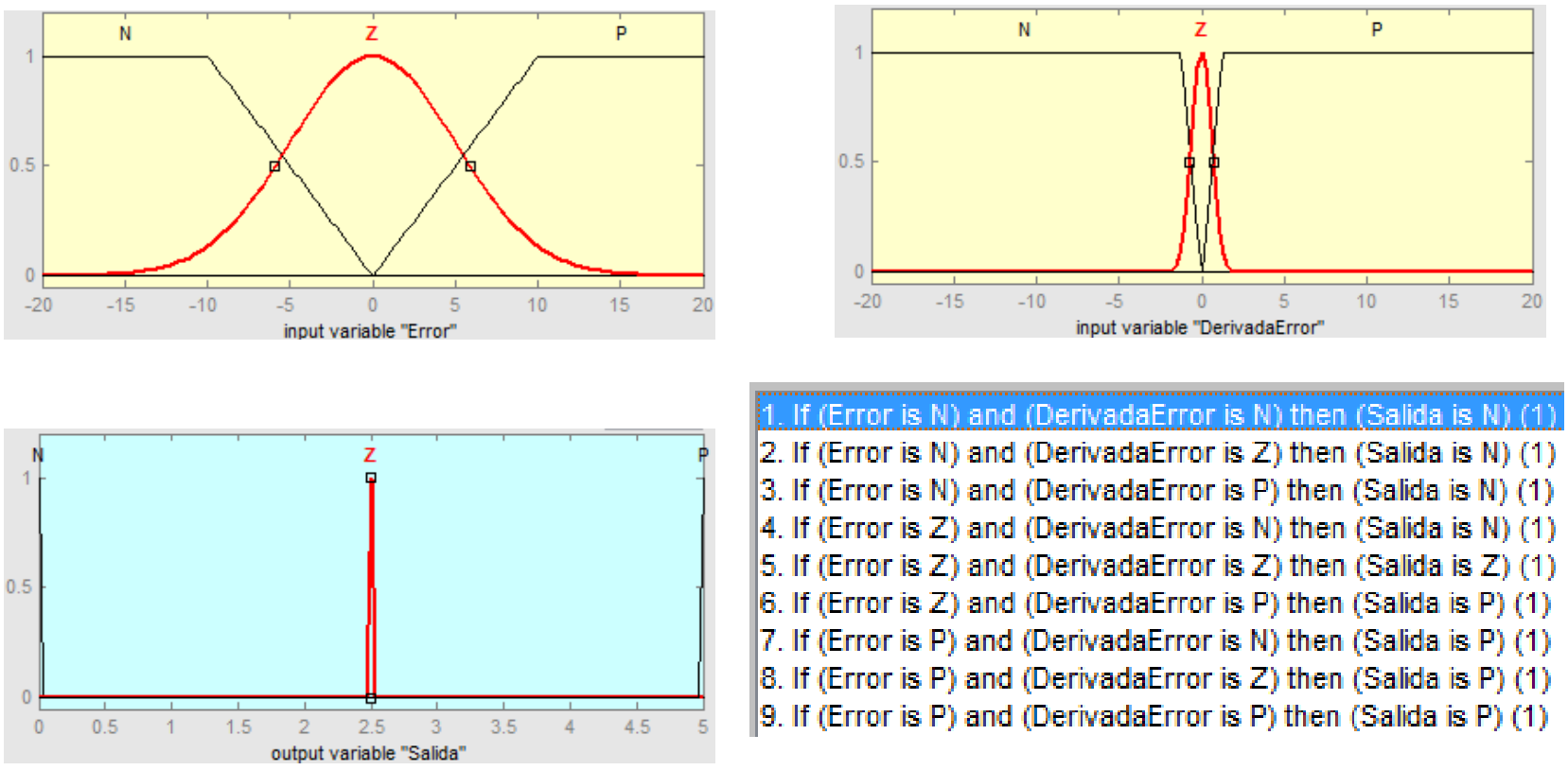

Figura A.3. Conjuntos difusos de las señales error, derivada del error y salida para control del giro del plato, incluida las reglas de inferencia.

En la figura A.4 se aprecia el uso de cuatro reglas difusas de las nueve para obtener la salida, las reglas utilizadas para generar la salida fueron la 5, 6, 8 y 9.

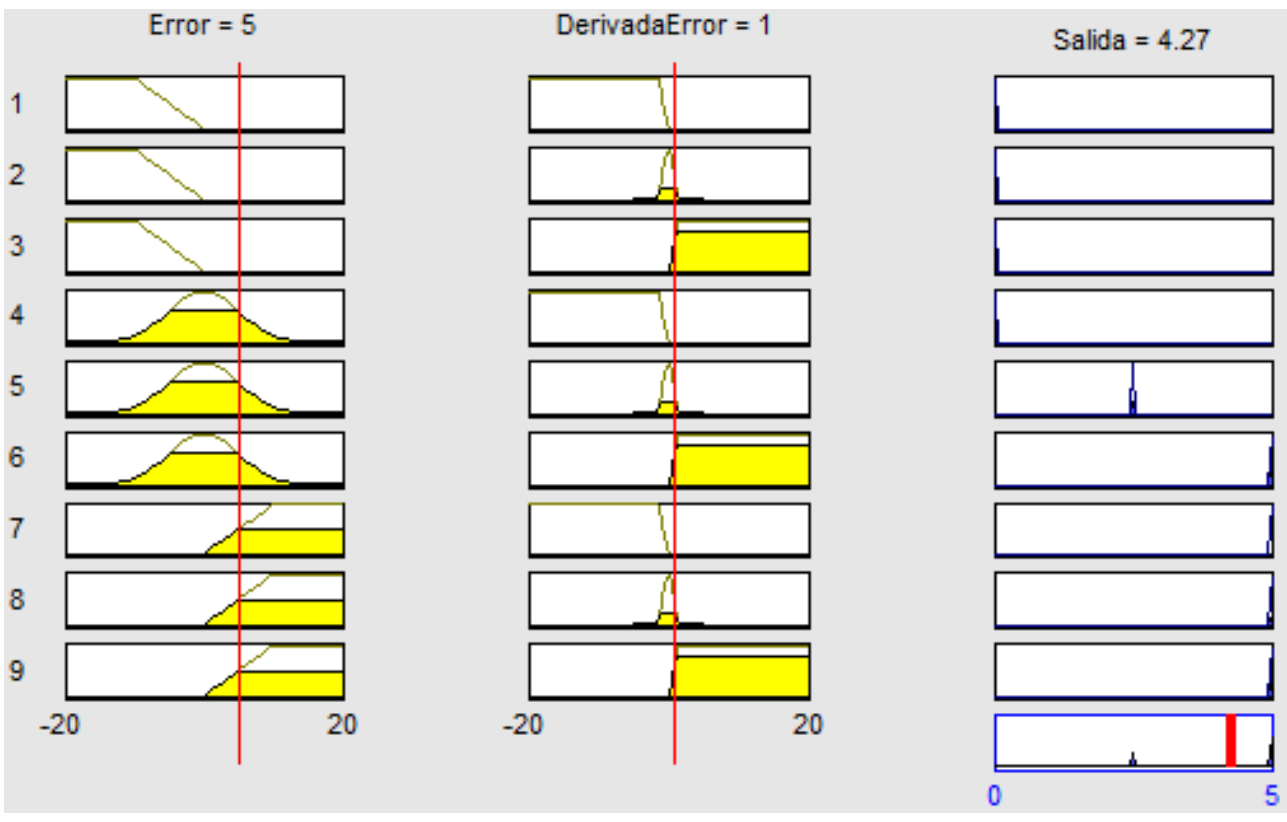

Figura A.4. Generación de reglas lógicas, con error = 5, derivada del error = 1 y salida = 4,27.

ANEXO 7

PROGRAMA DEL CONTROLADOR DIFUSO GIRO DEL PLATO

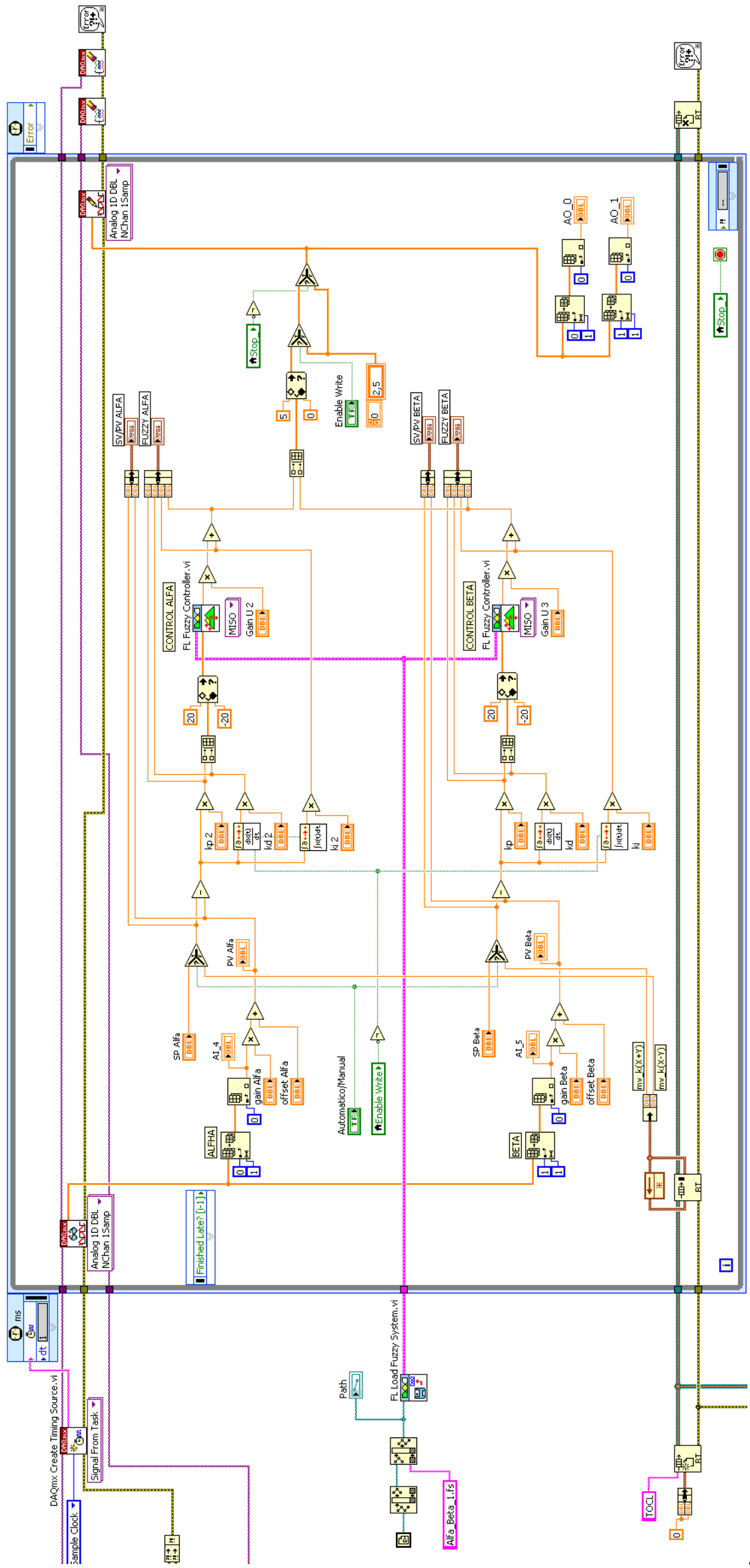

Figura A.5. Algoritmo de programación en LabView de los dos controladores para giro del plato respecto a sus ángulos alfa y beta.

ANEXO 8

BASE DE REGLA LINGUISTICAS PARA CONTROL DE LA POSICIÓN DE LA ESFERA

La fundamentación de las reglas difusas para los controladores de la posición de la esfera sobre el plato, se explican a continuación:

1. Cuando el error es negativo indica que la señal de referencia es menor que la señal medida, y si la derivada del error es negativo indica que la tendencia del error es decreciente por lo que la salida del controlador se mantiene negativo.
2. Cuando el error es negativo indica que la señal de referencia es menor que la señal medida, y si la derivada del error es cero indica que la tendencia del error nula por lo que la salida del controlador se mantiene negativo.
3. Cuando el error es negativo indica que la señal de referencia es menor que la señal medida, y si la derivada del error es positivo indica que la tendencia del error creciente por lo que la salida del controlador se mantiene negativo.
4. Cuando el error es cero indica que la señal de referencia es igual que la señal medida, y si la derivada del error es negativo indica que la tendencia del error decreciente por lo que la salida del controlador se mantiene negativo.
5. Cuando el error es cero indica que la señal de referencia es igual que la señal medida, y si la derivada del error es cero indica que la tendencia del error es nula por lo que la salida del controlador es cero.
6. Cuando el error es cero indica que la señal de referencia es igual que la señal medida, y si la derivada del error es positivo indica que la tendencia del error es creciente por lo que la salida del controlador es positivo.
7. Cuando el error es positivo indica que la señal de referencia es mayor que la señal medida, y si la derivada del error es negativo indica que la tendencia del error es decreciente por lo que la salida del controlador se mantiene positiva.
8. Cuando el error es positivo indica que la señal de referencia es mayor que la señal medida, y si la derivada del error es cero indica que la tendencia del error es nula por lo que la salida del controlador se mantiene positiva.
9. Cuando el error es positivo indica que la señal de referencia es mayor que la señal medida, y si la derivada del error es positivo indica que la tendencia del error es creciente por lo que la salida del controlador se mantiene positivo.

Se presenta el resumen de la base de reglas lingüísticas en la tabla A.2.

Tabla A.2. Base de reglas lingüísticas para control de posición de la esfera.

NO.	REGLAS DE INFERENCIA LINGÜÍSTICAS
1	IF ‘Error’ IS ‘N’ AND ‘d/dt Error’ IS ‘N’ THEN ‘Salida’ IS ‘N’
2	IF ‘Error’ IS ‘N’ AND ‘d/dt Error’ IS ‘Z’ THEN ‘Salida’ IS ‘N’
3	IF ‘Error’ IS ‘N’ AND ‘d/dt Error’ IS ‘P’ THEN ‘Salida’ IS ‘N’
4	IF ‘Error’ IS ‘Z’ AND ‘d/dt Error’ IS ‘N’ THEN ‘Salida’ IS ‘N’
5	IF ‘Error’ IS ‘Z’ AND ‘d/dt Error’ IS ‘Z’ THEN ‘Salida’ IS ‘Z’
6	IF ‘Error’ IS ‘Z’ AND ‘d/dt Error’ IS ‘P’ THEN ‘Salida’ IS ‘P’
7	IF ‘Error’ IS ‘P’ AND ‘d/dt Error’ IS ‘N’ THEN ‘Salida’ IS ‘P’
8	IF ‘Error’ IS ‘P’ AND ‘d/dt Error’ IS ‘Z’ THEN ‘Salida’ IS ‘P’
9	IF ‘Error’ IS ‘P’ AND ‘d/dt Error’ IS ‘P’ THEN ‘Salida’ IS ‘P’

ANEXO 9

GENERACIÓN DE REGLAS LÓGICAS PARA CONTROL DE POSICIÓN DE LA ESFERA

Visualización de la generación de las reglas lógicas por medio del software Matlab.

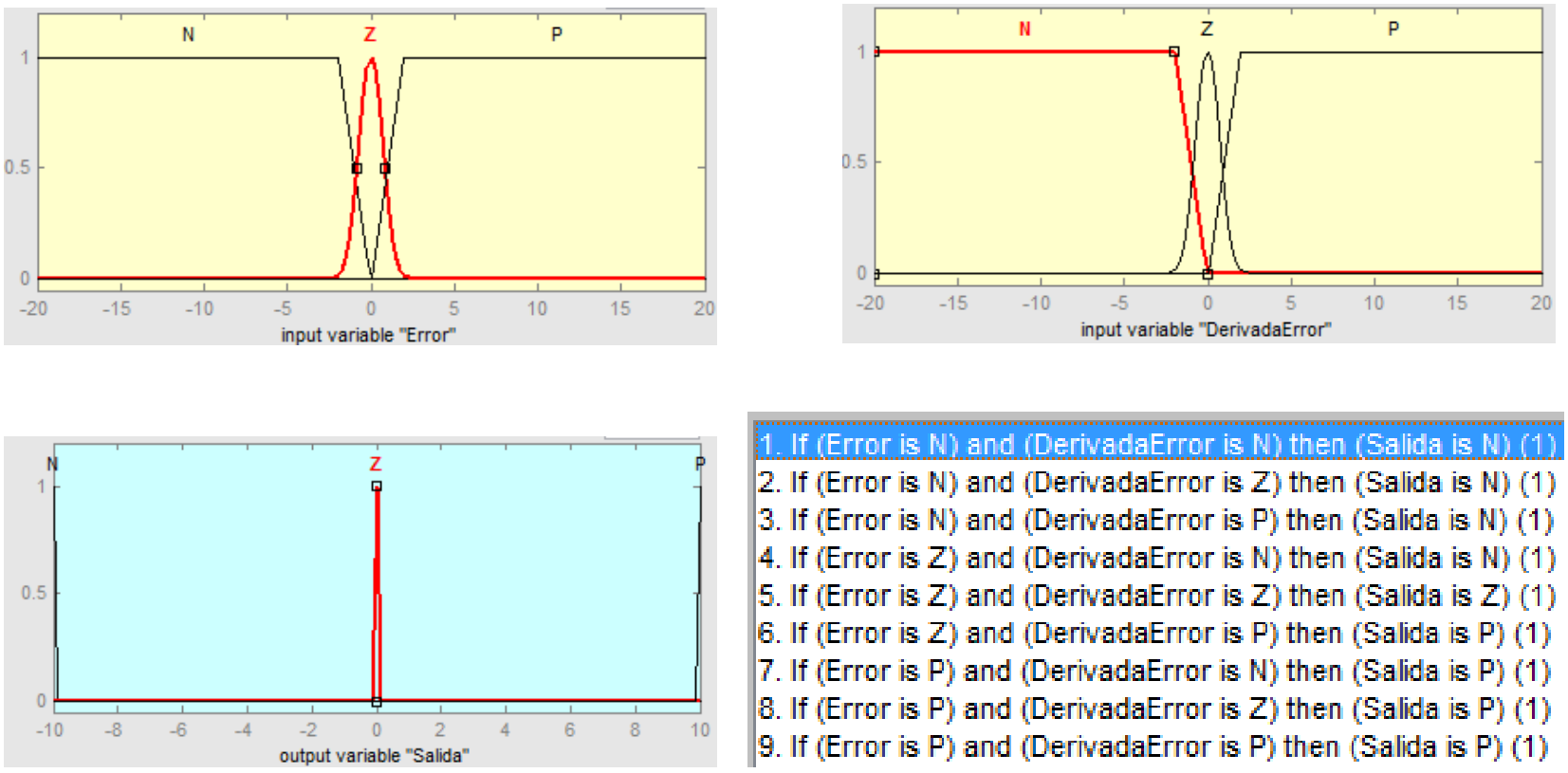

Figura A.6. Conjuntos difusos de las señales error, derivada del error y salida para control de la posición de la esfera, incluida las reglas de inferencia.

En la figura A.6 se aprecia el uso de cuatro reglas difusas de las nueve para obtener la salida, las reglas utilizadas para generar la salida fueron la 5, 6, 8 y 9.

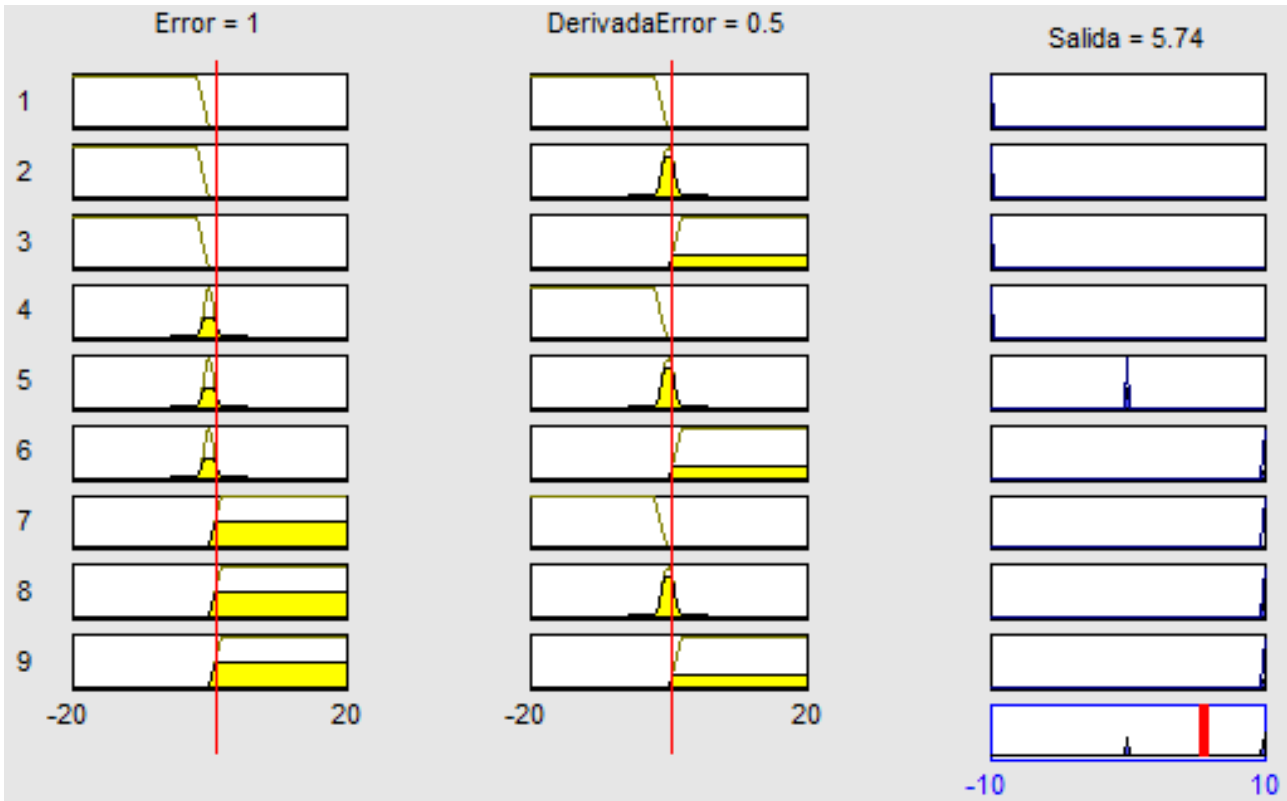

Figura A.7. Generación de reglas lógicas, con error = 1, derivada del error = 0,5 y salida = 5,74.

ANEXO 10

PROGRAMA DEL CONTROLADOR DIFUSO POSICIÓN ESFERA

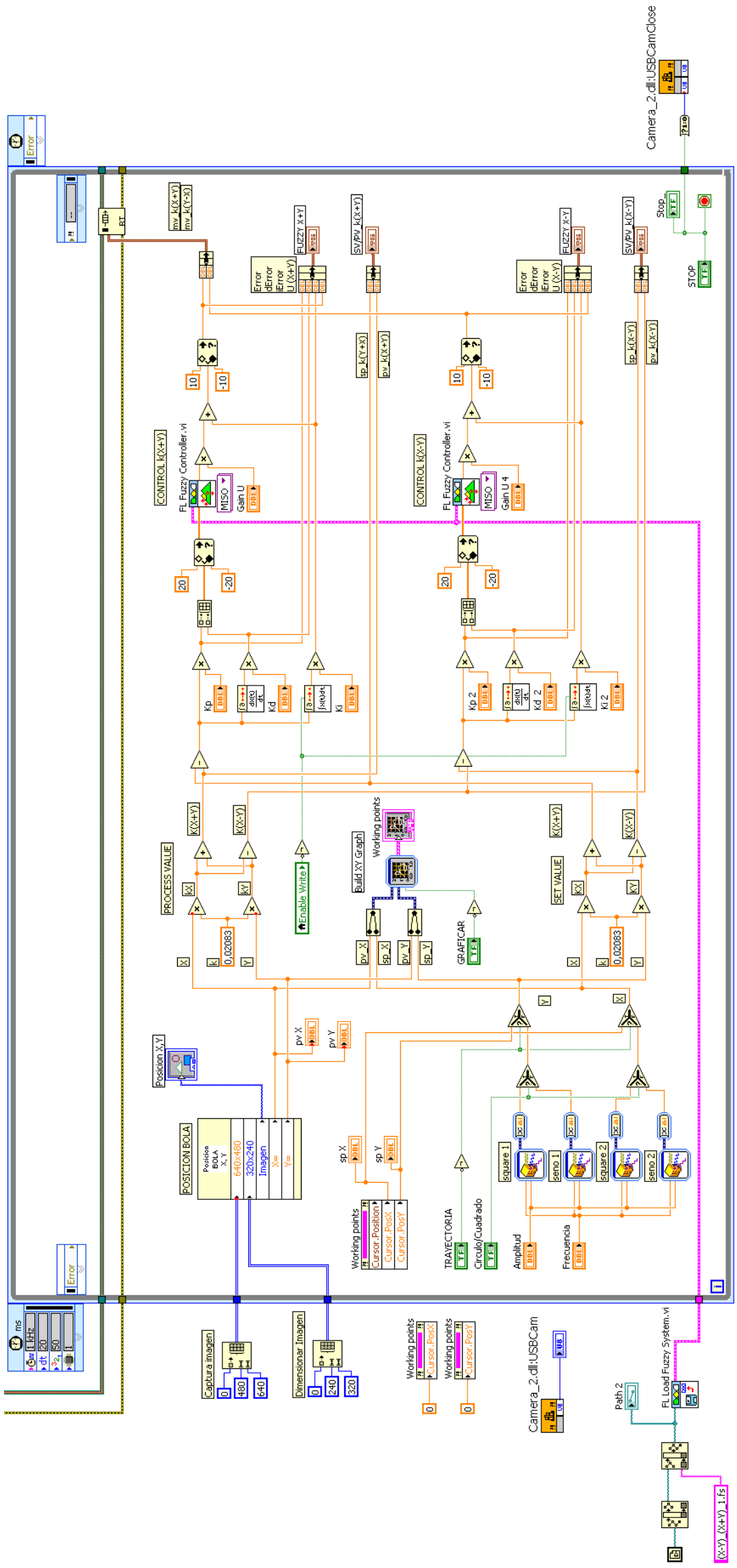

Figura A.8. Algoritmo de programación en LabView de los dos controladores para posicionar la esfera sobre el plato respecto a sus ejes coordenados.

ANEXO 11

PROGRAMA PARA CALCULAR LA IEA

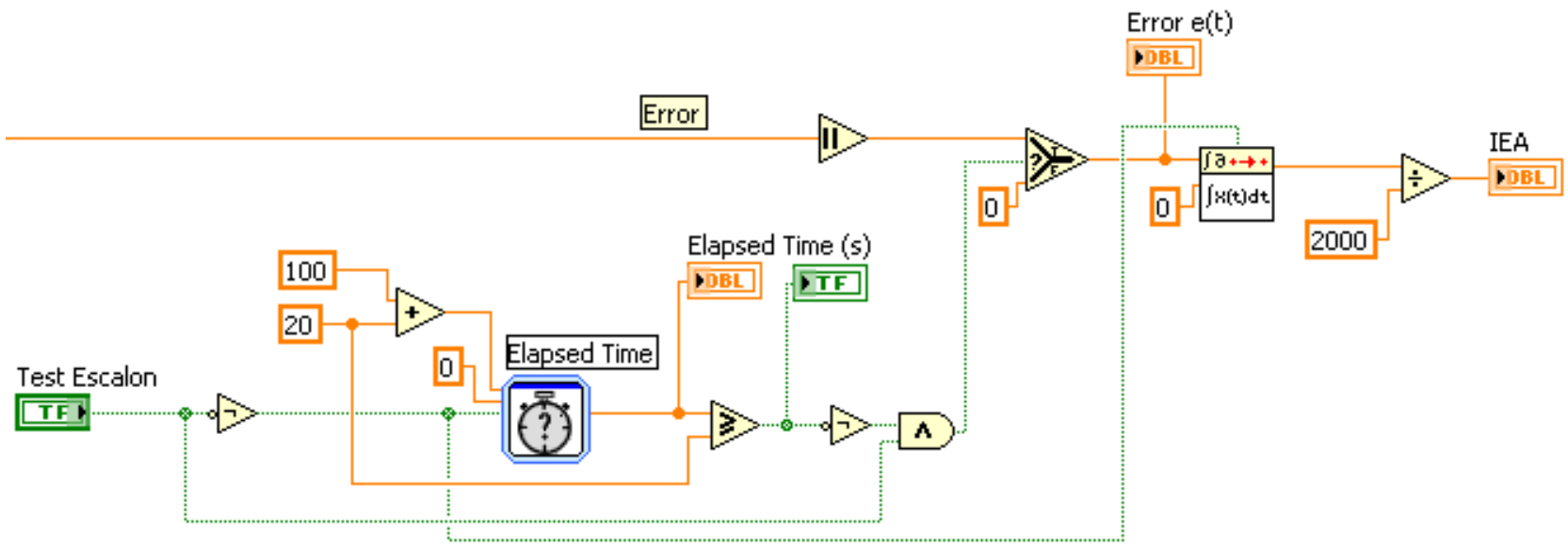

Figura A.9. Algoritmo de programación en LabView para cálculo de la Integral de Error Absoluto IEA, en un periodo de 20s.

ANEXO 12

SINTONIZACIÓN CONTROLADOR PID CONVENCIONAL

CONTROLADOR GIRO DEL PLATO

Método de Ziegler – Nichols descrito en la sección 2.2.4.

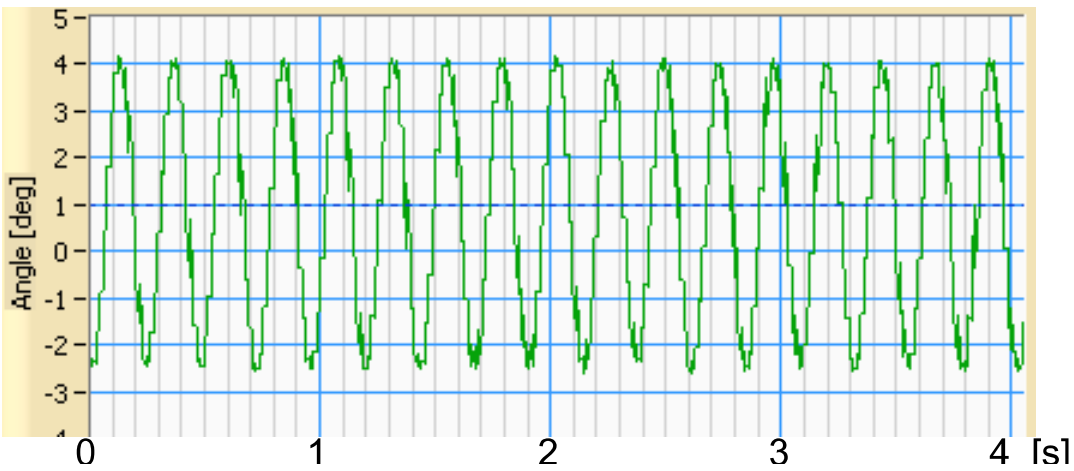

Figura A.10. Oscilación mantenida con Kcr=0,7 y Pcr=0,33s.

Valores Ziegler –Nichols:

$K_p = 0{,}6K_{cr} = 0{,}6 \times 0{,}7 = 0{,}42$

$T_i = 0{,}5 \times P_{cr} = 0{,}5 \times 0{,}33 = 0{,}165s.$

$T_d = 0{,}125 \times P_{cr} = 0{,}125 \times 0{,}33 = 0{,}041s.$

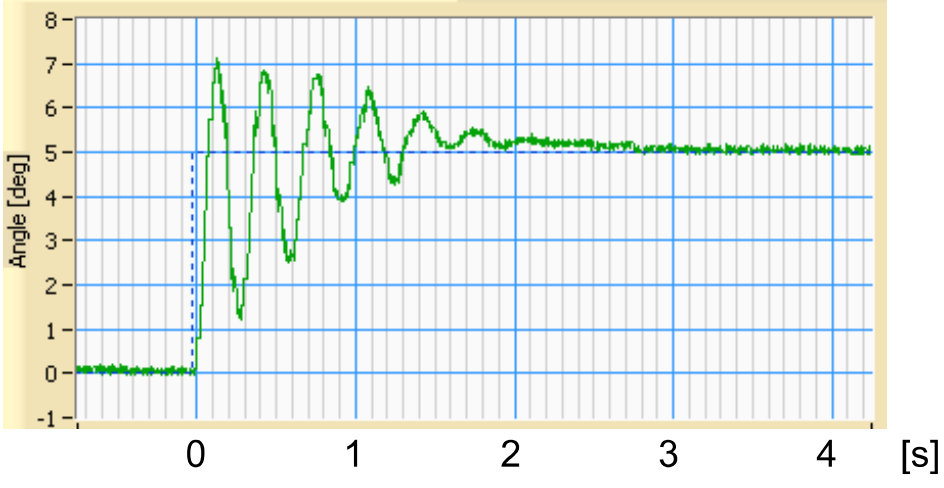

Figura A.11. Respuesta escalón de amplitud 5 con Kp=0,42. Ti=0,165s y Td=0,041s.

Valores sintonizados del controlador:
Kp=0,5. Ti=0,24s. Td=0,09s.

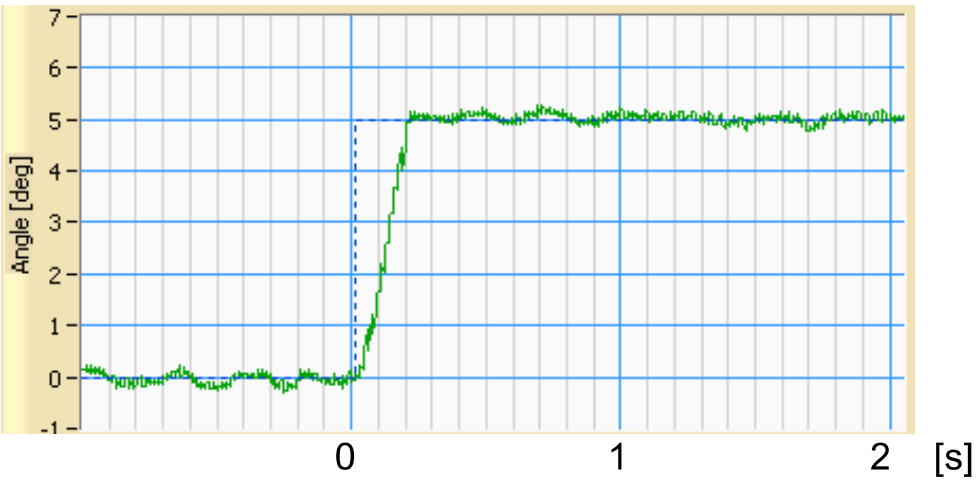

Figura A.12. Respuesta escalón de amplitud 5 con Kp=0,5. Ti=0,24s y Td=0,09s.

CONTROLADOR DE POSICIÓN DE LA ESFERA

Método de Ziegler – Nichols descrito en la sección 2.2.4.

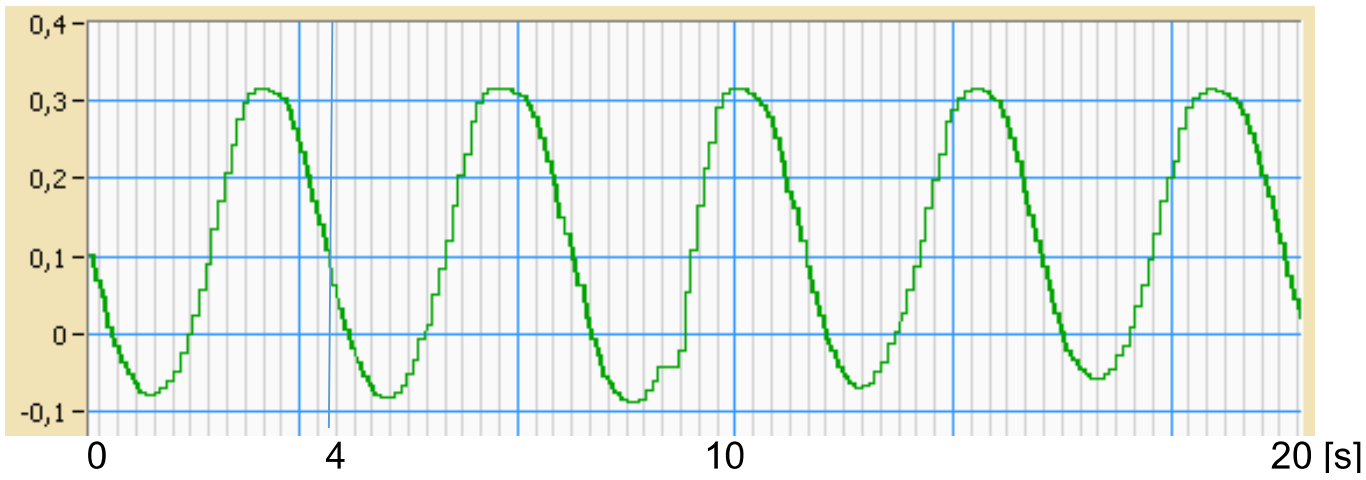

Figura A.13. Oscilación mantenida con Kcr=20 y Pcr= 4s.

Valores Ziegler –Nichols:
$K_p = 0{,}6K_{cr} = 0{,}6 \times 20 = 12$
$T_i = 0{,}5 \times P_{cr} = 0{,}5 \times 4 = 2s.$
$T_d = 0{,}125 \times P_{cr} = 0{,}125 \times 4 = 0{,}5s.$

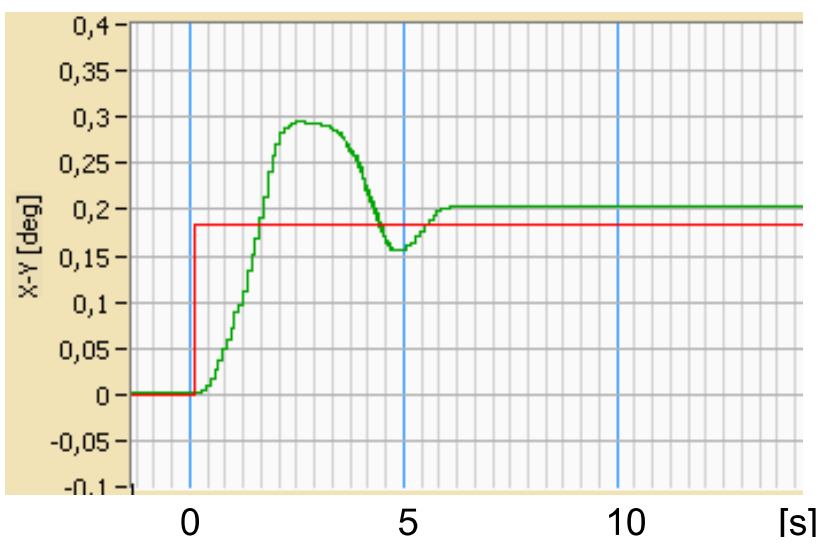

Figura A.14. Respuesta escalón de amplitud 0,18 con Kp=12. Ti=2s y Td=0,5s.

Valores sintonización del controlador:
Kp=40. Ti=1,38s. Td=0,49s.

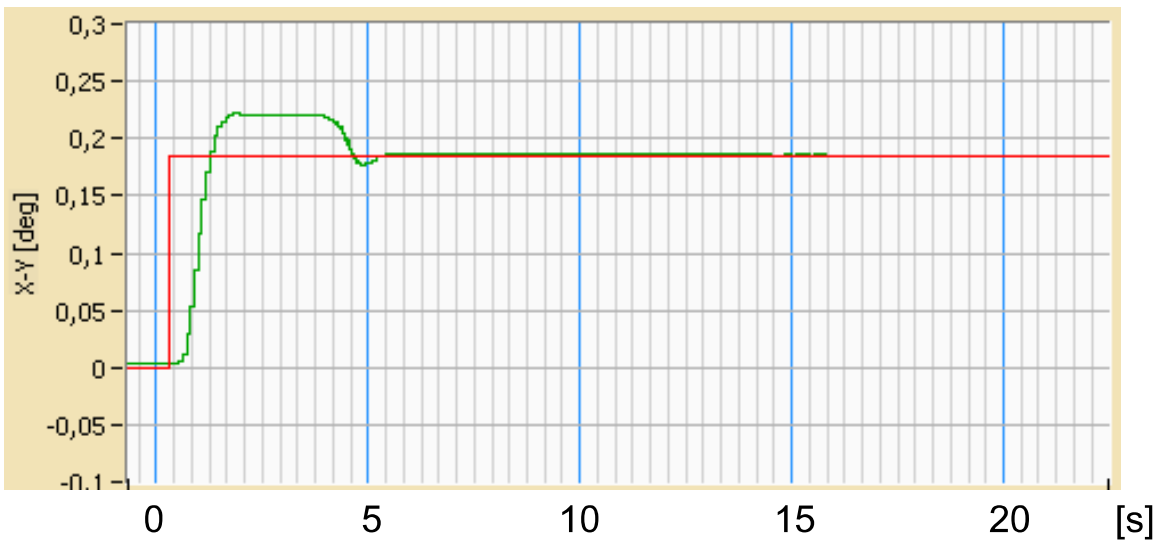

Figura A.15. Respuesta escalón de amplitud 0,18 con Kp=40. Ti=1,38s y Td=0,49s.