ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIAS

ESTUDIO POR SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE LA DOSIS ABSORBIDA EN LA INTERFAZ ENTRE DOS MEDIOS IRRADIADOS CON HACES DE ELECTRONES EXTERNOS CON ENERGÍA EN EL RANGO DE 500 KEV A 20 MEV

TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE FÍSICO

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

WILLIAM ALEXANDER CARVAJAL MORALES

william.carvm@gmail.com

Director: EDY RODRIGO AYALA AMAYA, Ph.D.

edy.ayala@epn.edu

QUITO, JUNIO 2020

© 2020

WILLIAM ALEXANDER CARVAJAL MORALES

Facultad de Ciencias, EPN

Todos los derechos reservados

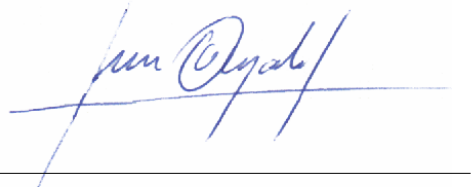
DECLARACIÓN

Yo, WILLIAM ALEXANDER CARVAJAL MORALES, declaro bajo juramento que el trabajo aquí escrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento. A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual, correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su reglamento y por la normativa institucional vigente.

William Alexander Carvajal Morales

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por WILLIAM ALEXANDER CARVAJAL MORALES, bajo mi supervisión.



Edy Rodrigo Ayala Amaya, Ph.D.
Director del Proyecto

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Dr. Edy Ayala por su guía y colaboración invaluables en el desarrollo de este trabajo. Asimismo, agradezco a mis compañeros y amigos de la Facultad de Ciencias, a quienes debo muchos gratos recuerdos. En particular quiero agradecer a Jaime, Víctor, Santiago, Gary, Daysi, Arelis, Darwin, Tatiana, John y Cristian, quienes supieron brindarme su ayuda y apoyo a lo largo de toda la carrera. A mi familia, en especial a mi primo Daniel. A mi madre, quien ha hecho posible que culmine está etapa de mi vida con éxito. Jamás les podré agradecer lo suficiente.

DEDICATORIA

A mi madre Genoveva, la mujer más espectacular, valiente, dulce e invencible de todo el universo. Este trabajo fue hecho en base a su amor, su apoyo en momentos difíciles, su forma de mostrarme el camino y enseñar a levantarme. Gracias por lo que pasó y lo que vendrá, mi Chiquita.

ÍNDICE GENERAL

Declaración . . . II
Certificación . . . III
Agradecimientos . . . IV
Dedicatoria . . . V
Índice general . . . VI
Índice de figuras . . . VIII
Índice de cuadros . . . XII
Resumen . . . XIV
Abstract . . . XV
Introducción . . . 1
Capítulo I: Interacción de los electrones con la materia . . . 3
1.1. Magnitudes de campo en la descripción de haces de electrones . . . 3
1.2. Interacciones de los electrones con la materia . . . 4
1.2.1. Dispersión y difusión de electrones . . . 5
1.2.1.a. Sección transversal diferencial elástica . . . 6
1.2.2. Poder de frenado . . . 7
1.2.2.a. Poder de frenado por colisión para partículas ligeras cargadas (ionización y excitación) . . . 9
Efecto densidad . . . 10
1.2.2.b. Poder de frenado radiativo (*Bremsstrahlung*) . . . 11
1.3. Partículas retrodispersadas . . . 13
1.3.1. Relación semi-empírica . . . 13
1.4. Dosis absorbida . . . 15
1.4.1. Distribución porcentual de dosis absorbida en profundidad (PDD) . . . 15
Capítulo II: Metodología . . . 18
2.1. Costo computacional . . . 19
2.1.1. Sesgo en FLUKA (Biasing) . . . 19
2.2. FLUKA . . . 20
2.2.1. Modelos físicos de FLUKA para electrones . . . 22
2.2.2. Geometría . . . 22
2.2.3. Scoring . . . 23
2.2.4. Flair . . . 24
2.3. Estructura de la simulación . . . 24
2.4. Parámetros involucrados en la irradiación de medios homogéneos . . . 26
2.4.1. Comparación con datos experimentales . . . 27
2.4.2. Comparación con el código MCNP validado previamente . . . 28
2.4.2.a. Dependencia respecto al grosor del dispersor . . . 30
2.5. Determinación del cambio de dosis alrededor de heterogeneidades . . . 31

2.5.1. Relación para la fluencia retrodispersada en interfaces tipo Z_{bajo} - Z_{alto} . . . 34
2.5.2. Relación para la fluencia incidente en interfaces tipo Z_{alto} - Z_{bajo} . 34
Capítulo III: Retrodispersión de electrones en medios homogéneos . . . 35
3.1. Comparación entre los datos experimentales y los resultados obtenidos mediante FLUKA . . . 35
3.2. Comparación entre los códigos MCNP y FLUKA para la retrodispersión de electrones en medios homogéneos . . . 38
Capítulo IV: Dosis alrededor de la interfaz entre dos medios con diferente Z . . . 45
4.1. Rangos de dosis en profundidad R_{100} y R_{50} . . . 45
4.2. Dosis y fluencia electrónica alrededor de la interfaz . . . 46
4.3. Comparación de la dosis en presencia de heterogeneidades con en el caso homogéneo . . . 49
4.3.1. Variación de la dosis respecto al Z del medio posterior a la interfaz 52
4.3.2. Variación de la dosis respecto a la energía del haz . . . 53
4.4. Cambio relativo de dosis respecto a la diferencia de número atómico alrededor de heterogeneidades . . . 56
4.5. Ajuste a la fluencia de electrones retrodispersados e incidentes . . . 58
4.5.1. Fluencia de electrones retrodispersados . . . 58
4.5.1.a. Curvas R_{100} . . . 58
4.5.1.b. Curvas R_{50} . . . 62
4.5.2. Fluencia de electrones incidentes . . . 64
4.5.2.a. Curvas R_{100} . . . 64
4.5.2.b. Curvas R_{50} . . . 67
Capítulo V: Conclusiones . . . 69
Appendix A: Prueba de Wilcoxon . . . 71
Bibliografía . . . 72

ÍNDICE DE FIGURAS

Número *Página*

1.1. *(a) Modelo clásico de dispersión de electrones elásticos en un núcleo (b = parámetro de impacto). Los electrones que inciden un área dσ se dispersan a través de un ángulo θ en un ángulo sólido dΩ (dσ/dΩ = sección transversal diferencial). (b) Modelo de dispersión elástica en mecánica cuántica (solución asintótica). Una onda plana incidente con el vector de onda $\boldsymbol{k}_0$ genera una onda esférica de amplitud dispersa $f(\theta)$. La dirección de dispersión se describe por θ o $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}_0$, donde $|\boldsymbol{k}| = |\boldsymbol{k}_0| = 1/\lambda$. Figura tomada de Reimer, 1998 [15].* 6

1.2. *Tres tipos diferentes de colisiones de una partícula cargada con un átomo, dependiendo de los tamaños relativos del parámetro de impacto b y el radio atómico a. Procesos de colisión dura para $b \approx a$; colisión suave para $b \gg a$; y perdida radiativa para $b \ll a$. Figura tomada de Podgoršak, 2006 [22].* 8

1.3. *Poder de frenado de colisión másico para electrones en agua, aluminio y plomo versus energía cinética de electrones. Los datos de poder de frenado de colisión se muestran con curvas continuas. Los datos de potencia de frenado radiativo se muestran con curvas punteadas para comparar. Datos se obtuvieron del NIST [23].* 10

1.4. *Curvas PDD típicas del eje central en agua con un tamaño de campo de 10×10 cm^2 para haces de protones con energías de 100, 150 y 200 MeV. Datos obtenidos con FLUKA.* 16

1.5. *Curvas PDD típicas del eje central en agua con un tamaño de campo de 10×10 cm^2 para (a) haces de electrones con energías de 5, 10, 15 y 20 MeV y para (b) haces de fotones con energías de 5 y 20 MV. Datos obtenidos con FLUKA.* 17

2.1. *(a) Configuración para el experimento de retrodispersión. C_1, C_2 contadores, B retrodispersor, H tubo-Hostaphan. Medidas en mm. Figura tomada de Harder & Metzger, 1968 [73]. (b) Vista lateral de la geometría implementada en FLUKA.* . . 27

2.2. *Implementación en FLUKA de la simulación MC propuesta por Frujinoiu [41].* . . 29

2.3. *Configuración experimental y arreglo de detectores para la investigación de la dosis absorbida alrededor de la interfaz entre dos placas irradiadas por haces de electrones externos con energías en el rango de 0.5 a 20 MeV. En este caso se muestra una primera placa de agua sólida y una segunda placa de plomo.* 32

2.4. *Curvas de dosis en profundidad encontradas en FLUKA para determinar R_{50} y R_{100} en los medios (a) agua sólida WT, (b) Al, (c) Cu y (d) Pb.* 33

3.1. *Coeficientes de retrodispersión medidos en el rango de 8 a 22 MeV. Los puntos representan las mediciones encontradas con FLUKA y las líneas continuas la relación semi-empírica* (1.12) *ajustada para Al, Cu, Cd y Pb.* 37
3.2. *Ajuste de las funciones de saturación de retrodispersión medidos en FLUKA para (a) Al y (b) Pb con las ecuaciones Build-up* (2.3) *y Boltzmann* (2.4)*. Datos obtenidos con FLUKA y ajustes realizados en Python.* 38
3.3. *Probabilidad de retrodispersión en función del espesor de densidad para varias energías de electrones. (a) Agua sólida WT, (b) Fluoruro de litio LiF, (c) Polietileno* $(CH_2)_n$ *y (d) Aluminio Al. Datos obtenidos con FLUKA.* 40
3.4. *Probabilidad de retrodispersión en función del espesor de densidad para varias energías de electrones. (a) Cobre Cu y (b) Plomo Pb. Datos obtenidos con FLUKA.* 41
3.5. *Probabilidad de saturación de retrodispersión para materiales con número atómico efectivo (*Z_{eff}*) entre 4 y 82. Datos obtenidos con FLUKA.* 43
3.6. *Probabilidad de saturación de retrodispersión para materiales con número atómico efectivo (*Z_{eff}*) entre 4 y 14. Datos obtenidos con FLUKA.* 43
4.1. *Curva de dosis absorbida en función del espesor de densidad para dos placas irradiadas perpendicularmente con un haz de electrones externos de 0.5 MeV. La dosis absorbida se muestra con líneas continuas, la fluencia de electrones retrodispersados se nombra por Retro y la fluencia de electrones incidentes se nombra por Inc. Los subíndices 100 y 50 denotan la profundidad de la primera placa, esta se determinó con las curvas PDD de la Fig. 2.4. Líneas entrecortadas marcan el inicio de la placa* R_{100}*,* R_{50} *y la interfaz entre los medios. Interfaz Agua sólida - Aluminio.* 46
4.2. *Curvas de dosis absorbida en función del espesor de densidad para dos placas irradiadas perpendicularmente con un haz de electrones externos de 3 MeV. La dosis absorbida se muestra con líneas continuas, la fluencia de electrones retrodispersados se nombra por Retro y la fluencia de electrones incidentes se nombra por Inc. Los subíndices 100 y 50 denotan la profundidad de la primera placa, esta se determinó con las curvas PDD de la Fig. 2.4. Líneas entrecortadas marcan el inicio de la placa* R_{50}*,* R_{100} *y la interfaz entre los medios. (a) Interfaz Agua sólida - Cobre, (b) Interfaz Cobre - Agua sólida, (c) Interfaz Aluminio - Cobre y (d) Interfaz Cobre - Aluminio.* . 48

4.3. *Curvas de dosis absorbida en función de la profundidad para dos placas irradiadas perpendicularmente con un haz de electrones externos de 5 MeV. La dosis absorbida se muestra con líneas continuas, H es la dosis en el caso homogéneo e Int es la dosis absorbida en presencia de una interfaz. Los puntos muestran la variación porcentual de la dosis en presencia de una interfaz respecto al caso homogéneo. Los subíndices 50 y 100 se refieren a la medida tomada con la interfaz ubicada en R_{50} y R_{100} respectivamente. La líneas entrecortada muestra la presencia de la interfaz y se da un color gris al medio con mayor Z. Interfaz Aluminio - Plomo.* 49

4.4. *Curvas de dosis absorbida en función de la profundidad para dos placas irradiadas perpendicularmente con un haz de electrones externos de 5 MeV. La dosis absorbida se muestra con líneas continuas, H es la dosis en el caso homogéneo e Int es la dosis absorbida en presencia de una interfaz. Los puntos muestran la variación porcentual de la dosis en presencia de una interfaz respecto al caso homogéneo. Los subíndices 50 y 100 se refieren a la medida tomada con la interfaz ubicada en R_{50} y R_{100} respectivamente. La líneas entrecortada muestra la presencia de la interfaz y se da un color gris al medio con mayor Z. (a) Interfaz Agua - Cobre, (b) Interfaz Cobre - Agua, (c) Interfaz Aluminio - Cobre y (d) Interfaz Cobre - Aluminio.* 51

4.5. *Curvas de dosis absorbida en función del espesor de densidad, con el primer medio fijo para el agua sólida, el haz de electrones es de 5 MeV. La dosis absorbida se muestra con líneas continuas, H es la dosis en el caso homogéneo e Int es la dosis absorbida en presencia de una interfaz. Los puntos muestran la variación porcentual de la dosis en presencia de una interfaz respecto al caso homogéneo. Los subíndices 50 y 100 se refieren a la medida tomada con la interfaz ubicada en R_{100} y R_{50} respectivamente. (a) Interfaz WT - Al, (b) Interfaz WT - Cu y (c) Interfaz WT - Pb.* 52

4.6. *Curvas de dosis absorbida en función del espesor de densidad, para la interfaz agua sólida - Aluminio. La dosis absorbida se muestra con líneas continuas, H es la dosis en el caso homogéneo e Int es la dosis absorbida en presencia de una interfaz. Los puntos muestran la variación porcentual de la dosis en presencia de una interfaz respecto al caso homogéneo. Los subíndices 100 y 50 se refieren a la medida tomada con la interfaz ubicada en R_{100} y R_{50} respectivamente. Energías de: (a) 1.0 MeV, (b) 3.0 MeV, (c) 10.0 MeV y (d) 20.0 MeV.* 55

4.7. *Cambio relativo de la dosis absorbida en función de la diferencia de número atómico Z medido en un detector localizado antes de la interfaz (R_{50}). (a) Detector con espesor de densidad de 0.115 $g \cdot cm^{-2}$ en profundidad. (b) Detector con espesor de densidad de 0.465 $g \cdot cm^{-2}$ en profundidad.* 56

4.8. *Cambio relativo de la dosis absorbida en función de la diferencia de número atómico Z medido en dos detectores localizados antes (a) y después (b) de la interfaz R_{100}. Detectores con espesor de densidad de 0.036 $g \cdot cm^{-2}$ en profundidad.* 57

4.9. *Fluencia de retrodispersión R_{100} y R_{50} en función del espesor de densidad para varias interfaces. (a) WT - Al de 0.5 MeV, (b) WT - Cu de 3.0 MeV, (c) Al - Cu de 10.0 MeV y (d) Cu - Pb de 20.0 MeV. Datos obtenidos con FLUKA.* 61

4.10. *Fluencia de retrodispersión R_{100} y R_{50} en función del espesor de densidad para varias interfaces. (a) WT - Al de 1.5 MeV y (b) Al - Pb de 3.0 MeV. Datos obtenidos con FLUKA.* 62

4.11. *Fluencia incidente R_{100} y R_{50} en función del espesor de densidad para varias interfaces. (a) Al - WT de 3.0 MeV, (b) Cu - Al de 5.0 MeV, (c) Pb - WT de 10.0 MeV y (d) Pb - Cu de 20.0 MeV. Datos obtenidos con FLUKA.* 66

4.12. *Fluencia de retrodispersión R_{100} y R_{50} en función del espesor de densidad para varias interfaces. (a) Al - WT de 10.0 MeV y (b) Cu - Al de 20.0 MeV. Datos obtenidos con FLUKA.* 67

ÍNDICE DE CUADROS

Número *Página*

1.1. *Sección transversal total para la producción de Bremsstrahlung y parámetro B_{rad} para varios rangos de energías cinéticas electrónicas. Cuadro tomado de Podgoršak, 2006 [22].* . . . 12

1.2. *Valores de constantes ajustables b_i (i = 1, 2,..., 17) en la ecuación semi-empírica para electrones retrodispersados en un dispersor semi-infinito [28].* . . . 14

2.1. *Límite de transporte de partículas en el código FLUKA. Cuadro tomado de Ferrari, 2005 [64].* . . . 21

3.1. *Coeficientes de retrodispersión $\eta(E_0, Z, \infty)$, encontrados en FLUKA. Número de primarios: 1×10^8. Los valores se expresan en %.* . . . 35

3.2. *Coeficientes de retrodispersión $\eta(E_0, Z, \infty)$, encontrados en FLUKA. Número de primarios: 1×10^7. Los valores se expresan en %.* . . . 36

3.3. *Error relativo de las mediciones encontradas con FLUKA comparadas con los datos experimentales. Número de primarios: 1×10^7. Los valores se expresan en %.* . . . 36

3.4. *Parámetros resultantes del ajuste con la función de acumulación "Build-up" descrita por la ecuación* (2.3)*. Datos obtenidos en FLUKA.* . . . 39

3.5. *Los parámetros de ajuste[(a)] con las funciones de Boltzmann descritas en la ecuación* (2.4)*. Datos obtenidos en FLUKA.* . . . 42

4.1. *Espesores de densidad (R_{100} y R_{50}) para haces de electrones con energías en el rango de los MeV incidentes sobre dispersores de WT, Al, Cu y Pb. Los valores se expresan en ($g \cdot cm^{-2}$). Datos obtenidos de curvas de dosis en profundidad (PDD) mediante FLUKA (véase Fig. 2.4).* . . . 45

4.2. *Coeficientes de retrodispersión $\eta(E_0, \Delta Z, \infty)$ encontrados en la interfaz del esquema experimental descrito en la Sección 2.5. Datos hallados mediante simulación FLUKA. Los coeficientes se expresan en %.* . . . 54

4.3. *Parámetros resultantes del ajuste realizado a la fluencia electrónica de retrodispersión R_{100} por la ecuación* (2.5)*. Datos obtenidos en FLUKA para las interfaces ($Z_{bajo} - Z_{alto}$): Wt - Al, Wt - Cu y Wt - Pb.* . . . 59

4.4. *Parámetros resultantes del ajuste realizado a la fluencia electrónica de retrodispersión R_{100} por la ecuación* (2.5)*. Datos obtenidos en FLUKA para las interfaces mM ($Z_{bajo} - Z_{alto}$): Al - Cu, Al - Pb y Cu - Pb.* . . . 60

4.5. *Parámetros resultantes del ajuste realizado a la fluencia electrónica de retrodispersión R_{50} por la ecuación* (2.5)*. Datos obtenidos en FLUKA para las interfaces ($Z_{bajo} - Z_{alto}$): Wt - Al, Wt - Cu y Wt - Pb.* . . . 63

4.6. *Parámetros resultantes del ajuste realizado a la fluencia electrónica de retrodispersión R_{50} por la ecuación* (2.5)*. Datos obtenidos en FLUKA para las interfaces mM ($Z_{bajo} - Z_{alto}$): Al - Cu, Al - Pb y Cu - Pb.* 64

4.7. *Parámetros resultantes del ajuste realizado a la fluencia electrónica incidente R_{100} por la ecuación* (2.6)*. Datos obtenidos en FLUKA para las interfaces Mm ($Z_{alto} - Z_{bajo}$): Al - WT, Cu - WT, Cu - Al, Pb - WT, Pb - Al y Pb - Cu.* 65

4.8. *Parámetros resultantes del ajuste realizado a la fluencia electrónica incidente R_{50} por la ecuación* (2.6)*. Datos obtenidos en FLUKA para las interfaces Mm ($Z_{alto} - Z_{bajo}$): Al - WT, Cu - WT, Cu - Al, Pb - WT, Pb - Al y Pb - Cu.* 68

A.1. *Valores p del test de Wilcoxon obtenidos al comparar entre 64 distribuciones de 10^7 y 10^8 primarios de la dosis alrededor de la interfaz adquiridas siguiendo el montaje experimental descrito en la Sección 2.5 y con su primera placa compuesta por agua sólida (WT).* 71

RESUMEN

El presente trabajo estudia mediante simulación Monte Carlo la dosis absorbida alrededor de la interfaz entre dos medios de diferente Z irradiados por haces de electrones externos en el rango de 0.5 a 20 MeV. Inicialmente, se verifica la validez del código FLUKA para la retrodispersión de electrones mediante la comparación con datos experimentales tomados por Harder y la implementación de Frujinoiu validada previamente en el código MCNP. Las simulaciones se realizaron con 10^7 primarios y los resultados difieren un 2 % de los coeficientes de retrodispersión obtenidos por Harder para Al, Cu, Cd y Pb en el rango de energía de 8.4 a 22.2 MeV. Los coeficientes $\eta(E_0, Z, \infty)$ obtenidos se ajustaron a una relación semi-empírica formulada por Tabata. El modelo propuesto por Frujioniu da como resultado probabilidades de retrodispersión que dependen del grosor del dispersor; estos datos se ajustaron con funciones *build-up* y de *Boltzmann* consiguiendo correlaciones mayores a 0.9 en polietileno, agua sólida (WT), LiF, Al, Cu y Pb para energías de 0.3 a 9 MeV. Finalmente, se implementa una simulación con haces monoenergéticos de electrones que inciden perpendicularmente en dos placas contiguas compuestas de WT, Al, Cu y Pb. Para determinar la profundidad de la primera placa se usan curvas de porcentaje de dosis en profundidad (PDD), trabajándose en R_{50} y R_{100}. A la segunda placa se le asigna un ancho semi infinito. La interfaz entre ambas placas se fijo en el plano XY que cruza con el origen. Alrededor de este plano se apilaron detectores de fluencia electrónica y dosis absorbida. La simulación muestra que la retrodispersión de electrones en la interfaz entre diferentes medios causa un aumento de dosis en la región de bajo Z y una disminución en la región de alto Z, con respecto al caso homogéneo. Estos cambios de dosis se incrementan cuando la diferencia entre los Z de los medios es mayor y no se alteran significativamente al variar energía del haz. Para el agua sólida, medio similar al tejido muscular humano, se adquiere variaciones relativas de dosis del 10 % en la interfaz WT - Al, 22 % en la interfaz WT - Cu y 45 % en la interfaz WT - Pb; variaciones que se deben tomar en cuenta en la planificación de radioterapia en pacientes con implantes metálicos permanentes. La fluencia electrónica retrodispersada e incidente se ajustaron con curvas exponenciales de 2 y 3 parámetros respectivamente; consiguiendo correlaciones mayores a 0.9, con excepción de los datos de fluencia incidente R_{50}.

ABSTRACT

The present work studies by Monte Carlo simulation the absorbed dose around the interface between two media of different Z irradiated by external electron beams in the range of 0.5 to 20 MeV. Initially, the validity of the FLUKA code for electron backscattering is verified by comparing it with experimental data taken by Harder and the Frujinoiu implementation previously validated in the MCNP code. The simulations were performed with 10^7 primary and the results differ 2 % of the backscattering coefficients obtained by Harder for Al, Cu, Cd and Pb in the energy range from 8.4 to 22.2 MeV. The coefficients $\eta(E_0, Z, \infty)$ obtained were fitted to a semi-empirical relation formulated by Tabata. The model proposed by Frujioniu results in backscattering probabilities that depend on the thickness of the backscatterer; these data were fitted with *build-up* and *Boltzmann* functions, getting correlations greater than 0.9 in polyethylene, solid water (WT), LiF, Al, Cu and Pb for energies from 0.3 to 9 MeV. Finally, a simulation is implemented with monoenergetic electron beams that irradiate perpendicularly on two adjoining plates composed of WT, Al, Cu and Pb.To determine the depth of the first plate, percentage depth dose curves (PDD) are used, working on R_{50} and R_{100}. The second plate is assigned a semi-infinite width. The interface between both plates was fixed in the XY plane that crosses the origin. Electron fluence and dose detectors were stacked around this plane. The simulation shows that the backscattering of electrons at the interface between different media causes a dose increase in the low Z region and a decrease in the high Z region, compared to the homogeneous case. These dose variations are increased when the difference between the Z of the media is greater and are not significantly altered by change the beam energy. For solid water, a medium similar to human muscle tissue, relative dose variations of 10 % are obtained at the interface WT - Al, 22 % at the interface WT - Cu and 45 % in the interface WT - Pb; variations that should be taken account when planning radiotherapy in patients with permanent metal implants. The backscattered and incident electron fluence adjusted with exponential curves of 2 and 3 parameters respectively; getting higher correlations than 0.9, except data incident fluence R_{50}.

INTRODUCCIÓN

Los haces de electrones externos juegan un papel importante en la Física Médica. Se utilizan directamente como haces para la terapia contra el cáncer de tumores cercanos a la superficie, debido a que son responsables de depositar altas dosis de energía en una región pequeña del medio irradiado [1–5].

Uno de los problemas que presenta la teoría de haces de electrones en la entrega de dosis es que con esta radiación no se alcanza el equilibrio electrónico. Razón por la cuál la dosis absorbida dependerá significativamente de la profundidad en el medio absorbente [1–5].

En aplicaciones reales, el medio donde se irradia no es homogéneo y generalmente presenta interfaces entre materiales con distintos Z. Para evaluar la dosis absorbida los efectos de retrodispersión de electrones en la interfaz entre dos medios son muy importantes.

En el presente trabajo de investigación se estudia mediante simulaciones Monte Carlo (MC) la variación que sufre la dosis absorbida en la interfaz entre dos medios diferentes irradiados perpendicularmente por haces de electrones externos con energías en el rango de uso clínico de 0.5 a 20 MeV. Para ello se analiza el papel que juega la retrodispersión de electrones en la variación de dosis mediante la ubicación de detectores alrededor de la interfaz, considerando el tamaño de los mismos. Además se estudia la dependencia de la dosis para las profundidades de ubicación de la interfaz, R_{50} y R_{100}, que son de interés en el uso de haces de electrones.

El capítulo 1 aborda un estudio breve sobre la interacción de haces de electrones con la materia describiendo los principales procesos involucrados para energías en el rango de los MeV. También se define la absorción de energía en el medio irradiado.

El capítulo 2 incluye una introducción al método MC, específicamente al código FLUKA incorporando las interacciones relacionadas a la retrodispersión de electrones y absorción de dosis alrededor de una interfaz. También se describe la metodología utilizada para los capítulos 3 y 4, desarrollada para el estudio de la retrodispersión y variación de dosis en medios homogéneos y heterogéneos.

El capítulo 3 estudia la validez del software FLUKA realizando una comparación con investigaciones previas acerca de la retrodispersión de electrones. Iniciando con las mediciones experimentales obtenidas por Harder [73] y continuando con la investigación en MCNP elaborada por Frujinoiu [41].

El capítulo 4 desarrolla una investigación numérica de la variación de dosis alrededor de la interfaz entre dos medios y su dependencia con la diferencia de Z entre los medios, ubicación respecto a la interfaz, tamaño de los detectores y energía del haz incidente.

El capítulo 5 presenta las conclusiones encontradas en este trabajo de investigación.

Capítulo 1

INTERACCIÓN DE LOS ELECTRONES CON LA MATERIA

El uso de haces de electrones de mega voltaje representan una modalidad de tratamiento importante en la radioterapia moderna. La experiencia adquirida en esta rama de la medicina demostró que en algunos casos clínicos comúnmente encontrados "no hay un tratamiento alternativo a la terapia con haz de electrones" [6].

El rango de energía más útil clínicamente para electrones es de 3 a 20 MeV. Con estas energías, los haces de electrones se usan para tratar tumores superficiales (de menos de 5 cm de profundidad) debido a su caída aguda de dosis más allá del tumor. Las principales aplicaciones son (a) el tratamiento de los cánceres de piel y labios, (b) la irradiación de la pared torácica para el cáncer de mama, (c) la administración de dosis de refuerzo a los ganglios y (d) el tratamiento de los cánceres de cabeza y cuello. Aunque muchos de estos sitios pueden tratarse con rayos X superficiales, braquiterapia o haces de fotones tangenciales, la irradiación con haces de electrones ofrece ventajas en términos de uniformidad de dosis en el volumen objetivo y minimización en la dosis absorbida en tejidos más profundos [7].

Este capítulo proporciona un estudio breve sobre la descripción de un haz de electrones, las leyes probabilísticas de la interacción de electrones individuales con átomos (secciones transversales elásticas e inelásticas); para investigar aspectos de esta interacción como: absorción, retrodispersión y emisión de electrones secundarios. Además se realiza una descripción de la dosis absorbida en el medio irradiado.

1.1. Magnitudes de campo en la descripción de haces de electrones

Un haz de electrones colimado estrecho emitido desde un acelerador lineal consiste de un gran número electrones con distribución angular y espacial generalmente gaussianas [8]. Las siguientes cantidades físicas describen un haz de electrones [9]:

1. Fluencia de electrones es el cociente entre dN y da, donde dN es el número de electrones que entran en una esfera imaginaria de sección transversal da.

$$\Phi = \frac{dN}{da} \tag{1.1}$$

2. Tasa de fluencia o densidad de flujo (ϕ) es la fluencia por unidad de tiempo.

$$\phi = \frac{d\Phi}{dt} \tag{1.2}$$

donde dt es el intervalo de tiempo.

3. Fluencia de energía (Ψ) es el cociente entre dE_f y da, donde dE_f es la suma de las energías radiantes (cinéticas) de los electrones que entran en una esfera de área da.

$$\Psi = \frac{dE_f}{da} \tag{1.3}$$

4. Tasa de fluencia de energía, densidad de flujo o intensidad (ψ) es la fluencia de energía por unidad de tiempo.

$$\psi = \frac{d\Psi}{dt} \tag{1.4}$$

1.2. Interacciones de los electrones con la materia

A medida que los electrones viajan a través de un medio, interactúan con los átomos del medio irradiado mediante una variedad de procesos debido a las interacciones Coulómbicas (1.5). Los procesos a través de los que interactúan los electrones con la materia son:

(a) Colisiones inelásticas con electrones atómicos (ionización y excitación).

(b) Colisiones inelásticas con núcleos (*Bremsstrahlung*).

(c) Colisiones elásticas con electrones atómicos.

(d) Colisiones elásticas con núcleos [7].

Colisiones inelásticas con electrones atómicos: la partícula incidente pierde energía, ionizando y excitando electrones atómicos. En el primer caso se produce un par iónico, mientras que en el segundo caso, el electrón excitado vuelve al estado fundamental emitiendo un fotón de energía equivalente a la de excitación.

Colisiones inelásticas con núcleos: la partícula incidente pierde una cantidad significativa de energía al ser acelerada o frenada por interacción electrostática con el núcleo, esta energía se manifiesta como radiación electromagnética, y se la denomina radiación de frenado o

Bremsstrahlung. La radiación es emitida por conservación de la energía, siendo su espectro continuo.

Colisiones elásticas con electrones atómicos: la partícula incidente es desviada por electrones atómicos del absorbente, siendo en este caso la energía impartida menor que el potencial de excitación más bajo de los electrones, de donde se supone que la interacción se lleva a cabo con el átomo como un todo. Este tipo de interacción es importante sólo en el caso de electrones de baja energía (por debajo de los 100 eV).

Colisiones elásticas con núcleos: la partícula es desviada de su trayectoria por efecto de la interacción electrostática con las cargas del núcleo, perdiendo en éste proceso sólo una fracción de su energía cinética inicial; ocurre fundamentalmente con partículas beta [10].

Aspectos a considerar:

- En medios de bajo número atómico como el agua o los tejidos, los electrones pierden energía predominantemente a través de eventos de interacción con electrones atómicos. En materiales de mayor número atómico, como el plomo, la producción de *Bremsstrahlung* se hace muy importante.
- En el proceso de colisión con los electrones atómicos, si la energía cinética adquirida por el electrón orbital es lo suficientemente grande como para causar ionización, el electrón se conoce como un electrón secundario o rayo δ.
- Por último, a medida que un haz de electrones viaja a través del medio, la energía se pierde continuamente hasta que los electrones alcanzan energías térmicas y son capturados por los átomos circundantes.

Un tratamiento teórico extendido de este tema se encuentra en [11–14]. Para este trabajo será suficiente proporcionar las siguientes generalizaciones importantes.

1.2.1. Dispersión y difusión de electrones

Los procesos de dispersión elásticos e inelásticos resultan en trayectorias de dispersión múltiple de los electrones en un sólido hasta que los electrones se detienen por desaceleración gradual o dejan la muestra como electrones retrodispersados.

Cuando un haz de electrones pasa a través de un medio, los electrones sufren dispersión múltiple debido a las interacciones de la fuerza de *Coulomb* entre los electrones incidentes y, predominantemente, los núcleos del medio. Como resultado, los electrones adquieren

componentes de velocidad y desplazamientos transversales a su dirección de movimiento original.

1.2.1.a. Sección transversal diferencial elástica

La dispersión elástica de electrones en los núcleos de la muestra es una de las interacciones más importantes que influyen en la difusión de electrones y la retrodispersión. Es evidente que, debido al carácter ondulatorio de los electrones, la dispersión puede describirse exactamente solo por la mecánica cuántica. Sin embargo, en la Figura 1.1a se presenta un modelo de dispersión basado en la mecánica clásica para mostrar el significado de la sección transversal diferencial $d\sigma/d\Omega$ [15].

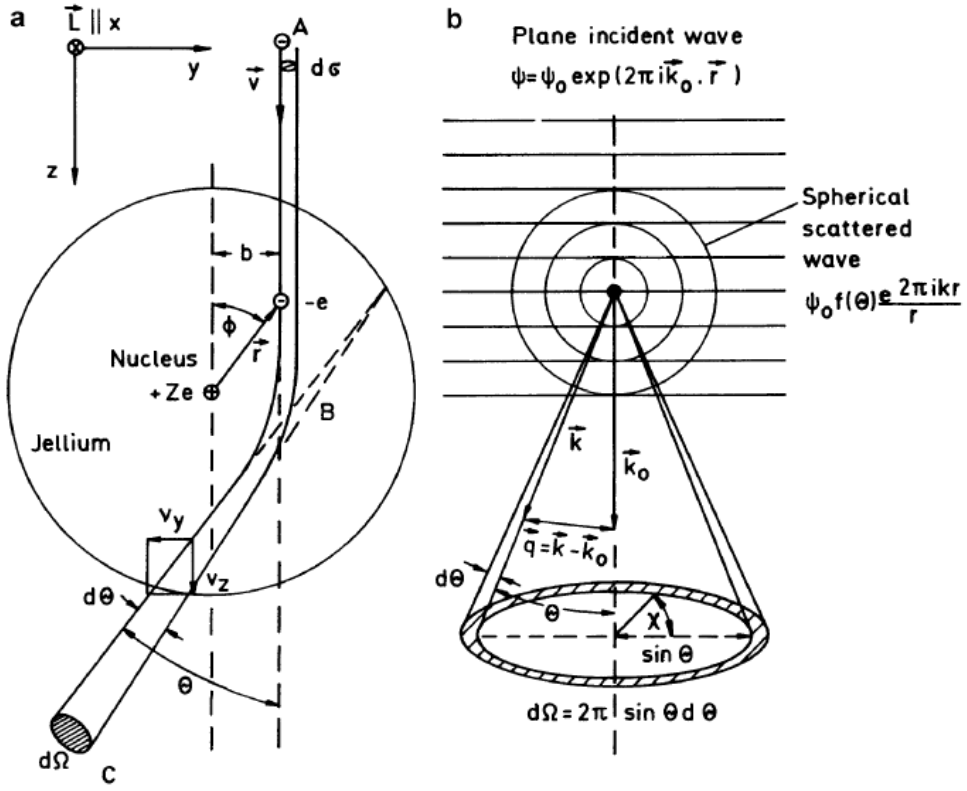


Figura 1.1: *(a) Modelo clásico de dispersión de electrones elásticos en un núcleo (b = parámetro de impacto). Los electrones que inciden un área $d\sigma$ se dispersan a través de un ángulo θ en un ángulo sólido $d\Omega$ ($d\sigma/d\Omega$ = sección transversal diferencial). (b) Modelo de dispersión elástica en mecánica cuántica (solución asintótica). Una onda plana incidente con el vector de onda $\boldsymbol{k}_0$ genera una onda esférica de amplitud dispersa $f(\theta)$. La dirección de dispersión se describe por θ o $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}_0$, donde $|\boldsymbol{k}| = |\boldsymbol{k}_0| = 1/\lambda$. Figura tomada de Reimer, 1998 [15].*

El electrón se trata como una pequeña partícula de masa $m = 9.109 \times 10^{-31}\ kg$ y carga eléctrica $Q = -e = -1.602 \times 10^{-19}\ C$. Es atraído al núcleo de carga $+Ze$ (Z: número

atómico) ubicado en el origen por la fuerza de *Coulomb*,

$$\boldsymbol{F} = -\frac{e^2 Z}{4\pi\epsilon_0 r^2}\boldsymbol{u}_r \tag{1.5}$$

donde $\boldsymbol{u}_r$ denota un vector unitario radial. Suponemos que el núcleo permanece en reposo ya que su masa es sustancialmente mayor y que no hay interacción con los electrones en orbitales atómicos. Para la dispersión elástica, los electrones atómicos solo detectan la carga nuclear, lo que hace que la fuerza de *Coulomb* (1.5) disminuya más fuertemente que r^{-2} y se convierta en cero fuera del átomo (neutro).

El ángulo de dispersión θ disminuye a medida que aumenta el parámetro de impacto b (Fig. 1.1a). Los electrones de un haz paralelo que pasan un área $d\sigma$ se dispersan en un cono de ángulo sólido $d\Omega$. La relación $d\sigma/d\Omega$ se denomina sección transversal diferencial que se dispersa a través de un ángulo θ.

Por otro lado, una falencia importante en el tratamiento teórico de dispersión de electrones es la suposición de que la dispersión de gran ángulo de electrones puede describirse como dispersión de Rutherford. Este tratamiento descuida la existencia de espín electrónico y del acoplamiento espín-órbita durante la dispersión. Las soluciones exactas son las secciones transversales de Mott (1.6), que pueden diferir considerablemente de las secciones transversales de Rutherford.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth} \frac{(1+\cos\theta)/2}{\left[1+\frac{(1-\cos\theta)KE}{m_e c^2}\right]} \tag{1.6}$$

Finalmente, las distribuciones angulares de los electrones debido a una gran cantidad de interacciones elásticas de *Coulomb* pueden modelarse como un proceso de dispersión múltiple. Se han desarrollado varias teorías de dispersión múltiple, todas basadas en el supuesto de que las partículas están en un medio infinito y homogéneo [16–20].

1.2.2. Poder de frenado

El poder de frenado es el parámetro utilizado para describir la perdida gradual de energía de la partícula cargada a medida que penetra en un medio absorbente. El poder de frenado total másico $(S/\rho)_{\text{tot}}$ de un material es definido por la Comisión Internacional de Unidades y Mediciones de Radiación (ICRU) como el cociente entre dE y ρdl, donde dE es la energía total perdida por la partícula al atravesar una longitud de camino dl en un material de densidad ρ [21].

Generalmente, la partícula cargada experimenta una gran cantidad de interacciones antes de que se gaste su energía cinética. En cada interacción, la trayectoria de la partícula cargada puede verse alterada (*dispersión elástica o inelástica*) y puede perder parte de su energía cinética que se transferirá al medio (*pérdida por colisión*) o a los fotones (*pérdida radiativa*).

Estas interacciones se pueden dividir en tres categorías según el tamaño del parámetro de impacto clásico b en comparación con el radio atómico clásico a (véase Fig. 1.2):

1. Interacción de la fuerza de *Coulomb* de la partícula cargada con el campo nuclear externo para $b \ll a$ (producción de *Bremsstrahlung*).
2. Interacción de la fuerza de *Coulomb* de la partícula cargada con el electrón orbital para $b \approx a$ (colisión dura).
3. Interacción de la fuerza de *Coulomb* de la partícula cargada con el electrón orbital para $b \gg a$ (colisión suave) [19].

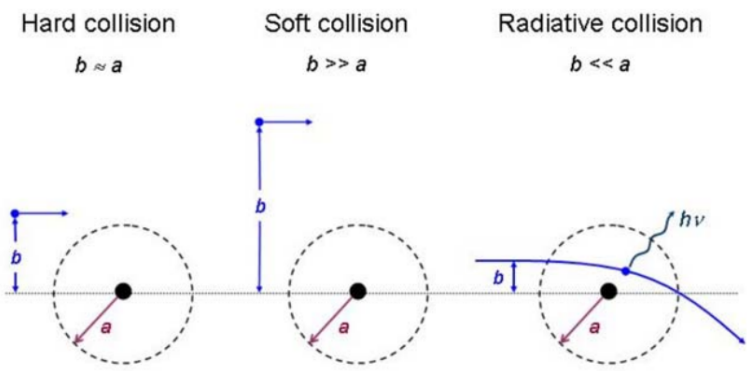


Figura 1.2: *Tres tipos diferentes de colisiones de una partícula cargada con un átomo, dependiendo de los tamaños relativos del parámetro de impacto b y el radio atómico a. Procesos de colisión dura para $b \approx a$; colisión suave para $b \gg a$; y perdida radiativa para $b \ll a$. Figura tomada de Podgoršak, 2006 [22].*

Entonces, el poder de frenado total $(S/\rho)_{\text{tot}}$ para una partícula cargada de energía E_K que viaja a través de un absorbedor de número atómico Z es la suma de el poder de frenado radiativo y de colisión, es decir,

$$(S/\rho)_{\text{tot}} = (S/\rho)_{\text{col}} + (S/\rho)_{\text{rad}} \tag{1.7}$$

donde $(S/\rho)_{\text{col}}$ y $(S/\rho)_{\text{rad}}$ se aplican a pérdidas por colisión y pérdidas por radiación, respectivamente, discutidas a continuación:

1.2.2.a. Poder de frenado por colisión para partículas ligeras cargadas (ionización y excitación)

Poder de frenado de colisión (ionización) resulta de las interacciones de *Coulomb* de partículas cargadas con los electrones orbitales del medio absorbente, generando excitación e ionización en estos átomos.

Las interacciones de los electrones incidentes por colisiones con electrones orbitales de un absorbente difieren de las de las partículas cargadas pesadas en tres aspectos importantes:

1. Los efectos relativistas se vuelven importantes a energías cinéticas relativamente bajas.
2. Las colisiones con electrones orbitales pueden provocar grandes transferencias de energía de hasta el 50 % de la energía cinética del electrón incidente. También pueden dar como resultado una dispersión de electrones elástica e inelástica.
3. Las colisiones de electrones con los núcleos del absorbedor pueden provocar la producción de *Bremsstrahlung* (pérdida radiativa).

Para electrones las transferencias de energía debido a colisiones suaves se combinan con las debidas a gran transferencia de energía utilizando las secciones transversales de Møller para electrones libres. El poder de frenado de colisión másico completo para electrones y positrones, según el Reporte 37 de ICRU [23], es

$$(S/\rho)_{\text{col}} = 2\pi r_e^2 \frac{Z}{A} N_A \frac{m_e c^2}{\beta^2} \left[\ln \frac{E_K}{I} + \ln(1+\tau/2) + F^{\pm}(\tau) - \delta \right] \tag{1.8}$$

En (1.8) la función $F^{-}(\tau)$ para electrones viene dada por

$$F^{-}(\tau) = \left(1-\beta^2\right) \left[1 + \tau^2/8 - (2\tau+1)\ln 2 \right] \tag{1.9}$$

donde

τ es la energía cinética de electrones normalizada por $m_e c^2$, es decir, $\tau = E_K/m_e c^2$, β es la velocidad del electrón normalizada por c, es decir, $\beta = v/c$ y δ es la corrección por efecto densidad.

La Figura 1.3 muestra el poder de frenado de colisión másico $(S/\rho)_{\text{col}}$ para electrones en agua, aluminio y plomo con líneas continuas. Los datos muestran que los medios con Z más

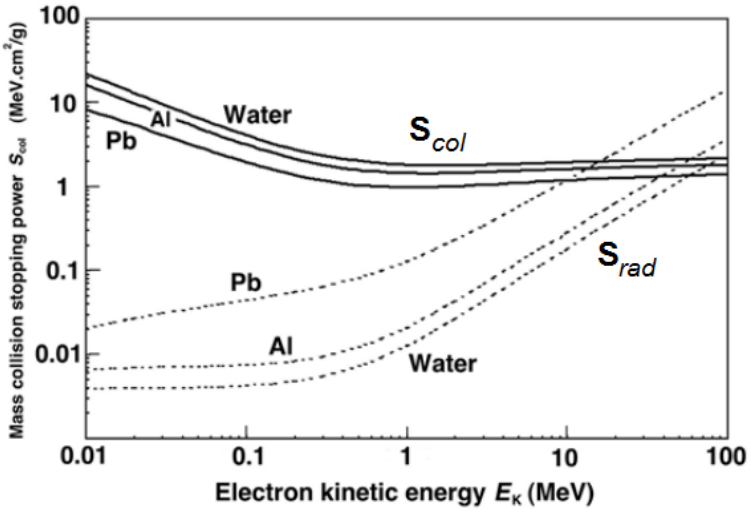


Figura 1.3: *Poder de frenado de colisión másico para electrones en agua, aluminio y plomo versus energía cinética de electrones. Los datos de poder de frenado de colisión se muestran con curvas continuas. Los datos de potencia de frenado radiativo se muestran con curvas punteadas para comparar. Datos se obtuvieron del NIST [23].*

altos tienen $(S/\rho)_{\text{col}}$ más bajos que los absorbedores con Z más bajos a las mismas energías de electrones.

La dependencia de $(S/\rho)_{\text{col}}$ del medio de detención resulta de dos factores en las expresiones de poder de frenado dados por (1.8), ambos reducen $(S/\rho)_{\text{col}}$ con un aumento de Z del medio de detención. Estos son:

1. El factor Z/A hace que $(S/\rho)_{\text{col}}$ dependa del número de electrones por unidad de masa del absorbedor. Z/A es 1 para hidrógeno; 0.5 para absorbedores bajos en Z; luego cae gradualmente a ~0.4 para los absorbentes con alto contenido de Z.

2. El término $-\ln I$ disminuye $(S/\rho)_{\text{col}}$ con el aumento de Z, ya que I aumenta casi linealmente con el aumento de Z. Esto se debe a que los materiales con alto Z tienen electrones unidos más estrechamente, que no están disponibles para este tipo de interacción.

Efecto densidad

Un electrón de alta energía pierde más energía por gramo por centímetro cuadrado en un gas que al atravesar un medio más denso, debido a la apreciable polarización del medio

condensado [14, 24, 25]. Los átomos cercanos al haz de electrones protegen a los remotos del mismo.

Este fenómeno es particularmente importante en la dosimetría con cámaras de ionización cuando se compara la deposición de energía en un medio y una cavidad de gas.

La relación entre el poder de frenado másico del agua y el aire varía con la energía de los electrones y, en consecuencia, el factor de conversión de dosis para una cámara de ionización de aire en agua (u otro medio condensado) varía con la profundidad.

1.2.2.b. Poder de frenado radiativo (*Bremsstrahlung*)

Poder de frenado radiativo resulta de la partícula cargada de *Coulomb* en interacción con los núcleos del absorbedor. Solo las partículas cargadas ligeras (electrones y positrones) experimentan pérdidas de energía apreciables a través de este proceso debido a que su sección eficaz depende de $\propto \frac{1}{m^2}$, que generalmente se conocen como interacciones *Bremsstrahlung*. La tasa de pérdida de energía por centímetro es aproximadamente proporcional a la energía de los electrones y al cuadrado del número atómico (Z^2). Por esta razón, los materiales con alto Z se utilizan en la construcción de láminas de blindaje para protección radiológica [22].

Además, la probabilidad de pérdida de radiación en relación con la pérdida por colisión aumenta con la energía cinética de los electrones y con el número atómico Z. Eso significa que la producción de rayos X es más eficiente para electrones de mayor energía y absorbedores de mayor Z.

La tasa de producción *Bremsstrahlung* por partícula cargada ligera (electrones y positrones) que viaja a través de un absorbedor se expresa mediante el poder de frenado radiativo másico $(S/\rho)_{\text{rad}}$ (en $MeV \cdot cm^2/g$) de la siguiente manera:

$$(S/\rho)_{\text{rad}} = N_{\text{a}} \sigma_{\text{rad}} E_{\text{i}} \tag{1.10}$$

donde

N_a es el número de átomos por unidad de masa: $N_a = N/m = N_A/A$

σ_{rad} es la sección transversal total para la producción de *Bremsstrahlung* dada para varios rangos de energía en el Cuadro 1.1,

E_i es la energía total inicial de la partícula cargada de luz, es decir, $E_i = E_{K_i} + m_e c^2$,

E_{K_i} es la energía cinética inicial de la partícula ligera cargada.

Al insertar σ_{rad} para partículas no relativistas del Cuadro 1.1 en (1.10) obtenemos la siguiente expresión para $(S/\rho)_{\text{rad}}$:

$$(S/\rho)_{\text{rad}} = \alpha r_{\text{e}}^2 Z^2 \frac{N_{\text{A}}}{A} B_{\text{rad}} E_{\text{i}} \tag{1.11}$$

donde B_{rad} es una función que varía lentamente de Z y E_i, también dada en el Cuadro 1.1. El parámetro B_{rad} tiene un valor de 16/3 para partículas cargadas ligeras en el rango de energía no relativista ($E_K \ll m_e c^2$); aproximadamente 6 con $E_K = 1\ MeV$; 12 con $E_K = 10\ MeV$; y 15 con $E_K = 100\ MeV$.

Rango de Energía	σ_{rad} $(cm^2/\text{nucleón})$	$B_{\text{rad}} = \sigma_{\text{rad}}/(\alpha {r_e}^2 Z^2)$
No relativista $E_{K_i} \ll m_e c^2$	$\frac{16}{3}\alpha {r_e}^2 Z^2$	$\frac{16}{3}$
Relativista $E_{K_i} \approx m_e c^2$	Complicadas series de potencias	—
Altamente relativista $m_{\text{e}} c^2 \ll E_{\text{K}_{\text{i}}} \ll \frac{m_{\text{e}} c^2}{\alpha Z^{1/3}}$	$8\alpha r_{\text{e}}^2 Z^2 \left[\ln\left(\frac{E_{\text{i}}}{m_{\text{e}} c^2}\right) - \frac{1}{6}\right]$	$8\left[\ln\left(\frac{E_{\text{i}}}{m_{\text{e}} c^2}\right) - \frac{1}{6}\right]$
Ultrarelativista $E_{K_i} \gg \frac{m_e c^2}{\alpha Z^{1/3}}$	$4\alpha r_{\text{e}}^2 Z^2 \left[\ln\frac{183}{Z^{1/3}} + \frac{1}{18}\right]$	$4\left[\ln\frac{183}{Z^{1/3}} + \frac{1}{18}\right]$

Cuadro 1.1: *Sección transversal total para la producción de Bremsstrahlung y parámetro B_{rad} para varios rangos de energías cinéticas electrónicas. Cuadro tomado de Podgoršak, 2006 [22].*

Entonces, el poder de frenado radiativo másico $(S/\rho)_{\text{rad}}$ es proporcional a:

- $(N_A Z^2/A)$, que, en virtud de $Z/A \approx 0.5$ para todos los elementos con excepción del hidrógeno, indica una proporcionalidad con el número atómico del absorbedor Z.
- La energía total E_i (o energía cinética E_{K_i} para $E_{K_i} \gg m_e c^2$) de la partícula ligera cargada.

Debido a su pequeña masa, un electrón puede interactuar con el campo electromagnético de un núcleo y desacelerar de manera rápida de modo que una parte de su energía se pierde como *Bremsstrahlung*. La tasa de pérdida de energía como resultado de *Bremsstrahlung* aumenta con la energía del electrón y el número atómico del medio [22].

La Figura 1.3 muestra el poder de frenado radiativo másico $(S/\rho)_{\text{rad}}$ para electrones en agua, aluminio y plomo en base a datos tabulados por el *Instituto Nacional de Estándares y Tecnología* (NIST) [22,23]. Los datos $(S/\rho)_{\text{rad}}$ se muestran con curvas punteadas y los datos de $(S/\rho)_{\text{col}}$ se muestran continuas para comparar. El poder de frenado radiativo $(S/\rho)_{\text{rad}}$ muestra proporcionalidad al número atómico Z del absorbedor y la energía cinética E_K para partículas ligeras cargadas con energías cinéticas superiores a 2 MeV.

1.3. Partículas retrodispersadas

Cuando un haz de electrones inciden en un sólido, algunas partículas del haz se dispersan hacia atrás y emergen en la superficie del objetivo, estas partículas son conocidas como electrones retrodispersados. Debido a su penetración debajo de la superficie y la perdida resultante de energía a través de ionizaciones, excitaciones de electrones y emisión de plasmones; los electrones retrodispersados no se reflejan sin la disipación de energía. Una fracción de su energía se pierde en el sólido antes de emerger.

Everhart [26] definió originalmente el coeficiente de retrodispersión como la relación entre el número de electrones retrodispersados desde un objetivo plano semi-infinito y el número de electrones incidentes.

Cuando el objetivo es una película superficial (es decir, una película delgada depositada sobre un sustrato de diferente material) el número de electrones retrodispersados depende del espesor de la película, de la energía del haz de electrones, y de los materiales que constituyen la película y el sustrato.

En consecuencia, el coeficiente de retrodispersión de electrones es una cantidad que para electrones primarios lentos y para películas delgadas, requiere una investigación teórica, numérica y experimental [27].

1.3.1. Relación semi-empírica

Varios autores han visto la necesidad de generar relaciones semi-empíricas de los coeficientes de retrodispersión. Tabata [28] expresa el coeficiente de retrodispersión $\eta(E_0, Z, \infty)$ de electrones incidentes en un objetivo semi-infinito de número atómico Z con energía cinética E_0 superior a 1 keV mediante:

$$\eta(E_0, Z, \infty) = a_1 / \left\{ \tau_0^{a_2} \left[1 + (a_3/\tau_0)^{a_4} \right] \left[1 + (\tau_0/a_5)^{a_6 - a_2} \right] \right\} \tag{1.12}$$

donde

$$
\begin{aligned}
a_1 &= b_1 + b_2 \exp\left[-(b_3/Z)^{b_4}\right] \\
a_2 &= b_5/\left[1 + (Z/b_6)^{b_7}\right] \\
a_3 &= b_8/\left[1 + (b_9/Z)^{b_{10}}\right] \\
a_4 &= b_{11} \\
a_5 &= b_{12} Z^{b_{13}} \\
a_6 &= b_{14} + b_{15}/\left[1 + (b_{16}/Z)^{b_{17}}\right]
\end{aligned}
\tag{1.13}
$$

τ_0 es la energía electrónica incidente en unidades de la energía en reposo del electrón, Z es el número atómico del material absorbente, y los b_i (i = 1, 2,..., 17) denotan constantes ajustadas a fuentes de datos experimentales. La dependencia en $\tau = Z/E_0$ fue postulada por Frank [29] y discutida en varios artículos [30–32]. Los valores de b_i determinados por el ajuste de mínimos cuadrados se dan en el Cuadro 1.2.

Constante	**Valor**
b_1	9.410×10^{-3}
b_2	1.132
b_3	57.10
b_4	0.579
b_5	3.470
b_6	0.163
b_7	0.833
b_8	7.300×10^{-4}
b_9	58.50
b_{10}	5.140
b_{11}	0.574
b_{12}	1.430
b_{13}	0.447
b_{14}	1.108
b_{15}	0.417
b_{16}	13.00
b_{17}	1.760×10^{2}

Cuadro 1.2: *Valores de constantes ajustables b_i (i = 1, 2,..., 17) en la ecuación semi-empírica para electrones retrodispersados en un dispersor semi-infinito [28].*

La formulación de la ecuación semi-empírica para $\eta(E_0, Z, \infty)$ se realizó mediante ajuste de mínimos cuadrados a un total de 1093 puntos de datos experimentales [26, 32–51]

recopilados en la región de energía de 1 keV a 22 MeV. La desviación cuadrática media de los datos experimentales de la ecuación es 5.6 % [28]. La forma funcional de la ecuación utilizada es una modificación de la ecuación semi-empírica de Tabata [33].

1.4. Dosis absorbida

La dosis absorbida D, describe la energía impartida a la materia por todo tipo de radiaciones ionizantes por unidad de masa [52]. Al calcular la energía impartida por unidad de masa debido a un haz de electrones, se necesita conocer la fluencia de electrones y el poder de frenado de colisión "restringido" o transferencia de energía lineal (LET), es decir, la tasa de pérdida de energía por unidad de longitud de camino en colisiones en las que la energía es absorbida "localmente", en lugar de ser propagada por electrones secundarios energéticos.

Por lo tanto, el poder de frenado másico de colisión restringida $(L/\rho)_{\text{col}}$, de un material para partículas cargadas se define [21] como la energía perdida por partícula cargada al recorrer una distancia dl debido a colisiones con electrones atómicos en los que la pérdida de energía es menor a un valor Δ dado.

$$\left(\frac{L}{\rho}\right)_{\text{col.}\Delta} = \left(\frac{dE}{\rho dl}\right)_{\text{col.}\Delta} \tag{1.14}$$

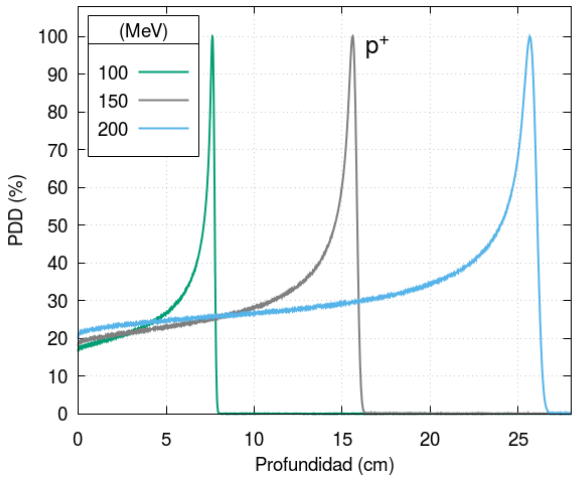
Si Φ_E es la distribución diferenciada de fluencia con respecto a la energía $\left[\Phi_E = \frac{d\Phi(F)}{dE}\right]$, la dosis absorbida, D, se aproxima por:

$$D = \int \Phi_E \cdot \left(\frac{L}{\rho}\right)_{\text{col.}\Delta} \cdot dE \tag{1.15}$$

1.4.1. Distribución porcentual de dosis absorbida en profundidad (PDD)

La desaceleración debida a las colisiones con orbitales atómicos y núcleos provoca una pérdida de energía de las partículas incidentes, energía que se deposita en el material receptor. En el caso de los fotones y electrones, hay deposición de energía en un amplio rango de profundidad (varios centímetros, en el caso de energías de MeV), por lo que todo el recorrido del haz se ve afectado significativamente según el tipo de radiación.

Para las partículas más pesadas, como protones, la atenuación del haz es diferente: las partículas se desaceleran poco a poco en su recorrido, depositando una pequeña cantidad de energía hasta que se frenan por completo y entonces se produce un depósito máximo de



(a) *Protones p^+.*

Figura 1.4: *Curvas PDD típicas del eje central en agua con un tamaño de campo de $10 \times 10\ cm^2$ para haces de protones con energías de 100, 150 y 200 MeV. Datos obtenidos con FLUKA.*

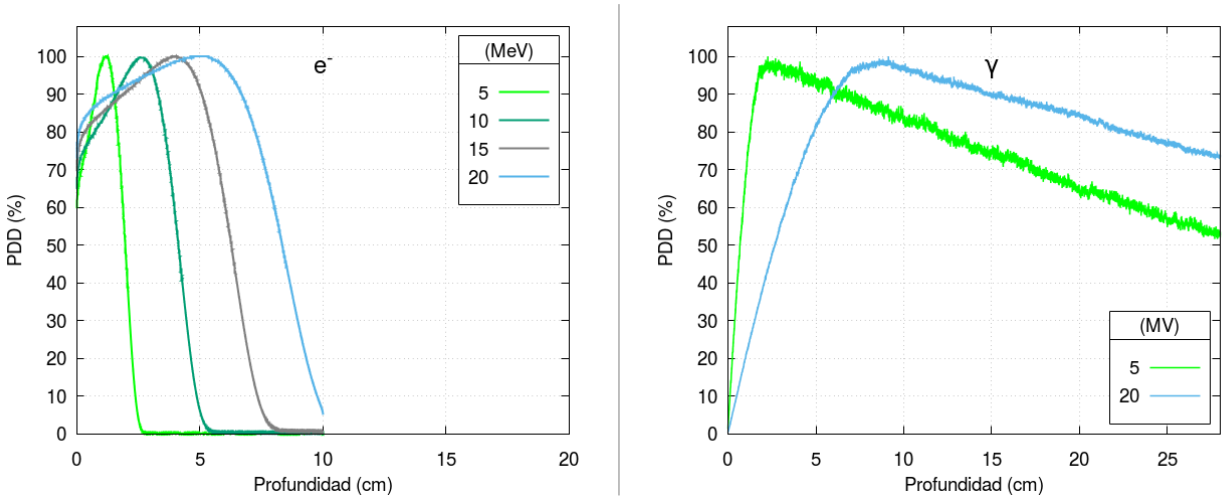
energía muy localizado. Ese máximo es conocido como pico de Bragg y es la gran diferencia frente a fotones y electrones. La Figura 1.4 muestra la dosis absorbida en agua para un haz monoenergético de protones. Podemos apreciar la gran acumulación de dosis en el pico de Bragg y también la rápida caída a cero inmediatamente después. Eso hace que, por un lado, los tejidos previos al volumen blanco sean poco irradiados, y por otro que los posteriores no reciban apenas nada de radiación de salida.

Las curvas de diferentes tipos de radiación empleadas en radioterapia se muestran en las Figuras 1.4 y 1.5. Por supuesto, la forma de esas curvas depende también del medio que atraviesan y de la energía de la radiación.

Las interacciones de los electrones cuando pasan a través de la materia son muy similares a las de las partículas pesadas. Sin embargo debido a la masa relativamente pequeña, los electrones sufren una mayor dispersión múltiple y cambios en la dirección del movimiento. Como consecuencia el pico de Bragg no se observa para los electrones. La dispersión múltiple que sufren los electrones durante el proceso de difusión distorsiona el pico Bragg.

La forma general de la curva de dosis de profundidad del eje central para haces de electrones difiere de la de los haces de fotones (véase Fig. 1.5).

Típicamente, la curva de dosis de profundidad del eje central del haz de electrones exhibe una deposición de dosis superficial alta (en comparación con los haces de fotones de mega voltaje).



(a) *Electrones e^-.* (b) *Fotones γ.*

Figura 1.5: *Curvas PDD típicas del eje central en agua con un tamaño de campo de $10 \times 10\ cm^2$ para (a) haces de electrones con energías de 5, 10, 15 y 20 MeV y para (b) haces de fotones con energías de 5 y 20 MV. Datos obtenidos con FLUKA.*

Posteriormente la dosis se acumula hasta un máximo a una cierta profundidad denominada profundidad de dosis máxima del haz de electrones R_{100}. Más allá de R_{100}, la dosis disminuye rápidamente y se nivela en un pequeño componente de dosis de bajo nivel denominado cola de *Bremsstrahlung*. Estas características ofrecen una clara ventaja clínica sobre las modalidades convencionales de rayos X en el tratamiento de tumores superficiales.

Los haces de electrones pueden considerarse casi monoenergéticos a medida que salen del acelerador; sin embargo, cuando el haz de electrones pasa a través de la ventana de salida del acelerador, dispersando láminas, cámaras de monitoreo, colimadores y aire, los electrones interactúan con estas estructuras, lo que resulta en:

- Ampliación del espectro de energía electrónica del haz;
- Producción *Bremsstrahlung* que contribuye a la cola de la distribución PDD del haz de electrones.

Finalmente, se ha demostrado que la energía media del haz de electrones, $\bar{E}_0$, en la superficie del objeto irradiado está relacionada con R_{50} (la profundidad a la cual la dosis es el 50 % de la dosis máxima) [53].

Capítulo 2

METODOLOGÍA

Las leyes probabilísticas de la interacción de un electrón individual con los átomos que constituyen el medio irradiado son bien conocidas. En consecuencia es posible calcular las características macroscópicas de los procesos de interacción mediante la simulación de un gran número de partículas (primarios) que luego serán promediadas.

El cálculo analítico de campos de radiación se restringe a casos especiales. De modo que el caso general de calcular procesos de interacción radiación-materia en un marco realista es prohibitivamente complejo [54]. Estos sistemas complejos se modelan mediante el método Monte Carlo (MC). El método MC simula un sistema físico al rastrear una sola partícula primaria y todas las partículas secundarias generadas, utilizando funciones de densidad de probabilidad que describen el problema de interés. Siempre que el algoritmo sea preciso y el sistema físico esté bien modelado, el muestreo repetido de las distribuciones convergerá al comportamiento promedio del sistema [55].

Cuando se discuten códigos multipropósito de MC, normalmente no se presentan como candidatos para la planificación del tratamiento, ya que requieren demasiado tiempo. Sin embargo, pueden usarse para generar datos de entrada en algoritmos analíticos de cálculo de dosis [56]. Esto significa que la predicción de las distintas magnitudes física depende en gran medida de la precisión de los modelos implementados en el código de transporte. Por lo tanto, el código puede usarse para la evaluación de formulaciones semi-empíricas como la ecuación (1.12).

Además, se pueden usar códigos completos de MC para generar los datos físicos utilizados como entrada para los algoritmos analíticos de cálculo de dosis. La alternativa sería realizar mediciones para todas las diferentes opciones de tratamiento, lo que llevaría mucho tiempo [57].

En lo que concierne al presente trabajo, el método MC calcula con precisión los procesos de penetración, absorción y retrodispersión de electrones que inciden en un objetivo sólido; como se muestra en investigaciones previas [19, 20, 56–59].

Algunas ventajas que las técnicas de MC tienen sobre el algoritmo analítico, como lo afirma [58], son las habilidades para reproducir interacciones físicas, calcular la dosis con composición atómica real del tejido, incluir heterogeneidades naturales en el tejido y

describir inherentemente complejos campos de radiación mixtos.

FLUKA (FLUktuierende KAskade) fue el paquete de simulación Monte Carlo utilizado en este trabajo. Para facilitar la edición de archivos de entrada de FLUKA, ejecución del código y visualización de archivos de salida se empleó Flair [60].

Las simulaciones se corrieron en 27 computadores (i7-3770 CPU @ 3.40 GHz) de uno de los laboratorios docentes de la Facultad de Ciencias de la Escuela Politécnica Nacional.

2.1. Costo computacional

El uso del código MC puede ser tan simple como precisar una entrada adecuada y ejecutar la simulación. Mas la exactitud de dicho cálculo no puede darse por sentada.

Esto depende del grado en que los datos resultantes, converjan al comportamiento promedio del sistema. En la práctica esta convergencia es consecuencia de la validez estadística del resultado simulado y puede mejorarse aumentando el número de primarios. Sin embargo, el seguimiento de un solo primario puede llevar una cantidad significativa de tiempo de procesamiento. Por lo tanto es útil considerar el costo computacional.

$$costo\ computacional = \sigma^2 \cdot t \tag{2.1}$$

donde σ^2 es la varianza y t es el tiempo de computación medio por partícula primaria [61].

Siendo FLUKA un código de transporte de partículas de uso general se adapta al problema en cuestión. Por consiguiente depende del usuario minimizar el costo computacional para calcular su simulación en un tiempo práctico, acorde con las restricciones propias de la misma.

2.1.1. Sesgo en FLUKA (Biasing)

El sesgo en FLUKA es el medio por el cual se reduce el costo computacional. Una simulación no sesgada toma muestra de distribuciones “reales” de las interacciones entre partículas y el transporte de partículas, lo que da como resultado una representación precisa de la interacción entre las partículas y la materia. Sin embargo, estas soluciones numéricas pueden estar dominadas por la física que deja fuera regiones del espacio de fases que son de interés, relegando estas regiones para ser muestreadas solo en eventos raros, lo que se traduce en un gran costo computacional [62].

Simulaciones “sesgadas” asignan a cada partícula un peso estadístico, y estos pesos se ajustan para compensar cualquier sesgo que se aplique. De esta manera, el sesgo no altera la solución, sino la forma en que converge la solución.

La mayoría de técnicas de sesgo reducen un factor el costo de computación al tiempo que aumentan otro, por lo que depende del usuario aplicar de manera adecuada el sesgo para reducir el costo computacional neto.

En FLUKA como en otros códigos MC, la funcionalidad totalmente no sesgada o “analógica” esta disponible predeterminadamente para el usuario, además incluye métodos para sesgar simulaciones analógicas [63, 64].

2.2. FLUKA

FLUKA es una herramienta multipropósito para cálculos sobre transporte de partículas e interacciones en materia desarrollada en CERN en colaboración con INFN (Insituto Nazionale di Fisica Nucleare). FLUKA se desarrolla en Fortran para aplicaciones en blindaje y diseño de aceleradores de partículas, dosimetría, diseño de detectores, calorimetría, rayos cósmicos, neutrinos y radioterapia.

En FLUKA los modelos microscópicos se adoptan siempre que sea posible garantizar la coherencia entre los pasos de reacción y tipos de reacción, aplicando leyes de conservación en cada paso. Estos resultados se compararon con datos experimentales a un solo nivel de interacción [64].

Entonces los resultados en casos complejos así como las propiedades macroscópicas y leyes de escala surgen naturalmente de los modelos físicos subyacentes y se proporciona predictibilidad en el caso de no existir datos experimentales.

Los modelos físicos de FLUKA se describen en varios journals y documentos de conferencias [64–67].

FLUKA se actualiza continuamente para garantizar la implementación y mejora de modelos físicos modernos y sólidos [64]. Se pueden simular alrededor de 60 partículas diferentes con una amplia gama de energías dependiendo de la partícula, según se indica en el Cuadro 2.1.

FLUKA ofrece una serie de configuraciones físicas preconfiguradas contenidas en una opción llamada DEFAULTS [64]. El uso de esta configuración permite:

	Partículas Secundarias	**Partículas Primarias**
electrones	1 keV - 1000 TeV	70 keV - 1000 TeV (materiales con Z bajo) 150 keV - 1000 TeV (materiales con Z alto)
fotones	100 eV - 10000 TeV	1 keV - 10000 TeV
neutrones	termales - 20 TeV	termales - 20 TeV
antineutrones	1 keV - 20 TeV	10 MeV - 20 TeV
muones	1 keV - 1000 TeV	100 keV - 1000 TeV
iones pesados	<10000 TeV/n	<10000 TeV/n
hadrones cargados	1 keV - 20 TeV	100 keV - 20 TeV

Cuadro 2.1: *Límite de transporte de partículas en el código FLUKA. Cuadro tomado de Ferrari, 2005 [64].*

- EMF (FLUKA electromagnético) que permite el transporte de electrones, positrones y fotones,
- Transporte de neutrones de baja energía,
- Umbral general de transporte de partículas a 100 keV,
- Dispersión múltiple hasta la energía mínima permitida para todas las partículas,
- Producción de rayos delta con un umbral a 100 keV,
- Fluctuaciones de ionización restringidas (pérdida de energía rezagada).

Algunas ventajas que FLUKA ofrece son una amplia gama de algoritmos de puntuación (scoring) predefinidos que cubren la mayoría de las cantidades de puntuación de interés, también logra una flexibilidad razonable minimizando el código escrito por los usuarios.

A continuación se incluye una breve descripción de algunos de los diferentes modelos físicos de FLUKA para el transporte de electrones. Esta descripción tiene como objetivo proporcionar una visión general del estado actual de FLUKA. Para las simulaciones presentadas en este trabajo, se utilizó FLUKA versión 2011.2b.6 [57, 59].

2.2.1. *Modelos físicos de FLUKA para electrones*

- FLUKA utiliza un algoritmo de transporte de partículas cargadas [68], que incluye un tratamiento de la dispersión múltiple de *Coulomb*.
- Las variaciones con la energía de las secciones transversales de eventos discretos y de la perdida continua de energía en cada paso de transporte se tienen en cuenta exactamente.
- En relación al poder de frenado y *Bremsstrahlung* se toma en cuenta la diferencia entre positrones y electrones [69].
- Secciones transversales diferenciales *Bremsstrahlung - Seltzer - Berger* [70,71] se han ampliado para incluir el valor finito en la energía de "punta" y la distribución angular de los fotones *Bremsstrahlung* se muestrea con precisión.
- Producción de rayos delta a través de la dispersión *Bhabha* y *Møller*.
- El límite de transporte más bajo para electrones es 1 keV. Aunque en materiales de alto Z el modelo de dispersión múltiple de Molière no es confiable debajo de los 30 keV.
- La energía mínima recomendada para electrones primarios es de 100 keV para materiales con Z bajo y 200 keV para materiales pesados.

2.2.2. *Geometría*

La geometría FLUKA ha combinado flexibilidad y consistencia para obtener resultados efectivos. Se ha desarrollado una estrategia de seguimiento rápido, con especial atención en partículas cargadas. Los cuerpos predeterminados tienen gran precisión en el redondeo y hacen fácil la preparación de un archivo de entrada. Otras características de la geometría FLUKA son:

- Geometría combinatoria (CG) de *Morse* [72], con cuerpos adicionales (cilindro infinito circular y elíptico paralelo a X, Y, eje Z, plano genérico, planos perpendiculares a los ejes, cuádricas genéricas).
- Posibilidad de usar nombres de cuerpo y región en lugar de números.
- Posibilidad de utilizar combinaciones de cuerpos por operaciones booleanas.

- Tratamiento preciso de cruce de límites con dispersión múltiple y campos magnéticos o eléctricos.
- El número máximo de regiones es 10000.
- La geometría Voxel está disponible opcionalmente, completamente integrada en CG.

La estrategia de seguimiento ha cambiado sustancialmente con respecto al paquete CG original. Se ha mejorado la velocidad y se ha configurado correctamente la interacción con el transporte de partículas cargadas (dispersión múltiple, transporte de campo magnético y eléctrico).

2.2.3. Scoring

FLUKA ofrece varios estimadores predeterminados que pueden ser llamados desde el archivo de entrada con el fin de facilitar al usuario el "scoring" de las cantidades físicas.

Los estimadores predeterminados abarcan la mayoría de necesidades comunes en la medición de un gran número de cantidades físicas, han sido ampliamente probados e incorporan errores estadísticos; además FLUKA incluye rutinas de usuario para requerimientos más complejos [64].

Los estimadores calculan al finalizar cada ciclo cantidades físicas de interés como: energía depositada, dosis absorbida, fluencia y corriente versus energía, distribución angular entre otras variables cinemáticas. Todas estas cantidades físicas se miden en regiones, límites y volúmenes determinados por el usuario. A menudo es preferible establecer que las regiones de puntuación coincidan con las regiones geométricas.

En nuestro caso nos vamos a concentrar en la medición de dos cantidades físicas: fluencia de electrones y dosis absorbida.

La fluencia determinará el coeficiente de retrodispersión de electrones que cruzan a través de una interfaz, para ello se usará el estimador USRBDX. Para medir la dosis depositada se utilizará el estimador USRBIN. Los resultados de ambos estimadores vienen normalizados por primario.

El archivo de salida de estimadores se definen por ($fort_xx$) donde xx es un número de volumen lógico entre 21-99. Generalmente estos archivos vienen sin formato (binario) y se los puede transformar a archivos de texto (*ASCII*). Los archivos sin formato son necesarios para el uso de utilidades de procesamiento posterior.

Se pueden generar varios estimadores en la misma simulación, para utilizar el mismo volumen lógico los estimadores deben ser del mismo tipo. El usuario puede generar salidas adicionales de cualquier rutina, para lo que necesita programar en lenguaje FORTRAN.

2.2.4. Flair

Flair es una interfaz gráfica avanzada basada completamente en Python y Tkinter [60], que facilita la escritura de los archivos de entrada FLUKA, detecta errores en la definición de la geometría. A más de las características mencionadas cuenta con:

- Depurador de geometría incorporado.
- Trazado y visualizador de secciones espaciales de la geometría.
- RAYO de pseudo-partículas para escanear la geometría en una dirección dada.
- Software estadístico que permite fusionar ciclos, calcular promedios y desviaciones estándar.
- Entorno para graficar y procesar los datos obtenidos por los estimadores.

Además, hace posible agrupar en una misma corrida experimentos con una sola geometría en la que iteramos variables como: energía del haz, posición del haz, dimensiones de regiones de la geometría y materiales de las mismas.

2.3. Estructura de la simulación

Los pasos necesarios para realizar una simulación FLUKA mediante Flair son los siguientes:

- Selección de procesos físicos participantes.
- Configuración de la fuente de electrones.
- Definición de la geometría.
- Configuración del arreglo de estimadores.
- Definición de la secuencia de datos de salida.
- Inicialización de la simulación.
- Determinación del tiempo de simulación.

- Minimización del tiempo de simulación (aplicación de sesgo).
- Reinicialización de la simulación.
- Adquisición de los datos de salida.

Para la inicialización se deben almacenar en un mismo directorio los siguientes archivos:

1. Archivo ($.flair$), este archivo incluye la información necesaria para anexar el archivo ($.inp$) a la interfaz gráfica Flair. Además, guarda el número de ciclos a realizarse, primarios por ciclo y cambios iterativos de parámetros del archivo de entrada.
2. Archivo de entrada FLUKA ($.inp$), este archivo consiste en la programación en lenguaje FORTRAN de:
    - Valores predeterminados de los procesos físicos involucrados.
    - Características y posición del haz de electrones.
    - Disposición de los cuerpos que forman la geometría.
    - Operaciones booleanas entre los cuerpos para determinar regiones del espacio.
    - Asignación de materiales a cada una de estas regiones.
    - Estimadores de fluencia y dosis absorbida en regiones de interés.
    - Semillas de números aleatorios.
    - Número de primarios que se simularán en la ejecución.
    - Stop.

Una vez terminada la simulación se obtienen los siguientes archivos:

- Salida estándar ($.out$) escrito en la unidad lógica 11 por default contiene todos los datos de la simulación comenzando por lo ingresado en el archivo de entrada, incluye los tiempos por primario y los primarios involucrados en cada proceso físico.
- Archivos con los últimos números aleatorios semilla ($.ran$).
- Archivos con los mensajes de error ($.err$).
- Archivos de salida de los estimadores USRBIN ($bnn.lis$), para adquirir estos archivos se usa la funcionalidad *ASCII*.

- Archivos de salida de los estimadores USRBDX ($sum.lis$).

Finalmente para el procesamiento de aproximadamente 10^5 archivos de salida se programaron "scripts" en Python.

2.4. Parámetros involucrados en la irradiación de medios homogéneos

Al incidir un haz de electrones en un sólido semi-infinito, algunos electrones emergen de la superficie irradiada. Estos electrones dirigidos hacia atrás están compuestos por dos grupos: electrones secundarios y electrones retrodispersados. Experimentalmente, se ha probado que todos los electrones emitidos con energías inferiores a 50 eV están asociados con el mecanismo de emisión secundaria, y aquellos con energías más altas se consideran electrones retrodispersados. Si bien la cantidad de electrones retrodispersados por debajo de 50 eV puede despreciarse, la cantidad de electrones secundarios energéticos por encima de 50 eV se considera apreciable en algunos casos. Sin embargo, estos últimos son difíciles de distinguir de los electrones retrodispersados propiamente dichos.

De modo que el método MC constituye el enfoque adecuado para estudiar este fenómeno, debido a que se puede controlar la energía umbral de producción de secundarios para cada tipo de partícula.

A continuación se estudia la validez del software FLUKA al estudiar la retrodispersión de electrones en el rango de energía de 0.5 a 20 MeV en materiales con $Z_{\text{eff}} \geq 4.84$. Para esto se utilizan los siguientes métodos de evaluación directa:

1. Comparación con resultados experimentales para configuraciones equivalentes.
2. Comparación con otros códigos de Monte Carlo validados previamente para la retrodispersión de electrones.

Estas evaluaciones nos permitirán determinar parámetros relevantes para la aplicación correcta de FLUKA en este fenómeno.

Además se encontrarán coeficientes de retrodispersión para medios homogéneos con diferentes Z en el rango de energía mencionado, los cuáles se compararán con la ecuación semi-empírica hallada por Tabata [28, 33].

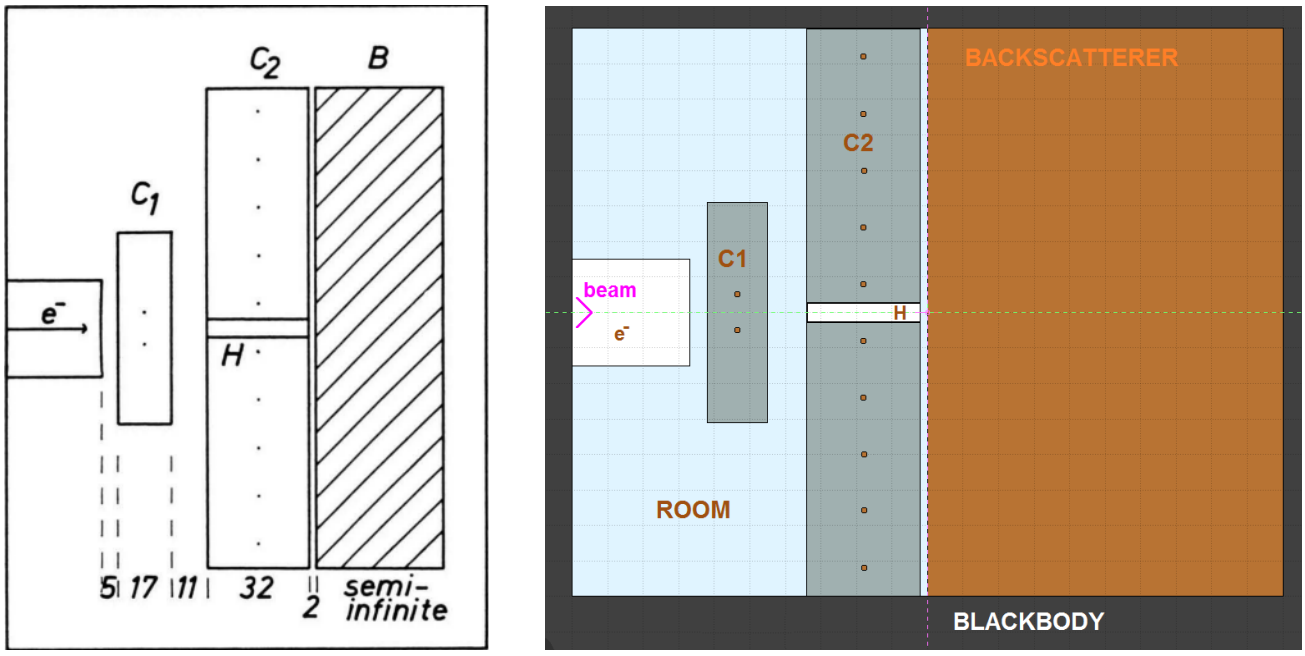
2.4.1. *Comparación con datos experimentales*

El enfoque de estudio para esta comparación consistió en construir primero una configuración de simulación equivalente a la utilizada en el experimento de Harder [73] para encontrar resultados que correspondan a las mediciones reales.

Harder y Metzger [73] midieron el coeficiente de retrodispersión en el rango de energía 8 a 22 MeV para objetivos de Al, Cu, Cd y Pb con espesor semi-infinito. Los datos hallados por Harder tienen acuerdo con mediciones reportadas por Tabata, 1993 [28–32, 74–79].

La investigación experimental [73] fue elegida debido a que se trata de una verificación de resultados previos [31] y además es una configuración experimental que mantiene simple la geometría de las simulaciones MC (véase Fig. 2.1).

A continuación se hace una descripción de la simulación MC implementada para la retrodispersión de electrones, basada en Harder [73].



(a) (b)

Figura 2.1: *(a) Configuración para el experimento de retrodispersión. C_1, C_2 contadores, B retrodispersor, H tubo-Hostaphan. Medidas en mm. Figura tomada de Harder & Metzger, 1968 [73]. (b) Vista lateral de la geometría implementada en FLUKA.*

El haz de electrones incidente se centró en un milímetro de diámetro con divergencia de 2×10^{-4} rad. El ancho relativo del espectro del haz electrones implementado es de 10^{-3}.

Las medidas utilizadas, para el tamaño de los contadores C_1, C_2 y ventana de salida del haz, corresponden con exactitud a la utilizadas por Harder. Esto incluye paredes de Hostaphan (polietileno) con densidad 0.94 g/cm^3 para cada una de estas estructuras. Alrededor de los contadores, salida del haz y dispersor se colocaron regiones llenas de aire, toda la geometría esta contenida en un cuerpo negro utilizado en FLUKA para converger la solución (véase región oscura alrededor de la geometría en la Fig. 2.1b).

Los contadores consisten en cámaras de ionización llenas de metano [80]. El primer contador contiene 2 cables que actúan en modo Geiger, mediante el uso de un estimador USRBDX en cada uno. El segundo contador que cuenta con 10 cables funcionando en una región proporcional. También se equipa C_2 con un tubo de vacío de 5.5 mm de diámetro, de pared Hostaphan (polietileno) de 0.1 mm, colocado en línea con la dirección del haz de electrones. Por lo tanto, el segundo contador no fue activado por el haz de electrones incidente excepto por unos pocos electrones dispersos al lado del tubo de vacío, mientras que los electrones retrodispersados activaron este contador al entrar en la parte principal que contiene metano y los 10 cables que actúan en modo Geiger.

El coeficiente de retrodispersión η se obtuvo a partir de las tasas de recuento n por la relación

$$\eta = \frac{n_{2r}}{n_{1r}} - \frac{n_{20}}{n_{10}} \tag{2.2}$$

donde los subíndices 1 y 2 denotan el primer y segundo contador y los subíndices r y 0 denotan la medición con retrodispersor y sin el mismo. La forma de este coeficiente experimental corrige cualquier contribución asociada a dispersión en las paredes de los contadores.

Los electrones secundarios del retrodispersor no se tomaron en cuenta para energías por debajo de 100 keV, energía umbral de producción de electrones secundarios en FLUKA. De modo que no se utiliza ninguna corrección para descartar los electrones secundarios, Harder utilizó un factor de corrección de 1.075 ± 0.025 respecto al número de electrones primarios retrodispersados [73].

2.4.2. Comparación con el código MCNP validado previamente

Como punto de partida para investigar la retrodispersión de electrones en FLUKA se tomó como base el artículo de Frujinoiu [41] donde se estudia la retrodispersión de electrones con el código MCNPX. El artículo elige un problema de geometría mínima que sirve como comparación entre los códigos de simulación FLUKA y MCNP.

A continuación se hace una descripción de la simulación MC implementada para la retro-dispersión de electrones, basada en Frujinoiu [41].

La entrada de FLUKA consistió en un objetivo "target" de $10 \times 10 \times 10\ cm^3$ rodeado de vacío, que se divide normalmente en la dirección del haz de electrones, en celdas de grosor de 0.2 cm. Para obtener materiales de diferentes espesores cada una de las celdas se lleno con vacío o materiales como polietileno, agua sólida, fluoruro de litio, aluminio, cobre o plomo.

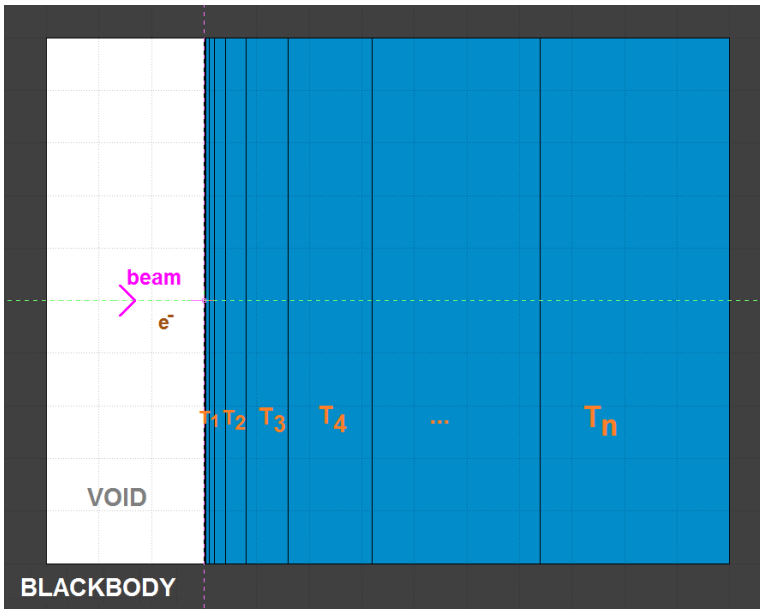


Figura 2.2: *Implementación en FLUKA de la simulación MC propuesta por Frujinoiu [41].*

Se utilizó una fuente de superficie 5×5 cm^2 de haces de electrones paralelos monoenergéticos con energía que oscila entre 0.2 y 9 MeV.

Para la irradiación perpendicular la investigación en FLUKA encontró la dificultad que al dividir 10 cm en celdas de grosor de 0.02 cm obtenemos 500 espesores diferentes lo cual no hace viable el tratamiento del problema según los recursos computacionales con los que contamos.

Con el fin de disminuir el número de espesores se determino la curva de dosis en profundidad a 9 MeV para todos los materiales antes mencionados. Con estos resultados se restringió la división de espesores de 0.02 cm a la profundidad de dosis máxima de cada PDD continuando con separaciones cada vez mayores hasta cubrir los 10 cm. Llegando a obtener como mínimo para el plomo 85 espesores distintos y como máximo para el agua sólida 319.

La detección de retrodispersión se obtuvo en el plano frontal del objetivo mediante un estimador USRBDX, configurado para medir electrones primarios en retroceso. El procedimiento se repitió para los diferentes espesores y energías de cada material hasta obtener distribuciones bien definidas de probabilidad de retrodispersión.

Una característica observada experimentalmente para la incidencia normal de electrones es que la probabilidad de retrodispersión aumenta con el grosor del dispersador hasta que se obtiene un valor de saturación [39, 40].

2.4.2.a. Dependencia respecto al grosor del dispersor

Para ajustar los datos experimentales se utilizó una simple curva de acumulación de dos parámetros descrita por la siguiente ecuación:

$$\eta_{\mathrm{m}} = \eta_{\mathrm{m}_0}(1 - \exp(-\alpha \cdot t)) \tag{2.3}$$

donde η_{m} es la probabilidad de retrodispersión en incidencia normal con un medio m (dispersor), η_{m_0} es el valor de saturación de la probabilidad de retrodispersión, α es un factor de *build-up* que depende del tipo de material y la energía de los electrones ($g^{-1} \cdot cm^2$) y t es el espesor de densidad del medio ($g \cdot cm^{-2}$). El factor de construcción (α) se puede encontrar ajustando la distribución de probabilidad de retrodispersión en función del grosor del material.

Alternativamente, se empleó una forma particular de la función de *Boltzmann* (2.4), esta expresión de tres parámetros que genera una curva sigmoidal entre cero y el valor de saturación de retrodispersión (η_{m_0}):

$$\eta_{\mathrm{m}} = \eta_{\mathrm{m}_0}\left(1 - \frac{1}{1 + \exp\left(\dfrac{t - t_0}{d_{\mathrm{t}}}\right)}\right) \tag{2.4}$$

donde η_{m} es la probabilidad de retrodispersión con incidencia normal de un medio m (dispersador), η_{m_0} es el valor de saturación de η_{m}, t es el espesor de densidad del medio ($g \cdot cm^{-2}$), t_0 y d_{t} son el "centro" y la "constante de tiempo" de la curva sigmoidal. El "centro" de la curva, t_0, y su "constante de tiempo", d_{t}, dependen del tipo de material y la energía de los electrones incidentes y tienen las mismas unidades que el espesor de densidad (es decir, $g \cdot cm^{-2}$). Los parámetros d_{t} y t_0 de la función de *Boltzmann* (2.4) se tomaron tal que su valor inicial para que sea igual a cero. Esta condición corresponde al límite en el que

la probabilidad de retrodispersión tiende a cero, es decir, cuando el grosor del dispersador se acerca a cero.

2.5. Determinación del cambio de dosis alrededor de heterogeneidades

La retrodispersión de electrones en las interfaces entre diferentes medios causa perturbaciones en la deposición de energía cerca de la interfaz, observándose un aumento de la dosis en la región de bajo Z, o una disminución de la dosis en la región de alto Z, con respecto al caso homogéneo.

Estas perturbaciones se deben a cambios en la fluencia de electrones en ambos lados de la interfaz. La magnitud de este efecto depende de un conjunto de parámetros, tales como el número atómico Z de los dos medios, la energía de los electrones y la distancia respecto a la interfaz. Estudios previos han analizado este efecto para fotones [46–49, 81, 82] y han demostrado su impacto en la distribución de dosis cuando se utilizan haces de radioterapia clínica.

A continuación se describe la simulación MC implementada, que mantiene una configuración simple comparable a las revisadas en la Sección 2.4.

Para el desarrollo de la investigación se implementó una simulación con haces monoenergéticos de electrones paralelos de superficie $5 \times 5\ cm^2$ con energías que oscilan entre 0.5 y 20 MeV. Estos incidieron perpendicularmente en dos placas contiguas con un área de 10×10 cm^2, rodeadas por una cámara de aire 2.3.

Las placas estuvieron compuestas de agua sólida, aluminio, cobre y plomo; y de acuerdo con sus curvas de porcentaje de dosis en profundidad (PDD) se determinó la profundidad de la primera placa. Trabajando con dos profundidades R_{50} y R_{100}, por ejemplo para haces de 5.0 MeV incidiendo en plomo (Pb) los valores correspondientes son $R_{100} = 0.041\ cm$ y $R_{50} = 0.107\ cm$ (véase Fig. 2.4). A la segunda placa se le asignó un ancho semi infinito ($\backsim 20\ cm$) para superar el rango máximo de penetración de electrones en el medio absorbente [47].

Los haces de electrones se utilizaron con energías de: 0.5; 1; 1.5; 3; 5; 10; 15 y 20 MeV.

La interfaz entre ambas placas se fijó en el plano XY que cruza con el origen. Alrededor de este plano se apilaron 25 detectores, con profundidad 0.02 cm, a cada lado de la interfaz como se muestra en la Figura 2.3. Estos detectores fueron del mismo material de su respectiva

placa para no crear nuevas interfaces, y tuvieron una superficie de $0.2 \times 0.2\ cm^2$ de modo que quedaron cubiertos por el haz de electrones incidente.

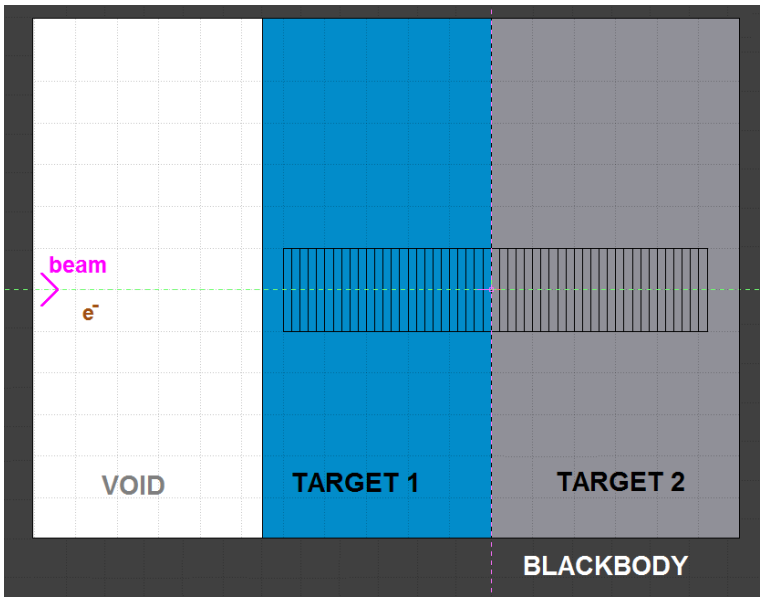


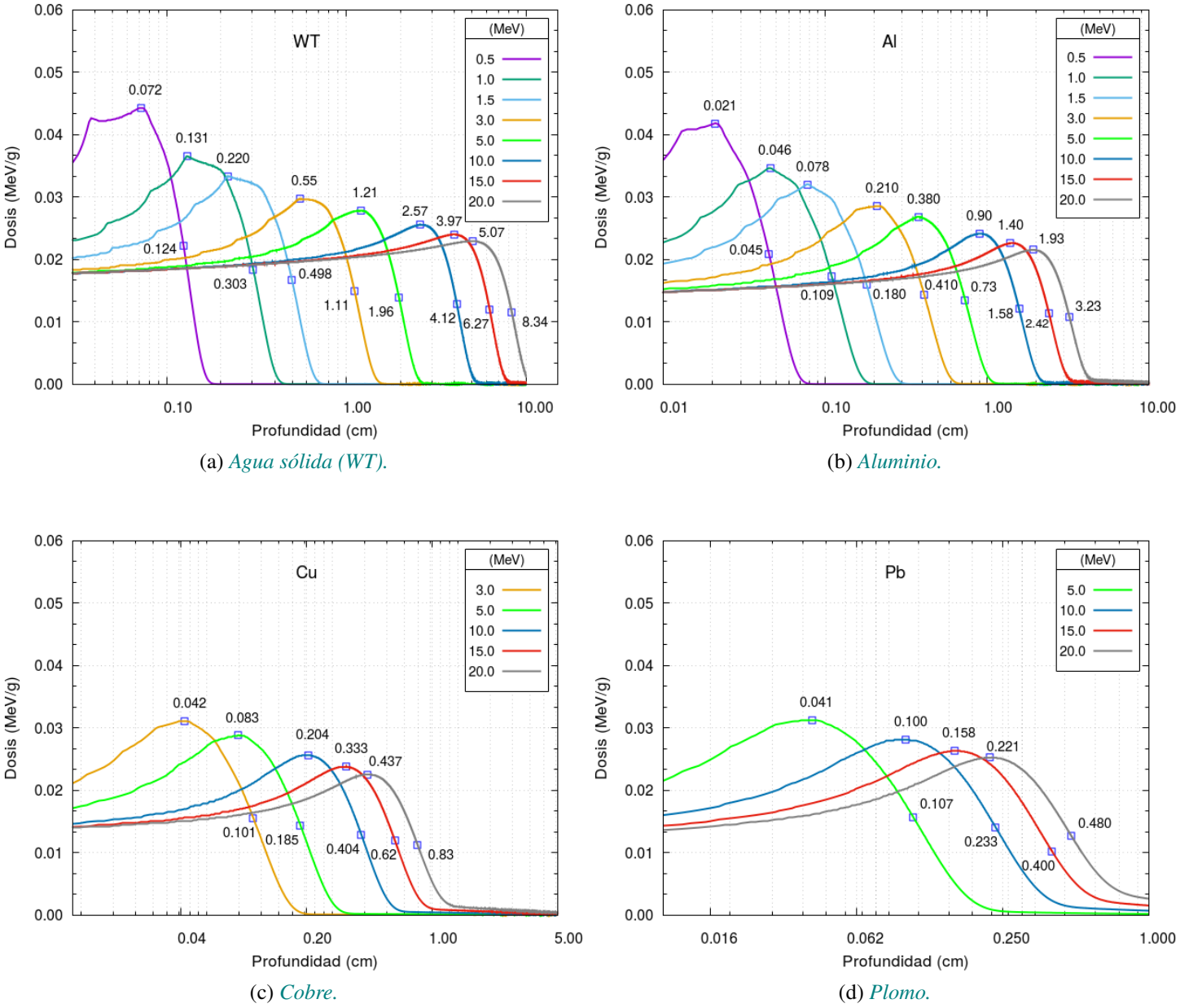
Figura 2.3: *Configuración experimental y arreglo de detectores para la investigación de la dosis absorbida alrededor de la interfaz entre dos placas irradiadas por haces de electrones externos con energías en el rango de 0.5 a 20 MeV. En este caso se muestra una primera placa de agua sólida y una segunda placa de plomo.*

Los planos de estos detectores se utilizaron para medir la fluencia de los electrones incidentes y retrodispersados, mediante estimadores USRBDX. Además se incluyó un detector de dosis que cubre la región completa de los detectores de fluencia, con el uso de un estimador USRBIN.

El procedimiento se repitió con diferentes combinaciones de los materiales de las placas de la Figura 2.3, incluyendo placas del mismo material (caso homogéneo) con el fin de hallar una dependencia de la dosis absorbida respecto a la diferencia entre los Z de las placas.

Los primarios se dividieron en 10 ciclos tanto en presencia como en ausencia de interfaz (caso homogéneo), se ejecutaron 1 millón de primarios por ciclo en todos los casos.

Además, en el caso en el que la primera placa esta compuesta por agua sólida se corrieron simulaciones con 10 millones de primarios por ciclo con el fin de verificar la exactitud de las mediciones encontradas con 10^7 primarios.



(a) *Agua sólida (WT).* (b) *Aluminio.*

(c) *Cobre.* (d) *Plomo.*

Figura 2.4: *Curvas de dosis en profundidad encontradas en FLUKA para determinar R_{50} y R_{100} en los medios (a) agua sólida WT, (b) Al, (c) Cu y (d) Pb.*

Por último, se plantearon curvas exponenciales para ajustar la fluencia electrónica retrodispersada desde la interfaz hacia la primera placa y también la fluencia electrónica incidente sobre la interfaz.

2.5.1. *Relación para la fluencia retrodispersada en interfaces tipo Z_{bajo} - Z_{alto}*

Los datos experimentales obtenidos en FLUKA para la retrodispersión electrónica se ajustaron con una curva simple de dos parámetros descrita por la siguiente ecuación:

$$\overleftarrow{\Phi}_{\mathrm{mM}} = \overleftarrow{\Phi}^{0}_{\mathrm{mM}} \cdot \exp\left(-\beta \cdot t\right) \tag{2.5}$$

donde $\overleftarrow{\Phi}_{\mathrm{mM}}$ es la fluencia de retrodispersión (cm^{-2}) de un haz externo irradiando perpendicularmente sobre la interfaz entre dos medios; m de Z_{bajo} anterior a la interfaz y M de Z_{alto} posterior a la misma. El parámetro $\overleftarrow{\Phi}^{0}_{\mathrm{mM}}$ es la fluencia de retrodispersión en la interfaz (cm^{-2}), t es el espesor de densidad del medio m ($g \cdot cm^{-2}$) y β es un factor de ajuste que depende de la energía de los electrones y del tipo de material de los medios (m y M) ($g^{-1} \cdot cm^{2}$).

La ecuación (2.5) se utilizó para ajustar las curvas de fluencia de electrones retrodispersados obtenidas para R_{100} y R_{50} de las interfaces Z_{bajo} - Z_{alto} en el rango de energía de 0.5 a 20 MeV.

2.5.2. *Relación para la fluencia incidente en interfaces tipo Z_{alto} - Z_{bajo}*

Los datos de fluencia electrónica incidente se ajustaron con la función exponencial (2.6) de tres parámetros que genera una curva que disminuye hasta alcanzar un valor mínimo en la interfaz ($\overrightarrow{\Phi^{-R_{\%}}_{\mathrm{Mm}}} - \overrightarrow{\Phi^{0}_{\mathrm{Mm}}}$). La ecuación tiene la siguiente forma:

$$\overrightarrow{\Phi}_{\mathrm{Mm}} = \overrightarrow{\Phi^{-R_{\%}}_{\mathrm{Mm}}} - \overrightarrow{\Phi^{0}_{\mathrm{Mm}}} \cdot \exp\left(-\gamma \cdot t\right) \tag{2.6}$$

donde $\overrightarrow{\Phi^{-R_{\%}}_{\mathrm{Mm}}}$ es la fluencia incidente que ingresa al medio M (cm^{-2}), es decir, la fluencia en la posición $-R_{100}$ o $-R_{50}$ respecto a la interfaz ubicada en 0. El parámetro $\overrightarrow{\Phi^{0}_{\mathrm{Mm}}}$ es la atenuación que sufre la fluencia hasta llegar a la interfaz entre los medios (cm^{-2}); M de Z_{alto} anterior a la interfaz y m de Z_{bajo} posterior a la misma. El factor t es el espesor de densidad del medio M ($g \cdot cm^{-2}$) y γ es un factor de ajuste que depende de la energía de los electrones y del tipo de material de los medios (M y m) ($g^{-1} \cdot cm^{2}$).

La ecuación (2.6) se utilizó para ajustar las curvas de fluencia de electrones incidentes obtenidas para R_{100} y R_{50} de las interfaces Z_{alto} - Z_{bajo} en el rango de energía de 0.5 a 20 MeV.

Capítulo 3

RETRODISPERSIÓN DE ELECTRONES EN MEDIOS HOMOGÉNEOS

3.1. Comparación entre los datos experimentales y los resultados obtenidos mediante FLUKA

En los Cuadros que se detallan a continuación se muestran los resultados obtenidos de los coeficientes de retrodispersión de electrones en medios homogéneos siguiendo el montaje experimental detallado en la Sección 2.4.1.

Uno de los parámetros relevantes de las simulaciones FLUKA que se estudió es el tiempo de corrida por cada simulación. Por lo que una vez preparados los archivos de entrada FLUKA se corrió la simulación para 10^8 y 10^7 primarios, los resultados de los coeficientes de retrodispersión se muestran en los Cuadros 3.1 y 3.2 respectivamente.

E_0	8.4 *MeV*	10.0 *MeV*	11.9 *MeV*	15.0 *MeV*	19.8 *MeV*	20.0 *MeV*	22.2 *MeV*
Pb	15.70 ± 0.04	12.93 ± 0.03	10.53 ± 0.05	7.89 ± 0.03	5.36 ± 0.01	5.55 ± 0.01	4.51 ± 0.01
Cd	9.36 ± 0.02	7.18 ± 0.02	5.98 ± 0.03	4.38 ± 0.02	2.77 ± 0.01	2.56 ± 0.01	2.44 ± 0.01
Cu	4.11 ± 0.01	4.04 ± 0.01	2.79 ± 0.01	2.08 ± 0.01	1.59 ± 0.002	1.58 ± 0.002	1.43 ± 0.002
Al	1.30 ± 0.001	1.14 ± 0.001	0.93 ± 0.001	0.80 ± 0.001	0.53 ± 0.001	0.58 ± 0.001	0.50 ± 0.001

Cuadro 3.1: *Coeficientes de retrodispersión* $\eta(E_0, Z, \infty)$*, encontrados en FLUKA. Número de primarios:* 1×10^8*. Los valores se expresan en %.*

El mayor tiempo de simulación en cada caso fue de 76 horas y 28 minutos y de 8 horas con 21 minutos respectivamente, se observa que las desviaciones estándar para el Cuadro 3.2 tienen un orden de magnitud menor a sus correspondientes en el Cuadro 3.1. Sin embargo, los valores encontrados para los coeficientes de retrodispersión en ambos casos son muy similares. Además, los datos de los Cuadros 3.1 y 3.2 comparados con los datos experimentales hallados por Harder tienen desviaciones *rms* de 1.95 para 10^7 primarios y de 1.93 para el de 10^8 primarios. Entonces se concluye que es suficiente simular el fenómeno de retrodispersión con 10^7 primarios.

E_0	8.4 MeV	10.0 MeV	11.9 MeV	15.0 MeV	19.8 MeV	20.0 MeV	22.2 MeV
Pb	15.69 ± 0.12	12.92 ± 0.13	10.52 ± 0.09	7.88 ± 0.09	5.35 ± 0.06	5.56 ± 0.06	4.50 ± 0.06
Cd	9.36 ± 0.08	7.19 ± 0.08	5.98 ± 0.06	4.38 ± 0.05	2.77 ± 0.03	2.57 ± 0.03	2.44 ± 0.03
Cu	4.12 ± 0.04	4.04 ± 0.04	2.79 ± 0.03	2.08 ± 0.03	1.59 ± 0.02	1.58 ± 0.02	1.43 ± 0.02
Al	1.30 ± 0.01	1.13 ± 0.01	0.93 ± 0.01	0.80 ± 0.01	0.52 ± 0.01	0.57 ± 0.01	0.50 ± 0.01

Cuadro 3.2: *Coeficientes de retrodispersión $\eta(E_0, Z, \infty)$, encontrados en FLUKA. Número de primarios:* 1×10^7. *Los valores se expresan en %.*

En lo que corresponde a la comparación con los datos experimentales se muestra en el Cuadro 3.3 el error porcentual relativo a las medidas experimentales, se observa una discrepancia máxima de 8.62 % para un haz de 8.4 MeV incidente sobre un dispersor de Al. Una probable causa de esta discrepancia es la fuente utilizada en las simulaciones, pues se mantuvo lo más simple posible y no representa con precisión a la utilizada en las mediciones experimentales [80]. Otra posible causa es el factor de corrección utilizado por Harder para separar los electrones retrodispersados de los rayos delta, correspondiente a un 7.5 % de los electrones primarios incidentes, pues no se puede fijar un solo porcentaje existiendo tanta diferencia entre los Z de los materiales considerados. De igual manera se debe tomar en cuenta que se utilizó la energía predeterminada umbral para la producción de rayos delta en FLUKA fijada en 100 keV por lo que se espera una respuesta menor en el coeficiente de retrodispersión FLUKA. Esto se debe a que la única protección para discriminar rayos delta en la experimentación se fijo para electrones menores a 25 keV.

E_0	8.4 MeV	10.0 MeV	11.9 MeV	15.0 MeV	19.8 MeV	20.0 MeV	22.2 MeV
Pb	1.91	3.57	1.67	2.75	0.98	2.42	0.004
Cd	1.48	0.15	1.42	0.51	1.00	2.68	2.51
Cu	0.38	0.97	0.23	3.93	0.76		2.18
Al	8.62		2.95	0.58	4.93		0.26

Cuadro 3.3: *Error relativo de las mediciones encontradas con FLUKA comparadas con los datos experimentales. Número de primarios:* 1×10^7. *Los valores se expresan en %.*

La correspondencia de los coeficientes encontrados mediante FLUKA con los datos experimentales constituye una prueba de la validez del código para tratar este fenómeno. Sin embargo, se sugiere prestar atención a materiales de bajo Z y energías del haz menores a 8.4 MeV.

Una segunda comprobación para las mediciones halladas con FLUKA es la comparación con la relación semi-empírica (1.12) propuesta por Tabata en [28]. Esta comparación se ilustra en la Figura 3.1, mostrando un acuerdo con coeficientes de correlación mayores a 0.978 en todos los casos.

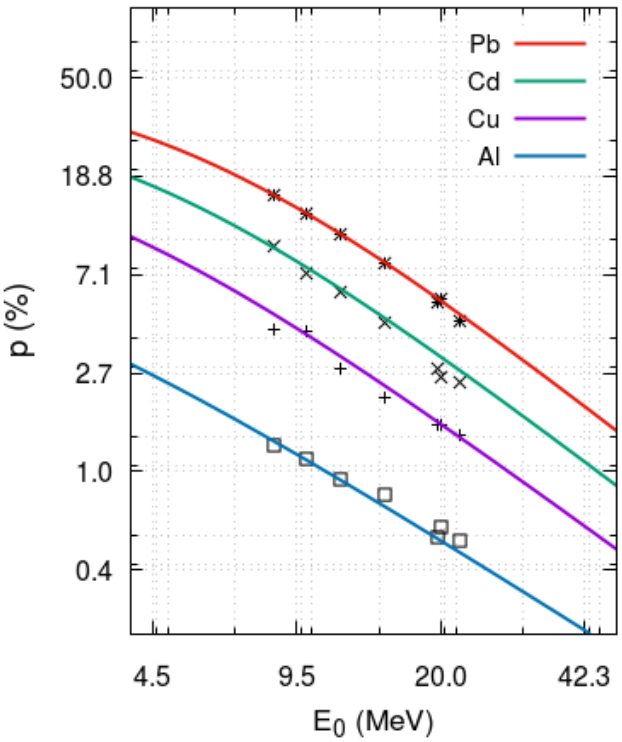


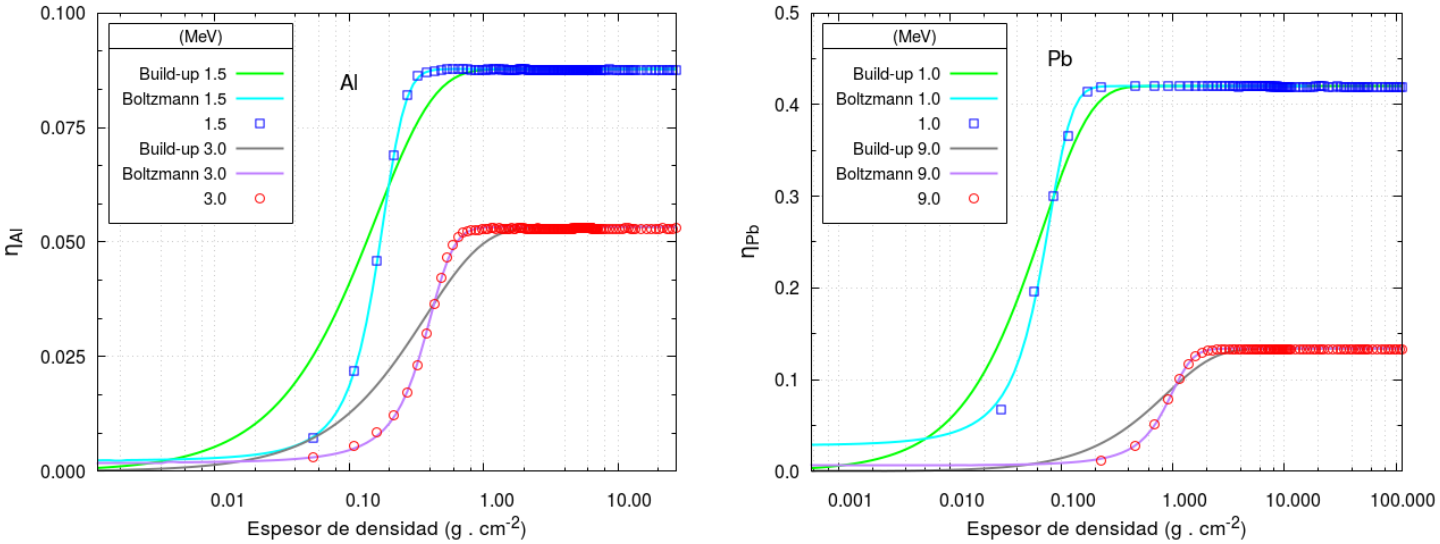
Figura 3.1: *Coeficientes de retrodispersión medidos en el rango de 8 a 22 MeV. Los puntos representan las mediciones encontradas con FLUKA y las líneas continuas la relación semi-empírica* (1.12) *ajustada para Al, Cu, Cd y Pb.*

3.2. Comparación entre los códigos MCNP y FLUKA para la retrodispersión de electrones en medios homogéneos

La relación entre el coeficiente de retrodispersión y el grosor del dispersor se ajustó para las ecuaciones (2.3) y (2.4) mediante Python. El mejor ajuste se definió como el conjunto de parámetros para los cuales la suma de cuadrados entre las curvas teóricas, ecuaciones (2.3) y (2.4), y los puntos experimentales de FLUKA; para un rango de variables independientes es mínima. Los resultados fueron aceptados estadísticamente si el ajuste condujo a coeficientes de correlación superiores a 0.9.

Los datos obtenidos en FLUKA se muestran en el Cuadro 3.4, la columna 3 indica los valores de saturación de la probabilidad de retrodispersión (η_{m_0}) y la columna 4 sus incertidumbres, esto para haces de electrones con energías entre 0.2 y 9 MeV en diferentes materiales.

El Cuadro 3.4 muestra que la ecuación (2.3) conduce a coeficientes de correlación aceptables ($R > 0.9$) para cualquier material con energías de electrones superiores a 0.3 MeV. Sin embargo, para electrones con energías de 0.2 MeV y $Z < 13$, se obtuvieron correlaciones satisfactorias ($R > 0.9$) solo para electrones retrodispersados por materiales de números atómicos intermedios y altos como aluminio (Al), cobre (Cu) o plomo (Pb).



(a) *Aluminio.* (b) *Plomo.*

Figura 3.2: *Ajuste de las funciones de saturación de retrodispersión medidos en FLUKA para (a) Al y (b) Pb con las ecuaciones Build-up (2.3) y Boltzmann (2.4). Datos obtenidos con FLUKA y ajustes realizados en Python.*

Material	**Energía electrónica**[a] (MeV)	η_{m_0}	$\sigma^{(b)}_{\eta_{m_0}}$	α $(cm^2 \cdot g^{-1})$	$\sigma^{(b)}_{\alpha}$ $(cm^2 \cdot g^{-1})$	**Coeficiente de correlación** $R^{(c)}$
	0.5	0.447	2.47E-05	53.12	0.176	0.983
	1.0	0.420	3.35E-04	14.75	0.171	0.971
Pb	1.5	0.387	3.09E-04	50.61	0.586	0.999
	3.0	0.304	3.79E-05	5.571	0.029	0.972
	9.0	0.134	2.95E-04	1.143	0.023	0.951
	0.5	0.259	7.82E-05	38.37	0.328	0.969
	1.0	0.238	3.49E-06	20.23	0.611	0.984
Cu	1.5	0.212	4.33E-06	16.68	0.238	0.999
	3.0	0.150	1.03E-04	3.543	0.049	0.925
	9.0	0.050	9.84E-05	0.953	0.016	0.963
	0.2	0.082	3.70E-06	195.6	0.542	0.983
	0.3	0.109	8.63E-05	57.25	0.857	0.977
Al[d]	1.0	0.104	5.38E-05	12.02	0.148	0.977
	1.5	0.088	1.02E-04	6.276	0.109	0.926
	3.0	0.053	1.03E-04	2.711	0.048	0.951
	9.0	0.015	2.58E-05	1.124	0.011	0.986
	0.2[h]	0.031[h]	2.03E-05[h]	172.5[h]	1.518[h]	0.745[h]
	0.3	0.045	1.93E-05	58.20	0.512	0.971
LiF[e]	1.0	0.044	2.49E-05	10.71	0.141	0.949
	1.5	0.036	3.59E-05	5.868	0.091	0.932
	3.0	0.021	2.83E-05	2.732	0.038	0.961
	9.0	0.007	7.78E-06	1.289	0.010	0.987
	0.2[h]	0.024[h]	2.17E-05[h]	284.6[h]	10.12[h]	0.834[h]
	0.3	0.036	2.52E-05	128.3	0.560	0.999
WT[f]	1.0	0.036	2.53E-05	10.39	0.117	0.944
	1.5	0.029	2.58E-05	6.750	0.080	0.955
	3.0	0.016	1.80E-05	3.301	0.032	0.971
	9.0	0.006	6.31E-06	1.601	0.010	0.984
	0.2[h]	0.014[h]	1.42E-05[h]	347.4[h]	15.76[h]	0.816[h]
	0.3	0.021	1.35E-05	194.5	5.956	0.999
$(CH_2)^{(g)}_n$	1.0	0.020	1.33E-05	12.00	0.134	0.949
	1.5	0.017	1.39E-05	7.426	0.082	0.959
	3.0	0.010	9.27E-06	3.711	0.032	0.977
	9.0	0.004	4.58E-06	1.743	0.012	0.981

[a] Electrones monoenergéticos.

[b] Una desviación estándar (1σ).

[c] Ajuste de los resultados de FLUKA con los predichos por la ecuación (2.3) [55].

[d] Aluminio ($Z = 13$) de densidad 2700 $kg \cdot m^{-3}$.

[e] Fluoruro de litio ($Z_{eff} = 6.82$) de densidad 2635 $kg \cdot m^{-3}$; composición elemental (fracciones de peso): 0.268 Li, 0.732 F [42].

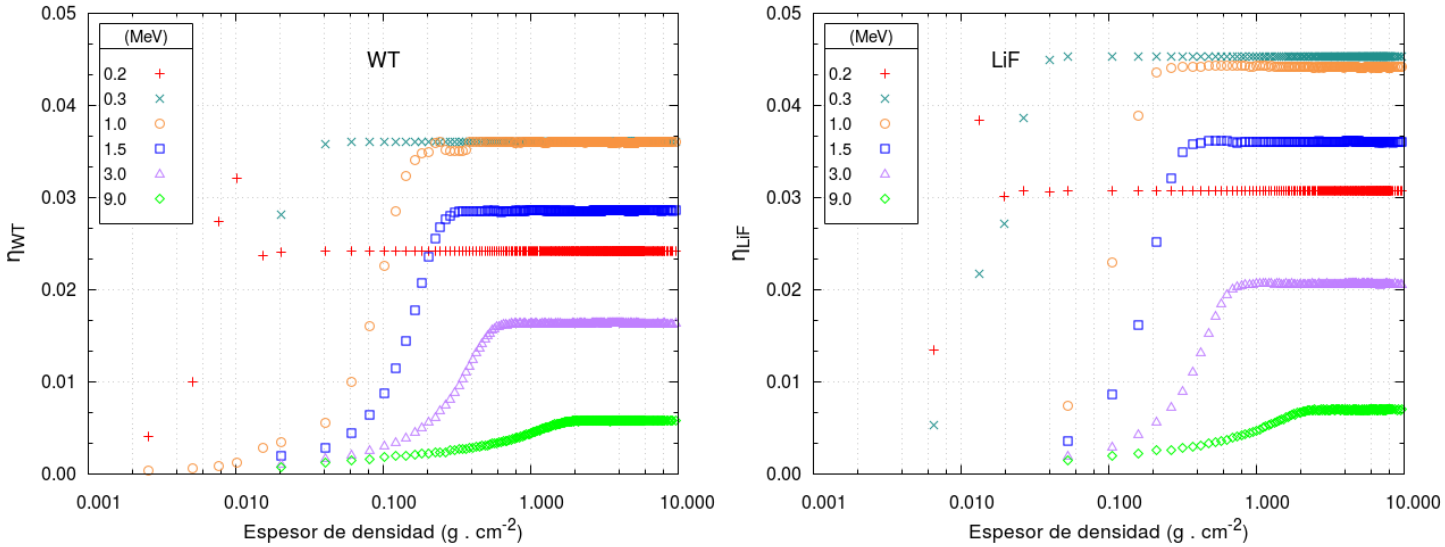
[f] Agua sólida ($Z_{eff} = 5.85$) de densidad 1020 $kg \cdot m^{-3}$; composición elemental (fracciones de peso): 0.081 H, 0.672 C, 0.024 N, 0.199 O, 0.001 Cl, 0.023 Ca [43].

[h] Ajuste insatisfactorio.

[g] Polietileno ($Z_{eff} = 4.84$) de densidad 940 $kg \cdot m^{-3}$; composición elemental (fracciones de peso): 0.144 H, 0.856 C [42].

Cuadro 3.4: *Parámetros resultantes del ajuste con la función de acumulación "Build-up" descrita por la ecuación* (2.3)*. Datos obtenidos en FLUKA.*

Para las dos correlaciones con menor acuerdo de cada material se adoptó la función de *Boltzmann* (2.4) y se la ajustó a los datos de FLUKA. Los resultados de ajustar los datos de FLUKA con funciones sigmoidales, (2.4), se indican en el Cuadro 3.5. A modo de ejemplo se muestran los ajustes para el *Al* y *Pb* en la Figura 3.2.



(a) *Agua sólida (WT).*

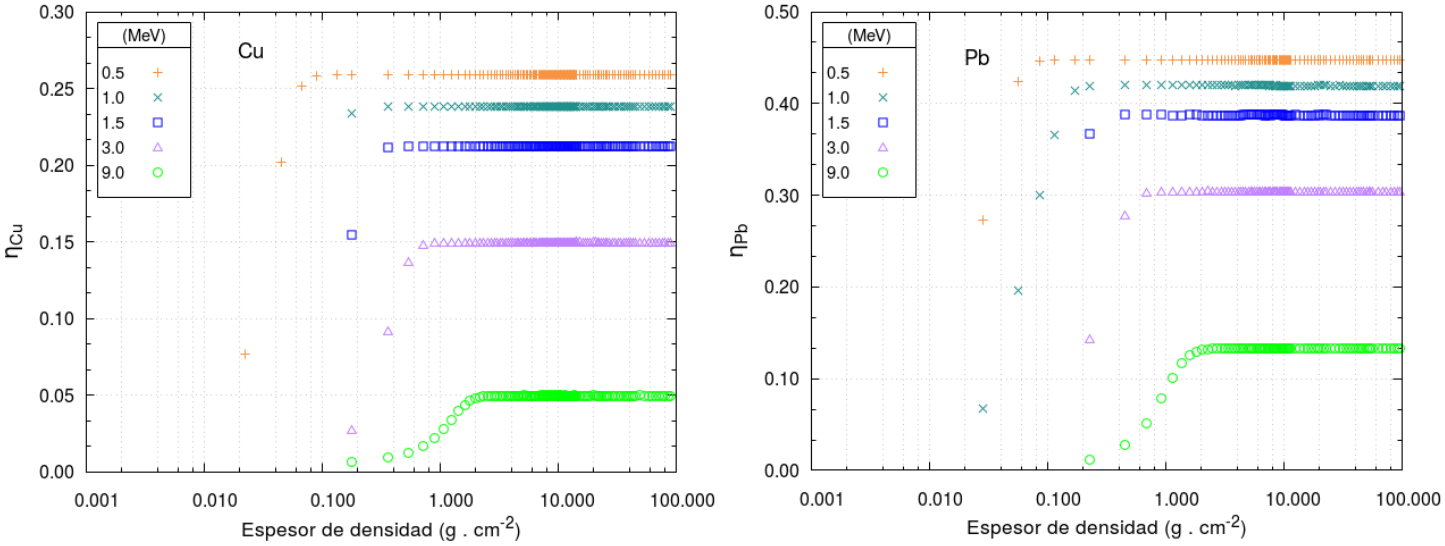
(b) *Fluoruro de litio (LiF).*

(c) *Polietileno* $(CH_2)_n$.

(d) *Aluminio.*

Figura 3.3: *Probabilidad de retrodispersión en función del espesor de densidad para varias energías de electrones. (a) Agua sólida WT, (b) Fluoruro de litio LiF, (c) Polietileno* $(CH_2)_n$ *y (d) Aluminio Al. Datos obtenidos con FLUKA.*

En comparación con la función de acumulación descrita en la ecuación (2.3), la función de *Boltzmann* (2.4) conduce a mejores coeficientes de correlación, R, para todos los materiales y energías investigadas. Sin embargo, al tener un parámetro adicional, la expresión sigmoidal es más compleja. Debido a su simplicidad, la ecuación (2.3) es una opción más conveniente a energías intermedias o altas y números atómicos altos. Mas la función de *Boltzmann* representa una generalización que se puede utilizar con éxito para todo el rango de energía y números atómicos estudiados en el presente trabajo.



(a) *Cobre.* (b) *Plomo.*

Figura 3.4: *Probabilidad de retrodispersión en función del espesor de densidad para varias energías de electrones. (a) Cobre Cu y (b) Plomo Pb. Datos obtenidos con FLUKA.*

La probabilidad de retrodispersión en función del espesor de densidad se trazó para todos los materiales: agua sólida 3.3a, Fluoruro de litio 3.3b, polietileno 3.3c, aluminio 3.3d, cobre 3.4a y plomo 3.4b. Las barras de error son del mismo tamaño que los puntos de datos y no se visualizan. Las Figuras 3.3 y 3.4 sugieren que:

1. La probabilidad de retrodispersión tiende a crecer con el aumento del número atómico y la disminución de la energía de los electrones.

2. Para un material y energía dados, la probabilidad de retrodispersión aumenta hasta que se alcanza un valor de saturación.

3. Los valores de saturación de retrodispersión son numéricamente más cercanos a energías electrónicas más bajas (es decir, por debajo de 0.5 MeV).

El Cuadro 3.4 muestra que a pesar de algunas predicciones teóricas [26, 44] sobre el rango de energía investigado, la probabilidad de retrodispersión depende no solo del número atómico efectivo de los materiales (Z_{eff}) sino también de la energía de los electrones. Solo para energías por debajo de 0.5 MeV los valores de retrodispersión se vuelven menos dependientes de la energía y son principalmente una función del número atómico efectivo (Z_{eff}).

Material	**Energía electrónica**[a] (MeV)	η_{m_0}	$\sigma^{(b)}_{\eta_{m_0}}$	α $(cm^2 \cdot g^{-1})$	$\sigma^{(b)}_{\alpha}$ $(cm^2 \cdot g^{-1})$	**Coeficiente de correlación** $R^{(c)}$
Pb	1.0	0.0628	5.33E-06	0.0239	7.02E-05	0.9998
	9.0	0.8212	1.61E-04	0.2754	1.82E-03	0.9989
Cu	3.0	0.3179	4.23E-05	0.0921	4.27E-04	0.9993
	9.0	0.9646	2.87E-04	0.3686	2.52E-03	0.9984
$Al^{(e)}$	1.5	0.1578	5.81E-05	0.0439	1.56E-04	0.9994
	3.0	0.3464	2.29E-04	0.1046	5.74E-04	0.9989
$LiF^{(f)}$	0.2	0.0073	1.30E-05	0.0027	1.48E-05	0.9532
	1.5	0.1668	7.91E-05	0.0498	2.07E-04	0.9990
$WT^{(g)}$	0.2	0.0058	7.25E-06	0.0020	8.53E-06	0.9128
	1.0	0.0866	3.11E-04	0.0263	2.58E-04	0.9966
$(CH_2)_n^{(h)}$	0.2	0.0050	1.80E-05	0.0016	1.50E-05	0.9145
	1.0	0.0788	9.46E-05	0.0264	8.63E-05	0.9990

[a] Las probabilidades de saturación (b_{m_0}) se consideraron parámetros fijos; estas probabilidades de saturación son como se dieron anteriormente en la tercera columna del Cuadro 3.4.

[b] Electrones monoenergéticos.

[b] Una desviación estándar (1σ).

[c] Ajuste de los resultados de FLUKA con los predichos por la ecuación (2.4) [43].

[e] Aluminio ($Z = 13$) de densidad 2700 $kg \cdot m^{-3}$.

[f] Fluoruro de litio ($Z_{\text{eff}} = 6.82$) de densidad 2635 $kg \cdot m^{-3}$; composición elemental (fracciones de peso): 0.268 Li, 0.732 F [42].

[g] Agua sólida ($Z_{\text{eff}} = 5.85$) de densidad 1020 $kg \cdot m^{-3}$; composición elemental (fracciones de peso): 0.081 H, 0.672 C, 0.024 N, 0.199 O, 0.001 Cl, 0.023 Ca [43].

[h] Polietileno ($Z_{\text{eff}} = 4.84$) de densidad 940 $kg \cdot m^{-3}$; composición elemental (fracciones de peso): 0.144 H, 0.856 C [42].

Cuadro 3.5: *Los parámetros de ajuste*[a] *con las funciones de Boltzmann descritas en la ecuación* (2.4)*. Datos obtenidos en FLUKA.*

Los valores de saturación de retrodispersión del Cuadro 3.4 se representaron en función del número atómico efectivo [45]. La Figura 3.5 ilustra la dependencia del valor de saturación de retrodispersión de los números atómicos efectivos Z_{eff} entre 4 y 82.

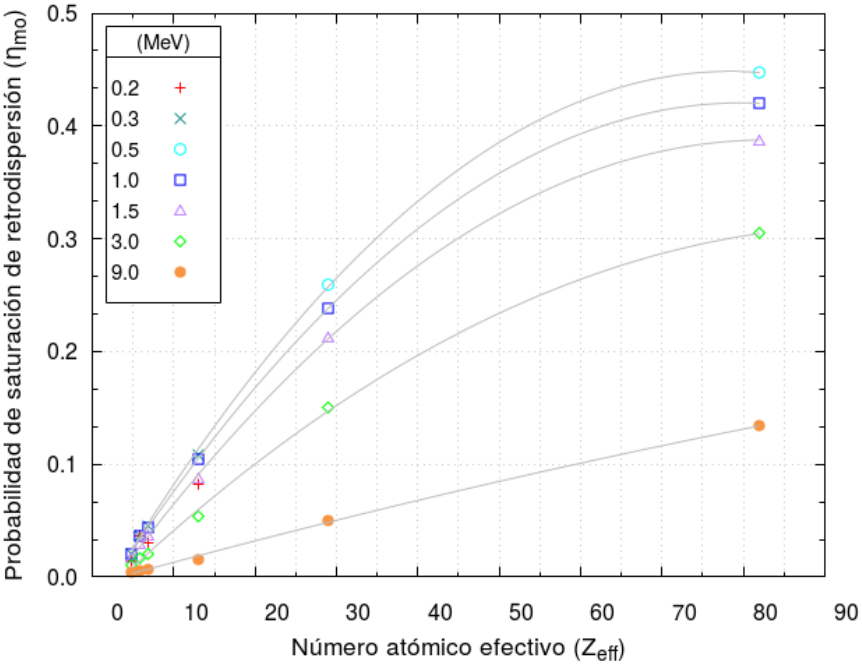


Figura 3.5: *Probabilidad de saturación de retrodispersión para materiales con número atómico efectivo (Z_{eff}) entre 4 y 82. Datos obtenidos con FLUKA.*

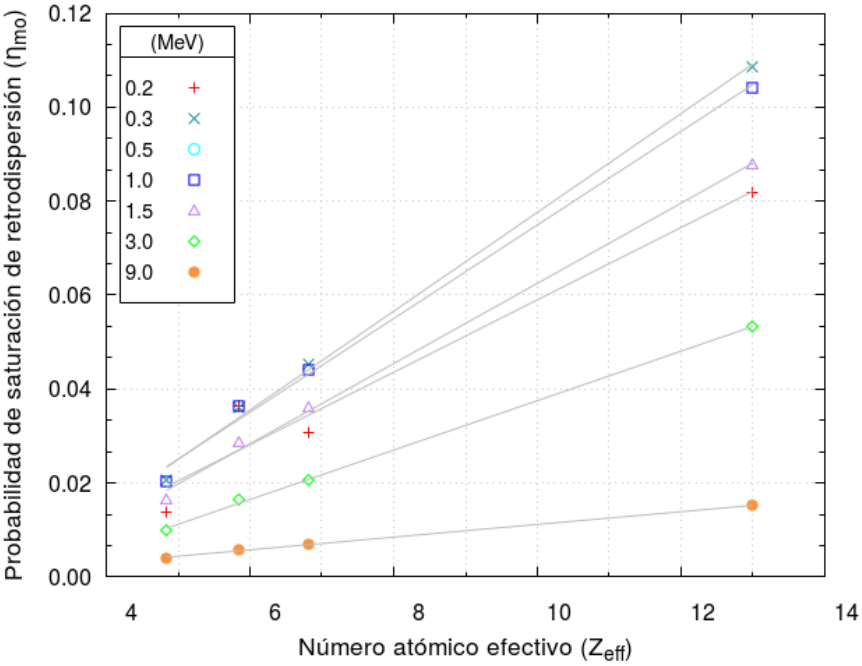


Figura 3.6: *Probabilidad de saturación de retrodispersión para materiales con número atómico efectivo (Z_{eff}) entre 4 y 14. Datos obtenidos con FLUKA.*

La Figura 3.6 es una expansión de escala de la Figura 3.5 que muestra la dependencia del valor de saturación de retrodispersión de los números atómicos efectivos bajos Z_{eff} entre 4 y 14. La Figura 3.6 implica que los valores de saturación de retrodispersión se distribuyen linealmente con el número atómico efectivo para $Z < 14$.

Se obtuvieron ajustes aceptables (coeficientes de correlación $R > 0.9$) para todas las energías investigadas (0.2 a 9 MeV). Sin embargo, el comportamiento de los puntos (+) correspondientes a 0.2 MeV en la Figura 3.3 indica un error apreciable del código para investigar la retrodispersión en esta región (≤ 0.2 MeV), pues no satisface la condición de que para energías menores a 0.5 MeV el valor de saturación se convierte en función únicamente del Z del medio absorbente. Siendo los valores de saturación a 0.2 MeV (+) anómalos para todos los medios de la Figura 3.3.

A partir de los resultados obtenidos para la retrodispersión de electrones en medios homogéneos se ha comprobado que el código FLUKA alcanza gran precisión para haces de electrones con energías entre 0.3 y 22 MeV. Por lo tanto, FLUKA es el método ideal para estudios de dosimetría cerca de interfaces, donde los gradientes de dosis son pronunciados y su detección se hace compleja para desarrollos experimentales.

Capítulo 4

DOSIS ALREDEDOR DE LA INTERFAZ ENTRE DOS MEDIOS CON DIFERENTE Z

En este estudio las simulaciones de Monte Carlo han probado ser ventajosas en condiciones de heterogeneidad, sin embargo es importante validar la exactitud del cálculo para el número de primarios utilizados en la simulación. El procedimiento escogido para verificar la validez de los resultados para diferente número de primarios fue realizar la prueba estadística de Wilcoxon en el software estadístico *R* [50]. Esta prueba comparó las distribuciones de dosis alrededor de la interfaz entre simulaciones de 10^7 y 10^8 primarios, obtenidas según el esquema experimental descrito en la Sección 2.5. Para esta comparación se utilizaron 8 energías y 2 profundidades (R_{100} y R_{50}) en interfaces de *WT - Al*, *WT - Cu*, *WT - Pb* y *WT - WT* (caso homogéneo); dando un total de 64 combinaciones. Como se detalla en el Apéndice A, la hipótesis de la prueba de Wilcoxon fue aceptada para todas las combinaciones testeadas (véase Cuadro A.1). Por lo tanto, en FLUKA es suficiente realizar simulaciones con 10^7 primarios para investigar la dosis absorbida alrededor de heterogeneidades.

4.1. Rangos de dosis en profundidad R_{100} y R_{50}

En la Figura 2.4 se observa los rangos de profundidad de la energía depositada por un haz de electrones en *WT*, *Al*, *Cu* y *Pb*; estos datos se tabularon en el Cuadro 4.2, están expresados como espesores de densidad para los rangos R_{100} y R_{50} de los materiales mencionados.

Energía	**Agua sólida** (*WT*)		**Aluminio** (*Al*)		**Cobre** (*Cu*)		**Plomo** (*Pb*)	
(*MeV*)	R_{100}	R_{50}	R_{100}	R_{50}	R_{100}	R_{50}	R_{100}	R_{50}
0.5	0.07	0.12	0.05	0.12	-	-	-	-
1.0	0.13	0.31	0.12	0.30	-	-	-	-
1.5	0.22	0.51	0.22	0.49	-	-	-	-
3.0	0.58	1.13	0.58	1.11	0.36	0.90	-	-
5.0	1.19	2.00	1.01	1.98	0.72	1.66	0.45	1.19
10.0	2.58	4.20	2.46	4.27	1.84	3.63	1.02	2.66
15.0	4.18	6.40	3.85	6.53	3.05	5.69	1.76	4.08
20.0	5.36	8.50	5.32	8.72	3.99	7.44	2.61	5.44

Cuadro 4.1: *Espesores de densidad (R_{100} y R_{50}) para haces de electrones con energías en el rango de los MeV incidentes sobre dispersores de WT, Al, Cu y Pb. Los valores se expresan en ($g \cdot cm^{-2}$). Datos obtenidos de curvas de dosis en profundidad (PDD) mediante FLUKA (véase Fig. 2.4).*

Los distintos valores de los espesores de densidad (R_{100} y R_{50}) del Cuadro 4.1, entre materiales de bajo Z y alto Z, sugieren que se debe fijar detectores de fluencia de distintas profundidades para cada uno de los materiales alrededor de la interfaz. Sin embargo, por simplicidad se utilizaron detectores 0.02 cm de profundidad para todos los materiales; estos detectores midieron la fluencia de electrones incidentes y retrodispersados.

4.2. Dosis y fluencia electrónica alrededor de la interfaz

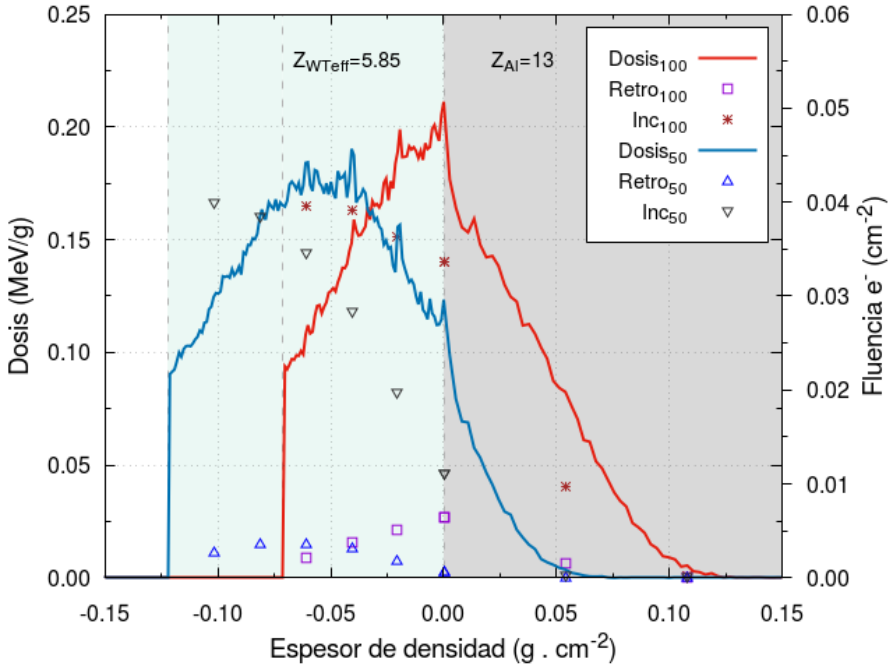


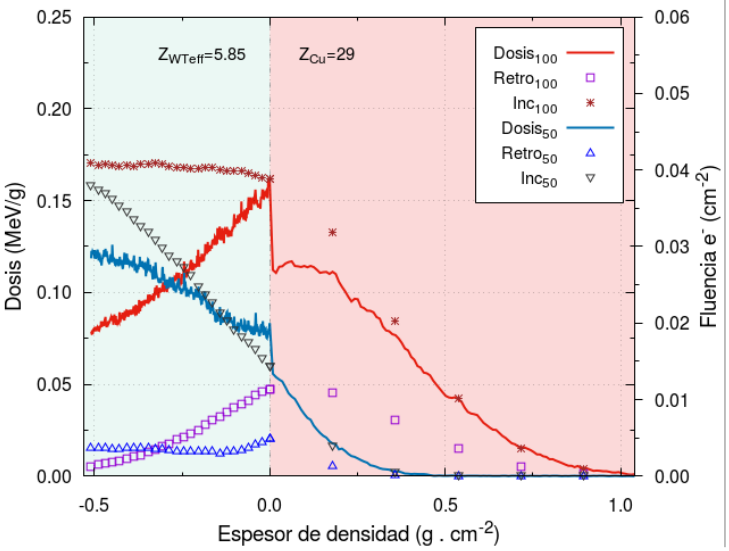
Figura 4.1: *Curva de dosis absorbida en función del espesor de densidad para dos placas irradiadas perpendicularmente con un haz de electrones externos de 0.5 MeV. La dosis absorbida se muestra con líneas continuas, la fluencia de electrones retrodispersados se nombra por Retro y la fluencia de electrones incidentes se nombra por Inc. Los subíndices 100 y 50 denotan la profundidad de la primera placa, esta se determinó con las curvas PDD de la Fig. 2.4. Líneas entrecortadas marcan el inicio de la placa R_{100}, R_{50} y la interfaz entre los medios. Interfaz Agua sólida - Aluminio.*

La Figura 4.1 presenta la dosis absorbida en función del espesor de densidad para 2 placas contiguas irradiadas perpendicularmente con un haz de electrones externos de 0.5 MeV. Las distribuciones de dosis corresponden a la interfaz Agua sólida - Aluminio, en donde las líneas entrecortadas representan los límites R_{100} y R_{50} de la placa de agua sólida y el límite entre las placas de agua y aluminio. La dosis absorbida para la configuración de R_{50} se representa con una línea continua de color azul, esta distribución registra valores a partir

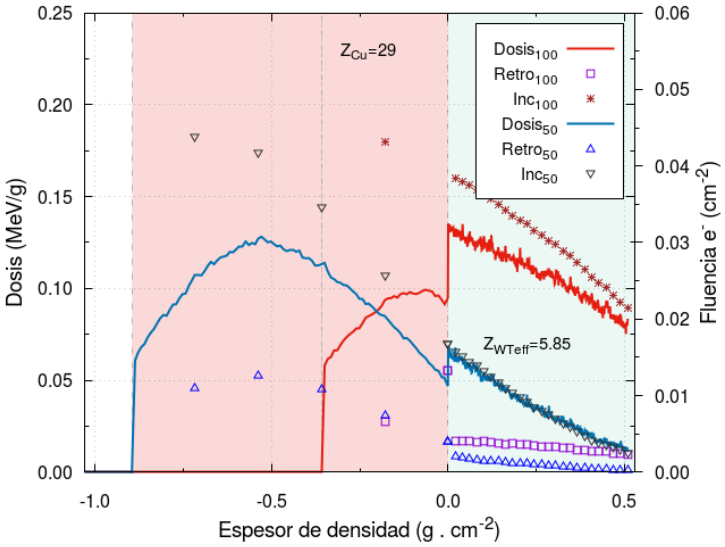
de -0.124 $g \cdot cm^{-2}$ (profundidad R_{50} para un haz de electrones de 0.5 MeV incidente en agua). En forma análoga se representa con una línea continua de color rojo la distribución de dosis para la configuración de R_{100}, esta distribución inicia en -0.072 $g \cdot cm^{-2}$ (límite R_{100} de una placa de agua sólida irradiada con un haz de electrones de 0.5 MeV). Los valores de dosis absorbida siguen la escala del eje izquierdo de coordenadas, es decir, $MeV \cdot g^{-1}$. Adicionalmente en la Figura 4.1 se observan las fluencias electrónicas incidentes y retrodispersadas de las configuraciones R_{100} y R_{50}, según lo detalla la nomenclatura; estos valores vienen dados por la escala de fluencia (cm^{-2}) del eje derecho de coordenadas. Como se discutió anteriormente, la configuración experimental utilizada determina que se obtengan separaciones mayores de los puntos de fluencia en materiales con alto Z; esto se identifica para electrones incidentes y retrodispersados R_{100} de la Figura 4.1 puesto que en la placa de agua se visualizan 3 medidas de fluencia y en la placa de aluminio solo se registra un punto. Esto se hace más evidente para haces de electrones incidentes de mayor energía (véase Fig. 4.2).

En la Figura 4.2 se muestran los resultados de las curvas de dosis alrededor de la interfaz de dos placas irradiadas con haces de electrones de 3 MeV, para todas las subfiguras se mantiene la estructura de la Figura 4.1. Respecto a la dosis absorbida existe discontinuidad en todas las interfaces de la Figura 4.2, esto se debe a la ruptura de la condición de equilibrio para los electrones incidentes generada por la interfaz, es decir, la interfaz dispersa los electrones incidentes cambiando la fluencia y la energía de los mismos antes y después de la heterogeneidad. Esto ocurre independientemente de que la interfaz se encuentre en R_{100} o R_{50}. Cuando el haz de electrones incidente pasa de un medio con Z menor a uno con Z mayor (Figuras 4.1, 4.2a y 4.2c) se produce un efecto de retrodispersión que es responsable del aumento la dosis absorbida en el medio de Z menor. Al analizar el caso contrario, es decir, la incidencia del haz de electrones va de un medio con Z mayor a uno con Z menor (4.2b y 4.2d); existe un gran aumento de dosis inmediatamente después del cruce del haz de electrones a través de la interfaz.

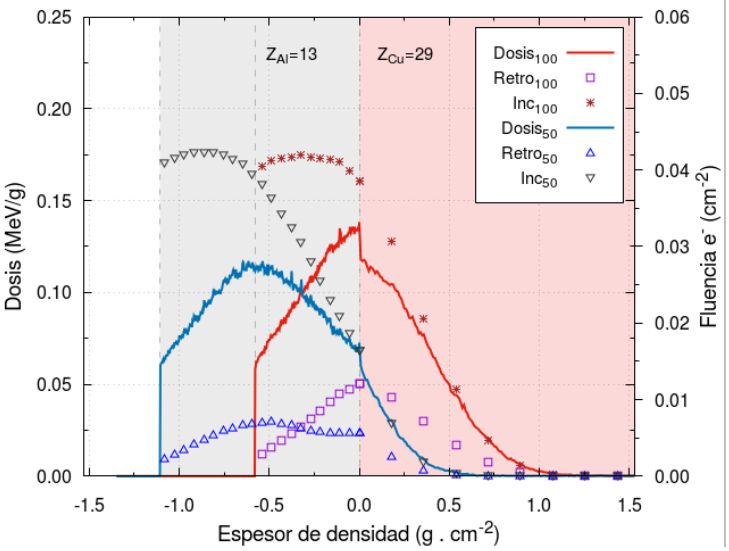
Además, se organizó la Figura 4.2 de forma tal que a la izquierda se muestran las curvas de dosis absorbida para las cuales el haz de electrones pasa de un medio de Z menor a un medio con Z mayor; y a la derecha observamos los correspondientes casos inversos. Esto nos ayuda a visualizar una dependencia de la variación de dosis respecto de la diferencia entre Z de los medios que forman la interfaz, mostrando que las variaciones de dosis de las Figuras 4.2a y 4.2b son 2.5 veces mayores que los cambios de dosis de las Figuras 4.2c y 4.2d. Para observar esta dependencia se grafica en la Figura 4.7 el cambio relativo de dosis absorbida alrededor de la interfaz en función de la diferencia de número atómico.



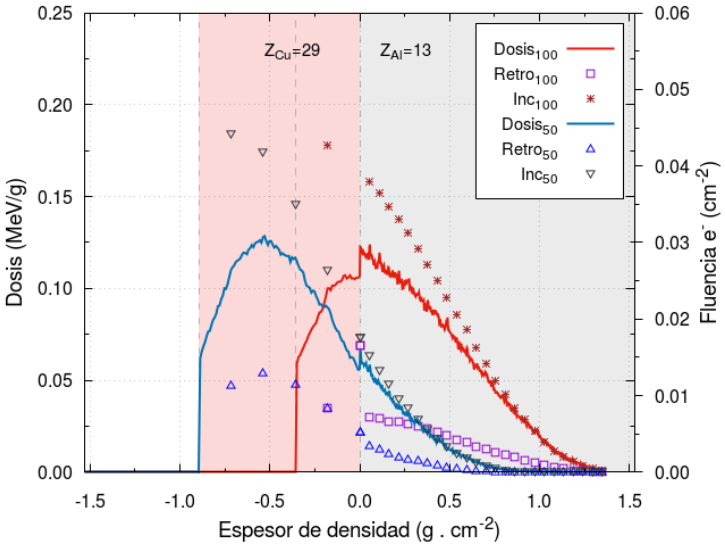
(a) *Interfaz Agua sólida - Cobre.*



(b) *Interfaz Cobre - Agua sólida.*



(c) *Interfaz Aluminio - Cobre.*



(d) *Interfaz Cobre - Aluminio.*

Figura 4.2: *Curvas de dosis absorbida en función del espesor de densidad para dos placas irradiadas perpendicularmente con un haz de electrones externos de 3 MeV. La dosis absorbida se muestra con líneas continuas, la fluencia de electrones retrodispersados se nombra por Retro y la fluencia de electrones incidentes se nombra por Inc. Los subíndices 100 y 50 denotan la profundidad de la primera placa, esta se determinó con las curvas PDD de la Fig. 2.4. Líneas entrecortadas marcan el inicio de la placa R_{50}, R_{100} y la interfaz entre los medios. (a) Interfaz Agua sólida - Cobre, (b) Interfaz Cobre - Agua sólida, (c) Interfaz Aluminio - Cobre y (d) Interfaz Cobre - Aluminio.*

4.3. Comparación de la dosis en presencia de heterogeneidades con en el caso homogéneo

La Figura 4.3 presenta la comparación de la dosis absorbida entre un medio homogéneo y un medio con la presencia de una interfaz, para placas contiguas irradiadas perpendicularmente con un haz de electrones externos de 5.0 MeV. Las distribuciones de dosis corresponden a la interfaz Aluminio - Plomo, en donde la línea entrecortada representa el límite entre las placas de aluminio y plomo; y el sombreado representa la placa con mayor número atómico. La dosis absorbida se muestra con líneas continuas, H es la dosis en el caso homogéneo e Int es la dosis absorbida en presencia de una interfaz. Adicionalmente en la Figura 4.3 se observan las dosis impartidas para las configuraciones R_{100} y R_{50}, según lo detalla la nomenclatura.

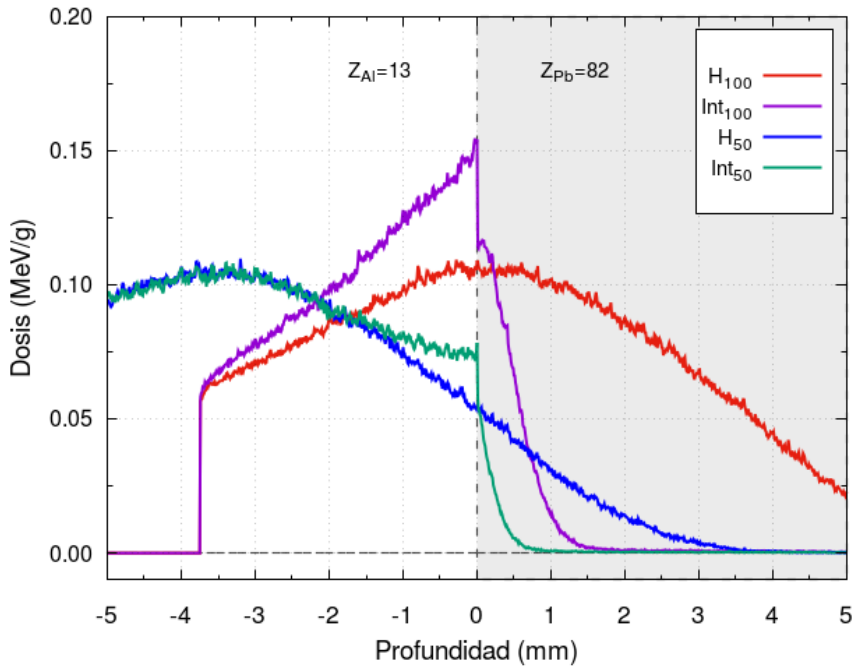
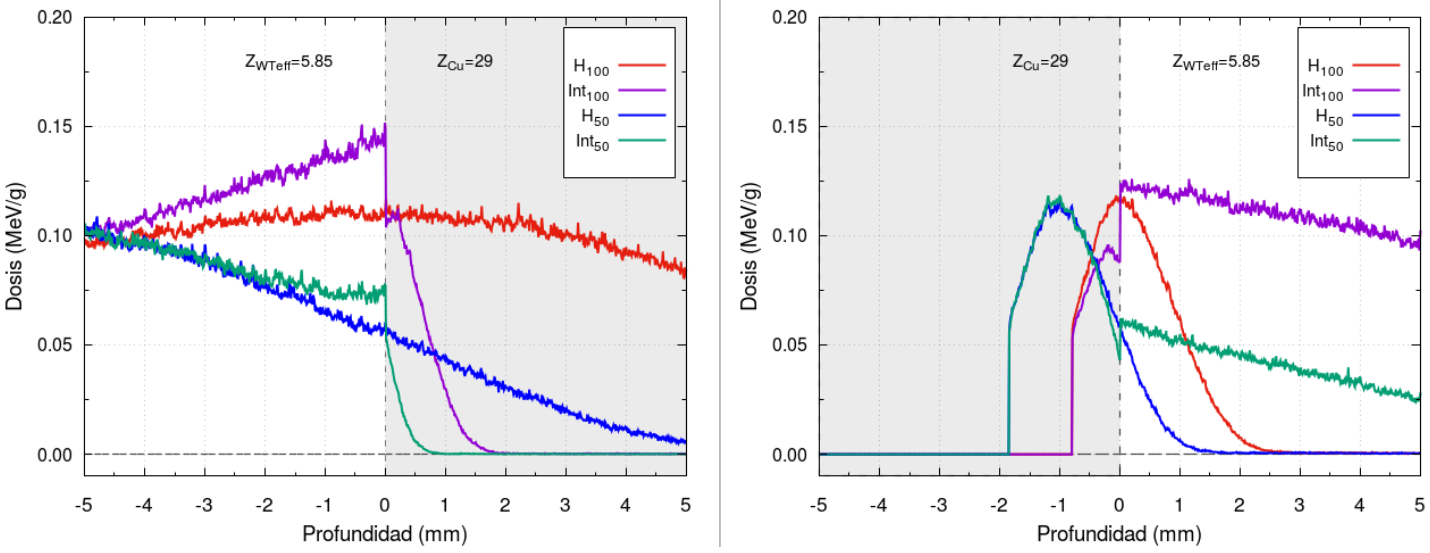


Figura 4.3: *Curvas de dosis absorbida en función de la profundidad para dos placas irradiadas perpendicularmente con un haz de electrones externos de 5 MeV. La dosis absorbida se muestra con líneas continuas, H es la dosis en el caso homogéneo e Int es la dosis absorbida en presencia de una interfaz. Los puntos muestran la variación porcentual de la dosis en presencia de una interfaz respecto al caso homogéneo. Los subíndices 50 y 100 se refieren a la medida tomada con la interfaz ubicada en R_{50} y R_{100} respectivamente. La líneas entrecortada muestra la presencia de la interfaz y se da un color gris al medio con mayor Z. Interfaz Aluminio - Plomo.*

En la Figura 4.4 se analiza la comparación de la dosis impartida por el haz de electrones entre un medio homogéneo y un medio con la presencia de una interfaz. Se organizó la Figura 4.4 de forma tal que a la izquierda se muestran las curvas de dosis absorbida para las cuales el haz de electrones pasa de un medio de Z menor a un medio con Z mayor; y a la derecha observamos los correspondientes casos inversos.

En las zonas anteriores a las interfaces de las Figuras 4.4a y 4.4c se muestra un aumento de la dosis impartida que se debe a la retrodispersión de electrones; siendo el incremento de las curvas Int_{100} un 10 % mayor que el de las curvas Int_{50} cuando se las relaciona con sus respectivos homogéneos. La causa principal de este fenómeno es que los electrones que llegan a R_{50} están significativamente más atenuados y por lo tanto no se retrodispersan en la misma proporción que los electrones que llegan a la interfaz en R_{100}.

Refiriéndonos a las zonas posteriores a las interfaces de las Figuras 4.4a y 4.4c se identifica que los electrones de R_{50} se ven más rápidamente atenuados al transmitirse al medio de mayor Z que los electrones de R_{100}, esto en consecuencia a la dispersión significativamente mayor que tiene el haz de electrones en R_{50}.

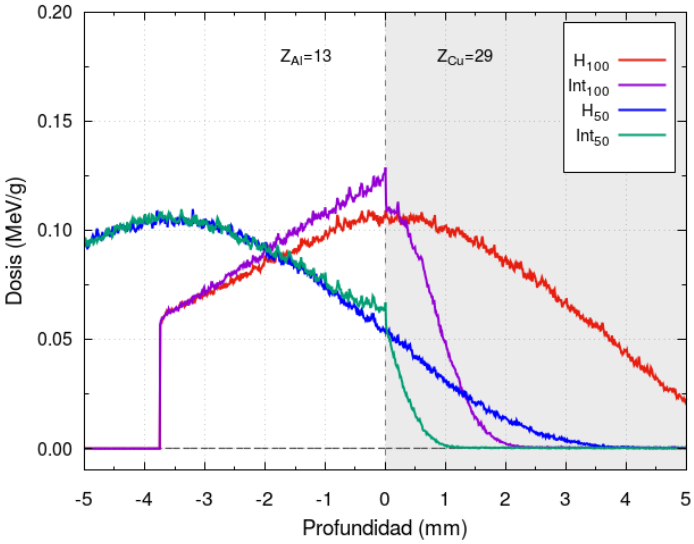


(a) *Interfaz Agua sólida - Cobre.*

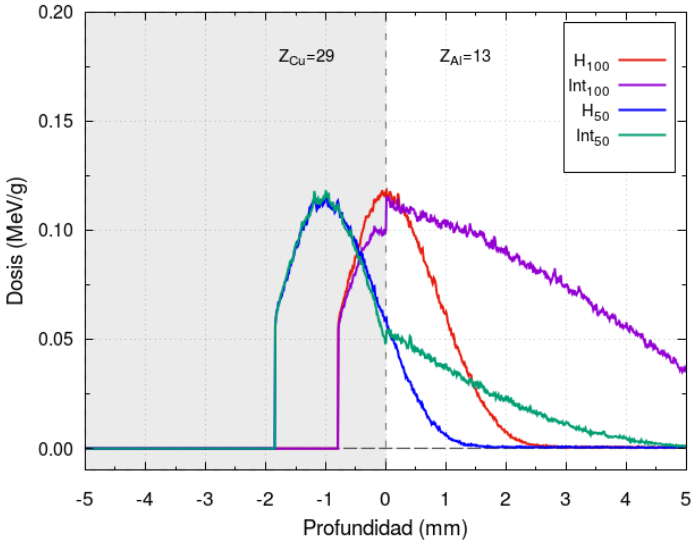
(b) *Interfaz Cobre - Agua sólida.*

[Figura 4.4 (Parte I)]

[Figura 4.4 (Parte II)]



(c) *Interfaz Aluminio - Cobre.*



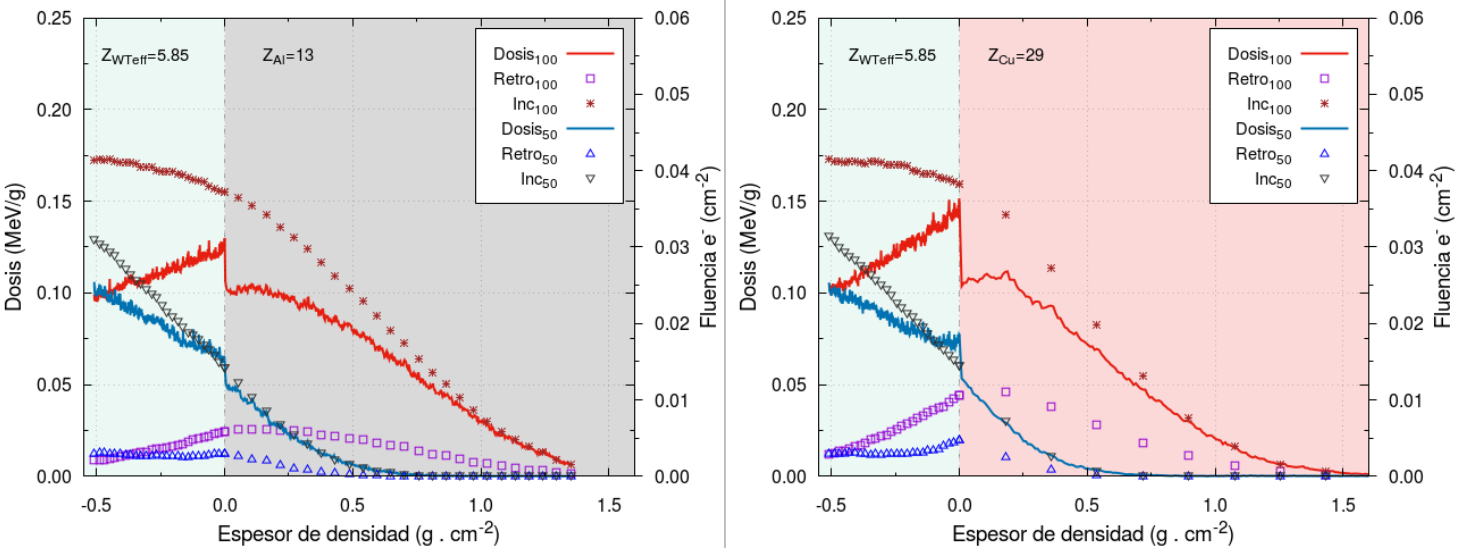
(d) *Interfaz Cobre - Aluminio.*

Figura 4.4: *Curvas de dosis absorbida en función de la profundidad para dos placas irradiadas perpendicularmente con un haz de electrones externos de 5 MeV. La dosis absorbida se muestra con líneas continuas, H es la dosis en el caso homogéneo e Int es la dosis absorbida en presencia de una interfaz. Los puntos muestran la variación porcentual de la dosis en presencia de una interfaz respecto al caso homogéneo. Los subíndices 50 y 100 se refieren a la medida tomada con la interfaz ubicada en R_{50} y R_{100} respectivamente. La líneas entrecortada muestra la presencia de la interfaz y se da un color gris al medio con mayor Z. (a) Interfaz Agua - Cobre, (b) Interfaz Cobre - Agua, (c) Interfaz Aluminio - Cobre y (d) Interfaz Cobre - Aluminio.*

En las Figuras 4.4b y 4.4d la dosis impartida por el haz de electrones se ve disminuida ligeramente en las zonas anteriores a las interfaces para ambos rangos estudiados. En las interfaces la dosis absorbida es muy cercana a su dosis correspondientes en el caso homogéneo. Sobre la segunda placa el haz logra una mejor transmisión debido a la disminución del número atómico; para el haz de R_{50} se observa una dosis de alrededor del 50 % en comparación con el haz de R_{100}.

4.3.1. *Variación de la dosis respecto al Z del medio posterior a la interfaz*

En la Figura 4.5 se fija el primer medio y se cambia el segundo por distintos dispersores apreciándose un aumento en la variación del medio con Z menor según se aumenta el número atómico del segundo medio. Por ejemplo en el agua sólida con un dispersor de Al (4.5a) la dosis varía en 10 % respecto al medio homogéneo, siendo el dispersor de Cu (4.5b) esta variación aumenta a un 22 % y por último la variación es de un 45 % si el dispersor esta compuesto de Pb (4.5c). También se observa que en estas variaciones se ven involucrados los electrones retrodispersados pues pasan de una fluencia de 0.005 cm^{-2} en la interfaz con Al, 0.010 cm^{-2} para el Cu y 0.015 cm^{-2} en la interfaz de Pb. Además, se corrobora la influencia del rango de llegada del haz a la interfaz pues las variaciones a R_{50} son en promedio un 38 % menores que las variaciones a R_{100}.



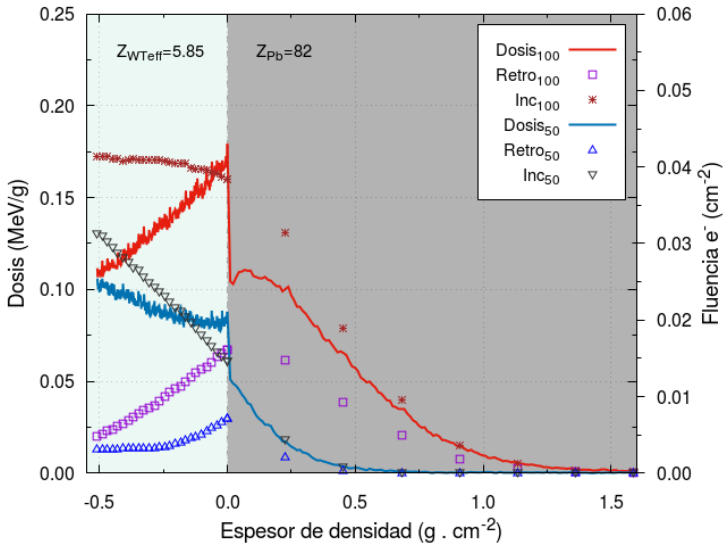
(a) *Interfaz Agua sólida - Aluminio.*

(b) *Interfaz Agua sólida - Cobre.*

Figura 4.5: *Curvas de dosis absorbida en función del espesor de densidad, con el primer medio fijo para el agua sólida, el haz de electrones es de 5 MeV. La dosis absorbida se muestra con líneas continuas, H es la dosis en el caso homogéneo e Int es la dosis absorbida en presencia de una interfaz. Los puntos muestran la variación porcentual de la dosis en presencia de una interfaz respecto al caso homogéneo. Los subíndices 50 y 100 se refieren a la medida tomada con la interfaz ubicada en R_{100} y R_{50} respectivamente. (a) Interfaz WT - Al, (b) Interfaz WT - Cu y (c) Interfaz WT - Pb.*

[Figura 4.5 (Parte I)]

[Figura 4.5 (Parte II)]



(c) *Interfaz Agua sólida - Plomo.*

4.3.2. Variación de la dosis respecto a la energía del haz

El Cuadro 4.2 presenta los coeficientes de retrodispersión $\eta(E_0, \Delta Z, \infty)$ encontrados en la interfaz del esquema experimental descrito en la Sección 2.5. Los coeficientes se tabulan, de menor a mayor Z, de arriba a abajo para la primera placa y de izquierda a derecha para la segunda placa. Se observa que η disminuye al aumentar la energía del haz; y los valores de η crecen al incrementar el Z de la segunda placa.

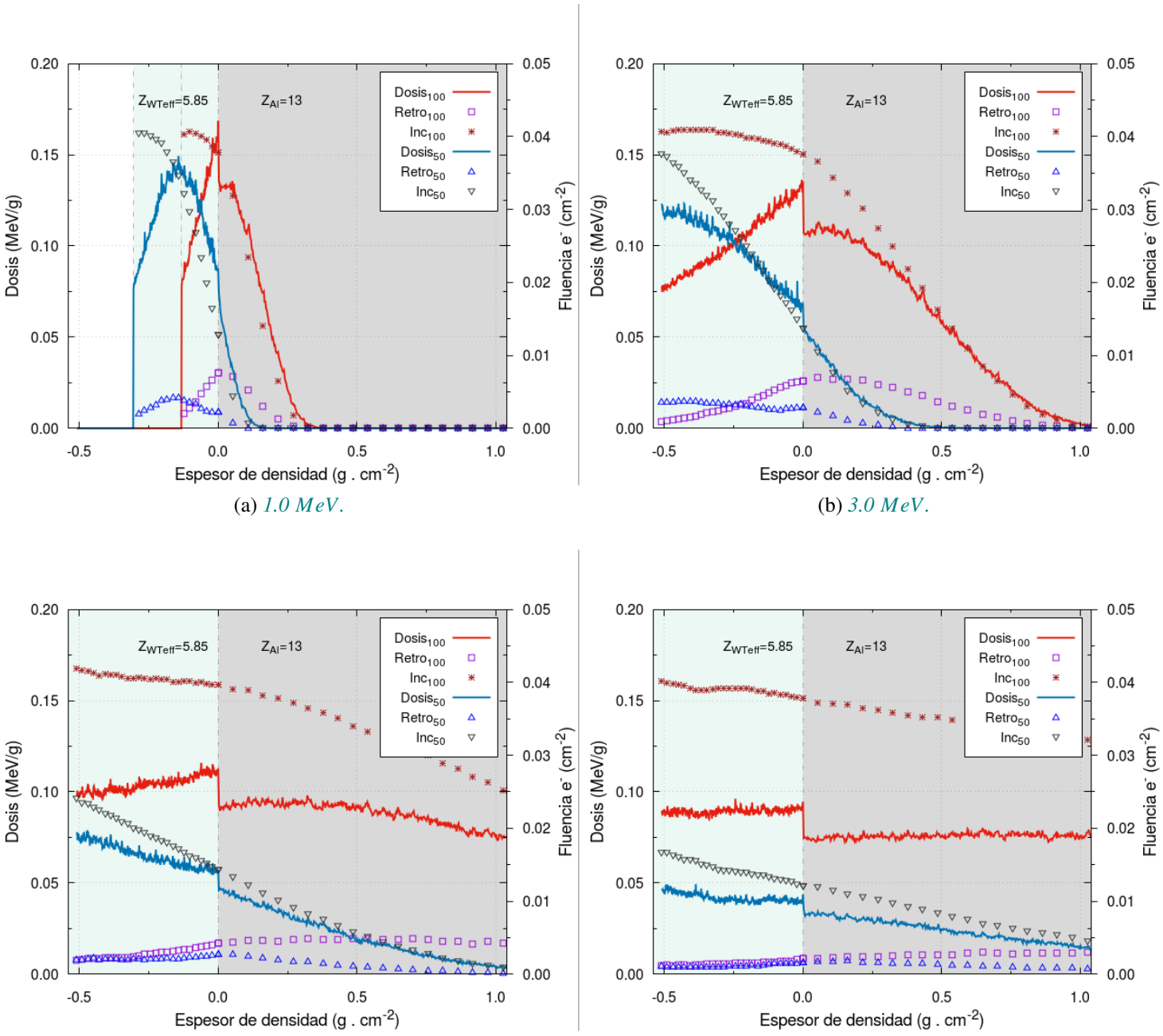
Para analizar la variación de la dosis absorbida respecto a la energía del haz de electrones incidente se representa la Figura 4.6. La restrodispersión electrónica aporta con una menor entrega de dosis en la zona anterior a la interfaz según aumenta la energía (Cuadro 4.2), no obstante la dosis absorbida en la interfaz (R_{100} o R_{50}) es menor con el incremento de la energía. Por lo que la variación relativa de dosis es de alrededor del 12 % en la interfaz para todas las energías investigadas.

La radiación de electrones alcanza su rango máximo a mayor profundidad cuando se incrementa la energía (véase Fig. 4.6). De modo que la dosis impartida se acumula alrededor de la interfaz para energías pequeñas (Fig. 4.6a) y se extiende por varios $g \cdot cm^{-2}$ para energías mayores (Fig. 4.6d).

Energía (MeV)	WT - Al	WT - Cu	WT - Pb
1.0	10.03 ± 0.08	16.26 ± 0.16	27.18 ± 0.21
1.5	9.57 ± 0.07	16.46 ± 0.16	26.56 ± 0.20
3.0	9.30 ± 0.07	15.43 ± 0.15	24.57 ± 0.19
5.0	8.17 ± 0.06	13.45 ± 0.13	23.30 ± 0.18
10.0	6.95 ± 0.14	13.25 ± 0.19	21.49 ± 0.29
15.0	5.39 ± 0.11	10.79 ± 0.15	20.70 ± 0.28
20.0	3.83 ± 0.08	8.50 ± 0.12	16.64 ± 0.22
Energía (MeV)	Al - WT	Al - Cu	Al - Pb
1.0	12.22 ± 0.09	21.41 ± 0.21	31.26 ± 0.24
1.5	10.97 ± 0.08	19.46 ± 0.19	28.48 ± 0.22
3.0	10.19 ± 0.08	16.64 ± 0.16	23.91 ± 0.18
5.0	7.12 ± 0.05	12.78 ± 0.12	19.24 ± 0.15
10.0	6.61 ± 0.13	11.54 ± 0.16	17.91 ± 0.24
15.0	5.17 ± 0.10	10.42 ± 0.15	16.17 ± 0.22
20.0	4.24 ± 0.08	9.71 ± 0.14	15.28 ± 0.20
Energía (MeV)	Cu - WT	Cu - Al	Cu - Pb
3.0	15.44 ± 0.12	19.47 ± 0.19	35.08 ± 0.27
5.0	12.60 ± 0.10	15.43 ± 0.15	29.56 ± 0.23
10.0	9.21 ± 0.18	10.57 ± 0.15	17.73 ± 0.24
15.0	6.37 ± 0.13	8.90 ± 0.12	13.84 ± 0.18
20.0	5.79 ± 0.12	7.48 ± 0.10	10.89 ± 0.15
Energía (MeV)	Pb - WT	Pb - Al	Pb - Cu
5.0	19.43 ± 0.15	21.92 ± 0.21	27.44 ± 0.21
10.0	13.11 ± 0.26	14.90 ± 0.21	18.70 ± 0.25
15.0	10.56 ± 0.21	13.72 ± 0.19	15.90 ± 0.21
20.0	10.35 ± 0.21	13.44 ± 0.19	14.99 ± 0.20

Cuadro 4.2: *Coeficientes de retrodispersión $\eta(E_0, \Delta Z, \infty)$ encontrados en la interfaz del esquema experimental descrito en la Sección 2.5. Datos hallados mediante simulación FLUKA. Los coeficientes se expresan en %.*

Se ha analizado las perturbaciones de retrodispersión en función de Z, energía y distancia desde la interfaz. Los números atómicos de los materiales considerados oscilaron entre Agua sólida (5.85 WT) y Plomo (82 Pb). Las energías variaron entre 0.5 y 20 MeV. Sin embargo hay variaciones angulares que pueden ser importantes debido a las profundidades escogidas al fijar la segunda placa.



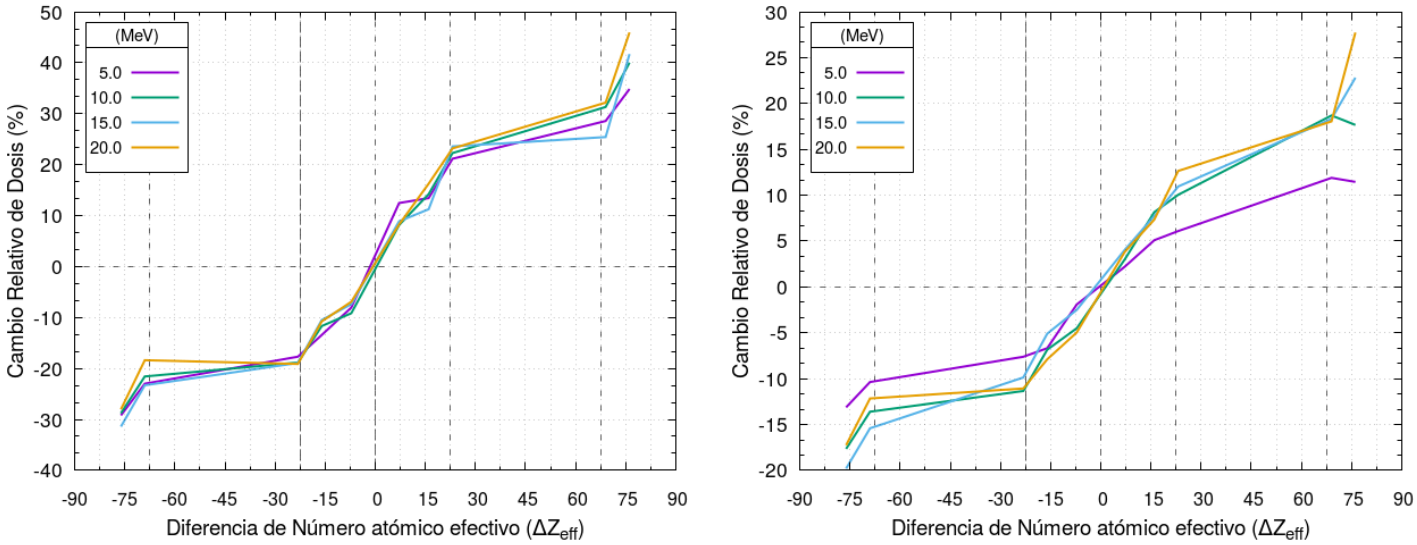
(a) *1.0 MeV.* (b) *3.0 MeV.*

(c) *10.0 MeV.* (d) *20.0 MeV.*

Figura 4.6: *Curvas de dosis absorbida en función del espesor de densidad, para la interfaz agua sólida - Aluminio. La dosis absorbida se muestra con líneas continuas, H es la dosis en el caso homogéneo e Int es la dosis absorbida en presencia de una interfaz. Los puntos muestran la variación porcentual de la dosis en presencia de una interfaz respecto al caso homogéneo. Los subíndices 100 y 50 se refieren a la medida tomada con la interfaz ubicada en R_{100} y R_{50} respectivamente. Energías de: (a) 1.0 MeV, (b) 3.0 MeV, (c) 10.0 MeV y (d) 20.0 MeV.*

4.4. Cambio relativo de dosis respecto a la diferencia de número atómico alrededor de heterogeneidades

Comparando las curvas de dosis en profundidad en el caso homogéneo (caso en que las dos placas están constituidas por el mismo material) con las curvas de dosis en la presencia de interfaces se halla el cambio relativo de dosis en función de la diferencia de Z.



(a) R_{50}, *espesor de densidad del detector* $= 0.115\ g \cdot cm^{-2}$.

(b) R_{50}, *espesor de densidad del detector* $= 0.465\ g \cdot cm^{-2}$.

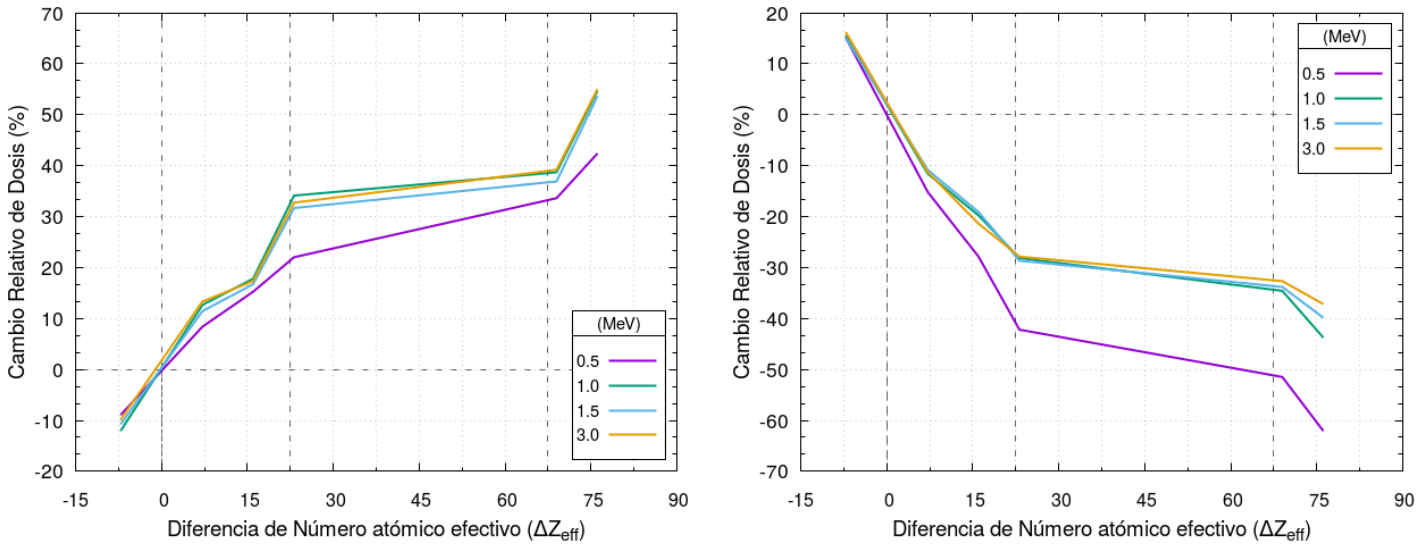
Figura 4.7: *Cambio relativo de la dosis absorbida en función de la diferencia de número atómico Z medido en un detector localizado antes de la interfaz (R_{50}). (a) Detector con espesor de densidad de 0.115 $g \cdot cm^{-2}$ en profundidad. (b) Detector con espesor de densidad de 0.465 $g \cdot cm^{-2}$ en profundidad.*

El cambio relativo de dosis que ocurre en la zona de detección anterior a la interfaz se observa en la Figura 4.7 para la profundidad R_{50} y energías del haz de electrones de 5, 10, 15 y 20 MeV. La Figura 4.7 muestra una zona más pronunciada de variación entre $\Delta Z \approx [-22; 22]$, esto se debe a que en este rango la impartición de dosis se ve dominada por procesos de retrodispersión y emisión delta; y por tanto su magnitud es mayor. Para los rangos con números atómicos mayores, $\Delta Z \approx [-75; -22]$ y $\Delta Z \approx [22; 75]$, la impartición de dosis cerca de la interfaz tiene un aporte *Bremsstrahlung* que contribuye en menor magnitud y por tanto desacelera el cambio de dosis al incrementar la diferencia en Z. Esta Figura presenta cambios relativos de dosis positivos para el cruce del haz de electrones de un medio con Z menor a un medio con Z mayor y cambios negativos si el haz cruza de forma

inversa; además la curva pasa por el origen, es decir, no existe cambio de dosis en el caso homogéneo.

Las Figuras 4.7a y 4.7b muestran dos tamaños distintos del detector anterior a la interfaz. El detector con profundidad de 0.115 $g \cdot cm^{-2}$ (Fig. 4.7a) registra un cambio relativo de dosis del -30 % para todas las energías de haces de electrones que cruzan la interfaz WT - Pb y un 40 % para los haces que cruzan la interfaz Pb - WT. Tomando en cuenta las mismas interfaces, para un detector de 0.465 $g \cdot cm^{-2}$ (Fig. 4.7b) se tiene cambios de dosis de - 20 % y 25 % respectivamente. Por lo tanto, el cambio de dosis impartida alrededor de la interfaz depende de la profundidad de detección. Esto es de gran importancia en la planificación de radioterapia con haces de electrones en pacientes con implantes metálicos permanentes puesto que se pueden producir daños irreversibles en tejidos adyacentes.

En la Figura 4.7b, el haz de electrones de 5 MeV se ve atenuado en una profundidad menor a 0.465 $g \cdot cm^{-2}$ debido a lo cual el valor absoluto del cambio relativo de dosis es menor para todo el rango de ΔZ.



(a) R_{100}, *espesor de densidad del detector* $= 0.036\ g \cdot cm^{-2}$, *anterior a la interfaz.*

(b) R_{100}, *espesor de densidad del detector* $= 0.036\ g \cdot cm^{-2}$, *posterior a la interfaz.*

Figura 4.8: *Cambio relativo de la dosis absorbida en función de la diferencia de número atómico Z medido en dos detectores localizados antes (a) y después (b) de la interfaz* R_{100}. *Detectores con espesor de densidad de 0.036* $g \cdot cm^{-2}$ *en profundidad.*

La Figura 4.8 presenta el cambio relativo de dosis que se mide en dos detectores ubicados antes (Fig. 4.8a) y después (Fig. 4.8b) de la interfaz R_{100} para la incidencia de haces de

electrones de 0.5, 1.0, 1.5 y 3.0 MeV. Siendo energías relativamente bajas se descartan interfaces con su primera placa compuesta por $Z \geq 29$, debido a que los rangos R_{100} y R_{50} para estas energías son más pequeños que la profundidad de los detectores utilizados (0.02 cm). En la Figura 4.8a se mantiene la pendiente positiva para el cambio relativo de de dosis, esto se debe al aporte de la retrodispersión electrónica a la dosis impartida en la zona anterior a la interfaz. Si nos referimos a la zona posterior a la interfaz (Fig. 4.8b), observamos una pendiente negativa para el cambio de dosis en virtud a una disminución de la fluencia electrónica en esta zona. Finalmente, la incidencia del haz de electrones de 0.5 MeV se separa de las otras energías porque su rango R_{100} de los materiales utilizados es cercano a la profundidad del detector (0.036 $g \cdot cm^{-2}$).

4.5. Ajuste a la fluencia de electrones retrodispersados e incidentes

Las curvas de fluencia electrónica retrodispersada para interfaces tipo $Z_{bajo} - Z_{alto}$ se ajustaron con la ecuación (2.5) y las curvas de fluencia electrónica incidentes sobre las interfaces tipo $Z_{alto} - Z_{bajo}$ se ajustaron con la ecuación (2.6), mediante Python. El mejor ajuste se definió como el conjunto de parámetros para los cuales la suma de cuadrados entre las curvas teóricas, ecuaciones (2.5) y (2.6), y los puntos experimentales de FLUKA; para un rango de variables independientes es mínima. Los resultados fueron aceptados estadísticamente si el ajuste condujo a coeficientes de correlación superiores a 0.9.

4.5.1. Fluencia de electrones retrodispersados

4.5.1.a. Curvas R_{100}

Al estudiar el comportamiento de la fluencia de electrones retrodispersados R_{100} en interfaces $Z_{bajo} - Z_{alto}$ mediante ajustes en Python con la ecuación (2.5) se obtiene los parámetros que se muestran en los Cuadros 4.3 y 4.4. Las columnas 3 indican los valores de fluencia en las interfaces $\left(\overleftarrow{\Phi^0_{\mathrm{mM}}}\right)$, las columnas 5 los valores del factor de ajuste (β) que depende de la energía de los electrones y del tipo de material de los medios (m y M); y las columnas 4 y 6 que muestran sus respectivas incertidumbres.

Los Cuadros 4.3 y 4.4 muestran que la ecuación (2.5) conduce a coeficientes de correlación satisfactorios ($R > 0.9$) en todas las interfaces estudiadas para energías de electrones superiores a 1.0 MeV. No obstante, para electrones con energías de 0.5 MeV las curvas tienen un número muy reducido de puntos (véase Fig. 4.9a), de modo que se debería cambiar el arreglo

experimental de la simulación para confirmar los parámetros obtenidos para las interfaces *WT - Al*, *WT - Cu* y *WT - Pb* del Cuadro 4.3. Una nueva configuración de detectores de fluencia también permitiría hallar parámetros de ajuste con coeficientes de correlación satisfactorios para las interfaces *Al - Cu*, *Al - Pb* y *Cu - Pb* (3 MeV) del Cuadro 4.4.

Interfaz mM R_{100}	**Energía electrónica**[a] (MeV)	$\overleftarrow{\Phi^0_{\mathrm{mM}}}$ (cm^{-2})	$\sigma^{(b)}_{\overleftarrow{\Phi^0_{\mathrm{mM}}}}$ (cm^{-2})	β $(cm^2 \cdot g^{-1})$	$\sigma^{(b)}_{\beta}$ $(cm^2 \cdot g^{-1})$	**Coeficiente de correlación** $R^{(c)}$
	0.5	6.68E-03	1.91E-04	-15.4	1.128	0.983
	1.0	7.91E-03	1.43E-04	-9.58	0.382	0.988
	1.5	7.65E-03	8.58E-05	-6.40	0.146	0.993
WT-Al	3.0	7.12E-03	5.58E-05	-3.52	0.047	0.994
	5.0	6.01E-03	1.76E-05	-2.03	0.014	0.998
	10.0	4.10E-03	1.85E-05	-1.55	0.019	0.993
	15.0	2.98E-03	1.38E-05	-1.48	0.020	0.992
	20.0	1.95E-03	1.45E-05	-1.05	0.029	0.965
	0.5	1.04E-02	2.85E-04	-21.2	1.300	0.989
	1.0	1.39E-02	2.27E-04	-10.6	0.362	0.991
	1.5	1.39E-02	2.10E-04	-6.94	0.206	0.988
WT-Cu	3.0	1.24E-02	1.21E-04	-3.76	0.062	0.991
	5.0	1.09E-02	5.48E-05	-2.43	0.025	0.996
	10.0	8.08E-03	2.38E-05	-1.73	0.013	0.998
	15.0	6.08E-03	1.39E-05	-1.55	0.010	0.998
	20.0	4.87E-03	1.63E-05	-1.61	0.014	0.996
	0.5	1.74E-02	5.41E-04	-24.6	1.631	0.989
	1.0	2.08E-02	2.93E-04	-9.10	0.290	0.992
	1.5	2.04E-02	2.71E-04	-5.90	0.167	0.989
WT-Pb	3.0	1.91E-02	1.98E-04	-3.50	0.063	0.989
	5.0	1.68E-02	7.95E-05	-2.26	0.023	0.996
	10.0	1.36E-02	2.57E-05	-1.48	0.008	0.999
	15.0	1.09E-02	3.15E-05	-1.23	0.012	0.996
	20.0	8.97E-03	1.63E-05	-1.32	0.007	0.999

[a] Electrones monoenergéticos.
[b] Una desviación estándar (1σ).
[c] Ajuste de los resultados de FLUKA con los predichos por la ecuación (2.5).
[d] Ajuste insatisfactorio.

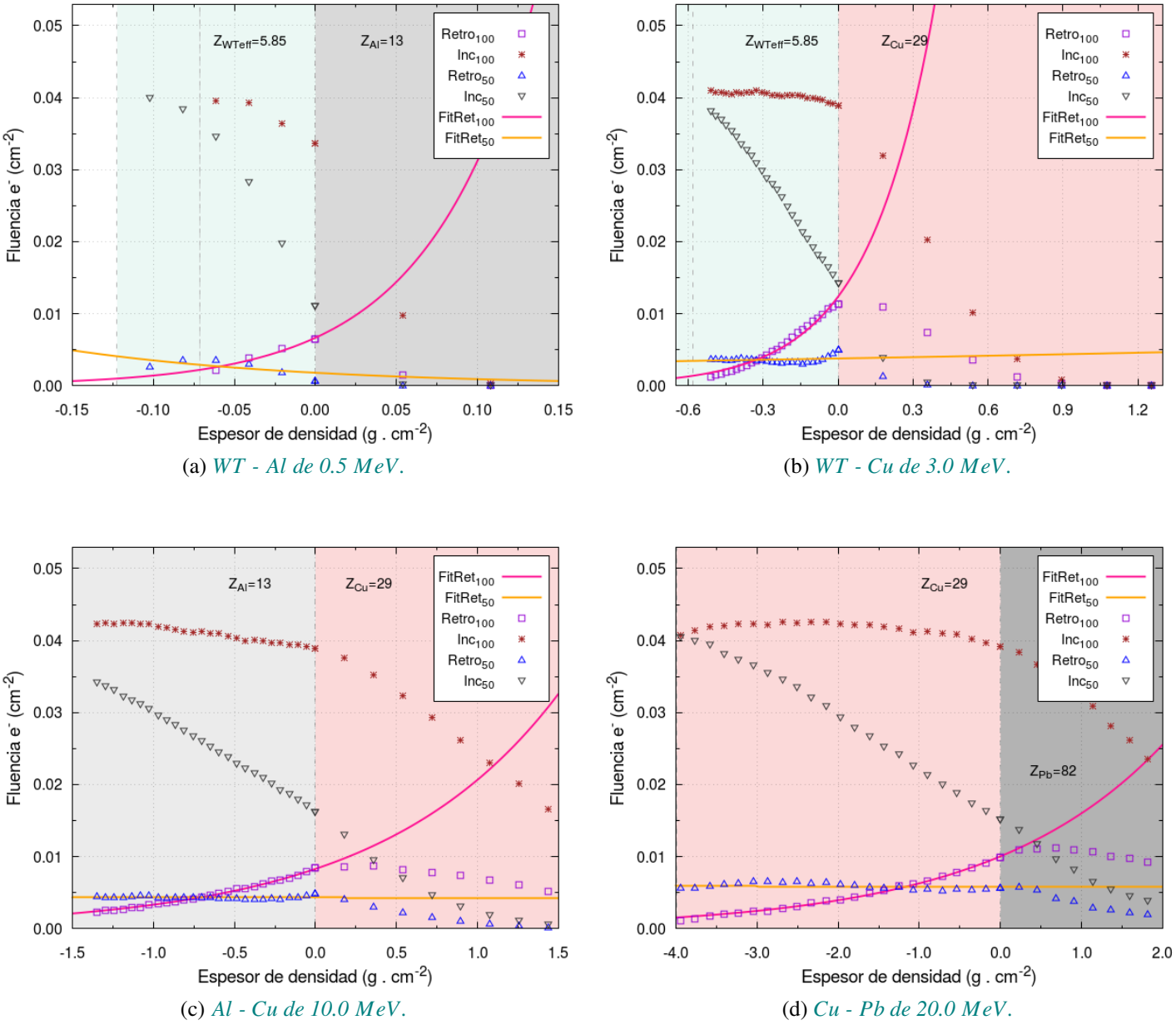
Cuadro 4.3: *Parámetros resultantes del ajuste realizado a la fluencia electrónica de retrodispersión* R_{100} *por la ecuación* (2.5). *Datos obtenidos en FLUKA para las interfaces* ($Z_{bajo} - Z_{alto}$)*: Wt - Al, Wt - Cu y Wt - Pb.*

Interfaz mM R_{100}	**Energía electrónica**[a] (MeV)	$\overleftarrow{\Phi^0_{mM}}$ (cm^{-2})	$\sigma^{(b)}_{\overleftarrow{\Phi^0_{mM}}}$ (cm^{-2})	β $(cm^2 \cdot g^{-1})$	$\sigma^{(b)}_{\beta}$ $(cm^2 \cdot g^{-1})$	**Coeficiente de correlación** $R^{(c)}$
	0.5[d]	0.00E+00[d]	0.00E+00[d]	0.00[d]	0.000[d]	0.000[d]
	1.0	1.58E-02	3.39E-04	-7.29	0.452	0.994
	1.5	1.42E-02	2.29E-04	-3.86	0.206	0.990
Al-Cu	3.0	1.30E-02	2.16E-04	-2.27	0.079	0.983
	5.0	1.14E-02	1.26E-04	-1.64	0.033	0.990
	10.0	8.30E-03	2.38E-05	-0.91	0.005	0.999
	15.0	6.57E-03	2.16E-05	-0.70	0.006	0.997
	20.0	5.60E-03	2.34E-05	-0.56	0.007	0.994
	0.5[d]	0.00E+00[d]	0.00E+00[d]	0.00[d]	0.000[d]	0.000[d]
	1.0	2.31E-02	4.71E-04	-7.08	0.424	0.994
	1.5	2.12E-02	2.76E-04	-3.95	0.168	0.994
Al-Pb	3.0	2.02E-02	2.90E-04	-2.45	0.071	0.988
	5.0	1.80E-02	1.70E-04	-1.72	0.029	0.993
	10.0	1.39E-02	2.40E-05	-1.03	0.003	1.000
	15.0	1.13E-02	2.31E-05	-0.84	0.004	0.999
	20.0	9.78E-03	4.08E-05	-0.71	0.007	0.996
	3.0[d]	3.17E-02[d]	∞[d]	-3.87[d]	∞[d]	0.000[d]
	5.0	1.93E-02	3.34E-04	-1.28	0.069	0.990
Cu-Pb	10.0	1.44E-02	1.93E-04	-0.79	0.021	0.991
	15.0	1.23E-02	9.04E-05	-0.58	0.008	0.996
	20.0	1.00E-02	5.23E-05	-0.47	0.004	0.998

[a] Electrones monoenergéticos. [b] Una desviación estándar (1σ).
[c] Ajuste de los resultados de FLUKA con los predichos por la ecuación (2.5).
[d] Ajuste insatisfactorio.

Cuadro 4.4: *Parámetros resultantes del ajuste realizado a la fluencia electrónica de retrodispersión R_{100} por la ecuación (2.5). Datos obtenidos en FLUKA para las interfaces mM ($Z_{bajo} - Z_{alto}$): Al - Cu, Al - Pb y Cu - Pb.*

Como ejemplo se trazaron las curvas de fluencia de retrodispersión R_{100} respecto al espesor de densidad para las interfaces: WT - Al de 0.5 MeV 4.9a, WT - Cu de 3.0 MeV 4.9b, Al - Cu de 10.0 MeV 4.9c y Cu - Pb de 20.0 MeV 4.9d. Las barras de error son del mismo tamaño que los puntos de datos y no se visualizan.



(a) *WT - Al de 0.5 MeV.*

(b) *WT - Cu de 3.0 MeV.*

(c) *Al - Cu de 10.0 MeV.*

(d) *Cu - Pb de 20.0 MeV.*

Figura 4.9: *Fluencia de retrodispersión R_{100} y R_{50} en función del espesor de densidad para varias interfaces. (a) WT - Al de 0.5 MeV, (b) WT - Cu de 3.0 MeV, (c) Al - Cu de 10.0 MeV y (d) Cu - Pb de 20.0 MeV. Datos obtenidos con FLUKA.*

Los Cuadros 4.3 y 4.4 y la Figura 4.9 indican que:

1. La fluencia de retrodispersión R_{100} aumenta según la ecuación (2.5) y es máxima en la interfaz en el rango de energía estudiado para interfaces tipo $Z_{bajo} - Z_{alto}$.

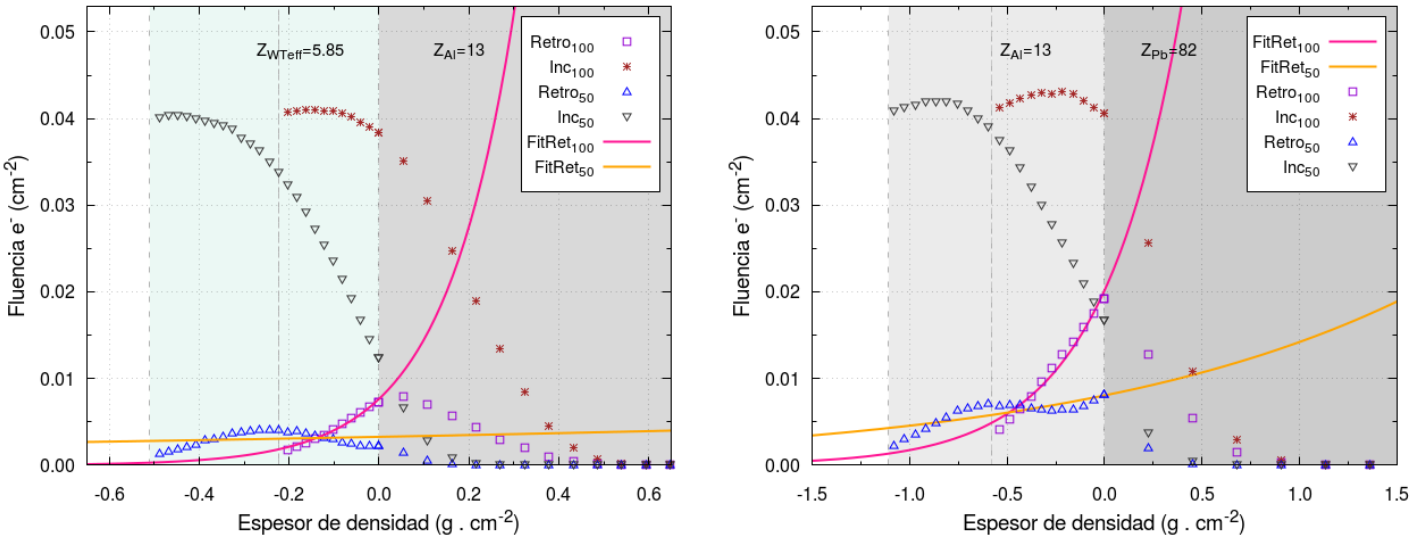
2. Los valores de fluencia retrodispersada en la interfaz $\left(\overleftarrow{\Phi^0_{\mathrm{mM}}}\right)$ disminuyen con el aumento de la energía del haz incidente.

3. Los valores absolutos de β también disminuyen con el aumento de la energía para una interfaz dada, es decir, la retrodispersión se atenúa de manera más rápida a menor energía.

4.5.1.b. Curvas R_{50}

La fluencia de electrones retrodispersados R_{50} en interfaces $Z_{bajo} - Z_{alto}$ se ajustó con la ecuación (2.5) obteniéndose los parámetros que se muestran en los Cuadros 4.5 y 4.6.

Los Cuadros 4.5 y 4.6 muestran que la ecuación (2.5) no conduce a coeficientes de correlación satisfactorios ($R > 0.9$) en las interfaces estudiadas para energías de electrones bajas ($<$ 10.0 MeV). Con el aumento de energía se llegan a mejores coeficientes de correlación, sin embargo, la ecuación (2.5) no es un buen candidato para el ajuste de las curvas de fluencia de retrodispersión R_{50} (véase Figs. 4.9 y 4.10).



(a) *WT - Al de 1.5 MeV.* (b) *Al - Pb de 3.0 MeV.*

Figura 4.10: *Fluencia de retrodispersión R_{100} y R_{50} en función del espesor de densidad para varias interfaces. (a) WT - Al de 1.5 MeV y (b) Al - Pb de 3.0 MeV. Datos obtenidos con FLUKA.*

En comparación con los ajustes R_{100} (Cuadros 4.3 y 4.4), la ecuación (2.5) no funciona para ajustar las curvas R_{50} de modo que se debería utilizar nuevas relaciones con parámetros adicionales que dependan del rango que ha alcanzado el haz de electrones al llegar a la interfaz.

Interfaz mM R_{50}	**Energía electrónica**[a] (MeV)	$\overleftarrow{\Phi^0_{\mathrm{mM}}}$ (cm^{-2})	$\sigma^{(b)}_{\overleftarrow{\Phi^0_{\mathrm{mM}}}}$ (cm^{-2})	β $(cm^2 \cdot g^{-1})$	$\sigma^{(b)}_{\beta}$ $(cm^2 \cdot g^{-1})$	**Coeficiente de correlación** $R^{(c)}$
	0.5[d]	1.81E-03[d]	2.93E-04[d]	6.67[d]	2.187[d]	0.661[d]
	1.0[d]	3.07E-03[d]	1.95E-04[d]	0.27[d]	0.370[d]	0.108[d]
	1.5[d]	3.27E-03[d]	1.66E-04[d]	-0.31[d]	0.185[d]	0.188[d]
WT-Al	3.0[d]	2.67E-03[d]	2.89E-05[d]	0.75[d]	0.033[d]	0.890[d]
	5.0[d]	2.74E-03[d]	3.05E-05[d]	0.17[d]	0.037[d]	0.422[d]
	10.0[d]	2.51E-03[d]	2.12E-05[d]	-0.46[d]	0.030[d]	0.837[d]
	15.0	2.17E-03	1.74E-05	-0.91	0.031	0.949
	20.0	1.58E-03	1.75E-05	-1.08	0.044	0.928
	0.5[d]	1.97E-03[d]	2.52E-04[d]	6.14[d]	1.749[d]	0.702[d]
	1.0[d]	3.60E-03[d]	1.66E-04[d]	-0.59[d]	0.288[d]	0.287[d]
	1.5[d]	3.90E-03[d]	1.51E-04[d]	-0.69[d]	0.150[d]	0.462[d]
WT-Cu	3.0[d]	3.80E-03[d]	8.10E-05[d]	-0.16[d]	0.073[d]	0.208[d]
	5.0[d]	4.08E-03[d]	7.25E-05[d]	-0.84[d]	0.068[d]	0.774[d]
	10.0	4.37E-03	4.30E-05	-1.51	0.042	0.966
	15.0	3.70E-03	2.34E-05	-1.66	0.027	0.988
	20.0	2.99E-03	2.79E-05	-1.67	0.041	0.973
	0.5[d]	2.49E-03[d]	2.13E-04[d]	2.91[d]	1.272[d]	0.522[d]
	1.0[d]	4.90E-03[d]	1.62E-04[d]	-2.08[d]	0.236[d]	0.784[d]
	1.5[d]	5.02E-03[d]	1.45E-04[d]	-1.49[d]	0.126[d]	0.793[d]
WT-Pb	3.0[d]	5.72E-03[d]	1.58E-04[d]	-1.36[d]	0.114[d]	0.757[d]
	5.0	6.45E-03	1.04E-04	-1.88	0.073	0.935
	10.0	6.84E-03	4.83E-05	-2.12	0.033	0.989
	15.0	6.01E-03	1.76E-05	-1.89	0.013	0.998
	20.0	5.19E-03	2.50E-05	-1.92	0.022	0.994

[a] Electrones monoenergéticos.
[b] Una desviación estándar (1σ).
[c] Ajuste de los resultados de FLUKA con los predichos por la ecuación (2.5).
[d] Ajuste insatisfactorio.

Cuadro 4.5: *Parámetros resultantes del ajuste realizado a la fluencia electrónica de retrodispersión R_{50} por la ecuación (2.5). Datos obtenidos en FLUKA para las interfaces ($Z_{bajo} - Z_{alto}$): Wt - Al, Wt - Cu y Wt - Pb.*

Interfaz mM R_{50}	**Energía electrónica**[a] (MeV)	$\overleftarrow{\Phi^0_{\mathrm{mM}}}$ (cm^{-2})	$\sigma^{(b)}_{\overleftarrow{\Phi^0_{\mathrm{mM}}}}$ (cm^{-2})	β $(cm^2 \cdot g^{-1})$	$\sigma^{(b)}_{\beta}$ $(cm^2 \cdot g^{-1})$	**Coeficiente de correlación** $R^{(c)}$
	0.5[d]	6.56E-03[d]	1.44E-08[d]	-0.06[d]	0.000[d]	0.000[d]
	1.0[d]	5.39E-03[d]	5.42E-04[d]	1.25[d]	0.557[d]	0.522[d]
	1.5[d]	5.93E-03[d]	3.24E-04[d]	0.43[d]	0.201[d]	0.395[d]
Al-Cu	3.0[d]	6.78E-03[d]	2.71E-04[d]	-0.36[d]	0.071[d]	0.539[d]
	5.0[d]	5.51E-03[d]	8.26E-05[d]	-0.01[d]	0.019[d]	0.068[d]
	10.0[d]	4.33E-03[d]	3.64E-05[d]	0.02[d]	0.011[d]	0.149[d]
	15.0[d]	3.87E-03[d]	2.95E-05[d]	-0.05[d]	0.010[d]	0.480[d]
	20.0[d]	3.59E-03[d]	3.03E-05[d]	-0.13[d]	0.011[d]	0.746[d]
	0.5[d]	6.69E-03[d]	2.96E-08[d]	-0.09[d]	0.000[d]	0.000[d]
	1.0[d]	6.67E-03[d]	3.50E-04[d]	0.26[d]	0.314[d]	0.215[d]
	1.5[d]	7.42E-03[d]	2.64E-04[d]	-0.30[d]	0.144[d]	0.374[d]
Al-Pb	3.0[d]	8.05E-03[d]	2.36E-04[d]	-0.57[d]	0.056[d]	0.782[d]
	5.0[d]	7.10E-03[d]	9.38E-05[d]	-0.27[d]	0.019[d]	0.825[d]
	10.0[d]	6.65E-03[d]	8.27E-05[d]	-0.36[d]	0.018[d]	0.895[d]
	15.0	6.02E-03	7.30E-05	-0.42	0.018	0.918
	20.0	5.56E-03	6.47E-05	-0.46	0.018	0.936
	3.0[d]	9.66E-03[d]	4.46E-04[d]	0.36[d]	0.097[d]	0.747[d]
	5.0[d]	1.03E-02[d]	5.78E-04[d]	-0.17[d]	0.064[d]	0.459[d]
Cu-Pb	10.0[d]	8.86E-03[d]	3.75E-04[d]	-0.17[d]	0.024[d]	0.663[d]
	15.0[d]	6.77E-03[d]	1.59E-04[d]	-0.05[d]	0.010[d]	0.468[d]
	20.0[d]	5.83E-03[d]	9.83E-05[d]	0.00[d]	0.006[d]	0.065[d]

[a] Electrones monoenergéticos. [b] Una desviación estándar (1σ).
[c] Ajuste de los resultados de FLUKA con los predichos por la ecuación (2.5).
[d] Ajuste insatisfactorio.

Cuadro 4.6: *Parámetros resultantes del ajuste realizado a la fluencia electrónica de retrodispersión R_{50} por la ecuación (2.5). Datos obtenidos en FLUKA para las interfaces mM ($Z_{bajo} - Z_{alto}$): Al - Cu, Al - Pb y Cu - Pb.*

4.5.2. Fluencia de electrones incidentes

4.5.2.a. Curvas R_{100}

El comportamiento de la fluencia de electrones incidentes R_{100} en interfaces $Z_{alto} - Z_{bajo}$ se estudio mediante ajustes en Python con la ecuación (2.6) obteniéndose los parámetros que se muestran en el Cuadro 4.7. La columna 3 indican los valores de fluencia en las interfaces $\left(\overrightarrow{\Phi^0_{\mathrm{Mm}}}\right)$, la columna 5 los valores del factor de ajuste (γ) que depende de la energía de los

electrones y del tipo de material de los medios (M y m), la columna 7 los valores de fluencia incidente $\left(\overrightarrow{\Phi^{-R_{100}}_{\mathrm{Mm}}}\right)$ que ingresa al medio M, es decir, la fluencia en R_{100}; y las columnas 4, 6 y 8 que muestran sus respectivas incertidumbres.

Interfaz Mm R_{100}	**Energía electrónica**[a] (MeV)	$\overrightarrow{\Phi^{0}_{\mathrm{Mm}}}$ (cm^{-2})	$\sigma^{(b)}_{\overrightarrow{\Phi^{0}_{\mathrm{Mm}}}}$ (cm^{-2})	γ $(cm^2 \cdot g^{-1})$	$\sigma^{(b)}_{\gamma}$ $(cm^2 \cdot g^{-1})$	$\overrightarrow{\Phi^{-R_{100}}_{\mathrm{Mm}}}$ (cm^{-2})	$\sigma^{(b)}_{\overrightarrow{\Phi^{-R_{100}}_{\mathrm{Mm}}}}$ (cm^{-2})	**Coeficiente de correlación** $R^{(c)}$
	0.5[d]	0.00E+00[d]	0.00E+00[d]	0.00[d]	0.000[d]	0.00E+00[d]	0.00E+00[d]	0.000[d]
	1.0[d]	6.34E-04[d]	∞[d]	-387.[d]	∞[d]	4.07E-02[d]	∞[d]	0.866[d]
	1.5	2.64E-03	4.82E-04	-15.1	6.934	4.21E-02	4.62E-04	0.971
Al-WT	3.0	4.98E-03	1.92E-04	-6.84	0.705	4.24E-02	1.44E-04	0.977
	5.0	3.44E-03	1.51E-04	-6.11	0.582	4.13E-02	6.44E-05	0.948
	10.0	6.95E-03	1.90E-04	-0.99	0.055	4.46E-02	2.13E-04	0.996
	15.0	8.86E-03	5.95E-04	-0.55	0.055	4.67E-02	6.21E-04	0.996
	20.0	7.62E-03	6.84E-04	-0.62	0.087	4.50E-02	7.20E-04	0.989
	3.0[d]	0.00E+00[d]	0.00E+00[d]	0.00[d]	0.000[d]	0.00E+00[d]	0.00E+00[d]	0.000[d]
	5.0	1.80E-03	4.25E-04	-6.50	4.343	4.19E-02	3.48E-04	0.929
Cu-WT	10.0	3.97E-03	3.19E-04	-3.90	0.720	4.15E-02	1.38E-04	0.912
	15.0	6.01E-03	1.77E-04	-2.01	0.132	4.24E-02	7.95E-05	0.978
	20.0	5.76E-03	1.85E-04	-1.62	0.109	4.17E-02	7.18E-05	0.965
	3.0[d]	0.00E+00[d]	0.00E+00[d]	0.00[d]	0.000[d]	0.00E+00[d]	0.00E+00[d]	0.000[d]
	5.0	1.57E-03	3.64E-04	-6.39	4.172	4.23E-02	3.01E-04	0.932
Cu-Al	10.0	3.84E-03	3.60E-04	-3.87	0.834	4.18E-02	1.56E-04	0.906
	15.0	6.03E-03	1.79E-04	-1.89	0.127	4.28E-02	8.49E-05	0.977
	20.0	5.30E-03	2.23E-04	-1.38	0.129	4.19E-02	1.01E-04	0.941
	5.0[d]	0.00E+00[d]	0.00E+00[d]	0.00[d]	0.000[d]	0.00E+00[d]	0.00E+00[d]	0.000[d]
Pb-WT	10.0[d]	2.20E-03[d]	4.48E-04[d]	-6.07[d]	3.645[d]	4.25E-02[d]	2.78E-04[d]	0.874[d]
	15.0	4.84E-03	3.23E-04	-2.91	0.494	4.27E-02	2.02E-04	0.959
	20.0	7.18E-03	3.26E-04	-2.23	0.236	4.28E-02	1.62E-04	0.965
	5.0[d]	0.00E+00[d]	0.00E+00[d]	0.00[d]	0.000[d]	0.00E+00[d]	0.00E+00[d]	0.000[d]
Pb-Al	10.0[d]	1.74E-03[d]	4.94E-04[d]	-7.84[d]	7.608[d]	4.27E-02[d]	2.79E-04[d]	0.788[d]
	15.0	4.35E-03	3.28E-04	-3.27	0.616	4.27E-02	1.87E-04	0.948
	20.0	6.50E-03	3.36E-04	-2.25	0.271	4.29E-02	1.65E-04	0.956
	5.0[d]	0.00E+00[d]	0.00E+00[d]	0.00[d]	0.000[d]	0.00E+00[d]	0.00E+00[d]	0.000[d]
Pb-Cu	10.0[d]	4.64E-04[d]	6.07E-04[d]	-80.4[d]	1.21E+08[d]	4.34E-02[d]	3.04E-04[d]	0.269[d]
	15.0	3.10E-03	3.55E-04	-4.22	1.209	4.30E-02	1.73E-04	0.908
	20.0	5.05E-03	3.33E-04	-2.34	0.356	4.29E-02	1.59E-04	0.931

[a] Electrones monoenergéticos.
[b] Una desviación estándar (1σ).
[c] Ajuste de los resultados de FLUKA con los predichos por la ecuación (2.6).
[d] Ajuste insatisfactorio.

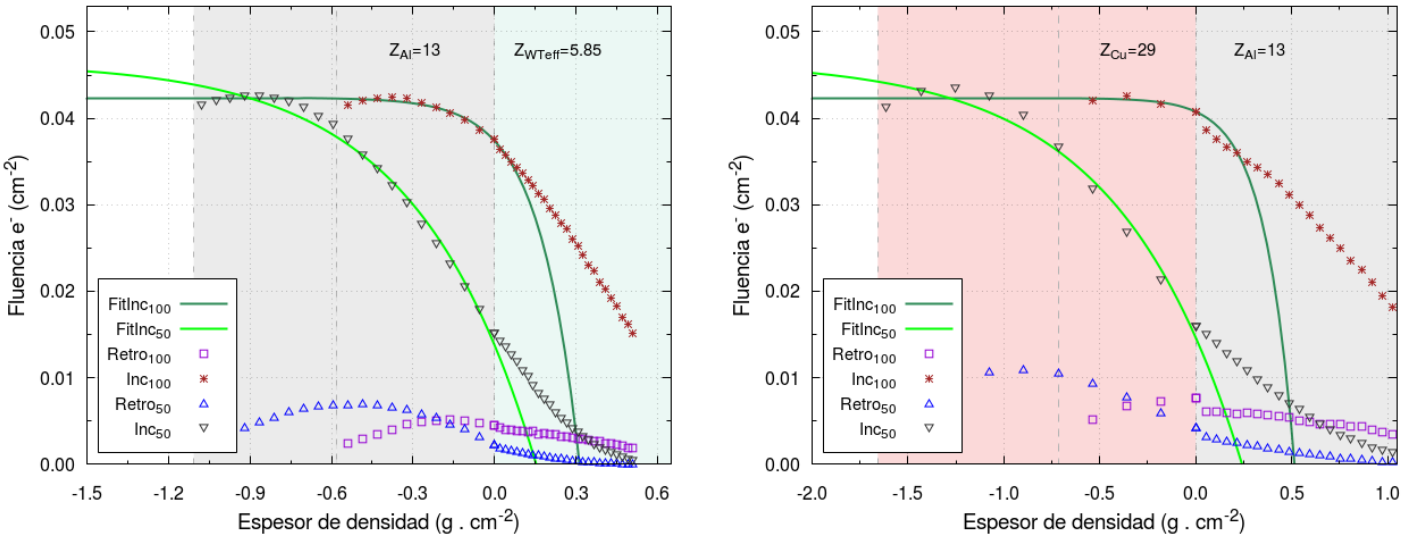
Cuadro 4.7: *Parámetros resultantes del ajuste realizado a la fluencia electrónica incidente R_{100} por la ecuación (2.6). Datos obtenidos en FLUKA para las interfaces Mm ($Z_{alto} - Z_{bajo}$): Al - WT, Cu - WT, Cu - Al, Pb - WT, Pb - Al y Pb - Cu.*

El Cuadro 4.7 muestra que la ecuación (2.6) conduce a coeficientes de correlación satisfactorios ($R > 0.9$) en todas las interfaces estudiadas para energías de electrones altas, es decir, las energías para las que se tiene un número suficiente de puntos de fluencia (véase Fig. 4.11c). De manera análoga a la Sección 4.5.1.a, se puede cambiar el arreglo experimental de la simulación, con el fin de hallar parámetros de ajuste con coeficientes de correlación satisfactorios para energías bajas de las interfaces del Cuadro 4.7.

Las curvas de fluencia de retrodispersión R_{100} se ilustraron para las interfaces: *Al - WT* de 3.0 *MeV* 4.11a, *Cu - Al* de 5.0 *MeV* 4.11b, *Pb - WT* de 10.0 *MeV* 4.11c y *Pb - Cu* de 20.0 *MeV* 4.11d. Las barras de error son del mismo tamaño que los puntos de datos y no se visualizan. El Cuadro 4.7 y la Figura 4.11 muestran que:

1. La fluencia electrónica incidente R_{100} es máximo en $-R_{100}$ y mínimo en la interfaz $\left(\overrightarrow{\Phi^0_{\mathrm{Mm}}}\right)$, disminuyendo más rápidamente cuando el haz tiene menor energía.

2. Los valores de fluencia incidente en la interfaz $\left(\overrightarrow{\Phi^0_{\mathrm{Mm}}}\right)$ se incrementan con el aumento de la energía del haz.

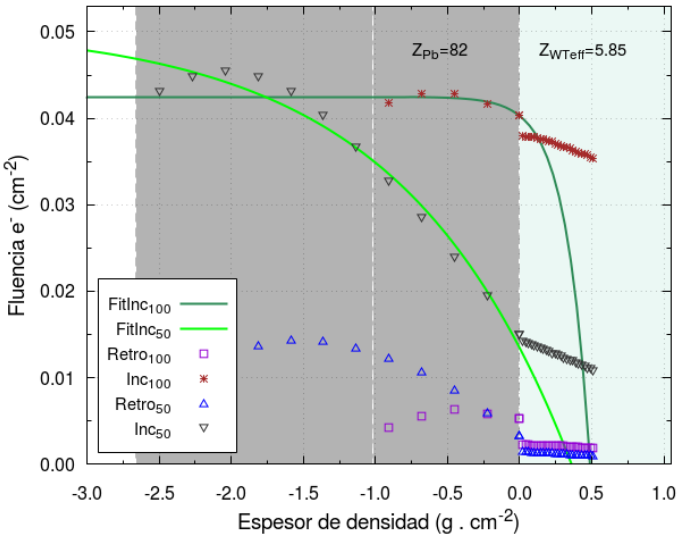


(a) *Al - WT de 3.0 MeV.* (b) *Cu - Al de 5.0 MeV.*

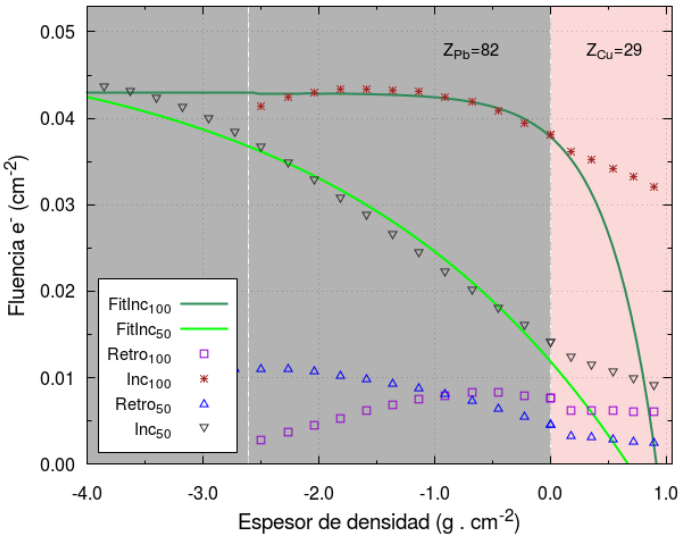
Figura 4.11: *Fluencia incidente R_{100} y R_{50} en función del espesor de densidad para varias interfaces. (a) Al - WT de 3.0 MeV, (b) Cu - Al de 5.0 MeV, (c) Pb - WT de 10.0 MeV y (d) Pb - Cu de 20.0 MeV. Datos obtenidos con FLUKA.*

[Figura 4.11 (Parte I)]

[Figura 4.11 (Parte II)]



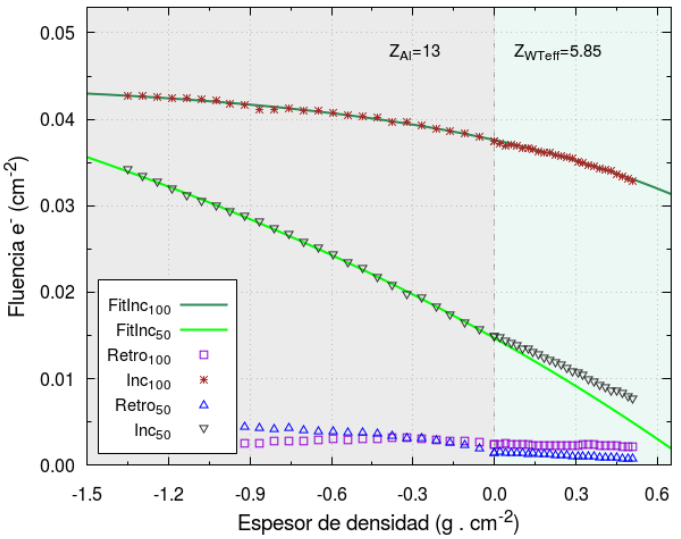
(c) *Pb - WT de 10.0 MeV.*



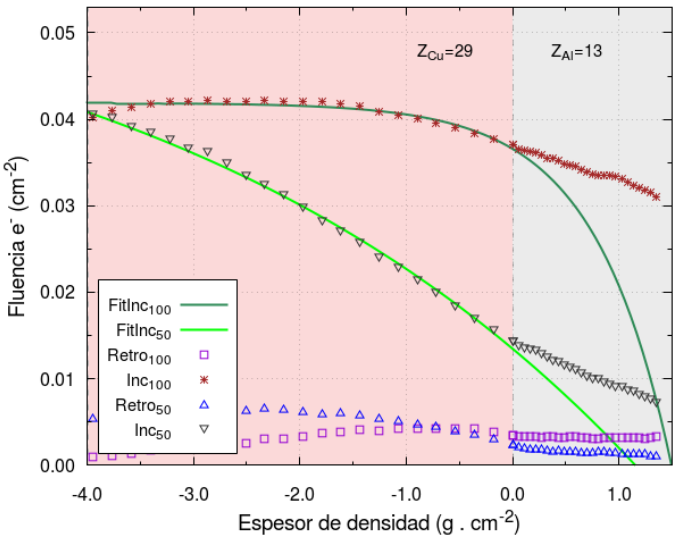
(d) *Pb - Cu de 20.0 MeV.*

4.5.2.b. Curvas R_{50}

La fluencia de electrones incidentes R_{50} en interfaces $Z_{alto} - Z_{bajo}$ se ajustó con la ecuación (2.6) obteniéndose los parámetros que se muestran en el Cuadro 4.8. Los coeficientes de correlación son satisfactorios ($R > 0.9$) para todas las energías de las interfaces $Z_{alto} - Z_{bajo}$. En la Figura 4.12 se ilustran los mejores ajustes para curvas R_{50}.



(a) *Al - WT de 10.0 MeV.*



(b) *Cu - Al de 20.0 MeV.*

Figura 4.12: *Fluencia de retrodispersión R_{100} y R_{50} en función del espesor de densidad para varias interfaces. (a) Al - WT de 10.0 MeV y (b) Cu - Al de 20.0 MeV. Datos obtenidos con FLUKA.*

Interfaz Mm R_{50}	**Energía electrónica**[a] (MeV)	$\overrightarrow{\Phi^{0}_{\mathrm{Mm}}}$ (cm^{-2})	$\sigma^{(b)}_{\overrightarrow{\Phi^{0}_{\mathrm{Mm}}}}$ (cm^{-2})	γ $(cm^2 \cdot g^{-1})$	$\sigma^{(b)}_{\gamma}$ $(cm^2 \cdot g^{-1})$	$\overrightarrow{\Phi^{-R_{50}}_{\mathrm{Mm}}}$ (cm^{-2})	$\sigma^{(b)}_{\overrightarrow{\Phi^{-R_{50}}_{\mathrm{Mm}}}}$ (cm^{-2})	**Coeficiente de correlación** R[c]
	0.5[d]	2.37E-02[d]	∞[d]	-12.6[d]	∞[d]	4.51E-02[d]	∞[d]	0.000[d]
	1.0	3.60E-02	2.19E-03	-6.13	0.812	4.92E-02	2.34E-03	0.995
	1.5	3.65E-02	1.46E-03	-3.66	0.322	5.04E-02	1.61E-03	0.996
Al-WT	3.0	3.27E-02	5.06E-04	-2.29	0.105	4.65E-02	5.53E-04	0.994
	5.0	3.79E-02	4.66E-04	-1.03	0.027	5.20E-02	5.26E-04	0.999
	10.0	5.43E-02	1.86E-03	-0.32	0.014	6.90E-02	1.89E-03	1.000
	15.0	1.28E-01	3.04E-02	-0.09	0.022	1.43E-01	3.04E-02	0.999
	20.0	5.32E-02	5.13E-03	-0.18	0.019	6.75E-02	5.16E-03	0.999
	3.0	4.11E-02	4.54E-03	-1.63	0.321	5.74E-02	4.77E-03	0.996
	5.0	3.19E-02	1.14E-03	-1.60	0.159	4.65E-02	1.16E-03	0.988
Cu-WT	10.0	3.17E-02	5.69E-04	-0.84	0.044	4.57E-02	5.32E-04	0.989
	15.0	3.88E-02	4.81E-04	-0.40	0.013	5.08E-02	5.64E-04	0.998
	20.0	4.77E-02	1.40E-03	-0.21	0.010	6.13E-02	1.50E-03	0.998
	3.0	4.11E-02	4.21E-03	-1.57	0.281	5.83E-02	4.41E-03	0.997
	5.0	3.20E-02	1.18E-03	-1.56	0.160	4.67E-02	1.21E-03	0.987
Cu-Al	10.0	3.15E-02	5.59E-04	-0.84	0.044	4.51E-02	5.20E-04	0.990
	15.0	3.89E-02	7.16E-04	-0.38	0.018	5.12E-02	8.36E-04	0.996
	20.0	4.69E-02	1.23E-03	-0.22	0.010	6.04E-02	1.32E-03	0.999
	5.0	3.26E-02	2.75E-03	-2.01	0.430	4.91E-02	2.80E-03	0.980
Pb-WT	10.0	3.72E-02	1.35E-03	-0.86	0.083	5.07E-02	1.50E-03	0.989
	15.0	3.78E-02	9.03E-04	-0.57	0.038	4.99E-02	1.02E-03	0.991
	20.0	3.85E-02	7.52E-04	-0.42	0.024	4.96E-02	8.66E-04	0.991
	5.0	3.20E-02	2.65E-03	-2.05	0.433	4.89E-02	2.69E-03	0.980
Pb-Al	10.0	3.69E-02	1.39E-03	-0.84	0.084	5.08E-02	1.55E-03	0.988
	15.0	3.79E-02	9.75E-04	-0.56	0.040	5.03E-02	1.11E-03	0.990
	20.0	3.85E-02	7.96E-04	-0.42	0.024	4.98E-02	9.19E-04	0.990
	5.0	3.14E-02	2.82E-03	-2.01	0.459	4.89E-02	2.88E-03	0.977
Pb-Cu	10.0	3.65E-02	1.45E-03	-0.82	0.085	5.11E-02	1.62E-03	0.988
	15.0	3.75E-02	1.03E-03	-0.54	0.041	5.05E-02	1.19E-03	0.989
	20.0	3.81E-02	8.42E-04	-0.41	0.025	5.00E-02	9.78E-04	0.990

[a] Electrones monoenergéticos.
[b] Una desviación estándar (1σ).
[c] Ajuste de los resultados de FLUKA con los predichos por la ecuación (2.6).
[d] Ajuste insatisfactorio.

Cuadro 4.8: *Parámetros resultantes del ajuste realizado a la fluencia electrónica incidente R_{50} por la ecuación (2.6). Datos obtenidos en FLUKA para las interfaces Mm ($Z_{alto} - Z_{bajo}$): Al - WT, Cu - WT, Cu - Al, Pb - WT, Pb - Al y Pb - Cu.*

Capítulo 5

CONCLUSIONES

Mediante el uso de simulaciones para el estudio de la retrodispersión de electrones, se ha podido establecer varias conclusiones, al comparar los resultados obtenidos con datos experimentales y el código MCNP.

Manteniendo la simulación lo más simple posible obtenemos una buena aproximación a los datos experimentales de Harder [73], siendo el error relativo en promedio de 2 %. Adicionalmente se ajustaron los datos obtenidos con la relación semi-empírica de Tabata [28], dando coeficientes de correlación mayores a 0.975. Esta simulación se corrió para 10^7 y 10^8 primarios obteniendo coeficientes de retrodispersión muy similares en ambos casos; por lo que se considera suficiente emplear 10^7 primarios y de esta forma optimizar el tiempo de computo.

La implementación en FLUKA de la simulación realizada por Frujinoiu [41] evidencia que la probabilidad de retrodispersión se vuelve menos dependiente de la energía y es principalmente una función del número atómico del dispersor para energías por debajo de 0.5 MeV. Para un material y energía dados, se comprobó que la probabilidad de retrodispersión aumenta con el grosor del dispersor hasta alcanzar un valor de saturación conocido como coeficiente de retrodispersión. De las funciones seleccionadas para realizar el ajuste a la probabilidad de retrodispersión en función del espesor de densidad, la función de *Boltzmann* (2.4) obtuvo las mejores correlaciones (> 0.91) para los números atómicos y rango de energías estudiado. Para materiales con un número atómico bajo ($Z < 14$), muestran que los valores de saturación de retrodispersión se distribuyen linealmente con el número atómico efectivo del dispersador (véase Fig. 3.6). A energías menores a 0.2 MeV el código no se muestra confiable.

Por lo anterior se establece que el software FLUKA es el medio adecuado para el estudio de fenómenos de retrodispersión de electrones y de la dosis absorbida alrededor de una interfaz irradiada por haces de electrones en el rango de 500 keV a 20 MeV.

La simulación MC implementada en la Sección 2.5 muestra que la retrodispersión de electrones en la interfaz entre diferentes medios causa un aumento de dosis en la región de bajo Z y una disminución en la región de alto Z, con respecto al caso homogéneo. Estos cambios de dosis se incrementan cuando la diferencia entre los Z de los medios es mayor. Al fijar agua sólida (WT) como primer medio y como segundo medio el Al, la dosis

varía un 10 % respecto al caso homogéneo; si cambiamos el segundo medio por Cu esta variación aumenta al 22 %; y para Pb alcanza el 45 % pues es donde mayor contribución de retrodispersión existe.

Los coeficientes de retrodispersión y la entrega de dosis en la interfaz disminuyen con el aumento de la energía. Entonces la variación relativa de dosis en la interfaz no se altera significativamente con el incremento energía del haz; esta variación se ve dominada por la diferencia del número atómico efectivo. En la zona anterior a la interfaz, el cambio relativo de dosis va desde un -30 % para la interfaz Pb - WT hasta un 40 % para la interfaz WT - Pb; la variación entre $\Delta Z \approx [-22; 22]$ es más pronunciada debido a que la entrega de dosis se ve dominada por procesos de retrodispersión y emisión delta; para $\Delta Z \approx [-75; -22]$ y $\Delta Z \approx [22; 75]$ la impartición de dosis se desacelera debido a una contribución menor por *Bremsstrahlung*. En la zona posterior a la interfaz, el cambio relativo de dosis tiene pendiente negativa, entonces los electrones se ven atenuados rápidamente por el Z del segundo medio. Finalmente, al cambiar el tamaño del detector no se observa una dependencia energética en el cambio relativo de la dosis absorbida en el detector, exceptuando bajas energías para las cuales R_{100} y R_{50} son pequeñas.

Las ecuaciones seleccionadas para realizar el ajuste a la fluencia de retrodispersión (2.5) y a la fluencia incidente (2.6) obtuvieron correlaciones (> 0.9) para las interfaces y rango de energías estudiado; exceptuando la fluencia de retrodispersión de las curvas R_{50} para las cuales la función (2.5) debe ser modificada incluyendo otro parámetro que dependa del rango de alcance del haz de electrones.

Las variaciones encontradas debe tenerse en cuenta al planificar el tratamiento de radioterapia, para pacientes con: prótesis de cadera, mandíbula reconstruida y dientes con coronas; estos implantes generalmente permanentes se componen de materiales con Z entre 13 y 82; con el fin de proporcionar una protección adecuada a los tejidos sanos subyacentes que no son el objeto de la irradiación.

Con lo expuesto este trabajo constituye una herramienta para obtener de manera ágil valores confiables de dosis absorbida en medios heterogéneos irradiados con haces de electrones.

A p é n d i c e A

PRUEBA DE WILCOXON

La prueba no paramétrica de Wilcoxon constituye la base para el resto de pruebas que utilizan rangos y permite determinar si dos muestras proceden de la misma distribución; utiliza muestras no necesariamente independientes que deben ser del mismo tamaño [51].

El test de Wilcoxon se utilizó para comparar entre 64 distribuciones de 10^7 y 10^8 primarios de la dosis alrededor de la interfaz adquiridas siguiendo el montaje experimental descrito en la Sección 2.5 y con su primera placa compuesta por agua sólida (*WT*). La prueba se realizó mediante el software estadístico *R* [50], con una confiabilidad del 95 % respecto a la correlación entre ambas. El Cuadro A.1 muestra los resultados del test, *p-value* debe ser mayor a 0.005 para que la prueba sea aceptada.

Interfaz / Prof. Dosis / Energía	**P-value**	**Acepta**	**Interfaz / Prof. Dosis / Energía**	**P-value**	**Acepta**
$WT - Al$ / R_{100} / 0.5 MeV	0.7661	TRUE	$WT - Pb$ / R_{100} / 0.5 MeV	0.9555	TRUE
1.0 MeV	0.7729	TRUE	1.0 MeV	0.8944	TRUE
1.5 MeV	0.5785	TRUE	1.5 MeV	0.8267	TRUE
3.0 MeV	0.9988	TRUE	3.0 MeV	0.7421	TRUE
5.0 MeV	0.9869	TRUE	5.0 MeV	0.8396	TRUE
10.0 MeV	0.9478	TRUE	10.0 MeV	0.7967	TRUE
15.0 MeV	0.9758	TRUE	15.0 MeV	0.9397	TRUE
20.0 MeV	0.4570	TRUE	20.0 MeV	0.6278	TRUE
$WT - Al$ / R_{50} / 0.5 MeV	0.8018	TRUE	$WT - Pb$ / R_{50} / 0.5 MeV	0.9635	TRUE
1.0 MeV	0.4814	TRUE	1.0 MeV	0.9684	TRUE
1.5 MeV	0.7522	TRUE	1.5 MeV	0.7360	TRUE
3.0 MeV	0.7470	TRUE	3.0 MeV	0.9645	TRUE
5.0 MeV	0.8031	TRUE	5.0 MeV	0.9750	TRUE
10.0 MeV	0.8532	TRUE	10.0 MeV	0.6899	TRUE
15.0 MeV	0.8323	TRUE	15.0 MeV	0.4038	TRUE
20.0 MeV	0.4565	TRUE	20.0 MeV	0.2995	TRUE
$WT - Cu$ / R_{100} / 0.5 MeV	0.9862	TRUE	$WT - WT$ / R_{100} / 0.5 MeV	0.9774	TRUE
1.0 MeV	0.6517	TRUE	1.0 MeV	0.8396	TRUE
1.5 MeV	0.9605	TRUE	1.5 MeV	0.7967	TRUE
3.0 MeV	0.8961	TRUE	3.0 MeV	0.3874	TRUE
5.0 MeV	0.8691	TRUE	5.0 MeV	0.1006	TRUE
10.0 MeV	0.8208	TRUE	10.0 MeV	0.9635	TRUE
15.0 MeV	0.6048	TRUE	15.0 MeV	0.9684	TRUE
20.0 MeV	0.9418	TRUE	20.0 MeV	0.8264	TRUE
$WT - Cu$ / R_{50} / 0.5 MeV	1.0000	TRUE	$WT - WT$ / R_{50} / 0.5 MeV	0.9431	TRUE
1.0 MeV	0.6456	TRUE	1.0 MeV	0.9724	TRUE
1.5 MeV	0.8738	TRUE	1.5 MeV	0.6899	TRUE
3.0 MeV	0.8445	TRUE	3.0 MeV	0.9817	TRUE
5.0 MeV	0.9073	TRUE	5.0 MeV	0.8967	TRUE
10.0 MeV	0.9429	TRUE	10.0 MeV	0.8771	TRUE
15.0 MeV	0.9377	TRUE	15.0 MeV	0.9163	TRUE
20.0 MeV	0.6813	TRUE	20.0 MeV	0.3402	TRUE

Cuadro A.1: *Valores p del test de Wilcoxon obtenidos al comparar entre 64 distribuciones de* 10^7 *y* 10^8 *primarios de la dosis alrededor de la interfaz adquiridas siguiendo el montaje experimental descrito en la Sección 2.5 y con su primera placa compuesta por agua sólida (WT).*

BIBLIOGRAFÍA

[1] F. Verhaegen, « Quantifying effect of lead shielding in electron beams: a Monte Carlo study », *Phys Med Biol*, **46**, págs. 757–769, 2001.

[2] M. Carolan, « Effect of hip prostheses on radiotherapy dose », *Australas Radiol*, **44**, págs. 290–295, 2000.

[3] J.C. Chow, « Dosimetric dependence of the dimensional characteristics on a lead shield in electron radiotherapy: a Monte Carlo study », *J Appl Clin Med Phys.*, **10(2)**, págs. 75–91, 2009.

[4] W.F. Gagnon, « Dose enhancement from backscattered radiation at tissue-metal interfaces irradiated with high energy electrons », *Br. J. Radiol.*, **53**, págs. 466–470, 1980.

[5] H. Weatherburn, « Physical measurements and clinical observations on the backscatter on 10 MeV electrons from lead shielding », *Br J Radiol.*, **48(567)**, págs. 229–230, 1975.

[6] G.H. Fletcher, « Introduction. In: Tapley N, ed. Clinical applications of the electron beam », *John Wiley & Sons*, **1**, 1976.

[7] F.M. Khan, « The Physics of Radiation Therapy », *Lippincott Williams & Wilkins*, **ISSN 0781730651**, págs. 001–560, 2003.

[8] B.B. Rossi, « High energy particles », *Prentice-Hall*, Englewood Cliffs, 1956.

[9] W.V. Oña, « Estudio de los procesos de retrodispersión en un detector irradiado dentro de un material arbitrario con radiación gamma y su papel en la determinación de la dosis absorbida », *Escuela Politécnica Nacional*, Quito-Ecuador, págs. 001–106, 2006.

[10] J.F. Poveda, « Estudio dosimétrico de haces de electrones en radioterapia intraoperatoria con un acelerador lineal portátil », *Universidad Nacional de Colombia*, **Facultad de Ciencias**, págs. 01–90, 2009.

[11] R.D. Evans, « The atomic nucleus », *McGraw-Hill*, *New York*, 1955.

[12] H.E. Johns y J.S. Laughlin, « Interaction of radiation with matter », *Radiation dosimetry*, *New York: Academic Press*, pág. 49, 1956.

[13] National Council on Radiation Protection and Measurements (NCRP), « Stopping powers for use with cavity ionization chambers. Report No. 27 », *Handbook 79*, *National Bureau of Standards*, **27**, Washington D.C., 1961.

[14] R.M. Sternheimer, « The density effect for the ionization loss in various materials », *Phys Rev*, **882351**, 1952.

[15] L. Reimer, « Scanning Electron Microscopy: Physics of Image Formation and Microanalysis », *Springer Science & Business Media*, **ISSN 0342-4111**, págs. 001–527, 1998.

[16] E. Kearsley, « A New General Cavity Theory », *Med. Biol.*, **46(4)**, págs. 1205–1217, 2001.

[17] J.A. Haider, L.D. Skarsgard y G.K.Y. Lam, « A General Cavity Theory », *Phys. Med. Biol.*, **42(3)**, págs. 491–500, 1997.

[18] C. Frujinoiu, « Reconsideration of the Backscatter Components in the Intermediate Cavity Theory for Photon Beams », *Phys. Med. Biol.*, **46(4)**, págs. 1205–1217, 2001.

[19] J. Spiga, « Monte Carlo simulation of dose distributions for synchrotron Microbeam Radiation Therapy », *Università Di Cagliari*, págs. 001–149, 2007.

[20] E.S. Poon, « Validation of the GEANT4 Monte Carlo code for radiotherapy applications », *Medical Physics Unit, McGill University, Montreal*, págs. 001–172, 2004.

[21] ICRU, « Radiation quantities and units. Report No. 33 », *International Commission on Radiation Units and Measurements*, **33**, Washington D.C., 1980.

[22] E.B. Podgoršak, « Radiation Physics for Medical Physicists », *Springer*, **ISSN 1618-7210**, págs. 001–437, 2006.

[23] ICRU, « Stopping powers for electrons and positrons. Report No. 37 », *International Commission on Radiation Units and Measurements*, **37**, Bethesda, M.D., 1984.

[24] E. Fermi, « The ionization loss of energy in gases and condensed materials », *Phys Rev*, **57**, pág. 485, 1940.

[25] J.S. Laughlin, y J.W. Beattie, « Ranges of high energy electrons in water », *Phys Rev*, **83**, pág. 692, 1951.

[26] T.E. Everhart, « Simple Theory Concerning the Reflecting of Electrons from Solids », *J. Appl. Phys.*, **31(8)**, págs. 1483–1490, 1960.

[27] M. Dapor, « Electron-beam Interactions with Solids: Application of the Monte Carlo Method to Electron Scattering Problems », *Springer*, **7-186**, págs. 001–117, 2003.

[28] R. Ito, P. Andreo y T. Tabata, « Reflection ratios of electrons and photons from solids », 1993.

[29] H. Frank y Z. Naturforsch, « Multiple Scattering and Recoil Diffusion of Fast Electrons after Passage Through Thick Foils », *Revista*, **14a**, pág. 247, 1959.

[30] D. Harder, « Similarity Rule for Passage of Electrons Through Thick Layers of Matter », *Biophysik*, **2**, pág. 381, 1965.

[31] D. Harder y H. Ferbert, « Fast Electron Backscattering in the Energy Region 8 to 22 MeV », *Phys. Letters*, **9**, pág. 233, 1964.

[32] T. Tabata, « Backscattering of Electrons from 3.2 to 14 MeV », *Physical review*, **162(2)**, págs. 336–347, 1967.

[33] T. Tabata, R. Ito y S. Okabe, « An empirical equation for the backscattering coefficient of electrons », *Nuclear instruments and methods*, **94(3)**, págs. 509–513, 1971.

[34] H.E. Bishop, « Optique des Rayons X et Microanalyse », *Eds. R. Castaing, P. Deschamps and J. Philibert*, **Hermann, Paris**, pág. 153, 1966.

[35] I.M. Bronshtein y S.S. Denisov, « Study of secondary electron emission from solids obliquely incident primary electrons », *Soviet physics solid state*, **7(6)**, pág. 1484, 1965.

[36] H. Drescher, « Ruckstreukoeffizient und Sekundarelektronen-Ausbeute von 10-100 keV-Elektronen und Beziehungen zur Raster-Elektronenmikroskopie », *Z. angew. Physik*, **29**, págs. 331–336, 1970.

[37] H.J. Hunger y L. Küchler, « Measurements of the electron backscattering coefficient for quantitative EPMA in the energy range of 4 to 40 keV », *Physica status solidi (a)*, **56(1)**, K45-K48, 1979.

[38] G. Neubert y S. Rogaschewski, « Backscattering coefficient measurements of 15 to 60 keV electrons for solids at various angles of incidence », *Physica status solidi (a)*, **59(1)**, págs. 035–041, 1980.

[39] S.C. Klevenhagen, G.D. Lambert y A. Arbabi, « Backscattering in Electron Beam Therapy for Energies between 3 and 35 MeV », *Phys. Med. Biol.*, **27(3)**, págs. 363–373, 1982.

[40] S.C. Klevenhagen, « Implication of Electron Backscattering for Electron Dosimetry », *Phys. Med. Biol.*, **36(7)**, págs. 1013–1018, 1991.

[41] C. Frujinoiu, « A Monte Carlo investigation of electron backscattering », *Radiation Protection Dosimetry*, **97, No. 3**, págs. 223–229, 2001.

[42] ICRU, « Radiation dosimetry: electrons with initial energies between 1 and 50 MeV. Report No. 35 », *International Commission on Radiation Units and Measurements*, **35**, Bethesda M.D., 1984.

[43] ICRU, « Tissue Substitutes in Radiation Dosimetry and Measurements », *International Commission on Radiation Units and Measurements*, **44**, Bethesda M.D., 1990.

[44] G.D. Archard, « Back Scattering of Electrons », *J. Appl. Phys.*, **32(8)**, págs. 1505–1509, 1961.

[45] A. Baily, « Electron Backscattering », *Med. Phys.*, **7(5)**, págs. 514–519, 1980.

[46] I. Scarinci, « Modelo de cálculo dosimétrico por convolución de kernels en presencia de inhomogeneidades », *FaMAF, Universidad Nacional de Córdoba*, págs. 001–049, 2014.

[47] D. Apaza, « Simulación penelope de haces de electrones de 6 MeV de un acelerador lineal para estudios en diferentes materiales equivalentes al cuerpo humano », *ISSSD León-México*, págs. 001–018, 2015.

[48] J.F. Aubry, H. Bouchard, I. Bessières y F. Lacroix, « Validation of an electron Monte Carlo dose calculation algorithm in the presence of heterogeneities using EGSnrc and radiochromic film measurements », *Journal of applied clinical medical physics*, **12(4)**, págs. 02–14, 2011.

[49] F.M. Buffa y F. Verhaegen, « Backscatter and dose perturbations for low-to medium-energy electron point sources at the interface between materials with different atomic numbers », *Radiation research*, **162(6)**, págs. 693–701, 2004.

[50] R. Dct, « R: A language and environment for statistical computing », *R Foundation for Statistical Computing*, *Vienna*, *Austria*, 2007.

[51] J.C. Miller y J.N. Miller, « Estadística para química analítica », *Addison-wesley iberoamericana*, 1993.

[52] F.H. Attix, « Introduction to Radiological Physics and Radiation Dosimetry », *John Wiley & Sons*, **ISSN 3527617140**, págs. 001–210, 2008.

[53] A. Brahme y H. Svensson, « Specification of electron beam quality from the central-axis depth absorbed-dose distribution », *Med Phys*, págs. 03–95, 1976.

[54] H. DeStaebler, T. M. Jenkins y W. R. Nelson, « Shielding and Radiation », *The Stanford Two-Mile Accelerator*, **capítulo 26**, págs. 1030, 1968.

[55] Origin, « User's Manual Version 6.0 », *Microcal Software, Inc.*, 1999.

[56] K. Parodi, S. Brons, F. Cerutti, A. Ferrari, A. Mairani, H. Paganetti y F. Sommerer, « The FLUKA code for application of Monte Carlo methods to promote high precision ion beam therapy », *In 12th International Conference on Nuclear Reaction Mechanisms*, *Villa Monastero*, **CERN-Proceedings-2010-001**, 2009.

[57] S. Engdahl, « Validation of Ion Therapy Dose Calculation Algorithms by Monte Carlo », *Department of Physics, KTH*, págs. 001–139, 2015.

[58] T.T. Böhlen, M. Dosanjh, A. Ferrari y I. Gudowska, « Simulations of microdosimetric quantities with the Monte Carlo code FLUKA for carbon ions at therapeutic energies », *International journal of radiation biology*, **88(1-2)**, págs. 176–182, 2012.

[59] G. Battistoni, J. Bauer, T.T. Boehlen y F. Cerutti, « The FLUKA Code: An Accurate Simulation Tool for Particle Therapy », *Front Oncol.*, **6**, pág. 116, 2016.

[60] V. Vlachoudis, « FLAIR: A Powerful But User Friendly Graphical Interface For FLUKA » *Proc. Int. Conf. on Mathematics, Computational Methods & Reactor Physics (M& C 2009)*, Saratoga Springs, New York, 2009.

[61] A. Fassò, A. Ferrari, J. Ranft y P.R. Sala, « Statistics and Sampling presentation from the 7th Official FLUKA Course », *NEA/Paris*, 2008.

[62] J.E. Andrews, « Using FLUKA to Study Radiation Fields in ERL Components », *University of Washington*, Seattle, **WA 98195**, págs. 1–3, 2010.

[63] J.F. Briesmeister, « MCNP-A General Monte Carlo N-Particle Transport Code », *Version 4C*, **LA-13709-M**, 2000.

[64] A. Ferrari, P.R. Sala, A. Fassò y J. Ranft, « FLUKA: a multi-particle transport code », *CERN–2005–10*, **INFN/TC 05/11**, SLAC–R–773, 2005.

[65] F. Bloch, « Bremsvermögen von Atomen mit mehreren Elektronen », *Z. Phys.*, **81**, págs. 363–376, 1933.

[66] M. Cavinato, E. Fabrici, E. Gadioli, E. Gadioli Erba y E. Galbiati, « Monte Carlo calculations using the *Boltzmann* Master Equation theory of nuclear reactions », *Phys. Lett.*, **B382**, págs. 1–5, 1996.

[67] M. Cavinato, E. Fabrici, E. Gadioli, E. Gadioli Erba y G. Riva, « Monte Carlo calculations of heavy ion cross-sections based on the *Boltzmann* Master equation theory », *Nucl. Phys.*, **A679**, págs. 753–764, 2001.

[68] A. Ferrari, P.R. Sala, R. Guaraldi y F. Padoani, « An improved multiple scattering model for charged particle transport », *Nucl. Instr. Meth.*, **B71**, págs. 412–426, 1992.

[69] L. Kim, R.H. Pratt, S.M. Seltzer y M.J. Berger, « Ratio of positron to electron *Bremsstrahlung* energy loss: an approximate scaling law », *Phys. Rev.*, **A33**, págs. 3002–3009, 1986.

[70] S.M. Seltzer y M.J. Berger, « *Bremsstrahlung* spectra from electron interactions with screened nuclei and orbital electrons », *Nucl. Instr. Meth.*, **B12**, págs. 95–134, 1985.

[71] S.M. Seltzer y M.J. Berger, « *Bremsstrahlung* spectra from electrons with kinetic energy 1 keV - 10 GeV incident on screened nuclei and orbital electrons of neutral atoms with $Z = 1-100$ », *At. Data Nucl. Data Tab.*, **35**, págs. 345–418, 1986.

[72] M.B. Emmett, « The MORSE Monte Carlo radiation transport system », *Oak Ridge National Laboratory report*, **ORNL–4972**, 1975.**ORNL–4972/R2**, 1984.

[73] D. Harder, « Check of electron backscattering coefficients at 10 and 20 MeV », *Z.Naturforsch.*, **23**, págs. 1675–1676, 1968.

[74] K.A. Wright y J.G Trump, « Backscattering of Megavolt Electrons from Thick Targets », *J. Appl. Phys.*, **33**, pág. 687, 1962.

[75] P.YA. Glazunov y V.G. Guglya, « Reflection of Monoenergetic Electrons Ranging within 600 to 1200 keV from Certain Metals and from Graphite », *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, **159**, pág. 632, 1964.

[76] A.J. Cohen y K.F. Koral, « Backscattering and Secondary-Electron Emission from Metal Targets of Various Thicknesses », *NASA*, **TND-2782**, 1965.

[77] D.H. Rester, y W.J. Rainwater, « Backscattering of 1 MeV Electrons from Silicon », *Nucl. Inst. Meth.*, **41**, págs. 51–55, 1966.

[78] B.L. Miller, « A Multiple-Cavity Linear Electron Accelerator », *Rev. Sci. Instrum.*, **23**, pág. 401, 1952.

[79] J. Saldick y A.O. Allen, « Backscattering from Targets of Low Atomic Number Bombarded with 1-2 MeV Electrons », *J. Chem. Phys.*, **22**, pág. 1777, 1954.

[80] D. Harder, « Recent Developments with the External Beamguide System of the 35 MeV Betatron », *4th Internat. Betatrom Symposium*, **4**, Praga, 1966.

[81] J. Dutreix, « Dosimetry at interfaces for high energy X and gamma rays », *Br J Radiol*, **39**, págs. 205–210, 1966.

[82] T.A. Mian, « Backscatter radiation at bone-titanium interface from high-energy X and gamma rays », *Int J Radiat Oncol Biol Phys.*, **13**, págs. 1943–1947, 1987.