



REPÚBLICA DEL ECUADOR

**Escuela Politécnica Nacional**

" E S C I E N T I A H O M I N I S S A L U S "

La versión digital de esta tesis está protegida por la Ley de Derechos de Autor del Ecuador.

Los derechos de autor han sido entregados a la "ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL" bajo el libre consentimiento del (los) autor(es).

Al consultar esta tesis deberá acatar con las disposiciones de la Ley y las siguientes condiciones de uso:

- Cualquier uso que haga de estos documentos o imágenes deben ser sólo para efectos de investigación o estudio académico, y usted no puede ponerlos a disposición de otra persona.
- Usted deberá reconocer el derecho del autor a ser identificado y citado como el autor de esta tesis.
- No se podrá obtener ningún beneficio comercial y las obras derivadas tienen que estar bajo los mismos términos de licencia que el trabajo original.

El Libre Acceso a la información, promueve el reconocimiento de la originalidad de las ideas de los demás, respetando las normas de presentación y de citación de autores con el fin de no incurrir en actos ilegítimos de copiar y hacer pasar como propias las creaciones de terceras personas.

***Respeto hacia sí mismo y hacia los demás.***

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA**

**DESARROLLO DE UN PROGRAMA PARA RESOLVER DESPACHO  
ECONÓMICO Y DESPACHO ECONÓMICO AMBIENTAL UTILIZANDO  
MULTIPLICADORES DE LAGRANGE, CONSIDERANDO LAS PÉRDIDAS  
DEL SISTEMA**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO EN  
INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**LUIS HUGO BARRERA LUNA**

**DIRECTOR: M.Sc. Ing. JUAN CARLOS PLAZARTE ACHIG**

**CODIRECTOR: Dr. Ing. FABÍAN ERNESTO PÉREZ YAULI**

**Quito, septiembre 2020**

## **AVAL**

Certificamos que el presente trabajo fue desarrollado por Luis Hugo barrera Luna, bajo nuestra supervisión.

---

**M.Sc. Ing. JUAN PLAZARTE**  
**DIRECTOR DEL PROYECTO DE TITULACIÓN**

---

**Dr. Ing. FABIÁN PÉREZ**  
**CODIRECTOR DEL PROYECTO DE TITULACIÓN**

## **DECLARACIÓN DE AUTORÍA**

Yo, Luis Hugo Barrera Luna, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

La Escuela Politécnica Nacional puede hacer uso de los derechos correspondientes a este trabajo, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

---

**Luis Hugo Barrera Luna**

## **DEDICATORIA**

A mis padres, por su amor, apoyo y comprensión en todos estos años, gracias a ustedes he logrado llegar hasta aquí. Son los mejores padres que hubiese podido tener y es un orgullo y un privilegio el ser su hijo.

A mi hermano por estar siempre presente, acompañándome y apoyándome, durante todas las etapas de mi vida.

A mis abuelitos Luis, Inés, Hugo, Olga y al resto de mi familia, que siempre han estado pendientes de mi progreso tanto personal como profesional.

Luis Hugo

## **AGRADECIMIENTO**

A mis padres Edguin y Rosa que ante todo dieron siempre su respaldo incondicional en este arduo camino.

A mi hermano Junior y mi prima Ferni por ser los mejores compañeros en esta etapa de mi vida.

Al Ing. Juan Plazarte que siempre supo apoyar la realización del presente proyecto y que con sus consejos se ha logrado culminar de la mejor manera el presente trabajo, tal como el Dr. Fabián Pérez que colaboro de igual manera con este proyecto.

A toda mi familia, amigos y aquellas personas que de alguna u otra forma me dieron ánimos para seguir adelante.

A todos los que me apoyaron, MUCHAS GRACIAS.

Luis Hugo

## ÍNDICE DE CONTENIDO

|  |      |
|--|------|
| AVAL .....   | II   |
| DECLARACIÓN DE AUTORÍA.....  | III  |
| DEDICATORIA.....   | IV   |
| AGRADECIMIENTO.....  | V    |
| ÍNDICE DE CONTENIDO .....  | VI   |
| RESUMEN .....  | VII  |
| ABSTRACT .....   | VIII |
| 1. INTRODUCCIÓN .....  | 1    |
| 1.1. OBJETIVO GENERAL .....  | 2    |
| 1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....                                      | 2    |
| 1.3. ALCANCE .....   | 3    |
| 1.4. MARCO TEÓRICO.....  | 3    |
| 1.4.1 Flujo Óptimo de Potencia .....                                 | 4    |
| 1.4.1.1 El problema de Flujo Óptimo de Potencia .....                | 4    |
| 1.4.1.2 Formulación general.....                                     | 4    |
| 1.4.1.3 Variables .....  | 5    |
| 1.4.1.4 Función Objetivo .....                                       | 5    |
| 1.4.1.5 Restricciones de igualdad .....                              | 6    |
| 1.4.1.6 Restricciones de desigualdad.....                            | 7    |
| 1.4.1.7 Métodos para resolver el Flujo Óptimo de Potencia.....       | 9    |
| 1.4.2 Condiciones de optimización de Karush-Kuhn-Tucker .....        | 10   |
| 1.4.2.1 Resolución de KKT con restricciones de desigualdad.....      | 11   |
| 1.4.2.2 Uso de las Condiciones KKT.....                              | 14   |
| 1.4.3 Multiplicadores de Lagrange .....                              | 14   |
| 1.4.4 Despacho Económico.....  | 15   |
| 1.4.4.1 Curvas características de unidades generadoras .....         | 15   |
| 1.4.4.2 Curva característica de costos de las unidades térmicas..... | 16   |
| 1.4.4.3 Ecuación de Pérdidas de Transmisión .....                    | 18   |

|         |  |    |
|---------|--|----|
| 1.4.4.4 | Despacho Económico de unidades térmicas .....  | 23 |
| 1.4.4.5 | Aplicación de los Multiplicadores de Lagrange para resolver<br>Despacho Económico Térmico .....  | 24 |
| 1.4.4.6 | Factores Ambientales.....  | 37 |
| 1.4.4.6 | Aplicación de los Multiplicadores de Lagrange para resolver<br>Despacho Económico Ambiental..... | 40 |
| 2.      | METODOLOGÍA .....  | 45 |
| 2.1     | DESPACHO ECONÓMICO CON OPT.1 .....   | 46 |
| 3.2     | DESPACHO ECONÓMICO AMBIENTAL CON OPT.1.....  | 51 |
| 3.      | RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....  | 56 |
| 3.1     | ANÁLISIS COMPARATIVO DE RESULTADOS DE DESPACHO ECONÓMICO .....                                   | 56 |
| 3.2     | ANÁLISIS COMPARATIVO DE RESULTADOS DE DESPACHO ECONÓMICO AMBIENTAL<br>58                         |    |
| 4.      | CONCLUSIONES .....   | 66 |
| 5.      | REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....  | 68 |
| 6.      | ANEXOS .....   | 70 |
|         | ANEXO A.....   | 70 |
|         | ANEXO B .....  | 77 |
|         | Despacho Económico con MATPOWER.....   | 77 |
|         | Despacho Económico con Digilent.....   | 80 |
|         | ANEXO C.....   | 83 |



## RESUMEN

El trabajo de titulación comprende el desarrollo de un programa computacional que servirá para resolver Despacho Económico y Despacho Económico Ambiental utilizando el método de los Multiplicadores de Lagrange, considerando las pérdidas del sistema.

El módulo de optimización permitirá a los usuarios realizar el despacho económico considerando en las restricciones los límites operativos de las unidades generadoras y las pérdidas del sistema, mientras que el despacho económico ambiental tomará en cuenta además los coeficientes de emisiones de dióxido de carbono de cada tipo de combustible, asignando un costo a las emisiones.

Los valores de las funciones de consumo de cada generador junto a sus límites operativos de generación, los coeficientes de emisiones de dióxido de carbono para cada tipo de combustible y el costo asignado a las emisiones, se albergarán dentro del mismo código del programa, las características del sistema se obtendrán y almacenarán a través del paquete computacional PYPOWER y podrán ser editados por el usuario, con estos valores el programa repartirá la demanda total del sistema entre los generadores disponibles de forma que el coste total de generación sea el mínimo posible.

Finalmente, para constatar la veracidad de los resultados obtenidos por el programa desarrollado, se los comparará con los obtenidos por el software comercial DlgSILENT y el paquete computacional MATPOWER.

**Palabras clave:** Despacho económico, multiplicadores de Lagrange, flujos de potencia, software libre.

## ABSTRACT

The degree work includes the development of a computer program that will serve to solve Economic Dispatch and Environmental Economic Dispatch using the Lagrange Multiplier method, considering the system losses.

The optimization module will allow users to carry out the economic dispatch considering in the restrictions the operating limits of the generating units and the losses of the system, while the environmental economic dispatch will also take into account the coefficients of carbon dioxide emissions of each type of fuel, assigning a cost to emissions.

The values of the consumption functions of each generator with their operating limits of generation, the coefficients of carbon dioxide emissions for each type of fuel and the cost assigned to the emissions, will be housed within the same program code, the characteristics the system will be obtained and stored through the PYPOWER computer package and can be edited by the user, with these values the program will distribute the total system demand among the available generators so that the total generation cost is the minimum possible.

Finally, to verify the veracity of the results obtained by the program developed, they will be compared with those obtained by the DIGSILENT commercial software and the MATPOWER computer package.

**Keywords:** Economic dispatch, Lagrange multipliers, power flows, free software.

# 1. INTRODUCCIÓN

La energía eléctrica es estratégica para el desarrollo de toda economía. Es difícil imaginar una sociedad sin energía eléctrica o con deficiencias en el suministro y servicio de la misma. De ahí que posibles limitaciones en la cobertura y la calidad del servicio de energía eléctrica representen a largo plazo un obstáculo tanto para el desarrollo tecnológico, como para el mejoramiento del bienestar de la población. Por lo anterior, no es sorprendente observar que diversos países se encuentren inmersos en profundas transformaciones estructurales de la industria eléctrica, para lograr su modernización, fortalecer la competitividad y brindar mejores servicios a los usuarios [1].

La Constitución de la República del Ecuador en sus Artículos 14 y 15 reconoce el derecho de la población a vivir en un ambiente sano y ecológicamente equilibrado, declarando de interés público la preservación del ambiente y la prevención del daño ambiental, además de promover en el sector público y privado el uso de energías de bajo impacto [2].

Gran parte de los paquetes computacionales empleados en el análisis y resolución de flujos de potencia y optimización son programas de carácter privativo, es decir, el usuario paga por el derecho a usarlos bajo numerosas limitaciones, a diferencia del software libre, que en su licencia se otorga al usuario una serie de libertades relacionadas con acceso al código fuente y la facultad de estudiarlo, analizarlo, adaptarlo a diferentes necesidades y de hacer públicas sus mejoras.

La inclusión de tecnologías libres en el país es cada vez mayor y ésta se sustenta en un marco normativo que involucra cada vez más a los Centros de Educación Superior como pieza clave para conseguir una socialización del conocimiento que respete la autoría de las obras, al tiempo que posibilite el desarrollo de aplicaciones específicas dentro de distintas áreas de estudio bajo un entorno de libre acceso.

Entonces una de las obligaciones del gobierno de cualquier país es el de suministrar energía eléctrica que cumpla con normas de calidad, confiabilidad y seguridad, y que sea económicamente accesible, para esto una de las acciones más importantes es el repartir la demanda entre los generadores de la manera más económica posible, proceso llamado despacho económico. Lastimosamente la cuestión económica no siempre va de la mano con la cuestión ambiental, producir energía tomando en cuenta únicamente

factores económicos puede traer consigo elevadas emisiones de dióxido de carbono en la atmósfera, afectando al medio ambiente y a la población.

El Ecuador cuenta dentro de su infraestructura eléctrica con centrales de generación térmica que producen una parte importante de la energía que necesita, y a su vez emiten dióxido de carbono en el ambiente.

Por tal motivo, se desarrollará una aplicación en el software libre Python que minimice los costos de producción con el fin de tener un despacho económico térmico y despachos económicos ambientales que distribuya el requerimiento de la demanda en las centrales de generación.

### **1.1. Objetivo general**

Desarrollar un programa computacional para resolver Despacho Económico y Despacho Económico Ambiental de centrales termoeléctricas considerando las pérdidas del sistema, a través de Multiplicadores de Lagrange utilizando software libre.

### **1.2. Objetivos específicos**

Realizar un programa que resuelva despacho económico considerando límites de operación y pérdidas del sistema para un número  $n$  de generadores.

Realizar un programa que resuelva despacho económico ambiental considerando límites de operación y pérdidas del sistema para un número  $n$  de generadores.

Crear una matriz dentro del programa que albergue los datos de las centrales de generación térmica, los coeficientes de emisiones de dióxido de carbono de cada tipo de central, las reactancias de las líneas y el costo asignado a las emisiones, y una matriz que contenga las características del sistema eléctrico.

Validar el correcto funcionamiento del programa comparando los resultados del despacho económico con los obtenidos a través de un software comercial DlgSILENT, para el caso de 39 barras.

Realizar una comparación entre los resultados obtenidos por el Despacho Económico y por el Despacho Económico Ambiental.

### **1.3. Alcance**

Se desarrollará un programa para resolver Despacho Económico y Despacho Económico Ambiental de centrales termoeléctricas, considerando los límites operativos de los generadores y las pérdidas del sistema. Se resuelve mediante el método de Multiplicadores de Lagrange. Se utiliza el software libre Python.

Los valores de las funciones de consumo de cada generador junto a sus límites operativos de generación, los coeficientes de emisiones de dióxido de carbono para cada tipo de combustible, las características del sistema y el costo asignado a las emisiones se albergarán dentro del mismo código del programa y podrán ser editados por el usuario. La validación de los resultados del despacho económico se realizara a través del software comercial DlgSILENT, para el caso de 39 barras.

El programa de optimización contará con una interfaz gráfica que permitirá realizar el Despacho Económico y el Despacho Económico Ambiental y visualizar sus resultados. Además, se plantea desarrollar un manual de usuario que explique la instalación y detalle claramente el correcto uso del programa.

### **1.4. Marco Teórico**

Esta sección contará con el sustento teórico que se requirió para desarrollar el programa, empezando con una explicación centrada en el Flujo Óptimo de Potencia. También tratará acerca de los Multiplicadores de Lagrange desde un punto de vista tanto teórico como práctico, las condiciones necesarias para su uso y su aplicación para resolver Despacho Económico considerando las pérdidas del sistema.

Además se incluirá información acerca de los coeficientes de emisiones y los impuestos sobre el carbono, datos necesarios para incluir factores ambientales en el cálculo y poder realizar el Despacho Económico Ambiental.

### **1.4.1 Flujo Óptimo de Potencia**

El Flujo Óptimo de Potencia (FPO), fue definido a principios de 1960 como una extensión del problema de despacho económico de carga convencional, utilizado para la determinación óptima de las variables de control en un SEP, considerando varias restricciones [5]. FPO es un problema de optimización con función objetivo y restricciones no lineales, que representa la operación en estado estacionario del sistema eléctrico.

Existen dos objetivos básicos que se deben cumplir en la operación de un sistema eléctrico de potencia: i) Una operación segura, y ii) Una operación económica.

La operación económica se enfoca en la reducción de los costos por la utilización de la energía eléctrica, incluyendo los costos de producción, transporte y consumo.

#### **1.4.1.1 El problema de Flujo Óptimo de Potencia**

El estudio de flujo óptimo de potencia es comúnmente utilizado en la industria eléctrica para un gran número de aplicaciones, que van desde estudios de operación hasta la planeación de sistemas. El objetivo principal de un FPO es la optimización de las condiciones de operación en estado estacionario de un sistema eléctrico de potencia. Un FPO ajusta las cantidades que se pueden controlar para la optimización de una función objetivo, logrando satisfacer un conjunto de restricciones operativas del sistema.

La función objetivo permite la incorporación de una gran variedad de aspectos como: económicos, de seguridad o ambientales, que para resolverlo se utiliza distintas técnicas de optimización. Las restricciones incluyen leyes físicas que limitan a los generadores, el sistema de transmisión, límites dados por la fabricación de los equipos eléctricos y estrategias operativas. A esta clase de problema se lo representa de la siguiente manera:

- Un problema de programación no lineal.
- La función objetivo expresada como una función no lineal.
- Las restricciones expresadas como ecuaciones lineales y no lineales.

#### **1.4.1.2 Formulación general**

Se consideran varios tipos de funciones objetivo en un FPO, pero la usada más frecuentemente toma en cuenta los costos de generación, por lo que la formulación matemática del FPO está enfocada en minimizar el costo de generación de potencia activa por medio de un adecuado ajuste de las variables de control [6]. De forma general, el FPO puede formularse como un problema de optimización no lineal con restricciones, como se expresa matemáticamente en la Ecuación (1.1).

$$\begin{aligned}
& \min && f(x, u) \\
& \text{s. a.} && h(x, u) = 0 \\
& && \text{y} \quad g(x, u) < 0
\end{aligned} \tag{1.1}$$

donde,  $x \in \mathbb{R}^{n1}$  es un vector de  $n1$  variables de estado,  $u \in \mathbb{R}^{n2}$  es un vector de  $n2$  variables de control,  $f(x, u)$  es la función objetivo,  $h(x, u) = 0$  representa  $r$  restricciones de igualdad,  $g(x, u)$  representa  $m$  restricciones de desigualdad, que consideran los límites operativos de las variables de control y las restricciones operativas.

### 1.4.1.3 Variables

Las variables de control son aquellas que pueden ser ajustadas con el fin de encontrar la solución óptima y satisfacer las restricciones, la cuales pueden tomar valores continuos dentro de sus límites operativos (como en la generación de potencia activa de los generadores), o valores discretos (por ejemplo la posición del tap de un transformador).

Las variables de control pueden incluir:

- La potencia activa asignada a las unidades de generación.
- La potencia reactiva asignada a las unidades de generación.
- Magnitud de voltaje de los nodos de generación.
- Posición del tap de los transformadores.
- Ángulo de los transformadores cambiadores de fase.
- Potencia reactiva de los condensadores síncronos.
- Potencia reactiva de un compensador de reactivos.
- Magnitud de interrupción de carga.
- Parámetros de control de los dispositivos FACTS.

Las variables de estado o dependientes son aquellas que se calculan a partir de las variables de control. Las principales son:

- La potencia en el nodo slack,
- Magnitud de voltaje en los nodos de carga.
- Potencia reactiva asignada a los generadores.
- Ángulo de fase de todos los nodos (excepto el slack).
- Flujos de potencia en la red de transmisión.

### 1.4.1.4 Función Objetivo

La función objetivo representa las ecuaciones que se utilizan para optimizar. La selección de la función objetivo se establece a partir de un análisis cuidadoso de la seguridad y

economía del sistema eléctrico de potencia. Algunas de las funciones objetivo empleadas en un estudio de FPO son:

- Minimizar el costo de generación.
- Minimizar las pérdidas de transmisión de potencia activa.
- Minimizar las pérdidas de transmisión de potencia reactiva.
- Minimizar el costo por interrupción de carga.
- Minimizar el número de reprogramación de los controles.
- Minimizar emisiones contaminantes por parte de los generadores térmicos.

El costo de generación de potencia activa es el más utilizado como función objetivo en un FPO.

#### 1.4.1.5 Restricciones de igualdad

Las restricciones de igualdad suelen ser las ecuaciones de balance de carga, que se obtienen por la imposición de una restricción de balance de potencia activa y reactiva en todos los nodos del sistema. En un determinado punto de operación en estado estable, la potencia generada debe poder cubrir la demanda más las pérdidas en la red. Las ecuaciones de balance consideran un punto de equilibrio de potencia activa y reactiva que debe satisfacer cada uno de los nodos:

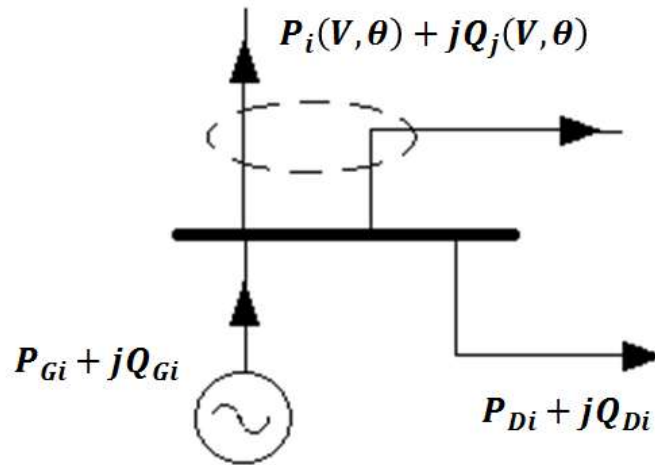
$$\begin{aligned} P_{Gi} - P_{Di} + P_i(V, \theta) &= 0 & \text{para } i = 1, 2, \dots, \tau_1 \\ Q_{Gi} - Q_{Di} + Q_i(V, \theta) &= 0 & \text{para } i = 1, 2, \dots, \tau_2 \end{aligned} \quad (1.2)$$

Donde:

- $\tau_2$  Es el número de todos los nodos del sistema de potencia.
- $\tau_1$  Es el número de nodos del sistema de potencia excepto el nodo slack.
- $P_{Gi}$  Es la potencia activa de generación programada para el i-ésimo generador.
- $Q_{Gi}$  Es la potencia reactiva de generación programada para el i-ésimo generador.
- $P_{Di}$  Es la potencia activa de la carga conectada en el i-ésimo nodo.
- $Q_{Di}$  Es la potencia reactiva de la carga conectada en el i-ésimo nodo.
- $P_i(V, \theta)$  Es la potencia activa inyectada en el i-ésimo nodo.
- $Q_i(V, \theta)$  Es la potencia reactiva inyectada en el i-ésimo nodo.

En la Figura 1.1 se muestra un diagrama unifilar de un nodo que incluye generación, carga, y líneas de transmisión.





**Figura 1.1.** Nodo genérico de un sistema eléctrico de potencia

#### 1.4.1.6 Restricciones de desigualdad

Las restricciones de desigualdad consideran los límites que deben satisfacer las variables de control y estado. Estas restricciones reflejan los límites operativos impuestos a los dispositivos y al sistema eléctrico de potencia. Las principales restricciones de desigualdad consideradas en un FPO son:

- **Límites de potencia activa y reactiva de generación**, esta restricción refleja los límites operativos y térmicos que un generador debe satisfacer.

$$\begin{aligned} P_{Gi \min} &\leq P_{Gi} \leq P_{Gi \max} \\ Q_{Gi \min} &\leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi \max} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Donde:

- $P_{Gi \min}$  Es el límite de potencia activa mínima, para el i-ésimo generador.
- $P_{Gi \max}$  Es el límite de potencia activa máxima, para el i-ésimo generador.
- $Q_{Gi \min}$  Es el límite de potencia reactiva mínima, para el i-ésimo generador.
- $Q_{Gi \max}$  Es el límite de potencia reactiva máxima, para el i-ésimo generador.

- **Tiempos mínimos de encendido y apagado**, al cambiar un generador de estado, por motivos operativos y térmicos se deben satisfacer restricciones mínimas de tiempo en el que la unidad debe permanecer en su nuevo estado.

$$Time_i^{on} \geq Time_{i \min}^{on} \quad (1.4)$$

$$\text{Time}_i^{\text{off}} \geq \text{Time}_{i \min}^{\text{off}}$$

Donde:

$\text{Time}_i^{\text{on}}$  Es el tiempo que la i-ésima unidad ha permanecido encendida.

$\text{Time}_i^{\text{off}}$  Es el tiempo que la i-ésima unidad ha permanecido apagada.

$\text{Time}_{i \min}^{\text{on}}$  Es el tiempo mínimo que la i-ésima unidad debe permanecer encendida antes de poder ser apagada nuevamente.

$\text{Time}_{i \min}^{\text{off}}$  Es el tiempo mínimo que la i-ésima unidad debe permanecer apagada antes de poder ser encendida nuevamente.

- **Límites de velocidad de cambio de generación**, los generadores deben pasar a un nuevo valor de generación en un corto período de tiempo, pero por limitantes térmicas, éstas se restringen a una cierta velocidad.

$$\begin{aligned} P_{Gi}^t &= P_{Gi}^{t-1} + \Delta P_{Gi} \\ \Delta P_{Gi \min} &< \Delta P_{Gi} < \Delta P_{Gi \max} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Donde:

$P_{Gi}^t$  Es la potencia activa que se le ha asignado a la i-ésima unidad para la hora

$P_{Gi}^{t-1}$  Es la potencia activa que se le asigna a la i-ésima unidad para la hora previa.

$\Delta P_{Gi}$  Es la velocidad de cambio de generación permitida para la i-ésima unidad.

- **Límites de flujos en las ramas**, por seguridad de los sistemas de potencia, las líneas y los transformadores no deben sobrecargarse, por lo tanto es necesario definir límites para todas las ramas, estos límites pueden deberse a restricciones térmicas de los equipos o por consideraciones de seguridad.

$$|\text{Flow}_{m,n}| \leq \text{Flow}_{m,n \max} \quad (1.6)$$

Donde:

$\text{Flow}_{m,n \max}$  Es el máximo flujo de potencia activa permitido en la rama que conecta los nodos m y n.

- **Perfiles de voltaje**, el voltaje en los nodos es uno de los criterios de seguridad e índice de calidad de servicio más importante, por lo tanto incluir una restricción

que mejore el perfil de voltaje de los nodos de carga del sistema es considerado en el problema de optimización. Los voltajes en los nodos de generación son constantes y el nivel de voltaje en los nodos de carga debe mantenerse cercano a un voltaje de referencia.

$$\min|V_i - V_{\text{ref}}| \quad (1.7)$$

Donde:

$V_i$  Es la magnitud de voltaje en el  $i$ -ésimo nodo de carga.

$V_{\text{ref}}$  Es la magnitud de voltaje de referencia, en general definido como  $V_{\text{ref}} = 1$  p. u.

- **Límites de la posición de taps**, los transformadores con cambiador de derivaciones son utilizados como dispositivos para el control de la magnitud de voltaje. Estos transformadores están restringidos por valores del cambiador de tap dentro de límites mínimos y máximos.

$$\text{Tap}_{i \text{ min}} \leq \text{Tap}_i \leq \text{Tap}_{i \text{ max}} \quad (1.8)$$

Donde:

$\text{Tap}_i$  Es la posición en la que se encuentra el  $i$ -ésimo tap del transformador.

$\text{Tap}_{i \text{ min}}$  Es la posición mínima permitida para el  $i$ -ésimo transformador.

$\text{Tap}_{i \text{ max}}$  Es la posición máxima permitida para el  $i$ -ésimo transformador.

Otras restricciones que se pueden incluir en un FPO son:

- Límites del cambiador de fase de un transformador.
- Límites de las variables de control de los dispositivos FACTS.
- Límites de compensación de potencia reactiva.
- Requerimientos de reserva rodante.
- Límites de emisión de contaminantes al medio ambiente.

#### 1.4.1.7 Métodos para resolver el Flujo Óptimo de Potencia

La aplicación de técnicas de optimización a los problemas de planificación y operación del Sistema Eléctrico de Potencia, es una activa área de investigación. De esta forma, OPF puede ser visto como un término genérico que describe una amplia gama de clases de problemas en los cuales se busca optimizar una función objetivo específico, sujeto a

restricciones que representan los balances de potencia activa y reactiva en los nodos de la red, en función de las tensiones y ángulos de las barras [13].

Para resolver OPF existen una gran variedad de técnicas de optimización que se pueden aplicar:

- Método del Gradiente
- Programación lineal
- Programación cuadrática
- Métodos de Newton
- Aproximaciones por descomposición P-Q
- Métodos por Punto Interior
- Algoritmos genéticos
- Redes neuronales
- Programación Evolutiva
- Búsqueda Tabú
- Programación por enjambre de partículas

#### 1.4.2 Condiciones de optimización de Karush-Kuhn-Tucker

Las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker o KKT son requerimientos necesarios y suficientes para que la solución de un problema de programación sea óptima. Establecen la base para el desarrollo de varios algoritmos computacionales, permitiendo conocer cuando un óptimo local restringido ha sido alcanzado [7]. Son una generalización del método de los Multiplicadores de Lagrange.

Considere el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} & f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ & h_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad j = 1, 2, 3, \dots, m \\ & g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, p \end{aligned} \quad (1.9)$$

Donde:

- $f(x)$  Es la función objetivo a minimizar.
- $h_j(x)$  Son las restricciones de igualdad.
- $g_i(x)$  Son las restricciones de desigualdad.
- $m$  Son el número de restricciones de igualdad.
- $p$  Son el número de restricciones de desigualdad.

### 1. Condición estacionaria

$$\nabla f(x_1^*, \dots, x_n^*) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \nabla h_j(x_1^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^p \mu_i \nabla g_i(x_1^*, \dots, x_n^*) \quad (1.10)$$

### 2. Condición de factibilidad

$$\begin{aligned} h_j(x_1^*, \dots, x_n^*) &= 0 & j &= 1, 2, 3, \dots, m \\ g_i(x_1^*, \dots, x_n^*) &\leq 0 & i &= 1, 2, 3, \dots, p \end{aligned} \quad (1.11)$$

### 3. Condición de holgura

$$\mu_i g_i(x_1^*, \dots, x_n^*) \leq 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, p \quad (1.12)$$

4. **Condición de signo:** Una vez cumplidas las condiciones anteriores el punto puede ser:

$$\begin{aligned} \text{Mínimo (CKKTMín)} &\leftrightarrow \mu_i \geq 0 & i &= 1, \dots, p \\ \text{Máximo (CKKTMax)} &\leftrightarrow \mu_i \leq 0 & i &= 1, \dots, p \end{aligned} \quad (1.13)$$

#### 1.4.2.1 Resolución de KKT con restricciones de desigualdad

Cambiamos cada restricción de desigualdad  $g_i \leq 0$  a una restricción de igualdad introduciendo una variable  $s_i$  [8], de la siguiente manera:

$$g_i \leq 0 \rightarrow g_i + s_i^2 = 0 \quad (1.14)$$

#### Problema de minimización

$$\text{Min } f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1.15)$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned}
g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq 0 \\
g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq 0 \\
&\vdots \\
g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq 0
\end{aligned}
\tag{1.16}$$

Se construye la función:

$$F(x, \lambda, s) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i * (g_i + s_i^2) \tag{1.17}$$

Los puntos para minimizar  $f$  sujeta a las restricciones  $g_i \leq 0$  ( $1 \leq i \leq m$ ) están dentro de los puntos críticos de  $F$ :

- Que vuelven cero a las derivadas parciales con respecto a las variables  $x_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ):

$$\frac{\partial F}{\partial x_j} = \frac{\partial f}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial x_j} = 0 \tag{1.18}$$

- Que vuelven cero a las derivadas parciales con respecto a las variables  $\lambda_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ):

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda_i} = g_i + s_i^2 = 0 \leftrightarrow g_i \leq 0 \tag{1.19}$$

- Que vuelven cero a las derivadas parciales con respecto a las variables  $s_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ):

$$\frac{\partial F}{\partial s_i} = 2\lambda_i s_i + s_i^2 = 0 \leftrightarrow \lambda_i s_i = 0 \leftrightarrow \lambda_i g_i = 0 \tag{1.20}$$

El siguiente teorema indica las condiciones que deben satisfacer los puntos que minimizan la función sujeta a las restricciones.

**Teorema I:** Suponga una formulación para el problema anterior de minimización. Si  $x_0 = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  es un óptimo, entonces deben existir números reales llamados multiplicadores  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  no negativos tales que  $x_0 = (a_1, a_2, \dots, a_n, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$  es un punto crítico para  $F$ . Es decir que se cumple:

Bloque I

$$+\frac{\partial f(x_0)}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial g_i(x_0)}{\partial x_j} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (1.21)$$

Bloque II: Condición de Holgura Complementaria

$$\lambda_i g_i(x_0) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1.22)$$

Bloque III

$$g_i \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1.23)$$

Observe que los valores de  $s_i$  se obtiene de la relación  $g_i + s_i^2 = 0$  y de que  $g_i \leq 0$ .

**Problema de maximización**

$$\text{Max } f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1.24)$$

sujeto a

$$\begin{aligned} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq 0 \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq 0 \\ &\vdots \\ g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq 0 \end{aligned} \quad (1.25)$$

Para su solución lo cambiamos a un problema de minimización para  $-f(x)$ . En este caso la función F queda en la forma:

$$F(x, \lambda, s) = -f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i * (g_i + s_i^2) \quad (1.26)$$

Las condiciones que deben satisfacer los óptimos ahora quedan de acuerdo al siguiente teorema.

**Teorema II:** Suponga una formulación para el problema anterior de maximización. Si  $x_0 = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  es un óptimo, entonces deben existir números reales llamados

multiplicadores  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  no negativos tales que  $x_0 = (a_1, a_2, \dots, a_n, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$  es un punto crítico para F. Es decir que se cumple:

Bloque I

$$-\frac{\partial f(x_0)}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial g_i(x_0)}{\partial x_j} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (1.27)$$

Bloque II

$$\lambda_i g_i(x_0) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1.28)$$

Bloque III

$$g_i \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1.29)$$

#### 1.4.2.2 Uso de las Condiciones KKT

La operación de las condiciones de KKT será la siguiente:

Al inicio buscamos el punto  $x_0$ , desconocido, entonces las ecuaciones de las condiciones de los bloques I y II se piensan como un sistema de ecuaciones.

Se intenta resolver el sistema de ecuaciones y en caso de encontrarse las soluciones se revisan una a una para ver cuál de ella cumple que los  $\lambda_i$  son no negativos y que también se cumplen las restricciones  $g_i \leq 0$  en los puntos encontrados. Normalmente se realiza una tabla donde se hace la verificación. También es posible trabajar el problema de maximización resolviendo el problema de minimización pero conservando aquellos puntos que tengan los valores de los multiplicadores no positivos.

#### 1.4.3 Multiplicadores de Lagrange

Los multiplicadores de Lagrange en los problemas de optimización, son un método utilizado para maximizar o minimizar una función de varias variables que está sujeta a ciertas restricciones. Este método sirve para transformar un problema restringido con n variables a uno sin restricciones de n + k variables, siendo k el número de restricciones, y cuyas ecuaciones se pueden resolver con mayor facilidad.

Este método introduce una nueva variable escalar desconocida llamada multiplicador de Lagrange, por cada una de las restricciones, formando una combinación lineal que involucra los multiplicadores como coeficientes. Su demostración involucra derivadas



parciales. El objetivo es usando una función implícita, encontrar las condiciones para que la derivada con respecto a las variables independientes de la función sea cero. [9].

Los pasos que se requiera para maximizar (o minimizar) una función  $f(x, y, \dots)$  sujeta a la restricción de otra función igual a una constante  $g(x, y, \dots) = c$  [10], son los siguientes:

- **Paso 1** Se introduce una nueva variable  $\lambda$  y se define una nueva función  $L$

$$L(x, y, \dots, \lambda) = f(x, y, \dots) - \lambda(g(x, y, \dots) - c) \quad (1.30)$$

La función  $L$  se la conoce como “Lagrangiano” y la variable  $\lambda$  es llamada “multiplicador de Lagrange”.

- **Paso 2** Igualar el gradiente de  $L$  a un vector cero

$$\nabla(x, y, \dots, \lambda) = 0 \quad \leftarrow \text{Vector cero}$$

Encontrando los puntos críticos de  $L$ .

- **Paso 3** Se considera cada solución  $(x_0, y_0, \dots, \lambda_0)$ .

Se quita la componente  $\lambda_0$  y luego sustituye cada uno en  $f$ , pues  $f$  no tiene  $\lambda$  como valor de entrada. El que entregue el valor más alto (o más bajo) es el punto máximo (o mínimo) que se busca.

#### 1.4.4 Despacho Económico

El despacho económico busca repartir la demanda total del sistema entre las unidades generadoras (térmicos, hidráulicos, solares, eólicos, etc.) disponibles de tal manera que el costo total de operación sea mínimo, encontrando la cantidad de potencia que debe suministrar cada generador, sujetos a diferentes tipos de restricciones operativas.

##### 1.4.4.1 Curvas características de unidades generadoras

En el análisis de la operación económica es necesario conocer algunos parámetros del SEP, entre los más importantes se encuentran las curvas características entrada-salida de los generadores.

#### 1.4.4.2 Curva característica de costos de las unidades térmicas

La unidad típica de generación termoeléctrica consiste en una caldera que genera vapor mediante algún tipo de combustible y este vapor acciona una turbina acoplada mecánicamente a un generador eléctrico, la potencia eléctrica es entregada al sistema [11].

La curva característica de costos también conocida como la curva entrada-salida de una unidad térmica, indica cuánto cuesta producir cierta cantidad de potencia.

La entrada en esta curva puede venir especificada en términos de:

- Dólares por hora
- Toneladas de carbón por hora
- Pies cúbicos de gas por hora

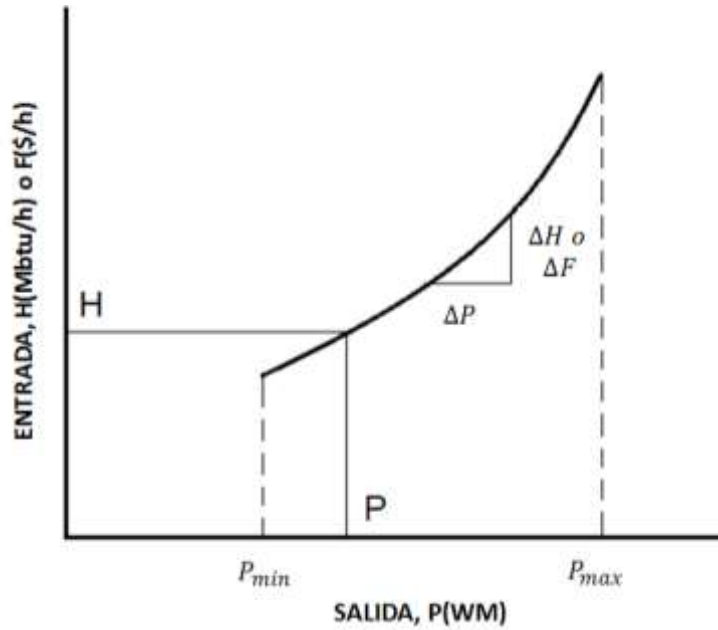
Y la salida es la potencia eléctrica expresada en Megawatts (MW).

Para obtener esta curva de manera experimental, se fija la generación de la unidad en un valor y se mide el consumo de combustible para una hora, luego se repite el procedimiento anterior para otros valores de generación obteniendo una serie de puntos que permiten trazar dicha curva.

A continuación definiremos algunos términos que usaremos de aquí en adelante:

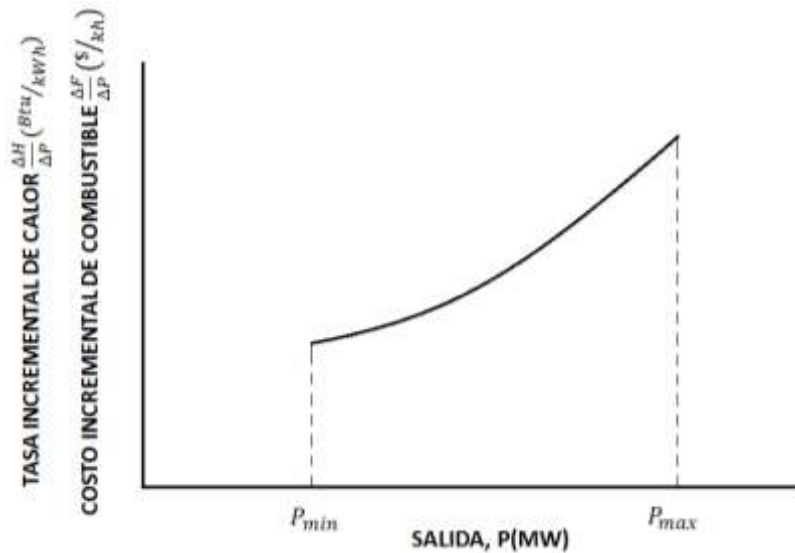
- H Es la entrada de energía en forma de calor medida en unidades de MBtu/h
- f Es el costo de producir un MBtu medido en \$/MBtu
- F Es la curva de costos totales expresadas en \$/h

En la Figura 1.2 se muestra una curva característica entrada-salida de una unidad, limitada por las potencias mínima y máxima.



**Figura 1.2.** Curva característica entrada-salida de unidades térmicas

La curva de costo incremental en una unidad térmica generalmente tiene la forma de una función cuadrática. Esta curva de costo incremental es la que se usa en el despacho económico de la unidad, en la Figura 1.3 se presenta dicha curva.



**Figura 1.3.** Curva característica de costo incremental.

Estas curvas son caracterizadas por polinomios de segundo grado. Una curva típica se muestra en la Figura 1.2, siendo su modelo matemático la función:

$$q(x) = a + bx + cx^2 \quad (1.31)$$

Dónde:

- q(x) Es la función de consumo.
- a Es el coeficiente del término independiente del modelo entrada-salida.
- b Es el coeficiente del término lineal del modelo entrada-salida.
- c Es el coeficiente del término cuadrático del modelo entra-salida.
- x Es el nivel de generación.

### 1.4.4.3 Ecuación de Pérdidas de Transmisión

Para obtener la ecuación de las pérdidas en términos de las salidas de potencia de las unidades de generación, se considera un sistema simplificado compuesto de dos unidades generadoras, dos cargas y representando la red de transmisión por la matriz de impedancias de barra [14].

El procedimiento tiene dos etapas.

- Se aplica una transformación de potencia invariante a la Zbarra del sistema, para expresar las pérdidas solamente en términos de las corrientes de generador.
- Se transforman las corrientes del generador en las potencias de salida de las plantas, con un número K de fuentes.

### Ejemplo

En un sistema de cuatro barras de la Figura 1.4, Donde los nodos ① y ② pertenecen a las barras generadoras, los nodos ③ y ④ pertenecen a las barras de carga y el nodo ① es el neutro del sistema.

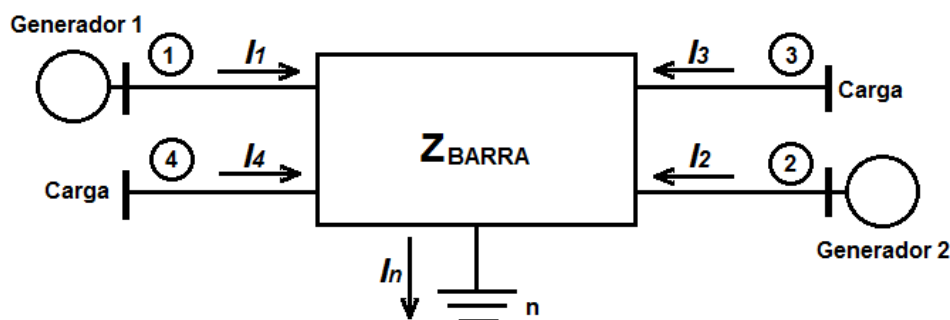


Figura 1.4. Sistema de cuatro barras

Las corrientes  $I_3$  e  $I_4$  en las barras de carga de la Figura 1.4, se combinan para formar la carga del sistema compuesto  $I_D$

$$I_3 + I_4 = I_D \quad (1.32)$$

Si cada carga es una fracción constante de la carga total, se establece

$$\begin{aligned} I_3 &= d_3 I_D \\ I_4 &= d_4 I_D \end{aligned} \quad (1.33)$$

En donde

$$d_3 + d_4 = 1 \quad (1.34)$$

Al sumar más términos, las Ecuaciones (1.32), (1.33) y (1.34), se generalizan para sistemas de mayor número de barras de carga.

Se selecciona el nodo  $\textcircled{n}$  de la Figura 1.4, como referencia de las ecuaciones nodales

$$\begin{bmatrix} V_{1n} \\ V_{2n} \\ V_{3n} \\ V_{4n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

La notación de doble subíndice se debe a que los voltajes de barra se miden respecto al nodo de referencia  $\textcircled{n}$  al expandir la primera fila de la Ecuación (1.35) da

$$V_{1n} = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + Z_{13}I_3 + Z_{14}I_4 \quad (1.36)$$

Sustituyendo  $I_3 = d_3 I_D$  y  $I_4 = d_4 I_D$ , y resolviendo la ecuación resultante para  $I_D$ , se tiene

$$I_D = \frac{-Z_{11}}{d_3 Z_{13} + d_4 Z_{14}} I_1 + \frac{-Z_{12}}{d_3 Z_{13} + d_4 Z_{14}} I_2 + \frac{-Z_{11}}{d_3 Z_{13} + d_4 Z_{14}} I_n^0 \quad (1.37)$$

En donde la corriente de carga nula  $I_n^0$ , es

$$I_n^0 = -\frac{V_{1n}}{Z_{11}} \quad (1.38)$$

$I_n^0$  es una corriente constante inyectada en el nodo  $\textcircled{n}$  del sistema, siempre que  $V_{1n}$  sea constante, obteniendo

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{Z_{11}}{d_3 Z_{13} + d_4 Z_{14}} \\ t_2 &= \frac{Z_{12}}{d_3 Z_{13} + d_4 Z_{14}} \end{aligned} \quad (1.39)$$

Simplificando los coeficientes de la Ecuación (1.37) nos queda

$$I_D = -t_1 I_1 - t_2 I_2 - t_1 I_n^0 \quad (1.40)$$

Se sustituye en las Ecuaciones (1.33), la  $I_D$  dada por la Ecuación (1.40), y se tiene

$$I_3 = -d_3 t_1 I_1 - d_3 t_2 I_2 - d_3 t_1 I_n^0 \quad (1.41)$$

$$I_4 = -d_4 t_1 I_1 - d_4 t_2 I_2 - d_4 t_1 I_n^0 \quad (1.42)$$

Consideramos a las Ecuaciones (1.41) y (1.42) como la definición de la transformación  $C$  de las corrientes anteriores  $I_1, I_2, I_3$  e  $I_4$  en un conjunto de nuevas corrientes  $I_1, I_2$  e  $I_n^0$

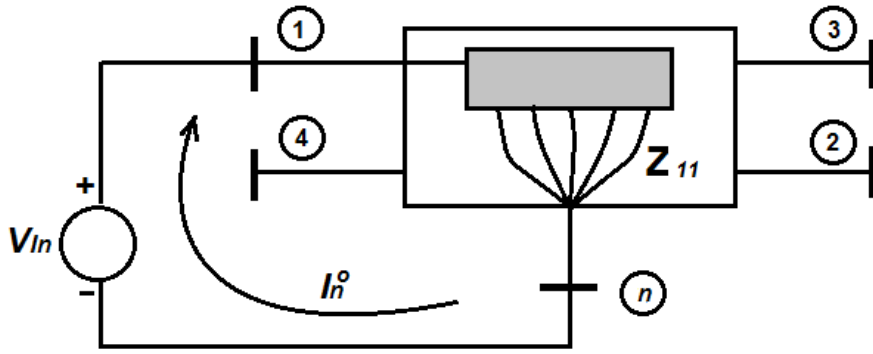
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot \\ -d_3 t_1 & -d_3 t_2 & -d_3 t_1 \\ -d_4 t_1 & -d_4 t_2 & -d_4 t_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_n^0 \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_n^0 \end{bmatrix} \quad (1.43)$$

Como resultado de la Ecuación (1.43), la expresión para la pérdida de potencia real de la red se puede escribir como

$$P_{Loss} = [I_1 \quad I_2 \quad I_n^0] [C^T \quad R_{Barra} \quad C^*] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_n^0 \end{bmatrix}^* \quad (1.44)$$

Donde  $R_{Barra}$  es la parte simétrica de  $Z_{Barra}$  de la Ecuación (1.35), la Ecuación (1.44) representa la pérdida de la potencia del sistema en términos de las corrientes  $I_1$  e  $I_2$  del generador y de la corriente sin carga  $I_n^0$ . Usando la barra ① como la barra de compensación de los estudios de flujo de potencia del sistema,  $I_n^0 = -V_{1n}/Z_{11}$  se convierte en un número complejo constante, con  $I_1$  e  $I_2$  como las únicas variables en la expresión de pérdidas de la Ecuación (1.44).

La Figura (1.5), explica por qué se le llama corriente sin carga a  $I_n^0$ . Si se quitara toda la generación de la carga y se aplicara el voltaje  $V_{1n}$  en la barra ①, solo fluiría a través de las conexiones en paralelo que tiene el nodo ② la corriente  $I_n^0$ . Esta corriente normalmente es pequeña y relativamente constante al estar determinada por la impedancia de Thevenin  $Z_{11}$ , que incluye altas impedancias y trayectorias asociadas con las corrientes de carga de línea y magnetizantes del transformador, pero no con la carga.



**Figura 1.5.** Interpretación de la corriente  $I_n^0$

En cada barra de generación, la potencia reactiva  $Q_{Gi}$  es una fracción constante  $s_i$  de la potencia  $P_{Gi}$  en un periodo de tiempo. Esto es equivalente a suponer que cada generador opera a factor de potencia constante en el mismo periodo, obteniendo

$$\begin{aligned} P_{G1} + jQ_{G1} &= (1 + js_1)P_{G1} \\ P_{G2} + jQ_{G2} &= (1 + js_2)P_{G2} \end{aligned} \quad (1.45)$$

Donde  $s_1 = Q_{g1}/P_{g1}$  y  $s_2 = Q_{g2}/P_{g2}$  son números reales. Las corrientes de salida de los generadores están dadas por

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{(1 - js_1)}{V_1^*} P_{G1} = \alpha_1 P_{G1} \\ I_2 &= \frac{(1 - js_2)}{V_2^*} P_{G2} = \alpha_2 P_{G2} \end{aligned} \quad (1.46)$$

Las corrientes  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_n^0$  se pueden expresar en forma matricial a partir de la Ecuación (1.46)

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_n^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \alpha_2 & \cdot \\ \cdot & \cdot & I_n^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.47)$$

Al substituir esta última en la Ecuación (1.44), se obtiene

$$P_{Loss} = \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ 1 \end{bmatrix}^T = \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \alpha_2 & \cdot \\ \cdot & \cdot & I_n^0 \end{bmatrix} C^T R_{barra} C^*}_{T_\alpha} \begin{bmatrix} \alpha_1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \alpha_2 & \cdot \\ \cdot & \cdot & I_n^0 \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ 1 \end{bmatrix}^* \quad (1.48)$$

La traspuesta de un producto de matrices es igual al producto en orden inverso de sus traspuestas. Por ejemplo, si A, B y C son matrices, se tiene que  $(ABC)^T = C^T B^T A^T$ , y al tomar el complejo conjugado de cada lado se obtiene  $(ABC)^{T*} = C^{T*} B^{T*} A^{T*}$ .

Una matriz que tenga esta propiedad se conoce como hermitiana. Cada elemento  $m_{ij}$  fuera de la diagonal de una matriz hermitiana es igual al complejo conjugado del elemento  $m_{ji}$  correspondiente y los elementos en la diagonal son números reales. Por lo tanto, al sumar  $T_\alpha$  y  $T_\alpha^*$  las partes imaginarias de los elementos fuera de la diagonal se cancelan, obteniendo el doble de la parte real simétrica de  $T_\alpha$

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{10}/2 \\ B_{21} & B_{22} & B_{20}/2 \\ B_{10}/2 & B_{20}/2 & B_{00} \end{bmatrix} = \frac{T_\alpha + T_\alpha^*}{2} \quad (1.49)$$

Sumando la Ecuación (1.48) a este complejo conjugado y aplicando la Ecuación (1.49) al resultado se obtiene

$$P_{Loss} = \begin{bmatrix} P_{G1} & P_{G2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{10}/2 \\ B_{21} & B_{22} & B_{20}/2 \\ B_{10}/2 & B_{20}/2 & B_{00} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.50)$$

Donde  $B_{12}$  es igual a  $B_{21}$ . Expandiendo la Ecuación (1.50) se obtiene

$$P_{Loss} = B_{11}P_{G1}^2 + 2B_{12}P_{G1}P_{G2} + B_{22}P_{G2}^2 + B_{10}P_{G1} + B_{20}P_{G2} + B_{00}$$

$$P_{Loss} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 P_{Gi} B_{ij} P_{Gj} + \sum_{i=1}^2 B_{i0} P_{Gi} + B_{00} \quad (1.51)$$

Si el sistema tiene K fuentes en lugar de dos se obtiene la forma general de la ecuación

$$P_{Loss} = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K P_{Gi} B_{ij} P_{Gj} + \sum_{i=1}^K B_{i0} P_{Gi} + B_{00} \quad (1.52)$$

Ya que los términos  $B_{ij}$  cuando  $i = j$  son mucho más grandes en magnitud se considera al resto como despreciables por lo tanto se usa la Ecuación (1.53).

$$P_{Loss} = \sum_{i=1}^K B_{ii} P_{Gi}^2 \quad (1.53)$$

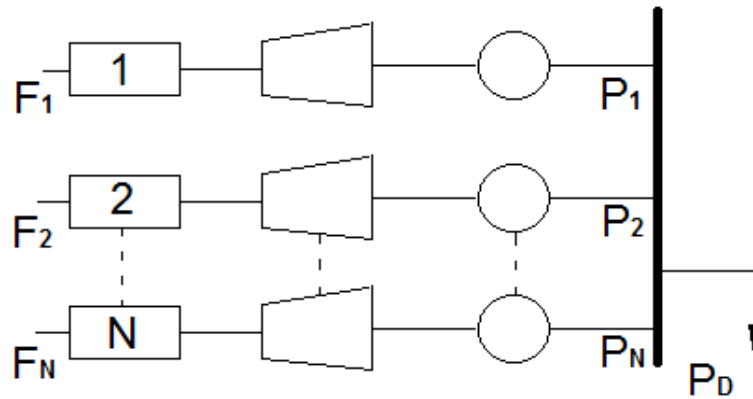


Los términos B reciben el nombre de coeficientes B o coeficientes de pérdida, cuya unidad es el megawatt recíproco cuando las potencias trifásicas  $P_{G1}$  a  $P_{GK}$ , en cuyo caso  $P_{Loss}$ , también estará en megawatts.

Para el sistema del que se obtuvieron los coeficientes B, se tienen las pérdidas exactas solamente para esa carga en particular y para esas condiciones de operación.

#### 1.4.4.4 Despacho Económico de unidades térmicas

El problema del despacho económico sin pérdidas se fundamenta en minimizar el costo de producción en un instante para un valor de demanda del sistema, los generadores se ajustan para cumplir con los requerimientos de energía de los consumidores, satisfaciendo además otro tipo de restricciones propuestas. La Figura 1.6 muestra a los generadores conectados a una sola barra que alimentan a una carga.



**Figura 1.6.** N unidades térmicas para servir la carga

Este sistema consta de N unidades térmicas conectadas a una única barra, y sirviendo a una carga eléctrica  $P_D$ .

Cada  $F_i$  representa la tasa de costo de cada unidad y la salida  $P_i$ , es la energía eléctrica generada por esa unidad en particular.

Matemáticamente se puede expresar una función objetivo  $F_T$ , que es igual al costo total para suministrar la carga. El problema es minimizar  $F_T$  sujeto a la restricción, que la suma de las potencias generadas deben ser iguales a la carga recibida.

$$F_T = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_N$$

$$F_T = \sum_{i=1}^N F_i(P_i) \quad (1.54)$$

$$\phi = 0 = P_D - \sum_{i=1}^N P_{Gi}$$

Donde:

$P_D$  Es la Potencia de Demanda.

#### 1.4.4.5 Aplicación de los Multiplicadores de Lagrange para resolver Despacho Económico Térmico

Existen dos objetivos básicos que deben cumplirse en la operación de un sistema eléctrico de potencia, que sea seguro y económico.

La operación económica significa reducir los costos por la utilización de la energía eléctrica, esto incluye los costos de producción, transporte y consumo.

En un principio se consideraba el despacho económico con una sola restricción, "la potencia total generada es igual a la carga más las pérdidas".

$$P_D - \sum P_{Gi} = 0 \quad (1.55)$$

Donde

$$P_D = P_{Load} + P_{Losses}$$

De esta manera el despacho económico resultaba en un problema de Lagrange.

$$L = \sum F(P_{Gi}) + \lambda \left( P_D - \sum P_{Gi} \right) \quad (1.56)$$

Pero si se desea optimizar los costos de generación, pueden existir una serie de restricciones adicionales:

- Restricciones de igualdad, se obtienen al imponer una restricción de balance de potencia activa y reactiva en todos los nodos del sistema.
- Restricciones de desigualdad, estas reflejan los límites operativos impuesto por los generadores, pueden ser límites de  $P_G$  y  $Q_G$ , de  $t_{on_{min}}$  y  $t_{off_{min}}$  de velocidad de cambio de generación
- De flujos de carga en las ramas, del cambiador de fase de un transformador, de las variables de control de los dispositivos FACTS, de emisión de contaminantes al medio etc.

### Despacho económico térmico sin considerar los límites de generación

Consideremos primero el caso sin límites de generación, donde la ecuación de Lagrange se define como:

$$L = \sum_{i=1}^N F_i(P_{Gi}) + \lambda \left[ P_D - \sum_{i=1}^N P_{Gi} \right] \quad (1.57)$$

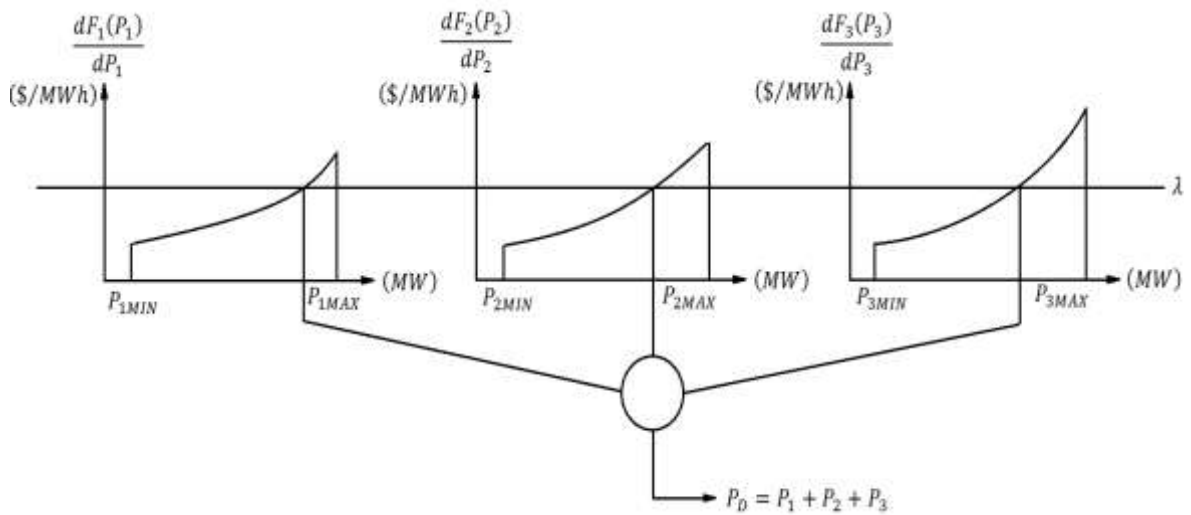
Para obtener el mínimo de la función de Lagrange encontramos las derivadas parciales de esta ecuación con respecto a cada una de las potencias  $P_i$  y  $\lambda$ , luego se igualan a cero obteniendo un grupo de ecuaciones como se muestra a continuación:

$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = \frac{dF_i(P_{Gi})}{dP_i} - \lambda = 0 \quad (1.58)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = - \sum_{i=1}^N P_{Gi} + P_D = 0 \quad (1.59)$$

Entonces el despacho económico de carga se logra al resolver las Ecuaciones (1.58) y (1.59). El término  $dF_i(P_{Gi})/dP_{Gi}$  es el costo marginal de cada generador cuyas unidades vienen expresadas en \$/MWh.

El multiplicador  $\lambda$  representa el precio eficiente al que se debe remunerar a los generadores para satisfacer la demanda. En la Figura 1.7 se observa que para cierto Lambda los generadores entregan distintas potencias, pero el precio pagado es el mismo para todos los generadores.



**Figura 1.7.** Interpretación gráfica de Lambda cuando está dentro de los límites de generación

Existen  $N + 1$  ecuaciones,  $N + 1$  incógnitas,  $N * P_{Gi}$  y  $\lambda$ , el sistema de ecuaciones es lineal existe una solución única al despacho económico.

Al considerar una función cuadrática para el costo del generador  $i$ , se puede escribir.

$$\begin{bmatrix} 2C_1 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & 2C_2 & 0 & \vdots & -1 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 2C_n & -1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ \vdots \\ P_{Gn} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_1 \\ -b_2 \\ \vdots \\ -b_n \\ P_D \end{bmatrix} \quad (1.60)$$

El sistema anterior puede ser fácilmente resuelto, utilizando un algoritmo computacional.

**EJEMPLO 1.1:** Suponga que se desea resolver despacho económico para tres unidades térmicas, donde la demanda a satisfacer es de 850 MW.

**U-1: de vapor a base de diesel**

$$H_1(P_{G1}) = 510 + 7.2P_{G1} + 0.00142P_{G1}^2 \left( \frac{Mbtu}{h} \right)$$

**U-2: de vapor a base de Fuel Oil**

$$H_2(P_{G2}) = 310 + 7.85P_{G2} + 0.00194P_{G2}^2 \left( \frac{Mbtu}{h} \right)$$

**U-3: de vapor a base de Fuel Oil**

$$H_3(P_{G3}) = 78 + 7.97P_{G3} + 0.00482P_{G3}^2 \left( \frac{Mbtu}{h} \right)$$

El costo del combustible para cada unidad es:

$$C_1 = 1.1 \$/Mbtu$$

$$C_2 = 1.0 \$/Mbtu$$

$$C_3 = 1.0 \$/Mbtu$$

Entonces

$$F_1(P_{G1}) = H_1(P_{G1})C_1 = H_1(P_{G1})1.1 = 561 + 7.92P_{G1} + 0.001562P_{G1}^2 \left( \frac{\$}{h} \right)$$

$$F_2(P_{G2}) = H_2(P_{G2})C_2 = H_2(P_{G2})1.0 = 310 + 7.85P_{G2} + 0.00194P_{G2}^2 \left( \frac{\$}{h} \right)$$

$$F_3(P_{G3}) = H_3(P_{G3})C_3 = H_3(P_{G3})1.0 = 78 + 7.97P_{G3} + 0.00482P_{G3}^2 \left( \frac{\$}{h} \right)$$

El lagrangiano

$$L = F_1(P_{G1}) + F_2(P_{G2}) + F_3(P_{G3}) + \lambda[850 - P_{G1} - P_{G2} - P_{G3}]$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{dL}{dP_{G1}} = 7.92 + 0.003124P_{G1} - \lambda$$

$$\frac{dL}{dP_{G2}} = 7.85 + 0.00388P_{G2} - \lambda$$

$$\frac{dL}{dP_{G3}} = 7.97 + 0.00964P_{G3} - \lambda$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} - 850$$

Reescribiendo en forma matricial las ecuaciones (a)-(d) se tiene:

$$\begin{bmatrix} 0.003124 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0.00388 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0.00964 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ P_{G3} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7.92 \\ -7.85 \\ -7.97 \\ 850 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones lineales anterior se obtiene:

$$P_{G1} = 393.17 \text{ MW}$$

$$P_{G2} = 334.60 \text{ MW}$$

$$P_{G3} = 122.22 \text{ MW}$$

$$\lambda = 9.1482 \text{ \$/MWh}$$

En la Tabla 1.1 se muestra las potencias generadas.

**Tabla 1.1.** Resultados del Ejemplo 1.1

| <b>Generador</b> | <b><math>P_G</math> calculada</b> |
|------------------|-----------------------------------|
| $P_{G1}$         | 393.17                            |
| $P_{G2}$         | 334.60                            |
| $P_{G3}$         | 122.22                            |

### Despacho económico térmico considerando los límites de generación

Al agregarse los límites operativos de las unidades de generación la potencia de salida de cada unidad debe ser mayor o igual que la potencia mínima permitida y menor o igual que la potencia máxima permitida de cada unidad de generación. Luego se plantea el problema de optimización del despacho económico de la siguiente manera.

$N$  Ecuaciones

$$\frac{dF_i}{dP_{Gi}} = \lambda \quad (1.61)$$

$2N$  Desigualdades

$$P_{Gi \min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi \max} \quad (1.62)$$

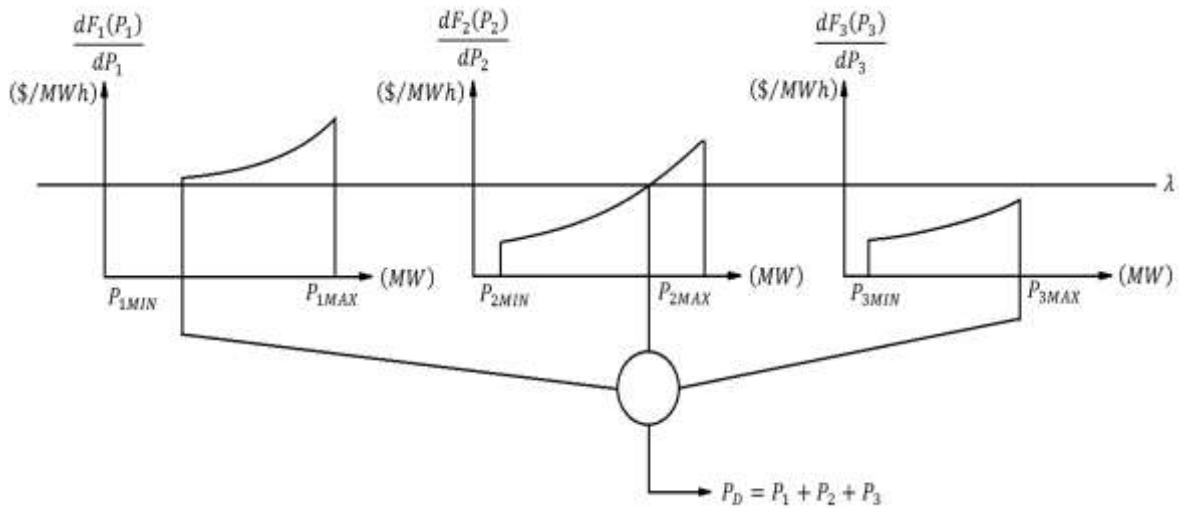
1 Restricción

$$\sum_{i=1}^N P_{Gi} = P_D \quad (1.63)$$

Cuando reconocemos las restricciones de desigualdad, entonces las condiciones necesarias se pueden expandir ligeramente como se muestra en las Ecuaciones (1.64).

$$\begin{aligned} \frac{dF_i}{dP_{Gi}} = \lambda \quad \text{Para} \quad P_{Gi \min} < P_{Gi} < P_{Gi \max} \\ \frac{dF_i}{dP_{Gi}} \leq \lambda \quad \text{Para} \quad P_{Gi} = P_{Gi \max} \end{aligned} \quad (1.64)$$

$$\frac{dF_i}{dP_{Gi}} \geq \lambda \quad \text{Para } P_{Gi} = P_{Gi \min}$$



**Figura 1.8.** Interpretación gráfica de Lambda cuando está fuera de los límites de operación

Existen  $N + 1$  ecuaciones,  $N + 1$  incógnitas,  $N * P_{Gi}$  y  $\lambda$ , el sistema de ecuaciones es lineal existe una solución única al despacho económico.

Al considerar una función cuadrática para el costo del generador  $i$ , se puede escribir.

$$\begin{bmatrix} 2C_1 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ 0 & 2C_2 & 0 & \vdots & -1 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 2C_n & -1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ \vdots \\ P_{Gn} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_1 \\ -b_2 \\ \vdots \\ -b_n \\ P_D \end{bmatrix} \quad (1.65)$$

Donde los valores de  $P_{Gi}$  tienen que encontrarse entre de los valores de  $P_{min}$  y  $P_{max}$ .

Si uno o más valores de  $P_{Gi}$  son mayores a los límites máximos de operación o menores a los límites mínimos, se procede de la siguiente manera:

- Utilizando las condiciones de primer orden, calculamos los valores de  $\lambda$  para cada generador que no cumpla con la condición, utilizando como valor de  $P_{Gi}$  el valor de  $P_{min}$  si  $P_{Gi}$  es menor al límite mínimo y el valor de  $P_{max}$  si  $P_{Gi}$  es mayor al límite máximo.
- Asignamos el valor de  $P_{Gi}$  cuyo  $\lambda$  sea menor, a su respectivo límite de operación.

- Recalculamos el resto de valores  $P_{Gi}$ .
- Si nuevamente uno o más valores no están dentro de sus respectivos límites repetimos el proceso hasta que todos los valores cumplan con esta condición.

**EJEMPLO 1.2:** Resolviendo el ejemplo anterior con un cambio de costo del combustible para la unidad uno  $P_{G1}$ .

**U-1: de vapor a base de carbón**

$$H_1(P_{G1}) = 510 + 7.2P_{G1} + 0.00142P_{G1}^2 \left( \frac{Mbtu}{h} \right)$$

**U-2: de vapor a base de Fuel Oil**

$$H_2(P_{G2}) = 310 + 7.85P_{G2} + 0.00194P_{G2}^2 \left( \frac{Mbtu}{h} \right)$$

**U-3: de vapor a base de Fuel Oil**

$$H_3(P_{G3}) = 78 + 7.97P_{G3} + 0.00482P_{G3}^2 \left( \frac{Mbtu}{h} \right)$$

El costo del combustible para cada unidad es:

$$C_1 = 0.9 \$/Mbtu$$

$$C_2 = 1.0 \$/Mbtu$$

$$C_3 = 1.0 \$/Mbtu$$

Entonces

$$F_1(P_{G1}) = H_1(P_{G1})C_1 = H_1(P_{G1})0.9 = 459 + 6.48P_{G1} + 0.00128P_{G1}^2 \left( \frac{\$}{h} \right)$$

$$F(P_{G2}) = H_2(P_{G2})C_2 = H_2(P_{G2})1.0 = 310 + 7.85P_{G2} + 0.00194P_{G2}^2 \left( \frac{\$}{h} \right)$$

$$F(P_{G3}) = H_3(P_{G3})C_3 = H_3(P_{G3})1.0 = 78 + 7.97P_{G3} + 0.00482P_{G3}^2 \left( \frac{\$}{h} \right)$$

El lagrangiano

$$L = F_1(P_{G1}) + F(P_{G2}) + F(P_{G3}) + \lambda[850 - P_{G1} - P_{G2} - P_{G3}]$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{dL}{dP_{G1}} = 6.48 + 0.00256P_{G1} - \lambda$$



$$\frac{dL}{dP_{G2}} = 7.85 + 0.00388P_{G2} - \lambda$$

$$\frac{dL}{dP_{G3}} = 7.97 + 0.00964P_{G3} - \lambda$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} - 850$$

El nuevo sistema de ecuaciones que se tiene es:

$$\begin{bmatrix} 0.00256 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0.00388 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0.00964 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ P_{G3} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6.48 \\ -7.85 \\ -7.97 \\ 850 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones lineales anterior se obtiene:

$$P_{G1} = 703.15 \text{ MW}$$

$$P_{G2} = 112.16 \text{ MW}$$

$$P_{G3} = 32.69 \text{ MW}$$

$$\lambda = 8.2851 \text{ \$/MWh}$$

**Tabla 1.2.** Primeros resultados del Ejemplo 1.2

| Generador | $P_{G \min}$ | $P_{G \max}$ | $P_G \text{ calculada}$ |
|-----------|--------------|--------------|-------------------------|
| $P_{G1}$  | 150          | 600          | 703.15                  |
| $P_{G2}$  | 100          | 400          | 112.16                  |
| $P_{G3}$  | 50           | 200          | 32.69                   |

Sin embargo Como se puede ver en la Tabla 1.2 tanto  $P_{G1}$  como  $P_{G3}$  están fuera de sus límites operativos, por lo que calculamos el costo incremental de las unidades 1 y 3:

$$\frac{dL}{dP_{G1}} = 6.48 + 0.00256P_{G1} = \lambda$$

$$\lambda = 6.48 + 0.00256P_{G1}$$

$$P_{G1} = 600 \text{ MW}$$

$$\lambda = 6.48 + 0.00256(600)$$

$$\lambda = 8.0136$$

$$\frac{dL}{dP_{G3}} = 7.97 + 0.00964P_{G3} = \lambda$$

$$\lambda = 7.97 + 0.00964P_{G3}$$

$$P_{G3} = 50 \text{ MW}$$

$$\lambda = 7.97 + 0.00964(50)$$

$$\lambda = 8.452$$

El costo incremental para la unidad 1 es menor que el de la unidad 3, por lo que la unidad 1 debe estar en su límite máximo. Por lo tanto, para encontrar el óptimo modificamos el lagrangiano.

$$L = C_1(P_{G1}) + C_2(P_{G2}) + C_3(P_{G3}) + \lambda[850 - P_{G1} - P_{G2} - P_{G3}] + \mu_1(P_{G1} - P_{G1}^{Max})$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{dL}{dP_{G1}} = 6.48 + 0.00256P_{G1} + \mu_1 - \lambda$$

$$\frac{dL}{dP_{G2}} = 7.85 + 0.00388P_{G2} - \lambda$$

$$\frac{dL}{dP_{G3}} = 7.97 + 0.00964P_{G3} - \lambda$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} - 850$$

$$\frac{dL}{d\mu_1} = P_{G1} - P_{G1}^{Max} = P_{G1} - 600$$

El nuevo sistema de ecuaciones que se tiene es:

$$\begin{bmatrix} 0.00256 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0.00388 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00964 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ P_{G3} \\ \lambda \\ \mu_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6.48 \\ -7.85 \\ -7.97 \\ 850 \\ 600 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones lineales anterior se obtiene:

$$P_{G1} = 600 \text{ MW}$$

$$P_{G2} = 187.13 \text{ MW}$$

$$P_{G3} = 62.87 \text{ MW}$$

$$\lambda = 8.576 \text{ \$/MWh}$$

$$\mu_1 = 0.56$$

En la Tabla 1.3 se muestra que las potencias generadas están dentro de los límites operativos.

**Tabla 1.3.** Segundos resultados del Ejemplo 1.2

| Generador | $P_{G \min}$ | $P_{G \max}$ | $P_{G \text{ calculada}}$ |
|-----------|--------------|--------------|---------------------------|
| $P_{G1}$  | 150          | 600          | 600                       |
| $P_{G2}$  | 100          | 400          | 187.13                    |
| $P_{G3}$  | 50           | 200          | 62.87                     |

### Despacho económico térmico considerando las pérdidas del sistema

El incorporar las pérdidas óhmicas trae consecuencias económicas, ya que dependiendo de la distribución de las centrales en el sistema, dos centrales con la misma función de costo generen una distinta cantidad de energía ya que la una central puede tener mayor impacto en las pérdidas óhmicas que otra.

Una solución a este problema es incorporar una expresión para las pérdidas óhmicas  $P_{Loss}$ , como función de las potencias generadas por las unidades  $P_{Gi}$ .

$$P_{Loss} = B_{11}P_{G1}^2 + B_{22}P_{G2}^2 + B_{33}P_{G3}^2 \quad (1.66)$$

Dando como resultado

$$P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} - P_D - P_{Loss} = 0 \quad (1.67)$$

Esto se añade a las Ecuaciones (1.58) y se obtiene:

$$L = \sum_{i=1}^N F_i(P_{Gi}) + \lambda \left[ P_D + P_{Loss} - \sum_{i=1}^N P_{Gi} \right] \quad (1.68)$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_{Gi}} = \frac{dF_i(P_{Gi})}{dP_{Gi}} + \lambda \left( 1 - \frac{dF_i(P_{Loss})}{dP_{Gi}} \right) = 0 \quad (1.69)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = - \sum_{i=1}^N P_{Gi} + P_D + P_{Loss} = 0 \quad (1.70)$$

Además de incorporar un proceso iterativo que involucre un recálculo de los coeficientes.

- **Paso 1** Se elige un conjunto de valores iniciales para  $P_{G1}$ ,  $P_{G2}$ , y  $P_{G3}$ , que sumados den como resultado la demanda.
- **Paso 2** Con los valores iniciales se calcula las pérdidas incrementales  $\partial P_{Loss} / \partial P_{Gi}$ , así como las pérdidas totales  $P_{Loss}$ . Las pérdidas incrementales y las pérdidas totales se considerarán constantes hasta que regresemos al Paso 2.

- **Paso 3** Calcular el valor de  $\lambda$ , en la cual  $P_{G1}$ ,  $P_{G2}$ , y  $P_{G3}$  sumen el total de carga más pérdidas. Esto es ahora tan simple como los cálculos en el Ejemplo 1.1 ya que las ecuaciones son nuevamente lineales.
- **Paso 4** Compare el  $P_{G1}$ ,  $P_{G2}$ , y  $P_{G3}$  del Paso 3 con los valores utilizados al comienzo del Paso 2. Si no hay un cambio significativo en ninguno de los valores, el proceso ha concluido siendo los valores  $P_{G1}$ ,  $P_{G2}$ , y  $P_{G3}$  del Paso 3 las respuestas, de lo contrario vuelva al Paso 2.

**Ejemplo 1.3:** Comenzando con las mismas unidades y los mismos costos del Ejemplo 1.1, se añade una expresión simplificada de las pérdidas del sistema.

$$P_{Loss} = 0.00003P_{G1}^2 + 0.00009P_{G2}^2 + 0.00012P_{G3}^2$$

**Paso 1** Elegir los valores iniciales de  $P_{G1}$ ,  $P_{G2}$ , y  $P_{G3}$ .

$$P_{G1} = 400 \text{ MW}$$

$$P_{G2} = 300 \text{ MW}$$

$$P_{G3} = 150 \text{ MW}$$

**Paso 2** Usar los valores iniciales para calcular las pérdidas incrementales  $\partial P_{Loss}/\partial P_{Gi}$ , y pérdidas totales  $P_{Loss}$ .

$$\frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_{G1}} = 2(0.00003)P_{G1} = 2(0.00003)400 = 0.024$$

$$\frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_{G2}} = 2(0.00009)P_{G2} = 2(0.00009)300 = 0.054$$

$$\frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_{G3}} = 2(0.00012)P_{G3} = 2(0.00012)150 = 0.036$$

$$P_{Loss} = 0.00003(400)^2 + 0.00009(300)^2 + 0.00012(150)^2 = 15.6 \text{ MW}$$

El lagrangiano

$$L = F_1(P_{G1}) + F_2(P_{G2}) + F_3(P_{G3}) + \lambda[850 + P_{Loss} - P_{G1} - P_{G2} - P_{G3}]$$

**Paso 3** Cálculo del valor de  $\lambda$ .

$$\frac{dL}{dP_{G1}} = 7.92 + 0.003124P_{G1} - \lambda(1 - 0.024) = 7.92 + 0.003124P_{G1} - \lambda(0.976)$$

$$\frac{dL}{dP_{G2}} = 7.85 + 0.00388P_{G2} - \lambda(1 - 0.054) = 7.85 + 0.00388P_{G2} - \lambda(0.946)$$

$$\frac{dL}{dP_{G3}} = 7.97 + 0.00964P_{G3} - \lambda(1 - 0.036) = 7.97 + 0.00964P_{G3} - \lambda(0.964)$$

y

$$\frac{dL}{d\lambda} = P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} - 850 - P_{Loss}$$

$$P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} - 850 - 15.6$$

$$P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} - 865.6$$

Reescribiendo en forma matricial las ecuaciones

$$\begin{bmatrix} 0.003124 & 0 & 0 & -0.976 \\ 0 & 0.00388 & 0 & -0.946 \\ 0 & 0 & 0.00964 & -0.964 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ P_{G3} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7.92 \\ -7.85 \\ -7.97 \\ 865.5 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones lineales anterior se obtiene:

$$P_{G1} = 440.68 \text{ MW}$$

$$P_{G2} = 299.12 \text{ MW}$$

$$P_{G3} = 125.77 \text{ MW}$$

$$\lambda = 9.5252$$

**Paso 4** Dado que los valores de  $P_{G1}$ ,  $P_{G2}$ , y  $P_{G3}$  son bastante diferentes a los de inicio, volvemos al paso 2.

$$P_{G1} = 400 \text{ MW} \rightarrow 440.68 \text{ MW}$$

$$P_{G2} = 300 \text{ MW} \rightarrow 299.12 \text{ MW}$$

$$P_{G3} = 150 \text{ MW} \rightarrow 125.77 \text{ MW}$$

**Paso 2** Las pérdidas incrementales se recalculan con los nuevos valores de generación.

$$\frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_{G1}} = 2(0.00003)440.68 = 0.0264$$

$$\frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_{G2}} = 2(0.00009)299.12 = 0.0538$$

$$\frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_{G3}} = 2(0.00012)125.77 = 0.0301$$

$$P_{Loss} = 0.00003(440.68)^2 + 0.00009(299.12)^2 + 0.00012(125.77)^2 = 15.78 \text{ MW}$$

El lagrangiano

$$L = F_1(P_{G1}) + F_2(P_{G2}) + F_3(P_{G3}) + \lambda[850 + P_{Loss} - P_{G1} - P_{G2} - P_{G3}]$$

**Paso 3** Cálculo del valor de  $\lambda$ .

$$\frac{dL}{dP_{G1}} = 7.92 + 0.003124P_{G1} - \lambda(1 - 0.0264) = 7.92 + 0.003124P_{G1} - \lambda(0.9736)$$

$$\frac{dL}{dP_{G2}} = 7.85 + 0.00388P_{G2} - \lambda(1 - 0.0538) = 7.85 + 0.00388P_{G2} - \lambda(0.9462)$$

$$\frac{dL}{dP_{G3}} = 7.97 + 0.00964P_{G3} - \lambda(1 - 0.0301) = 7.97 + 0.00964P_{G3} - \lambda(0.9699)$$

y

$$\frac{dL}{d\lambda} = P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} - 850 - P_{Loss}$$

$$P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} - 850 - 15.78$$

$$P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} - 865.78$$

Reescribiendo en forma matricial las ecuaciones

$$\begin{bmatrix} 0.003124 & 0 & 0 & -0.9736 \\ 0 & 0.00388 & 0 & -0.9462 \\ 0 & 0 & 0.00964 & -0.9699 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ P_{G3} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7.92 \\ -7.85 \\ -7.97 \\ 865.78 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones lineales anterior se obtiene:

$$P_{G1} = 440.68 \text{ MW}$$

$$P_{G2} = 299.12 \text{ MW}$$

$$P_{G3} = 125.77 \text{ MW}$$

$$\lambda = 9.5252$$

Este proceso se repetirá hasta que la diferencia entre potencias de salida sean mínimas.

**Tabla 1.4.** Resume el proceso iterativo utilizado para resolver este problema.

|                          | $P_{G1}$ | $P_{G2}$ | $P_{G3}$ | Pérdidas |
|--------------------------|----------|----------|----------|----------|
| <b>Valores iniciales</b> | 400      | 300      | 150      | 15.6     |
| <b>Iteración 1</b>       | 440.68   | 299.12   | 125.77   | 15.78    |
| <b>Iteración 2</b>       | 433.94   | 300.11   | 131.74   | 15.84    |
| <b>Iteración 3</b>       | 435.87   | 299.94   | 130.42   | 15.83    |
| <b>Iteración 4</b>       | 434.13   | 299.99   | 130.71   | 15.83    |

#### 1.4.4.6 Factores Ambientales

Los Gases de Efecto de Invernadero (GEI) representan menos del 1% de la composición atmosférica, los cuales cumplen la función de producir el “efecto invernadero natural”, permitiendo la vida en el planeta. El problema radica en el aumento de GEI debido a la actividad humana, sobretodo el  $CO_2$ , que produce un cambio en las condiciones de la atmósfera es a nivel global y se lo conoce como Cambio Climático.

Un gran porcentaje del  $CO_2$  liberado a la atmosfera es resultado de la generación de energía, a través de las centrales que utilizan combustibles fósiles.

#### Protocolo de Kioto

Es un acuerdo internacional que tiene por objetivo reducir las emisiones de seis gases de efecto invernadero que causan el calentamiento global, adoptado por más de 190 países, en la Convención Marco de las Naciones Unidas sobre el Cambio Climático (CMNUCC).

- Dióxido de carbono ( $CO_2$ ).
- Metano ( $CH_4$ ).
- Óxido nitroso ( $N_2O$ ).
- Hidrofluorocarbonos (HFC).
- Perfluorocarbonos (PFC).
- Hexafluoruro de azufre ( $SF_6$ ).

#### Coeficiente de emisión de dióxido de carbono

La producción de energía eléctrica a través de generación térmica contribuye en gran medida a la contaminación del ambiente y está directamente relacionada con la energía eléctrica generada y se lo representa de la siguiente forma:

$P_j$       Coeficiente de emisiones de  $CO_2$  (*ton  $CO_2$ /MWh*) de la unidad j

No existen valores estandarizados de los coeficientes de emisión de  $CO_2$  [4], existen dos métodos utilizados para su determinación:

- Referencia: depende del contenido de carbono resultado de la quema de un determinado combustible, y del año de estimación.
- Tecnologías de diferentes contaminantes: uso dado al energético y del año de estimación.

Para el diesel, fuel-oil, residuo y el gas natural. los coeficientes de emisión de  $CO_2$  fueron obtenidos mediante la aplicación del método de tecnologías por la Organización Latinoamericana de Energía (OLADE) y publicadas en la guía SIEN M-5, SIEN M-3.

**Tabla 1.5.** Coeficientes de emisión de  $CO_2$

| <b>Tipo de Combustible</b> | <b>Coeficiente de <math>CO_2</math> (Ton <math>CO_2</math>/MWh)</b> |
|----------------------------|---|
| Residuo                    | 0.274371  |
| Fuel - Oil                 | 0.266743  |
| Diesel                     | 0.251687  |
| Gas Natural                | 0.178735  |

Fuente: Guía SIEN M5 - SIEN M3 - OLADE

### **Impuesto sobre el carbono**

El impuesto sobre el carbono es un instrumento que capta los costos externos de las emisiones de gases de efecto invernadero (GEI) y los vincula a sus fuentes a través de un precio, generalmente sobre el dióxido de carbono emitido [17], algunos de estos efectos pueden ser:

- Daños a los cultivos
- Costos de atención médica por las olas de calor y las sequías
- Pérdida de propiedades por inundaciones
- Aumento del nivel del mar

Un precio sobre el carbono ayuda a trasladar la carga del daño de las emisiones de GEI a los responsables que pueden evitarlo. En lugar de dictar quién debería reducir las emisiones dónde y cómo, el precio del carbono proporciona una señal económica a los emisores y les permite decidir transformar sus actividades y reducir sus emisiones, o continuar emitiendo y pagar el impuesto. De esta manera, el objetivo ambiental general se logra de la manera más flexible y de menor costo para la sociedad. Poner un precio adecuado a las emisiones de GEI es de importancia fundamental para internalizar el costo externo del cambio climático en la gama más amplia posible de toma de decisiones económicas y para establecer incentivos económicos para un desarrollo limpio.

Existe un consenso cada vez mayor entre los gobiernos y las empresas sobre el papel fundamental de los precios del carbono en la transición a una economía descarbonizada. Para los gobiernos, el precio del carbono es uno de los instrumentos del



paquete de políticas climáticas necesario para reducir las emisiones. En la mayoría de los casos, también es una fuente de ingresos, lo cual es particularmente importante en un entorno económico de restricciones presupuestarias. Las empresas utilizan los precios internos del carbono identificar posibles riesgos climáticos y oportunidades de ingresos. Finalmente, los inversores a largo plazo utilizan los precios del carbono para analizar el impacto potencial de las políticas de cambio climático en sus carteras de inversión, lo que les permite reevaluar las estrategias de inversión y reasignar capital hacia actividades bajas en carbono o de poco impacto ambiental.

El impuesto al carbono se refiere a iniciativas que ponen un precio explícito a las emisiones de GEI, es decir, un precio expresado como un valor por tonelada de dióxido de carbono equivalente ( $tCO_2e$ ). Ampliar las reducciones de emisiones de  $CO_2$  y reducir el costo de la mitigación es crucial para descarbonizar las economías. Dado el tamaño y la urgencia impuesta por el cambio climático, se requerirá una gama completa de enfoques de fijación de precios del carbono, junto con otras políticas y regulaciones de apoyo.

### **Principales tipos de precios del carbono**

**Un sistema de comercio de emisiones (SCE)**, es un sistema donde los emisores pueden intercambiar unidades de emisión para cumplir sus objetivos ambientales. Para cumplir sus objetivos al mínimo costo, las entidades reguladas pueden implementar medidas de reducción internas o adquirir unidades de emisión en el mercado de carbono, dependiendo de los costos relativos de estas opciones. Al crear la oferta y la demanda de unidades de emisiones, un SCE establece un precio de mercado para las emisiones de GEI. Los dos tipos principales de SCE son:

- Sistema Cap-and-trade, seleccionando un límite máximo de emisiones dentro del SCE y una autoridad central distribuye las concesiones de emisión, generalmente de forma gratuita o mediante subastas, hasta alcanzar ese límite.
- Sistemas Baseline-and-credit, donde los niveles de referencia de emisiones se definen para entidades reguladas individuales y los créditos se emiten a entidades que han reducido sus emisiones por debajo de este nivel. Estos créditos pueden venderse a otras entidades que excedan sus niveles de emisión de referencia.

**Un impuesto al carbono**, establece directamente un precio sobre el carbono al definir una tasa sobre las emisiones de GEI o, más comúnmente, sobre el contenido de carbono

de los combustibles fósiles, es decir, un precio por  $tCO_2$  emitida. Es diferente de un ETS en que el resultado de reducción de emisiones de un impuesto al carbono no está predefinido, pero sí el precio del carbono.

En el Anexo C se explica distintos parámetros que las organizaciones recomiendan a los gobiernos utilizar para calcular un precio al carbono de una manera técnica.

#### **1.4.4.7 Aplicación de los Multiplicadores de Lagrange para resolver Despacho Económico Ambiental**

El despacho económico ambiental es una extensión del problema expuesto anteriormente, para lo cual es necesario aumentar parámetros ambientales del contaminante que se quiere disminuir, en este caso el dióxido de carbono.

El objetivo es encontrar la potencia de generación  $P_{Gi}$  de cada unidad térmica que minimice el costo de operación, satisfaciendo los requerimientos de carga y las restricciones de emisiones de dióxido de carbono [3].

Se puede incluir los parámetros de las emisiones en el despacho de generación de las siguientes maneras:

##### **Minimizar la emisión del contaminante**

Se utiliza la función de las emisiones del contaminante como función objetivo, sin considerar los costos de los combustibles, entregando el valor mínimo de emisiones.

##### **Incorporando funciones de emisiones como restricciones**

Utilizado cuando existen leyes que restringen las emisiones de algún contaminante.

##### **Incluir parámetros de las emisiones en el despacho económico convencional**

Se suma a la función de costos de combustible, las funciones de emisiones con el costo de polución de cada tipo de contaminante, para lo cual es necesario cuantificar monetariamente los efectos de la contaminación.

##### **Despacho económico ambiental considerando las pérdidas del sistema**

En este trabajo se utilizara el tercer método de los descritos anteriormente, ya que permite una disminución de emisiones hasta un punto en que los costos no aumenten excesivamente.

La formulación matemática del problema es:

$$L = \sum_{i=1}^N [F_i(P_{Gi}) + CE_i C_{CO_2}(P_{Gi})] + \lambda \left[ P_D - \sum_{i=1}^N P_{Gi} \right] \quad (1.71)$$

Dónde:

- $P_{Gi}$  Potencia de generación de cada unidad (MW)
- $CE_i$  Coeficiente de emisiones de  $CO_2$  (t  $CO_2$ /MWh)
- $C_{CO_2}$  Costo de una tonelada de  $CO_2$  (\$/t  $CO_2$ )

**Ejemplo 1.4:** Comenzando con las mismas unidades y los mismos costos del Ejemplo 1.3, se añade una multa ambiental y coeficientes de emisiones de  $CO_2$  distintos para cada unidad.

Costo de una tonelada de  $CO_2$

$$C_{CO_2} = 2 \left( \frac{\$}{t CO_2} \right)$$

Coeficiente de emisiones de  $CO_2$

$$CE_1 = 0.251687 \left( \frac{t CO_2}{MWh} \right)$$

$$CE_2 = 0.178735 \left( \frac{t CO_2}{MWh} \right)$$

$$CE_3 = 0.266743 \left( \frac{t CO_2}{MWh} \right)$$

Se incluye los factores ambientales a los parámetros ya conocidos

$$\begin{aligned} F_1(P_{G1}) &= H_1(P_{G1})C_1 = (561 + 7.92P_{G1} + 0.001562P_{G1}^2) + (2 * 0.251687)P_{G1} \left( \frac{\$}{h} \right) \\ &= 561 + 8.423374P_{G1} + 0.001562P_{G1}^2 \left( \frac{\$}{h} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2(P_{G2}) &= H_2(P_{G2})C_2 = (310 + 7.85P_{G2} + 0.00194P_{G2}^2) + (2 * 0.178735)P_{G2} \left( \frac{\$}{h} \right) \\ &= 310 + 7.885747P_{G2} + 0.00194P_{G2}^2 \left( \frac{\$}{h} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_3(P_{G3}) &= H_3(P_{G3})C_3 = (78 + 7.97P_{G3} + 0.00482P_{G3}^2) + (2 * 0.266743)P_{G3} \left( \frac{\$}{h} \right) \\ &= 78 + 8.503486P_{G3} + 0.00482P_{G3}^2 \left( \frac{\$}{h} \right) \end{aligned}$$

El lagrangiano

$$L = C_1(P_{G1}) + C_2(P_{G2}) + C_3(P_{G3}) + \lambda[850 - P_{G1} - P_{G2} - P_{G3}]$$

Expresión simplificada de las pérdidas del sistema.

$$P_{Loss} = 0.00003P_{G1}^2 + 0.00009P_{G2}^2 + 0.00012P_{G3}^2$$

**Paso 1** Elegir los valores iniciales de  $P_{G1}$ ,  $P_{G2}$ , y  $P_{G3}$ .

$$P_{G1} = 400 \text{ MW}$$

$$P_{G2} = 300 \text{ MW}$$

$$P_{G3} = 150 \text{ MW}$$

**Paso 2** Usar los valores iniciales para calcular las pérdidas incrementales  $\partial P_{Loss}/\partial P_{Gi}$ , y pérdidas totales  $P_{Loss}$ .

$$\frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_{G1}} = 2(0.00003)400 = 0.024$$

$$\frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_{G2}} = 2(0.00009)300 = 0.054$$

$$\frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_{G3}} = 2(0.00012)150 = 0.036$$

$$P_{Loss} = 0.00003(400)^2 + 0.00009(300)^2 + 0.00012(150)^2 = 15.6 \text{ MW}$$

El lagrangiano

$$L = F_1(P_{G1}) + F_2(P_{G2}) + F_3(P_{G3}) + \lambda[850 + P_{Loss} - P_{G1} - P_{G2} - P_{G3}]$$

**Paso 3** Cálculo del valor de  $\lambda$ .

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dP_{G1}} &= 8.423374 + 0.003124P_{G1} - \lambda(1 - 0.024) \\ &= 8.423374 + 0.003124P_{G1} - \lambda(0.976) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dP_{G2}} &= 7.885747 + 0.00388P_{G2} - \lambda(1 - 0.054) \\ &= 7.885747 + 0.00388P_{G2} - \lambda(0.946) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dP_{G3}} &= 8.503486 + 0.00964P_{G3} - \lambda(1 - 0.036) \\ &= 8.503486 + 0.00964P_{G3} - \lambda(0.964) \end{aligned}$$

y

$$\frac{dL}{d\lambda} = P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} - 850 - P_{Loss}$$

$$P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} - 850 - 15.6$$

$$P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} - 865.6$$

Reescribiendo en forma matricial las ecuaciones

$$\begin{bmatrix} 0.003124 & 0 & 0 & -0.976 \\ 0 & 0.00388 & 0 & -0.946 \\ 0 & 0 & 0.00964 & -0.964 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ P_{G3} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8.423374 \\ -7.885747 \\ -8.503486 \\ 865.6 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones lineales anterior se obtiene:

$$P_{G1} = 386.97 \text{ MW}$$

$$P_{G2} = 373.82 \text{ MW}$$

$$P_{G3} = 104.81 \text{ MW}$$

$$\lambda = 9.87$$

**Paso 4** Dado que los valores de  $P_{G1}$ ,  $P_{G2}$ , y  $P_{G3}$  son bastante diferentes a los de inicio, volvemos al paso 2.

$$P_{G1} = 400 \text{ MW} \rightarrow 386.97 \text{ MW}$$

$$P_{G2} = 300 \text{ MW} \rightarrow 373.82 \text{ MW}$$

$$P_{G3} = 150 \text{ MW} \rightarrow 104.81 \text{ MW}$$

**Paso 2** Las pérdidas incrementales se recalculan con los nuevos valores de generación.

$$\frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_{G1}} = 2(0.00003)386.97 = 0.0232182$$

$$\frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_{G2}} = 2(0.00009)373.82 = 0.0672876$$

$$\frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_{G3}} = 2(0.00012)104.81 = 0.0251544$$

$$P_{Loss} = 0.00003(386.97)^2 + 0.00009(373.82)^2 + 0.00012(104.81)^2 = 18.387 \text{ MW}$$

El lagrangiano

$$L = F_1(P_{G1}) + F_2(P_{G2}) + F_3(P_{G3}) + \lambda[850 + P_{Loss} - P_{G1} - P_{G2} - P_{G3}]$$

**Paso 3** Cálculo del valor de  $\lambda$ .

$$\begin{aligned}\frac{dL}{dP_{G1}} &= 8.423374 + 0.003124P_{G1} - \lambda(1 - 0.0232182) \\ &= 8.423374 + 0.003124P_{G1} - \lambda(0.9767818)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{dL}{dP_{G2}} &= 7.885747 + 0.00388P_{G2} - \lambda(1 - 0.0672876) \\ &= 7.885747 + 0.00388P_{G2} - \lambda(0.9327124)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{dL}{dP_{G3}} &= 8.503486 + 0.00964P_{G3} - \lambda(1 - 0.0251544) \\ &= 8.503486 + 0.00964P_{G3} - \lambda(0.9748456)\end{aligned}$$

y

$$\frac{dL}{d\lambda} = P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} - 850 - P_{Loss}$$

$$P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} - 850 - 18.387$$

$$P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} - 868.387$$

Reescribiendo en forma matricial las ecuaciones

$$\begin{bmatrix} 0.003124 & 0 & 0 & -0.9767818 \\ 0 & 0.00388 & 0 & -0.9327124 \\ 0 & 0 & 0.00964 & -0.9748456 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ P_{G3} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8.423374 \\ -7.885747 \\ -8.503486 \\ 868.387 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones lineales anterior se obtiene:

$$P_{G1} = 400.44 \text{ MW}$$

$$P_{G2} = 348.48 \text{ MW}$$

$$P_{G3} = 119.47 \text{ MW}$$

$$\lambda = 9.9$$

Este proceso se repetirá hasta que la diferencia entre potencias de salida sean mínimas.

**Tabla 1.6.** Resume el proceso iterativo utilizado para resolver este problema.

|                          | $P_{G1}$ | $P_{G2}$ | $P_{G3}$ | Pérdidas |
|--------------------------|----------|----------|----------|----------|
| <b>Valores iniciales</b> | 400      | 300      | 150      | 15.6     |
| <b>Iteración 1</b>       | 386.97   | 373.82   | 104.81   | 18.387   |
| <b>Iteración 2</b>       | 400.44   | 348.48   | 119.47   | 17.452   |
| <b>Iteración 3</b>       | 394.82   | 357.76   | 114.47   | 17.768   |

|                    |        |        |        |        |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|
| <b>Iteración 4</b> | 396.97 | 354.34 | 116.45 | 17.655 |
| <b>Iteración 5</b> | 397.18 | 354.92 | 115.55 | 17.671 |

## 2. METODOLOGÍA

En esta sección se mostrará los pasos que se siguieron para la concepción, diseño y desarrollo de las partes que componen el programa Opt.1, herramienta desarrollada en este trabajo para resolver despacho económico y despacho económico ambiental.

El programa Opt.1 fue desarrollado en el software libre Python, utilizando las siguientes herramientas:

- **Librería Numpy**, biblioteca de funciones matemáticas de alto nivel utilizada para trabajar con vectores o matrices.

- **Librería Tkinter**, es un binding de la biblioteca gráfica Tcl/Tk utilizada para la realización de interfaz gráfica de usuario (GUI) para Python.
- **PYPOWER**, es una herramienta computacional desarrollada en Python utilizada para correr flujos de potencia.

En el Anexo A se explica de forma detallada los pasos necesarios para la instalación de Python y de cada una de sus herramientas, además de un manual para el uso del programa Opt.1.

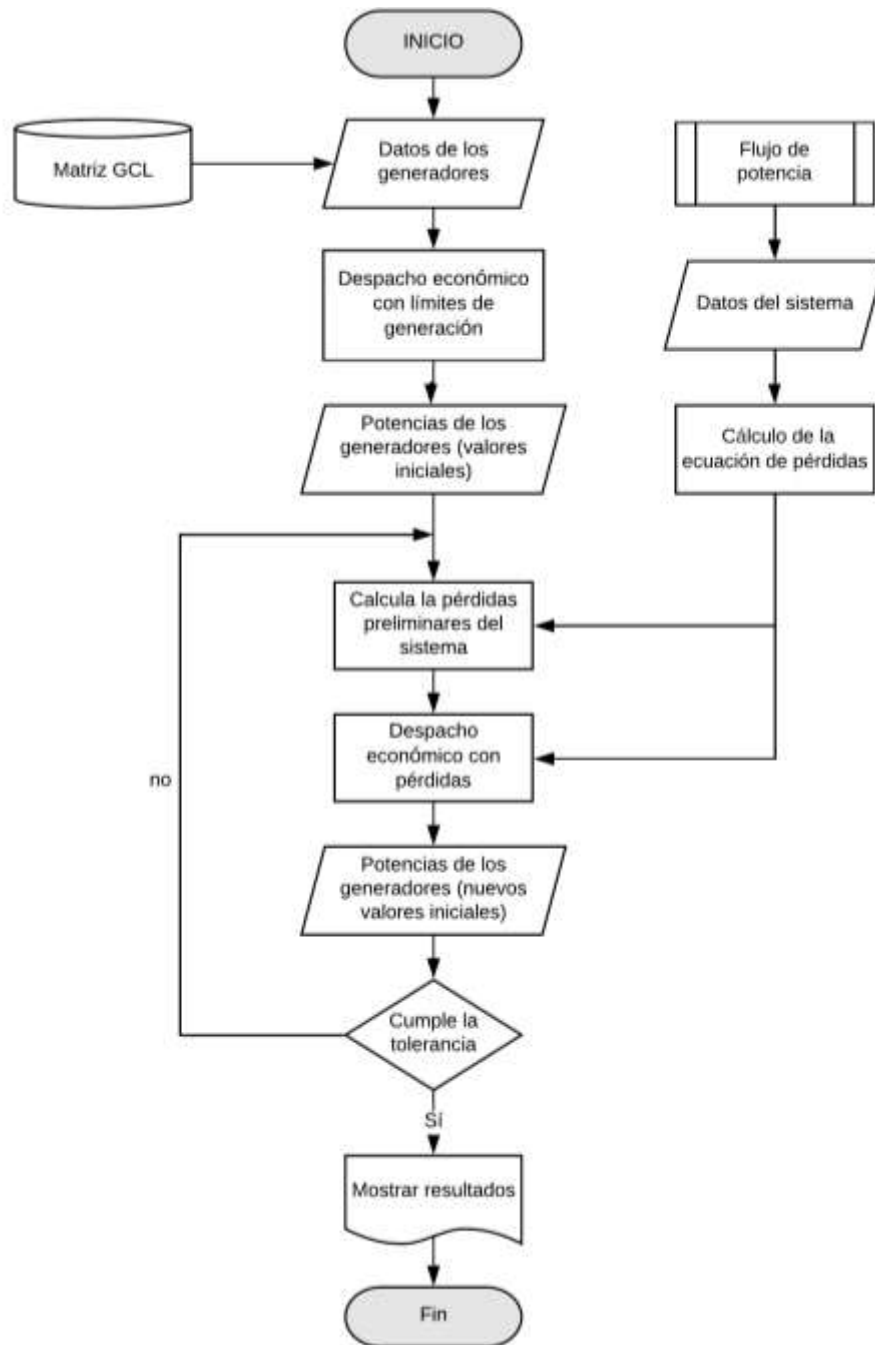
## 2.1 Despacho Económico con Opt.1

El cálculo de despacho económico se llevara a cabo utilizando el programa Opt.1 desarrollado para este trabajo, el cual realiza los siguientes pasos.

- **Paso 1** Se correrá un flujo de potencia para el sistema seleccionado usando la herramienta computacional PYPOWER para obtener los datos del sistema.
- **Paso 2** Utilizando los datos del sistema se realizará el cálculo de la ecuación de pérdidas.
- **Paso 3** Con los datos de los generadores el programa realizará un despacho económico preliminar, tomando en cuenta los límites de generación, obteniendo las potencias de generación.
- **Paso 4** Con los valores de las potencias de generación junto a la ecuación de pérdidas se obtendrán las pérdidas preliminares del sistema, que serán los valores iniciales para las iteraciones.
- **Paso 5** Utilizando los valores iniciales y la ecuación de pérdidas, el programa realizará un despacho económico considerando las pérdidas del sistema y los límites de generación, obteniendo nuevos valores iniciales.
- **Paso 6** Con los nuevos valores iniciales programa repetirá el Paso 5 hasta que se cumpla con la tolerancia requerida.
- **Paso 7** El programa imprimirá los resultados tanto de generación, costos de generación y emisiones de  $CO_2$  para cada generador y en total para todo el sistema.

El diagrama de flujos utilizado para resolver el despacho económico es el mostrado en la Figura 2.1.

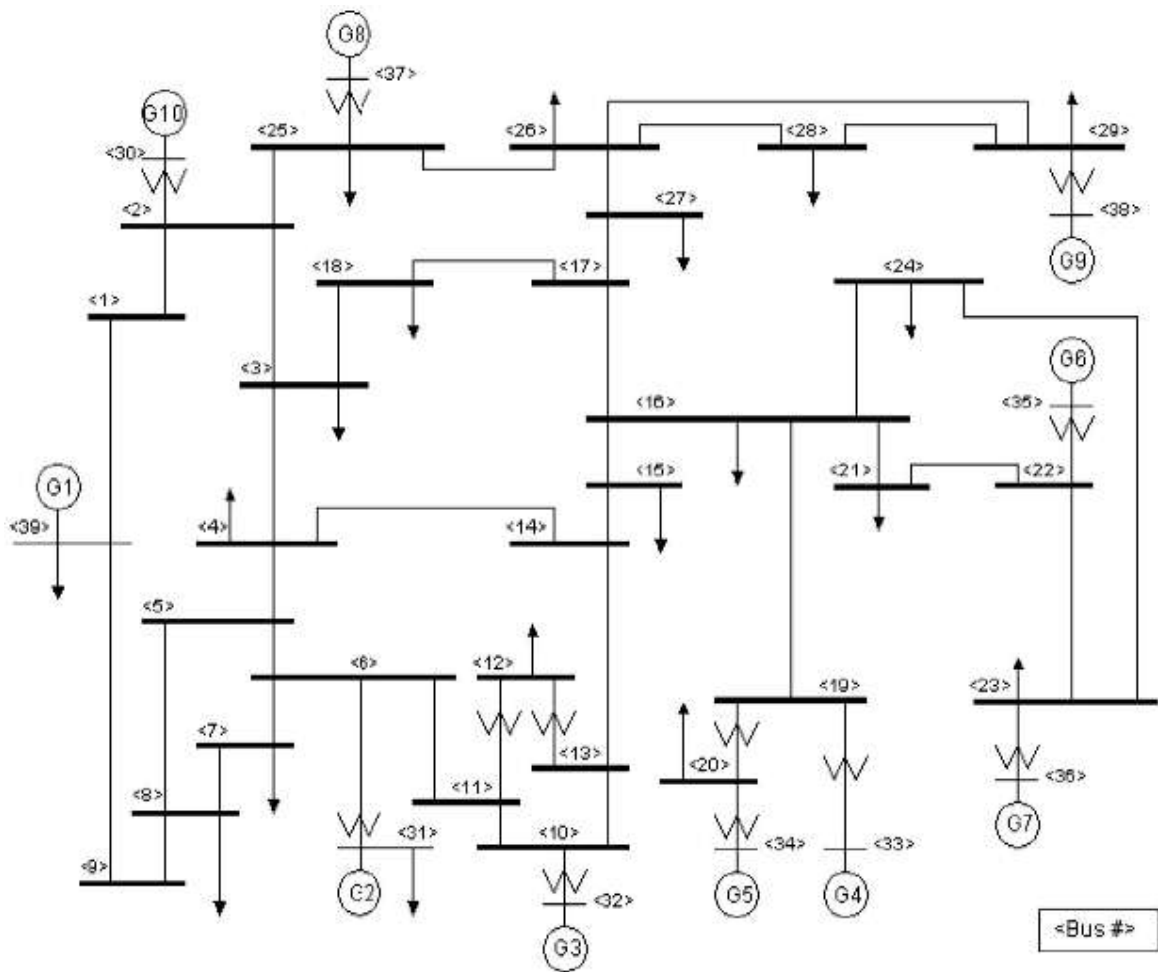




**Figura 2.1.** Diagrama de flujos del proceso de cálculo del Despacho Económico considerando las pérdidas del sistema

### EJEMPLO 2.1

Se desea resolver Despacho Económico para el caso de estudio de IEEE 39-bus que contiene 39 barras, 32 líneas de transmisión, 24 transformadores, 10 generadores y 19 cargas de impedancia constante que dan un total de 6097.1 MW, Figura 2.2.



**Figura 2.2** Caso de estudio IEEE 39-Bus [18]

Los datos de todos los elementos vienen dados por defecto en el caso de estudio IEEE 39-Bus, excepto las curvas características entrada-salida y sus límites de generación.

Para el ingreso de los límites de generación abrimos el archivo Opt.1, nos movemos a “parametros de los generadores” e ingresamos los datos dentro de la matriz GCL, el límite máximo de generación en la variable LMAX y el límite mínimo en le variable Lmin.

Las curvas características entrada-salida las ingresamos de la forma  $q(x) = a + bx + cx^2$ , con el siguiente orden: a, b y c.

```

#parámetros de Los generadores
#-----A-----B-----C-----Lmin---LMAX-----Coe-----
GCL = matrix('561    7.92    0.001562    0    8500    0.178735;' #G1
             '561    7.92    0.001562    150   595    0.251687;' #G2
             '561    7.92    0.001562    200   680    0.274371;' #G3
             '561    7.92    0.001562    200   680    0.266743;' #G4
             '561    7.92    0.001562    70    510    0.178735;' #G5
             '561    7.92    0.001562    200   680    0.251687;' #G6
             '561    7.92    0.001562    150   595    0.274371;' #G7
             '561    7.92    0.001562    150   595    0.266743;' #G8
             '561    7.92    0.001562    250   850    0.266743;' #G9
             '561    7.92    0.001562    0     850    0.274371') #G10

```

**Figura 2.3.** Ingreso de límites de generación y curvas características entrada-salida

Dentro de la variable “Rango”, ingresamos la precisión con la que queremos que se realicen los cálculos.

```

# precisión de Los cálculos
Rango = 0.000001

```

**Figura 2.4.** Selección de la precisión de los cálculos

En la función “runpf” ingresamos el nombre del caso de estudio seleccionado “case39” y corremos el programa.

```

#correr flujo e importar valores
from runpf import runpf
runpf('case39')
from runpf import Ybus
from runpf import gen
from runpf import bus
from runpf import baseMVA

```

**Figura 2.5.** Selección del caso para realizar el Despacho Económico

Se nos desplegará una ventana, primero debemos presionar el botón “Parámetros B”, para realizar el cálculo de la ecuación de pérdidas del sistema, posteriormente presionamos “Calcular D.E”, para realizar el Despacho Económico.



**Figura 2.6.** Ventana para realizar el Flujo Optimo de Potencia

Al ejecutar el Despacho Económico para este caso obtenemos los siguientes resultados:

| D. Económico |              |              |
|--------------|--------------|--------------|
| Generación   | Costo G      | Emisiones    |
| 641.887      | 6288.321     | 114.728      |
| 595.0        | 5826.387     | 149.754      |
| 664.171      | 6510.274     | 182.229      |
| 591.319      | 5790.408     | 157.73       |
| 510.0        | 5006.476     | 91.155       |
| 617.79       | 6050.058     | 155.49       |
| 595.0        | 5826.387     | 163.251      |
| 595.0        | 5826.387     | 158.712      |
| 592.66       | 5803.509     | 158.088      |
| 737.381      | 7250.362     | 202.316      |
| <b>Total</b> | <b>Total</b> | <b>Total</b> |
| 6140.208     | 60178.569    | 1533.452     |
|              | 3066.904     |              |
|              | 63245.473    |              |

**Figura 2.7.** Resultados de Despacho Económico con Opt.1

### 3.2 Despacho Económico Ambiental con Opt.1

Para realizar el despacho económico ambiental es necesario incluir los parámetros de las emisiones de  $CO_2$  al proceso del despacho económico convencional.

Para esto se cuantifica monetariamente los efectos de la contaminación, de esta manera se puede representar las emisiones de  $CO_2$  en forma de dinero/tiempo como se muestra a continuación.

$$L = \sum_{i=1}^N F_i(P_{Gi}) + \lambda \left[ P_D - \sum_{i=1}^N P_{Gi} \right] \quad (2.1)$$

$$L = \sum_{i=1}^N [F_i(P_{Gi}) + CE_i C_{CO_2}(P_{Gi})] + \lambda \left[ P_D - \sum_{i=1}^N P_{Gi} \right] \quad (2.2)$$

$$P_{Gi} (MW) * CE_i \left( \frac{t CO_2}{MW * h} \right) * C_{CO_2} \left( \frac{\$}{t CO_2} \right) = \left( \frac{\$}{h} \right) \quad (2.3)$$

Dónde:

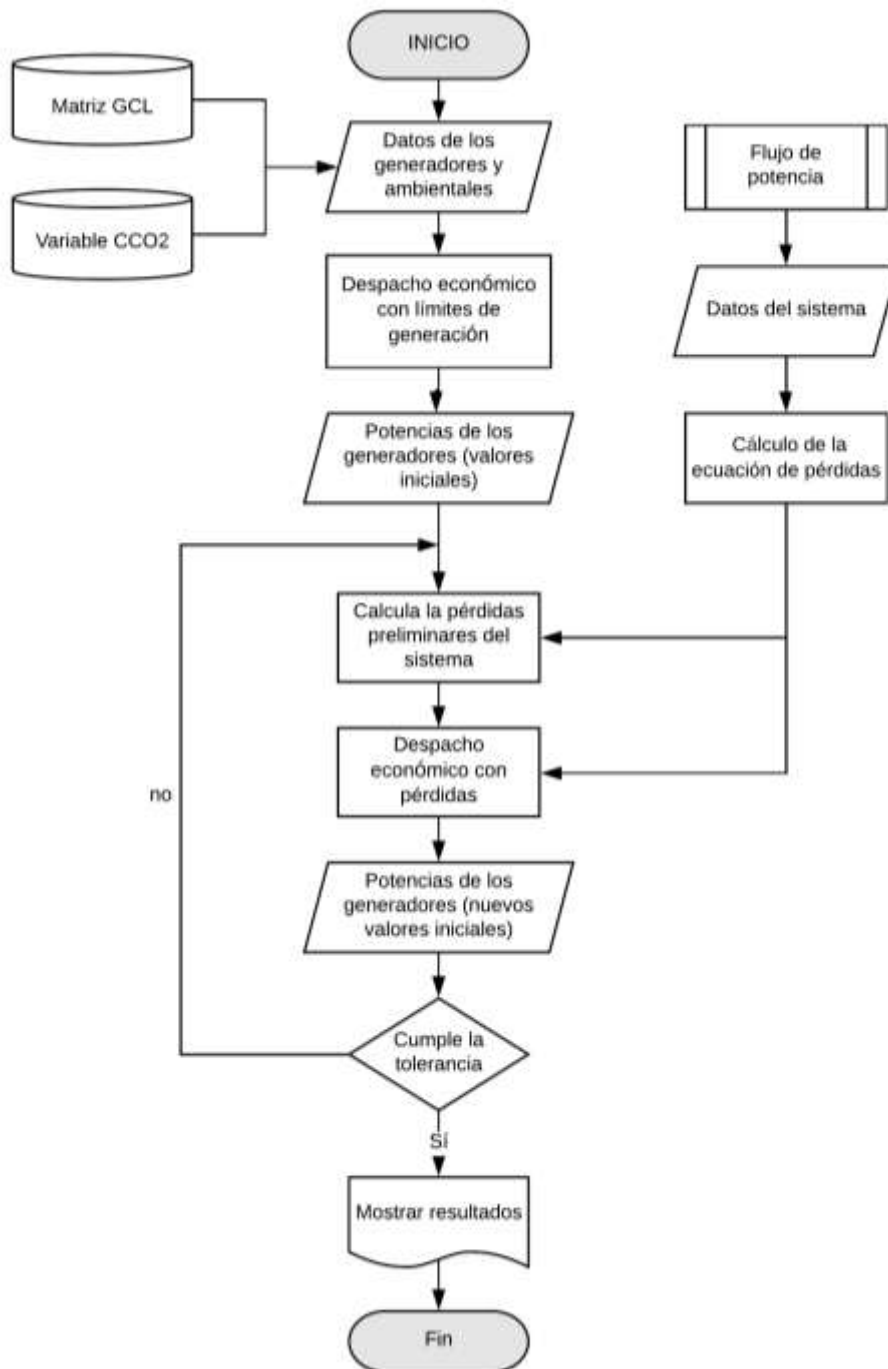
- $P_{Gi}$  Potencia de generación de cada unidad (MW)
- $CE_i$  Coeficiente de emisiones de  $CO_2$  (t  $CO_2$ /MWh)
- $C_{CO_2}$  Costo de una tonelada de  $CO_2$  (\$/t  $CO_2$ )

El cálculo de despacho económico ambiental se llevara a cabo utilizando el programa Opt.1 desarrollado para este trabajo, el cual sigue pasos muy similares al despacho económico clásico.

- **Paso 1** Se correrá un flujo de potencia para el sistema seleccionado usando la herramienta computacional PYPOWER para obtener los datos del sistema.
- **Paso 2** Utilizando los datos del sistema se realizará el cálculo de la ecuación de pérdidas.
- **Paso 3** El programa usará los coeficientes de emisiones de  $CO_2$  y el costo de una tonelada de  $CO_2$  para incluir factores ambientales en el cálculo.
- **Paso 4** Con los datos de los generadores y los datos ambientales el programa realizará un despacho económico preliminar, tomando en cuenta los límites de generación, obteniendo las potencias de generación.

- **Paso 5** Con los valores de las potencias de generación junto a la ecuación de pérdidas se obtendrán las pérdidas preliminares del sistema, que serán los valores iniciales para las iteraciones.
- **Paso 6** Utilizando los valores iniciales y la ecuación de pérdidas, el programa realizará un despacho económico considerando las pérdidas del sistema y los límites de generación, obteniendo nuevos valores iniciales.
- **Paso 7** Con los nuevos valores iniciales programa repetirá el Paso 5 hasta que se cumpla con la tolerancia requerida.
- **Paso 8** El programa imprimirá los resultados tanto de generación, costos de generación y emisiones de  $CO_2$  para cada generador y en total para todo el sistema.

El diagrama de flujos utilizado para resolver el despacho económico es el mostrado en la Figura 2.8.



**Figura 2.8.** Diagrama de flujos del proceso de cálculo del Despacho Económico Ambiental considerando las pérdidas del sistema

Para el caso de Despacho Económico Ambiental, además debemos ingresar el Coeficiente de emisiones de  $CO_2$ , dentro de la matriz GCL, en la variable Coe.

```

#parámetros de los generadores
#-----A-----B-----C-----Lmin---LMAX-----Coe-----
GCL = matrix('561 7.92 0.001562 0 8500 0.178735;' #G1
'561 7.92 0.001562 150 595 0.251687;' #G2
'561 7.92 0.001562 200 680 0.274371;' #G3
'561 7.92 0.001562 200 680 0.266743;' #G4
'561 7.92 0.001562 70 510 0.178735;' #G5
'561 7.92 0.001562 200 680 0.251687;' #G6
'561 7.92 0.001562 150 595 0.274371;' #G7
'561 7.92 0.001562 150 595 0.266743;' #G8
'561 7.92 0.001562 250 850 0.266743;' #G9
'561 7.92 0.001562 0 850 0.274371') #G10

```

**Figura 2.9.** Ingreso de límites de generación y curvas características entrada-salida

Además dentro de la variable CCO2, el costo asignado a cada tonelada de CO<sub>2</sub> producido.

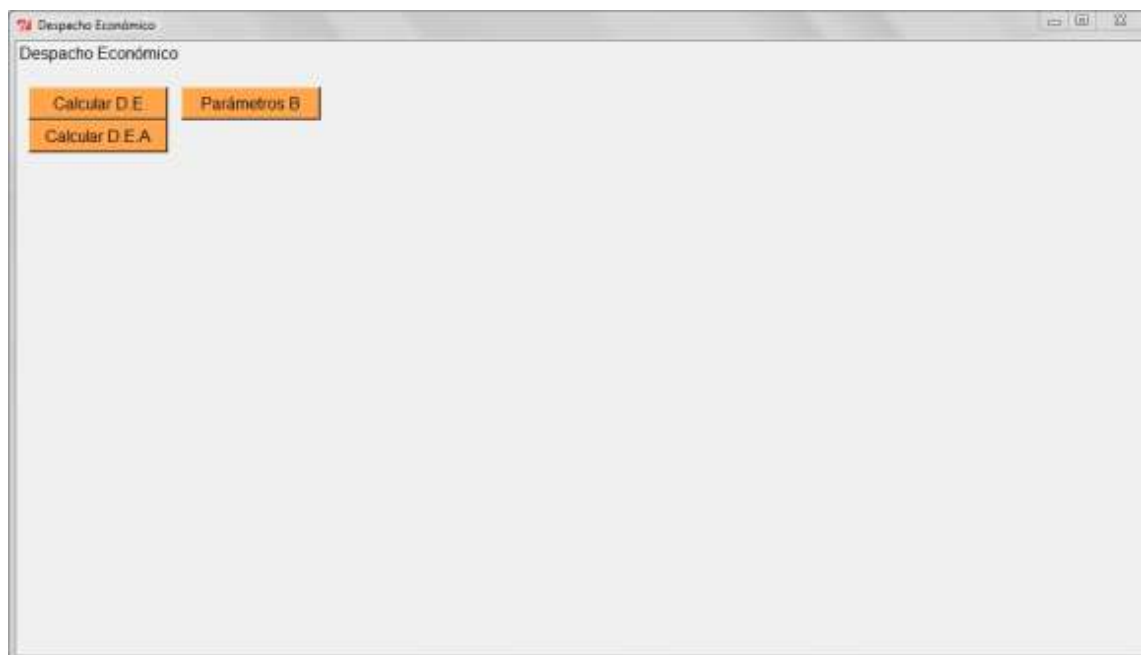
```

43
44 # multa ambiental
45 CCO2 = 2
46

```

**Figura 2.10.** Costo asignado a cada tonelada de CO<sub>2</sub>

Al correr el programa se nos desplegará una ventana, primero debemos presionar el botón “Parámetros B”, para realizar el cálculo de la “ecuación de pérdidas del sistema”, posteriormente presionamos “Calcular D.E.A”.



**Figura 2.11.** Ventana para realizar el Flujo Óptimo de Potencia



Al ejecutar el Despacho Económico Ambiental para este caso obtenemos los siguientes resultados:

| D. E. Ambiental |              |              |
|-----------------|--------------|--------------|
| Generación      | Costo G      | Emisiones    |
| 683.699         | 6706.039     | 122.201      |
| 595.0           | 5826.387     | 149.754      |
| 651.523         | 6384.104     | 178.759      |
| 581.38          | 5693.494     | 155.079      |
| 510.0           | 5006.476     | 91.155       |
| 617.398         | 6046.2       | 155.391      |
| 595.0           | 5826.387     | 163.251      |
| 595.0           | 5826.387     | 158.712      |
| 584.071         | 5719.698     | 155.797      |
| 727.275         | 7147.205     | 199.543      |
| <b>Total</b>    | <b>Total</b> | <b>Total</b> |
| 6140.346        | 60182.378    | 1529.642     |
|                 | 3059.283     |              |
|                 | 63241.661    |              |

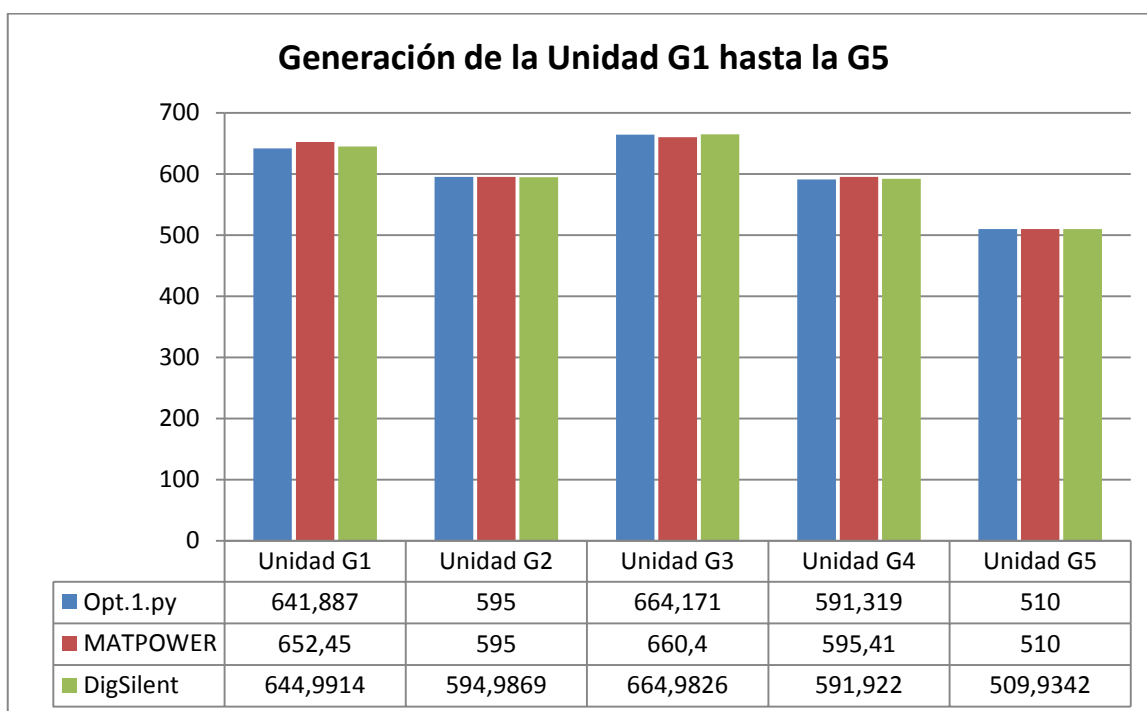
**Figura 2.12.** Resultados de Despacho Económico Ambiental con Opt.1

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

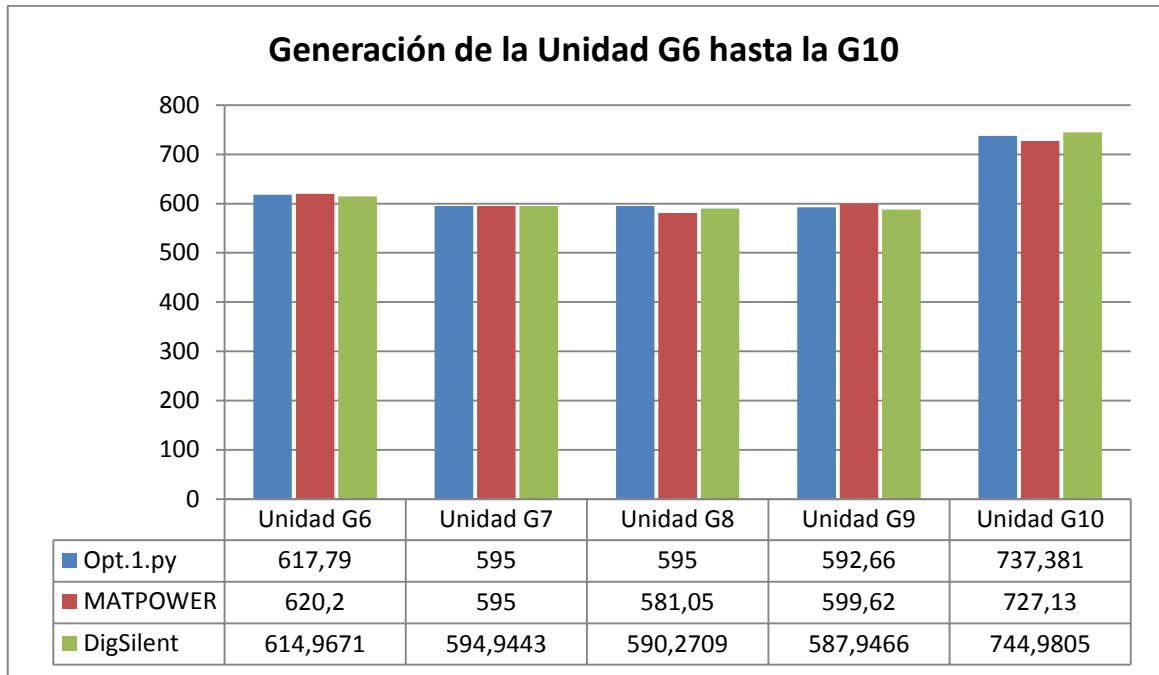
#### 3.1 Análisis Comparativo de Resultados de Despacho Económico

A continuación se presenta unas tablas con los valores de potencia de salida de cada generador obtenidas a través de despacho económico considerando pérdidas en el sistema y límites de generación, para la caso IEEE 39-Bus desarrollados mediante los programas Opt.1, MATPOWER y DigSilent.

En el Anexo B se explica de forma detalla el uso de los programas MATPOWER y DigSilent para resolver el despacho económico.

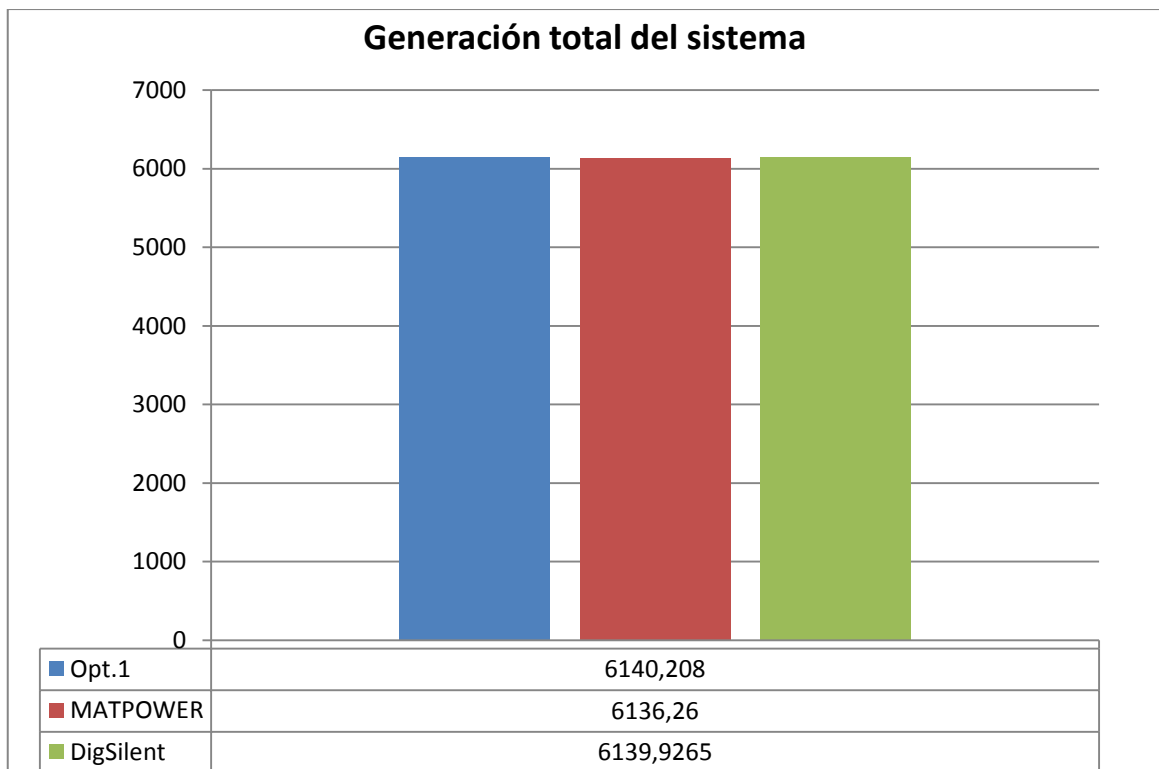


**Figura 3.1.** Cuadro comparativo de la generación de la Unidad G1 hasta la G5, [MW]



**Figura 3.2.** Cuadro comparativo de la generación de la Unidad G6 hasta la G10, [MW]

Para las Unidades generadoras, la variación promedio de los resultados obtenidos mediante Opt.1 comparados con los de MATPOWER es de 1.6408% y comparados con los DigSilent es de 1.8559%.



**Figura 3.3.** Cuadro comparativo de la generación total del sistema, [MW]

Para la generación total del sistema, la variación del resultado obtenido mediante Opt.1 comparado con el de MATPOWER es de 0.06429% y comparado con el de DigSilent es de 0.05975%.

El despacho de energía que brinda cada unidad generadora depende de la función de costo que posea, las restricciones propuestas y las pérdidas del sistema. La variación entre los datos obtenidos con cada programa se debe principalmente a que el cálculo de las pérdidas del sistema se realiza de una manera diferente.

### 3.2 Análisis Comparativo de Resultados de despacho económico ambiental

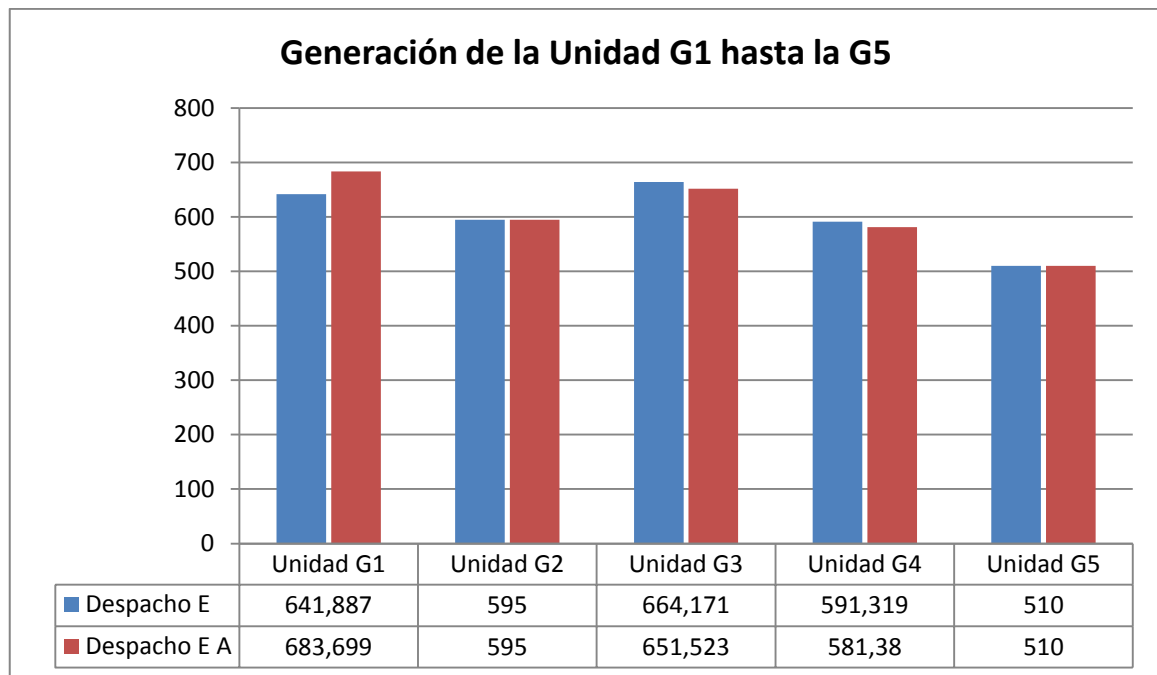
Para el cálculo del despacho económico ambiental se asignaron cuatro tipos de combustibles cada uno con su respectivo Coeficiente de  $CO_2$ , los cuales se repartieron entre las unidades generadoras de la siguiente manera:

**Tabla 3.1.** Tipos de combustible de las unidades generadores

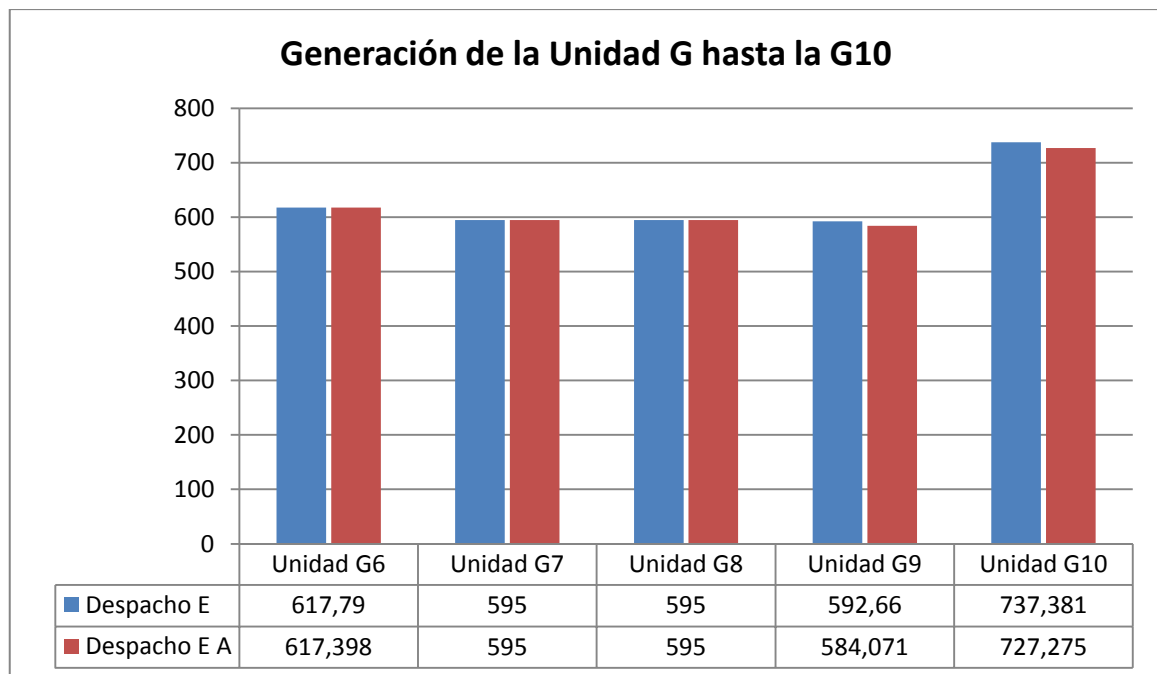
| <b>Unidades</b> | <b>Tipo de Combustible</b> | <b>Coeficiente de <math>CO_2</math><br/>(Ton <math>CO_2</math>/MWh)</b> |
|-----------------|----------------------------|---|
| <b>G1</b>       | Gas Natural                | 0.178735  |
| <b>G2</b>       | Diésel                     | 0.251687  |
| <b>G3</b>       | Residuo                    | 0.274371  |
| <b>G4</b>       | Fuel - Oil                 | 0.266743  |
| <b>G5</b>       | Gas Natural                | 0.178735  |
| <b>G6</b>       | Diésel                     | 0.251687  |
| <b>G7</b>       | Residuo                    | 0.274371  |
| <b>G8</b>       | Fuel - Oil                 | 0.266743  |
| <b>G9</b>       | Fuel - Oil                 | 0.266743  |
| <b>G10</b>      | Residuo                    | 0.274371  |

A continuación se presenta una tabla con los resultados de despacho económico y despacho económico ambiental realizados con Opf.1 ya que utilizan el mismo tipo de modelo de cálculo.

## Generación



**Figura 3.5.** Generación de las unidades G1 hasta G5, [MW]

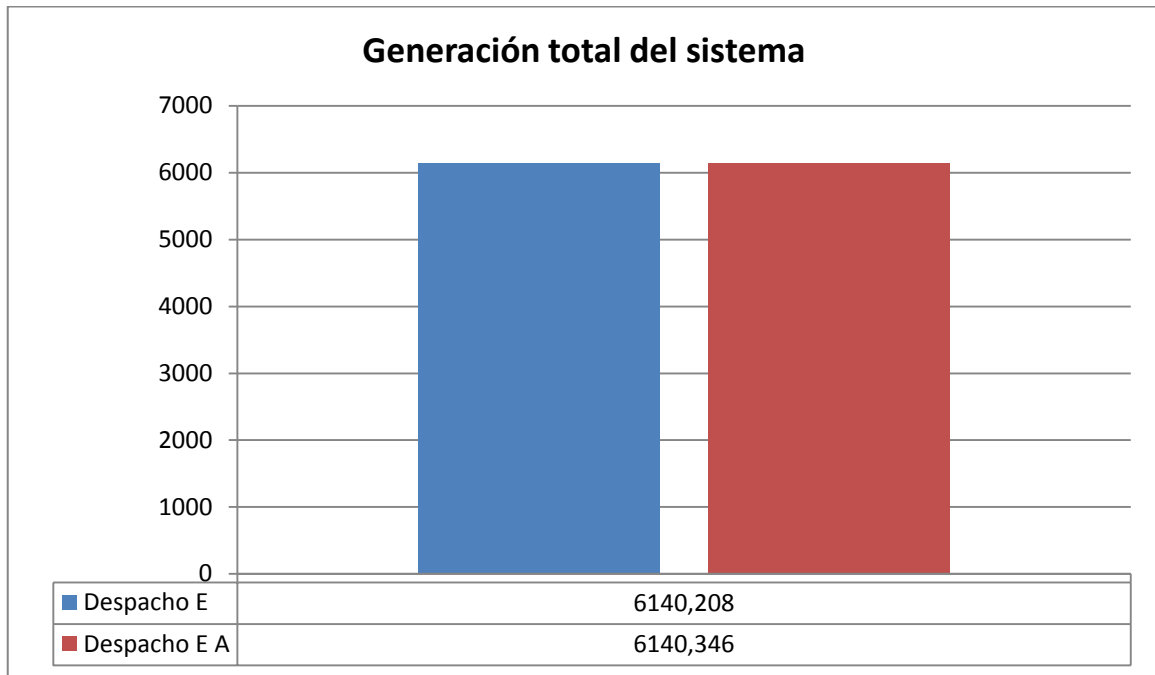


**Figura 3.6.** Generación de las unidades G6 hasta G10, [MW]

Como se puede apreciar en la Figuras 3.5 y 3.6, las unidades generadoras que cuentan con un Coeficiente de emisión de  $CO_2$  menor, aumentan su producción de energía,

mientras que las que tienen un Coeficiente de emisión de  $CO_2$  mayor, disminuyen su producción.

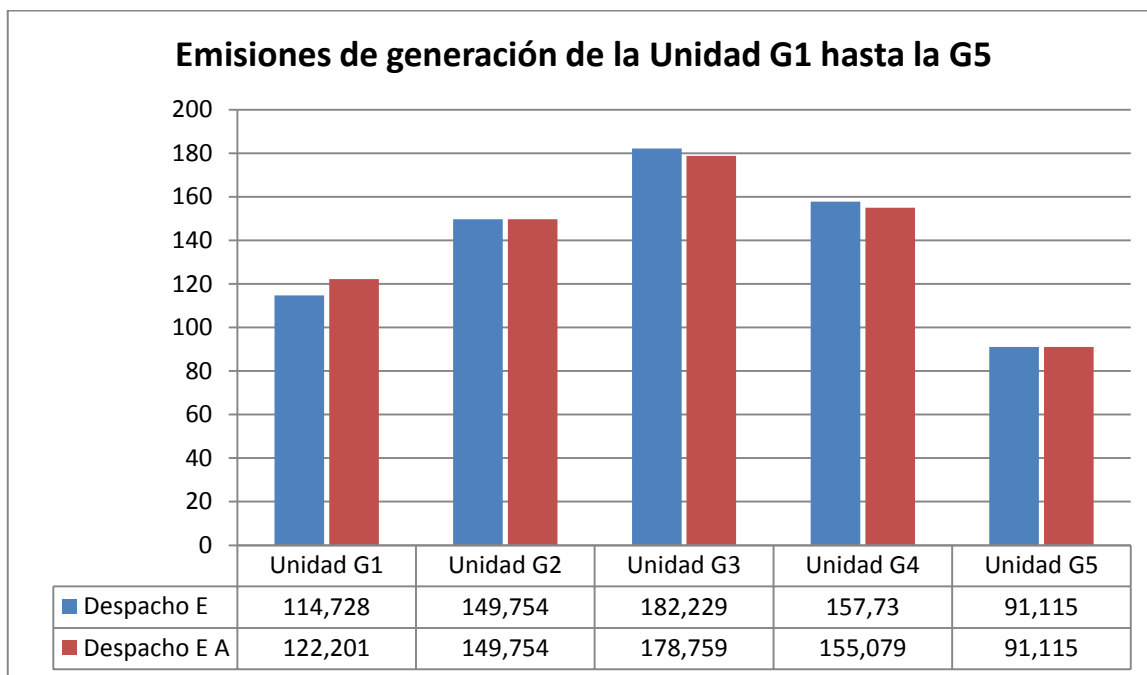
Las unidades G2, G5, G7 y G8 no cambiaron su producción, esto se debe a que durante el cálculo de Despacho Económico y Despacho Económico Ambiental fueron limitadas por los mismos límites de operación.



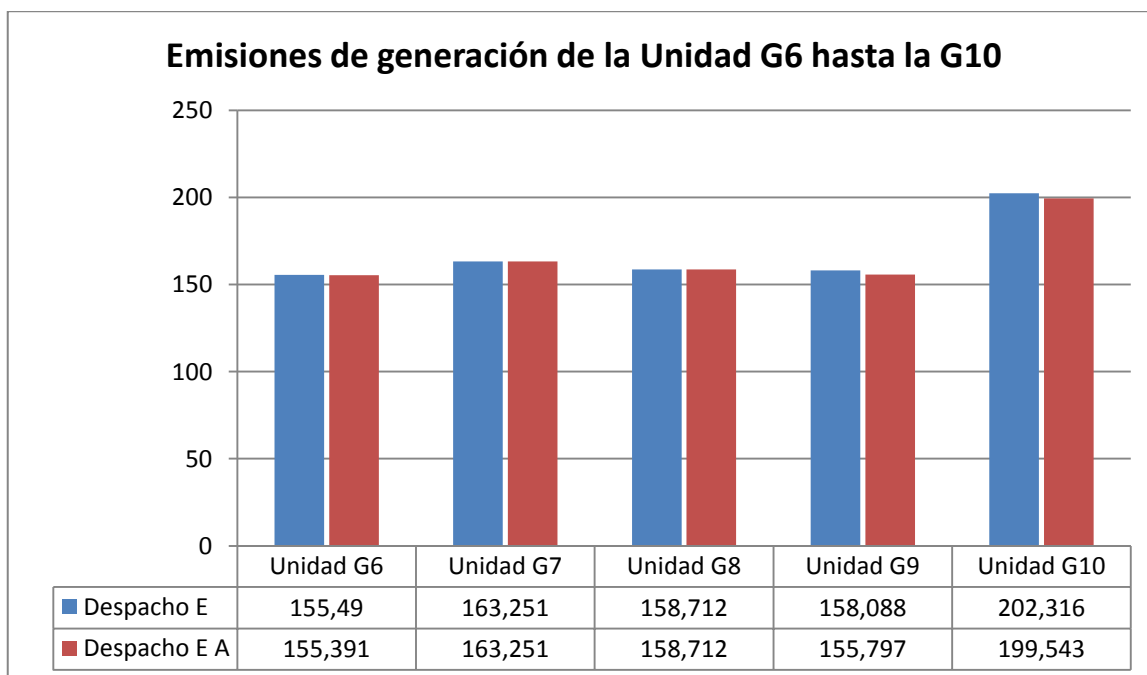
**Figura 3.4.** Generación total del sistema, [MW]

Al final la generación total del sistema obtenida a través del desarrollo de Despacho Económico debería ser igual a la de Despacho Económico Ambiental, la pequeña diferencia que existe entre las dos se debe a que el método utilizado para su cálculo es iterativo, por lo tanto entre más iteraciones se hagan más cercanos serán estos dos valores.

## Emisiones de $CO_2$



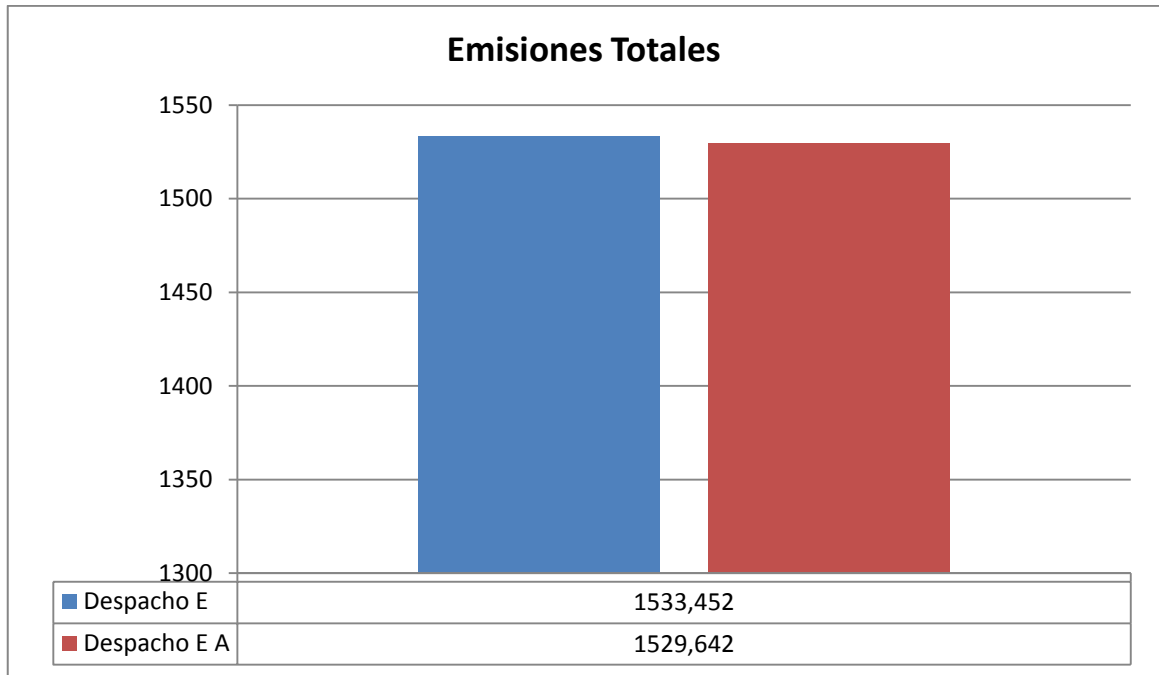
**Figura 3.7.** Emisiones de  $CO_2$  de la unidad G1 hasta la G5, [ton]



**Figura 3.8.** Emisiones de  $CO_2$  de la unidad G6 hasta la G10, [ton]

Las unidades G2, G5, G7 y G8 al no cambiar su producción de energía tampoco varían sus niveles de emisiones de  $CO_2$ .

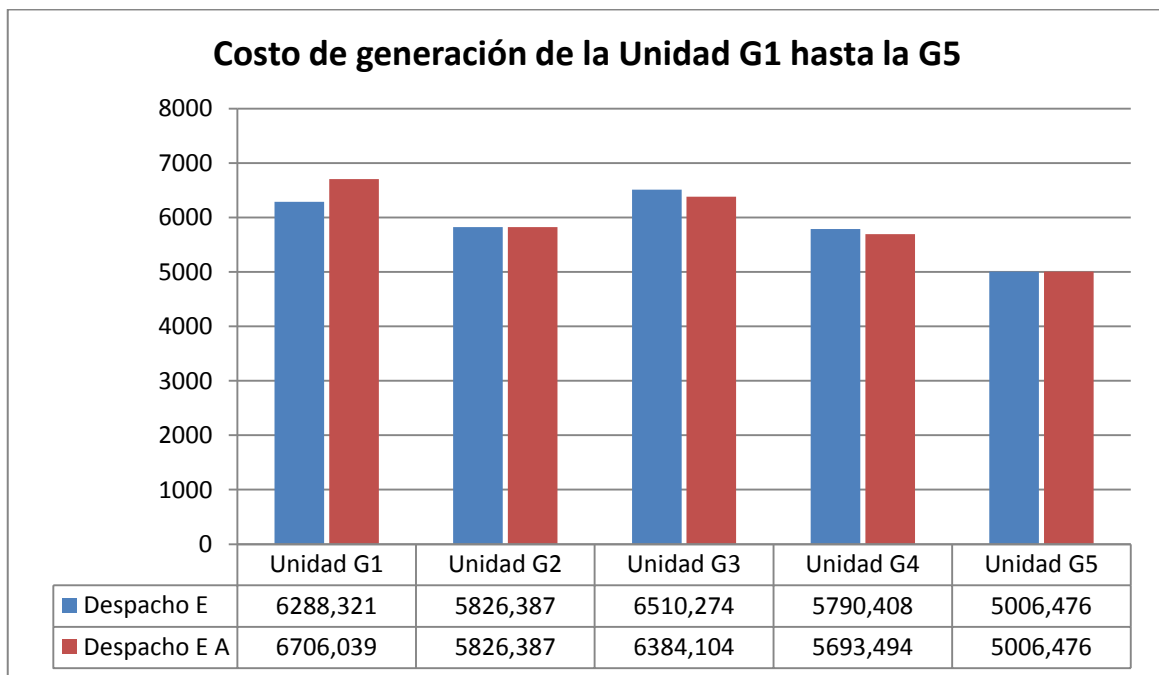
La unidad G1 aumentó sus emisiones y las G3, G4, G6, G9 y G10 disminuyeron, siendo la suma de estas últimas de mayor magnitud.



**Figura 3.9.** Emisiones totales de  $CO_2$ , [ton]

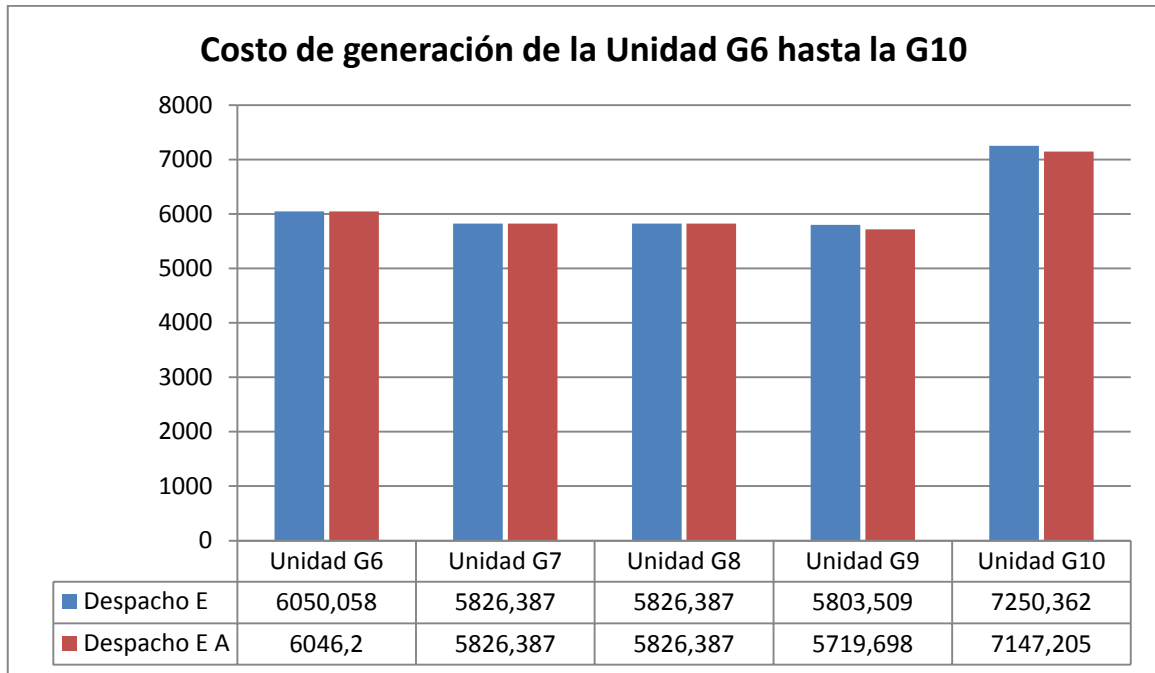
Al final las emisiones totales de  $CO_2$  disminuyen en 3.81 toneladas, este valor es pequeño y se debe a que la diferencia entre los coeficientes de emisiones de los distintos tipos de combustible no es muy alta, y a que los dos cálculos buscan el resultado económicamente más bajo.

## Costos de generación

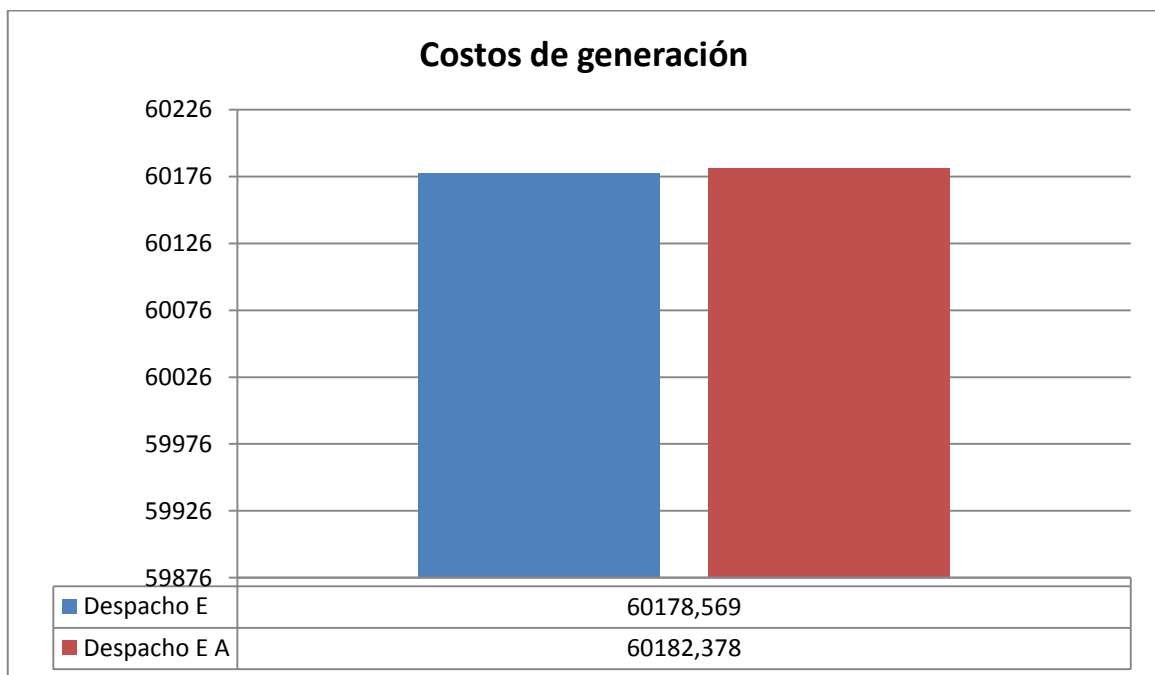


**Figura 3.10.** Costo de generación de las unidades G1 hasta G5, [\\$]





**Figura 3.11.** Costo de generación de las unidades G6 hasta G10, [\$]

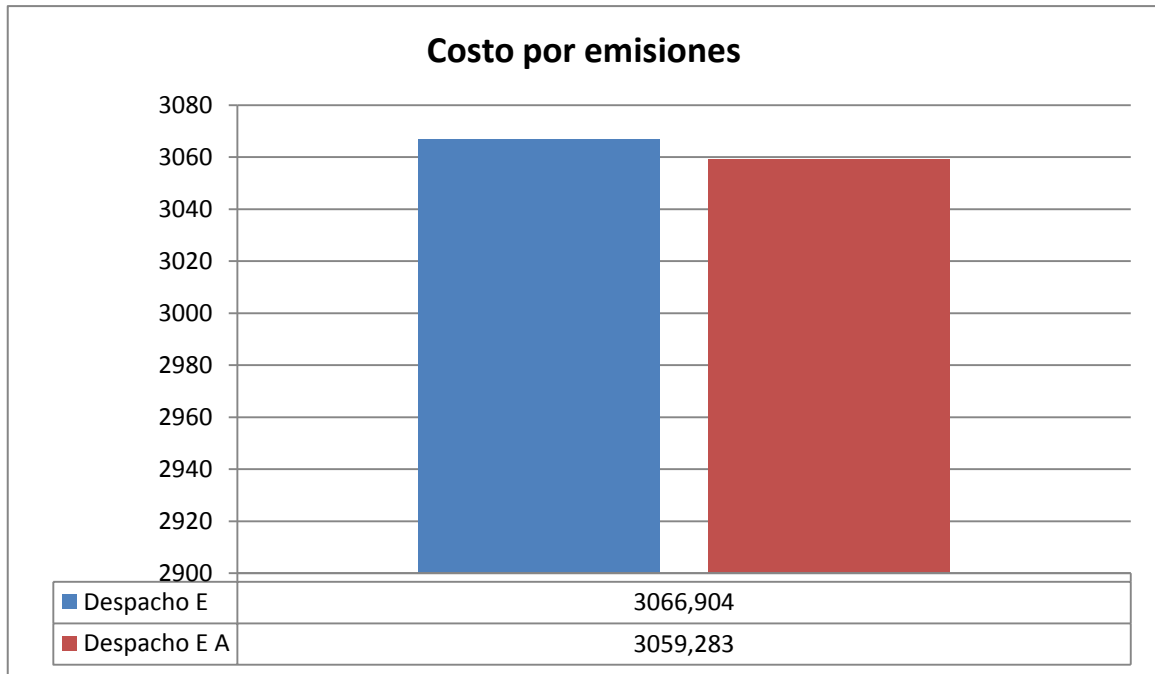


**Figura 3.12.** Costos de generación, [\$]

Al sumar a las curvas de entrada-salida de los generadores los componentes ambientales, en este caso el costo de las emisiones, las curvas aumentan su pendiente incrementando su costo de generación de energía, por lo tanto al realizar el despacho

económico ambiental en costo de generación total del sistema aumenta en relación al obtenido por el despacho económico clásico.

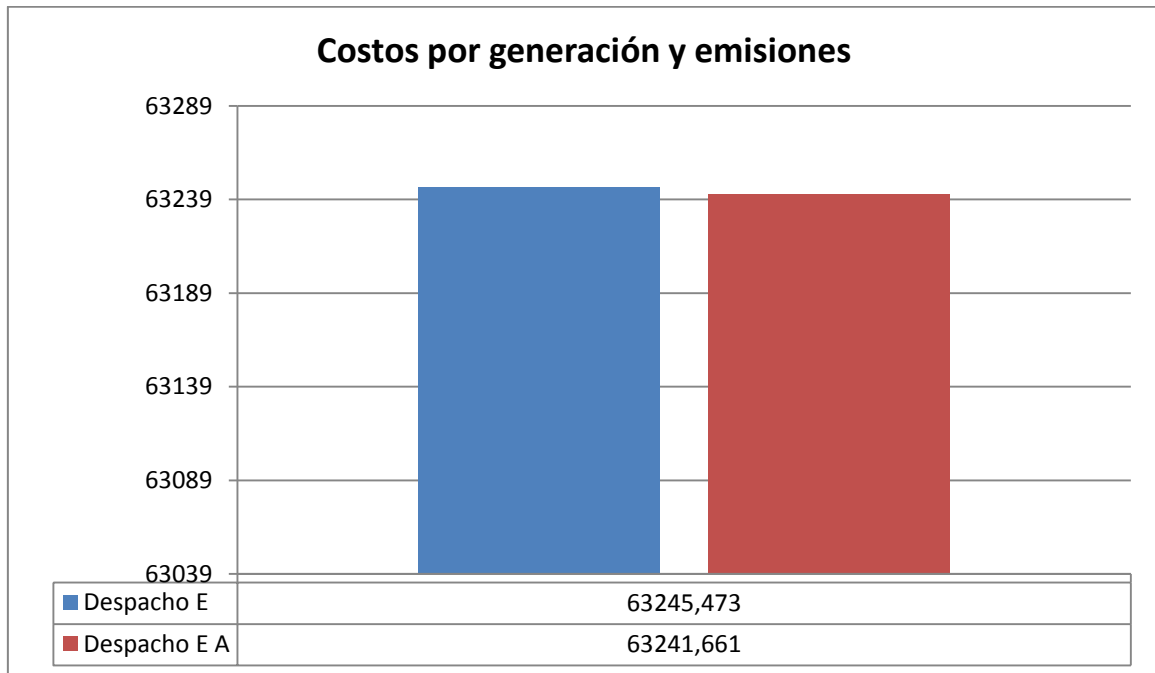
### Costo por Emisiones



**Figura 3.13.** Costos por emisiones, [\$]

El despacho económico ambiental toma en cuenta la cantidad de emisiones de  $CO_2$  que produce cada unidad generadora dependiendo del tipo de combustible que utilice, disminuyendo la generación de las unidades más contaminantes, al reducir la cantidad de emisiones de  $CO_2$  también se reduce el costo por emisiones.

## Costo total



**Figura 3.14.** Costos por generación y emisiones, [\$]

En el despacho económico ambiental, los costos por generación aumentan, y los costos por emisiones disminuyen, en relación al despacho económico clásico; pero si sumamos estos dos valores podemos observar que el primero tiene un costo total menor, de esta manera se produce la misma cantidad de energía con el despacho económico ambiental que con el despacho económico clásico pero con una disminución de la contaminación.

## 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 4.1 Conclusiones

- El método de los multiplicadores de Lagrange es una herramienta eficaz, que permite resolver problemas de optimización a través de una implementación sencilla.
- Para poder integrar factores ambientales al cálculo de Despacho Económico usando el método de los multiplicadores de Lagrange, se tiene que representar estos factores en función de dinero/tiempo.
- Al incluir en el cálculo de despacho económico factores ambientales, se puede obtener un mínimo costo de generación, emitiendo bajos niveles de  $CO_2$ .
- Al incluir pérdidas en las líneas de transmisión, el cálculo de despacho económico se convierte en un proceso iterativo. La convergencia del modelo depende del error considerado por el usuario.
- Debido a la gran cantidad de líneas y a la compleja distribución de las mismas que presenta el sistema de IEEE 39 barras, el cálculo de las pérdidas del sistema se vuelve complejo dando como resultado que los resultados del despacho económico presentan pequeñas variaciones con respecto a los obtenidos mediante el software de simulación DigSilent y el paquete computacional MATPOWER.
- El sistema de comercio de emisiones y el impuesto al carbono son los métodos más usados por los gobiernos de distintos países para reducir las emisiones de dióxido de carbono en la atmósfera y luchar contra el cambio climático.
- La principal diferencia que presenta el sistema de comercio de emisiones sobre el impuesto al carbono es que el primero permite establecer un límite máximo al  $CO_2$  liberado en la atmósfera, de esta manera los gobiernos pueden tener un mejor control sobre la contaminación producida en cada país.
- La fijación de un precio a las emisiones de dióxido de carbono se debe realizar tomando en cuenta principalmente los efectos que estas producen sobre el ecosistema y sobre la salud de la población.

## 4.2 Recomendaciones

- Al ser una herramienta realizada mediante software libre se recomienda modificar el código del programa, para mejorar su rendimiento, facilitar su uso, tomar en consideración otros factores en el cálculo y obtener información adicional del sistema.
- Utilizar el programa en clases, modificando los parámetros de los distintos elementos del sistema, para observar el nivel de impacto que causa cada uno en el cálculo de despacho económico.
- En vista de la utilización de software libre es importante continuar implementando módulos de ingeniería eléctrica con el fin de realizar análisis operativos y de planificación de corto y largo plazo.
- Realizar un estudio ambiental, para determinar de manera técnica un impuesto al carbono producido por las centrales de generación termoeléctrica del país, y poder hacer uso de esta herramienta para calcular despacho económico ambiental en el Ecuador.

## 5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] R. Vázquez, (2014, Oct.) Energía eléctrica, estratégica para la economía. [Online]. Available: <https://realestatemarket.com.mx>
- [2] Constitución de la República del Ecuador, 2008. RLC 2008\14.
- [3] L. Sepúlveda, “Despacho Económico Ambiental en sistemas eléctricos,” Thesis, Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile, 1998.
- [4] L. Haro and J. Oscullo, “Factor Anual de Emisión de CO<sub>2</sub> Producido por el Parque Generador del Sistema Nacional Interconectado del Ecuador, Mediante la Aplicación de la Metodología de la Convención Marco Sobre el Cambio Climático UNFCCC, para el Periodo 2009-2014,” Revista Politécnica, vol. 37, no. 8, 2016.
- [5] J. M. López and L. A. Gallego, “Flujo de potencia óptimo usando el método del gradiente para reducción de pérdidas en sistemas de potencia”, Thesis, Universidad EAFIT, Colombia, Jun. 2008.
- [6] P. E. Oñate, “Solución del problema de flujos de potencia óptimo con restricciones de seguridad por un optimizador de partículas modificado,” Thesis, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N, Guadalajara, Jalisco, Feb. 2008.
- [7] J. Martínez, L. Acevedo and C. Khayat, (2014, Ago.) Condiciones de Karush-Kuhn-Tucker. [Online]. Available: <http://psmmetodosdeoptimi.wixsite.com>
- [8] E. Uresti, “Condiciones de Karush-Kuhn-Tucker,” Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Monterrey, Feb. 2008.
- [9] EcuRed, (2014, Ago.) Método de Lagrange. [Online]. Available: <https://www.ecured.cu>
- [10] Khanacademy, (2017) Introducción a los multiplicadores de Lagrange. [Online]. Available: <https://es.khanacademy.org>
- [11] P. Peralta y E. Silva, “Plantear una metodología de despacho económico con consideraciones ambientales para un sistema puramente térmico a nivel teórico,” Thesis, Universidad de Cuenca, Cuenca, 2012.
- [12] A. Alvarez, (2016, May.) Guía Tkinter Documentation. [Online]. Available: [https://github.com/eliluminado/tutorial\\_tkinter](https://github.com/eliluminado/tutorial_tkinter)
- [13] S. Espinosa, “Análisis de la restricción de emisiones de dióxido de carbono en el despacho óptimo de las unidades térmicas del parque generador ecuatoriano,” M.S. Thesis, Escuela Politécnica Nacional, Quito, 2015.
- [14] J. Grainer y W. Stevenson, (1994) Power System Analysis.
- [15] R. Lincoln, (2018, Jun.) PYPOWER 5.1.4. [Online]. Available: <https://pypi.org/project/PYPOWER/>

- [16] R. D. Zimmerman and C. E. Murillo-Sanchez, (2019) MATPOWER User's Manual, Version 7.0. 2019. [Online]. Available: <https://matpower.org/docs/MATPOWER-manual-7.0.pdf>
- [17] Carbon Pricing Dashboard, (2019) What is Carbon Pricing?. [Online]. Available: <https://carbonpricingdashboard.worldbank.org>
- [18] Cupelli, M., Cardet, C.D., & Monti, A. (2012). Voltage stability indices comparison on the IEEE-39 bus system using RTDS. 2012 IEEE International Conference on Power System Technology (POWERCON), 1-6.

## 6. ANEXOS

### ANEXO A

#### 1. Instalación de Python

La aplicación Opt.1 requiere del uso de las librerías Tkinter y numpy, componentes que no suelen estar dentro de la librería estándar de Python, debido a esto se recomienda utilizar la plataforma Anaconda la cual contiene todos los complementos necesarios para la creación y uso del programa desarrollado.

El primer paso es descargar el instalador de Anaconda desde su página web oficial: <https://www.anaconda.com/download/>

Para este caso, la versión empleada corresponde a Anaconda2-5.3.1 de Python 2.7, los pasos necesarios para su instalación son:

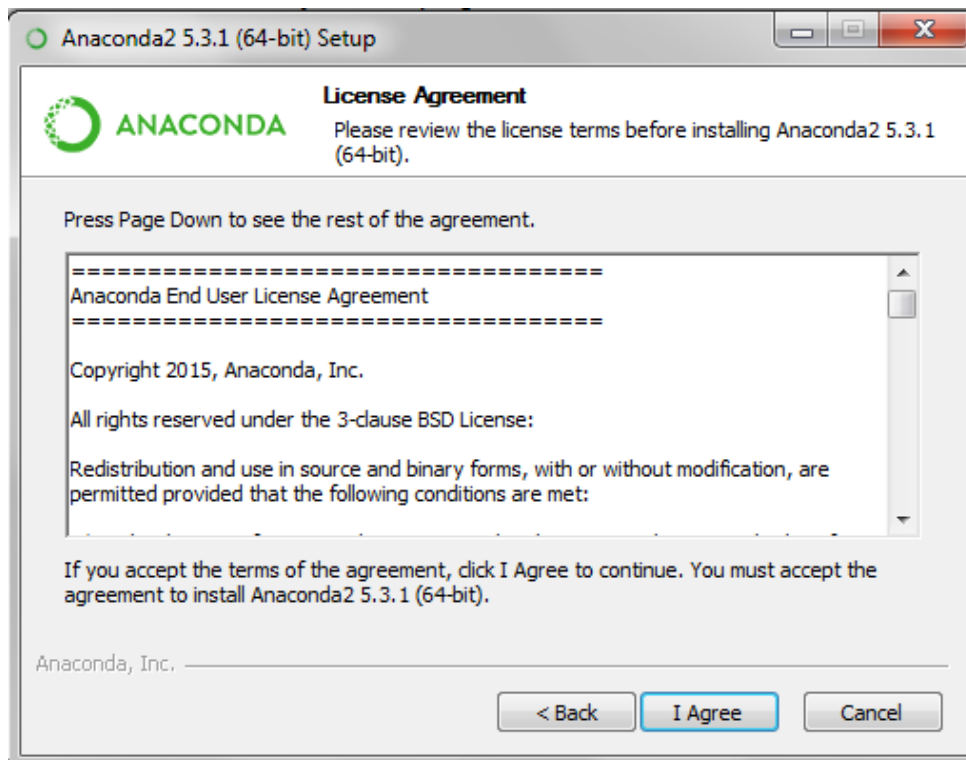
- Dar doble click sobre el instalador de Anaconda.
- Dar click en next, Figura A.1.



**Figura A.1.** Ventana de instalación de Anaconda



- Dar click en I Agree, para aceptar los términos, Figura A.2.



**Figura A.2.** Ventana de términos de Anaconda.

## 2. Manual de usuario

El programa Opt.1 está formado por una interfaz gráfica desarrollada en el lenguaje de programación de código abierto Python utilizando las librerías numpy y Tkinter, para resolver despacho económico clásico y despacho económico ambiental, considerando los límites de generación y las pérdidas en el sistema, para lo cual utilizará los valores de flujo de potencia obtenidos a través de PYPOWER.

## 3. Paquete PYPOWER

PYPOWER es un paquete desarrollado en Python que permite correr flujos de potencia [15]. Para poder utilizarlo seguiremos los siguientes pasos:

- Ingresar al sitio web <https://pypi.org/project/PYPOWER/#files>
- Descargar la versión que queremos utilizar, en este caso la opción PYPOWER-5.1.4.tar.gz.
- Descomprimir el archivo PYPOWER-5.1.4.tar.

#### 4. Instalación de la aplicación

- Copie los archivos Opt.1 y runpf
- Ingrese a la carpeta Pypower ubicada en PYPOWER-5.1.4, pegue y reemplace los archivos Opt.1 y runpf

#### 5. Ingreso de datos

##### Selección del caso de estudio

En el archivo Opt.1 ubicar la línea que contiene el código runpf(), se escribe el nombre del caso de estudio dentro de los paréntesis entre comillas simples, como se puede observar en la figura.

```
#correr flujo e importar valores  
from runpf import runpf  
runpf('case39')  
from runpf import Ybus  
from runpf import gen  
from runpf import bus
```

Figura A.3 Caso de estudio

##### Datos del sistema

Los datos del sistema se encuentran dentro de los archivos que llevan el nombre “case” en el paquete PYPOWER-5.1.4, los cuales podrán ser editados de acuerdo a las necesidades del usuario.

##### Datos de los generadores

En el archivo Opt.1 se encuentra la matriz GCL tiene las dimensiones mxn, donde m sea igual al número de generadores y n igual a 6. Donde cada fila corresponde a los datos de un generador, Figura A.4.

La matriz se llenara de la siguiente forma:

- En la primera columna A, deben ir los términos independientes de las curvas de generación.
- En la segunda columna B, deben ir los términos lineales de las curvas de generación.
- En la tercera columna C, deben ir los términos cuadráticos de las curvas de generación.

- En la cuarta columna Lmin, deben ir los límites mínimos de generación.
- En la quinta columna Lmax, deben ir los límites máximos de generación.
- En la sexta columna Coe, deben ir los costos correspondientes al combustible utilizado por cada generador.

```
#parámetros de Los generadores
#-----A-----B-----C-----Lmin----LMAX-----Coe-----
GCL = matrix('561    7.92    0.001562    0    8500    0.178735;' #G1
             '561    7.92    0.001562    150   595    0.251687;' #G2
             '561    7.92    0.001562    200   680    0.274371;' #G3
             '561    7.92    0.001562    200   680    0.266743;' #G4
             '561    7.92    0.001562    70    510    0.178735;' #G5
             '561    7.92    0.001562    200   680    0.251687;' #G6
             '561    7.92    0.001562    150   595    0.274371;' #G7
             '561    7.92    0.001562    150   595    0.266743;' #G8
             '561    7.92    0.001562    250   850    0.266743;' #G9
             '561    7.92    0.001562    0     850    0.274371') #G10
```

**Figura A.4** Matriz GCL.

### Datos adicionales

Algunos datos adicionales para el cálculo se albergaran en las siguientes variables, Figura A.5:

- CCO2, el costo por cada tonelada de CO2.
- Rango, la precisión de los cálculos.

```
# multa ambiental
CCO2 = 2

# precisión de los cálculos
Rango = 0.000001
```

**Figura A.5** Datos adicionales.

## 6. Uso del programa

Una vez ingresados todos los datos de manera adecuada, procedemos a ejecutar el programa, obteniendo una ventana con tres botones, Figura A.6.



**Figura A.6** Ventana del programa.

Primero se tiene que pulsar el botón Parámetros B que calcula la ecuación de pérdidas del sistema seleccionado.

Al pulsar el botón (Calcular D.E), calculamos el despacho económico clásico.

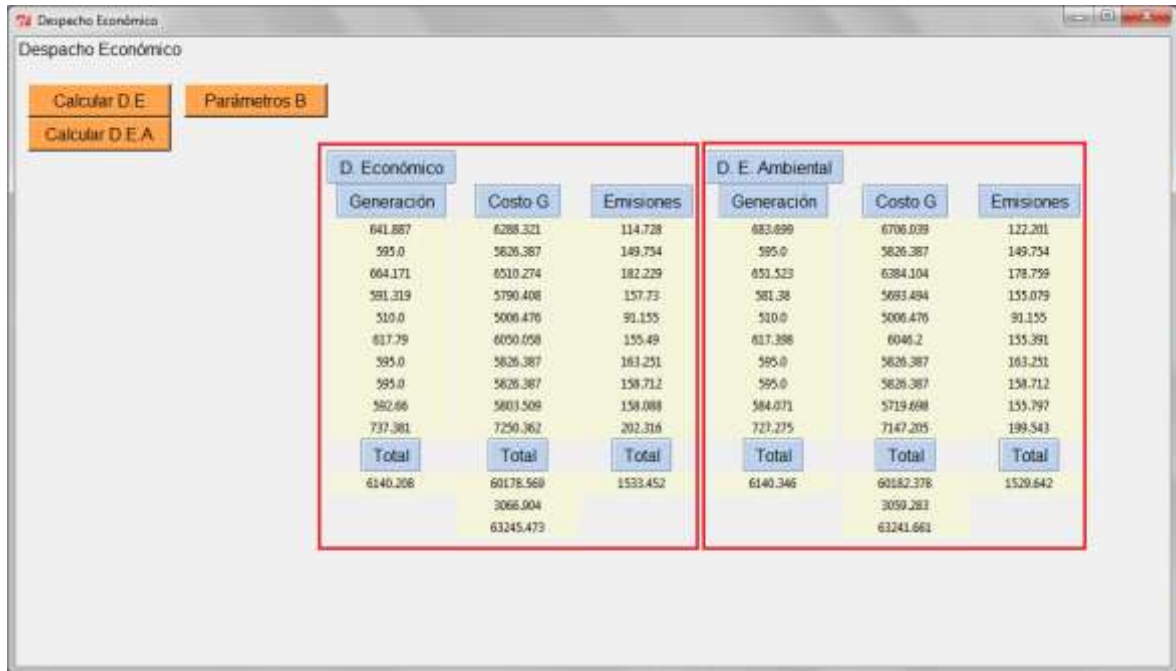
Al pulsar el botón (Calcular D.E.A), calculamos el despacho económico Ambiental.

## **7. Visualización de resultados**

Los resultados serán mostrados en una interfaz gráfica que será realizada con la biblioteca de tkinter de Python [12].

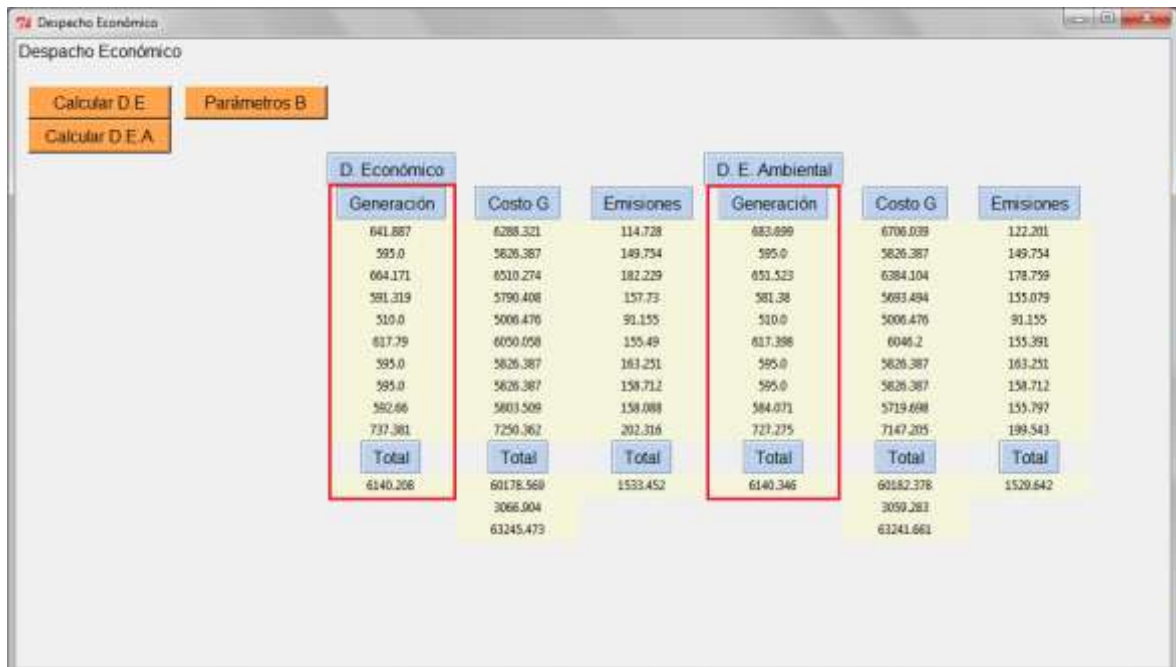
Los resultados se mostraran de una manera clara de la siguiente manera:

- A la izquierda los resultados del despacho económico y a la derecha los del despacho económico ambiental, Figura A.7.



**Figura A.7** Ventana de resultados, despacho económico y económico ambiental.

- La primera columna representa las potencias suministradas por cada generador y la demanda del total del sistema, Figura A.8.



**Figura A.8** Ventana de resultados, generación.

- La segunda columna representa el costo de generación de cada unidad, el costo total de generación, el costo ambiental y el costo total, Figura A.10.

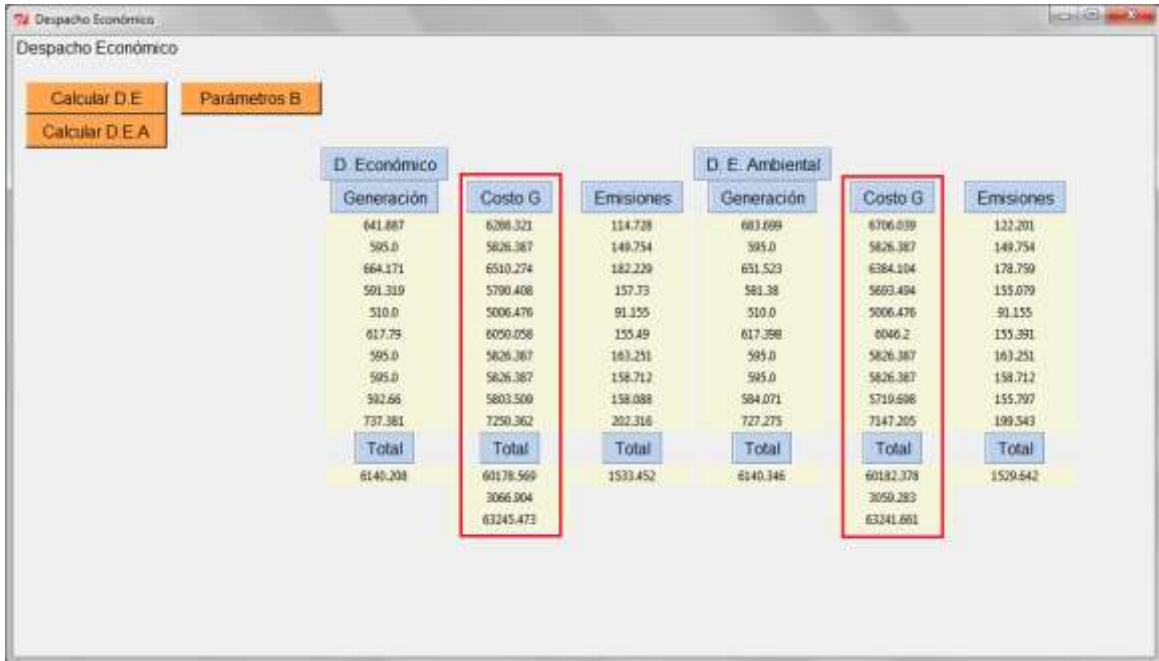


Figura A.9. Ventana de resultados, costos.

- La tercera columna representa las toneladas de  $CO_2$  producidas por cada generador y el total de toneladas de  $CO_2$  producidas, Figura A.10.

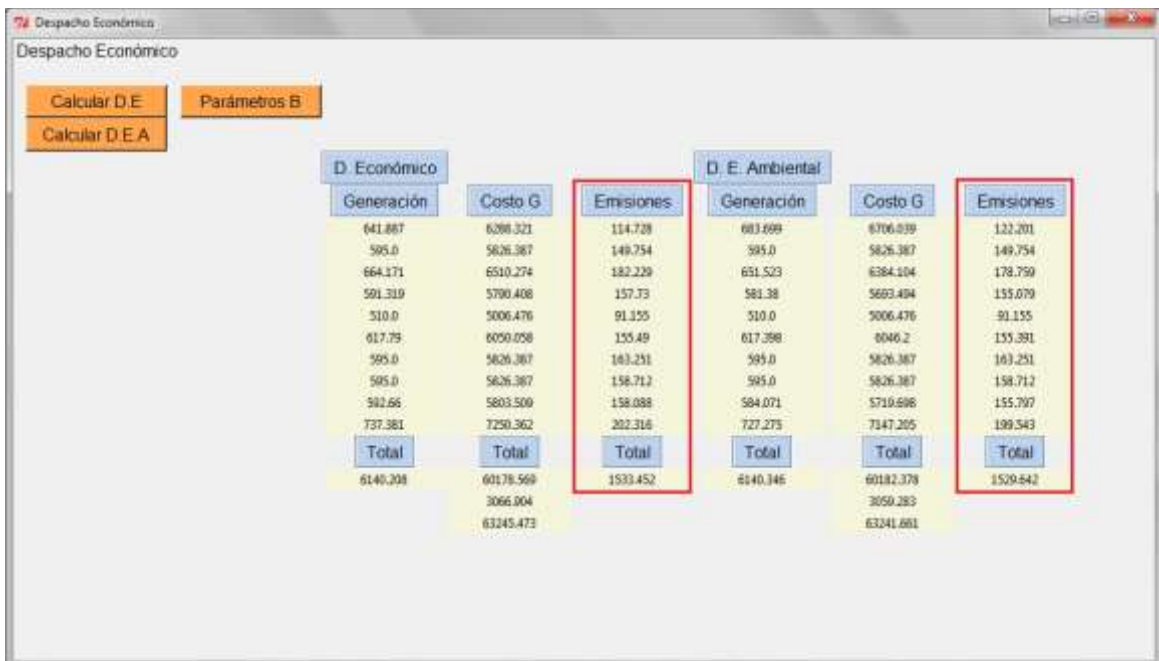


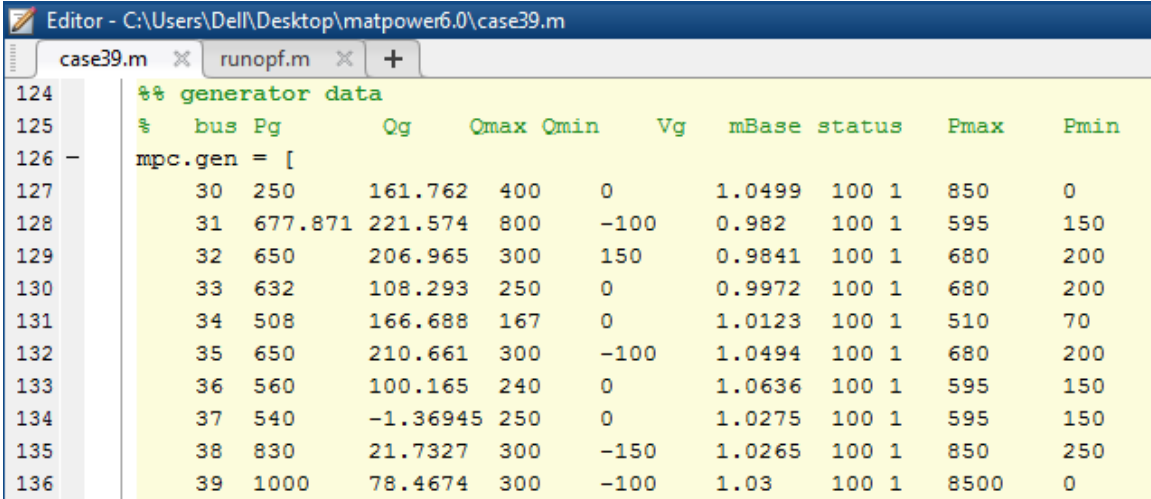
Figura A.10. Ventana de resultados, emisiones.

## ANEXO B

### Despacho Económico con MATPOWER

Los datos de todos los elementos vienen dados por defecto en el caso de estudio IEEE 39-Bus, excepto las curvas características de entrada-salida y sus límites de generación.

Para el ingreso de los límites de generación nos movemos a la carpeta que contiene el paquete computacional MATPOWER [16] y abrimos el archivo del caso de estudio seleccionado para este ejemplo el “case39”, dentro del código nos movemos hasta encontrar “generator data” en la matriz “mpc.gen” ingresamos los datos de límite máximo de generación en la variable “Pmax” y el límite mínimo en la variable “Pmin”.



```
124 %% generator data
125 % bus Pg Qg Qmax Qmin Vg mBase status Pmax Pmin
126 - mpc.gen = [
127 30 250 161.762 400 0 1.0499 100 1 850 0
128 31 677.871 221.574 800 -100 0.982 100 1 595 150
129 32 650 206.965 300 150 0.9841 100 1 680 200
130 33 632 108.293 250 0 0.9972 100 1 680 200
131 34 508 166.688 167 0 1.0123 100 1 510 70
132 35 650 210.661 300 -100 1.0494 100 1 680 200
133 36 560 100.165 240 0 1.0636 100 1 595 150
134 37 540 -1.36945 250 0 1.0275 100 1 595 150
135 38 830 21.7327 300 -150 1.0265 100 1 850 250
136 39 1000 78.4674 300 -100 1.03 100 1 8500 0
```

Figura A.11. Ingreso de límites de generación de unidades térmicas

Para el ingreso de las curvas características entrada-salida dentro del archivo “case39”, nos movemos hasta “generator cost data” y en la matriz “mpc.gencost” seleccionamos la opción “2” el cual nos permite ingresar las curvas de la forma  $q(x) = a + bx + cx^2$ , con el siguiente orden: c, b y a.

```

Editor - C:\Users\Dell\Desktop\matpower6.0\case39.m
case39.m x runopf.m x +
189
190 %%----- OPF Data -----%%
191 %% generator cost data
192 % 1 startup shutdown n x1 y1 ... xn yn
193 % 2 startup shutdown n c(n-1) ... c0
194 - mpc.gencost = [
195     2 0 0 3 0.001562 7.92 561;
196     2 0 0 3 0.001562 7.92 561;
197     2 0 0 3 0.001562 7.92 561;
198     2 0 0 3 0.001562 7.92 561;
199     2 0 0 3 0.001562 7.92 561;
200     2 0 0 3 0.001562 7.92 561;
201     2 0 0 3 0.001562 7.92 561;
202     2 0 0 3 0.001562 7.92 561;
203     2 0 0 3 0.001562 7.92 561;
204     2 0 0 3 0.001562 7.92 561;

```

**Figura A.12.** Ingreso de las curvas características entrada-salida de unidades térmicas

Para realizar el Despacho Económico abrimos el archivo “runopf”, dentro del código nos movemos hasta encontrar “casedata”, e ingresamos el nombre del caso de estudio seleccionado “case39” y corremos el programa.

```

Editor - C:\Users\Dell\Desktop\matpower6.0\runopf.m
runopf.m x case39.m x +
60 %% default arguments
61 - if nargin < 4
62 -     solvedcase = ''; %% don't save solved case
63 -     if nargin < 3
64 -         fname = ''; %% don't print results to a file
65 -         if nargin < 2
66 -             mpopt = mpooption; %% use default options
67 -             if nargin < 1
68 -                 casedata = 'case39'; %% default data file is 'case9.m'
69 -             end
70 -         end
71 -     end
72 - end

```

**Figura A.13.** Selección del caso para realizar el Despacho Económico

Los resultados aparecerán impresos en “Bus Data”, “Generation”, “P (WM)”.

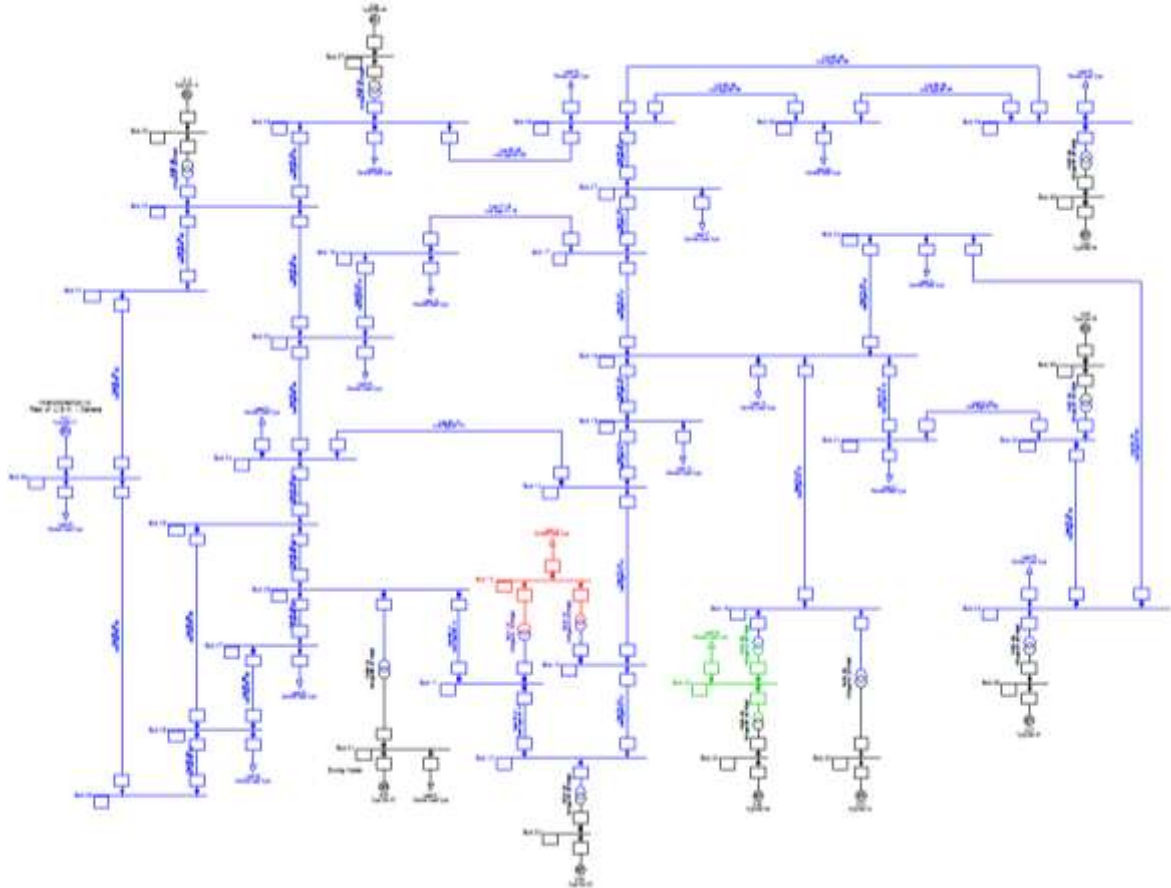


| Bus Data |          |           |            |          |         |          |                    |        |
|----------|----------|-----------|------------|----------|---------|----------|--------------------|--------|
| Bus #    | Voltage  |           | Generation |          | Load    |          | Lambda (\$/MVA-hr) |        |
|          | Mag (pu) | Ang (deg) | P (MW)     | Q (MVar) | P (MW)  | Q (MVar) | P                  | Q      |
| 1        | 1.043    | -10.106   | -          | -        | 0.00    | 44.20    | 10.140             | 0.003  |
| 2        | 1.052    | -3.945    | -          | -        | -       | -        | 9.958              | -      |
| 3        | 1.045    | -7.839    | -          | -        | 322.00  | 2.40     | 10.058             | 0.008  |
| 4        | 1.038    | -9.393    | -          | -        | 500.00  | 184.00   | 10.090             | 0.022  |
| 5        | 1.049    | -8.701    | -          | -        | -       | -        | 10.075             | 0.010  |
| 6        | 1.054    | -8.063    | -          | -        | -       | -        | 10.058             | 0.005  |
| 7        | 1.042    | -10.306   | -          | -        | 233.80  | 84.00    | 10.112             | 0.018  |
| 8        | 1.040    | -10.884   | -          | -        | 522.00  | 176.60   | 10.131             | 0.019  |
| 9        | 1.060    | -12.712   | -          | -        | 0.00    | -66.60   | 10.172             | -0.023 |
| 10       | 1.060    | -5.668    | -          | -        | -       | -        | 9.983              | -      |
| 11       | 1.057    | -6.483    | -          | -        | -       | -        | 10.010             | 0.004  |
| 12       | 1.044    | -6.429    | -          | -        | 7.50    | 88.00    | 10.008             | 0.019  |
| 13       | 1.055    | -6.277    | -          | -        | -       | -        | 10.004             | 0.007  |
| 14       | 1.046    | -7.697    | -          | -        | -       | -        | 10.049             | 0.016  |
| 15       | 1.037    | -7.926    | -          | -        | 320.00  | 153.00   | 10.052             | 0.029  |
| 16       | 1.047    | -6.493    | -          | -        | 329.00  | 32.30    | 9.999              | 0.013  |
| 17       | 1.048    | -7.526    | -          | -        | -       | -        | 10.025             | 0.002  |
| 18       | 1.046    | -8.062    | -          | -        | 158.00  | 30.00    | 10.050             | 0.005  |
| 19       | 1.060    | -1.775    | -          | -        | -       | -        | 9.863              | 0.007  |
| 20       | 0.997    | -2.724    | -          | -        | 628.00  | 103.00   | 9.880              | 0.016  |
| 21       | 1.045    | -4.146    | -          | -        | 274.00  | 115.00   | 9.948              | 0.018  |
| 22       | 1.060    | 0.210     | -          | -        | -       | -        | 9.858              | -      |
| 23       | 1.053    | 0.169     | -          | -        | 247.50  | 84.60    | 9.858              | 0.011  |
| 24       | 1.051    | -6.357    | -          | -        | 308.60  | -92.20   | 9.998              | 0.009  |
| 25       | 1.060    | -3.316    | -          | -        | 224.00  | 47.20    | 9.798              | -0.002 |
| 26       | 1.060    | -7.002    | -          | -        | 139.00  | 17.00    | 9.957              | -0.052 |
| 27       | 1.049    | -8.380    | -          | -        | 281.00  | 75.50    | 10.023             | -0.020 |
| 28       | 1.055    | -6.289    | -          | -        | 206.00  | 27.60    | 9.939              | -0.028 |
| 29       | 1.053    | -4.434    | -          | -        | 283.50  | 26.90    | 9.882              | -0.014 |
| 30       | 1.031    | 2.462     | 652.45     | 61.38    | -       | -        | 9.958              | -      |
| 31       | 1.060    | 0.000*    | 595.00     | 363.69   | 9.20    | 4.60     | 10.057             | -      |
| 32       | 1.028    | 1.783     | 660.40     | 235.06   | -       | -        | 9.983              | -      |
| 33       | 1.006    | 3.052     | 595.41     | 102.17   | -       | -        | 9.780              | -      |
| 34       | 1.013    | 2.465     | 510.00     | 137.86   | -       | -        | 9.789              | -      |
| 35       | 1.060    | 4.851     | 620.20     | 216.22   | -       | -        | 9.858              | -      |
| 36       | 1.060    | 8.493     | 595.00     | 61.42    | -       | -        | 9.803              | -      |
| 37       | 1.042    | 3.853     | 581.05     | 55.76    | -       | -        | 9.735              | -      |
| 38       | 1.021    | 0.699     | 599.62     | -42.05   | -       | -        | 9.793              | -      |
| 39       | 1.038    | -13.870   | 727.13     | 61.01    | 1104.00 | 250.00   | 10.192             | -      |
| Total:   |          |           | 6136.26    | 1252.52  | 6097.10 | 1387.10  |                    |        |

Figura A.14. Resultados de potencia activa de los generadores con MATPOWER

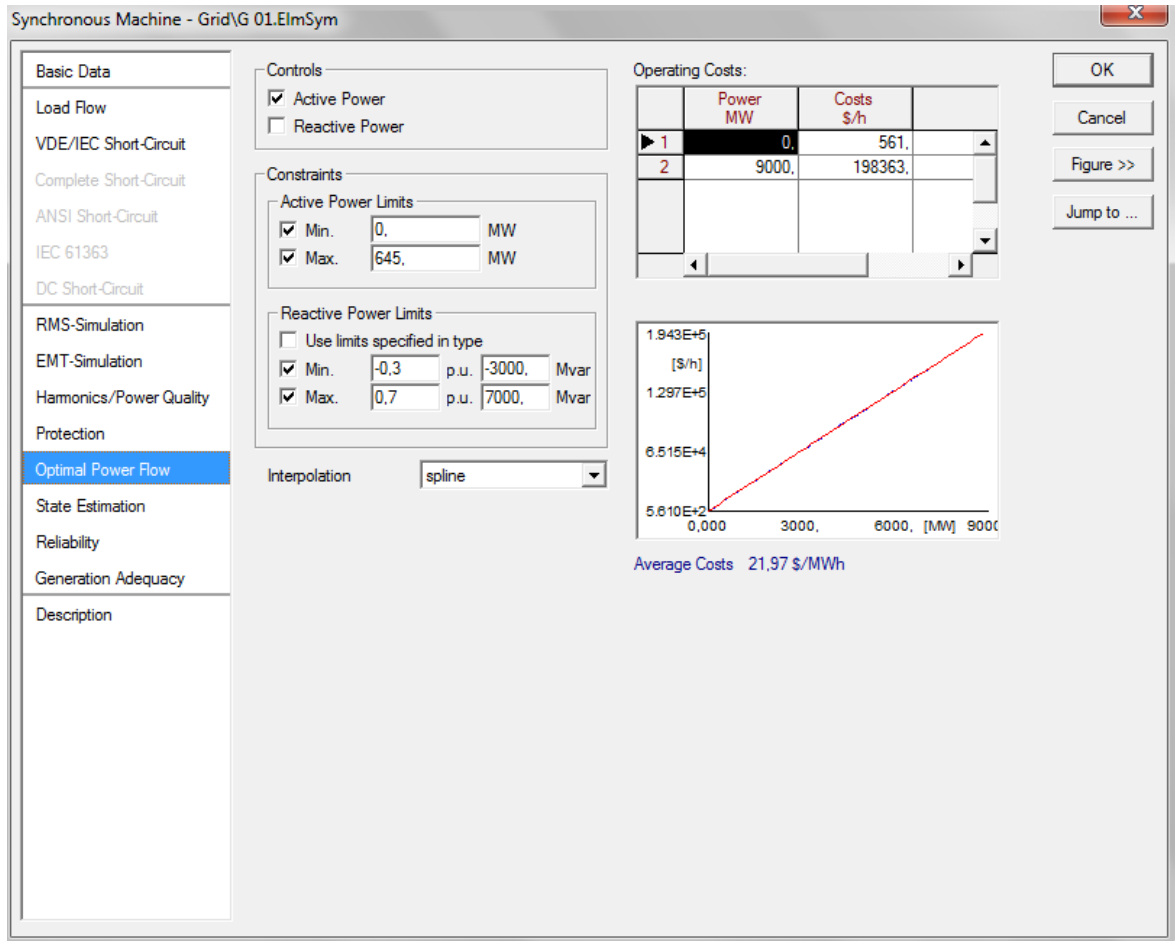
## Despacho Económico con Digilent

Los datos de todos los elementos vienen dados por defecto en el caso de estudio IEEE 39-Bus, excepto las curvas características entrada-salida de unidades térmicas.



**Figura A.15.** Caso de estudio IEEE 39-Bus en Digilent

Las curvas características entrada-salida tienen que ser ingresadas para cada generador, en la pestaña de Optimal Power Flow, lo cual se realiza ingresando puntos pertenecientes a cada curva, como se muestra a continuación.



**Figura A.16.** Ingreso de curva característica entrada-salida

Una vez realizado el ingreso de las curvas para realizar la simulación de flujo óptimo de potencia, se selecciona las consideraciones de operación establecidas para el problema, en este caso son cuatro consideraciones:

### Method

- AC Optimization (Interior Point Method), para tomar en cuenta las pérdidas del sistema.

### Objective Function

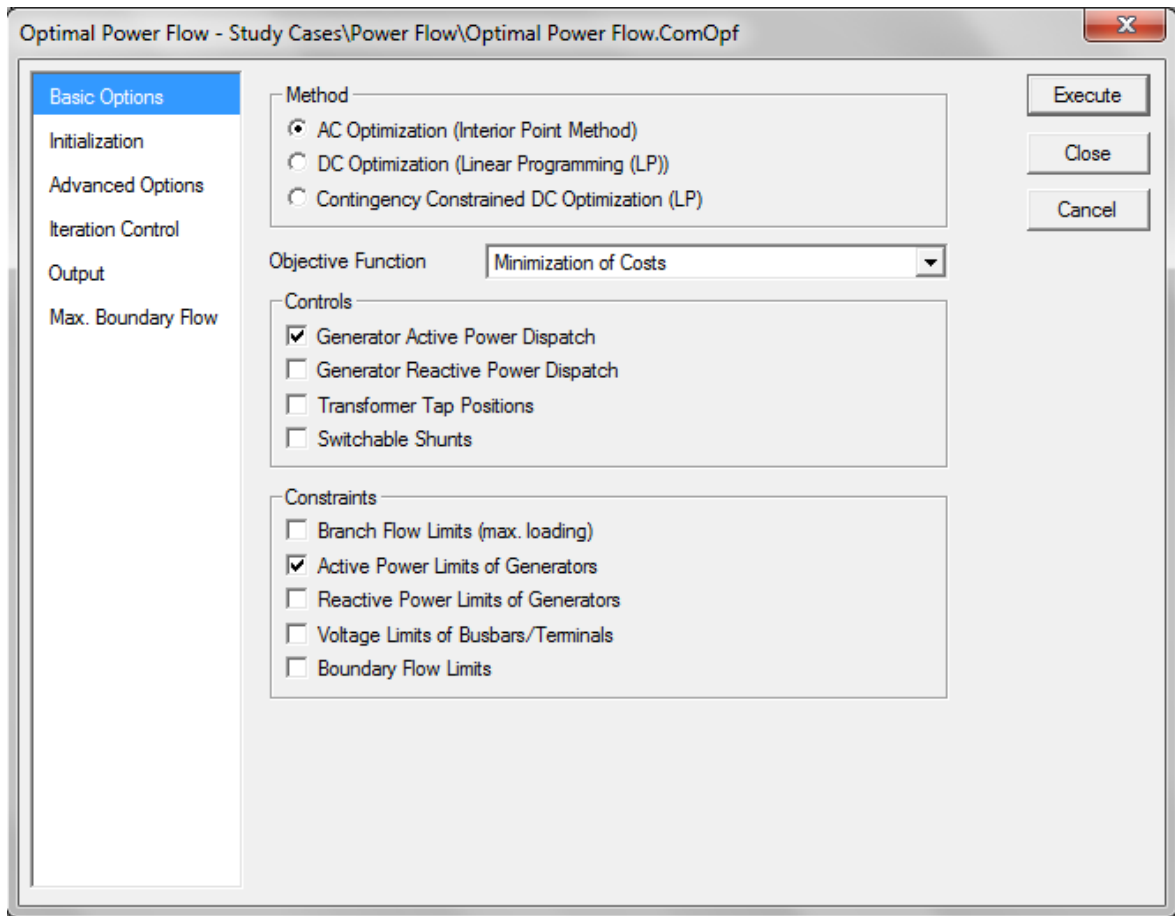
- Minimization of Costs, para que el objetivo sea minimizar los costos.

### Controls

- Generator Active Power Dispatch, para el despacho sea de potencia activa.

### Constraints

- Active Power Limits of Generators, para tomar en cuenta los límites de generación de potencia activa.



**Figura A.17.** Simulación de Despacho Económico en DigSilent

Al ejecutar el Despacho Económico para este caso obtenemos los siguientes resultados:

|     | Name | Grid | Active Power MW |
|-----|------|------|-----------------|
| ☺ ✓ | G 01 | Grid | 644,9914        |
| ☺ ✓ | G 02 | Grid | 594,9869        |
| ☺ ✓ | G 03 | Grid | 664,9826        |
| ☺ ✓ | G 04 | Grid | 591,922         |
| ☺ ✓ | G 05 | Grid | 509,9342        |
| ☺ ✓ | G 06 | Grid | 614,9671        |
| ☺ ✓ | G 07 | Grid | 594,9443        |
| ☺ ✓ | G 08 | Grid | 590,2709        |
| ☺ ✓ | G 09 | Grid | 587,9466        |
| ☺ ✓ | G 10 | Grid | 744,9805        |

**Figura A.18.** Resultados de potencia activa de los generadores con DigSilent

## ANEXO C

### Determinar el precio al carbono

Las iniciativas de fijación de precios del carbono continúan afinadas, adaptándose a las nuevas circunstancias e incorporando las lecciones aprendidas. Las iniciativas existentes de fijación de precios del carbono están evolucionando en base a experiencias pasadas y las iniciativas futuras intentan aprender de estas experiencias en su diseño.

Varias organizaciones han publicado estudios para ayudar a los gobiernos y las empresas a desarrollar instrumentos eficientes y rentables para poner un precio a los costos sociales de las emisiones, que incluyen:

- La Asociación del Banco Mundial para la Preparación del Mercado junto con la Asociación Internacional de Acción sobre el Carbono, publicó “Emissions Trading in Practice: Handbook on Design and Implementation”, este manual explica los fundamentos de un ETS y establece un proceso de 10 pasos para diseñar un ETS: cada paso implica una serie de decisiones o acciones que darán forma a las principales características de la política.
- La Asociación para la Preparación del Mercado del Banco Mundial publicó la Guía del impuesto al carbono: un manual para los responsables políticos. Esta guía tiene dos objetivos principales. Primero, sirve como una herramienta práctica para ayudar a los encargados de formular políticas a determinar si un impuesto al carbono es el instrumento adecuado para lograr los objetivos de las políticas nacionales. En segundo lugar, es un recurso para apoyar el diseño y la implementación de un impuesto que se adapte mejor a las necesidades, circunstancias y objetivos específicos de la política nacional.
- La Asociación para la Preparación del Mercado del Banco Mundial publicó una guía para la evaluación comparativa de gases de efecto invernadero para instrumentos de política climática. El objetivo de la guía es proporcionar a los encargados de la formulación de políticas una orientación estructurada sobre el desarrollo de puntos de referencia.
- La Comisión Europea publicó el manual EU ETS, que proporciona información detallada sobre el Sistema de Comercio de Emisiones de la UE, incluida información sobre cómo se diseñó el sistema y cómo funciona.
- El Pacto Mundial de las Naciones Unidas y el Instituto de Recursos Mundiales, junto con los socios de Caring for Climate, publicaron la Guía ejecutiva para el liderazgo en la fijación de precios del carbono. La guía describe lo que significan

los diferentes enfoques internos de fijación de precios del carbono y presenta ejemplos de casos de empresas que ilustran cómo las empresas los han puesto en práctica.

- El Banco Europeo de Reconstrucción y Desarrollo y el Instituto de Investigación Grantham sobre Cambio Climático y Medio Ambiente publicaron el Informe Especial sobre Cambio Climático - La transición baja en carbono. El informe describe las políticas necesarias para reducir las emisiones de carbono en Europa central y oriental y Asia central, incluidos los precios del carbono. El informe destaca los desafíos y oportunidades de la fijación de precios del carbono en el contexto de la participación de los países en transición en los esfuerzos de mitigación del cambio climático global.
- El Banco Asiático de Desarrollo publicó los esquemas de comercio de emisiones y su vinculación: desafíos y oportunidades en el informe de Asia y el Pacífico. Este producto de conocimiento resume algunas de las experiencias de aprendizaje más significativas hasta la fecha sobre la vinculación de ETS y analiza algunas de las soluciones para aliviar los desafíos que se han enfrentado. También examina las posibilidades de futuros mercados de carbono vinculados en la región de Asia y el Pacífico.
- Ecofys, The Generation Foundation y CDP han desarrollado una guía sobre los enfoques de mejores prácticas para la fijación de precios internos del carbono en las empresas para apoyar una mayor adopción de los precios internos del carbono. Utilizando un nuevo marco de cuatro dimensiones, la guía explica cómo se puede establecer un enfoque de mejores prácticas de fijación de precios del carbono interno para optimizar la descarbonización en la cadena de valor de una empresa.

Para los gobiernos, la elección del tipo de fijación de precios del carbono se basa en circunstancias nacionales y realidades políticas. A partir de 2017, 42 países y 25 jurisdicciones subnacionales (ciudades, estados y regiones) ya tienen iniciativas de fijación de precios del carbono, con más planificación para implementar la fijación de precios del carbono en el futuro. El tipo de iniciativa más adecuado depende de las circunstancias y el contexto específicos de una jurisdicción determinada, y los objetivos de política del instrumento deben estar alineados con las prioridades económicas nacionales más amplias y las capacidades institucionales. Los ETS y los impuestos al carbono se utilizan cada vez más de forma complementaria, con características de

ambos tipos a menudo combinadas para formar enfoques híbridos para la fijación de precios del carbono.

Las emisiones de GEI también pueden tener un precio implícito a través de otros instrumentos de política, como la eliminación de los subsidios a los combustibles fósiles, los impuestos a la energía, el apoyo a las energías renovables y el comercio de certificados de eficiencia energética.

En la Tabla A.1 se presenta una lista con los países que cuentan con un impuesto a las emisiones de  $CO_2$ :

**Tabla A.1.** Países con impuestos a las emisiones de  $CO_2$

| <b>País</b>   | <b>Nombre de la iniciativa</b> | <b>Año de implementación</b> |
|---------------|--------------------------------|------------------------------|
| Argentina     | Argentina carbon tax           | 2018                         |
| Canadá        | Canada federal fuel charge     | 2019                         |
| Chile         | Chile carbon tax               | 2017                         |
| Colombia      | Colombia carbon tax            | 2017                         |
| Dinamarca     | Denmark carbon tax             | 1992                         |
| Estonia       | Estonia carbon tax             | 2000                         |
| Finlandia     | Finland carbon tax             | 1990                         |
| Francia       | France carbon tax              | 2014                         |
| Islandia      | Iceland carbon tax             | 2010                         |
| Irlanda       | Ireland carbon tax             | 2010                         |
| Japón         | Japan carbon tax               | 2012                         |
| Letonia       | Latvia carbon tax              | 2004                         |
| Liechtenstein | Liechtenstein carbon tax       | 2008                         |
| México        | Mexico carbon tax              | 2014                         |
| Noruega       | Norway carbon tax              | 1991                         |
| Polonia       | Poland carbon tax              | 1990                         |
| Portugal      | Portugal carbon tax            | 2015                         |
| Singapur      | Singapore carbon tax           | 2019                         |
| Eslovenia     | Slovenia carbon tax            | 1996                         |
| Sur África    | South Africa carbon tax        | 2019                         |
| España        | Spain carbon tax               | 2014                         |
| Suecia        | Sweden carbon tax              | 1991                         |
| Suiza         | Switzerland carbon tax         | 2008                         |

|             |                       |      |
|-------------|-----------------------|------|
| Reino Unido | UK carbon price floor | 2013 |
| Ucrania     | Ukraine carbon tax    | 2011 |

### **Precios internacionales del carbono**

La fijación de precios internacionales del carbono se refiere a las iniciativas de fijación de precios del carbono que tienen el potencial de abarcar todo el mundo. Esto incluye:

Iniciativas bajo la Convención Marco de las Naciones Unidas sobre el Cambio Climático (CMNUCC):

- Comercio internacional de emisiones (IET) ,
- Implementación Conjunta (JI) y Mecanismo de Desarrollo Limpio (MDL)
- Nuevos enfoques en virtud del artículo 6 del Acuerdo de París

Iniciativas fuera de la CMNUCC:

- El mercado voluntario de carbono
- Financiación climática basada en resultados (RBCF)
- Iniciativas sectoriales mundiales

El precio internacional del carbono despegó con la introducción de los mecanismos de flexibilidad en virtud del Protocolo de Kioto. Adoptado en la tercera Conferencia de las Partes (COP) de la CMNUCC celebrada en Kioto, Japón, en diciembre de 1997, el Protocolo de Kioto comprometió a los signatarios de los países industrializados a reducir colectivamente sus emisiones de GEI al menos 5.2% por debajo de los niveles de 1990 en promedio durante 2008–2012.

Mirando hacia el futuro, la fijación de precios del carbono puede desempeñar un papel fundamental para lograr las ambiciones del Acuerdo de París. El artículo 6 del Acuerdo de París proporciona una base para facilitar el reconocimiento internacional de los enfoques cooperativos de fijación de precios del carbono e identifica nuevos conceptos que pueden allanar el camino para esta cooperación. El párrafo 136 de la primera Decisión COP 21 (Adopción del Acuerdo de París) reconoce el importante papel de proporcionar incentivos para las actividades de reducción de emisiones, incluidas herramientas como las políticas nacionales y los precios del carbono. Muchos de los planes presentados a la CMNUCC reconocen el importante papel de los precios del



carbono, con aproximadamente 100 países planificando o considerando mecanismos de precios del carbono en sus NDC previstos.

### **Precios regionales, nacionales y subnacionales del carbono**

Durante la última década, el número de jurisdicciones con iniciativas de fijación de precios del carbono se ha duplicado. Estas jurisdicciones, que incluyen siete de las diez economías más grandes del mundo, son responsables de aproximadamente una cuarta parte de las emisiones mundiales de GEI. El número de iniciativas de fijación de precios de carbono implementado o programado para su implementación se ha cuadruplicado en la última década y casi se ha duplicado en los últimos cinco años, llegando a 47 en 2017. La mitad de las nuevas iniciativas implementadas o programadas para su implementación en los últimos cinco años fueron en economías de ingresos medios altos, antes de 2013, las iniciativas de fijación de precios del carbono se implementaban casi exclusivamente en economías de altos ingresos.

Los precios del carbono observados abarcan un amplio rango, desde menos de US 1\$ hasta US 140\$/tCO<sub>2</sub>e. Cerca de tres cuartas partes de las emisiones cubiertas permanecen un precio de menos de US 10\$/tCO<sub>2</sub>e, que es sustancialmente más baja que los niveles de precios que sean coherentes con la consecución del objetivo del Acuerdo de París, identificado por la Comisión de Alto Nivel sobre los precios del carbono de estar en el rango de US 40–80\$/tCO<sub>2</sub>e en 2020 y US 50–100\$/tCO<sub>2</sub>e para 2030. Actualmente, solo los impuestos al carbono en Finlandia, Liechtenstein, Suecia y Suiza tienen tasas de precios del carbono que son consistentes con el rango de precios de 2020 recomendado por la Comisión de Alto Nivel sobre los Precios del Carbono. Si todas las iniciativas existentes de fijación de precios de carbono adoptaran precios de carbono que estén en línea con el objetivo del Acuerdo de París, los ingresos gubernamentales recaudados aumentarían de US 22 mil millones \$ en 2016 a más de US 100 mil millones \$ por año. El valor total de los ETS y los impuestos al carbono en 2017 es de US 52 mil millones \$, un aumento del siete por ciento en comparación con 2016.

### **Precios internos del carbono**

Un número creciente de organizaciones está utilizando los precios internos del carbono para guiar su proceso de toma de decisiones:

- Las aplicaciones corporativas de fijación interna de precios del carbono incluyen el apoyo a la toma de decisiones de inversión estratégica corporativa y ayudar a las empresas a cambiar a modelos de negocios con menos carbono.
- Algunos gobiernos están utilizando los precios internos del carbono como una herramienta para su proceso de adquisición, evaluación de proyectos y diseño de políticas en relación con los impactos del cambio climático.
- Las instituciones financieras también han comenzado a utilizar los precios internos del carbono para evaluar su cartera de proyectos.

Más de 1.300 empresas, incluidas más de 100 con un ingreso anual total de aproximadamente 7 billones de dólares, informaron que actualmente están utilizando un precio interno del carbono o planean hacerlo en los próximos dos años, representa un aumento del 11% en comparación con 2016. Aproximadamente dos tercios de las empresas utilizan actualmente los precios internos del carbono como una herramienta de gestión de riesgos, el 83% tiene su sede en países donde la fijación obligatoria de precios al carbono está establecida o programada para su implementación a nivel nacional o subnacional.

Los inversores y las empresas reciben apoyo en su respuesta a las recomendaciones del TCFD a través de la Iniciativa del corredor de fijación de precios del carbono. La iniciativa apunta a identificar los precios del carbono necesarios para lograr las ambiciones del Acuerdo de París desde la perspectiva del sector privado. Para el sector eléctrico, la iniciativa encontró que los precios del carbono en el rango de US 24 – 39 \$/tCO<sub>2</sub>e para 2020 y de US 30 – 100 \$/tCO<sub>2</sub>e para 2030 son necesarios para descarbonizar el sector para 2050.

Los gobiernos también están utilizando el precio interno del carbono para la toma de decisiones, como evaluar el impacto climático de las inversiones en infraestructura en las evaluaciones de proyectos. Los gobiernos generalmente usan tres enfoques diferentes para establecer el precio interno del carbono:

- Estimaciones del costo social del carbono: el costo social del carbono refleja el valor de los daños globales causados por una tonelada de emisiones de GEI. Este enfoque está sujeto a un alto nivel de incertidumbre, ya que se basa en pronósticos del estado de la economía, los cambios demográficos y el costo de las medidas de adaptación.

- Estimaciones del costo de reducción marginal: el precio interno del carbono puede derivarse del costo de reducción marginal de cumplir con un objetivo nacional de reducción de emisiones. Las estimaciones de este costo se basan en las expectativas del costo de las tecnologías de reducción de emisiones.
- Los valores de mercado actuales y futuros estimados de los derechos de emisión: los precios internos del carbono también pueden basarse en los precios de mercado de los derechos de emisión.

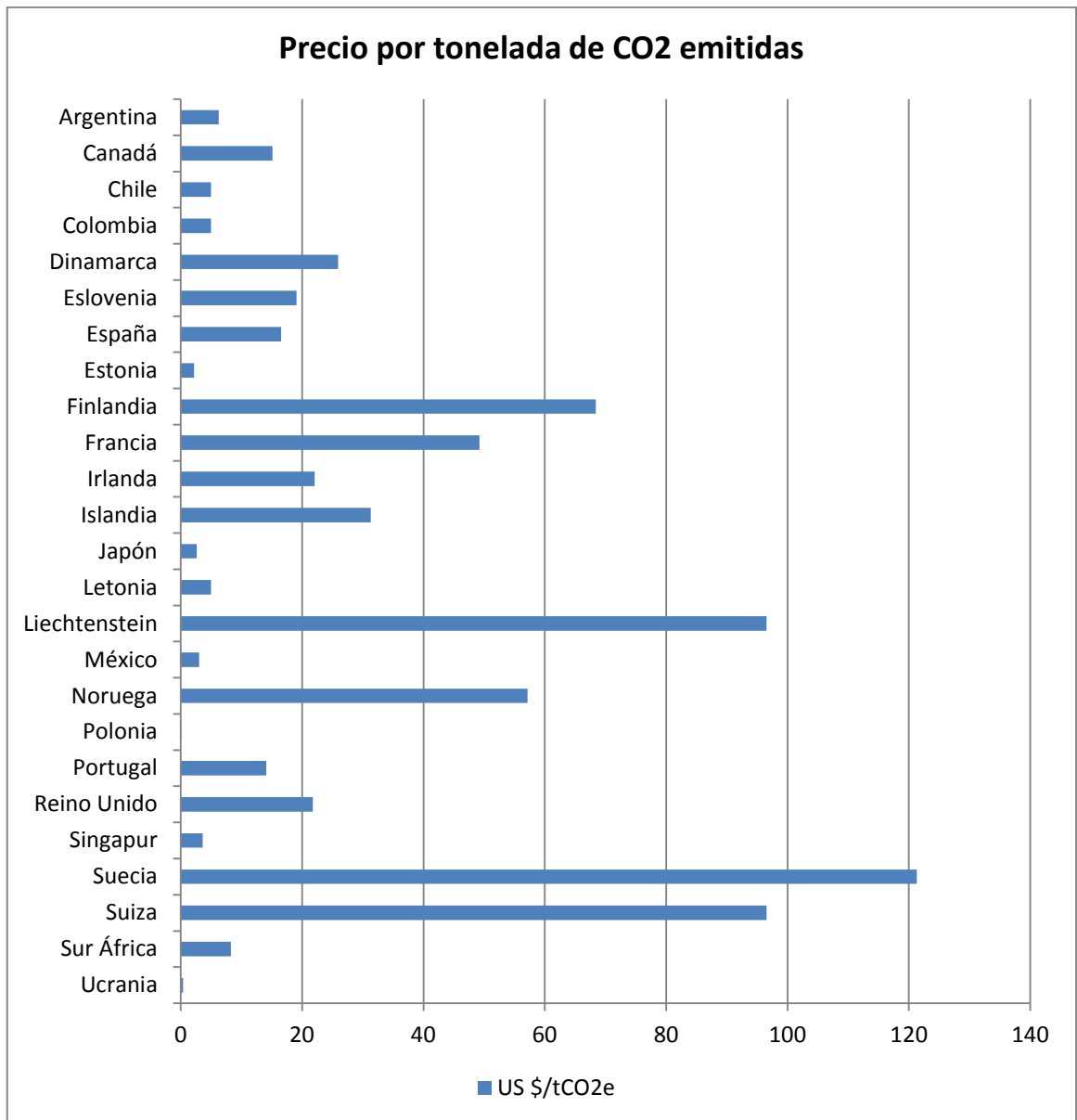
En los tres casos, los costos aumentan con el tiempo a medida que aumenta el stock de GEI. En el primer caso, los costos aumentan ya que se espera que las emisiones futuras causen mayores daños por cada tonelada de GEI emitida. En los últimos dos casos, los costos son más altos a medida que la reducción marginal se vuelve más costosa con el tiempo.

La mitad de los diez países de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico con las emisiones más altas de GEI informaron el uso de los precios internos del carbono. Los precios internos del carbono utilizados oscilaron entre US 5 \$/tCO<sub>2</sub>e a más de US 400 \$/tCO<sub>2</sub>e, según el país, el año y el sector para el que se tome una decisión.

Las instituciones financieras utilizan cada vez más los precios internos del carbono como una herramienta para evaluar sus inversiones al incluir el costo del carbono en los análisis económicos de nuevos proyectos. Las razones incluyen comprender mejor y medir su huella de carbono, e integrar sistemáticamente la externalidad negativa de las emisiones de CO<sub>2</sub> en la evaluación del proyecto como parte de los compromisos para apoyar soluciones bajas en carbono a través de su cartera de préstamos. En la Tabla A.2 se muestra el precio por tonelada de CO<sub>2</sub> emitidas.

**Tabla A.2.** Precio por tonelada de CO<sub>2</sub> emitidas en dólares

| <b>País</b>   | <b>Precio US\$/tCO<sub>2</sub></b> |
|---------------|------------------------------------|
| Argentina     | 6.24                               |
| Canadá        | 15.13203903                        |
| Chile         | 5                                  |
| Colombia      | 4.988779242                        |
| Dinamarca     | 25.91474816                        |
| Estonia       | 2.207400103                        |
| Finlandia     | 68.42940318                        |
| Francia       | 49.22502229                        |
| Islandia      | 31.303358                          |
| Irlanda       | 22.07400103                        |
| Japón         | 2.645551816                        |
| Letonia       | 4.966650231                        |
| Liechtenstein | 96.56643451                        |
| México        | 3.002736571                        |
| Noruega       | 57.14223345                        |
| Polonia       | 0.077200205                        |
| Portugal      | 14.06113865                        |
| Singapur      | 3.633192946                        |
| Eslovenia     | 19.09401089                        |
| Sur África    | 8.28571546                         |
| España        | 16.55550077                        |
| Suecia        | 121.290409                         |
| Suiza         | 96.56643451                        |
| Reino Unido   | 21.78539291                        |
| Ucrania       | 0.384615385                        |



**Figura A.19.** Precio por tonelada de CO<sub>2</sub> emitidas en dólares