



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

ESTUDIO PARAMÉTRICO DE ÁNGULOS DIRECTRICES Y TRIÁNGULOS DE VELOCIDADES DE LA CUCHARA DE LA TURBINA PELTON PARA LA GENERACIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA A PEQUEÑA ESCALA

TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
INGENIERO MECÁNICO

ÁLVAREZ TUMAILLI HERMAN STEVEN
herman.alvarez@epn.edu.ec

DIRECTOR: ING. HIDALGO DÍAZ VÍCTOR HUGO, DSc.
victor.hidalgo@epn.edu.ec

Quito, noviembre 2020

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por **HERMAN STEVEN ÁLVAREZ TUMAILLI**, bajo mi supervisión.

Ing. Víctor Hugo Hidalgo Díaz D.Sc

DIRECTOR DE PROYECTO

DECLARACIÓN

Yo, **Herman Steven Álvarez Tumailli**, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual correspondiente a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normativa institucional vigente.

Herman Steven Álvarez Tumailli

DEDICATORIA

A mis padres y hermana, por su amor y apoyo incondicional a lo largo de todos estos años. Han sido mi respaldo e inspiración para poder llegar a este momento, que es nuestro.

Sin sus palabras de fortaleza y aliento, esto no habría sido posible.

¡Gracias infinitas!

Steven

AGRADECIMIENTO

A los docentes de la Escuela Politécnica Nacional, quienes contribuyeron a mi crecimiento como persona y como profesional, su gusto por la investigación ha sido punto clave para brindarme una educación enriquecedora. Sin duda, la exigencia que demandan en las aulas me ha ayudado a construir un carácter fuerte y crítico para iniciar y desempeñar cualquier proyecto.

A César Terán, profesor y amigo que tuve la suerte de encontrar al inicio de mi vida universitaria. Sus consejos y frases de aliento me permitieron tener la guía necesaria para elegir la carrera correcta. Sin su influencia, no habría descubierto mi pasión por la ingeniería.

A mi director, Víctor Hidalgo, profesional que cualquier estudiante quisiera encontrar en su carrera universitaria. Su trayectoria e investigaciones me han ayudado a comprender que el esfuerzo y trabajo duro son la base para alcanzar cualquier meta propuesta.

A mis amigos dentro y fuera de la facultad, su presencia en los buenos momentos y su apoyo en los difíciles han hecho de estos años un camino lleno de anécdotas memorables. ¡Son únicos, muchachos!

Steven

ÍNDICE DE CONTENIDO

CERTIFICACIÓN.....	i
DECLARACIÓN.....	ii
DEDICATORIA.....	iii
AGRADECIMIENTO.....	iv
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	v
ÍNDICE DE FIGURAS.....	vii
ÍNDICE DE TABLAS.....	x
RESUMEN.....	xi
ABSTRACT.....	xii
INTRODUCCIÓN.....	1
Pregunta de Investigación.....	2
Objetivo general.....	2
Objetivos específicos.....	3
Hipótesis o Alcance.....	3
1. MARCO TEÓRICO.....	4
1.1. Situación energética del Ecuador.....	4
1.2. Panorama de las pequeñas centrales hidroeléctricas.....	5
1.3. Descripción general de la hidroelectricidad a pequeña escala en el Ecuador.....	6
1.3.1. Políticas de energía renovable.....	7
1.3.2. Barreras para el desarrollo de las PCH.....	7
1.4. Turbinas hidráulicas.....	8
1.5. Turbinas Pelton.....	9
1.5.1. Cuchara Pelton.....	10
1.5.2. Dimensiones de la cuchara Pelton.....	11
1.5.3. Ciclo de trabajo de la cuchara.....	12
1.5.4. Triángulos de velocidad.....	13
1.5.5. Principio de conversión de energía.....	14
1.5.6. Parámetros hidromecánicos característicos.....	16
1.6. Revisión de la literatura.....	18
2. METODOLOGÍA.....	20
2.1. Premisas para el modelo paramétrico.....	22
2.1.1. Simplificación de la forma del divisor.....	22
2.1.2. Velocidad del chorro.....	23
2.2. Ángulos directrices.....	24

2.2.1. Rangos de diseño de los ángulos directrices	25
2.3. Ángulo de la muesca	26
2.3.1. Influencia del ángulo de la muesca en el comportamiento del flujo	26
2.3.2. Desprendimiento de flujo en el filo de la muesca ($\gamma > \gamma_c$)	26
2.3.3. Desviación del flujo en el borde de la muesca de la cuchara ($\gamma < \gamma_c$)	27
2.3.4. Modelo paramétrico propuesto para evaluar el ángulo de la muesca.....	28
2.4. Ángulo del divisor principal	31
2.4.1. Influencia del ángulo del divisor en el comportamiento del flujo	31
2.4.2. Modelo paramétrico propuesto para evaluar el ángulo del divisor	33
2.5. Ángulo de salida	34
2.5.1. Influencia del ángulo de salida en el comportamiento del flujo	34
2.5.2. Modelo paramétrico propuesto para evaluar el ángulo de salida en las turbinas de eje horizontal	37
2.5.3. Modelo paramétrico propuesto para evaluar el ángulo de salida en las turbinas de eje vertical	38
2.6. Diseño de la superficie hidráulica.....	41
2.6.1. Contorno superior de la superficie hidráulica interna.....	41
2.6.2. Sección transversal de la superficie hidráulica interna	43
2.6.3. Contorno longitudinal de la superficie hidráulica interna.....	46
2.6.4. Enmallado para la superficie hidráulica interna	46
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	49
3.1. Estudio de sensibilidad de los ángulos directrices y triángulos de velocidad.....	49
3.1.1. Efecto de la variación del ángulo de la muesca	49
3.1.2. Efecto de la variación del ángulo del divisor.....	54
3.1.3. Efecto de la variación del ángulo de salida	56
3.2. Superficie hidráulica interna	64
4. CONCLUSIONES	66
4.1. Trabajo Futuro	67
Referencias Bibliográficas	68
ANEXOS.....	72
ANEXO I. SCRIPT PARA EVALUAR EL ÁNGULO DE LA MUESCA.....	72
ANEXO II. SCRIPT PARA EVALUAR EL ÁNGULO DEL DIVISOR PRINCIPAL	77
ANEXO III. SCRIPT PARA EVALUAR EL ÁNGULO DE SALIDA.....	78
ANEXO IV. PROCEDIMIENTO PARA EL MODELADO DE LA SUPERFICIE HIDRÁULICA INTERNA.....	83

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Consumo de energía y pérdidas (GWh).....	5
Figura 1.2. Disposición esquemática de una rueda Pelton.....	10
Figura 1.3. Características clave de la cuchara Pelton.....	10
Figura 1.4. Dimensiones de la cuchara Pelton.....	11
Figura 1.5. Secuencia del ciclo de trabajo de la cuchara Pelton.	13
Figura 1.6. Triángulos de velocidad sobre el cangilón.....	13
Figura 1.7. Evolución del diagrama de velocidades en diferentes puntos de operación. ...	14
Figura 2.1. Metodología propuesta para el estudio paramétrico.....	20
Figura 2.2. Geometría del cangilón antes (izquierda) y después (derecha) de que el divisor sea modificado.....	23
Figura 2.3. Fuerza de choque y triángulo de velocidades correspondientes a la muesca de la cuchara Pelton.	27
Figura 2.4. Triángulo de velocidades para una partícula en contacto con la superficie interna a la entrada del cangilón.....	29
Figura 2.5. Metodología de evaluación de la influencia del ángulo de la muesca sobre la eficiencia.....	30
Figura 2.6. Metodología de evaluación del ángulo de la muesca sobre el triángulo de velocidades en contacto con la superficie interna.	31
Figura 2.7. Desviación del chorro en el divisor principal del cangilón.....	32
Figura 2.8. Triángulos de velocidad, antes y después de la desviación del flujo, en el lado superior del cangilón.....	33
Figura 2.9. Metodología de evaluación para el ángulo del divisor de la cuchara.....	34
Figura 2.10. Impacto indeseable entre el chorro y la cuchara adyacente.....	35
Figura 2.11. Salida del flujo en turbinas de eje vertical.	36
Figura 2.12. Triángulo de velocidades a la salida del cangilón (turbina de eje horizontal)	37
Figura 2.13. Metodología de evaluación para el ángulo de salida en las turbinas Pelton (tanto de eje horizontal como de eje vertical).....	40
Figura 2.14. Superficies hidráulicas de la cuchara Pelton: superficie interna (azul) y superficie posterior en la región de la muesca (amarillo).	41
Figura 2.15. Contorno superior de la superficie interna del cangilón.....	42
Figura 2.16. Divisor principal de la superficie interna del cangilón.	42
Figura 2.17. Elipse para crear el perfil del cangilón. a) elipse sin rotar, b) elipse rotada, c) parte de la elipse rotada.	43
Figura 2.18. Sección transversal de la superficie interna del cangilón.	45

Figura 2.19. Curva longitudinal de la superficie hidráulica interna.....	46
Figura 2.20. Contornos superior, transversal y longitudinal de la cuchara Pelton.....	47
Figura 2.21. Spline adicional ubicada de forma transversal en la superficie interna.....	47
Figura 2.22. Enmallado final de la superficie hidráulica interna.....	48
Figura 3.1. Velocidad absoluta del chorro en función del ángulo de la muesca para diferentes velocidades específicas.....	49
Figura 3.2. Velocidad periférica y velocidad relativa en función del ángulo de la muesca para diferentes valores de velocidad específica.....	50
Figura 3.3. Eficiencia parcial en función del ángulo de la muesca para cada velocidad específica.....	51
Figura 3.4. Ángulo αb (entre c_0 y Uc), en función de la velocidad específica.....	52
Figura 3.5. Ángulo γc (entre w_1 y c_1) en función del ángulo de la muesca para diferentes velocidades específicas.....	52
Figura 3.6. Ángulo φ_1 (entre w_1 y Uc) en función del ángulo de la muesca.....	53
Figura 3.7. Velocidades periférica, relativa y absoluta de la partícula de agua en función del ángulo del divisor.....	54
Figura 3.8. Ángulo α_1 (entre c_1 y Um) y ángulo γ_1 (entre c_1 y w_1) en función del ángulo del divisor.....	55
Figura 3.9. Eficiencia parcial en función del ángulo del divisor.....	56
Figura 3.10. Velocidades periférica, relativa y absoluta de la partícula de agua en función del ángulo de salida en turbinas Pelton con eje horizontal.....	57
Figura 3.11. Ángulos del triángulo de velocidades en función del ángulo de salida en turbinas Pelton de eje horizontal.....	58
Figura 3.12. Velocidades periférica, relativa y absoluta de la partícula de agua en función del ángulo de salida en turbinas Pelton con eje vertical.....	60
Figura 3.13. Ángulos del triángulo de velocidades en función del ángulo de salida en turbinas Pelton de eje vertical.....	61
Figura 3.14. Caída de la eficiencia en función del ángulo de salida.....	62
Figura 3.15. Resultados obtenidos del estudio de referencia: a) Ubicación del plano en el que el ángulo de salida es medido, b) Distribución del ángulo de salida (β_e), c) Variación de las pérdidas causadas por el ángulo de salida (β_e).....	63
Figura 3.16. Vistas: a) isométrica, b) frontal, c) lateral derecha y d) superior de la superficie hidráulica interna.....	65

Figura A. 1. Creación de la superficie hidráulica: a) Superficie correspondiente a la mitad del cangilón, b) Intersección de superficies para el contorno superior, c) Definición del superior del cangilón.....83

Figura A. 2. Modelamiento de la muesca de la superficie interna: a) Intersección de superficies para la muesca, b) Definición de la muesca.....84

Figura A. 3. Modelamiento de la parte inclinada del divisor: a) Intersección de superficies para la parte inclinada del divisor, b) Definición de la inclinación del divisor.84

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1. Dimensiones del cangilón en función del diámetro del chorro.	11
Tabla 1.2. Parámetros hidromecánicos característicos de la turbina Pelton.....	17
Tabla 2.1. Datos de referencia obtenidos para una turbina de la hidroeléctrica Illuchi 2. .	21
Tabla 2.2. Dimensiones de referencia de la cuchara Pelton con respecto al diámetro del chorro.	22
Tabla 2.3. Ángulos directrices de la cuchara Pelton.....	25
Tabla 2.4. Rangos de diseño para los ángulos directrices del cangilón.	25
Tabla 3.1. Rangos del ángulo de la muesca en función de la velocidad específica para el caso de análisis.	53
Tabla 3.2. Rangos de análisis de φ_1 en función de la velocidad específica para el caso de análisis.....	54
Tabla 3.3. Rangos de análisis para el ángulo de salida en función de la velocidad específica en turbinas de eje horizontal para el caso de estudio.....	57
Tabla 3.4. Rangos de variación de la velocidad absoluta en función de la velocidad específica en turbinas de eje horizontal para el caso de estudio.....	58
Tabla 3.5. Rangos de variación de los ángulos en función de la velocidad específica en turbinas de eje horizontal para el caso de estudio.	59
Tabla 3.6. Rangos de variación de la velocidad absoluta en función de la velocidad específica en turbinas de eje vertical.	60
Tabla 3.7. Rangos de variación de los ángulos del triángulo de velocidades en función de la velocidad específica en turbinas de eje vertical.....	61
Tabla 3.8. Caída en la eficiencia en función de la velocidad específica para el caso de estudio.....	63
Tabla 3.9. Parámetros de diseño de la superficie hidráulica interna de la cuchara Pelton.	64

RESUMEN

El presente documento tiene como objetivo desarrollar un modelo paramétrico de los ángulos directrices y los triángulos de velocidad de la cuchara de la turbina Pelton considerando la generación de energía eléctrica a pequeña escala. Los ángulos tomados en cuenta en el estudio fueron el ángulo de la muesca, el ángulo del divisor y el ángulo de salida, parámetros angulares propios de la superficie interna del cangilón de la turbina. La parametrización se realizó por medio de un código de programación en Python, haciendo uso de las librerías math, numpy y matplotlib. El análisis de sensibilidad de los parámetros permitió conocer cómo varían las velocidades periférica, absoluta y relativa de las partículas del flujo, así como determinar su efecto sobre la eficiencia hidráulica de la cuchara. Los resultados mostraron que el ángulo de la muesca contribuye con mayor eficiencia parcial que el ángulo del divisor, y además que un diseño incorrecto del ángulo de salida provoca las únicas caídas de eficiencia hidráulica al considerar flujo sin fricción. Con los resultados más prometedores, se modeló la superficie hidráulica interna del cangilón, en la que destaca el uso de splines con vértices de control y herramientas de superficie, propias de Autodesk Inventor.

Palabras clave: cangilón, superficie hidráulica, ángulo de la muesca, ángulo del divisor, ángulo de salida.

ABSTRACT

To develop a parametric study about angles and velocity triangles of Pelton bucket taking into account small scale power generation is the aim of this research work. The cutout angle, splitter angle and exit angle were the parameters considered in this study. The parametrization was performed by means programming code in Python language. Math, NumPy and Matplotlib were the libraries used for making the code. The sensibility analysis allowed to know how the peripheric, absolute and relative velocities vary, as well as, to determinate their effect on the bucket hydraulic efficiency. The deflection of the flow at the cutout angle showed a major contribution to partial efficiency than the deflection of the flow at the splitter angle. In addition, the drop efficiency caused by exit flow angle are obtained taking into account frictionless flow. The best outcomes allowed to create the hydraulic surface of a Pelton bucket using control vertex splines and surface tools of Autodesk Inventor 2020.

Keywords: bucket, hydraulic surface, cutout angle, splitter angle, exit flow angle.

ESTUDIO PARAMÉTRICO DE ÁNGULOS DIRECTRICES Y TRIÁNGULOS DE VELOCIDADES DE LA CUCHARA DE LA TURBINA PELTON PARA GENERACIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA A PEQUEÑA ESCALA

INTRODUCCIÓN

Desde siempre el crecimiento económico del Ecuador se ha traducido en un mejoramiento de la calidad de vida de la población y, por lo tanto, en un incremento de la demanda interna de energía [1], que ha permitido desarrollar las actividades productivas y suplir las necesidades generales del país. Por ello, importaciones de refinados de petróleo y gas natural han tomado peso, ya que permiten generar mayor oferta energética nacional para satisfacer esa demanda. Sin embargo, dicha actividad ocasiona un considerable impacto ambiental, lo que ha obligado al país a invertir por un cambio de matriz energética más amigable con el medio ambiente y lo suficientemente sólida para un crecimiento sostenible a largo plazo [2].

El incremento en el uso de fuentes renovables no convencionales, en conjunto con la hidroelectricidad, a la que se la busca consolidar como la principal fuente de generación eléctrica, han logrado fortalecer una matriz productiva más limpia, soberana y diversificada [3]. En el contexto ecuatoriano, el potencial hidroeléctrico teórico medio es de 91 000 MW, el técnicamente factible de 31 000 MW y el económicamente factible es de 22 000 MW. Tomando en cuenta la capacidad instalada de 5 071 MW (5 041 MW de potencia efectiva), el 23,05% corresponde al potencial económicamente factible aprovechado, quedando aún un 76,95% por aprovechar [4]. Por esta razón, el Ministerio de Electricidad y Energía Renovable (MEER), se ha planteado el seguir fomentando la incorporación paulatina de hidroenergía en la matriz productiva en el corto, mediano y largo plazo [3]. En este caso en particular, se hará énfasis en la generación eléctrica a pequeña escala, con el uso de turbinas tipo Pelton como transformadoras de energía, que permitan aprovechar las vertientes del Pacífico y la Amazónica de las que dispone el país [5].

La generación de hidroelectricidad viene acompañada de un proceso de transformación de energía que se ambiciona, siempre sea lo más eficiente posible para aprovechar al máximo la energía hidráulica del flujo. Por esta razón, el diseño de la turbina Pelton juega un rol protagónico, puesto que una geometría no adecuada del cangilón puede generar

desprendimiento de flujo, que se traduce en una disminución de la eficiencia hidráulica de la turbina. La geometría de la cazoleta también se ve influenciada por la cavitación, pues la forma de su superficie interna impone una curvatura a las líneas de flujo que puede dar lugar a aumentos de la velocidad y caídas de presión, abriendo la posibilidad de que se produzca cavitación [6]. La experiencia práctica ha sido una herramienta importante para definir reglas de diseño de la turbina; sin embargo, es una técnica limitada, pues el enfoque de prueba y error que se requiere, demanda mucho tiempo y un alto costo. Las condiciones complejas del flujo y la interacción inestable entre el chorro a alta velocidad y las cucharas rotatorias, son diferentes de las de otros tipos de turbomáquinas, situaciones que también complican el estudio del flujo por medio de relaciones analíticas o Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) [7].

Con base en lo expuesto anteriormente, se puede notar que el comportamiento del flujo depende del diseño del cangilón. Por ello, toma importancia el estudiar paramétricamente los ángulos directrices de la cuchara Pelton, pues estos influyen en la geometría de la cazoleta y, en consecuencia, afectan los triángulos de velocidades que el fluido adopta al entrar y salir del álabe. Dicho estudio también resultaría beneficioso para la parte energética de la turbina, pues la máxima eficiencia hidráulica se logra en el diseño del perfil de la cuchara [7]; un aumento, incluso del 1% de la eficiencia, conduciría a cientos de megavatios adicionales a partir de los recursos existentes, sin grandes inversiones de capital [8].

Pregunta de Investigación

¿Cómo influyen los ángulos directrices sobre la eficiencia hidráulica y los triángulos de velocidades de la cuchara Pelton?

Objetivo general

Estudiar paramétricamente los ángulos directrices y triángulos de velocidades en la cuchara de la turbina Pelton para la generación de energía eléctrica a pequeña escala.

Objetivos específicos

- Establecer un modelo paramétrico para la cuchara de la turbina Pelton mediante un lenguaje de programación en Python.
- Analizar la influencia de los ángulos directrices sobre los triángulos de velocidades a la entrada y salida del cangilón por medio de un análisis de sensibilidad.
- Analizar la influencia de los ángulos directrices sobre la eficiencia hidráulica de la turbina por medio de un análisis de sensibilidad.
- Determinar la geometría de la superficie interna del cangilón con mayor eficiencia hidráulica.

Hipótesis o Alcance

Se propone elaborar una metodología que tome en cuenta características clave de la cuchara de la turbina Pelton, que sirvan como parámetros para facilitar la etapa del diseño del cangilón y permitan el estudio de los triángulos de velocidad del flujo. La metodología tiene como finalidad definir un modelo paramétrico que permita identificar claramente las características que generan caídas de eficiencia hidráulica de la turbina, a fin de optimizar el uso de los recursos en la etapa de diseño.

1. MARCO TEÓRICO

1.1. Situación energética del Ecuador

El sector energético de un país es un componente estratégico que constituye el flujo del sistema productivo y que permite suplir las necesidades de la población [9]. Es por esto que toma importancia el contabilizar los flujos de energía a través de las cadenas energéticas desde su producción hasta su aprovechamiento final, es decir contar con un balance energético que permita hacer un diagnóstico de la situación energética de un país. Para analizar el contexto energético nacional, se toma como referencia el último Balance Energético Nacional (BEN) presentado por el Ministerio de Energía y Recursos Naturales no Renovables (MERNNR) correspondiente al año 2018. Para ese año, la producción nacional de energía secundaria fue de 80,439 kBEP, de los cuales, 18,119 kBEP corresponde a la producción de electricidad [10].

En el sector eléctrico, para abril del 2020, la potencia nominal instalada fue de 8 685,76 MW según el Balance Nacional de Energía Eléctrica, en la que hubo una participación del 58,45% de la hidroeléctrica; 0,24 % de la energía eólica; 0,32 % de la energía fotovoltaica; 1,66% de Biomasa y 0,08% de biogas. Al considerar a las energías no renovables, se tiene una participación del 23,46% de centrales térmicas de MCI; 10,16% de Turbogas y 5,62% de Turbovapor.

Respecto a la potencia efectiva, potencia real que se puede obtener de una unidad generadora en condiciones normales de operación; se genera 8 073,31 MW, de los cuales 5 237,42 MW (64,87%) viene de fuentes renovables y 2 835,89 MW (35,13%) se genera por fuentes no renovables. Predominan las centrales hidráulicas con 5 046.63 MW, que representa el 62.51% del total de la potencia efectiva en generación [11], [12].

Así mismo, la producción de electricidad más las importaciones fue de 32 040.10 GWh, de los cuales 25 277.68 GWh (78.89%) se generaron con fuentes renovables de energía, mientras que 6 755,50 GWh (21.08%) se obtuvieron empleando fuentes no renovables. Además, se importó 6,93 GWh de Colombia y Perú, que corresponden al 0,02% del total. Cabe señalar, que la generación hidroeléctrica fue la más representativa con 24 691, 89 GWh, equivalente al 77,07% de la producción total de energía e importaciones [11]. El valor de energía eléctrica total producida representa un aumento del 57,19% con respecto a los 20 383 GWh generados en el 2010. Varias centrales incorporadas en 2017 y 2018 contribuyen a dicho aumento, tales como las hidroeléctricas: Minas-San Francisco, Delsitanisagua, Due, Normandía, Pusuno, Topo, Sigchos, Palmira Nanegal, Mazar-Dudas:

Alazán; las térmicas, Isabela y las instaladas por Petroamazonas; las fotovoltaicas, Isabela Solar y Paneles Pastaza; la central Pichacay de Biogás y la Estación Mira de MCI [4].

Respecto al consumo total de energía eléctrica, el sector residencial es el más representativo, seguido del industrial y del comercial con 7 771,61 GWh (31,19%), 6 388,64 GWh (25,64%) y 3 878,14 GWh (15,57%) respectivamente. En cuanto a las pérdidas, se observa que el 6,99% del consumo total es representado por pérdidas técnicas, es decir pérdidas que se producen por los efectos físicos ocasionados por la electricidad en los elementos y equipos del sistema, como subestaciones, redes de medio voltaje, transformadores, redes secundarias, luminarias, acometidas y medidores que dependen de la topología y características de las redes de distribución. Por otra parte, el consumo asociado a pérdidas no técnicas representa un 5,22% del consumo total y surgen por facturaciones y gestiones deficientes, o por fraude al existir conexiones ilegales por parte de los usuarios [11], [12].

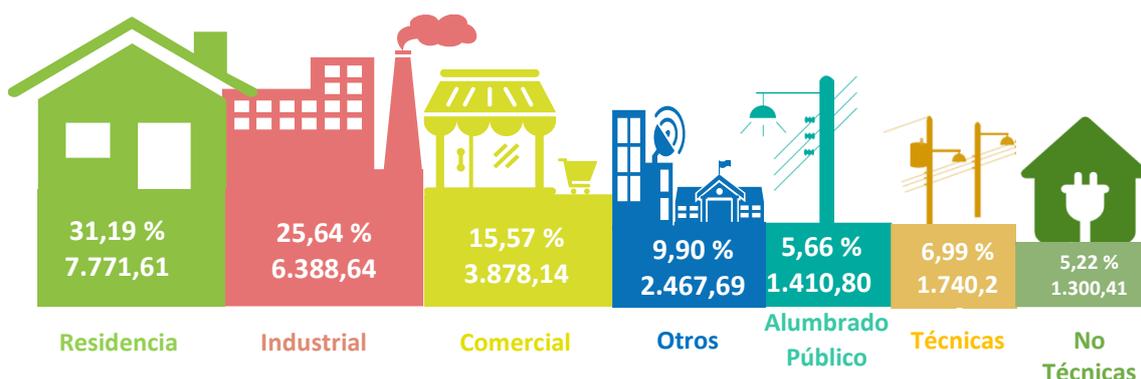


Figura 1.1. Consumo de energía y pérdidas (GWh).
(Fuente: [11])

1.2. Panorama de las pequeñas centrales hidroeléctricas

Las políticas favorables para el aprovechamiento de los recursos renovables han llevado a inversiones continuas en energía hidroeléctrica, produciéndose un aumento importante en el apoyo al desarrollo de pequeñas centrales hidroeléctricas (PCH). Aproximadamente 82 891 PCH están operando alrededor del globo o están en construcción, número que podría triplicarse si se aprovecha toda la capacidad de generación potencial [13].

Las hidroeléctricas de pequeña escala son caracterizadas por no requerir de prolongados estudios técnicos, económicos y ambientales; lo que permite iniciarlas y terminarlas rápidamente [14]. Generalmente no se suelen construir para un solo propietario, sino para proveer de electricidad a zonas rurales y aisladas de los centros urbanos que son caracterizadas por la dificultad de acceso y por su gran riqueza de recursos naturales. Esto

ha ocasionado que dichas zonas no tengan acceso a una red eléctrica o que cuentan con un suministro eléctrico no fiable, pues integrarlas al Sistema Nacional Interconectado (SIN) resulta costoso [15], situación que está lejos de cambiar, pues 1,06 billones de personas, alrededor del 13% de la población mundial, predominantemente en zonas rurales, no tienen acceso a la electricidad. En el año 2018, particularmente en Ecuador, el acceso a la electricidad es del 100% según el Banco Mundial [16], cifra que discrepa con la presentada por la ARCONEL [12] que indica que la cobertura eléctrica nacional fue del 97.02% para ese mismo año; lo que convierte a las PCH en una alternativa para suplir esta necesidad.

Las PCH suelen ser construidas sin embalse ni almacenamiento de agua, convirtiéndolas en una de las tecnologías más rentables y ambientalmente benignas que se pueden considerar [17]. Respecto al tamaño que debe tener una PCH, esta es definida de acuerdo a la capacidad de generación en vatios, que es la capacidad máxima de producción de energía hidroeléctrica en condiciones hidrológicas óptimas y eficiencia de la turbina [13]. No existe una convención única e internacionalmente aceptada que determine qué aprovechamiento es o no pequeño, y cada país adopta su propia definición [14]. En el caso de Ecuador, según Liu et al. [18], se considera como hidroeléctrica de pequeña escala las de hasta 10 MW de potencia.

Es importante mencionar que a pesar de que las PCH son consideradas como fuentes de energía renovable debido al bajo daño ambiental comparadas con las hidroeléctricas de tamaño considerable [19], podrían provocar impactos ecológicos significativos si se desarrollan en un entorno no regulado, tales como, la pérdida de agua en los ríos, la modificación del ecosistema en los ríos, la reducción de la conectividad fluvial y la afectación a peces migratorios y otras especies acuáticas. Para garantizar un medio ambiente seguro, las PCH deben desarrollarse desde una perspectiva verde, es decir, respaldado por regulaciones, directrices y políticas [18].

A continuación, se presenta una explicación más detallada de las PCH en el Ecuador.

1.3. Descripción general de la hidroelectricidad a pequeña escala en el Ecuador

En el país, la capacidad total instalada de hidroeléctricas de hasta 10 MW fue de 98.2 MW al final de 2016. Y, la capacidad potencial del país para PCH es de 296.6 MW [20]. Se prevé que dicha capacidad aumente por nuevos proyectos que el gobierno ha aprobado para su construcción y otras tantas que han entrado en funcionamiento recientemente. El proyecto Hidroeléctrico Río Verde Chico de 10 MW a cargo de la empresa Hidrosierra S.A.,

por ejemplo, entró en operación en el año 2019 y genera 74.34 GWh de energía al año [21].

Por otra parte, entre las hidroeléctricas en construcción se puede mencionar al proyecto Chalpi Grande de 7.59 MW de potencia, está a cargo de EPMAPS EP y producirá 36 GWh; CELEC EP se adjudicó la construcción de dos plantas, Mazar-Dudas: Dudas de 7.38 MW y Mazar-Dudas: San Antonio de 7.19 MW que generarán 41.4 GWh y 44.9 GWh al año respectivamente; San José de Minas está a cargo de la construcción de una central eléctrica de 5.95 MW que se espera genere 48 GWh al año; Hidrozamora EP ejecutará el proyecto Chorrillos de 4 MW que generará 23.2 GWh y la empresa Hidroulba S.A. que está a cargo del proyecto Ulba de 1.02 MW que producirá 8.4 GWh al año [4].

1.3.1. Políticas de energía renovable

Uno de los objetivos a alcanzar en el Plan Nacional para el Buen Vivir 2013-2022 es alcanzar un 60% de participación de fuentes de energía renovable en la capacidad energética del país. Este objetivo ha puesto énfasis en la energía hidroeléctrica de todos los tamaños y en proyectos de bioenergía. El mismo plan aprobado por el gobierno ecuatoriano, ha planteado la construcción de 25 proyectos hidroeléctricos para el 2022, que en total sumen 4,2 GW de capacidad instalada, junto con la instalación de varios proyectos para el aprovechamiento de energía solar, eólica y fuentes renovables no convencionales que sumen con 217 MW de potencia [22].

En este sentido, el sector eléctrico se ha alineado al cumplimiento de garantizar el suministro energético con calidad, oportunidad, continuidad y seguridad, con una energética diversificada, eficiente y soberana como eje de la transformación productiva y social; y al lograr alcanzar su meta, garantizar que el 90% de la generación eléctrica provenga de fuentes renovables a 2021 [4].

1.3.2. Barreras para el desarrollo de las PCH

Si bien el gobierno ha impulsado la construcción de hidroeléctricas, aún existen desafíos con respecto a la adopción de PCH, mismos que se describen a continuación.

- La Falta de datos relacionados al potencial técnico y económico de las PCH, afectan las decisiones y políticas de inversión en el sector.
- Falta de capacidades técnicas para asegurar la integración de las PCH en el sistema nacional interconectado.
- Dependencia de grandes hidroeléctricas, convirtiendo a los grandes proyectos en una prioridad para el gobierno y limitando la inversión para la generación de electricidad a pequeña escala.

- Falta de información confiable para inversionistas internacionales y el sector privado, ya que la mayoría de los datos disponibles se basan en predicciones teóricas [23].

Existe una necesidad de definir una estrategia sobre la implementación de proyectos de pequeñas centrales hidroeléctricas y sobre el fomento de futuras asociaciones público-privadas. Con la participación más activa del sector privado, el gobierno ecuatoriano tiene el potencial de asegurar una mayor participación de la pequeña energía hidroeléctrica en todo el país [20].

Una vez hecha una revisión del contexto de las PCH y cómo afectan a las zonas donde son localizadas, conviene analizar la turbina, elemento clave que al interactuar con el fluido con alta carga, absorbe su energía [24], permitiéndole producir movimiento mecánico.

1.4. Turbinas hidráulicas

Existen básicamente dos tipos: de reacción y de impulso, según la forma en la que transforman la carga.

Las turbinas de reacción pueden convertir la energía de presión y cinética que tiene el flujo a energía mecánica. El fluido llena por completo los canales entre álabes y el cambio de carga o cambio de presión tiene lugar en el rotor. Los diseños de reacción pueden ser de flujo radial, axial y mixta y son esencialmente dispositivos dinámicos diseñados para admitir al fluido con alta energía y extraer su cantidad de movimiento [24]. Las turbinas más representativas de este grupo son la Francis y la Kaplan [25].

Las turbinas de impulso convierten primero la carga en un chorro de alta velocidad por medio de una tobera. En su movimiento, el chorro golpea los álabes que van pasando. El rotor de estas turbinas no está sumergido ni completamente lleno de fluido, y el flujo en los álabes se produce a presión constante [24]. Las turbinas representativas de esta categoría son la Pelton, Turgo y de flujo cruzado Banki, que son más adecuadas para una altura alta y media, sin embargo, recientemente se han empezado a utilizar en sitios con un salto inferior. Tienen una mayor eficiencia, especialmente en condiciones de flujo parcial, ofreciendo una efectividad superior al 90%. Además, las turbinas Pelton y Turgo tienen diseños simples y son rentables en escalas micro hidráulicas. La instalación de turbinas Pelton y Turgo en sitios de baja altura no es efectiva, cuando se tienen en cuenta características de eficiencia y análisis de costos, al contrario de las turbinas de flujo cruzado, las cuales son más apropiadas para aplicaciones de baja altura porque su eficiencia depende del caudal [26]. Considerando las posibilidades de construcción, se

puede afirmar que las turbinas de impulso son las mejor opción a implementar en sistemas hídricos de pequeña escala [27].

En las turbinas Pelton en particular, se presentan elevadas eficiencias cuando operan a bajas cargas parciales, esta es una de las razones por la cual se favorece la utilización de este tipo de turbinas en proyectos de PCH, donde la principal característica de funcionamiento de los equipos electromecánicos, está dada por su funcionamiento a bajos porcentajes de carga, lo que permite satisfacer amplias variaciones de demanda energética durante el día y a través de los años de vida útil que se estima para la hidroeléctrica [28]. Las turbinas Pelton también son utilizadas en sistemas de distribución de agua reemplazando a las válvulas reductoras de presión o colocadas en paralelo con dichas válvulas, aprovechando así el exceso de energía que tiene el fluido en los conductos de estos sistemas. Así mismo, son usadas para liberar la presión excedente del fluido contenido en un reservorio antes de que este sea usado para obras de tratamiento de aguas [29].

En el siguiente apartado, se realiza un estudio más profundo de las turbinas de impulso tipo Pelton, objeto de análisis en este trabajo de titulación.

1.5. Turbinas Pelton

Se define como una turbina de impulso ya que opera en un ambiente al aire libre y a presión atmosférica y utiliza sólo la energía cinética del agua.

Como se observa en la Figura 1.2., el fluido con alta energía de presión es dirigido por una tubería o canal llamada tubería forzada. El agua es acelerada en la tobera, la cual expulsa al fluido en forma de un chorro compacto, libre y de alta velocidad. El chorro golpea una serie de cazoletas montadas alrededor de una rueda circular. La energía del chorro es aprovechada por los cangilones. El agua queda con una energía cinética remanente mínima y cae al depósito inferior. Dicho depósito está diseñado para evitar sumergir a la turbina. Cuando se dispone de una cantidad de agua considerable, la energía puede ser aprovechada de mejor manera al conectar dos ruedas en un mismo eje o al agregar dos o más chorros a una misma rueda.

El inyector consta de una aguja cuya carrera es controlada por un servo, mismo que sirve para determinar el grado de apertura que existe en la tobera y, en consecuencia, regular el caudal del fluido. El deflector también sirve como regulador de caudal, pues puede desviar parte del chorro, de modo que impide que este se dirija a las cucharas, haciéndolo salir lateralmente hacia el depósito sin que interactúe con la turbina [30].

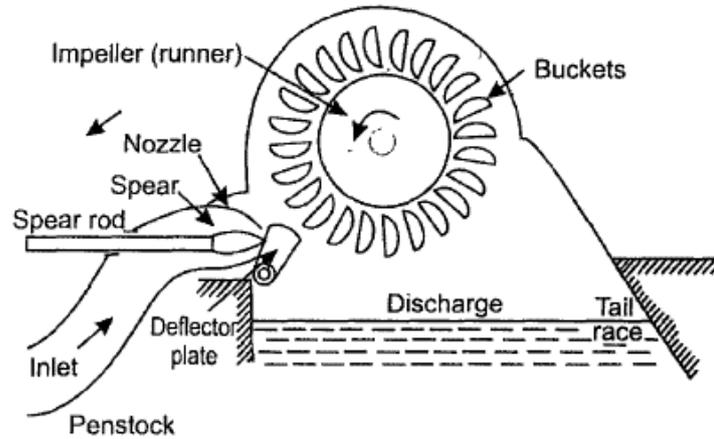


Figura 1.2. Disposición esquemática de una rueda Pelton.
(Fuente: [30])

1.5.1. Cuchara Pelton

Los cangilones de la turbina Pelton son básicamente dos cucharas unidas, diseñadas en forma de elipse para una alta eficiencia de conversión. Una cresta afilada llamada divisor, ubicada entre las dos cucharas, bifurca o divide al chorro que se aproxima al álabe, esparciéndolo por cada lado antes de que este salga por los bordes de la cazoleta. Existe un corte o muesca en la parte final del cangilón que permite que el chorro entre en contacto directo con el divisor del álabe, lo que permite que el flujo sea suave y genere un torque continuo. La geometría del cangilón es principalmente gobernada por varios parámetros, tales como, la profundidad, ancho, largo, ángulo del divisor, ángulo de salida, la forma de su perfil y de su muesca [8]. La superficie interna de la cazoleta está pulida y lisa para reducir las pérdidas hidráulicas. Generalmente se usa un material costoso como bronce o acero inoxidable para las cucharas [30].

La Figura 1.3. se muestran características clave de la cuchara Pelton, a los que se va a hacer referencia constantemente para describir el comportamiento del flujo y los triángulos de velocidad a la entrada y salida del cangilón.

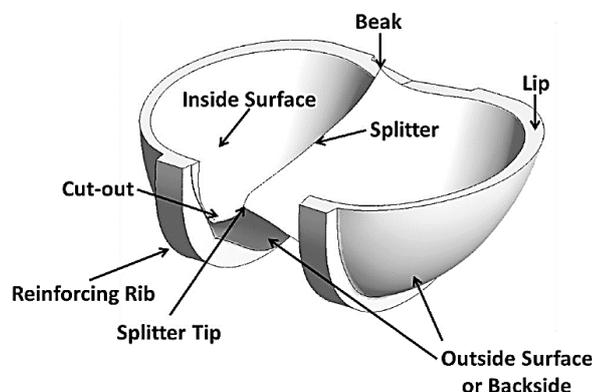


Figura 1.3. Características clave de la cuchara Pelton.
(Fuente: [31])

1.5.2. Dimensiones de la cuchara Pelton

Para el diseño del cangilón se emplean valores de referencia obtenidos de diseños detallados que han sido verificados por experimentos y experiencia. Las dimensiones de la cuchara Pelton se determinan en función del diámetro de la sección transversal del chorro [28]. En la Figura 1.4., se muestran las dimensiones principales de la cuchara Pelton y sus correspondientes fórmulas de cálculo en la Tabla 1.1. Las cucharas pequeñas proporcionan la máxima eficiencia en caudales bajos, y las cazoletas más grandes, a valores de caudal mayores [32].

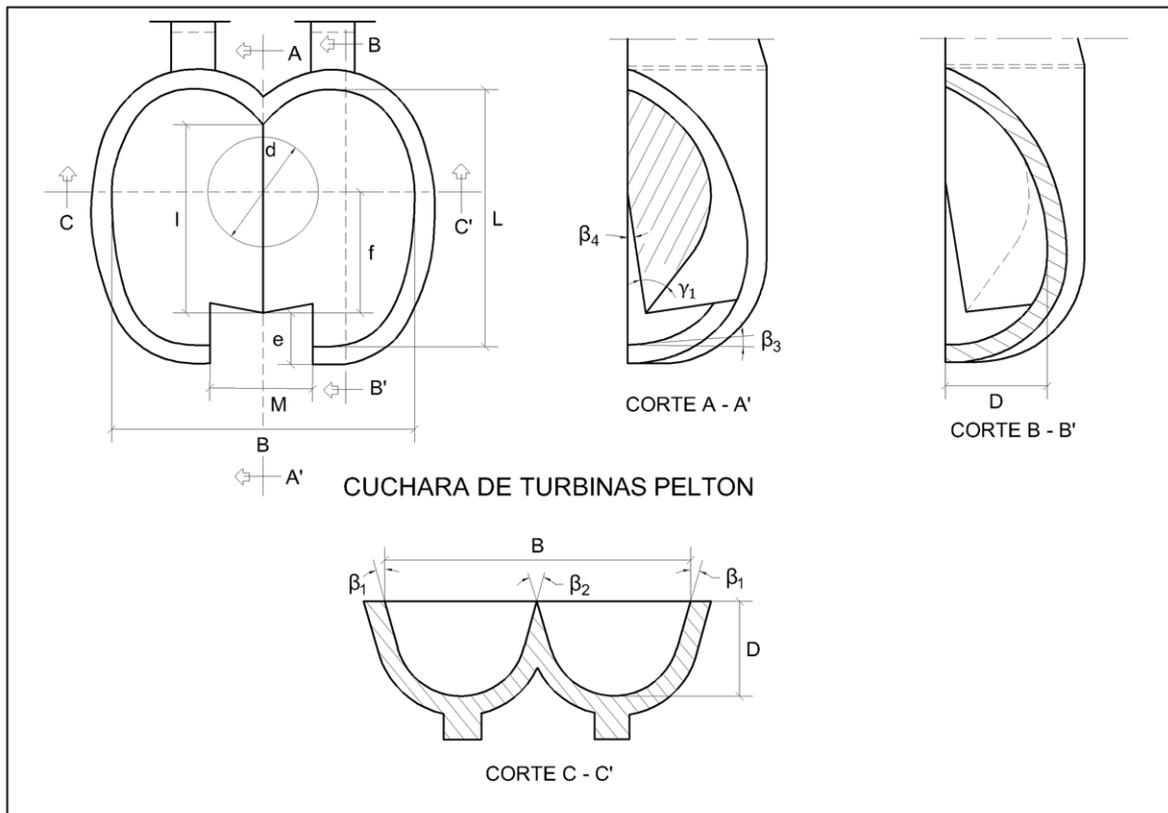


Figura 1.4. Dimensiones de la cuchara Pelton.
(Fuente: [28])

Tabla 1.1. Dimensiones del cangilón en función del diámetro del chorro.

B	L	D	f	M	e	β_1	β_2	l	β_3	β_4
2,5d	2,5d	0,85d	0,8d	1,0d	0,3d	10°	4°	1,6d	2°	0°
a	a	a	a	a	a	a	a	a	a	a
4,0d	3,5d	1,3d	1,1d	1,2d	0,6d	30°	20°	1,7d	5°	20°

(Fuente:[28])

1.5.3. Ciclo de trabajo de la cuchara

El ciclo de trabajo de un cangilón j , comprende desde el punto en el que el chorro interactúa con la cuchara, hasta el punto en el que la última capa de agua la abandona. Por conveniencia, la secuencia del flujo es dividida en 6 etapas, que se encuentran rotuladas con números romanos, como se muestra en la Figura 1.5.

El arco AB, muestra la parte del ciclo de trabajo que contribuye al torque de la turbina. Los puntos exactos de comienzo y final de las diferentes etapas del ciclo de trabajo se aproximan, pues dependen de la velocidad específica, geometría del rodete y velocidad del chorro en la turbina. La posición del cangilón es igual a cero, $\theta_j = 0^\circ$, en el punto virtual en el que el divisor de la cuchara j , en el diámetro D_m , se intercepta con el eje del chorro. A continuación, se describe las diferentes etapas del ciclo de trabajo con sus posiciones aproximadas.

- Etapa 1: Aproximación de la punta del divisor al chorro ($\theta_j = -40^\circ$). La superficie del chorro es perturbada por las gotas de agua que caen del cangilón que se acerca.
- Etapa 2: Proceso de alimentación inicial ($-40^\circ < \theta_j < -10^\circ$). La primera capa del chorro interactúa con el divisor de la cuchara, luego el flujo se divide en dos ramas separadas y el proceso de salida del agua comienza.
- Etapa 3: Separación completa del chorro ($-10^\circ < \theta_j < 0^\circ$). El chorro está completamente separado y alimenta al cangilón j , de forma normal al divisor principal (eje del chorro y el divisor forman un ángulo de 90°).
- Etapa 4: Última etapa de entrada del flujo ($0^\circ < \theta_j < 15^\circ$). Es la última etapa de contacto entre la cuchara y el chorro. Es posible que parte del flujo escape por la muesca.
- Etapa 5: Última etapa de salida del flujo ($15^\circ < \theta_j < 50^\circ$). A medida que el agua escapa de la superficie de la cuchara, la capa de agua se vuelve cada vez más fina hasta que se rompe, formando gotas.
- Etapa 6: Serie de gotas ($50^\circ < \theta_j < \infty$). Siempre habrá gotas que se liberarán por los bordes de la cuchara y se dividirán en la periferia del rodete [33].

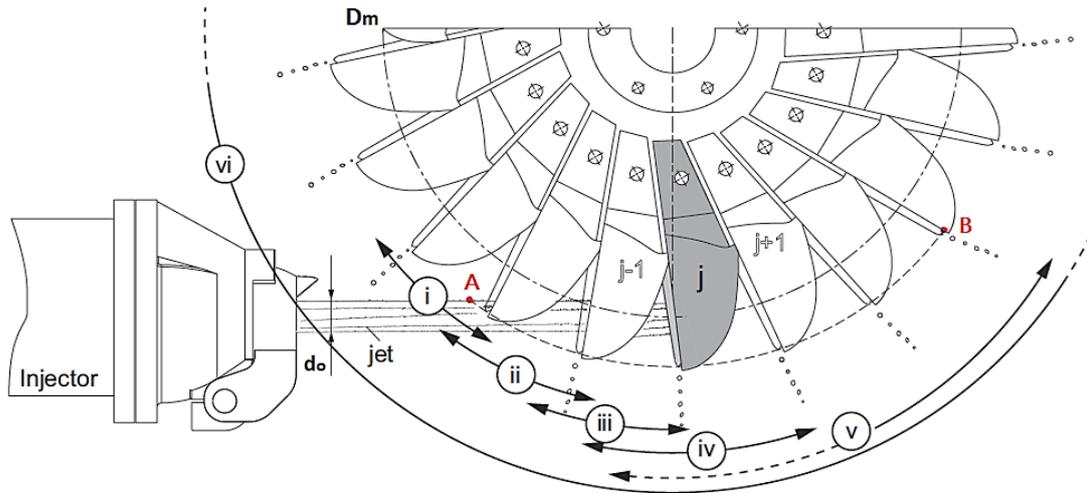


Figura 1.5. Secuencia del ciclo de trabajo de la cuchara Pelton.
(Fuente: [33])

1.5.4. Triángulos de velocidad

El trabajo de cada partícula de agua dentro del cangilón no es uniforme y está en función de las condiciones y de la ubicación de su punto de contacto con la superficie de la cazoleta. [32]. El principio de operación de la cuchara Pelton ha sido normalmente descrito mediante una sección transversal única a través de la cuchara y el chorro, en la posición en la que el flujo golpea al cangilón con un ángulo de 90° [25]. Esto se da principalmente porque la interacción ideal chorro-cangilón se logra cuando la parte central del chorro entra casi perpendicularmente a la cuchara. Esta situación asegura una distribución ideal del agua en el cangilón giratorio, a la vez que el flujo recorre la superficie interna de la cuchara a una velocidad circunferencial casi constante, condición que corresponde al punto para obtener la máxima eficiencia hidráulica (BEP) [7]. En la Figura 1.6 se pueden ver los triángulos de velocidades en la sección transversal mencionada, en la que el subíndice 1 y el subíndice 2, corresponden al triángulo de entrada y triángulo de salida respectivamente, c representa a la velocidad absoluta; U , la velocidad tangencial del cangilón y w , la velocidad relativa de la partícula de agua respecto al movimiento del cangilón.

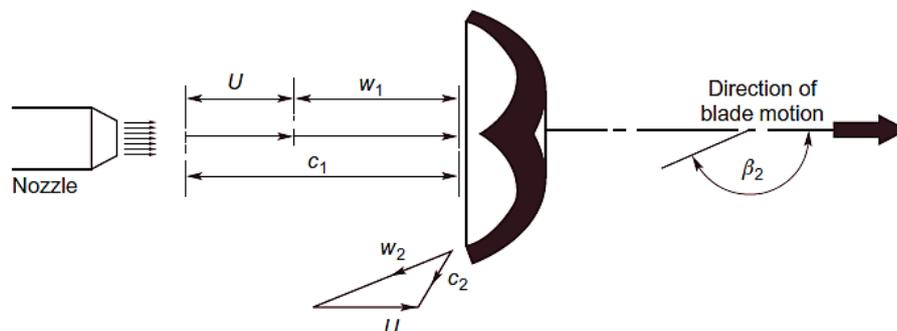


Figura 1.6. Triángulos de velocidad sobre el cangilón.
(Fuente:[34])

El ángulo de impacto entre el chorro y el cangilón varía a medida que este último gira. Cuando el punto de operación se desvía del BEP, el diagrama de velocidad de salida varía. El cambio de la relación entre la velocidad de la partícula de entrada, c_1 , y la velocidad de rotación U , lleva a un cambio en la velocidad relativa w_1 . En la Figura 1.7 se muestra cómo la desviación de la velocidad de rotación afecta a la velocidad de salida del agua [25].

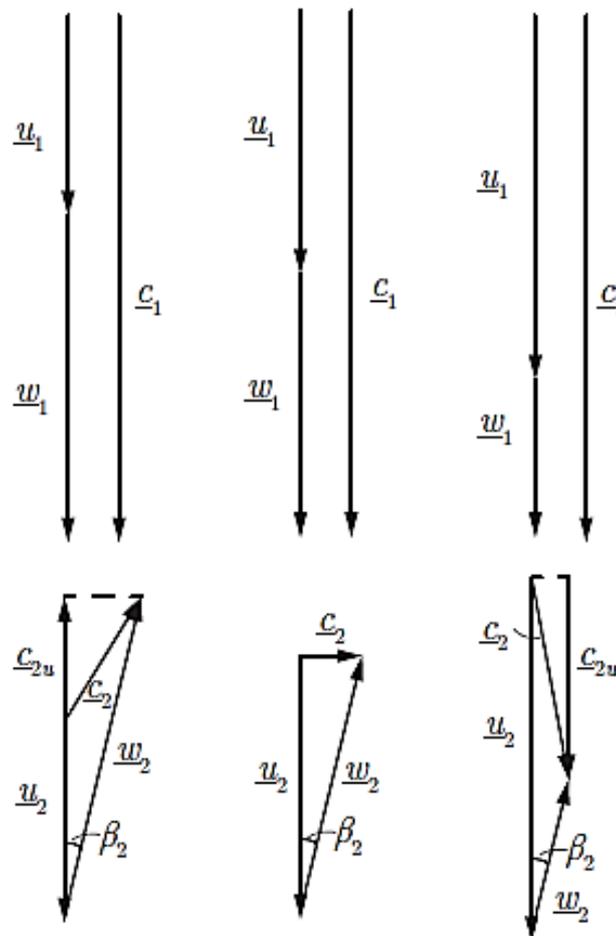


Figura 1.7. Evolución del diagrama de velocidades en diferentes puntos de operación.
(Fuente: [25])

1.5.5. Principio de conversión de energía

La energía hidráulica del fluido existe en forma de energía potencial al encontrarse en un nivel superior en el embalse de la hidroeléctrica, misma que es transformada a energía cinética, en forma de chorros a alta velocidad, en un nivel inferior, a la altura de la rueda de la turbina [7]. Idealmente, la velocidad del flujo c_o es calculada al aplicar la ecuación de Bernoulli como $c_o = \sqrt{2gH}$; sin embargo, varios autores la consideran ligeramente menor debido a la fricción entre el chorro y la boquilla del inyector. De acuerdo a Oo et al. [35], la velocidad del chorro se calcula de acuerdo a la ecuación (1.1).

$$c_o = c_v \sqrt{2gH_n} \quad (1.1)$$

Donde H_n es la altura neta, g la gravedad y c_v el coeficiente de velocidad que toma en cuenta las pérdidas por fricción en la boquilla del inyector, cuyo valor está comprendido entre 0,97 y 0,99. Una vez que el chorro sale de la boquilla de la tobera e interactúa con la cuchara, se da la transformación de energía cinética a energía mecánica. Al asumir un movimiento recto del cangilón en dicha interacción, se puede considerar a la velocidad absoluta del álabe U , como constante. Cuando el fluido entra en contacto con el cangilón (subíndice 1), $c_o = c_1$, la velocidad relativa a la entrada de la cuchara se calcula como,

$$w_1 = c_1 - U \quad (1.2)$$

Con esta velocidad relativa, el flujo recorre la cuchara, formando una capa de agua. Cuando el flujo sale de la cazoleta, lo hace con un ángulo de salida β_2 y sujeto a presión atmosférica, por lo que la velocidad relativa es igual a $w_2 = w_1 = w$, siempre que se asuma flujo sin fricción y movimiento recto de la cuchara. La velocidad absoluta del fluido en la salida del cangilón se calcula al aplicar una ley de cosenos en la Figura 1.6., y viene dada por,

$$c_2^2 = U^2 + w^2 + 2Uw \cos \beta_2 \quad (1.3)$$

Cuando el flujo se extiende a lo largo de la superficie de la cuchara, forma una lámina de agua [7]. A causa del movimiento del flujo se produce un aumento de presión debajo de dicha lámina y un cambio en la dirección de la velocidad del flujo, lo que transmite una fuerza impulsiva efectiva al cangilón [36], F_{bucket} , que ejerce un torque sobre el eje [25]. Gracias a la premisa de movimiento recto del cangilón, esta es la única fuerza que actúa y es perpendicular a la dirección del flujo. Al aplicar la ecuación de cantidad de movimiento lineal al fluido, en la entrada y salida del cangilón, junto con la ecuación de la continuidad, se puede obtener la expresión de la F_{bucket} en la dirección del movimiento del cangilón.

$$F_{bucket} = \dot{m}_w (w_1 - w_2 \cos \beta_2) = \dot{m}_w w (1 - \cos \beta_2) \quad (1.4)$$

La relación entre el flujo másico de agua, tanto del marco relativo como del marco absoluto, $\dot{m}_w = \frac{w}{c_o} \dot{m}_c$, es usada para reescribir la ecuación (1.4), dando como resultado:

$$F_{bucket} = \frac{w^2}{c_o} \dot{m}_c (1 - \cos \beta_2) \quad (1.5)$$

Al multiplicar esta fuerza por la velocidad lineal del cangilón U , se obtiene la potencia P recibida por la cuchara.

$$P = \frac{w^2}{c_o} \dot{m}_c (1 - \cos \beta_2) \cdot U \quad (1.6)$$

El trabajo específico e , hecho por una masa de fluido al llegar al cangilón en movimiento es dado por,

$$e = Uw(1 - \cos\beta_2) \quad (1.7)$$

Al derivar esta ecuación respecto a U , y con $w = c_o - U$, se obtiene la relación:

$$\frac{U}{C_o} = 0.5 \quad (1.8)$$

Esta relación de velocidad representa la condición bajo la cual la operación de la turbina Pelton debería ser configurada.

En la práctica $\beta_2 \neq 180^\circ$ y $c_2 \neq 0$, pues el flujo debe salir de los bordes de la cuchara con un ángulo aproximado de $\beta_2 \approx 170^\circ$, para evitar que este impacte en la parte posterior de la cuchara consecutiva (ver Figura 2.10.) y genere un torque negativo al eje de la turbina. Así mismo, la velocidad absoluta de salida no puede ser nula, ya que el flujo debe tener cierta cantidad de energía cinética remanente para que abandone y se aleje del cangilón, dejando un espacio libre para el movimiento de la siguiente cazoleta. Mientras el ángulo β_2 se aleja de 180° se genera una pérdida en la conversión de energía, por lo que conviene definir una eficiencia hidráulica η_h , misma que se calcula como,

$$\eta_h = 2k(1 - k)(1 - \cos\beta_2) \quad (1.9)$$

Donde k es un parámetro adimensional, $k = U / c_o$.

Cabe recalcar que la ecuación de la eficiencia se deduce a partir de la suposición de que flujo no viscoso recorre la superficie del cangilón.

La eficiencia hidráulica máxima, $\eta_{h,max}$, ocurre cuando $k = 0.5$ y $\beta_2 = 180^\circ$. En este caso,

$$\eta_{h,max} = 0.5(1 - \cos\beta_2) \quad (1.10)$$

1.5.6. Parámetros hidromecánicos característicos

En el campo de la turbomaquinaria se definen varios números adimensionales, con el propósito de especificar el tamaño de las máquinas hidráulicas y describir al flujo cuantitativamente. Sin embargo, para las turbinas Pelton, solo algunos de estos son útiles para el diseño geométrico e hidráulico, así como para las operaciones de la turbina [7].

Los parámetros más importantes son: el coeficiente de velocidad periférica, k_m ; carga volumétrica de la cuchara, φ_B ; velocidad específica, n_q ; ángulo de posición de la cuchara, α_o ; y velocidad periférica del borde de la muesca en el cangilón, U_c ; mismos que se describen en la Tabla 1.2.

Tabla 1.2. Parámetros hidromecánicos característicos de la turbina Pelton.

Nombre	Ecuación	Descripción	Rango de operación
Coefficiente de velocidad periférica	$k_m = \frac{U_m}{c_o}$	Relaciona la velocidad periférica en el diámetro D_m y la velocidad del chorro. Es uno de los parámetros más importantes en el diseño de las turbinas Pelton. Tiene el mismo significado que el parámetro k usado en la ecuación (1.9).	0,45-0,48
Carga volumétrica de la cuchara	$\varphi_B = \left(\frac{d_o}{B}\right)^2$	Es usado para establecer el ancho necesario del cangilón y para representar al caudal de forma adimensional. El ancho de la cuchara es diseñado a caudal nominal. Normalmente el diámetro del chorro d_o no excede un tercio del ancho de la cuchara, B . Toma en cuenta un único inyector.	0,09-0,11
Velocidad específica	$n_q = 2.63k_m\sqrt{\varphi_B} \frac{B}{D_m}$	Es un parámetro dimensional $\left(\frac{1}{s}\right)$ y se usa principalmente para definir el número de inyectores, la velocidad de rotación y el tamaño de la rueda, teniendo al caudal y al salto como datos.	<0.13
Posición angular de la cuchara	$\cos\alpha_o = \frac{k_m\sqrt{\varphi_B}}{k_m\sqrt{\varphi_B} + 0,32n_q}$	Representa el ángulo en el que la muesca de la cuchara interseca la capa del flujo ubicada en el eje del chorro.	-
Velocidad periférica del borde de la muesca de la cuchara	$\frac{U_C}{C_o} = k_m(1 + 2n_q)$	La relación entre U_C y c_o es utilizada frecuentemente para cálculos de flujo. La ecuación que se muestra toma en cuenta condiciones de operación nominal.	-

(Fuente: Propia)

Al considerar movimiento rotatorio de las cucharas Pelton, el chorro interactúa con al menos 2 cangilones simultáneamente, por lo tanto, surge una F_{bucket} en cada cangilón; con $w_1 = c_o - U$, la fuerza de impulso total F_{jet} , la potencia y la eficiencia para un solo chorro, se calculan con las ecuaciones (1.11), (1.12) y (1.13) respectivamente.

$$F_{jet} = \dot{m}_c c_o(1 - k_m)(1 - \cos\beta_2) \quad (1.11)$$

$$P = \dot{m}_c C_o^2 k_m(1 - k_m)(1 - \cos\beta_2) \quad (1.12)$$

$$\eta_h = 2k_m(1 - k_m)(1 - \cos\beta_2) \quad (1.13)$$

Cabe mencionar que estas tres últimas ecuaciones sirven para cálculos aproximados, pues la interacción entre el chorro y la cuchara varía con el tiempo [7].

1.6. Revisión de la literatura

A pesar que la turbina Pelton fue patentada el 26 de octubre de 1880 por Lester A. Pelton [37], no se han contestado todas las preguntas en torno a su diseño. La cantidad de investigaciones públicas realizadas respecto al diseño de la turbina Pelton y los efectos que produce en el flujo de agua, es todavía limitada. Situación que, en parte, es provocada por la alta competencia en el negocio de la hidroelectricidad que hace que cada investigación realizada por un contendiente se mantenga en secreto. Tal comportamiento, es comprensible desde el punto de vista empresarial, pero complica los esfuerzos de colaboración en este campo [25]. Por otro lado, la superficie libre del fluido, que involucra el efecto de la resistencia del aire y la tensión superficial; los efectos de salpicadura del agua, que reducen la eficiencia; la alimentación irregular del chorro, que se produce por el choque del fluido con la muesca y los efectos centrífugos y de Coriolis, que tienen lugar cuando el agua continúa recorriendo el cangilón mientras gira; contribuyen a que las demandas computacionales necesarias para simular dicho flujo, sean muy altas. Estos problemas han frenado el desarrollo del diseño de la cuchara Pelton [8].

Diversos métodos analíticos y computacionales han sido utilizados con el objeto de optimizar la forma de la cuchara Pelton, aunque sin obtener una mejora significativa [8]. Para ello, varios autores analizan algunos parámetros geométricos del cangilón, entre los que, rara vez, consta un análisis de los ángulos directores de la cazoleta, objetos de estudio en esta ocasión. Sin embargo, la información que proveen los estudios mencionados sobre la forma de la cuchara Pelton, se usan como base para desarrollar este trabajo de titulación.

En su trabajo doctoral, Solemslie [25], por ejemplo, desarrolló una metodología de diseño de las cucharas de la turbina Pelton, que se basa en el uso de curvas Bézier. Manufacturó una turbina con el método desarrollado y realizó pruebas experimentales, en las que analizó el flujo en el cangilón diseñado. Con los resultados obtenidos presentó mejoras al método de diseño. Para el estudio del flujo a través de la cuchara Pelton, utilizó una filmación de alta velocidad desde dos puntos de vista: un sistema de referencia estático y desde un sistema de referencia giratorio.

Por su parte, Suyesh Bhattarai et al. [38], presentaron un método que permite utilizar los códigos CDF y un algoritmo para optimizar la forma de la superficie interna de una cuchara Pelton. Para ello, utilizaron el modelo de un cangilón existente y un grupo de superficies aleatorias creadas que sirvieron como población inicial para optimizar la forma de la cuchara en estado estacionario. Las superficies se generaron a partir de un conjunto de puntos aleatorios que son proyectados en un plano, perpendicular a la dirección del chorro.

El grupo de puntos en 2D fue triangulado usando el algoritmo de triangulación de Delaunay y esta información fue usada para formar la superficie en 3D en el plano original. Para la simulación del flujo se utilizó el método Smoothed Particle Hydrodynamics, cuyos resultados permitieron optimizar la superficie de la cazoleta. En su estudio lograron un incremento del 13.21% sobre la eficiencia del modelo existente.

Židonis et al. [39], desarrollaron un método de optimización genérico para diferentes rodetes de turbina Pelton usando dinámica de fluidos computacional (CFD). En un inicio, optimizaron dos rodetes Pelton; la geometría de la cuchara de la primera turbina fue parametrizada y optimizada utilizando Fast Lagrangian Solver (FLS), luego utilizaron Ansys Fluent para optimizarla aún más y obtener resultados más precisos, después, optimizaron la cuchara Pelton de la segunda turbina utilizando Ansys CFX. Dichas optimizaciones se realizaron junto con el estudio de 15 parámetros para definir la forma del cangilón. Los resultados que obtuvieron de ambas simulaciones les permitió analizar el flujo en diferentes geometrías del cangilón y rodete. El diseño final que obtuvieron representó una mejora del 6.8% en la eficiencia total de la turbina, concluyendo que el ángulo de salida, el ángulo de inclinación, la relación entre el largo y el ancho, la relación entre la profundidad y el ancho del cucharón, y el diámetro de paso, tienen un mayor efecto en la eficiencia de la turbina.

Anagnostopoulos y Papantonis [40], usaron el método Non-Uniform Rational B-Splines (NURBS) para la parametrización de la superficie interna de la cuchara Pelton. Utilizaron 15 parámetros para el diseño del borde del cangilón, 3 parámetros más para definir la superficie lateral y un parámetro adicional para controlar la posición radial de la cuchara. Al terminar su estudio, concluyeron que la eficiencia hidráulica de la turbina Pelton es afectada mayormente por los parámetros principales de la cazoleta: largo, ancho y profundidad; que por la forma de su borde o la superficie lateral. Luego de aplicar algoritmos genéticos para la optimización del perfil interior de la cuchara Pelton, generaron una superficie con un 3% más de eficiencia.

Vessaz et al. [41], propusieron una estrategia para optimizar la eficiencia de un rodete Pelton basándose en el modelo paramétrico de la geometría del cangilón, emplearon el método de partículas de volumen finito para las simulaciones numéricas y estrategias de optimización avanzadas para reducir la dimensión del problema de diseño. El modelo paramétrico fue desarrollado con cuatro parches Bézier bicúbicas definidos por 21 parámetros libres, mismos que se agruparon en 4 grupos para obtener resultados más simples y rápidos. El trabajo que desarrollaron se basó más en la búsqueda eficiente del espacio de diseño y no mencionaron explícitamente la mejora lograda en la eficiencia del rodete en comparación con otros existentes.

2. METODOLOGÍA

El estudio paramétrico empieza por definir los ángulos directrices de la cuchara Pelton y por establecer el rango de variación de cada uno de ellos con base en la literatura disponible. Una vez definidos, se explica a detalle las características de cada uno, a fin de dar sustento a las ecuaciones planteadas. Los parámetros de las expresiones matemáticas son utilizados para definir varias metodologías de evaluación que permiten evaluar el efecto de cada ángulo directriz sobre los triángulos de velocidad del flujo y sobre la eficiencia hidráulica del cangilón. Los resultados son validados por comparación con varias investigaciones disponibles en el dominio público; y los más prometedores son utilizados para modelar la superficie interna del cangilón. Las etapas de la metodología propuesta se muestran en la Figura 2.1.

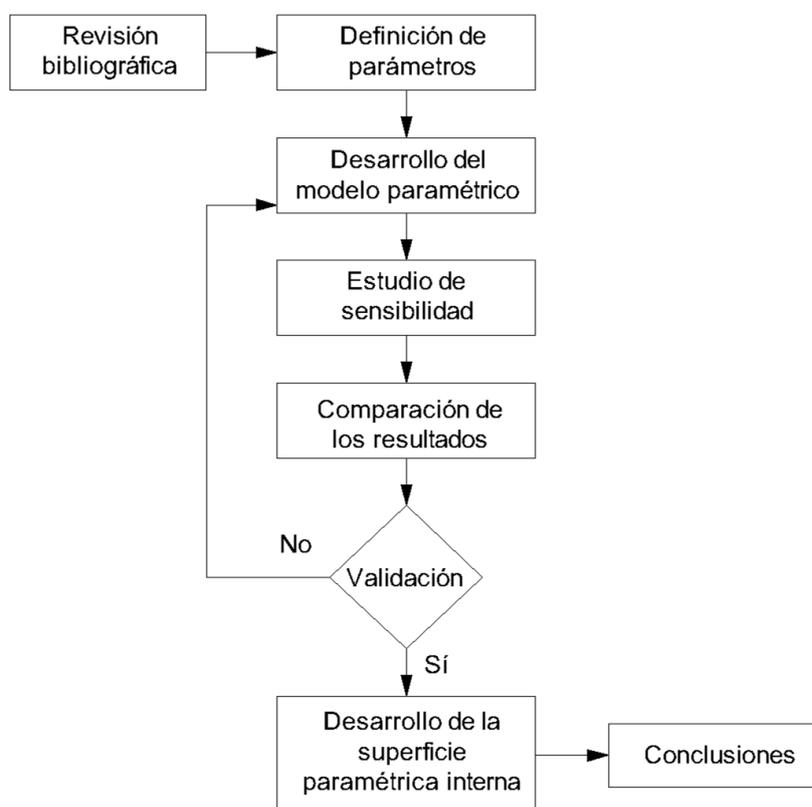


Figura 2.1. Metodología propuesta para el estudio paramétrico.
(Fuente: Propia)

Para el estudio paramétrico propuesto se desarrolla un código de programación en Python 3.9.0 y se usan las librerías numpy, matplotlib y math; esta última viene incorporada en Python por lo que no es necesaria una instalación adicional como en el caso de las primeras dos. Numpy permite trabajar y manipular matemáticamente vectores y matrices rápidamente [42]; matplotlib es una biblioteca que permite crear gráficos interactivos,

estáticos y animados [43]; y math permite trabajar con constantes y funciones matemáticas, lo que permite calcular fácilmente las ecuaciones que se muestran en las secciones posteriores [44].

Para el modelado de la superficie interna del cangilón se hace uso del programa Autodesk Inventor Professional 2020, software CAD caracterizado por permitir el diseño mecánico 3D, la documentación y la simulación de productos mediante herramientas de calidad profesional [45]. En este caso en particular, se utiliza el cuadro de diálogo Parámetros de Inventor para establecer las dimensiones de los bocetos 2D, a partir de los que se crea la superficie interna del cangilón mediante herramientas de modelado de superficie. Destaca el uso de splines con vértices de control que contribuyen al modelado de una superficie suave y uniforme.

Tabla 2.1. Datos de referencia obtenidos para una turbina de la hidroeléctrica Illuchi 2.

Parámetros	Símbolo	Unidad	Dato Obtenido
Parámetros de operación			
Altura neta	H_n	m	327
Caudal	Q	m^3/s	0,95
Potencia	P	W	2 848
Parámetros cinéticos			
Velocidad específica	N_s	-	-
Velocidad de la turbina	N	rpm	720
Velocidad del chorro	c_o	m/s	-
Parámetros geométricos			
Diámetro del rodete	D_r	m	1,3
Diámetro del chorro	d_o	m	0,09
Número de cucharas	n_b	-	20
Parámetros de la cuchara			
Ancho del cucharón	B	m	0,26
Largo del cucharón	L	m	0,23
Profundidad del cucharón	h_b	m	0,09
Ancho de la muesca	M	m	0,11
Profundidad de la muesca	S	m	0,036

(Fuente: [46])

Se vuelve dificultoso el analizar exclusivamente la influencia de los ángulos directrices en los triángulos de velocidades sin involucrar otros parámetros que influyen en el diseño de la turbina Pelton, tales como: la velocidad de rotación, la velocidad específica, la potencia de entrada, el número de inyectores, el diámetro del rodete, el diámetro del chorro y el número de cucharas de la turbina. Es por esta razón que para simplificar el estudio, se toma como referencia la investigación realizada por Sarmiento [46], en la que hace un estudio paramétrico de la turbina Pelton tomando en cuenta las variables antes mencionadas y las valida con datos reales de la Central Hidroeléctrica Illuni 2. Esta hidroeléctrica está ubicada en la provincia de Cotopaxi (Latacunga) desde mayo de 1987,

es una central de pasada que cuenta con dos unidades para la generación de electricidad, tiene una potencia nominal de 5,2 MW [4], [47], por lo que se la considera como una PCH. Algunos de los datos obtenidos por Sarmiento [46] se resumen en la tabla mostrada anteriormente.

Así mismo, en la Tabla 2.2. se muestra las dimensiones de referencia utilizadas por Oo et al. [35] ,y que son semejantes a las utilizadas por Sarmiento [46] para establecer la forma del cangilón. Dichas dimensiones son tomadas en cuenta en este estudio para realizar cálculos de velocidad periférica en la cuchara Pelton.

Tabla 2.2. Dimensiones de referencia de la cuchara Pelton con respecto al diámetro del chorro.

Parámetro	Símbolo	Unidad	Rango de referencia
Ancho del cucharón	B	m	$2,8d - 4d$
Largo del cucharón	L	m	$2,28d - 3,3d$
Profundidad del cucharón	h_b	m	$0,8d - 1,2d$
Ancho de la muesca	M	m	$1,12d - 1,6d$
Profundidad de la muesca	e	m	$0,44d - 0,625d$

(Fuente: [35])

Es importante resaltar que los resultados que se obtengan de este análisis, no sirven únicamente para este caso en particular; sino que pueden ser aplicados en otras centrales con características similares, es decir, otras PCH.

2.1. Premisas para el modelo paramétrico

Para facilitar el estudio paramétrico se plantean varias condiciones o suposiciones, tanto geométricas como cinemáticas, que permiten definir de mejor manera los ángulos directrices y los triángulos de velocidad en la cuchara Pelton.

2.1.1. Simplificación de la forma del divisor

Teniendo en cuenta la Figura 1.3, se simplifica la forma del divisor, eliminando el pico que sobresale cerca de la raíz de la cuchara. Ambas geometrías, antes y después de la simplificación, se muestran en la Figura 2.2.

Se conoce que esta protuberancia es incluida en el diseño de los cangilones para aliviar la concentración de tensión en el borde del divisor, la que es producida cuando la cuchara se dirige hacia atrás, luego de que el chorro impacta en la superficie interna; y cuando se alarga, por la fuerza centrífuga que surge por la rotación del cangilón. Židonis [31] determinó mediante CFD que esta simplificación no causa pérdida de eficiencia en la turbina.

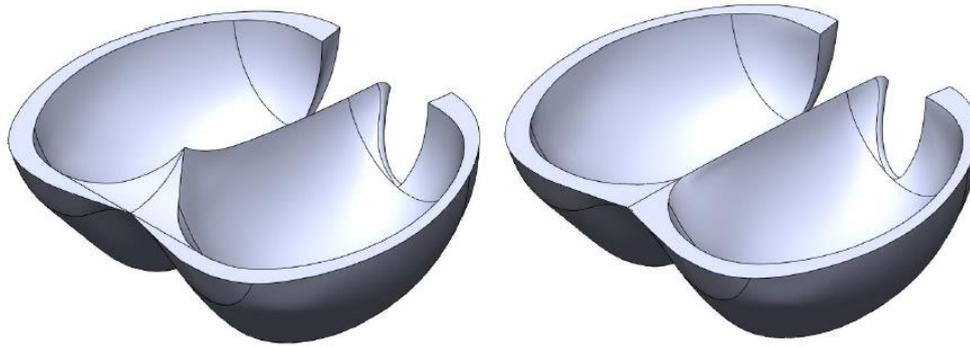


Figura 2.2. Geometría del cangilón antes (izquierda) y después (derecha) de que el divisor sea modificado.
(Fuente: [31])

2.1.2. Velocidad del chorro

Al realizar varias mediciones con el método de Anemometría Láser Doppler (LDA), se han podido notar varias características importantes del chorro. Existe una velocidad casi nula en el centro del flujo, causada por la capa límite que se desarrolla cuando el flujo entra en contacto con la superficie de la aguja en la tobera. Dicho déficit de velocidad es igualado parcialmente por el resto del chorro que se encuentra a velocidad más alta. Este fenómeno causa una distribución de velocidad no uniforme en diferentes secciones del chorro, en los que se puede notar un incremento de la velocidad axial, desde el centro, hacia la superficie exterior del flujo. Este comportamiento es más notorio cuando el chorro acaba de salir de la boquilla, pues es en ese punto, donde las líneas de corriente aún son curvas, lo que causa un incremento de presión y una disminución de la velocidad axial hacia el eje del chorro. Es importante mencionar que, en cada sección del chorro, existe una distribución de velocidad diferente, y, en consecuencia, una velocidad media distinta; dichas velocidades no varían significativamente entre ellas, por ello, se establece la velocidad de todo el chorro en un único valor promedio, C_o .

En los que respecta a la expansión del chorro de agua, se han registrado varias observaciones y grabaciones que muestran que el flujo se expande de $0,2^\circ$ a $0,5^\circ$. Esta expansión aparente del chorro, observada en la práctica, solamente se limita a la superficie del chorro y surge probablemente por el intercambio de momento con el aire del entorno, por tanto, es insignificante en términos de pérdida de energía [7] y no se toma en cuenta en este estudio.

Otro efecto que es importante señalar, es el que se genera cuando el flujo va a entrar en contacto con el inyector, ocasionándose un flujo secundario en el chorro. Este fenómeno produce dos zonas de flujo giratorio bien estructuradas dentro de la sección del chorro, cuyo efecto es suficientemente menor en comparación con el flujo axial, pero pueden influir

en la naturaleza del flujo. Cuando las dos corrientes de flujo secundario se fusionan en el interior del chorro, generan gotas que escapan del flujo. Estas gotas causan daños al material de la cuchara Pelton y por ende, una disminución en la eficiencia [48].

Con base en lo mencionado anteriormente, para el estudio paramétrico, se desprecian los efectos del flujo secundario en el chorro, se asume una velocidad uniforme media igual a C_o , cuya dirección se considera paralela al eje axial del chorro. Estas suposiciones permitirán estudiar fácilmente el triángulo de velocidad a la entrada del cangilón.

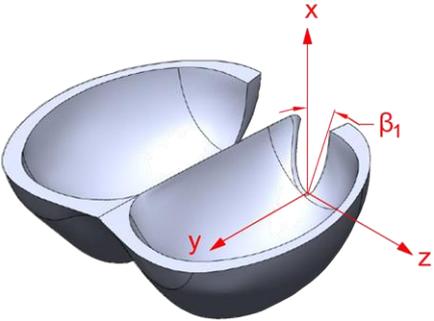
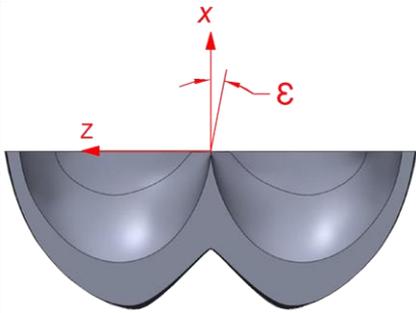
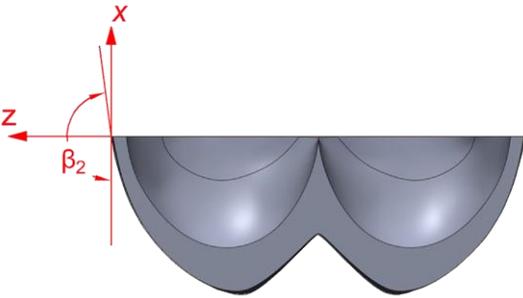
2.2. Ángulos directrices

Son los ángulos que permiten definir parte de la forma de la superficie interna de la cuchara Pelton, por lo que, influyen en el diseño del cangilón y en la eficiencia hidráulica de la turbina. Los ángulos considerados en este estudio son: el ángulo del divisor principal, ε ; el ángulo de entrada de la muesca, γ_c y el ángulo de salida, δ_2 . Una breve descripción de cada uno, así como su ubicación en la cazoleta, se detallan en la Tabla 2.3.

Existen dos ángulos adicionales que también pueden considerarse como ángulos directrices: el ángulo de la raíz, θ (ver Figura 2.19); y el ángulo de inclinación de la punta del divisor, ε_s (ver Figura 2.16). Varios autores han estudiado su efecto sobre la eficiencia hidráulica usando CFD; Vessaz et al. [41], por ejemplo, plantea que la zona de la raíz de la cuchara difícilmente influye en la eficiencia hidráulica, ya que casi no recibe agua, y Židonis et al. [49] logró demostrar en su estudio que el ángulo ε_s no causa variación significativa en la eficiencia. Por estas razones, además de la escasa información matemática existente, lo que dificulta el planteamiento de un modelo paramétrico sólido, los ángulos θ y ε_s no son tomados en cuenta en este trabajo de titulación.

Un ángulo que es importante mencionar, es el ángulo relacionado con la superficie exterior de la muesca, pues de su diseño depende que se genere, o no, un torque negativo al eje de la turbina. A altas velocidades específicas, la velocidad relativa tiende a golpear la parte posterior de la cuchara, por lo que surge una fuerza asociada que se opone a la rotación del cangilón, causando una caída en la eficiencia y abrasión en el material [7]. Por esta razón, debe ser diseñado de tal forma que se garantice un mínimo de contacto con el chorro. Este ángulo, por tener mayor influencia en la superficie exterior de la cuchara, no se analiza en este estudio y, su investigación, se plantea como trabajo futuro.

Tabla 2.3. Ángulos directrices de la cuchara Pelton.

Ángulo	Esquema
<p>Ángulo de la muesca: Es el ángulo formado entre el plano $x-z$ del sistema de referencia y la línea tangente de la superficie interna del borde de la muesca.</p>	
<p>Ángulo del divisor: Es el ángulo formado por el plano $x-y$ y la línea tangente a la entrada del borde del divisor.</p>	
<p>Ángulo de salida: Es el ángulo formado por el plano $x-y$ y la línea tangente a la salida del borde de la superficie interna. Este ángulo se mide desde el eje x negativo para facilidad en los cálculos.</p>	

(Fuente: Propia)

2.2.1. Rangos de diseño de los ángulos directrices

En la Tabla 2.4. se hace una comparación de los valores de los ángulos directores encontrados en la literatura. Cada uno de ellos varía de acuerdo al autor, por lo que en la sección de análisis se aclara cual es el rango escogido para el estudio paramétrico.

Tabla 2.4. Rangos de diseño para los ángulos directrices del cangilón.

Ángulo	Rango de diseño		
	Židonis	Vessaz et al.	OLADE
Ángulo de la muesca, β_1	-	50° - 70°	2° - 5°
Ángulo a la entrada del divisor, ϵ	7° - 16°	5° - 15°	2° - 10°
Suplemento del ángulo de salida, δ_2	15° - 21°	2,5° - 7,5°	10° - 30°

(Fuente: Propia)

Análisis:

Para analizar el ángulo de la muesca, se considera el rango de Vessaz et al., pues sus valores muestran mayor coherencia con las fórmulas presentadas en la sección 2.3.4., en la que es necesario que el ángulo β_1 sea mayor a 30° aproximadamente.

Para el ángulo del divisor se considera el rango de 2° a 16° , valores que abarcan los diferentes criterios de los autores considerados.

Para el suplementario del ángulo de salida se considera inicialmente un rango de $2,5^\circ$ a 30° . Sin embargo, al incluir la ecuación (2.20) en el análisis (Ver sección 2.5.2.), el nuevo rango considerado es de 6° a 30° . El rango escogido sirve para calcular por diferencia el valor del ángulo de salida β_2 , ángulo con el que se prefiere trabajar en los cálculos, en lugar de su suplementario, δ_2 .

Una vez que se conocen los ángulos involucrados en el estudio paramétrico, conviene describir cada uno de ellos por separado, a fin de determinar su influencia en la eficiencia hidráulica de la turbina y en los triángulos de velocidad. Para ello, los ángulos son estudiados en el orden en el que una porción del chorro recorrería la superficie interna del cangilón, es decir, al inicio se estudia el ángulo de la muesca, primera parte de la cuchara que interactuaría con el chorro; y al final, el ángulo de salida presente en los bordes del cangilón, última parte que tendría contacto con el flujo.

2.3. Ángulo de la muesca

2.3.1. Influencia del ángulo de la muesca en el comportamiento del flujo

En esta sección, se asume que el borde de la muesca de la cuchara es recto en la dirección del eje z y, la coordenada x del sistema de referencia es paralela al eje del chorro (ver Figura 2.3). Además, se considera que la velocidad periférica de la muesca U_c , es paralela al plano $x - z$ del cangilón colocado en la zona de la muesca.

Dos ángulos, γ y γ_c , determinan la dirección de la velocidad relativa. Si $\gamma > \gamma_c$, se produce una separación o desprendimiento del flujo en la cuchara y, si $\gamma < \gamma_c$, ocurre una deflexión o desviación del chorro.

2.3.2. Desprendimiento de flujo en el filo de la muesca ($\gamma > \gamma_c$)

Al analizar la interacción entre el flujo de agua y la cuchara, Zhang [7] demostró que, en las turbinas Pelton con altas velocidades específicas, el cangilón empieza a cortar el chorro mucho más temprano de lo que lo haría, si la velocidad específica fuera menor. Este fenómeno afecta al triángulo de velocidad en la entrada del cangilón, pues el flujo, al entrar

en contacto con la muesca, se separa y dirige abruptamente hacia la superficie interna de la cuchara; lo que afecta de forma simultánea la dirección de la velocidad relativa w_1 . Este comportamiento, además, provoca un daño por abrasión en la cuchara, justo en la zona donde el flujo separado se une nuevamente con el resto del chorro y golpea la superficie interna del cangilón. Dicho desgaste periódico termina con el desprendimiento y ruptura del material después de un corto tiempo de funcionamiento, lo que no es beneficioso para la turbomaquinaria [7], pues, la erosión que puede surgir, da como resultado reducción en la eficiencia, cambio en el patrón de flujo, aumento en la vibración y una posible avería en la turbina [48]. Por esta razón, el perfil interno del cucharón en la región de la muesca (ángulo β_1) debe ser cuidadosamente diseñado, especialmente para turbinas Pelton con altas velocidades específicas [7].

2.3.3. Desviación del flujo en el borde de la muesca de la cuchara ($\gamma < \gamma_c$)

En este caso, el chorro a alta velocidad es desviado en el borde de la muesca, lo que causa una carga de choque, cuya fuerza asociada, conocida como fuerza de choque F_{shock} , es casi perpendicular a la superficie interna de la cuchara Pelton y contribuye a la potencia de la turbina [7]. La desviación total del chorro ocurre cuando la cuchara se encuentra en una posición en la que forma un ángulo α_b con respecto al eje y (ver Figura 2.3.). El cambio repentino de la dirección del flujo causa un retorno de flujo que depende de la diferencia angular, $\Delta\gamma = \gamma_c - \gamma$. Dado que el valor resultante de $\Delta\gamma$ es muy pequeño, el efecto del reflujó se desprecia en este análisis.

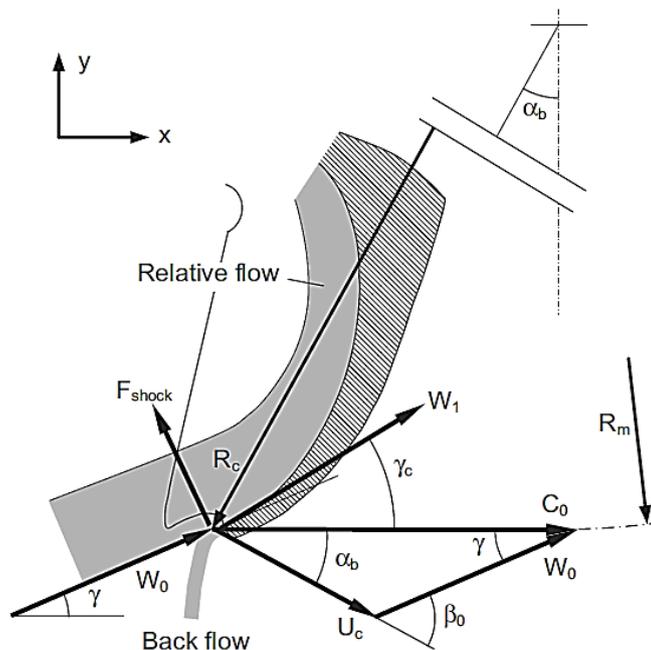


Figura 2.3. Fuerza de choque y triángulo de velocidades correspondientes a la muesca de la cuchara Pelton.
(Fuente: [7])

Al realizar la multiplicación escalar entre la F_{shock} y la velocidad U_c , se obtiene la potencia de choque P_{shock} , que se calcula de acuerdo a la ecuación (2.1), donde $\alpha_b + \gamma = \beta_o$.

La eficiencia parcial producida por la deflexión del flujo viene dada por la ecuación (2.2), en donde β_1 corresponde al ángulo de la muesca. Si se toma en cuenta el coeficiente de velocidad periférica k_m , la expresión (2.2) puede reescribirse, dando como resultado la ecuación (2.3).

$$P_{shock} = \rho \dot{Q}_w w_o U_c [\cos \beta_o - \cos(\alpha_b + \gamma_c)] \quad (2.1)$$

$$\eta_{shock} = 2 \frac{w_o U_c}{c_o^2} (\cos \beta_o - \cos \beta_1) \quad (2.2)$$

$$\eta_{shock} = 2k_m^2 \frac{w_o R_c}{U_m R_m} (\cos \beta_o - \cos \beta_1) \quad (2.3)$$

Cabe resaltar que, en la entrada del chorro, la deflexión y, por tanto, la carga de choque, no están solamente asociadas a la desviación del flujo en la muesca; sino que también tiene lugar en el divisor del cangilón [7], este se trata en la sección 2.4.

2.3.4. Modelo paramétrico propuesto para evaluar el ángulo de la muesca.

Como se asumió anteriormente, la dirección de la velocidad U_c es paralela al plano $x - z$, por lo tanto, el ángulo de la muesca β_1 es igual al ángulo comprendido entre U_c y la velocidad relativa w_1 . Para plantear el modelo paramétrico es necesario tomar en cuenta dos triángulos de velocidades: el primero, analiza la partícula de agua antes de que sea afectada por el ángulo de la muesca, lo que permite determinar la posible caída en la eficiencia; y el segundo, analiza a una partícula que ya está en contacto con la superficie interna de la cuchara, lo que permite analizar la influencia del ángulo de la muesca en el triángulo de velocidad de entrada. Para diferenciar el primer triángulo del segundo, se añaden los subíndices 0 y 1 respectivamente. El triángulo de velocidades a la salida de la cuchara no se ve influenciado por el ángulo β_1 , por lo tanto, no se analiza en esta sección.

Para el análisis del primer triángulo de velocidades (subíndice 0), se toman varios datos de referencia de la Tabla 2.1., tales como la altura neta H_n , y la velocidad de rotación N . Se utilizan los términos $c_v = 0,98$ y H_n en la ecuación (1.1) para calcular la velocidad absoluta del chorro c_o . Para una mayor precisión de los diámetros requeridos, se recalcula el diámetro del rodete D_r de acuerdo con la ecuación (2.4). Utilizando las dimensiones de referencia de la cuchara Pelton (ver Tabla 2.2.), se obtiene el diámetro del borde de la muesca D_c , que junto con N , permite calcular la velocidad periférica U_c . La deflexión del

chorro en el borde de la muesca ocurre en la posición α_b , ángulo que sirve para definir el triángulo de velocidad que se muestra en la Figura 2.3., y se calcula de acuerdo a la ecuación (2.5) en condiciones de operación nominal ($k_m = 0,47$ y $\varphi_B = 0,11$). Aplicando ley de cosenos al triángulo de velocidades de la Figura 2.3. se obtiene la ecuación (2.6) que permite calcular la velocidad relativa del chorro w_o , cuya magnitud se asume como constante a lo largo de la interacción ($w_1 = w_o$), por la corta distancia que el agua recorre sobre la superficie de la cuchara [7], [25]. El resto de ángulos del triángulo de velocidad, se calculan con las ecuaciones (2.7) y (2.8).

$$D_r = 38,6 \frac{\sqrt{H_n}}{N} \quad (2.4)$$

$$\alpha_b = \cos^{-1} \left(\frac{1 + 0,81n_q}{1 + 2n_q} \right) \quad (2.5)$$

$$w_o = (U_c^2 + c_o^2 - 2U_c c_o \cdot \cos \alpha_b)^{\frac{1}{2}} \quad (2.6)$$

$$\gamma = \cos^{-1} \left(-\frac{U_c^2 - c_o^2 - w_o^2}{2w_o c_o} \right) \quad (2.7)$$

$$(180 - \beta_o) = \alpha_b + \gamma \quad (2.8)$$

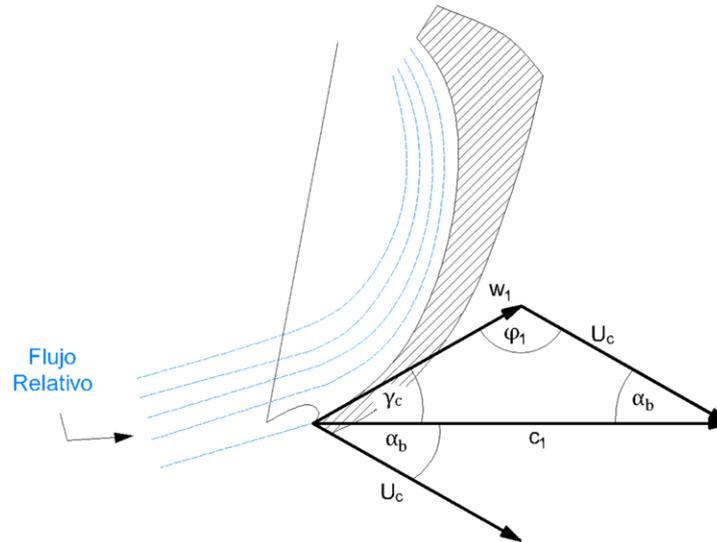


Figura 2.4. Triángulo de velocidades para una partícula en contacto con la superficie interna a la entrada del cangilón.
(Fuente: Propia)

El ángulo de la muesca influye en el triángulo de velocidades (subíndice 1) de la partícula, una vez que esta entra en contacto con la superficie interna del cangilón. En este caso, las velocidades U_c y w_1 son las mismas que en el caso anterior; la velocidad absoluta del chorro varía de c_o a c_1 , pues inicia la conversión de energía entre el chorro y la cuchara. Como se observa en la Figura 2.4., la nueva velocidad c_1 también se ve afectada por los diferentes ángulos que constituyen el triángulo de velocidades en la entrada de la superficie

interna en la zona de la muesca. El rango de β_1 especificado en la sección 2.2.1., es usado en la ecuación (2.9), lo que permite determinar el ángulo γ_c , y en consecuencia la dirección de la velocidad relativa w_1 . El ángulo φ_1 se calcula fácilmente por diferencia con la expresión (2.10). La velocidad c_1 se calcula aplicando ley de cosenos en el triángulo, lo que resulta en la ecuación (2.11).

$$\gamma_c = \beta_1 - \alpha_b \quad (2.9)$$

$$\varphi_1 = 180^\circ - \gamma_c - \alpha_b \quad (2.10)$$

$$c_1 = (U_c^2 + w_1^2 - 2U_c w_1 \cos \varphi_1)^{\frac{1}{2}} \quad (2.11)$$

El rango de valores que n_q adopta va de $0,4 - 1,3 \frac{1}{s}$, por lo que $\alpha_b = f(n_q)$. Manteniendo α_b constante se aplican las ecuaciones (2.6), (2.7) y (2.8). Se varía el valor de β_1 para calcular los parámetros del triángulo de velocidades correspondiente a la partícula ubicada en la superficie interna. Posteriormente se usa la ecuación (2.2) para determinar la eficiencia parcial η_{shock} asociada a la desviación del chorro en la superficie de la cuchara. A continuación, se muestra esquemas del modelo paramétrico correspondiente a esta sección, a fin de aclarar el procedimiento a seguir para el estudio del ángulo de la muesca β_1 . Varios de los resultados obtenidos en el análisis propuesto en la Figura 2.5. son utilizados como entrada para la metodología de la Figura 2.6.

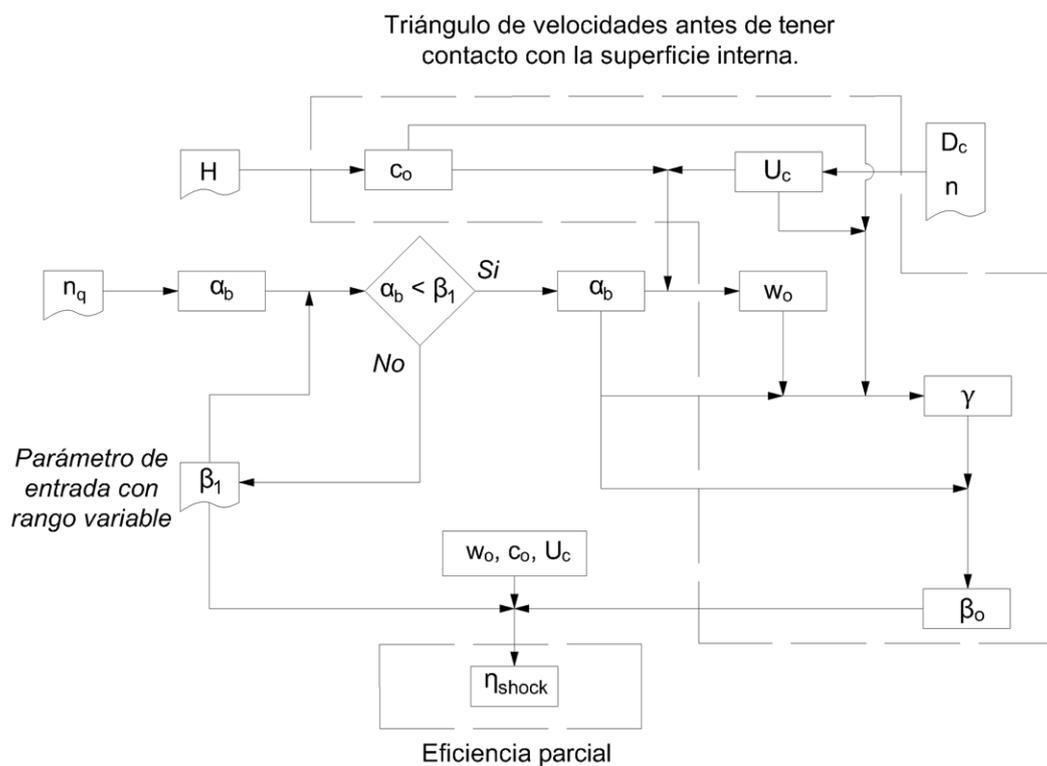


Figura 2.5. Metodología de evaluación de la influencia del ángulo de la muesca sobre la eficiencia. (Fuente: Propia)

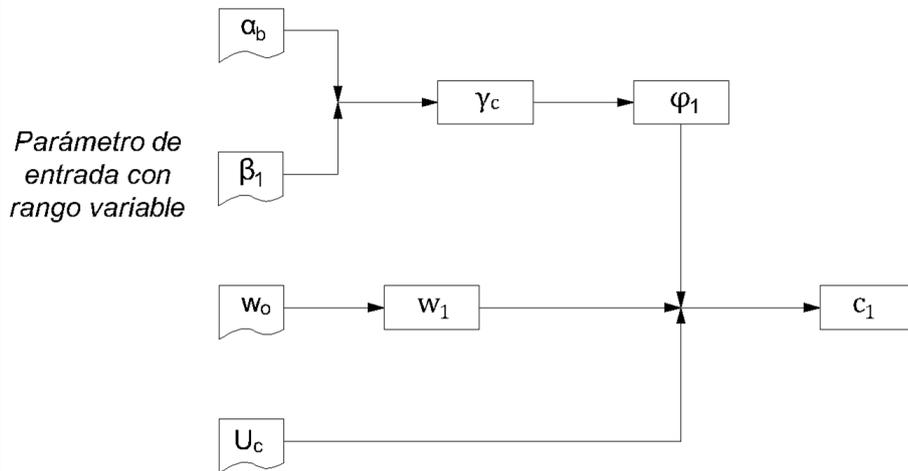


Figura 2.6. Metodología de evaluación del ángulo de la muesca sobre el triángulo de velocidades en contacto con la superficie interna.
(Fuente: Propia)

2.4. Ángulo del divisor principal

2.4.1. Influencia del ángulo del divisor en el comportamiento del flujo

Para analizar este ángulo, se asume que el divisor (paralelo al eje y del cangilón) es perpendicular al eje del chorro (paralelo al eje x del cangilón); aunque, generalmente, el flujo entra de forma no perpendicular al divisor de la cuchara. Esta suposición se realiza para presentar un estudio más claro del ángulo del divisor y su influencia en la eficiencia. Cabe recalcar nuevamente que, bajo este supuesto, se logra una interacción ideal entre el chorro y la cuchara, lo que corresponde a la condición para obtener la máxima eficiencia hidráulica [7].

Como se mencionó en la sección anterior, el ángulo del divisor ε , también causa una desviación repentina del flujo en la entrada de la cuchara. Esta interacción origina una carga de choque, cuya fuerza asociada se conoce como fuerza de impacto o fuerza de choque (Figura 2.8), F_{shock} que actúa sobre el cucharón en movimiento y, por lo tanto, contribuye a la potencia del eje. Dicha fuerza está restringida al plano $x - z$, es perpendicular al flujo y se calcula de acuerdo a la ecuación (2.12). La potencia de choque y la eficiencia parcial, se calculan con las ecuaciones (2.13) y (2.14) respectivamente.

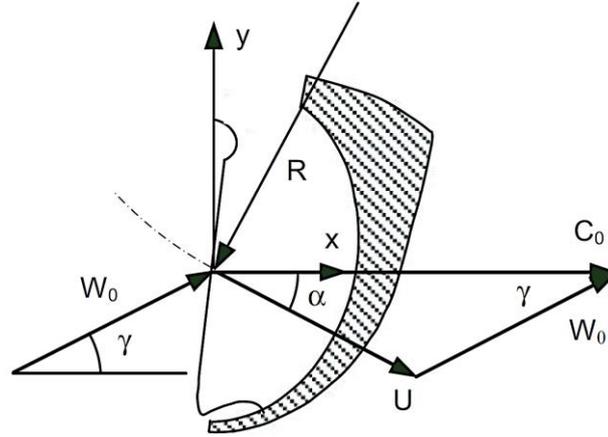


Figura 2.7. Desviación del chorro en el divisor principal del cangilón.
(Fuente: [7])

$$\frac{F_{shock}}{2} = \rho \dot{Q}_W w_0 \cos \gamma \cdot \sin \frac{\varepsilon}{2} \quad (2.12)$$

$$P_{shock} = \rho \dot{Q}_W w_0 U \cos \alpha \cos \gamma \cdot (1 - \cos \varepsilon) \quad (2.13)$$

$$\eta_{shock} = 2 \frac{w_0}{c_0} \frac{U}{c_0} \cos \alpha \cos \gamma \cdot (1 - \cos \varepsilon) \quad (2.14)$$

Como se observa en la Figura 2.7., los ángulos α y γ se obtienen del triángulo de velocidad, cuando no se asume perpendicularidad entre el divisor y el chorro. Como ese no es el caso, se cumple la relación $w_0 = c_0 - U_m$, por lo que $\alpha = 0$ y $\gamma = 0$, lo que equivale a suponer un movimiento recto del cangilón, como se hizo en el capítulo 1.

En este caso particular, la eficiencia parcial asociada a la fuerza de choque viene dada por,

$$\eta_{shock} = 2k_m(1 - k_m) \cdot (1 - \cos \varepsilon) \quad (2.15)$$

Cabe resaltar que esta eficiencia, es una eficiencia parcial que se produce debido al cambio repentino de la dirección del flujo en el divisor principal de la cuchara y no al proceso del flujo. La conversión de energía entre el chorro y el cangilón rotatorio se divide en dos fenómenos, el primero, que tiene que ver con la carga de choque, fenómeno ya explicado; y el segundo, que tiene que ver con el proceso en el que el flujo recorre la superficie del cangilón, desde su entrada hasta su salida. Este último fenómeno está considerado en la eficiencia hidráulica lograda por el proceso de flujo continuo, y es determinado por [7],

$$\eta_{continuity} = 2k_m(1 - k_m) \cdot (\cos \varepsilon - \cos \beta_2) \quad (2.16)$$

La ecuación (2.15) junto con la ecuación (2.16), son usadas para determinar la eficiencia general.

2.4.2. Modelo paramétrico propuesto para evaluar el ángulo del divisor

La influencia del ángulo del divisor ε en el triángulo de velocidad a la entrada del divisor, afecta de igual forma a ambos lados del cangilón, por lo que, para su análisis, solo se toma en cuenta la mitad de la cazoleta. Como se muestra en la Figura 2.8., este ángulo determina la dirección de la velocidad relativa w_1 , y la de la velocidad absoluta c_1 . El triángulo de velocidad a la salida de la cuchara no se ve influenciado por el ángulo ε , por lo tanto, no se analiza en este apartado.

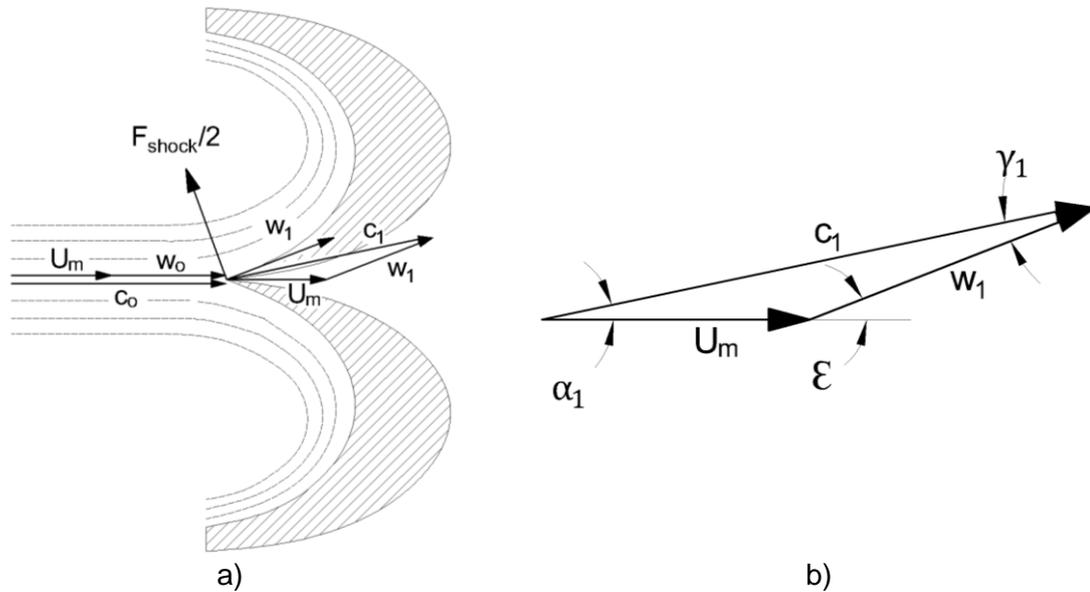


Figura 2.8. Triángulos de velocidad, antes y después de la desviación del flujo, en el lado superior del cangilón.
(Fuente: Propia)

El valor de H_n y c_v se utiliza en la ecuación (1.1) para calcular la velocidad del chorro c_0 . Con el D_r calculado en la sección anterior, y con el valor de N de la Tabla 2.1. se calcula la velocidad periférica U_m . En la ecuación (1.2), se reemplaza U por U_m y se calcula w_1 , cuya magnitud se asume como constante en todo el recorrido del chorro por la cuchara. Al aplicar ley de cosenos en el triángulo de velocidad de la Figura 2.8.b, se obtiene la ecuación (2.17) para calcular la velocidad c_1 .

$$c_1 = (U_m^2 + w_1^2 + 2U_m w_1 \cdot \cos \varepsilon)^{\frac{1}{2}} \quad (2.17)$$

Una vez que las velocidades U_m , w_1 y c_1 son conocidas, se calcula los ángulos α_1 y γ_1 , con las ecuaciones (2.18) y (2.19), que se obtienen al aplicar ley de senos en el triángulo de velocidades.

$$\gamma_1 = \text{sen}^{-1} \left[\frac{U_m}{c_1} \cdot \text{sen} \varepsilon \right] \quad (2.18)$$

$$\alpha_1 = \text{sen}^{-1} \left[\frac{w_1}{c_1} \cdot \text{sen} \varepsilon \right] \quad (2.19)$$

A este punto, el triángulo de velocidades se encuentra totalmente definido. Solo resta calcular la eficiencia parcial η_{shock} con la ecuación (2.15).

Para usar las fórmulas propuestas en este apartado, se mantiene constante el valor de k_m a 0.47, punto que corresponde a las condiciones de funcionamiento nominal de la turbina Pelton, y se varía el valor de ε en el rango de análisis considerado en la sección 2.2.1.

En la Figura 2.9., se muestra el esquema del modelo paramétrico propuesto para el ángulo del divisor, con el objeto de proporcionar una mejor comprensión del proceso.

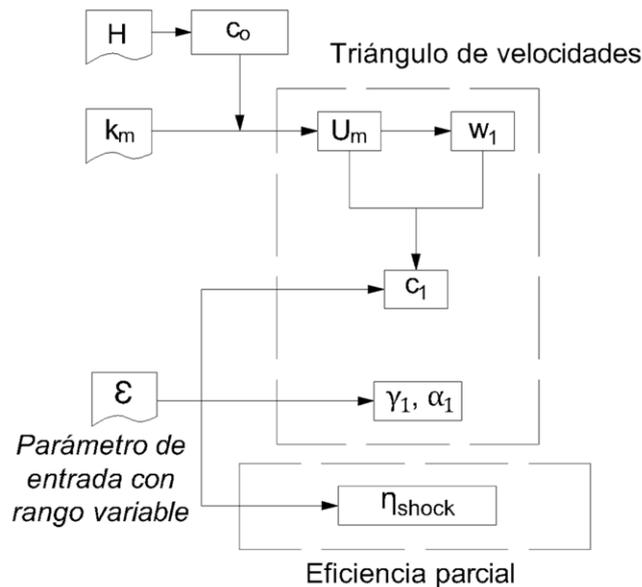


Figura 2.9. Metodología de evaluación para el ángulo del divisor de la cuchara. (Fuente: Propia)

2.5. Ángulo de salida

2.5.1. Influencia del ángulo de salida en el comportamiento del flujo

El ángulo de salida β_2 , es otro de los ángulos que influye en el diseño del cangilón, por lo que debe considerarse en este estudio. Para analizarlo se asume una salida lateral del flujo de agua en el borde exterior del cangilón, condiciones de operación a carga total, flujo sin fricción y perpendicularidad entre el chorro y la cuchara.

En la interacción entre el chorro y el cangilón, lo ideal sería desviar el flujo en 180° ($\beta_2 = 180^\circ$) con respecto a su dirección de entrada para permitir que toda la energía almacenada en el chorro se transmita al movimiento de la cuchara; sin embargo, el agua impactaría en el cangilón ubicado delante [31] y, en consecuencia, se produciría una caída en la eficiencia (Ver Figura 2.10.). Es por esta razón que se plantea la ecuación (2.20) a manera de condición, para asegurar una salida libre del flujo sin interferencia con el siguiente cangilón.

$$\beta_2 < \pi - \arctan(1,2 n_q + 0,05) \quad (2.20)$$

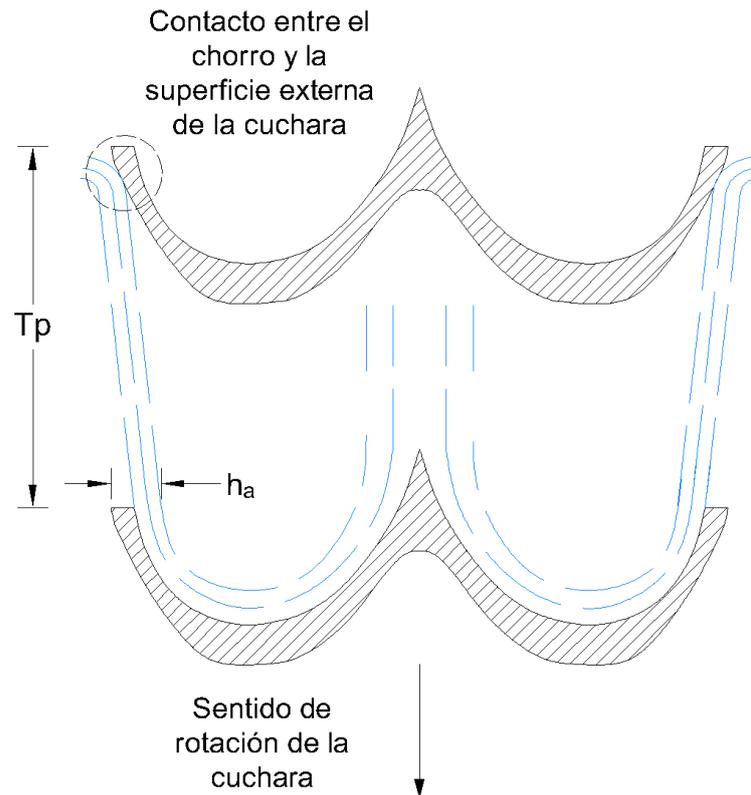


Figura 2.10. Impacto indeseado entre el chorro y la cuchara adyacente.
(Fuente: Propia)

La ecuación anterior solo se puede utilizar cuando se asume que la turbina funciona a condiciones de operación nominal y a carga total; en el caso de que opere a carga parcial, se debe hacer uso de la ecuación (2.21), en donde h_a es la suma de la altura de la capa de agua y el espesor de la pared del cangilón y T_p , la longitud del paso de la cuchara.

$$-\frac{h_a}{T_p} \frac{1}{\tan\beta_2} < 1 \quad (2.21)$$

En las turbinas Pelton instaladas con el eje de rotación en forma vertical, el flujo que abandona la cuchara no puede caer nuevamente sobre el rodete a pesar del efecto de la gravedad, por lo que existen consideraciones adicionales que se deben tomar en cuenta, el caso más crítico se da en la raíz de la cuchara, ya que el flujo debe recorrer una distancia considerable para evitar tener contacto con parte del rodete o con el resto de los cangilones; y a la salida de la muesca, pues el flujo debe ser dirigido contra la dirección de rotación de la cuchara para asegurar que fluya por todo el borde de la cazoleta [7], aspectos que se analizan a continuación.

Como se observa en la Figura 2.11., el flujo que sale de la zona de la raíz de la cuchara debe tener una velocidad mínima c_2 , que le permita seguir una trayectoria libre, es decir, salir de la cuchara sin tener interferencia con los cangilones adyacentes o con la rueda.

Esta velocidad mínima se calcula con la ecuación (2.22), en donde $c_{2x,o}$ representa una de sus componentes en el borde de salida de la cuchara, T la distancia que el flujo debe recorrer en la dirección de x y g la gravedad.

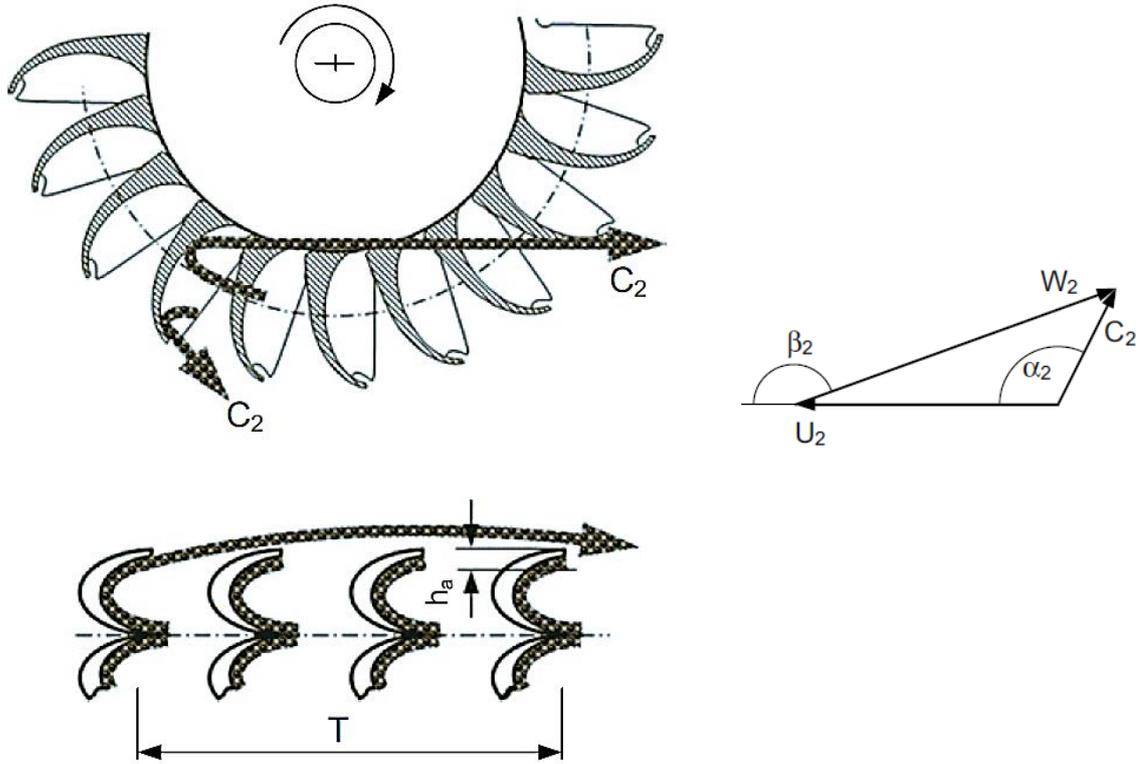


Figura 2.11. Salida del flujo en turbinas de eje vertical.
(Fuente: [7])

$$c_{2x,o}^2 = -\frac{1}{2} \frac{gT}{\frac{h_a}{T} + \tan\alpha_2} \quad (2.22)$$

La ecuación anterior se establece como una condición para determinar el valor que debería tener la velocidad mínima de $c_{2x,o}$; sin embargo, para saber si esta se cumple o no, es necesario comparar ese valor mínimo con la velocidad que adopta realmente $C_{2x,o}$ en el triángulo de velocidades a la salida del cangilón. Para ello se usa la ecuación (2.23).

$$\frac{C_{2x,o}}{c_o} = -\frac{\text{sen}\beta_2}{\tan\alpha_2} \left[k_m^2 \left(\frac{D_2}{D_m} \right)^2 + 1 - 2k_m \left(1 - \frac{d_o}{D_m} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.23)$$

Si el valor de $C_{2x,o}$ calculado con la ecuación (2.23) es mayor que $c_{2x,o}$ calculado con la ecuación (2.22), se garantiza una trayectoria libre del flujo a la salida del cangilón. En la última expresión, D_2 representa el diámetro del rodete en la raíz del cangilón, α_2 corresponde a uno de los ángulos del triángulo de velocidades cuyo valor varía de acuerdo a la cantidad que adopte el ángulo director β_2 , objeto de análisis en esta sección.

Otro aspecto a analizar en las turbinas de eje vertical es asegurar una salida adecuada del flujo en la zona de la muesca de la cuchara. Para ello es necesario que el k_m de la turbina sea menor al $k_{m,max}$; caso contrario, el flujo caerá sobre el rodete. Dicho $k_{m,max}$ se calcula de acuerdo a la siguiente ecuación.

$$k_{m,max} = 0,5 - 0,38n_q \quad (2.24)$$

Como punto final, se toma en cuenta la pérdida de remolino, pérdida que surge debido al menor aprovechamiento de la energía cinética contenida en el flujo. Aunque anteriormente se ha mencionado que lo conveniente es garantizar una salida libre del flujo; cuanto menor es el valor de β_2 , menor es la energía cinética transferida al movimiento de la cuchara y mayor es la pérdida hidráulica de remolino η_{swirl} . Al considerar la sección media del cangilón (en D_m), y asumiendo una relación $\frac{R_2}{R_m} = 1$, dicho comportamiento se cuantifica con la ecuación (2.25).

$$\eta_{swirl} = 1 - 2k_m(1 - k_m)(1 - \cos\beta_2) \quad (2.25)$$

2.5.2. Modelo paramétrico propuesto para evaluar el ángulo de salida en las turbinas de eje horizontal

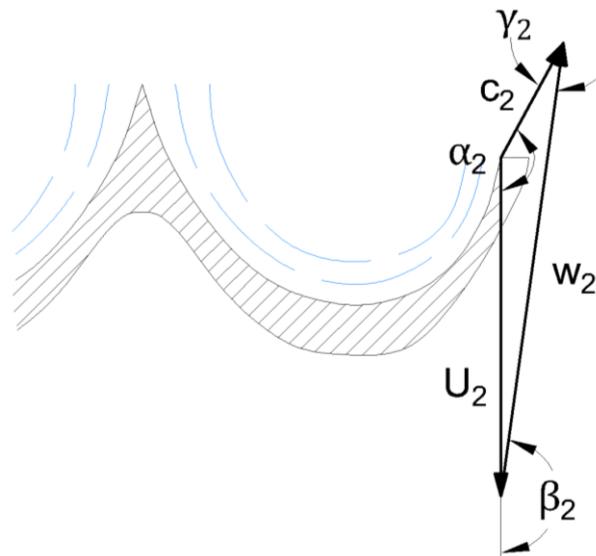


Figura 2.12. Triángulo de velocidades a la salida del cangilón (turbina de eje horizontal)
(Fuente: Propia)

En el análisis de las turbinas Pelton de eje horizontal, se empieza por asumir perpendicularidad entre el chorro y el cangilón. Bajo esta condición, las partículas de agua recorren la superficie de la cuchara con una velocidad periférica constante ($U_2 = U_1$) [7]. Además, el triángulo de velocidades es analizado en el diámetro correspondiente al círculo del chorro D_m , por lo tanto, $U_2 = U_1 = U_m$. Para el estudio se toman en cuenta solo los

valores de β_2 de la Tabla 2.4. (ver análisis, sección 2.2.1) que cumplen con la ecuación (2.20), para de esta manera establecer un primer filtro para el análisis paramétrico y evitar considerar datos que podrían complicar el diseño del cangilón.

Para calcular las velocidades w_2 y U_2 se hace uso de la ecuación (2.26), conocida como la ecuación de la invarianza que permite calcular la velocidad relativa a la salida, siempre que sean conocidas las velocidades de la partícula a la entrada de la cuchara w_1 y U_1 , y se las considere en una misma línea de corriente [50].

$$E = w_1^2 - U_1^2 = w_2^2 - U_2^2 \quad (2.26)$$

Como $U_2 = U_1$ se puede afirmar, de acuerdo a la ecuación (2.26), que $w_2 = w_1$. En la sección 2.4.2., también se analiza el triángulo de velocidad en el diámetro D_m del rodete Pelton, por lo tanto, los valores de U_1 y w_1 calculados en ese apartado se utilizan en la ecuación de la invarianza y se obtienen los valores de U_2 y w_2 . Para calcular la velocidad restante c_2 se aplica ley de cosenos al triángulo de velocidad de la Figura 2.12., y se obtiene la ecuación (2.30).

$$c_2 = (U_2^2 + w_2^2 + 2U_2w_2\cos\beta_2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.27)$$

Los ángulos restantes del triángulo de velocidades son calculados con las ecuaciones (2.28) y (2.29).

$$\alpha_2 = \cos^{-1}\left(-\frac{w_2^2 - c_2^2 - U_2^2}{2c_2U_2}\right) \quad (2.28)$$

$$\gamma_2 = \beta_2 - \alpha_2 \quad (2.29)$$

2.5.3. Modelo paramétrico propuesto para evaluar el ángulo de salida en las turbinas de eje vertical

Para resolver el triángulo de velocidades en las turbinas de eje vertical, primero se verifica que la componente de la velocidad real del chorro $C_{2x,0}$ sea mayor que la velocidad mínima requerida $c_{2x,0}$. Para ello se hacen uso de las ecuaciones (2.22) y (2.23), cuyo término común α_2 se calcula con la ecuación (2.30). El valor del ángulo β_2 es el mismo que el calculado en las turbinas de eje horizontal.

$$\alpha_2 = \pi + \arctan\left(\frac{\text{sen}\beta_2}{\frac{U_2}{w_2} + \text{cos}\beta_2}\right) \quad (2.30)$$

La relación $\frac{U_2}{w_2}$ se calcula con la ecuación (2.31).

$$\frac{U_2}{w_2} = \frac{c_o}{w_2} \frac{U_m}{c_o} \frac{D_2}{D_m} = k_m \frac{D_2}{D_m} \frac{c_o}{w_2} \quad (2.31)$$

Y la relación $\frac{c_o}{w_2}$ de la expresión anterior se calcula con la ecuación (2.32).

$$\frac{w_2^2}{c_o^2} = k_m^2 \left(\frac{D_2}{D_m} \right)^2 + 1 - 2k_m \left(1 - \frac{d_o}{D_m} \right) \quad (2.32)$$

De esta forma se logra analizar la velocidad absoluta del chorro en función de k_m .

Los valores del coeficiente de velocidad periférica que se utilicen para el cálculo de las ecuaciones anteriores no son elegidos al azar; se prefiere un rango de valores que cumplan con la ecuación (2.24), de tal forma que $k_m \leq k_{m,max}$.

La velocidad c_2 se calcula aplicando ley de senos en el triángulo de velocidad (ver Figura 2.11.), de modo que,

$$c_2 = \frac{\text{sen}\delta_2}{\text{sen}\alpha_2} \cdot w_2 \quad (2.33)$$

Nuevamente se hace uso de la ecuación (2.31) para calcular U_2 . Con el valor de esta última velocidad se logra definir completamente el triángulo de velocidades en la zona de la raíz del cangilón.

De esta manera se ha definido una metodología para calcular dos triángulos de velocidades diferentes, uno correspondiente a la salida lateral del flujo en la cuchara, y otro correspondiente al flujo de salida en la zona de la raíz del cangilón. Ambos triángulos de velocidad sirven para las condiciones de diseño del cangilón y para evitar posibles caídas en la eficiencia, razón por la que han sido tomados en cuenta para el análisis.

Para calcular la pérdida de eficiencia η_{swirl} , se utiliza la ecuación (2.25), en la que se mantiene constante el valor de k_m en 0,47 mientras se hace variar el valor de β_2 .

A continuación, se presenta el esquema del procedimiento a seguir para evaluar el ángulo de salida, a fin de proporcionar una mejor comprensión del método.

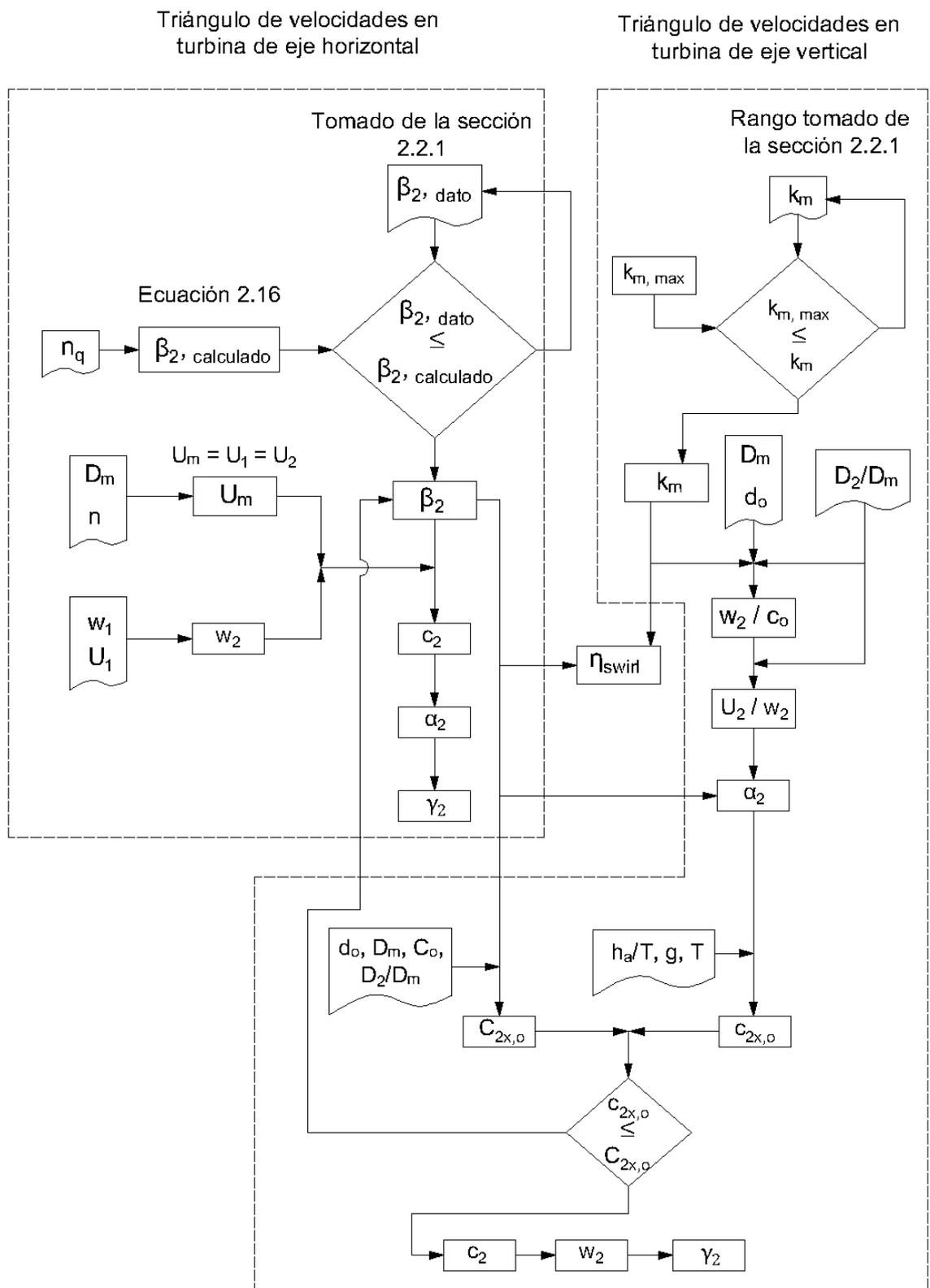


Figura 2.13. Metodología de evaluación para el ángulo de salida en las turbinas Pelton (tanto de eje horizontal como de eje vertical)
(Fuente: Propia)

2.6. Diseño de la superficie hidráulica

Las superficies consideradas como hidráulicas en las turbinas Pelton son las que interactúan directamente con el agua del chorro en condiciones normales de funcionamiento. Dos superficies son incluidas en esta definición, la superficie de la muesca en la parte posterior de la cuchara y la superficie interna del cangilón [25]; siendo esta última, la única que se considera en este trabajo de titulación. Ambas superficies se muestran en la Figura 2.14.

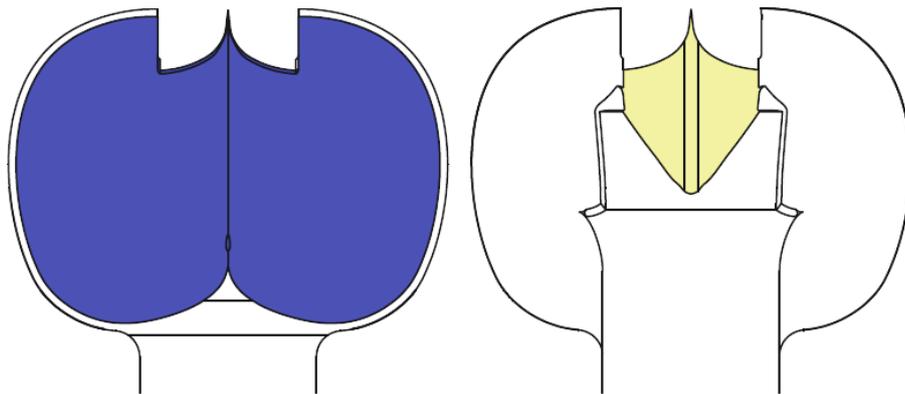


Figura 2.14. Superficies hidráulicas de la cuchara Pelton: superficie interna (azul) y superficie posterior en la región de la muesca (amarillo).
(Fuente: [25])

Para empezar con el modelado de la superficie interna de la cuchara, se establecen varias curvas principales que definen la forma de su contorno superior, transversal y longitudinal, que sirven como curvas de control para asegurar un perfil suave, de tal forma que el agua no sufra cambios repentinos de dirección al recorrer la superficie [25].

2.6.1. Contorno superior de la superficie hidráulica interna

Para establecer la forma del contorno superior y del divisor principal de la cuchara se sigue el método gráfico presentado por Hernández e Indacochea [28].

Los valores de la Tabla 2.1. correspondientes a los resultados obtenidos en el estudio paramétrico de Sarmiento [46] son tomados como referencia para definir el largo y ancho del contorno superior. El perfil que se obtiene se muestra en la Figura 2.15. Como se puede observar, se decide no incluir la forma de la muesca de la cuchara para evitar conflictos al realizar la superficie en el software CAD; esta se agrega una vez que la superficie interna está completamente definida utilizando la herramienta de corte de superficie (ver ANEXO IV).

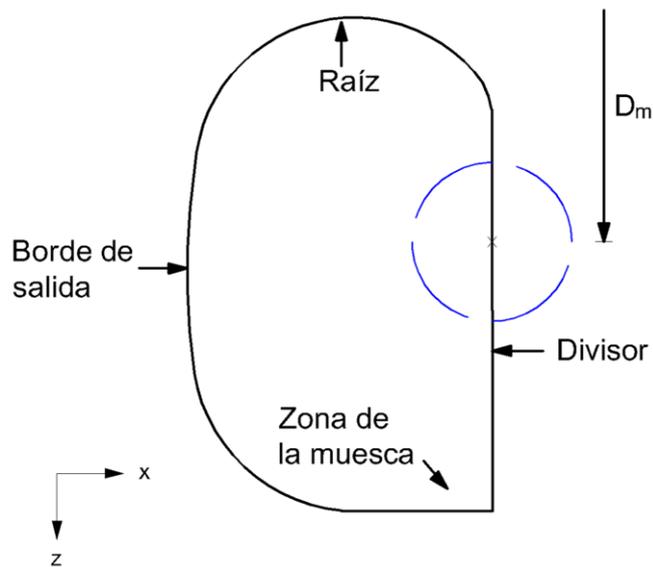


Figura 2.15. Contorno superior de la superficie interna del cangilón.
(Fuente: Propia)

La región correspondiente al divisor de la cuchara se diseña en dos segmentos: el primero es paralelo al contorno; y el segundo se modela con una inclinación de 5° respecto a la primera, inclinación que empieza en el diámetro medio del cangilón (D_m) y continúa hasta la zona de la muesca. En la Figura 2.16. se puede observar cómo se dibuja el divisor; cuya parte inclinada se modela en un boceto diferente, en un plano perpendicular al que contiene el boceto del contorno superior.

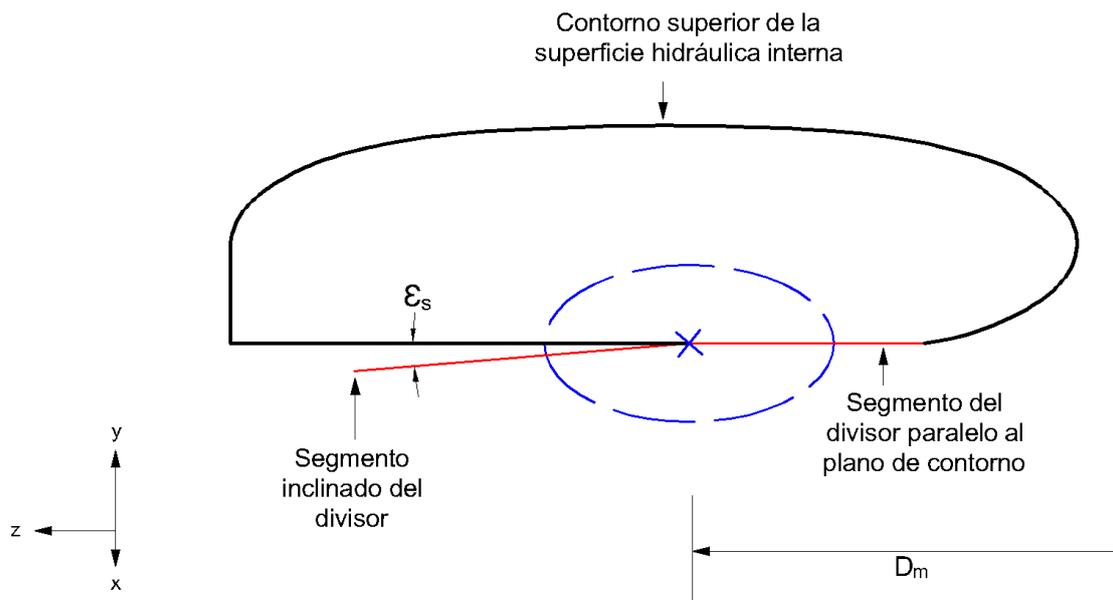


Figura 2.16. Divisor principal de la superficie interna del cangilón.
(Fuente: Propia)

Como se menciona en la sección 1.5.2., las dimensiones de la cuchara son proporcionales al diámetro del chorro [28], [32]. Es por ello que, para garantizar un contorno paramétrico, es necesario restringir completamente el boceto que lo define, de manera que, cada vez que cambie el valor del diámetro del chorro, cambie automáticamente la forma del contorno, a una más grande o más pequeña, de acuerdo al valor del diámetro del chorro ingresado por el usuario. De la misma forma, al variar el ángulo de inclinación de la punta del divisor, se actualizará automáticamente el boceto correspondiente. Todos estos cambios se pueden realizar desde la ventana de parámetros del software CAD, en la sección de parámetros del usuario.

2.6.2. Sección transversal de la superficie hidráulica interna

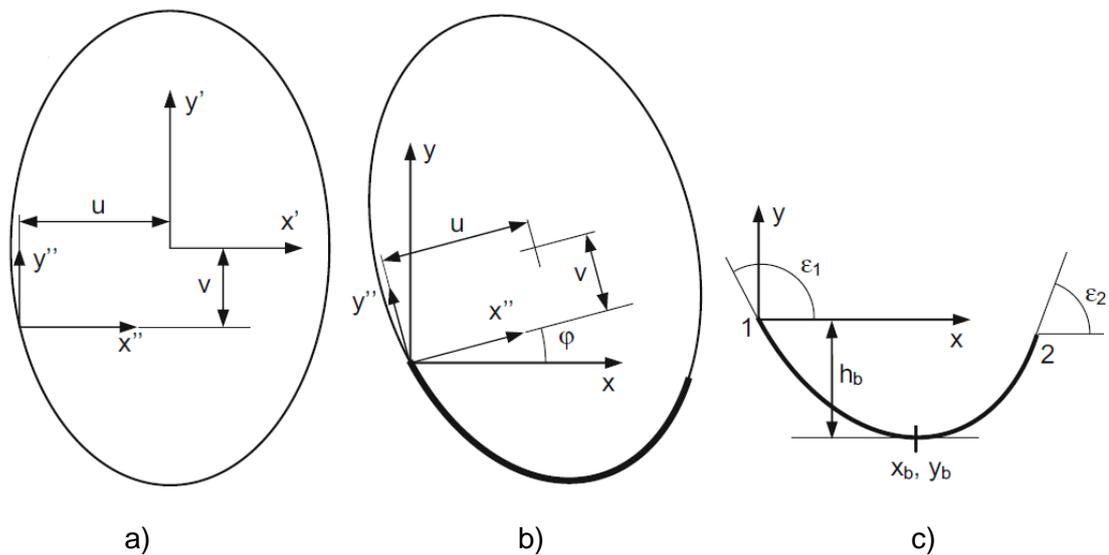


Figura 2.17. Elipse para crear el perfil del cangilón. a) elipse sin rotar, b) elipse rotada, c) parte de la elipse rotada.
(Fuente: [7])

Para garantizar una trayectoria suave y constante del agua al recorrer la superficie interna de la cuchara, se sigue el procedimiento propuesto por Zhang para definir la sección transversal de la cuchara. El método se basa en adaptar la superficie interna de la cuchara a la forma de una elipse rotada. De esta forma se logra un perfil transversal suave, condición que además de beneficiar a los aspectos hidráulicos mencionados en secciones anteriores, permite una buena fabricación de los cangilones [7].

Como se muestra en la Figura 2.17.: las coordenadas $x' - y'$ corresponden a la elipse inicial, sin rotar (Figura 2.17.a) ; las coordenadas $x'' - y''$ son el resultado de desplazar el sistema de referencia $x' - y'$, del centro a un extremo de la elipse; y las coordenadas $x - y$

constituyen un sistema de referencia fijo desde el cual se mide la rotación de la elipse mediante la rotación de las coordenadas $x'' - y''$ (Figura 2.17.b).

$$\frac{(x\cos\varphi + y\sin\varphi - u)^2}{a^2} + \frac{(-x\sin\varphi + y\cos\varphi - v)^2}{b^2} = 1 \quad (2.34)$$

La ecuación (2.34) es la expresión que permite describir la posición de la elipse rotada, en donde, u, v, a y b son incógnitas que se resuelven con las ecuaciones (2.35), (2.36), (2.37) y (2.38) respectivamente. El ángulo φ es un parámetro de control que determina la profundidad de la cuchara (h_b en la Figura 2.17.c); dicho término ya se muestra en la Tabla 2.1., por lo tanto, el ángulo φ ya es conocido. El punto (x_b, y_b) ubicado en la parte más profunda de la cuchara se calcula con las ecuaciones (2.38) y (2.39).

$$u = \frac{E_1M(E_2M - D_2N)}{2E_1E_2M - (D_2E_1 + D_1E_2)N} \quad (2.35)$$

$$v = \frac{D_1N(E_2M - D_2N)}{(D_2E_1 + D_1E_2)M - 2D_1D_2N} \quad (2.36)$$

$$A = a^2 = u^2 - uv\frac{D_1}{E_1} \quad (2.37)$$

$$B = b^2 = v^2 - uv\frac{E_1}{D_1} \quad (2.38)$$

$$x_b = (T_1 + u)\cos\varphi - (T_2 + v)\sin\varphi \quad (2.39)$$

$$y_b = (T_1 + u)\sin\varphi + (T_2 + v)\cos\varphi \quad (2.40)$$

En donde,

$$M = x_2\cos\varphi + y_2\sin\varphi \quad (2.41)$$

$$N = -x_2\sin\varphi + y_2\cos\varphi \quad (2.42)$$

$$D_1 = \cos\varphi + \tan\varepsilon_1\sin\varphi \quad (2.43)$$

$$D_2 = \cos\varphi + \tan\varepsilon_2\sin\varphi \quad (2.44)$$

$$E_1 = -\sin\varphi + \tan\varepsilon_1\cos\varphi \quad (2.45)$$

$$E_2 = -\sin\varphi + \tan\varepsilon_2\cos\varphi \quad (2.46)$$

$$T_1 = -\frac{a^2\tan\varphi}{\sqrt{a^2\tan^2\varphi + b^2}} \quad (2.47)$$

$$T_2 = -\frac{b^2}{\sqrt{a^2\tan^2\varphi + b^2}} \quad (2.48)$$

Los valores x_2 y y_2 se pueden encontrar tomando en cuenta el ancho de la cuchara B . Los ángulos ε_1 y ε_2 se encuentran fácilmente por diferencia, con las ecuaciones (2.49) y (2.50); ε y δ_2 corresponden al ángulo de entrada en el divisor y al suplemento del ángulo de salida de la cuchara, parámetros ya analizados en las secciones anteriores.

$$\varepsilon_1 = \frac{\pi}{2} + \varepsilon \quad (2.49)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\pi}{2} - \delta_2 \quad (2.50)$$

Una vez que todas las ecuaciones necesarias para resolver la ecuación de la elipse han sido planteadas, se procede a resolverlas. Para ello se hace uso de la ventana de parámetros del software Autodesk Inventor, en la que se ingresa cada una de las ecuaciones y se las resuelve, siempre que los datos de entrada, como el ángulo de inclinación de la elipse φ ; el ángulo de entrada ε y el ángulo de salida δ_2 sea establecidos previamente.

Se procede a modelar el perfil transversal de la cuchara tomando como referencia una elipse que considera todos los parámetros calculados anteriormente. Parte de su curvatura se usa para definir el tramo del perfil que va desde el divisor hasta la parte más profunda de la cuchara. Para definir el siguiente tramo que comprende desde el punto (x_b, y_b) hasta el borde de salida, se utiliza una spline con vértices de control, cuya trayectoria se ve afectada tanto por el ángulo de salida como por las coordenadas del punto más profundo de la cuchara. Ambos tramos dan como resultado el contorno transversal de la cuchara que se muestra en la Figura 2.18. Es importante mencionar que la sección transversal que se modela en este apartado corresponde a la ubicada en el diámetro medio de la cuchara (D_m), ya que es en este punto donde la profundidad de la cuchara hb , se toma como medida de referencia para el diseño del cangilón [7].

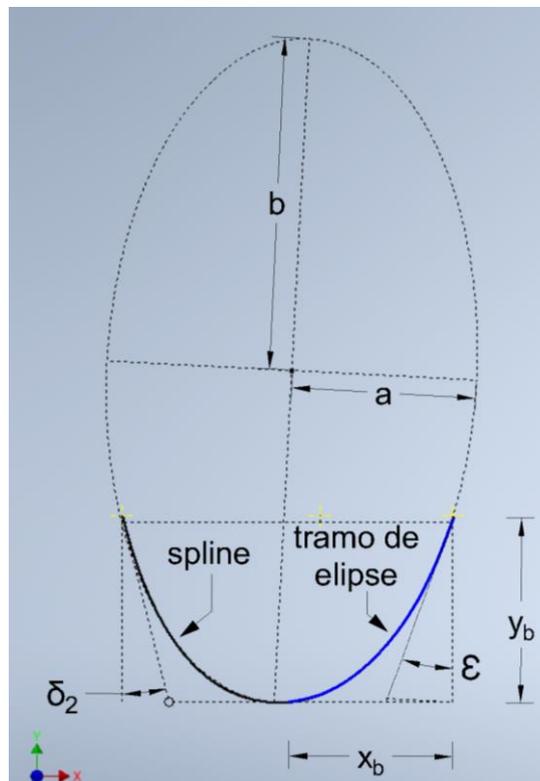


Figura 2.18. Sección transversal de la superficie interna del cangilón.
(Fuente: Propia)

2.6.3. Contorno longitudinal de la superficie hidráulica interna

Cada perfil transversal de la cuchara define el punto más profundo correspondiente a dicha curva. Para asegurar una trayectoria suave a lo largo del cangilón, se toman en cuenta todos los puntos más profundos de las secciones transversales con el objeto de formar una curva longitudinal suave y continua.

Los ángulos de la muesca y de la raíz se ingresan como parámetros de usuario en el software CAD. Estos ángulos van a definir la posición de los puntos de control de las tres splines que son usadas para modelar la curvatura longitudinal de la superficie interna. La primera spline se toma desde el contorno superior de la superficie hasta la zona de la muesca; la segunda, parte desde la zona de la muesca hasta el punto de intersección con la elipse; y la tercera, es considerada desde el punto de intersección hasta la raíz del cangilón. Las tres splines que forman el contorno longitudinal se muestran en la Figura 2.19.

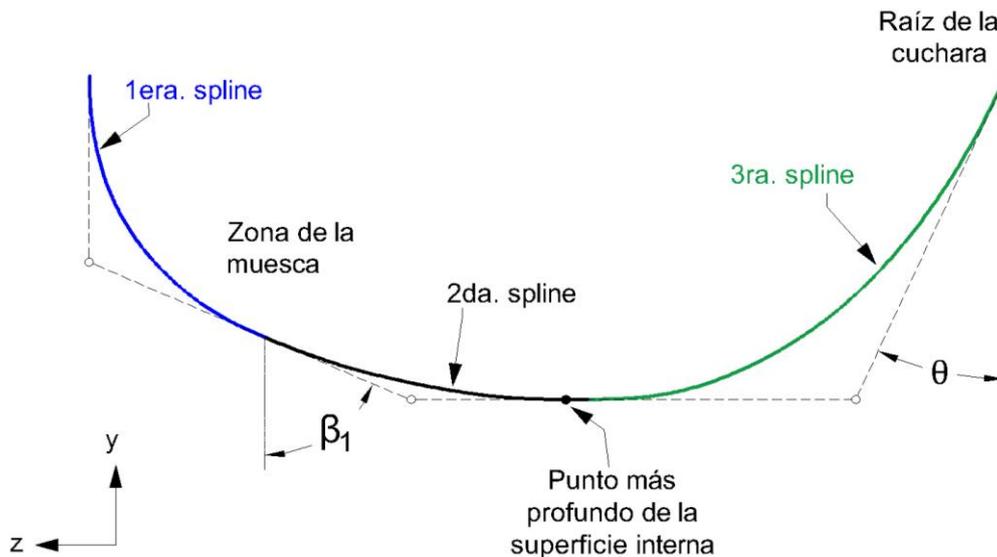


Figura 2.19. Curva longitudinal de la superficie hidráulica interna.
(Fuente: Propia)

2.6.4. Enmallado para la superficie hidráulica interna

Hasta el momento se han definido tres curvas: la superior, la transversal y la longitudinal; que en conjunto sirven de referencia para la construcción de la superficie hidráulica interna. El boceto de las tres curvas se muestra en la Figura 2.20.

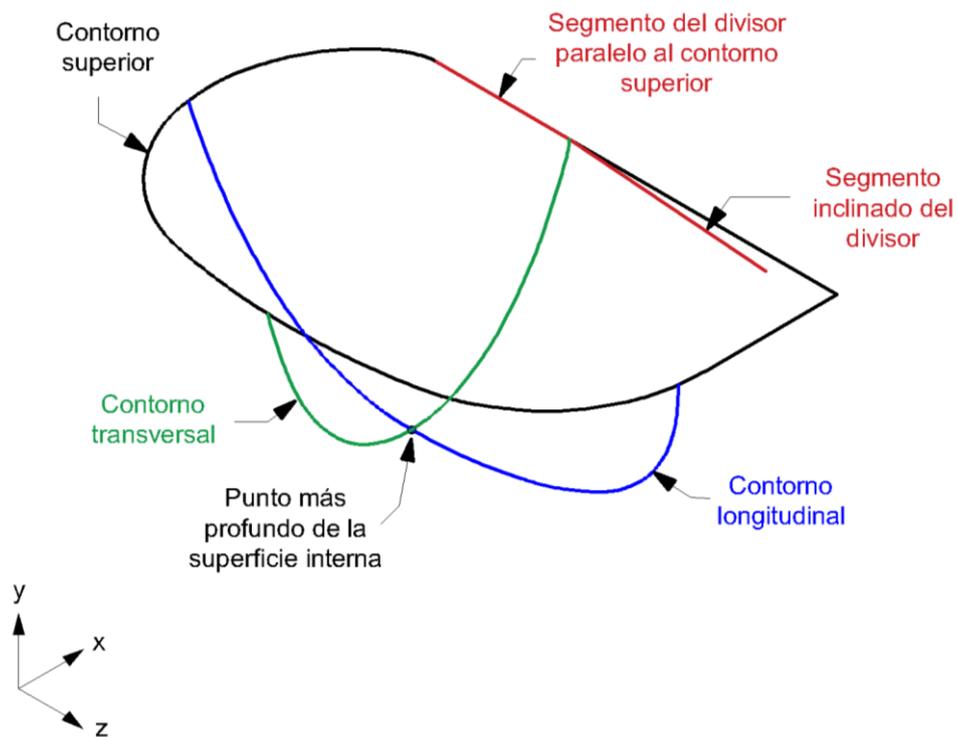


Figura 2.20. Contornos superior, transversal y longitudinal de la cuchara Pelton.
(Fuente: Propia)

Sin embargo, para conseguir una superficie uniforme y suave es necesario definir curvas adicionales que constituyan un enmallado para la superficie hidráulica interna. Para ello se agregan de forma transversal splines adicionales, cuyos vértices de control varían de acuerdo al ángulo de entrada y de salida que se establezca por el usuario. Como se muestra en la Figura 2.21., el punto más bajo de cada spline transversal coincide con la ubicación del contorno longitudinal definido en la sección 2.6.3.

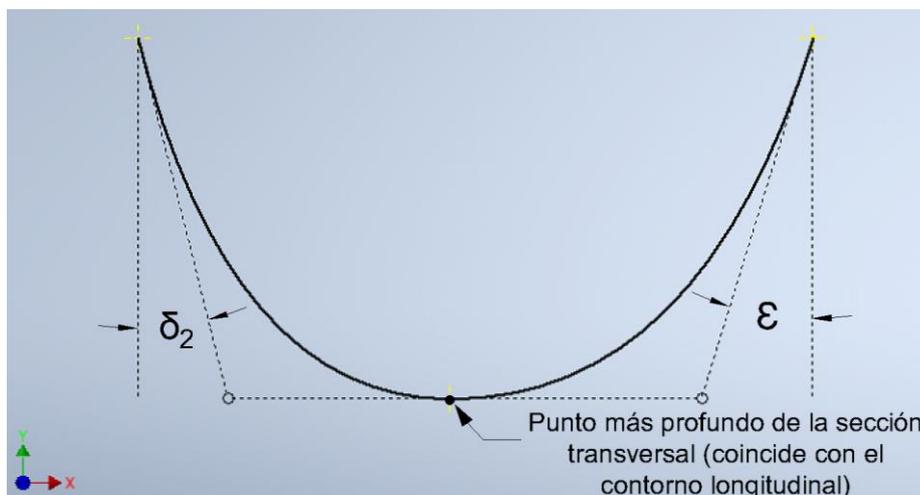


Figura 2.21. Spline adicional ubicada de forma transversal en la superficie interna.
(Fuente: Propia)

Adicionalmente, se coloca un spline, paralelo al contorno longitudinal, para tener mayor control del ángulo de la muesca y, en consecuencia, de la inclinación de la superficie en ese punto.

El enmallado final de la superficie hidráulica interna se muestra en la Figura 2.22., en donde se puede distinguir los tres contornos antes definidos (contornos: superior, transversal y longitudinal) y las splines adicionales que forman el enmallado.

Cabe recalcar que cada uno de los bocetos en los que se modelan las curvas de la superficie interna deben estar completamente restringidos, es decir, sus elementos constituyentes no deben tener grados de libertad. Las cotas que se incluyen en cada uno de ellos están en función de los parámetros que se ingresa en la ventana de parámetros de Autodesk Inventor. Esto permite que el boceto se actualice automáticamente cada vez que el usuario cambie el valor de cualquier parámetro, siempre y cuando, los valores que se establezcan no sean poco realistas.

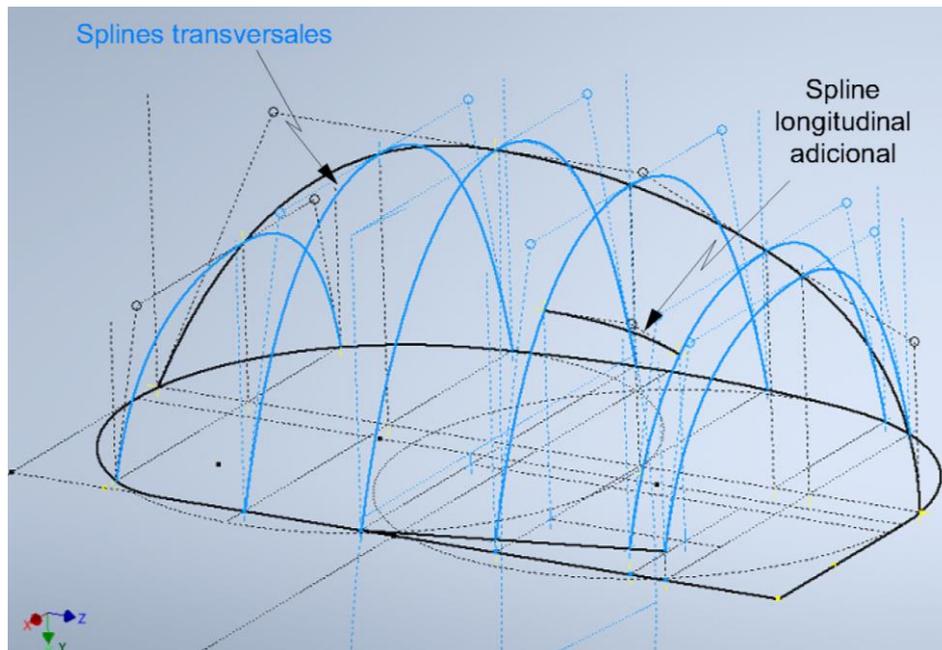


Figura 2.22. Enmallado final de la superficie hidráulica interna.
(Fuente: Propia)

En este punto, lo único que resta es aplicar herramientas de superficie, propias de Inventor, para obtener la superficie interna del cangilón. El resultado del modelado se muestra en el siguiente capítulo, y todos los pasos para obtenerla, además de los de esta sección, se detallan en el ANEXO IV. Es importante mencionar que, aunque se tomen en cuenta los datos de la Central Hidroeléctrica Illuni 2 para el modelado de la superficie, basta con variar los parámetros de usuario desde el software CAD para obtener otra superficie que se adapte a la realidad de una PCH diferente, lo que constituye una gran ventaja del diseño paramétrico.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de la metodología propuesta, así como su interpretación y discusión. También se muestra la superficie paramétrica interna del cangilón modelada con los valores angulares más prometedores. Además, se realiza una comparación del caso de estudio con los resultados encontrados en la literatura, a fin de validar la metodología propuesta y los resultados obtenidos.

3.1. Estudio de sensibilidad de los ángulos directrices y triángulos de velocidad

3.1.1. Efecto de la variación del ángulo de la muesca

Antes de iniciar con el análisis del ángulo de la muesca se recomienda ubicar cada uno de los parámetros involucrados en las figuras Figura 2.3. y Figura 2.4., con el fin de facilitar la interpretación de los resultados.

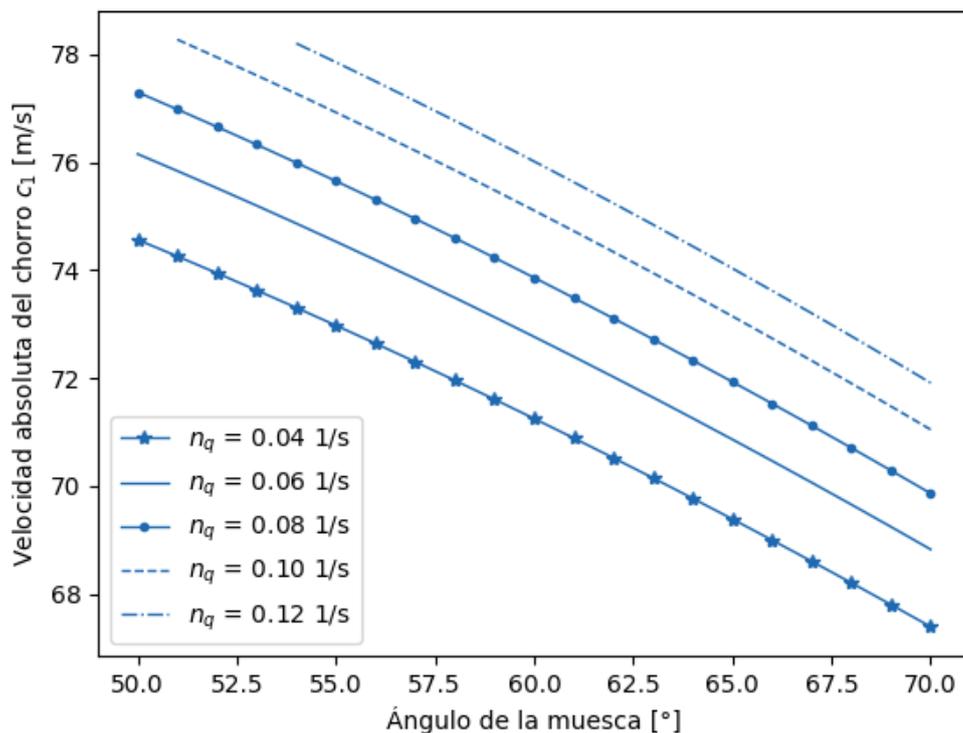


Figura 3.1. Velocidad absoluta del chorro en función del ángulo de la muesca para diferentes velocidades específicas.

(Fuente: Propia)

Como se muestra en la figura anterior, la velocidad absoluta del chorro c_1 disminuye mientras el ángulo de la muesca β_1 aumenta. El valor máximo de c_0 es de $78,51 \frac{m}{s}$ aproximadamente y corresponde a la velocidad absoluta del chorro antes de la deflexión

del flujo, en la muesca de la cuchara, para el caso de referencia. Como el estudio se centra en el triángulo de velocidad después de dicha desviación, la disminución de la velocidad es esperada, pues el chorro empieza a ceder su energía cinética, lo que contribuye al movimiento del cangilón. Se observa también que, a mayores velocidades específicas, mayor es la velocidad absoluta que el flujo adopta para un mismo valor de β_1 y menor es el rango angular de la muesca tomado en cuenta. Esto ocurre principalmente porque a una velocidad específica muy alta, el cangilón corta al chorro mucho antes de lo que sucedería a velocidades específicas bajas, comportamiento que aumenta las posibilidades de desprendimiento de flujo, lo que obliga a considerar valores angulares mayores para la curvatura de la superficie en la zona de la muesca.

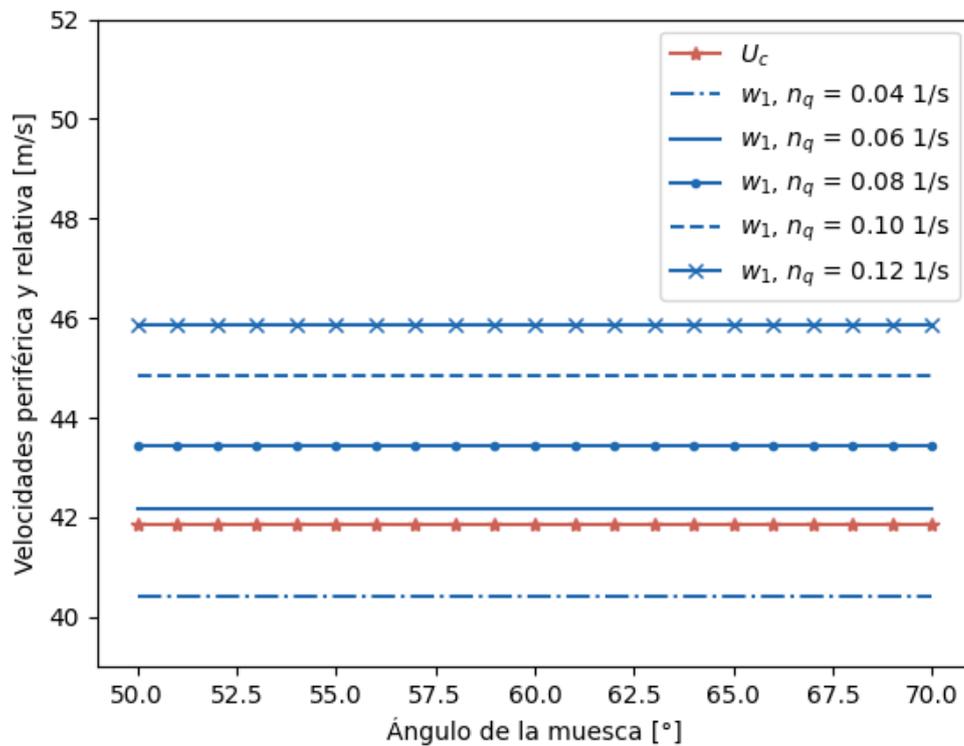


Figura 3.2. Velocidad periférica y velocidad relativa en función del ángulo de la muesca para diferentes valores de velocidad específica.
(Fuente: Propia)

De acuerdo a la Figura 3.2., la velocidad periférica U_c y la velocidad relativa w_1 son constantes para cualquier valor del ángulo de la muesca. Este comportamiento se produce porque el cálculo de U_c depende del radio R_c y de la velocidad de rotación de la turbina N . Por su parte, la velocidad relativa w_1 está en función del ángulo de corte entre la cuchara y el chorro, α_b ; ángulo que no se ve afectado por el ángulo de la muesca. Como se ha mencionado en secciones anteriores, el módulo de la velocidad relativa del flujo permanece invariable a lo largo de la interacción entre el flujo y la superficie de la cuchara, ya que, se desprecia la fricción, por esta razón se muestra como constante en la figura anterior.

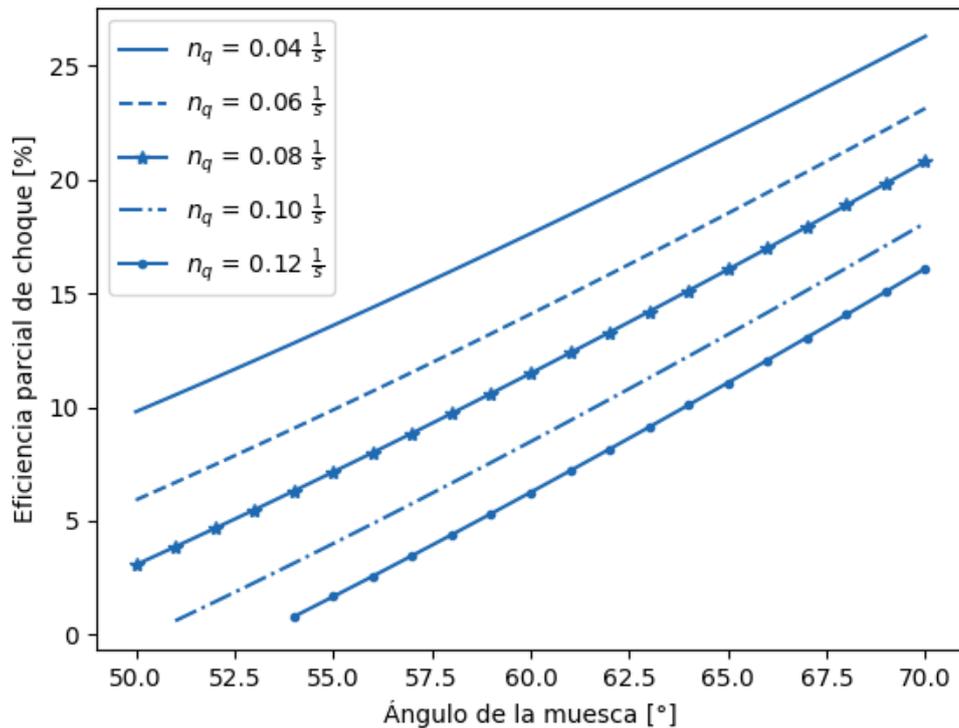


Figura 3.3. Eficiencia parcial en función del ángulo de la muesca para cada velocidad específica. (Fuente: Propia)

La Figura 3.3. muestra un incremento de la eficiencia parcial η_{shock} cuando aumenta el valor del ángulo de la muesca. Así mismo, se observa una mayor contribución a la eficiencia parcial cuando el ángulo de la muesca es considerable y la velocidad específica es baja. Este comportamiento coincide con el de la velocidad absoluta del chorro, pues, a una velocidad específica de $0.04 \frac{1}{s}$ y a ángulos de bordean los 70° , c_1 registra los valores más bajos en su magnitud, lo que se traduce en una mayor contribución al movimiento rotatorio del cangilón y, en consecuencia, a un mayor aporte a la eficiencia parcial.

La Figura 3.4. muestra la variación del ángulo comprendido entre U_c y c_o , en función de la velocidad específica n_q . Como se observa, a una velocidad específica alta, mayor es el valor del ángulo. Este comportamiento afecta a la dirección de la velocidad periférica, pues un valor elevado de n_q obliga a U_c a tener una mayor pendiente. El ángulo α_b determina la posición en la que todo el chorro es desviado hacia la superficie interna del cangilón, por lo que, a un mayor valor, más temprana es la deflexión del chorro. El ángulo α_b es analizado respecto a la velocidad específica porque es el único parámetro que afecta su valor, razón que obliga a no tomar en cuenta el ángulo de la muesca.

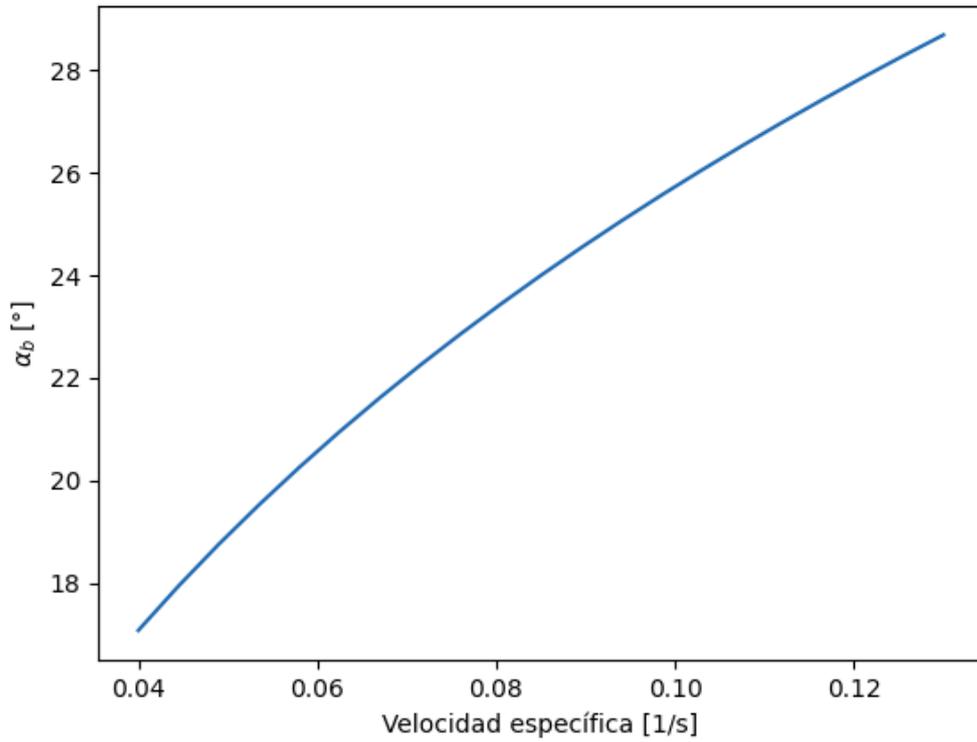


Figura 3.4. Ángulo α_b (entre c_o y U_c), en función de la velocidad específica.
(Fuente: Propia)

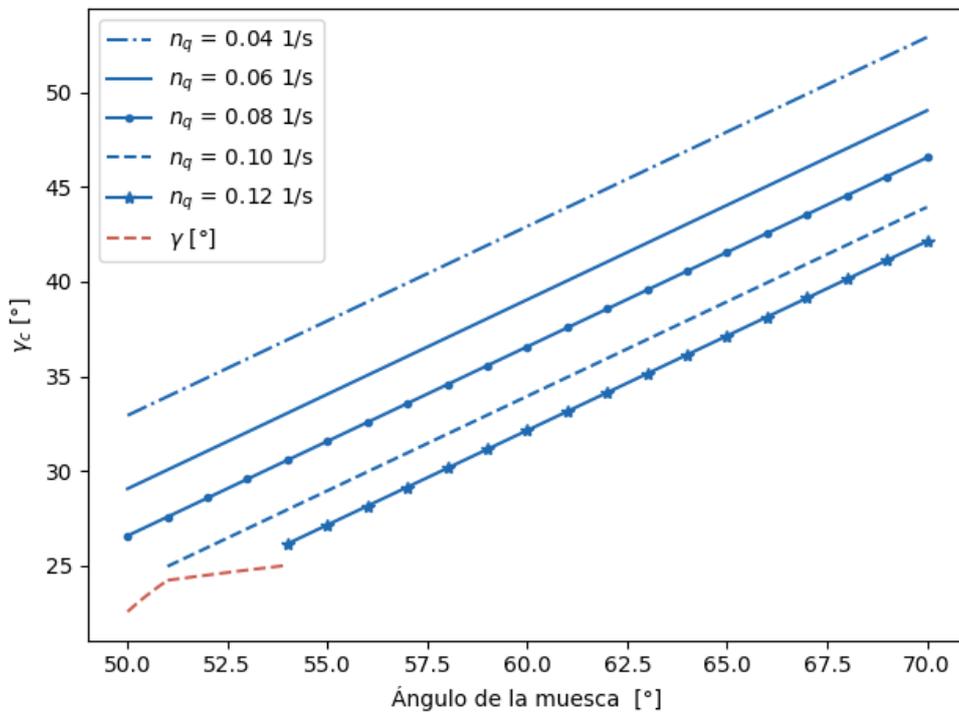


Figura 3.5. Ángulo γ_c (entre w_1 y c_1) en función del ángulo de la muesca para diferentes velocidades específicas.
(Fuente: Propia)

El ángulo comprendido entre w_1 y c_1 corresponde a γ_c , y es el ángulo que influye en el grado de inclinación de la velocidad relativa. Como se observa en la Figura 3.5., γ_c está

restringido por el ángulo γ (línea roja entrecortada), ya que si $\gamma_c < \gamma$, la velocidad relativa tiende a ser muy empinada, lo que causaría desprendimiento de flujo y, en consecuencia, una caída en la eficiencia hidráulica por el desgaste abrasivo del que sería parte la superficie. De acuerdo a la figura anterior, si se mantiene el ángulo de la muesca constante, se evidencia un aumento de γ_c cuando la velocidad específica disminuye. De la misma manera, si se mantiene constante el valor de la velocidad específica e incrementa el ángulo de la muesca, aumenta el ángulo comprendido entre w_1 y c_o .

Tabla 3.1. Rangos del ángulo de la muesca en función de la velocidad específica para el caso de análisis.

Velocidad Específica $n_q, \left[\frac{1}{s}\right]$	Ángulo de la muesca $\beta_1 [^\circ]$
0,04	50 - 70
0,06	50 - 70
0,08	50 - 70
0,1	51 - 70
0,12	54 - 70

(Fuente: Propia)

Es importante resaltar que, a altas velocidades específicas, el valor de γ_c y el rango de diseño del ángulo de la muesca se ve reducido. Por esta razón, en la Tabla 3.1., se muestran los rangos que deberían considerarse para definir $\beta_1 = f(n_q)$ en la superficie del cangilón, tomando en cuenta los valores de referencia de la hidroeléctrica Illuchi 2.

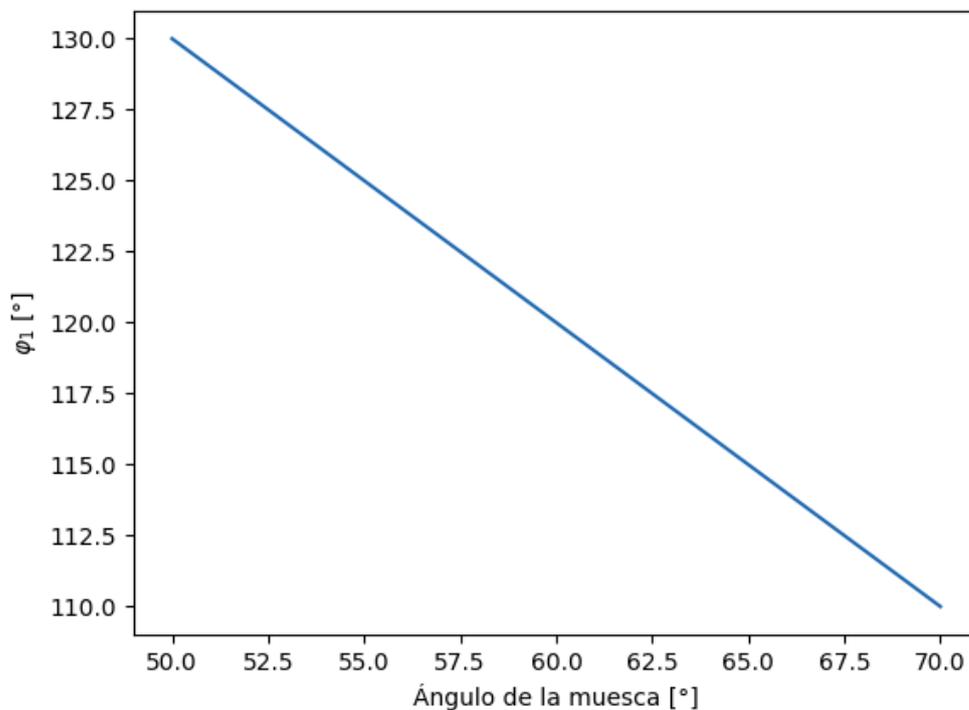


Figura 3.6. Ángulo ϕ_1 (entre w_1 y U_c) en función del ángulo de la muesca.

(Fuente: Propia)

En la figura anterior se muestra la variación del ángulo comprendido entre w_1 y U_c en función del ángulo de la muesca. Como se observa, el valor máximo y mínimo del ángulo

es de 130° y 110° respectivamente. Además, mientras menor es el ángulo φ_1 , mayor es el ángulo de la muesca. El rango de valores de φ_1 también es afectado por la velocidad específica; dichos valores se superponen y forman la curva que se muestra en la Figura 3.6. Para una mejor interpretación de los datos, se presenta la Tabla 3.2., en la que se detalla el rango de valores que adopta el ángulo φ_1 en función de la velocidad específica.

Tabla 3.2. Rangos de análisis de φ_1 en función de la velocidad específica para el caso de análisis.

Velocidad específica $n_q, \left[\frac{1}{s}\right]$	Ángulo $\varphi_1 [^\circ]$
0,04	130 - 110
0,06	130 - 110
0,08	130 - 110
0,1	129 - 110
0,12	126 - 110

(Fuente: Propia)

En la tabla anterior se observa que mientras mayor es la velocidad específica de la turbina, menor es la variación del φ_1 , comportamiento que se presenta debido a la influencia del ángulo de la muesca, cuyo rango también es afectado por n_q .

3.1.2. Efecto de la variación del ángulo del divisor

Para una mejor comprensión de este apartado, se recomienda familiarizarse nuevamente con los parámetros involucrados en la Figura 2.8.

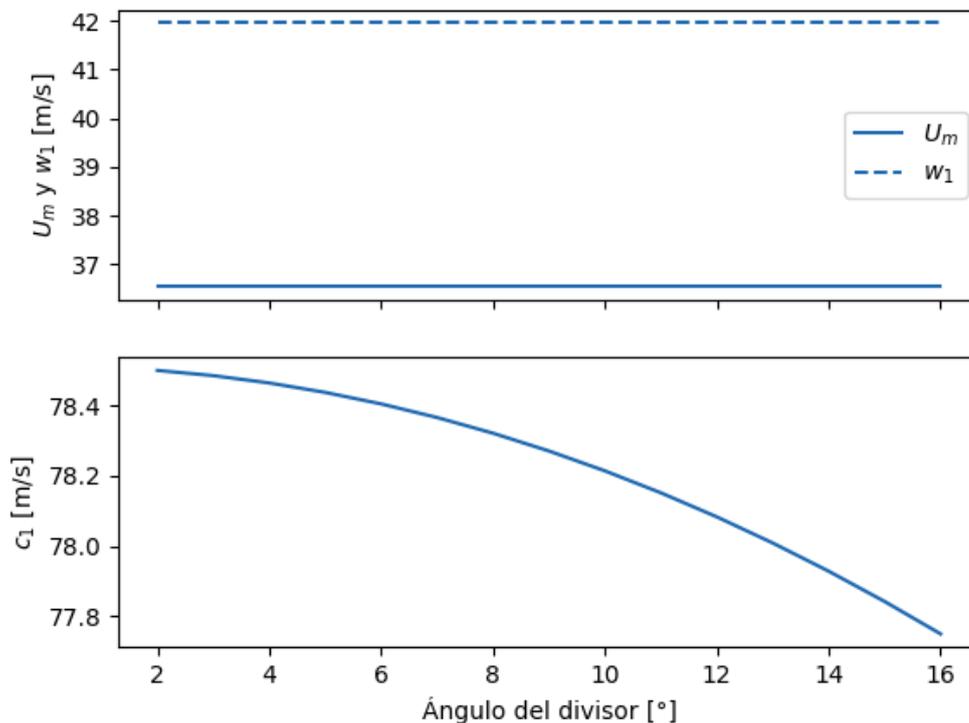


Figura 3.7. Velocidades periférica, relativa y absoluta de la partícula de agua en función del ángulo del divisor.

(Fuente: Propia)

De acuerdo a la figura anterior, los módulos de las velocidades periférica y relativa en la región media del cangilón (diámetro D_m) se mantienen constantes para cualquier valor que adopte el ángulo de la muesca. La velocidad U_m esta en función de D_m y de la velocidad de rotación N , por lo tanto, no se ve afectada por el ángulo del divisor. De la misma forma, la velocidad w_1 tampoco sufre cambios, pues se mantiene invariable a lo largo del recorrido del flujo; su módulo es igual al de la velocidad relativa antes de la deflexión del chorro. Por su parte, la magnitud de la velocidad absoluta si cambia, ya que el flujo empieza a transferir su energía al movimiento rotatorio de la cuchara. Como se observa en la Figura 3.7., mientras mayor es el ángulo del divisor, menor es el valor de c_1 , comportamiento beneficioso para lograr una mayor eficiencia hidráulica.

El análisis se lleva a cabo en un punto de perpendicularidad entre el chorro y el eje longitudinal del cangilón, por lo que, ninguno de los parámetros involucrados en el triángulo de velocidad es afectado por la velocidad específica. Por esta razón, el análisis de los parámetros no involucra una familia de curvas como en la sección anterior.

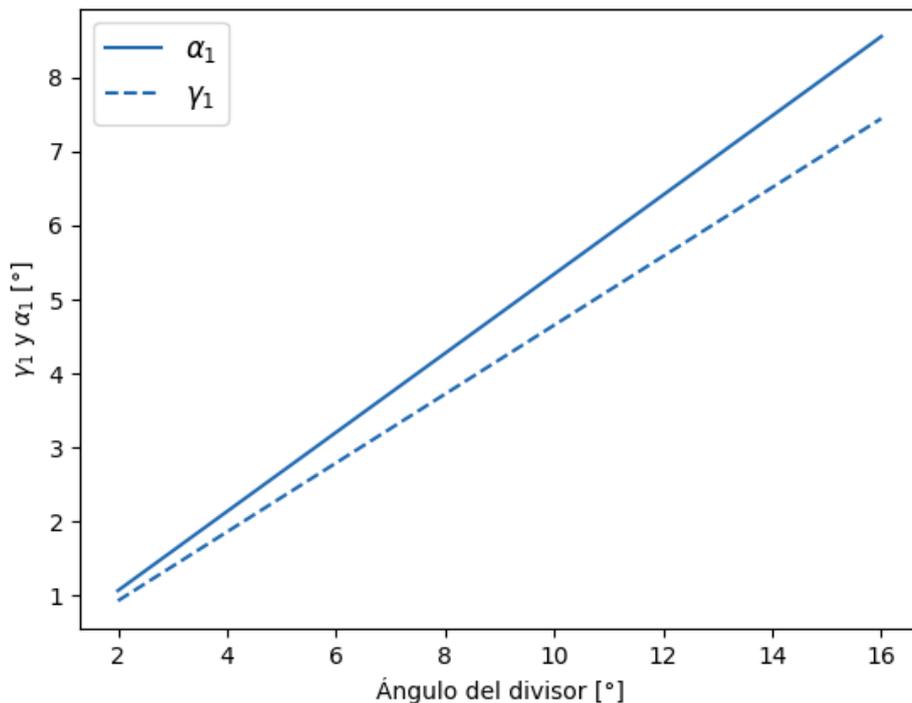


Figura 3.8. Ángulo α_1 (entre c_1 y U_m) y ángulo γ_1 (entre c_1 y w_1) en función del ángulo del divisor. (Fuente: Propia)

En la Figura 3.8. se muestra la variación de los ángulos α_1 y γ_1 en función del ángulo del divisor. Como se puede notar, a un mayor ε , mayor es α_1 . Una tendencia similar se mantiene para el ángulo γ_1 con la diferencia de que este presenta una menor pendiente que α_1 , por lo que aumenta en menor proporción. El ángulo α_1 influye en la dirección que adopta la velocidad absoluta en el triángulo de velocidades. Por su parte, ε influye en la dirección de la velocidad relativa, en el módulo de c_1 , y en los ángulos α_1 y γ_1 , lo que lo

convierte en un parámetro importante del diseño de la superficie hidráulica interna de la cuchara.

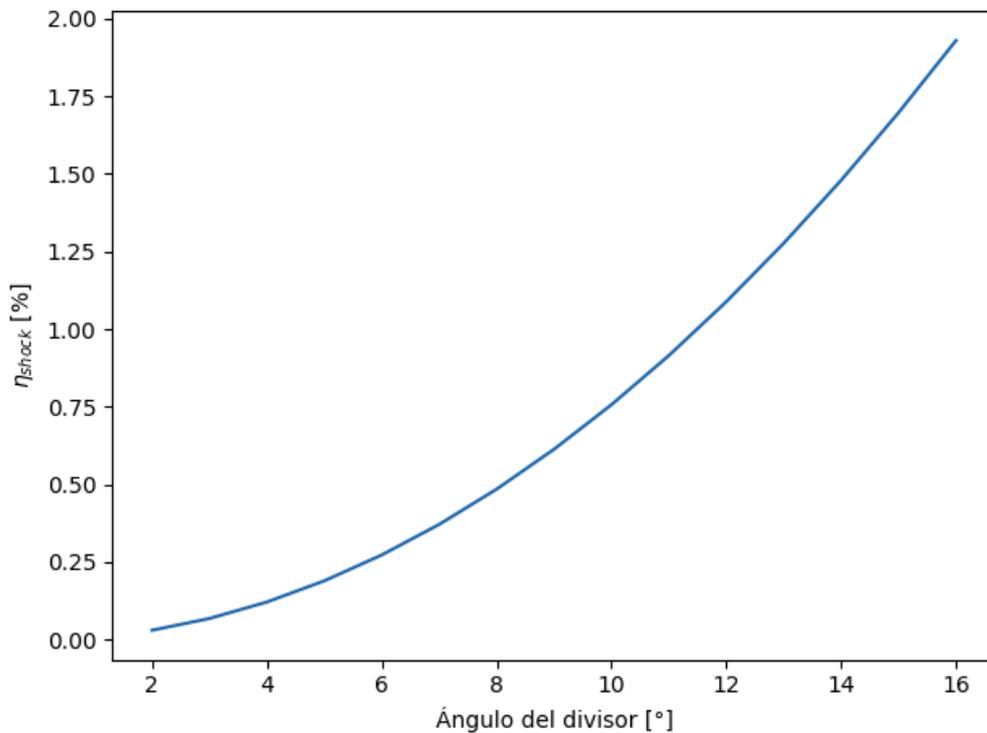


Figura 3.9. Eficiencia parcial en función del ángulo del divisor.
(Fuente: Propia)

Para analizar la eficiencia se toma en cuenta la Figura 3.9., en donde se puede notar que un aumento en el ángulo del divisor produce un incremento en la eficiencia parcial. Este comportamiento se traduce en una mayor transferencia de energía debido a la deflexión del chorro y, por lo tanto, en una tendencia decreciente del módulo de la velocidad absoluta, lo que favorece al movimiento rotatorio del cangilón. Este efecto es similar al que se produce por la deflexión del flujo en la zona de la muesca de la cuchara.

En la investigación “*Optimisation and efficiency improvement of Pelton Hydro Turbine using computational fluid dynamics and experimental testing*” [31], se llegó a la conclusión de que el ángulo del divisor tiene muy poca influencia en la eficiencia de la turbina, afirmación que coincide con los resultados obtenidos, pues la parametrización realizada en este apartado, muestra que la contribución máxima del ángulo del divisor ε a la eficiencia parcial es de 2% aproximadamente.

3.1.3. Efecto de la variación del ángulo de salida

El análisis del ángulo de salida se inicia tomando en cuenta una turbina Pelton de eje horizontal. Para ello, se recomienda observar la Figura 2.12. con el fin de familiarizarse nuevamente con los parámetros involucrados en el triángulo de velocidades y facilitar la interpretación de los resultados.

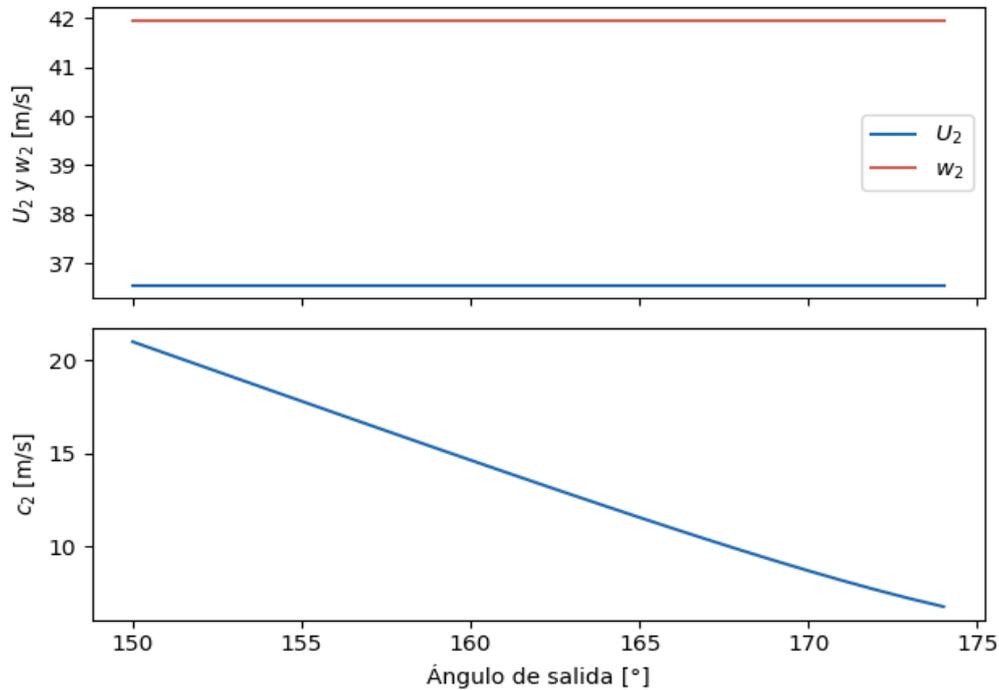


Figura 3.10. Velocidades periférica, relativa y absoluta de la partícula de agua en función del ángulo de salida en turbinas Pelton con eje horizontal.
(Fuente: Propia)

En la Figura 3.10. se muestra que las velocidades periférica y relativa no sufren cambios para diferentes valores del ángulo de salida. Ya que el análisis se lleva a cabo en la zona media del cangilón (D_m) y en una condición de perpendicularidad entre el divisor y el eje del chorro, se puede aplicar la ecuación de la invarianza para una misma línea de corriente; por esta razón los valores de U_2 y w_2 coinciden con los de U_1 y w_1 calculados en la sección anterior. El módulo de las velocidades en cuestión, no es afectado por el ángulo de salida ni por la velocidad específica, lo que justifica su comportamiento constante.

Para el análisis de la velocidad absoluta del chorro es necesario tomar en cuenta la ecuación (2.20), expresión con la que se obtienen los rangos permitidos de variación de β_2 , mismos que se muestran en la Tabla 3.3., y que, como se verá más adelante, influyen en los valores que adoptan el resto de parámetros del triángulo de velocidades.

Tabla 3.3. Rangos de análisis para el ángulo de salida en función de la velocidad específica en turbinas de eje horizontal para el caso de estudio.

Velocidad específica n_q , $\left[\frac{1}{s}\right]$	Máximo valor permitido de β_2 [°]	Rango de análisis de β_2 [°]
0,04	174,4	150 – 174
0,06	173,04	150 – 173
0,08	171,69	150 – 171
0,1	170,35	150 – 170
0,12	169,02	150 – 169

(Fuente: Propia)

Una vez definidos los rangos de β_2 , conviene discutir el comportamiento de la velocidad absoluta del chorro en función del ángulo de salida. De acuerdo a la Figura 3.10., se muestra una tendencia decreciente de c_2 conforme aumenta β_2 , lo que resulta beneficioso para la transferencia de energía desde el chorro al movimiento del cangilón.

Tabla 3.4. Rangos de variación de la velocidad absoluta en función de la velocidad específica en turbinas de eje horizontal para el caso de estudio.

Velocidad específica $n_q, \left[\frac{1}{s}\right]$	Rango de la velocidad absoluta del chorro $c_2, \left[\frac{m}{s}\right]$	
	Valor máximo	Valor mínimo
0,04	20,98	6,78
0,06		7,21
0,08		8,18
0,10		8,71
0,12		9,25

(Fuente: Propia)

La gráfica de c_2 está conformada por un conjunto de curvas que se superponen, por lo que, para identificar los rangos correspondientes a cada una es necesario definir la Tabla 3.4., en la que se observa la influencia de la velocidad específica sobre el rango de cada curva de la velocidad absoluta del chorro. Se evidencia que mientras mayor es la velocidad específica, menor es el rango de variación de la velocidad absoluta, comportamiento que es causado por la condición (2.20) que limita el rango permitido de β_2 .

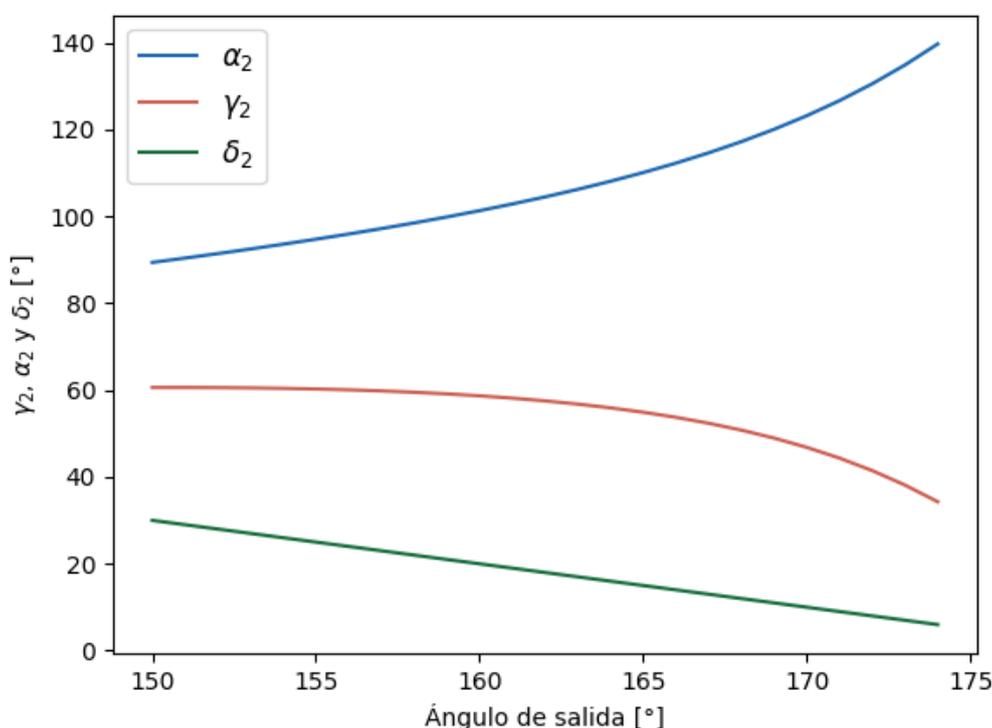


Figura 3.11. Ángulos del triángulo de velocidades en función del ángulo de salida en turbinas Pelton de eje horizontal.
(Fuente: Propia)

En la Figura 3.11. se observa una tendencia creciente del ángulo α_2 conforme aumenta el ángulo de salida. Por su parte, los ángulos δ_2 y γ_2 disminuyen, aunque con una pendiente diferente, a un mayor valor de β_2 . Como en el caso anterior, la gráfica de cada ángulo está conformada de un conjunto de curvas, propias de cada velocidad específica, que se superponen, por lo que, para facilitar la interpretación de los resultados, los rangos de cada una son tabuladas en la Tabla 3.5. Como se puede notar, la velocidad específica limita la variación de los ángulos que constituyen el triángulo de velocidad, lo que restringe el diseño de los bordes de salida del cangilón, especialmente a valores altos de n_q .

Tabla 3.5. Rangos de variación de los ángulos en función de la velocidad específica en turbinas de eje horizontal para el caso de estudio.

Velocidad específica $n_q, \left[\frac{1}{s}\right]$	Rango de α_2 [°]		Rango de γ_2 [°]		Rango de δ_2 [°]	
	Valor mínimo	Valor máximo	Valor mínimo	Valor máximo	Valor mínimo	Valor máximo
0,04	89	140	34	61	6	30
0,06		135	38		7	
0,08		127	44		9	
0,1		123	47		10	
0,12		120	49		11	

(Fuente: Propia)

Los parámetros que son parte del triángulo de velocidades en las turbinas de eje horizontal han sido analizados en su totalidad. Aunque se ha tomado como referencia el caso de la hidroeléctrica Illuchi 2, que cuenta con turbinas Pelton horizontales, no se puede dejar de lado el análisis del triángulo de velocidades en las turbinas de eje vertical. Por esta razón, se toman como referencia los datos de la hidroeléctrica anterior; pero se considera el supuesto de que funciona con turbinas de eje vertical. Para iniciar con el estudio, se recomienda tomar en cuenta la Figura 2.11. para ubicar con claridad los parámetros que se van a tratar en este apartado y facilitar la interpretación de las gráficas obtenidas.

La Figura 3.12 muestra un comportamiento constante de las velocidades periférica y relativa para diferentes ángulos de salida. Como el triángulo de velocidades analizado en esta sección, corresponde al ubicado en la zona de la raíz de la cuchara, es de esperar un valor menor de la velocidad periférica con respecto a la anterior, ubicada a la salida de la zona media del cangilón en turbinas de eje horizontal. Así mismo, se observa un incremento de la velocidad relativa en la zona de la raíz de la cazoleta. La velocidad absoluta muestra un comportamiento decreciente conforme aumenta el ángulo de salida; sin embargo, registra mayores valores que la velocidad absoluta de salida en turbinas de eje horizontal. Este comportamiento se produce debido a que se requiere una mayor cantidad de energía para abandonar el cangilón sin que el flujo vuelva a caer sobre el rodete.

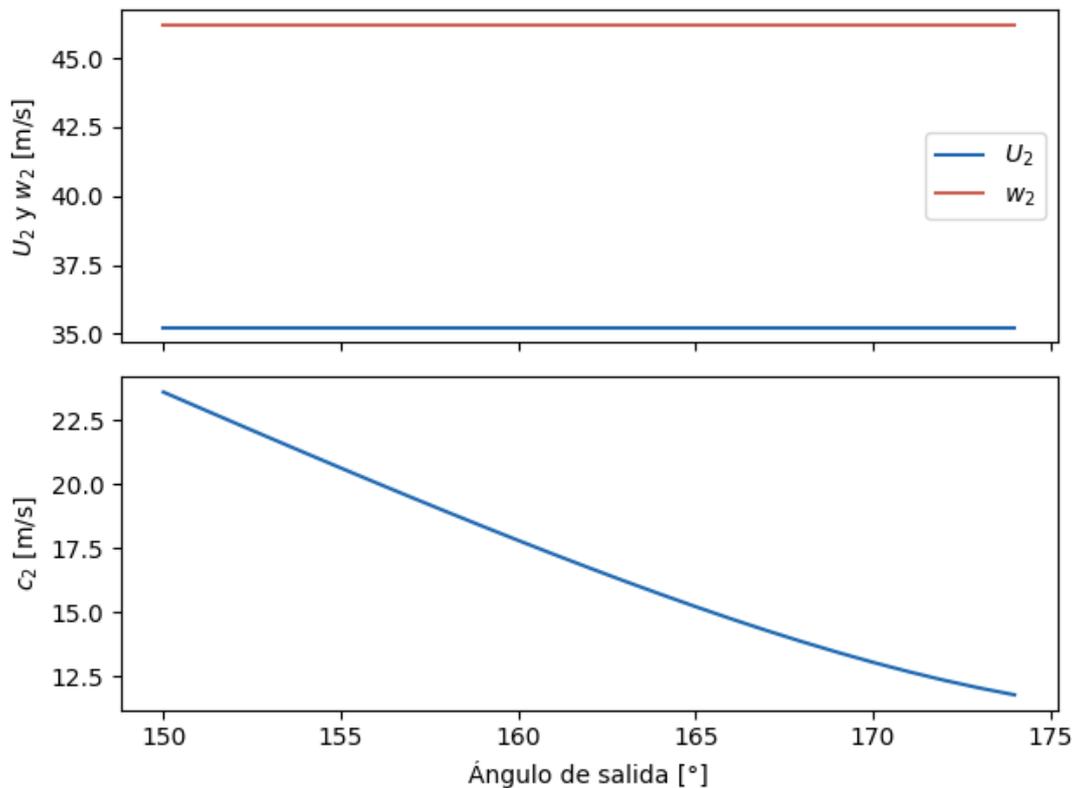


Figura 3.12. Velocidades periférica, relativa y absoluta de la partícula de agua en función del ángulo de salida en turbinas Pelton con eje vertical.
(Fuente: Propia)

Los valores que adopta c_2 están limitados por la velocidad específica, por lo que la gráfica mostrada es el resultado de una superposición de curvas. Nuevamente, para conocer los valores de c_2 en función de n_q , es necesario plantear la Tabla 3.6. para una mejor interpretación de los resultados. Como se evidencia, a una mayor velocidad específica, mayor es el valor mínimo que puede adoptar c_2 . Los valores de la velocidad absoluta son calculados con la ecuación (2.23), expresión que de acuerdo a lo investigado por Zhang [7], permite obtener valores adecuados de c_2 para varios valores de k_m , asegurando una salida libre del flujo luego de interactuar con el cangilón.

Tabla 3.6. Rangos de variación de la velocidad absoluta en función de la velocidad específica en turbinas de eje vertical.

Velocidad específica $n_q, \left[\frac{1}{s}\right]$	Rango de la velocidad absoluta del chorro $c_2, \left[\frac{m}{s}\right]$	
	Valor máximo	Valor mínimo
0,04	23,61	11,78
0,06		12,05
0,08		12,69
0,10		13,05
0,12		13,44

(Fuente: Propia)

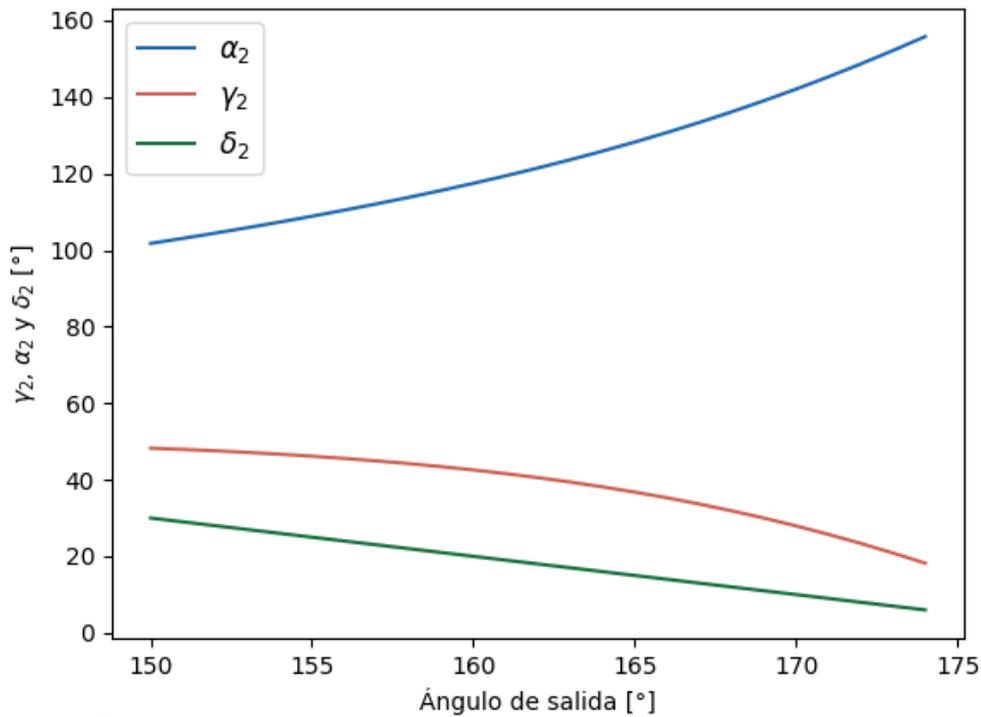


Figura 3.13. Ángulos del triángulo de velocidades en función del ángulo de salida en turbinas Pelton de eje vertical.
(Fuente: Propia)

En la Figura 3.13 se muestra una tendencia creciente del ángulo α_2 con respecto al ángulo de salida. Por su parte, los ángulos γ_2 y δ_2 decrecen a medida que el ángulo de salida aumenta. Como en los casos anteriores, las gráficas presentadas son el resultado de la superposición de varias curvas generadas por el efecto de la velocidad específica. En la Tabla 3.7. se muestran los rangos de variación de cada ángulo en función de n_q . En todos los casos, el rango de valores que pueden adoptar α_2 , γ_2 y δ_2 se ve disminuido cuando existe un aumento de la velocidad específica.

Tabla 3.7. Rangos de variación de los ángulos del triángulo de velocidades en función de la velocidad específica en turbinas de eje vertical.

Velocidad específica n_q , $\left[\frac{1}{s}\right]$	Rango de α_2 [°]		Rango de γ_2 [°]		Rango de δ_2 [°]	
	Valor mínimo	Valor máximo	Valor mínimo	Valor máximo	Valor mínimo	Valor máximo
0,04	102	156	18	48	6	30
0,06		152	21		7	
0,08		145	26		9	
0,1		142	28		10	
0,12		139	30		11	

(Fuente: Propia)

En la Figura 3.14. se puede ver la variación de la eficiencia de remolino en función del ángulo de salida. Esta eficiencia es considerada como una pérdida en la transferencia de energía entre el chorro y el movimiento del cangilón, razón por la que debe ser lo más pequeña posible. La menor pérdida de eficiencia se logran cuando β_2 tiende a 180°; sin

embargo, a esos valores angulares, aumenta la probabilidad de que el chorro impacte en la parte posterior del cangilón consecutivo, lo que también generaría una caída en la eficiencia hidráulica. Se observa también que la pendiente de la curva es decreciente conforme aumenta el valor del ángulo de salida, por lo que, la variación porcentual de la eficiencia perdida no es igual entre dos ángulos consecutivos.

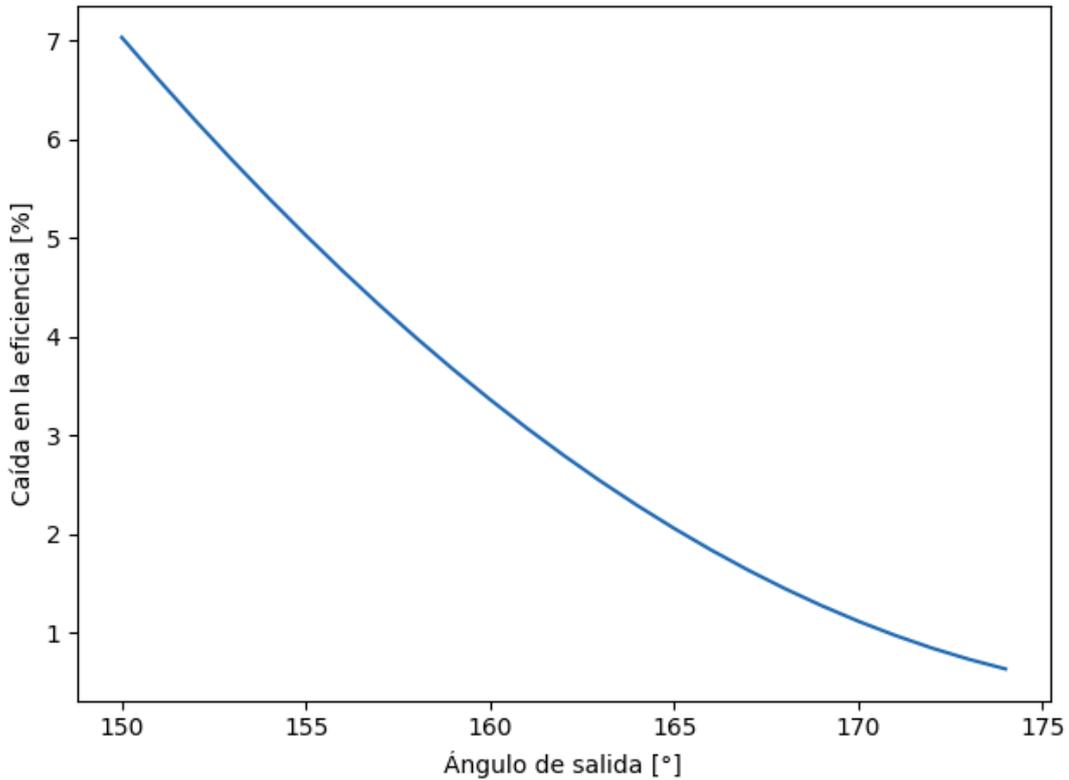
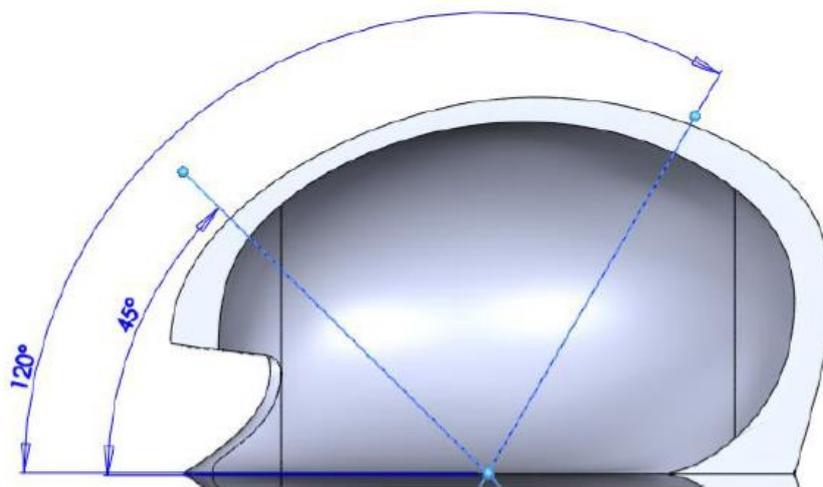
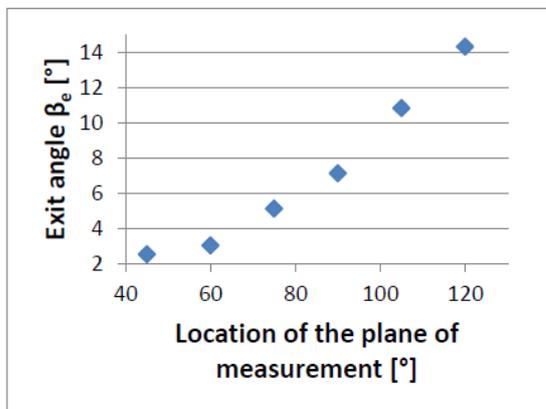


Figura 3.14. Caída de la eficiencia en función del ángulo de salida.
(Fuente: Propia)

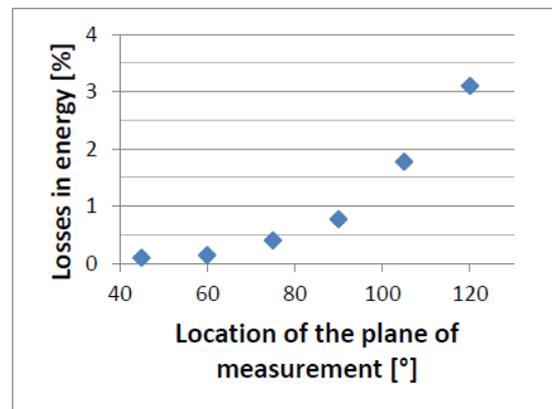
Estos resultados muestran un comportamiento similar a los obtenidos por Židonis [31] en su investigación "*Optimisation and efficiency improvement of Pelton Hydro Turbine using computational fluid dynamics and experimental testing*", estudio que se toma como referencia para comparar los resultados obtenidos, y en el que estudia la pérdida de energía por el ángulo de salida a lo largo del borde del cangilón. Sus resultados se muestran en la Figura 3.15., y como se puede notar, a un mayor valor angular, mayor es la pérdida de energía registrada, lo que se traduce en una pérdida de eficiencia hidráulica. Este comportamiento es similar obtenido en la Figura 3.14., para un rango de variación mayor del ángulo de salida.



a)



b)



c)

Figura 3.15. Resultados obtenidos del estudio de referencia: a) Ubicación del plano en el que el ángulo de salida es medido, b) Distribución del ángulo de salida (β_e), c) Variación de las pérdidas causadas por el ángulo de salida (β_e).

(Fuente: [31])

Como en casos anteriores, la velocidad específica afecta a los rangos permitidos del ángulo de salida y, en consecuencia, influye sobre la caída de la eficiencia. En la Tabla 3.8. se puede notar que a altos n_q , menor es el valor máximo que puede tomar β_2 y, por lo tanto, mayor es la caída de eficiencia.

Tabla 3.8. Caída en la eficiencia en función de la velocidad específica para el caso de estudio.

Velocidad específica n_q , $\left[\frac{1}{s}\right]$	Caída en la eficiencia [%]	
	Valor mínimo	Valor máximo
0,04	0,63	7,03
0,06	0,73	
0,08	0,97	
0,10	1,12	
0,12	1,28	

(Fuente: Propia)

3.2. Superficie hidráulica interna

A continuación, se muestra la superficie hidráulica interna resultante, luego de aplicar el procedimiento descrito en la sección 2.6. Para su construcción ha sido necesario aplicar varias herramientas de modelado de superficie, propias de Autodesk Inventor 2020. Las dimensiones principales, así como los valores de los ángulos directrices, se han establecido tomando en cuenta los rangos de referencia de la Tabla 2.2., la Tabla 2.4., y la eficiencia hidráulica.

Para definir los parámetros angulares de la superficie, se asume un funcionamiento de la turbina a una velocidad específica de $0,1 \frac{1}{s}$, valor considerado como promedio. Los ángulos del divisor y de la muesca se establecen en 16° y 70° respectivamente, valores que, de acuerdo al análisis de sensibilidad, contribuyen mayormente a la eficiencia parcial. Para establecer la medida del ángulo de salida se toma en cuenta la caída en la eficiencia que podría generarse, para la velocidad específica escogida, el mejor valor angular es 170° . Sin embargo, de acuerdo a Zhang [7], es mejor escoger un ángulo menor ($\beta_2 - 2^\circ$), para evitar pérdidas por fricción y por deflexión del chorro en la superficie posterior del siguiente cangilón que superarían a las pérdidas de remolino consideradas, lo que no sería beneficioso para el movimiento del cangilón. El ángulo de inclinación del divisor fue establecido en 7° , valor medio del rango de diseño propuesto por Židonis et al. [39]. Se escogió un valor de 30° para θ , ángulo que es el mismo usado por Solemslie [25] para el diseño de la superficie paramétrica de la cuchara Pelton.

Todos los parámetros de diseño se resumen en la Tabla 3.9.

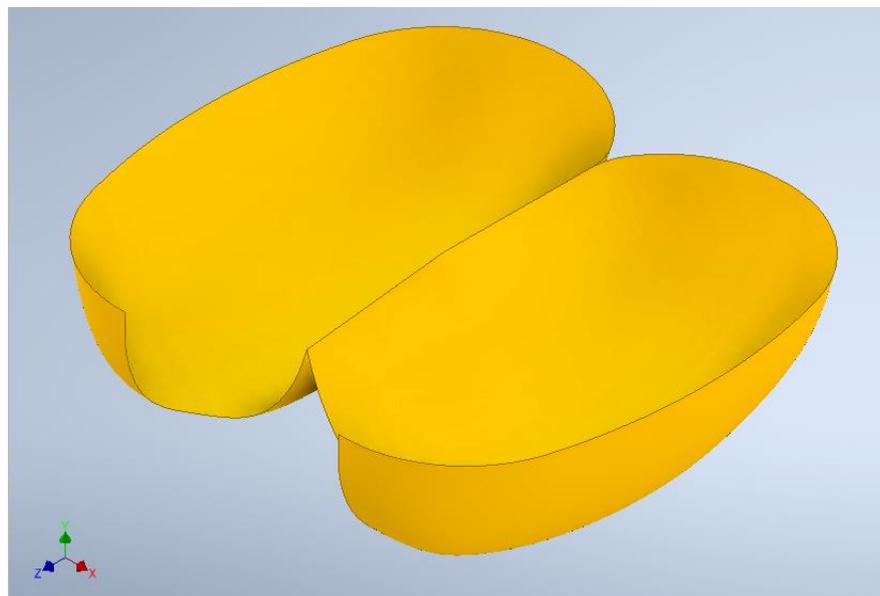
Tabla 3.9. Parámetros de diseño de la superficie hidráulica interna de la cuchara Pelton.

Parámetros dimensionales [mm]		
Parámetro	Símbolo	Valor de referencia
Ancho del cangilón	B	255
Largo del cangilón	L	229
Profundidad del cangilón	h_b	76
Ancho de la muesca	M	110
Profundidad de la muesca	e	39
Parámetros angulares [°]		
Parámetro	Símbolo	Valor de referencia
Ángulo del divisor	ε	16
Ángulo de la muesca	β_1	70
Ángulo de salida	β_2	168
Ángulo de inclinación del divisor	ε_s	7
Ángulo de la raíz	θ	30

(Fuente: Propia)

La forma de la muesca fue escogida con base al estudio realizado por Budiarmo et al. [51], en el que se determinó que una muesca en forma de u es la más adecuada para el cangilón de las turbinas Pelton de PCH, ya que, además de beneficiar al torque de la turbina, es fácil de fabricar. Con todos los parámetros ya definidos, es posible modelar sin inconveniente la superficie.

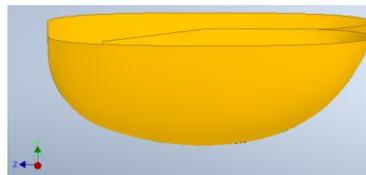
En la Figura 3.16. se muestra la superficie paramétrica obtenida luego de seguir el procedimiento propuesto, detallado en secciones anteriores. Como se puede notar, la superficie hidráulica es modelada de tal forma que describa una curvatura suave a través de sus secciones.



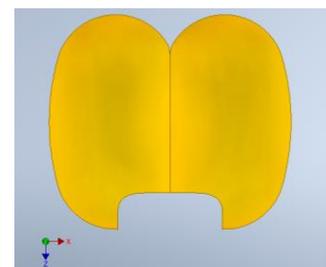
a)



b)



c)



d)

Figura 3.16. Vistas: a) isométrica, b) frontal, c) lateral derecha y d) superior de la superficie hidráulica interna.

Fuente: Propia

4. CONCLUSIONES

Se determinó la influencia de los ángulos directrices sobre la eficiencia hidráulica y los triángulos de velocidad en la muesca, divisor y bordes de salida del cangilón mediante un estudio paramétrico, tomando en cuenta datos de referencia de la Central hidroeléctrica Illuchi 2. Con los resultados que favorecen la eficiencia, fue posible obtener la superficie hidráulica interna del cangilón.

Se determinó que el ángulo de la muesca influye en la dirección de la velocidad relativa, en el módulo de la velocidad absoluta del chorro y en el ángulo φ_1 del triángulo de velocidades. Se evidenció que un mayor valor angular de β_1 contribuye de mejor manera al aprovechamiento de la energía cinética del flujo y, por lo tanto, beneficia a la eficiencia parcial.

La metodología implementada permitió identificar los rangos aceptables de diseño que debe tener el ángulo de la muesca para aprovechar al máximo la fuerza de choque producida por la deflexión del chorro. Se determinó los valores que generan eficiencia parcial y fuerza de choque iguales a cero, lo que permitió establecer las condiciones angulares bajo las cuales debe ser diseñada la zona de la muesca, especialmente a altas velocidades específicas.

Se realizó un estudio del triángulo de velocidades a la entrada del cangilón, en una condición de perpendicularidad entre el eje del chorro y el divisor principal, lo que permitió determinar que la dirección de la velocidad relativa y el módulo y dirección de la velocidad absoluta de la partícula son afectados únicamente por el ángulo del divisor, lo que lo convierte en el parámetro más importante del triángulo de velocidades. Un mayor valor angular beneficia al movimiento rotatorio de la turbina y, en consecuencia, se logra una mayor eficiencia parcial.

Por medio del análisis de sensibilidad realizado se pudo concluir que la eficiencia parcial relacionada con el ángulo de la muesca es más influyente para el movimiento rotatorio del cangilón que la eficiencia parcial asociada al ángulo del divisor.

Por medio del estudio paramétrico se evidenció que las turbinas Pelton que operan a altas velocidades específicas, requieren que el ángulo δ_2 sea diseñado de tal forma que favorezca una mayor desviación lateral del flujo a la salida de la cuchara. En turbinas que funcionan a bajas velocidades específicas, se puede optar por bordes de salida más inclinados, es decir, ángulos de salida cercanos a los 180°.

Por medio del análisis de la pérdida de remolino se logró conocer la influencia del ángulo de salida sobre la caída de la eficiencia hidráulica. Los resultados mostraron una participación de la velocidad específica sobre dicha pérdida y, en consecuencia, sobre la caída en la eficiencia. Esto permitió determinar los valores angulares más prometedores para el diseño de los bordes del cangilón, a fin de garantizar una salida lateral del flujo sin contacto con la superficie posterior de la siguiente cuchara.

4.1. Trabajo Futuro

Luego de haber definido la metodología para el análisis de los ángulos directrices y triángulos de velocidad, y de haber obtenido, para el caso de referencia, una superficie hidráulica interna de la cuchara Pelton, es necesario desarrollar un método de optimización genérico del cangilón mediante Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) que garantice la mayor eficiencia hidráulica y disminuya la probabilidad de que se produzca cavitación en la región interna de la cuchara.

Una vez que se han estudiado los ángulos directrices de la superficie interna, sería conveniente analizar los parámetros angulares de la superficie externa que tiene contacto con el flujo, región que además de generar una posible caída de eficiencia hidráulica a altas velocidades específicas, podría sufrir desgaste abrasivo si no es correctamente diseñada.

A partir de la superficie hidráulica desarrollada en este trabajo de titulación, se puede generar un sólido del cangilón que permita el análisis de las propiedades mecánicas de la cuchara Pelton, así como del tipo de recubrimiento requerido en su superficie para garantizar una mayor vida útil del álabe.

El estudio propuesto se ha llevado a cabo tomando en cuenta un perfil elipsoidal de la superficie hidráulica interna; sin embargo, podría analizarse otras opciones de diseño, como tomar en cuenta, perfiles circulares, parabólicos o cualquier otro que no sea elipsoidal, así como los ángulos asociados a estos.

Referencias Bibliográficas

- [1] Ministerio de Electricidad y Energía Renovable and Banco Interamericano de Desarrollo, *Plan Nacional de Eficiencia Energética 2016-2035*. Quito, 2017.
- [2] G. P. Burgos, Z. N. F. Castañeda, E. Á. E. Flores, K. R. Molina, and J. G. Ruiz, “Desarrollo local de la nueva matriz energética en el Ecuador desde Coca Codo Sinclair,” *OIDLES*, vol. 22, pp. 114–144, 2017.
- [3] D. D. Noboa and B. D. Villacrés, “Agenda Nacional de Energía 2016-2040,” Quito, 2016.
- [4] Ministerio de Energía y Recursos Naturales no Renovables, *Plan Maestro de Electricidad 2018-2027*. Quito, 2018.
- [5] S. Espinoza, A. Orbe, F. Izurieta, and K. Arias, “Informe Nacional de Monitoreo de la Eficiencia Energética de la República del Ecuador, 2016,” Quito, 2016.
- [6] J. P. Franc and J. M. Michel, *Fundamentals of Cavitation*. United States of America: Springer, 2004.
- [7] Z. Zhang, *Pelton turbines*, 1st ed. Zurich, Switzerland: Springer International Publishing, 2016.
- [8] B. Suyesh, V. Parag, D. Keshav, A. M. Ahmed, and O. Abdul-Ghani, “Novel trends in modelling techniques of Pelton Turbine bucket for increased renewable energy production,” *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 112, pp. 87–101, 2019.
- [9] Instituto de Investigación Geológico y Energético, *Balance Energético Nacional*. Quito, 2018.
- [10] OLADE, *Manual Estadística Energética*, 2nd ed. Quito, 2017.
- [11] ARCONEL, “Balance Nacional de Energía Eléctrica, 2020,” 2020. [Online]. Available: <https://www.regulacioneolica.gob.ec/balance-nacional/>. [Accessed: 05-Aug-2020].
- [12] ARCONEL, *Estadística Anual y Multianual del Sector Eléctrico Ecuatoriano 2019*. Quito, 2019.
- [13] T. B. A. Couto and J. D. Olden, “Global proliferation of small hydropower plants – science and policy,” *Front. Ecol. Environ.*, vol. 16, no. 2, pp. 91–100, 2018.
- [14] M. V. Petrazzini, “Energía Renovable con Micro Turbina Pelton,” Universidad Nacional de Córdoba, 2018.
- [15] R. Correa, “Análisis de metodologías para la localización de microcentrales hidroeléctricas utilizando SIG. Caso aplicativo: tres cuencas del valle de Aburra, Medellín,” *Rev. Científica en Ciencias Ambient. y Sostenibilidad*, vol. 4, pp. 1–31, 2018.

- [16] The World Bank, “Access to electricity (% of population) - Ecuador,” 2020. [Online]. Available: <https://data.worldbank.org/indicator/EG.ELC.ACCS.ZS?locations=EC>. [Accessed: 10-Aug-2020].
- [17] H. S. Sachdev, A. K. Akella, and N. Kumar, “Analysis and evaluation of small hydropower plants: A bibliographical survey,” *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 51, pp. 1013–1022, 2015.
- [18] D. Liu, H. Liu, X. Wang, and E. Kremere, “World Small Hydropower Development Report-Executive Summary,” 2019.
- [19] I. Kougias, S. Szabó, F. Monforti-Ferrario, T. Huld, and K. Bódis, “A methodology for optimization of the complementarity between small-hydropower plants and solar PV systems,” *Renew. Energy*, vol. 87, pp. 1023–1030, 2016.
- [20] D. Liu, H. Liu, X. Wang, and E. Kremere, “World Small Hydropower Development Report 2019-Americas,” 2019.
- [21] ARCONEL, “Proyecto hidroeléctrico Río Verde Chico.” [Online]. Available: <https://www.regulacionelectrica.gob.ec/proyecto-hidroelectrico-rio-verde-chico/>. [Accessed: 11-Aug-2020].
- [22] Norton Rose Fulbright, “Renewable energy in Latin America: Ecuador,” 2016. [Online]. Available: <https://www.nortonrosefulbright.com/en/knowledge/publications/e9fe5e64/renewable-energy-in-latin-america-ecuador>. [Accessed: 11-Aug-2020].
- [23] Renewable Energy Generation in South America, *Comparative Analysis of Institutional and Technical Conditions Relevant for the Integration of Renewable Energy in South America*. 2014.
- [24] F. M. White, *Fluid Mechanics*, Eighth. New York: McGraw-Hill Education, 2016.
- [25] B. W. Solemslie, “Experimental methods and design of a Pelton bucket,” Norwegian University of Science and Technology, 2016.
- [26] A. H. Elbatran, O. B. Yaakob, Y. M. Ahmed, and H. M. Shabara, “Operation, performance and economic analysis of low head micro-hydropower turbines for rural and remote areas: A review,” *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 43, pp. 40–50, 2015.
- [27] J. Velasco and E. M. Garcia Torres, “Óptima respuesta de la demanda de energía para integrar sistemas híbridos de pequeñas escala y sistemas tradicionales,” Universidad Politécnica Salesiana, 2017.
- [28] C. Hernandez and E. Indacochea, *Apuntes para un manual técnico de diseño, estandarización y fabricación de equipos para pequeñas centrales hidroeléctricas. Turbinas Pelton*. Quito, 1988.
- [29] I. Loots, M. van Dijk, B. Barta, S. J. van Vuuren, and J. N. Bhagwan, “A review of low

- head hydropower technologies and applications in a South African context,” *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 50, pp. 1254–1268, 2015.
- [30] Z. Husain, Z. Abdullah, and Z. Alimuddin, *Basic Fluid Mechanics and Hydraulic Machines*. BS Publications, 2008.
- [31] A. Židonis, “Optimisation and Efficiency Improvement of Pelton Hydro Turbine using Computational Fluid Dynamics and Experimental Testing,” Lancaster University, United Kingdom, 2015.
- [32] M. Nechleba, *Hydraulic Turbines: their design and equipment*. Czechoslovakia, 1957.
- [33] A. Perrig, “Hydrodynamics of the free surface flow in Pelton turbine buckets,” EPFL, Lausanne, 2007.
- [34] S. L. Dixon and C. A. Hall, *Fluid mechanics and thermodynamics of turbomachinery, 7th edition*, Seventh. Elsevier Inc., 2013.
- [35] T. Z. Oo, N. Nyi, and C. C. Khaing, “Design Calculation of Pelton Turbine for 220 kW,” *Int. J. Sci. Res. Publ.*, vol. 9, no. 7, pp. 218–224, 2019.
- [36] B. N. Fortaleza, R. O. Serfa Juan, and L. K. S. Tolentino, “IoT-based pico-hydro power generation system using pelton turbine,” *J. Telecommun. Electron. Comput. Eng.*, vol. 10, no. 1–4, pp. 189–192, 2018.
- [37] L. A. Pelton, “Water-Wheel,” 233,692, 1880.
- [38] S. Bhattarai, K. Dahal, P. Vichare, and B. Mishra, “CFD Based Stochastic Optimization of Pelton Turbine Bucket in Stationery Condition,” in *2018 9th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering (ICMAE)*, 2018, pp. 53–57.
- [39] A. Židonis, A. Panagiotopoulos, G. A. Aggidis, J. S. Anagnostopoulos, and D. E. Papantonis, “Parametric optimisation of two Pelton turbine runner designs using CFD,” *J. Hydrodyn.*, vol. 27, no. 3, pp. 403–412, 2015.
- [40] J. S. Anagnostopoulos and D. E. Papantonis, “A fast Lagrangian simulation method for flow analysis and runner design in Pelton turbines,” *J. Hydrodyn.*, vol. 24, no. 6, pp. 930–941, 2012.
- [41] C. Vessaz, L. Andolfatto, F. Avellan, and C. Tournier, “Toward design optimization of a Pelton turbine runner,” *Struct. Multidiscip. Optim.*, vol. 55, no. 1, pp. 37–51, 2017.
- [42] The SciPy community, “What is NumPy?,” 2020. [Online]. Available: <https://numpy.org/devdocs/user/whatisnumpy.html>. [Accessed: 30-Oct-2020].
- [43] The Matplotlib development team, “Matplotlib 3.3.2 documentation,” 2020. [Online]. Available: <https://matplotlib.org/>. [Accessed: 30-Oct-2020].
- [44] Python Software Foundation, “Math — Mathematical functions,” 2020. [Online].

- Available: <https://docs.python.org/3/library/math.html>. [Accessed: 30-Oct-2020].
- [45] Autodesk, "Inventor, Mechanical Design & 3D CAD Software," 2020. [Online]. Available: <https://www.autodesk.com/products/inventor/overview?plc=INVPROSA&term=1-YEAR&support=ADVANCED&quantity=1>. [Accessed: 23-Oct-2020].
- [46] J. A. Sarmiento, "Metodología de diseño para turbinas tipo Pelton, mediante un estudio paramétrico.," Escuela Politécnica Nacional, Quito, 2020.
- [47] ARCONEL, "Control de la Operación," 2016. [Online]. Available: <https://www.regulacionelectrica.gob.ec/control-de-la-generacion-3/>. [Accessed: 14-Sep-2020].
- [48] S. Khurana, Varun, and A. Kumar, "Silt erosion study on the performance of an impulse turbine in small hydropower," *Int. J. Ambient Energy*, vol. 37, no. 5, pp. 520–527, 2016.
- [49] A. Židonis, A. Panagiotopoulos, G. Aggidis, J. Anagnostopoulos, and D. Papantonis, "Parametric optimisation of two Pelton turbine runner designs using CFD," *Sci. Direct*, vol. 27, no. 3, pp. 403–412, 2015.
- [50] Z. Zhang, "Flow interactions in Pelton turbines and the hydraulic efficiency of the turbine system," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part A J. Power Energy*, vol. 221, no. 3, pp. 343–357, 2007.
- [51] Budiarso, Warjito, D. Adanta, N. S. Puta, and H. Vohra, "Cutout types analysis on pico hydro pelton turbine," *Int. J. Adv. Sci. Eng. Inf. Technol.*, vol. 8, no. 5, pp. 2024–2030, 2018.

ANEXOS

ANEXO I.

SCRIPT PARA EVALUAR EL ÁNGULO DE LA MUESCA

#CÓDIGO PARA LA EVALUACIÓN DEL ÁNGULO DE LA MUESCA

#Librerías utilizadas

```
import math
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt
```

#Función para obtener la posición de un dato en un vector

```
def index(a, b):
    for i in range(0, len(a)):
        if round(a[i], 2) == b:
            j = 1
            i = i + 1
        if round(a[i], 2) == b and j == 1:
            return i
            break
```

#Función para definir los rangos permitidos del análisis

```
def domain(index, a, b):
    for i in range(0, len(b)):
        if a[index] <= b[i]:
            c = b[i:]
            return c
```

#Datos de referencia

```
cv = 0.98
Hg = 348
Hn = 348 - 348*0.06
N = 720 #RPM
g = 9.81 #m/s^2
d = 0.088 #m
#Distancia de Dr a la muesca
f = 0.8*d #m
Dr = (38.6/N)*Hn**(1/2) #Radio del eje al borde de la muesca
Rc = Dr/2 + f #m
nq = np.linspace(0.04,0.13,num=21) #1/s
```

#Cálculo de la eficiencia parcial

```
Uc = (N*math.pi/30*Rc)*np.ones(21) #m/s
co = cv*(2*g*Hn)**(1/2) #m/s

alfa_b = np.arccos((1 + 0.81*nq)/(1 + 2*nq)) #radianes
alfa_b_g = np.rad2deg(alfa_b) #grados

wo = np.power((Uc**2 + co**2 - 2*Uc*co*np.cos(alfa_b)), 1/2) #m/s

gamma = np.arccos(-(Uc**2 - co**2 - wo**2)/(2*wo*co)) #radianes
gamma_g = np.rad2deg(gamma) #grados

beta_0 = alfa_b + gamma #radianes
beta_0_g = alfa_b_g + gamma_g #grados

#Ángulo de la muesca, parámetro de valor variable
beta_1_g = np.arange(50,71) #grados

beta_1 = np.deg2rad(beta_1_g) #radianes

index004 = 0
index006 = index(nq, 0.06)
index008 = index(nq, 0.08)
index010 = index(nq, 0.1)
index012 = index(nq, 0.12)

gamma_c_004 = domain(index004, gamma, beta_1 - alfa_b[index004]) #radianes
gamma_c_g_004 = np.rad2deg(gamma_c_004) #grados
gamma_c_006 = domain(index006, gamma, beta_1 - alfa_b[index006])
gamma_c_g_006 = np.rad2deg(gamma_c_006)
gamma_c_008 = domain(index008, gamma, beta_1 - alfa_b[index008])
gamma_c_g_008 = np.rad2deg(gamma_c_008)
gamma_c_010 = domain(index010, gamma, beta_1 - alfa_b[index010])
gamma_c_g_010 = np.rad2deg(gamma_c_010)
gamma_c_012 = domain(index012, gamma, beta_1 - alfa_b[index012])
gamma_c_g_012 = np.rad2deg(gamma_c_012)

beta_1_004 = gamma_c_004 + alfa_b[index004] #radianes
beta_1_g_004 = np.rad2deg(beta_1_004) #grados
beta_1_006 = gamma_c_006 + alfa_b[index006]
beta_1_g_006 = np.rad2deg(beta_1_006)
beta_1_008 = gamma_c_008 + alfa_b[index008]
beta_1_g_008 = np.rad2deg(beta_1_008)
beta_1_010 = gamma_c_010 + alfa_b[index010]
beta_1_g_010 = np.rad2deg(beta_1_010)
beta_1_012 = gamma_c_012 + alfa_b[index012]
```

```

beta_1_g_012 = np.rad2deg(beta_1_012)

efficiency_shock_004 = ((2*wo[index004]*Uc[0]/(co**2))*           #adimensional
(math.cos(beta_0[index004]) - np.cos(beta_1_004)))

efficiency_shock_006 = ((2*wo[index006]*Uc[0]/(co**2))*           #adimensional
(math.cos(beta_0[index006]) - np.cos(beta_1_006)))

efficiency_shock_008 = ((2*wo[index008]*Uc[0]/(co**2))*           #adimensional
(math.cos(beta_0[index008]) - np.cos(beta_1_008)))

efficiency_shock_010 = ((2*wo[index010]*Uc[0]/(co**2))*          #adimensional
(math.cos(beta_0[index010]) - np.cos(beta_1_010)))

efficiency_shock_012 = ((2*wo[index012]*Uc[0]/(co**2))*          #adimensional
(math.cos(beta_0[index012]) - np.cos(beta_1_012)))

#Cálculo del triángulo de velocidades

w1004 = np.ones(21)*wo[index004]                                   #m/s
w1006 = np.ones(21)*wo[index006]                                   #m/s
w1008 = np.ones(21)*wo[index008]                                   #m/s
w1010 = np.ones(21)*wo[index010]                                   #m/s
w1012 = np.ones(21)*wo[index012]                                   #m/s

fi_1_004 = math.pi - gamma_c_004 - alfa_b[index004]              #radianes
fi_1_g_004 = np.rad2deg(fi_1_004)                                  #grados
fi_1_006 = math.pi - gamma_c_006 - alfa_b[index006]              #radianes
fi_1_g_006 = np.rad2deg(fi_1_006)                                  #grados
fi_1_008 = math.pi - gamma_c_008 - alfa_b[index008]              #radianes
fi_1_g_008 = np.rad2deg(fi_1_008)                                  #grados
fi_1_010 = math.pi - gamma_c_010 - alfa_b[index010]              #radianes
fi_1_g_010 = np.rad2deg(fi_1_010)                                  #grados
fi_1_012 = math.pi - gamma_c_012 - alfa_b[index012]              #radianes
fi_1_g_012 = np.rad2deg(fi_1_012)                                  #grados

w1 = wo

c1_004=(w1[index004]**2+Uc[0]**2-
2*w1[index004]*Uc[0]*np.cos(fi_1_004))**(1/2)                    #m/s

c1_006=(w1[index006]**2+Uc[0]**2-
2*w1[index006]*Uc[0]*np.cos(fi_1_006))**(1/2)                    #m/s

c1_008=(w1[index008]**2+Uc[0]**2-
2*w1[index008]*Uc[0]*np.cos(fi_1_008))**(1/2)

```

```

c1_010=(w1[index010]**2+Uc[0]**2-
2*w1[index010]*Uc[0]*np.cos(fi_1_010))**(1/2)
#m/s

c1_012=(w1[index012]**2+Uc[0]**2-
2*w1[index012]*Uc[0]*np.cos(fi_1_012))**(1/2)
#m/s

```

#Código para obtener el gráfico de la eficiencia parcial

```

fig1, ax1=plt.subplots()
ax1.plot(beta_1_g_004, 100*efficiency_shock_004, color = '#1F69B1',
label=r'$n_q$ = 0.04 $\frac{1}{s}$')
ax1.plot(beta_1_g_006, 100*efficiency_shock_006, color = '#1F69B1',
linestyle='--', label=r'$n_q$ = 0.06 $\frac{1}{s}$')
ax1.plot(beta_1_g_008, 100*efficiency_shock_008, color = '#1F69B1',
marker = '*', label=r'$n_q$ = 0.08 $\frac{1}{s}$')
ax1.plot(beta_1_g_010, 100*efficiency_shock_010, color = '#1F69B1',
linestyle='-.', label=r'$n_q$ = 0.10 $\frac{1}{s}$')
ax1.plot(beta_1_g_012, 100*efficiency_shock_012, color = '#1F69B1',
marker = '.', label=r'$n_q$ = 0.12 $\frac{1}{s}$')
ax1.set_xlabel('Ángulo de la muesca [°]')
ax1.set_ylabel('Eficiencia parcial de choque [%]')
ax1.legend()

```

#Código para obtener el gráfico de w1 y Uc

```

fig2, ax2=plt.subplots()
ax2.plot(beta_1_g, Uc, color='#CD6155', marker='*', label=r'$U_c$')
ax2.plot(beta_1_g,w1004, color='#1F69B1',linestyle='-.',
label=r'$w_1$, $n_q$ = 0.04 1/s')
ax2.plot(beta_1_g,w1006, color='#1F69B1', marker = ',',
label=r'$w_1$, $n_q$ = 0.06 1/s')
ax2.plot(beta_1_g,w1008,color='#1F69B1', marker='.',
label=r'$w_1$, $n_q$ = 0.08 1/s')
ax2.plot(beta_1_g, w1010, color='#1F69B1',linestyle='--',
label=r'$w_1$, $n_q$ = 0.10 1/s')
ax2.plot(beta_1_g, w1012, color='#1F69B1', marker='x',
label=r'$w_1$, $n_q$ = 0.12 1/s')
ax2.set_ylim(39, 52)
ax2.set_xlabel('Ángulo de la muesca [°]')
ax2.set_ylabel('Velocidades periférica y relativa [m/s]')
ax2.legend(loc='upper right')

```

#Código para obtener el gráfico de c1

```

fig3, ax3=plt.subplots()
ax3.plot(beta_1_g_004, c1_004, color='#1F69B1', marker='*', linewidth=1,
label=r'$n_q$ = 0.04 1/s')

```

```

ax3.plot(beta_1_g_006, c1_006, color='#1F69B1', linewidth=1,
label=r'$n_q$ = 0.06 1/s')
ax3.plot(beta_1_g_008, c1_008, color='#1F69B1', marker='.', linewidth=1,
label=r'$n_q$ = 0.08 1/s')
ax3.plot(beta_1_g_010, c1_010, color='#1F69B1', linestyle='--',
', linewidth=1,
label=r'$n_q$ = 0.10 1/s')
ax3.plot(beta_1_g_012, c1_012, color='#1F69B1', linestyle='-.',
', linewidth=1,
label=r'$n_q$ = 0.12 1/s')
ax3.set_xlabel('Ángulo de la muesca [°]')
ax3.set_ylabel(r'Velocidad absoluta del chorro $c_1$ [m/s]')
ax3.legend(loc='lower left')

#Código para obtener gráfico de ángulo alfa_b
fig4, ax4=plt.subplots()
ax4.plot(nq, alfa_b_g, color='#1F69B1')
ax4.set_xlabel('Velocidad específica [1/s]')
ax4.set_ylabel(r'$\alpha_b$ [°]')

#Código para obtener el gráfico de fi_1
fig5, ax5=plt.subplots()
ax5.plot(beta_1_g, fi_1_g_004, color='#1F69B1', linestyle='-.')
ax5.set_xlabel('Ángulo de la muesca [°]')
ax5.set_ylabel(r'$\varphi_1$ [°]')

#Código para obtener el gráfico de gamma_c
fig6, ax6=plt.subplots()
ax6.plot(beta_1_g_004, gamma_c_g_004, color='#1F69B1', linestyle='-.',
label = r'$n_q$ = 0.04 1/s')
ax6.plot(beta_1_g_006, gamma_c_g_006, color='#1F69B1', linestyle='-',
label = r'$n_q$ = 0.06 1/s')
ax6.plot(beta_1_g_008, gamma_c_g_008, color='#1F69B1', marker='.',
label = r'$n_q$ = 0.08 1/s')
ax6.plot(beta_1_g_010, gamma_c_g_010, color='#1F69B1', linestyle='--',
label = r'$n_q$ = 0.10 1/s')
ax6.plot(beta_1_g_012, gamma_c_g_012, color='#1F69B1', marker='*',
label = r'$n_q$ = 0.12 1/s')
ax6.plot(np.linspace(50,51,6), gamma_g[index008:index010+1], color='#CD6155',
, linestyle='-.')
ax6.plot(np.linspace(51,54,4), gamma_g[index010:index012], color='#CD6155',
linestyle='--', label = r'$\gamma$ [°]')
ax6.set_xlabel('Ángulo de la muesca [°]')
ax6.set_ylabel(r'$\gamma_c$ [°]')
ax6.legend()

plt.tight_layout()
plt.show()

```

ANEXO II.

SCRIPT PARA EVALUAR EL ÁNGULO DEL DIVISOR PRINCIPAL

```
#CÓDIGO PARA LA EVALUACIÓN DEL ÁNGULO DEL DIVISOR
#Librerías utilizadas
import math
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt

#Datos de referencia
km = 0.47 #adimensional
g = 9.81 #m/s^2
Hg = 348 #m
Hn = 348 - 0.06*Hg #m
cv = 0.98 #adimensional
N = 720 #RPM

Dr = (38.6/N)*Hn**(1/2) #m
#Triángulo de velocidades
co = cv*(2*g*Hn)**(1/2) #m/s
epsilon_g = np.arange(2,17) #grados
epsilon = np.deg2rad(epsilon_g) #radianes
epsilon_c_g = 180 - epsilon_g #grados
epsilon_c = np.deg2rad(epsilon_c_g) #radianes

Um = ((N*math.pi)/60)*Dr*np.ones(len(epsilon)) #m/s
w0 = co - Um
w1 = w0
c1 = np.power(Um**2 + w1**2 + 2*Um*w1*np.cos(epsilon), 1/2) #m/s

gamma_1 = np.arcsin((Um/c1)*np.sin(epsilon)) #radianes
gamma_1_g = np.rad2deg(gamma_1) #grados
alfa_1 = np.arcsin((w1/c1)*np.sin(epsilon)) #radianes
alfa_1_g = np.rad2deg(alfa_1) #grados

#Eficiencia parcial
efficiency_shock = 2*km*(1 - km)*(1 - np.cos(epsilon)) #adimensional

#Grafico para los ángulos del triángulo de velocidad
fig1, ax1=plt.subplots()
ax1.plot(epsilon_g, alfa_1_g, color = '#1F69B1', label=r'$\alpha_1 $')
ax1.plot(epsilon_g, gamma_1_g, color = '#1F69B1', linestyle='--',
label=r'$\gamma_1 $')
ax1.set_xlabel('Ángulo del divisor [°]')
ax1.set_ylabel(r'$\gamma_1$ y $\alpha_1$ [°]')
ax1.legend(fontsize=12)
```

```

#Gráfico para las velocidades periférica, relativa y absoluta
fig2, (ax2, ax3)=plt.subplots(nrows=2, ncols=1, sharex=True)
ax2.plot(epsilon_g, Um, color = '#1F69B1', label=r'$U_m$')
ax2.plot(epsilon_g, w1, color = '#1F69B1', linestyle='--',
label=r'$w_1$')
ax2.set_ylabel(r'$U_m$ y $w_1$ [m/s]')
ax2.legend()
ax3.plot(epsilon_g, c1, color = '#1F69B1')
ax3.set_ylabel(r'$c_1$ [m/s]')
ax3.set_xlabel('Ángulo del divisor [°]')

#Gráfico para la eficiencia parcial de choque
fig3, ax4=plt.subplots()
ax4.plot(epsilon_g, efficiency_shock*100, color = '#1F69B1')
ax4.set_ylabel(r'$\eta_{shock}$ [%]')
ax4.set_xlabel('Ángulo del divisor [°]')
plt.tight_layout()
plt.show()

```

ANEXO III.

SCRIPT PARA EVALUAR EL ÁNGULO DE SALIDA

#CÓDIGO PARA LA EVALUACIÓN DEL ÁNGULO DE SALIDA/TURBINAS EJE HORIZONTAL

#Librerías utilizadas

```

import math
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt

```

#Datos de referencia

```

g = 9.81 #m/s^2
Hg = 348 #m
Hn = 348 - 0.06*Hg #m
cv = 0.98
N = 720 #RPM
Dr = (38.6/N)*Hn**(1/2) #m
d = 0.088 #m
km = 0.47

```

Rangos permitidos de beta2 para cada velocidades específica

```

beta2_g = np.arange(150,178) #grados
beta2_g = np.append(beta2_g, 177.5)
beta2 = np.deg2rad(beta2_g) #radianes

```

```

nq = np.linspace(0.04, 0.13, 10)

beta2_cr4 = math.pi - math.atan(1.2*nq[0] + 0.05) #radianes
beta2_g_cr4 = round(math.degrees(beta2_cr4), 2) #grados
beta2_004 = beta2[beta2 < beta2_cr4] #radianes
beta2_g_004 = np.rad2deg(beta2_004) #grados

beta2_cr6 = math.pi - math.atan(1.2*nq[2] + 0.05) #radianes
beta2_g_cr6 = round(math.degrees(beta2_cr6), 2) #grados
beta2_006 = beta2[beta2 < beta2_cr6] #radianes
beta2_g_006 = np.rad2deg(beta2_006) #grados

beta2_cr8 = math.pi - math.atan(1.2*nq[4] + 0.05) #radianes
beta2_g_cr8 = round(math.degrees(beta2_cr8), 2) #grados
beta2_008 = beta2[beta2 < beta2_cr8] #radianes
beta2_g_008 = np.rad2deg(beta2_008) #grados

beta2_cr1 = math.pi - math.atan(1.2*nq[6] + 0.05) #radianes
beta2_g_cr1 = round(math.degrees(beta2_cr1), 2) #grados
beta2_010 = beta2[beta2 < beta2_cr1] #radianes
beta2_g_010 = np.rad2deg(beta2_010) #grados

beta2_cr12 = math.pi - math.atan(1.2*nq[8] + 0.05) #radianes
beta2_g_cr12 = round(math.degrees(beta2_cr12), 2) #grados
beta2_012 = beta2[beta2 < beta2_cr12] #radianes
beta2_g_012 = np.rad2deg(beta2_012) #grados

#Triángulo de velocidades
co = cv*(2*g*Hn)**(1/2) #m/s
Um = ((N*math.pi)/60)*Dr*np.ones(len(beta2_g_004)) #m/s
U2 = Um
w0 = co - Um
w2 = w0
c2_004=np.power(U2**2 + w2**2 + 2*U2*w2*np.cos(beta2_004), 1/2) #m/s
c2_006=np.power(U2[0]**2 + w2[0]**2 + 2*U2[0]*w2[0]*np.cos(beta2_006), 1/2)
c2_008=np.power(U2[0]**2 + w2[0]**2 + 2*U2[0]*w2[0]*np.cos(beta2_008), 1/2)
c2_010=np.power(U2[0]**2 + w2[0]**2 + 2*U2[0]*w2[0]*np.cos(beta2_010), 1/2)
c2_012=np.power(U2[0]**2 + w2[0]**2 + 2*U2[0]*w2[0]*np.cos(beta2_012), 1/2)

alfa2_004=np.arccos(-(w2[0]**2-c2_004**2-U2[0]**2)/(2*U2[0]*c2_004)) #grados
#radianes
alfa2_g_004=np.rad2deg(alfa2_004) #radianes
alfa2_006=np.arccos(-(w2[0]**2-c2_006**2-U2[0]**2)/(2*U2[0]*c2_006))
alfa2_g_006=np.rad2deg(alfa2_006)
alfa2_008=np.arccos(-(w2[0]**2-c2_008**2-U2[0]**2)/(2*U2[0]*c2_008))
alfa2_g_008=np.rad2deg(alfa2_008)
alfa2_010=np.arccos(-(w2[0]**2-c2_010**2-U2[0]**2)/(2*U2[0]*c2_010))
alfa2_g_010=np.rad2deg(alfa2_010)

```

```

alfa2_012=np.arccos(-(w2[0]**2-c2_012**2-U2[0]**2)/(2*U2[0]*c2_012))
alfa2_g_012=np.rad2deg(alfa2_012)

gamma2_004 = beta2_004 - alfa2_004 #radianes
gamma2_g_004 = np.rad2deg(gamma2_004) #grados
gamma2_006 = beta2_006 - alfa2_006 #radianes
gamma2_g_006 = np.rad2deg(gamma2_006) #grados
gamma2_008 = beta2_008 - alfa2_008 #radianes
gamma2_g_008 = np.rad2deg(gamma2_008) #grados
gamma2_010 = beta2_010 - alfa2_010 #radianes
gamma2_g_010 = np.rad2deg(gamma2_010) #grados
gamma2_012 = beta2_012 - alfa2_012 #radianes
gamma2_g_012 = np.rad2deg(gamma2_012) #grados

delta2_004 = math.pi - alfa2_004 - gamma2_004 #radianes
delta2_g_004 = np.rad2deg(delta2_004) #grados

#Gráfico de los ángulos del triángulo de velocidades
fig1, ax1=plt.subplots()
ax1.plot(beta2_g_004, alfa2_g_004, color = '#1F69B1', label=r'\alpha_2 $')
ax1.plot(beta2_g_004, gamma2_g_004, color = '#CD6155',label=r'\gamma_2 $')
ax1.plot(beta2_g_004, delta2_g_004, color = '#196F3D',label=r'\delta_2 $')
ax1.set_xlabel('Ángulo de salida [°]')
ax1.set_ylabel(r'\gamma_2$, \alpha_2$ y \delta_2$ [°]')
ax1.legend(fontsize=12)

#Gráfico de las velocidades
fig2, (ax2, ax3)=plt.subplots(nrows=2, ncols=1, sharex=True)
ax2.plot(beta2_g_004, U2, color = '#1F69B1', label=r'$U_2$')
ax2.plot(beta2_g_004, w2, color = '#CD6155', label=r'$w_2$')
ax2.set_ylabel(r'$U_2$ y $w_2$ [m/s]')
ax2.legend()
ax3.plot(beta2_g_004, c2_004, color = '#1F69B1')
ax3.set_ylabel(r'$c_2$ [m/s]')
ax3.set_xlabel('Ángulo de salida [°]')

#CÓDIGO PARA LA EVALUACIÓN DEL ÁNGULO DE SALIDA/TURBINAS EJE HORIZONTAL
#Triángulo de velocidades en la raíz

D2 = Dr - d/2 #m
w2_v = (((km**2*(D2/Dr)**2 + 1 - 2*km*(1-d/Dr))*co**2)**(1/2))
*np.ones(len(beta2_004)) #m/s
U2_v = (km*(D2/Dr)*co)*np.ones(len(beta2_004)) #m/s

alfa_2_v_004 = (math.pi + #radianes
np.arctan((np.sin(beta2_004))/((U2_v[0]/w2_v[0])+np.cos(beta2_004))))
alfa_2_v_g_004 = np.rad2deg(alfa_2_v_004) #grados

```

```

alfa_2_v_006 = (math.pi +
np.arctan((np.sin(beta2_006))/((U2_v[0]/w2_v[0])+np.cos(beta2_006))))
alfa_2_v_g_006 = np.rad2deg(alfa_2_v_006)

```

```

alfa_2_v_008 = (math.pi +
np.arctan((np.sin(beta2_008))/((U2_v[0]/w2_v[0])+np.cos(beta2_008))))
alfa_2_v_g_008 = np.rad2deg(alfa_2_v_008)

```

```

alfa_2_v_010 = (math.pi +
np.arctan((np.sin(beta2_010))/((U2_v[0]/w2_v[0])+np.cos(beta2_010))))
alfa_2_v_g_010 = np.rad2deg(alfa_2_v_010)

```

```

alfa_2_v_012 = (math.pi +
np.arctan((np.sin(beta2_012))/((U2_v[0]/w2_v[0])+np.cos(beta2_012))))
alfa_2_v_g_012 = np.rad2deg(alfa_2_v_012)

```

```

delta_2_v_004 = math.pi - beta2_004 #radianes
delta2_v_g_004 = np.rad2deg(delta_2_v_004) #grados

```

```

delta_2_v_006 = math.pi - beta2_006
delta2_v_g_006 = np.rad2deg(delta_2_v_006)

```

```

delta_2_v_008 = math.pi - beta2_008
delta2_v_g_008 = np.rad2deg(delta_2_v_008)

```

```

delta_2_v_010 = math.pi - beta2_010
delta2_v_g_010 = np.rad2deg(delta_2_v_010)

```

```

delta_2_v_012 = math.pi - beta2_012
delta2_v_g_012 = np.rad2deg(delta_2_v_012)

```

#m/s

```

c2_v_004 = w2_v[0]*(np.sin(delta_2_v_004)/np.sin(alfa_2_v_004))
c2_v_006 = w2_v[0]*(np.sin(delta_2_v_006)/np.sin(alfa_2_v_006))
c2_v_008 = w2_v[0]*(np.sin(delta_2_v_008)/np.sin(alfa_2_v_008))
c2_v_010 = w2_v[0]*(np.sin(delta_2_v_010)/np.sin(alfa_2_v_010))
c2_v_012 = w2_v[0]*(np.sin(delta_2_v_012)/np.sin(alfa_2_v_012))

```

```

gamma_2_v_004 = (np.arccos((U2_v[0]**2-w2_v[0]**2-c2_v_004**2)/
(-2*w2_v[0]*c2_v_004))) #radianes
gamma_2_v_g_004 = np.rad2deg(gamma_2_v_004) #grados

```

```

gamma_2_v_006 = (np.arccos((U2_v[0]**2-w2_v[0]**2-c2_v_006**2)/
(-2*w2_v[0]*c2_v_006)))
gamma_2_v_g_006 = np.rad2deg(gamma_2_v_006)

```

```

gamma_2_v_008 = (np.arccos((U2_v[0]**2-w2_v[0]**2-c2_v_008**2)/
(-2*w2_v[0]*c2_v_008)))
gamma_2_v_g_008 = np.rad2deg(gamma_2_v_008)

```

```

gamma_2_v_010 = (np.arccos((U2_v[0]**2-w2_v[0]**2-c2_v_010**2)/
(-2*w2_v[0]*c2_v_010)))
gamma_2_v_g_010 = np.rad2deg(gamma_2_v_010)

gamma_2_v_012 = (np.arccos((U2_v[0]**2-w2_v[0]**2-c2_v_012**2)/
(-2*w2_v[0]*c2_v_012)))
gamma_2_v_g_012 = np.rad2deg(gamma_2_v_012)

#Cálculo de la caída en la eficiencia
e_swirl_004 = (1 - 2*km*(1-km)*(1-np.cos(beta2_004)))*100           %#
e_swirl_006 = (1 - 2*km*(1-km)*(1-np.cos(beta2_006)))*100
e_swirl_008 = (1 - 2*km*(1-km)*(1-np.cos(beta2_008)))*100
e_swirl_010 = (1 - 2*km*(1-km)*(1-np.cos(beta2_010)))*100
e_swirl_012 = (1 - 2*km*(1-km)*(1-np.cos(beta2_012)))*100

#Gráficos de los ángulos del triángulo de velocidades
fig3, ax4=plt.subplots()
ax4.plot(beta2_g_004, alfa_2_v_g_004, color = '#1F69B1', label=r'$\alpha_2 $')
ax4.plot(beta2_g_004, gamma_2_v_g_004, color = '#CD6155', label=r'$\gamma_2 $')
ax4.plot(beta2_g_004, delta2_v_g_004, color = '#196F3D', label=r'$\delta_2 $')
ax4.set_xlabel('Ángulo de salida [°]')
ax4.set_ylabel(r'$\gamma_2$, $\alpha_2$ y $\delta_2$ [°]')
ax4.legend(fontsize=12)

#Grafico de las velocidades
fig4, (ax5, ax6)=plt.subplots(nrows=2, ncols=1, sharex=True)
ax5.plot(beta2_g_004, U2_v, color = '#1F69B1', label=r'$U_2$')
ax5.plot(beta2_g_004, w2_v, color = '#CD6155', label=r'$w_2$')
ax5.set_ylabel(r'$U_2$ y $w_2$ [m/s]')
ax5.legend()
ax6.plot(beta2_g_004, c2_v_004, color = '#1F69B1')
ax6.set_ylabel(r'$c_2$ [m/s]')
ax6.set_xlabel('Ángulo de salida [°]')

#Gráfico, caída de la eficiencia
fig5, ax7=plt.subplots()
ax7.plot(beta2_g_004, e_swirl_004, color = '#1F69B1')
ax7.set_xlabel('Ángulo de salida [°]')
ax7.set_ylabel('Caída en la eficiencia [%]')

plt.tight_layout()
plt.show()

```

ANEXO IV.

PROCEDIMIENTO PARA EL MODELADO DE LA SUPERFICIE HIDRÁULICA INTERNA

Como ya se ha mencionado en la sección 2.6., es necesario utilizar herramientas de superficie, propias de Autodesk Inventor 2020, para modelar la superficie hidráulica interna del cangilón. A continuación, se muestran los pasos empleados para obtenerla, partiendo desde la Figura 2.22 que muestra el enmallado final correspondiente a la superficie hidráulica interna.

Con la herramienta *modelado de superficie* se seleccionan cada una de las curvas del enmallado. Como se puede observar en la Figura A. 1. a., la superficie se adapta a las curvas establecidas. Las irregularidades obtenidas en la parte superior de la superficie son producto del proceso de creación de la superficie, y no afectan mayormente a la geometría definida por el enmallado. Luego se usa la herramienta de *simetría* para obtener una copia de la superficie. De esta manera se modelan ambas mitades del cangilón. Posteriormente, se realiza la *extrusión* de una línea que sirve de límite para definir el contorno superior de la cazoleta. Dicha extrusión debe asegurar una intersección completa entre las superficies antes modeladas. El resultado de este procedimiento se muestra en la Figura A. 1. b. Para definir el contorno superior de la superficie, se utiliza la herramienta *recortar superficie*; se selecciona primero el límite que define el corte, y luego se corta el excedente de superficie que esta fuera del límite establecido. El resultado final se muestra en la Figura A. 1. c.

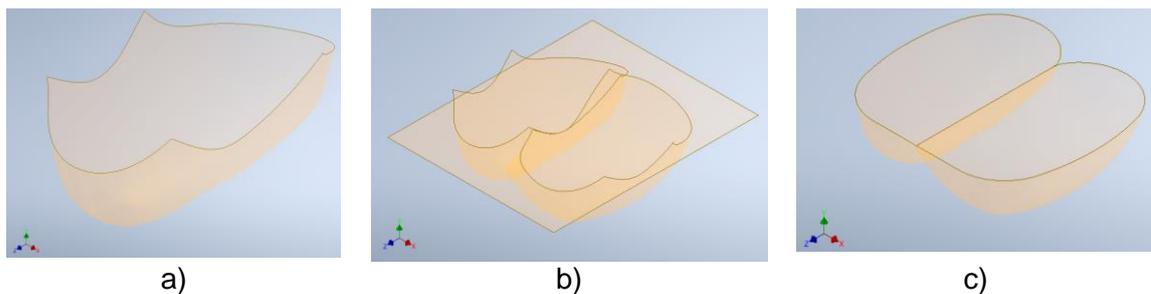


Figura A. 1. Creación de la superficie hidráulica: a) Superficie correspondiente a la mitad del cangilón, b) Intersección de superficies para el contorno superior, c) Definición del superior del cangilón.

(Fuente: Propia)

Como paso siguiente, se define la forma de la muesca en la superficie. Partiendo de la Figura A. 1. c., se traza y extruye el boceto correspondiente a la muesca del cangilón, asegurando una intersección entre superficies, y se obtiene un resultado igual al mostrado en la Figura A. 2. a. Nuevamente, es necesario aplicar la herramienta *recortar superficie* para cortar las superficies, y se obtiene la forma mostrada en la Figura A. 2. b.

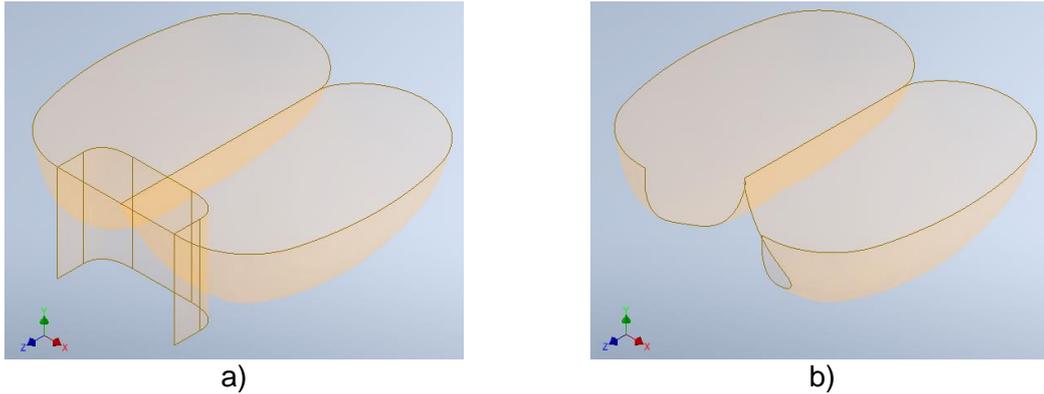


Figura A. 2. Modelamiento de la muesca de la superficie interna: a) Intersección de superficies para la muesca, b) Definición de la muesca.
(Fuente: Propia)

Por último, solo resta modelar la parte inclinada del divisor. Para ello, se extruye el boceto correspondiente a la inclinación del divisor, y se obtiene una intersección de superficies, como se muestra en la Figura A. 3. a. Es necesario que la extrusión no sea de dimensiones considerables para evitar una intersección con el borde del contorno superior. Posteriormente, se cortan las superficies y se obtiene un resultado igual al mostrado en la Figura A. 3. b. Finalmente, para mejorar la apariencia de la superficie, se desactiva la propiedad *translúcido*, lo que brinda un mayor color al diseño. La superficie hidráulica final que se obtiene es la mostrada en la Figura 3.16.a

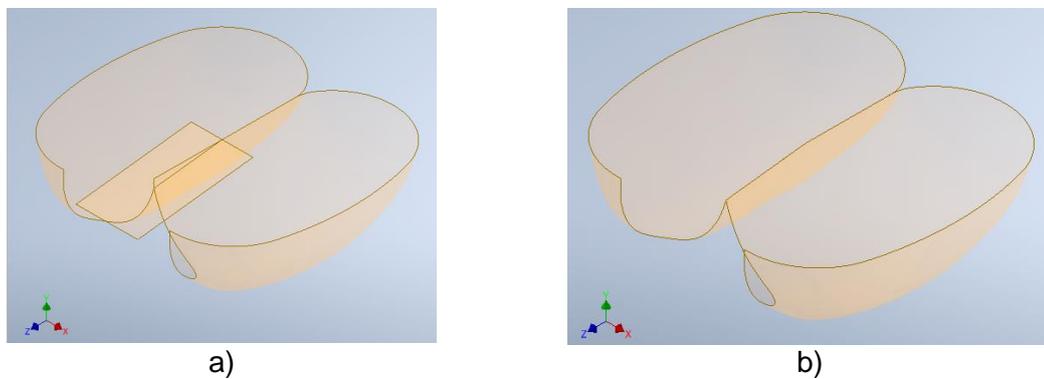


Figura A. 3. Modelamiento de la parte inclinada del divisor: a) Intersección de superficies para la parte inclinada del divisor, b) Definición de la inclinación del divisor.
(Fuente: Propia)