

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

**DISEÑO Y SIMULACIÓN DE CONTROLADORES POR MODOS
DESLIZANTES Y MODOS DESLIZANTES DINÁMICOS A
PARTIR DE SUPERFICIES NO LINEALES APLICADOS A UN
TANQUE DE MEZCLADO Y A UN REACTOR DE FASE NO MÍNIMA**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE
INGENIERO EN ELECTRÓNICA Y CONTROL**

MATEO SEBASTIÁN VÁSQUEZ JARAMILLO

mateo.vasquez@epn.edu.ec

JOSELINE GUADALUPE YANASCUAL ESPINOSA

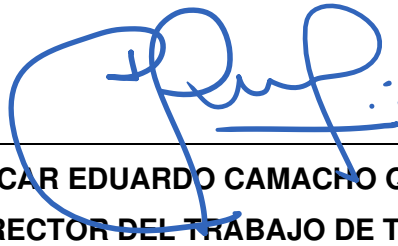
joseline.yanascual@epn.edu.ec

DIRECTOR: Ing. OSCAR EDUARDO CAMACHO QUINTERO, PhD.

Quito, julio 2021

AVAL

Certificamos que el presente trabajo fue desarrollado por Mateo Sebastián Vásquez Jaramillo y Joseline Guadalupe Yanascual Espinosa bajo mi supervisión.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Oscar Camacho Quintero', is written over a horizontal line. The signature is stylized and cursive.

**Ing. OSCAR EDUARDO CAMACHO QUINTERO, PhD.
DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN**

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Nosotros, Mateo Sebastián Vásquez Jaramillo y Joseline Guadalupe Yanascual Espinosa, declaramos bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de nuestra autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que hemos consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración dejamos constancia de que la Escuela Politécnica Nacional podrá hacer uso del presente trabajo según los términos estipulados en la Ley, Reglamentos y Normas vigentes.



Mateo Sebastián Vásquez Jaramillo

Joseline Guadalupe Yanascual Espinosa

DEDICATORIA

Quiero dedicar este trabajo a las dos personas más importantes en mi vida, a mi difunto padre Luis Vásquez por ser un ejemplo de honestidad, rectitud y perseverancia, a mi madre Margarita Jaramillo por su amor, por estar a mi lado en todo momento y por darme la fuerza para seguir adelante a pesar de las adversidades.

Mateo

AGRADECIMIENTO

A Dios quien es nuestro pilar fundamental en cada paso que damos y que nos ha permitido alcanzar esta nueva meta. A la Escuela Politécnica Nacional y a sus docentes por brindarnos todos sus conocimientos y formarnos como grandes profesionales, especialmente a nuestro director de tesis, Oscar Camacho por su tiempo y dedicación en este trabajo, también por la motivación de realizar esta investigación y guiarnos durante nuestra formación estudiantil.

Agradecemos también a nuestras familias por darnos la oportunidad de formarnos en esta prestigiosa institución, por su apoyo incondicional, sus consejos brindados y por el amor con el que nos han guiado.

Joseline y Mateo

ÍNDICE

AVAL	I
DECLARACIÓN DE AUTORÍA	II
DEDICATORIA	III
AGRADECIMIENTO	IV
ÍNDICE	V
RESUMEN.....	VIII
ABSTRACT	IX
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. OBJETIVOS	1
1.1.1. OBJETIVO GENERAL	1
1.1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	1
1.2. ALCANCE	1
1.3. MARCO TEÓRICO.....	2
1.3.1. SISTEMA DE CONTROL.....	2
1.3.2. MÉTODOS DE APROXIMACIÓN	5
1.3.2.1. Aproximación a un sistema de primer orden con retardo	5
1.3.3. CONTROLADORES	7
1.3.3.1. PID [2]	7
1.3.3.2. PID no lineal propuesto por Han.....	9
1.3.3.3. Predictor de Smith.....	11
1.3.3.4. Control por modos deslizantes (SMC)	12
1.3.3.5. Controlador por modos deslizantes dinámicos (DSMC).....	14
1.3.4. ÍNDICES DE DESEMPEÑO.....	16
1.3.4.1. Integral del cuadrado del error.....	16
1.3.4.2. Índice de variación total (Tvu).....	16
1.3.4.3. Máximo sobrepico	17

1.3.4.4. Tiempo de establecimiento	17
1.3.5. CASOS DE ESTUDIO.....	17
1.3.5.1. Tanque de mezclado de altura variable	17
1.3.5.2. Tanque reactor de agitado continuo	21
2. METODOLOGÍA	25
2.1. DISEÑO DE CONTROLADORES	25
2.1.1. DISEÑO DE CONTROLADORES CONVENCIONALES	25
2.1.1.1. PID Dahlin	25
2.1.1.2. SMC con superficie PID.....	26
2.1.1.3. DSMC con superficie PID	30
2.1.2. DISEÑO DE CONTROLADORES PROPUESTOS	33
2.1.2.1. Primera propuesta de diseño SMC con superficie PID no lineal	33
2.1.2.2. Segunda propuesta de diseño SMC con superficie PID no lineal	38
2.1.2.3. Tercera propuesta de diseño DSMC con superficie PI no lineal	40
2.2. MODELO DE LA PLANTA Y APROXIMACIÓN	43
2.2.1. TANQUE DE MEZCLADO DE ALTURA VARIABLE	43
2.2.2. TANQUE REACTOR DE AGITADO CONTINUO	48
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	54
3.1. SINTONIZACIÓN DE LOS CONTROLADORES	54
3.1.1. PARÁMETROS DE LOS CONTROLADORES CONVENCIONALES	54
3.1.1.1. PID Dahlin	54
3.1.1.2. SMC con superficie PID.....	55
3.1.1.3. DSMC con superficie PID	56
3.1.2. PARÁMETROS DE LOS CONTROLADORES PROPUESTOS	57
3.1.2.1. Primera propuesta de diseño SMC con superficie PID no lineal	57
3.1.2.2. Segunda propuesta de diseño SMC con superficie PID no lineal	60
3.1.2.3. Tercera propuesta de diseño DSMC con superficie PI no lineal	62
3.2. PRUEBAS DE FUNCIONAMIENTO	64
3.2.1. RESULTADOS TANQUE DE MEZCLADO DE ALTURA VARIABLE	64

3.2.1.1. Cambios de referencia	64
3.2.1.2. Rechazo a perturbaciones.....	67
3.2.1.3. Índices de desempeño	69
3.2.2. RESULTADOS TANQUE REACTOR DE AGITADO CONTINUO	71
3.2.2.1. Índices de desempeño	74
4. CONCLUSIONES	77
5. RECOMENDACIONES.....	78
6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	79

RESUMEN

La dinámica de sistemas no lineales es más amplia y compleja que la de sistemas lineales, por lo que las técnicas de control utilizadas para estos son inadecuadas para el control de procesos con altas no linealidades, por esto se ve la necesidad de encontrar alternativas que sean más efectivas ante el control de dichas plantas.

Los esquemas de control no lineal disponibles, en su mayoría poseen estructuras complejas y exigen un estudio detallado de los mismos para poder conseguir las condiciones ideales de funcionamiento; esto representa una dificultad al momento de seleccionar un controlador ante un sistema específico. Por otro lado, la complejidad de utilizar ecuaciones no lineales se ha resuelto al trabajar con el modelo aproximado de las plantas lo que significa tener errores de modelado.

Ante todo lo antes mencionado los controladores con mayores prestaciones han sido el control por modos deslizantes y modos deslizantes dinámicos los cuales han demostrado ser controladores robustos y apropiados para lidiar con los problemas presentes en plantas no lineales. Documentos recientes han demostrado que existe la viabilidad para mezclar estructuras predictivas con SMC para mejorar el rendimiento y robustez de los controladores para procesos con alto tiempo muerto y sistemas de respuesta inversa. En dichas investigaciones se ha obtenido buenos resultados al combinar estos esquemas de control, es por ello por lo que, se podría considerar combinar otros tipos de esquemas para obtener mejores características en los controladores.

Este trabajo pretende brindar una opción de esquema de control para los sistemas no lineales, un tanque de mezclado de altura variable y un tanque de fase no mínima, tomando las ventajas que tiene un SMC y DSMC, y combinándolas con las propiedades de un PID no lineal.

Palabras claves: Control por modos deslizantes, Control por modos deslizantes dinámicos, PID no lineal, reactor, tanque de mezclado.

ABSTRACT

The dynamics of non-linear systems is broader and more complex than linear systems, so the control techniques used for these are inadequate for the control of processes with high non-linearities, for this reason it's necessary find alternatives that are more effective controlling these plants.

The non-linear control schemes available mostly have complex structures and require a detailed study of them to achieve the ideal operating conditions; this represents a issue selecting a controller for a specific system. On the other hand, the complexity of using non-linear equations has been solved by working with the approximate model of the plants, which means having modeling errors.

Because of that, the controllers with the highest advantages have been the control by sliding modes and dynamic sliding modes, which have proven to be robust and appropriate controllers to deal with the problems present in non-linear plants. Recent documents have shown the feasibility to mix predictive structures with SMC to improve the performance and robustness of controllers for high dead time processes and reverse response systems. In these investigations, good results have been obtained when combining these control schemes, which is why it could be considered to combine other types of schemes to obtain better characteristics in the controllers.

This work aims to provide a control scheme option for non-linear systems, a variable height mixing tank and a non-minimum phase tank, taking the advantages of a SMC and DSMC, and combining them with the properties of a nonlinear PID.

Keywords: Sliding Mode Control, Dynamic Sliding Mode Control, Nonlinear PID, Reactor, Mixing Tank.

1. INTRODUCCIÓN

1.1. OBJETIVOS

1.1.1. OBJETIVO GENERAL

- Diseñar y simular controladores por modos deslizantes y modos deslizantes dinámicos a partir de superficies no lineales aplicados a un tanque de mezclado y a un reactor de fase no mínima.

1.1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Estudiar los principios de diseño del control por modos deslizantes, modos deslizantes dinámicos y PID no lineal aplicados a sistemas de primer orden con retardo.
- Diseñar los esquemas de control del SMC y DSMC a partir de superficies no lineales y aplicarlos a las plantas no lineales de interés, tanque de mezclado y un reactor de fase no mínima.
- Simular y comprobar el funcionamiento de los controladores diseñados en el programa Simulink de Matlab, mediante los índices de desempeño ISE, TVU, máximo sobre impulso y tiempo de establecimiento.
- Comparar los resultados de los controladores diseñados con controladores convencionales como SMC así como PID, mediante los valores de los índices de desempeño y sus respuestas ante cambios de referencia y perturbaciones.
- Desarrollar una interfaz gráfica para la visualización de los resultados obtenidos para el tanque de mezclado y el reactor de fase no mínima.

1.2. ALCANCE

- Estudio correspondiente a los principios de diseño de los esquemas de control tipo SMC, DSMC, y del PID no lineal.
- Recopilación bibliográfica sobre las plantas de interés: tanque de mezclado y un reactor de fase no mínima, para el análisis de su dinámica y posterior aproximación, de los dos sistemas, a un sistema de orden reducido con tiempo muerto.
- Diseño de los esquemas de control tanto para el Control por Modos Deslizantes como para Modos Deslizantes Dinámicos basados en una superficie no lineal para procesos aproximados a un sistema de primer orden con retardo.

- Aplicación y simulación en Simulink de Matlab de los esquemas de control diseñados al tanque de mezclado y al reactor de fase no mínima y análisis de índices de desempeño como ISE, TVU, sobre-pico y tiempo de establecimiento.
- Comparación de los resultados obtenidos con el controlador propuesto, un SMC convencional y un controlador convencional PID.
- Desarrollo e implementación de una interfaz gráfica en el GUI de Matlab para la presentación de los resultados obtenidos.

1.3. MARCO TEÓRICO

1.3.1. SISTEMA DE CONTROL

Nuestra vida diaria se ve afectada por algún tipo de sistema de control y estos se encuentran en gran cantidad en el ámbito industrial, existen muchos ejemplos y uno de lo que se tratará en este trabajo es el control de tanques de mezclado o también llamados reactores.

Considérese un tanque de mezclado cuyo objetivo es el control de la temperatura, el cambio de temperatura de este es mediante el flujo de dos líquidos uno caliente y otro frío, el propósito es calentar o enfriar desde una temperatura inicial hasta una temperatura deseada. En este proceso existen varias variables que pueden cambiar el valor de la temperatura y si esto llega a suceder, es necesario realizar acciones para corregir esa desviación.

Una forma de corregir es midiendo la temperatura y luego compararla con la temperatura deseada, si está por debajo se aumenta el flujo de agua caliente caso contrario se disminuye, y de esta forma cambiar la posición de la válvula, todas estas operaciones pueden ser hechas por un operario, pero también existe la posibilidad de realizarlo mediante instrumentos que permitan hacerlo de forma automática, esto toma el nombre de control automático de procesos. [1]

Un sistema de control se puede definir como el conjunto de elementos cuyo propósito es lograr un objetivo el mismo que consta de varios componentes como se aprecia en la Figura 1, el bloque llamado "Sistema" es en el ejemplo anterior el tanque de mezclado, cuya salida es medida mediante un sensor donde se compara con la referencia donde el controlador es el encargado de tomar una acción en función de la comparación de los dos valores.

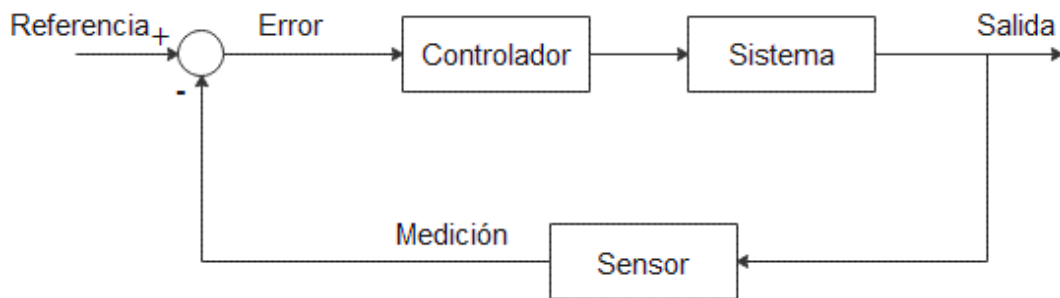


Figura 1: Componentes básicos de un sistema de control

Existen en general dos formas de controlar un proceso y se clasifican en función de la medición de la variable y su comparación con el valor deseado. La primera toma el nombre de lazo abierto como se observa en la Figura 2, en esta no es necesario la medición de la variable ya que no es comparada con la referencia en otras palabras la salida no tiene efecto sobre la acción del controlador. El segundo tipo es tomando en cuenta esa comparación, que en este caso toma el nombre de error y el retorno del valor de la salida mediante el sensor se llama realimentación, de esta forma se realiza una acción en función de esta, esta forma se llama lazo cerrado como se aprecia en la Figura 1

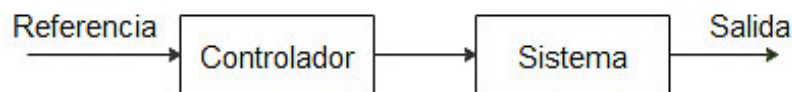


Figura 2: Sistema de control en lazo abierto

Una de las ventajas que presenta el control en lazo cerrado es que debido a que existe una realimentación de la salida esta es relativamente insensible a perturbaciones externas o internas, lo cual permite el uso de elementos relativamente menos precisos y baratos para obtener el control del sistema, por lo tanto, un sistema en lazo cerrado es aconsejable para sistemas que presentan perturbaciones. Mientras que el lazo abierto es recomendado para sistemas donde se conoce la relación entrada-salida, es difícil la medición de la salida y no existe perturbaciones externas o internas. [2]

En una aplicación real los bloques de la Figura 1, presentan componentes básicos de un sistema de control, tomado del libro de Carlos Smith [1], estos componentes son:

1. Sensor, estos elementos transforman una variable física en un valor eléctrico u otro tipo de valor, también se los conoce como elemento primario.
2. Transmisor, es el encargado de acondicionar la señal del sensor para que el controlador pueda tomar una acción sobre el sistema.

3. Controlador, es el encargado de tomar el error y realizar una acción mediante algoritmos.
4. Elemento final de control, es el elemento que transformar la señal del controlador en un fenómeno físico y de esta forma interactuar con el sistema, uno de los elementos finales más usados en la industria es la válvula.

Todos los elementos mencionados basan su funcionamiento en tres operaciones básicas, medición realizada por el sensor y el transmisor, decisión realizada por el controlador y acción realizada por el elemento final de control.

Realimentación

La realimentación de un sistema de control no solo se usa para volver el sistema relativamente insensible, este tiene un significado más complejo.

Del sistema realimentado de la Figura 3, se puede obtener una expresión matemática equivalente del sistema.

$$M = \frac{Y}{R} = \frac{G}{1 + HG} \quad (1)$$

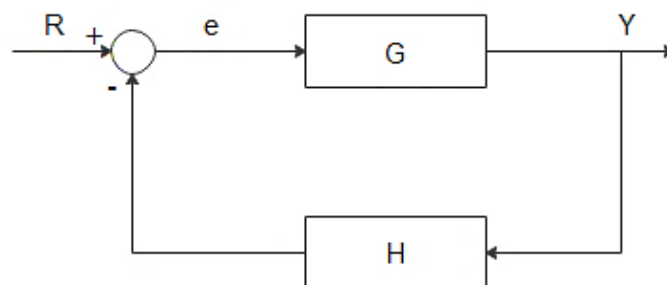


Figura 3: Representación de un sistema realimentado

De la ecuación (1) se puede notar varios efectos que causa la realimentación del sistema, una de las más notorias es el cambio de la ganancia del sistema debido a que la expresión G se ve dividido por $1 + HG$, este cambio puede ser aumentado o reducido, si se toma la expresión en función de la frecuencia, la ganancia equivalente también dependerá de la frecuencia, es decir que un intervalo puede aumentar y en otro disminuir.

La estabilidad también se ve afectada por la realimentación, la estabilidad se puede describir como la capacidad de un sistema de seguir a la entrada, es decir ante una entrada acotada debe existir una salida acotada. Si la expresión HG tiene un valor de -1 la salida será infinita para cualquier entrada, es decir que la realimentación también puede ser un arma de doble filo y hacer que el sistema se torne inestable. En la práctica las expresiones

G y H están en función de la frecuencia y la estabilidad dependerá de la magnitud y la fase. Por lo tanto, la realimentación puede tornar un sistema estable o también inestable. [3]

1.3.2. MÉTODOS DE APROXIMACIÓN

El modelado de un sistema juega un rol de suma importancia en el control de un proceso, pues se sabe que, dentro de un sistema de control, la entrada, el modelo y la salida del proceso están íntimamente ligados, por lo que se puede decir que, si dos de estos tres elementos quedan bien definidos, el tercero también quedará determinado.

Será de interés determinar modelos empíricos, donde el modelo y parámetros puedan ser obtenidos mediante datos de entradas conocidas y respuesta del sistema, esto con la finalidad de facilitar el análisis y sintonización de los controladores.

1.3.2.1. Aproximación a un sistema de primer orden con retardo

La expresión de la función de transferencia queda determinada por los siguientes parámetros:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-t_0 s} \quad (2)$$

Donde

$Y(s)$ → corresponde a la transformada de Laplace de la salida del sistema

$U(s)$ → corresponde a la transformada de Laplace de la entrada del sistema

K → es la ganancia del sistema en estado estable

τ → corresponde a la constante de tiempo del sistema

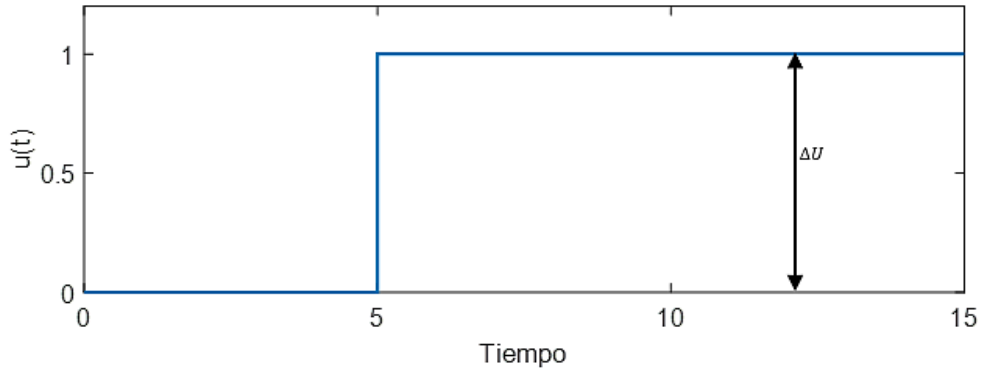
t_0 → corresponde al tiempo de retardo del sistema

Existen diferentes métodos para obtener la aproximación de una planta a un sistema de primer orden con retardo, entre estos se tiene: el método de dos puntos de Smith y el método de la recta tangente de Ziegler y Nichols, los cuales se detallan a continuación.

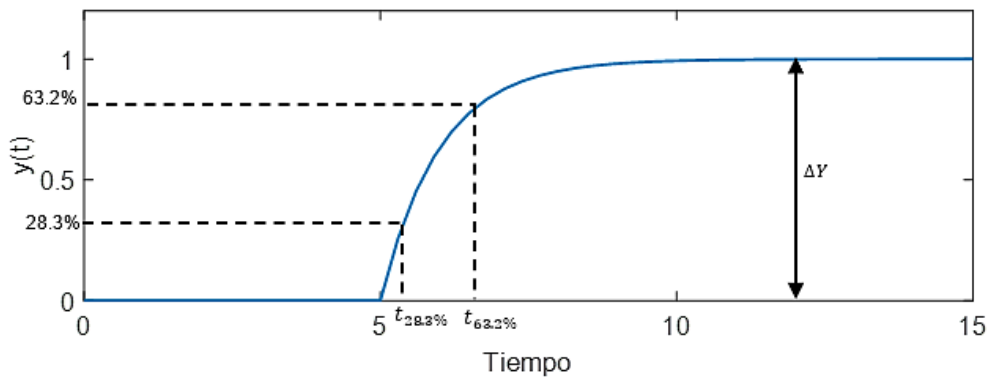
- **Método de dos puntos de Smith**

Este método consiste en tomar dos puntos de la curva de reacción de la planta siguiendo el siguiente proceso:

Se da una entrada escalón de amplitud conocida a la planta, con la respuesta obtenida se procede a determinar el tiempo en el cual la planta llega al 28.3% y el tiempo en el cual la planta alcanza el valor del 63.2% del valor final en estado estable [4].



a)



b)

Figura 4: a) Referencia b) Respuesta del sistema ante una entrada paso

Con los dos tiempos obtenidos se procede a obtener los parámetros necesarios:

Constante de tiempo

$$\tau = 1.5(t_{63.2\%} - t_{28.3\%}) \quad (3)$$

Tiempo de retardo

$$t_o = t_{63.2\%} - \tau \quad (4)$$

Ganancia

$$K = \frac{\Delta Y}{\Delta U} = \frac{\text{Variación de la salida}}{\text{Variación de la entrada}} \quad (5)$$

- **Método de la recta tangente de Ziegler y Nichols**

Este método consiste en obtener la respuesta del sistema ante una entrada escalón con una amplitud conocida; se encuentra la recta tangente con la máxima pendiente [5].

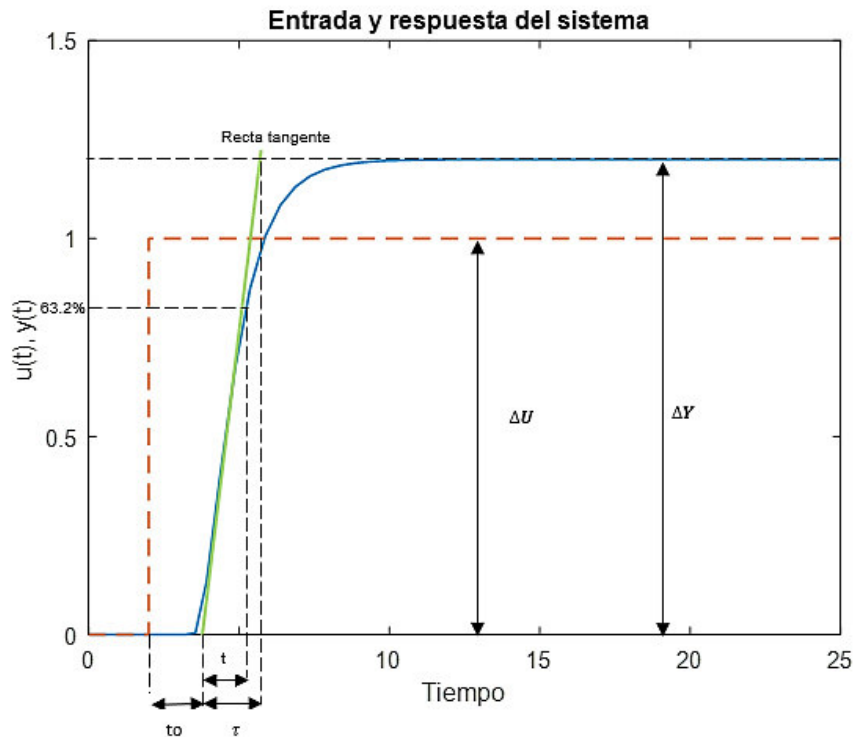


Figura 5: Método de la recta tangente de Ziegler y Nichols

Una vez encontrada la recta, se procede a determinar los parámetros requeridos:

El tiempo determinado desde el punto en el cual se da el paso de la señal de entrada hasta el punto de corte de la recta tangente, determina el valor de t_0 .

La constante τ queda determinada por el tiempo en el cual el sistema alcanza el 63.2% del valor en estado estable.

Finalmente, la ganancia del sistema se determina a partir de la expresión:

$$K = \frac{\Delta Y}{\Delta U} = \frac{\text{Variación de la salida}}{\text{Variación de la entrada}} \quad (6)$$

1.3.3. CONTROLADORES

1.3.3.1. PID [2]

- **Antecedentes**

En los años 30 el controlador de acción, proporcional, derivativo e integral se volvió comercialmente disponible y los primeros trabajos de investigación fueron publicados en esa época. Los controladores PID neumáticos ganaron una amplia aceptación en los años 40 y sus partes electrónicas ingresaron en el mercado en los años 50 y a inicios de los 60 ingresó la primera aplicación de control computacional. A partir de los años 80 el control digital se ha usado como base de un proceso de control.

Un controlador PID consta de tres partes, una parte proporcional una integral y otra derivativa, el objetivo de este controlador es reducir el valor del error a cero.

- **Control proporcional**

La salida del control proporcional es proporcional a la señal del error y tiene la forma:

$$p(t) = K_p e(t) \quad (7)$$

Donde

$p(t)$: Es la salida del controlador

K_p : Es la ganancia del controlador

La idea de este controlador es volver a la salida del control tan sensible como se desea ante el cambio del error, así como también el signo de K_p hace que la salida incremente o decremente ante el incremento del error.

Hay que tomar en cuenta que el valor de error se encuentra en la forma de variables de desviación y que el valor en estado estable del error es cero.

Una de las desventajas que presenta utilizar solo el control proporcional es que puede presentar un error diferente de cero en estado estable también llamado offset.

- **Control integral**

La acción integral depende de la señal del error en el tiempo, donde T_i de la ecuación (8) es un parámetro ajustable conocido como tiempo de la integral, tiene unidades de tiempo.

$$p(t) = \frac{1}{T_i} \int e(t) dt \quad (8)$$

Esta acción de control da la ventaja de eliminar el offset, la razón es que al observar la ecuación (8) se puede notar el valor de $p(t)$ cambia mientras el error sea diferente de cero, en una situación ideal la salida de control siempre cambiará de valor, sin embargo, al tener

un elemento final de control, puede llegar el caso que este llegue a saturarse y usualmente esto ocurre cuando el cambio de la referencia o la perturbación es muy alta.

Comúnmente la acción integral se lo utiliza adicionando otro tipo de acción, ya que solo presenta valores pequeños de salida ante un cambio en el error inicial. Un ejemplo de ello es el control PI donde se le suma la acción proporcional para proporcionar un valor inicial al momento de existir un cambio en el error. La ecuación de control PI en variables de desviación es la siguiente

$$p(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt \right) \quad (9)$$

La desventaja que presenta la acción integral es la presencia de oscilaciones en la salida del sistema, esto debido a que la integral tiene un desfase de 90°, reduciendo la estabilidad del sistema. Estas oscilaciones son disminuidas mediante la acción derivativa.

- **Control derivativo**

La acción derivativa pretende anticipar el comportamiento de la señal del error considerando la tasa de cambio, la acción derivativa ideal es la siguiente

$$p(t) = T_D \frac{de(t)}{dt} \quad (10)$$

La acción derivativa no se debe usar sola, debe estar en conjunto a una acción integral o proporcional ya que ante un error constante su salida es \bar{p} haciendo que el sistema no llegue a un error en estado estable nulo.

La acción derivativa también tiende a mejorar la respuesta dinámica de la variable controlada, reduciendo el valor del tiempo en llegar al estado estable.

La desventaja de la acción derivativa es que, si la variable medida es ruidosa, presenta señales de alta frecuencia o valores aleatorios, el cambio de la acción de control será brusca por lo tanto la derivada terminará amplificando el ruido.

1.3.3.2. PID no lineal propuesto por Han

En muchos casos los sistemas presentan no linealidades, mismas que se presentan por los elementos que lo componen. En este tipo de plantas los PID convencionales no son

aptos, puesto que no presentan un adecuado rendimiento, pues de forma general las respuestas son lentas y son poco robustos, por ello se proponen los controladores no lineales, entre los cuales se encuentra el PID no lineal mismo que se adapta a la dinámica del proceso.

En este tipo de controlador se tiene una función no lineal con una pequeña área lineal dentro de la misma cuando se cumpla que el error es cero o muy cercano a cero, con la finalidad de obtener mejores resultados ante cambios de referencias y ante el rechazo a perturbaciones [6]

Según Han [7] la expresión matemática de la señal del controlador queda determinada por:

$$U = K_p \psi(e_p, \alpha_p, \delta_p) + K_i \psi(e_i, \alpha_i, \delta_i) + K_d \psi(e_d, \alpha_d, \delta_d) \quad (11)$$

Donde $\psi(x, \alpha, \delta)$ es la función no lineal y corresponde a:

$$\psi(x, \alpha, \delta) = \begin{cases} |x|^\alpha \text{sign}(x), & \text{cuando } |x| > \delta \\ \delta^{\alpha-1} \cdot x, & \text{cuando } |x| \leq \delta \end{cases} \quad (12)$$

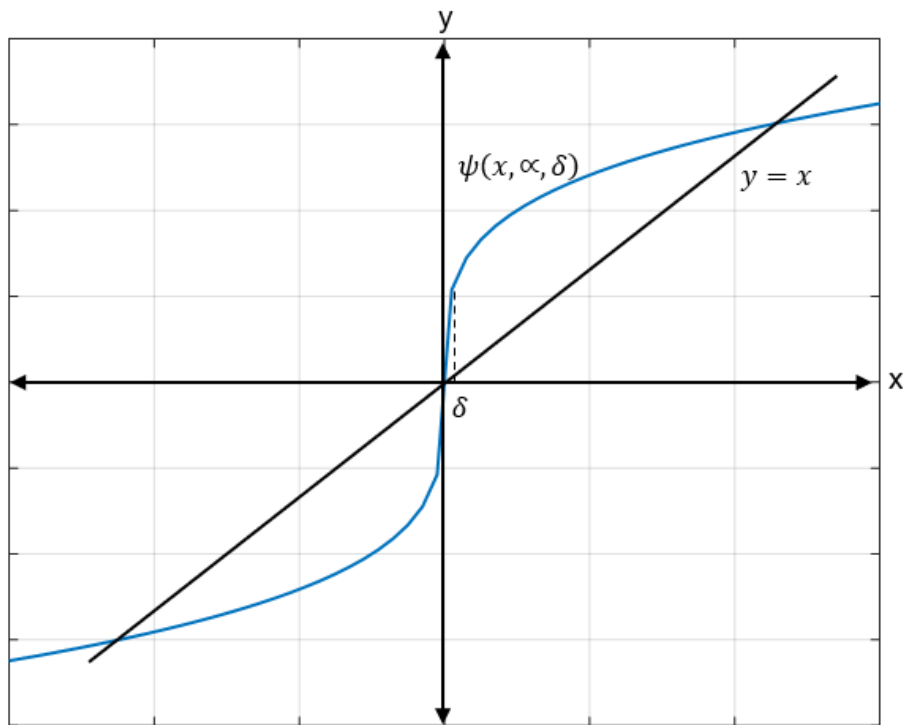


Figura 6: Función no lineal del NPID [6]

Para la sintonización de este controlador se debe considerar:

El parámetro δ define el área lineal en la función no lineal donde el controlador actúa como un PID convencional. El parámetro α debe elegirse teniendo en cuenta la respuesta deseada de las partes proporcionales, integrales y derivadas de acuerdo con las desventajas del PID convencional [6].

Tabla 1: Criterios para sintonización del NPID [6]

Parámetro	Valor	Efecto
α_p	<1	Menor ganancia ya que el error es grande, no es sensible a pequeños errores
	>1	Mayor ganancia cuando el error es grande, mayor ganancia cuando el error es pequeño y por eso más sensible a pequeños cambios
α_i	$-1 < \alpha_i < 0$	Reduce la acción integral cuando el error es grande.
α_d	$\alpha_d > 1$	La ganancia diferencial sea pequeña cuando el error es pequeño, que resulta en menos sensibilidad a ruido

1.3.3.3. Predictor de Smith

En los sistemas se presentan retardos provocados por los mismos elementos que componen el proceso, en los casos en los cuales dicho retardo es mucho menor que la constante de tiempo es posible diseñar un sistema de control con los métodos convencionales; para los sistemas en donde el retardo es considerablemente mayor existen otros métodos como el predictor de Smith, mismo que permite adaptar varias técnicas convencionales de control a sistemas con retardo.

El objetivo principal del predictor de Smith es conseguir que un sistema con retardo presente las mismas características dinámicas que tendría un sistema sin retardo, ante una entrada dada.

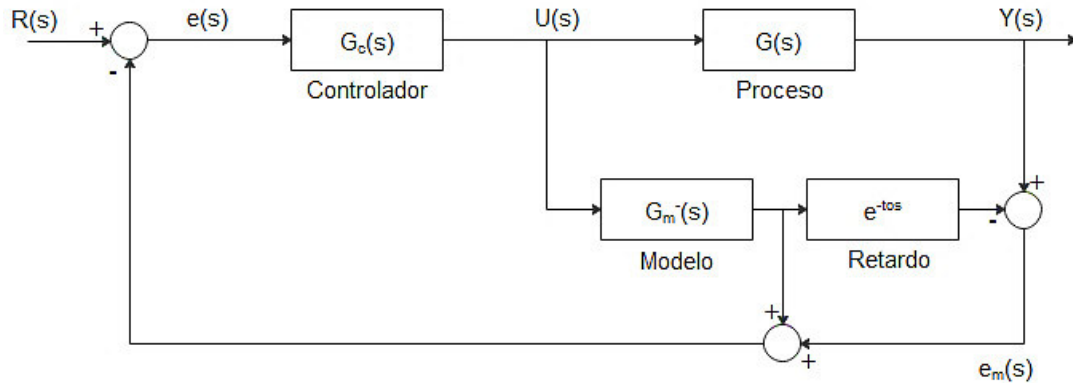


Figura 7: Esquema predictor de Smith [8]

Como se puede observar el predictor de Smith se compone del modelo de la planta sin retardo $G_m(s)$ y el tiempo de retardo $e^{-t_0 s}$, con lo cual se cumple que el error $e_M(s)$ es igual a cero, siempre y cuando no se presente errores de modelado, con lo que el controlador tendrá un sistema sin considerar el retardo del proceso [8].

Se debe considerar que este tipo de esquema es sensible a los errores de modelado y además es adecuado para sistemas en donde el retardo es constante [9].

1.3.3.4. Control por modos deslizantes (SMC)

- **Antecedentes**

El control por modos deslizantes nace de los trabajos publicados en la década de 1970 en el libro de Itkis (1976) y el trabajo de investigación de Utkin (1977). Donde nace el concepto de sistemas de control de estructura variable utilizados en el diseño de controladores robustos, esquemas adaptativos, sistemas de seguimiento y observadores de estado. Aplicados exitosamente en sistemas no lineales. Este concepto se basa en que cualquier sistema de control cambie su ley de control en base a algunas reglas definidas que dependen del estado del sistema. La acción de control basa su comportamiento en una trayectoria dada la cual tiene la característica de que el producto de esta por su derivada sea menor que cero en todo el recorrido, este comportamiento se llama modo deslizante ideal. [10]

El control por modos deslizantes es un método de control no lineal para sistemas cuyo comportamiento es así mismo no lineal, el objetivo del este control es asegurar que el

sistema se mueva siempre por una trayectoria y el movimiento del sistema por esta trayectoria se llama modo deslizante [11].

La ventaja más importante que ofrece el control por modo deslizante es su robustez ya que el control puede ser tan simple como una conmutación entre dos estados, esto hace que no sea sensible ante la variación de parámetros del control.

El controlador está compuesto por dos componentes, una de alta frecuencia y otra de baja frecuencia, la componente de alta frecuencia se filtra por el ancho de banda del sistema y el movimiento deslizante solo ve afectado por la componente de baja frecuencia.

En otras palabras, si observamos la Figura 8, la parte de alta frecuencia es la encargada de llevar el sistema de un estado inicial a la superficie deslizante y la parte de baja frecuencia se encarga de llevar el sistema al estado deseado

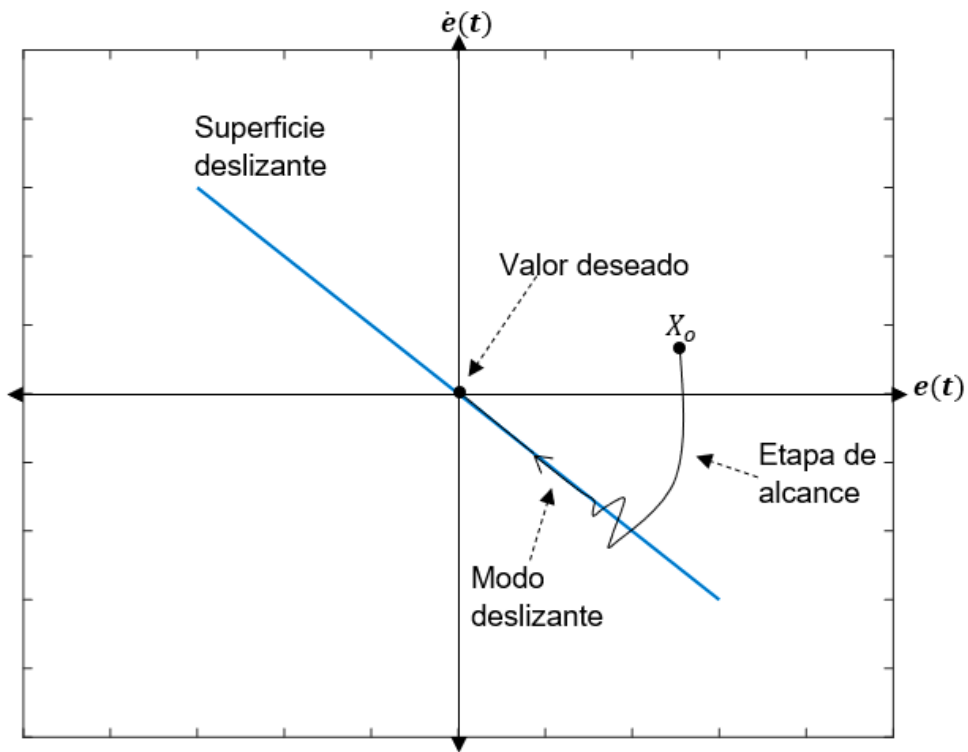


Figura 8: Interpretación gráfica del control por modo deslizante [12]

Esta interpretación se la puede llevar a una ecuación donde se presenta de forma matemática el comportamiento del control. La componente de alta frecuencia es la parte discontinua y la de baja frecuencia es la parte continua quedando la ecuación (13)

$$U_{SMC}(t) = U_D(t) + U_C(t) \quad (13)$$

En la parte discontinua incorpora el elemento de conmutación y está dada por:

$$U_D(t) = K_D \text{Sign}(S(t)) \quad (14)$$

Donde el parámetro K_D es usado para sintonizar el controlador y S es la superficie deslizante, esta es elegida por el diseñador. Existen dos formas típicas de la superficie que se puede tomar en cuenta, la ecuación (15) es una superficie PD y la ecuación (16) es una superficie PID, donde n dependerá del orden del sistema y λ es un parámetro ajustable. [12]

$$S = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} e(t) \quad (15)$$

$$S = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^n \int e(t) dt \quad (16)$$

Así por ejemplo si el sistema es de orden dos las superficies quedan de la siguiente forma.

$$S_1 = \frac{de(t)}{dt} + \lambda e \quad (17)$$

$$S_2 = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 e + \lambda_0 \int e(t) dt \quad (18)$$

La parte continua se la construye en base a la teoría de estabilidad de Lyapunov, y está en función de la variable controlada, la referencia y un conjunto de ganancias que aseguran que el sistema se mueva por la superficie deslizante al estado deseado.

El diseño del controlador se presentará en el siguiente capítulo donde se detalla los pasos a seguir para sintonizar el controlador.

1.3.3.5. Controlador por modos deslizantes dinámicos (DSMC)

Una de las características principales de los controladores discontinuos presenta alta sensibilidad ante pequeños errores y brinda altas ganancias que permiten corregir rápidamente los errores, uno de este tipo de controladores es el SMC.

El control por modos deslizantes son controladores robustos y son aplicables a sistemas no lineales, uno de los problemas es que presenta problemas de chattering (oscilaciones de alta frecuencia), debido a la parte discontinua que

presenta el controlador, lo cual puede producir problemas en la aplicación del controlador, debido a que puede afectar a los actuadores finales debido al desgaste y además puede reducir la precisión, se ha estudiado diferentes soluciones ante el problema mencionado, pero dichas soluciones presentan una disminución en la robustez [13].

Una solución adecuada ante el problema de chattering es el esquema de control dinámico el mismo que presenta la siguiente forma de funcionamiento:

Se especifica una dinámica deseada para la planta misma que queda definida por una superficie deslizante. Y se establece las dos partes que componen el controlador: la parte discontinua(alcanzabilidad) misma que se encarga que el controlador alcance a la superficie propuesta y la parte continua la cual hace que el sistema se mueva sobre la superficie hasta alcanzar el valor de la referencia, como se muestra en la Figura 8.

Por ende, se tiene la siguiente ley de control: $\dot{U}(t) = \dot{U}_C(t) + \dot{U}_D(t)$

Donde $U_C(t)$ corresponde a la señal continua de controlador y $U_D(t)$, mismas que se determinan a partir de ciertas condiciones que se detallan a continuación:

Condiciones:

Para mantener al sistema en un modo deslizante se debe cumplir con las siguientes condiciones [11]:

$$\lim_{s(x) \rightarrow 0^+} \dot{S}(x) < 0 \quad \text{y} \quad \lim_{s(x) \rightarrow 0^-} \dot{S}(x) > 0 \quad (19)$$

Para verificar que la superficie fue alcanzada sin importar las condiciones iniciales que presenta el sistema, se deberá cumplir con la siguiente expresión, para toda $S \neq 0$:

$$S\dot{S} < 0 \quad (20)$$

Finalmente debe existir la función Lyapunov para cumplir con las condiciones de alcance:

$$V(s): \begin{cases} V(s) = 0 & \text{para } s = 0 \\ V(s) > 0 & \text{para } s \neq 0 \end{cases} \quad (21)$$

1.3.4. ÍNDICES DE DESEMPEÑO

Debido a que en el presente trabajo se propone varios esquemas de control, es necesario la comparación de estos con otros esquemas convencionales, para esto es necesario cuantificar el rendimiento de los sistemas de interés con cada uno de los controladores, para determinar la eficiencia y buen funcionamiento de estos.

Para cuantificar el rendimiento se cuenta con varios métodos de índices de desempeño, en base a los cuales se puede determinar que el control de un sistema es óptimo, cuando los parámetros del sistema hagan que los índices lleguen a un valor mínimo [14].

1.3.4.1. Integral del cuadrado del error

La integral del cuadrado del error o ISE, permite obtener salidas rápidas de los sistemas, ya que discrimina los errores grandes, debido a que al utilizar el cuadrado del error maximiza estos y soporta o tolera errores pequeños [14].

Este criterio queda determinado por la siguiente expresión:

$$ISE = \int_0^T e^2(t)dt \quad (22)$$

El límite superior de la integral queda definido por el diseñador del sistema de control, pero es recomendable seleccionar como límite superior al tiempo de establecimiento.

1.3.4.2. Índice de variación total (Tvu)

El índice pretende presentar el esfuerzo o energía realizada por el elemento final de control, ya que este está directamente relacionado con la salida del controlador nos da una idea de las variaciones del esfuerzo del control para de esta forma en base a las limitaciones físicas determinar si el controlador es adecuado para el sistema.

La ecuación que permite obtener el valor se observa en la ecuación (23).

$$TVu = \sum_{i=1}^{\infty} |U_{i+1} - U_i| \quad (23)$$

1.3.4.3. Máximo sobrepico

A pesar de que el máximo sobrepico es también una característica dinámica, es posible tomarlo como un índice de desempeño ya que para ciertos sistemas el sobrepico no es tolerable por lo tanto es un valor a tomar en cuenta cuando se selecciona el controlador adecuado.

El máximo sobrepico se define como la amplitud máxima que alcanza la respuesta medida a partir del valor en estado estable.

1.3.4.4. Tiempo de establecimiento

Otro criterio para cuantificar el rendimiento de un sistema de control es el tiempo de establecimiento, esto es una característica transitoria de los sistemas, misma que se define como el tiempo que tarda el sistema en llegar al valor final; para determinar este tiempo se puede utilizar dos criterios: el del 2% o 5% del valor en estado estable.

1.3.5. CASOS DE ESTUDIO

1.3.5.1. Tanque de mezclado de altura variable

El tanque de mezclado presentado de la Figura 9, tomado de Iglesias [15], se compone de tres corrientes de flujo, dos de entrada, uno caliente $W_1(t)$ y otro frío $W_2(t)$ que se manipula mediante una válvula y una corriente de salida $W_3(t)$. La temperatura es medida mediante un transmisor que se encuentra a 125 pies de distancia de la parte baja de tanque y este tiene un rango de medición de 100 a 200°F. Para este trabajo se considera lo siguiente:

- El volumen de líquido varía sin desbordarse del tanque
- El contenido del tanque está totalmente mezclado
- La principal perturbación del tanque es el flujo de agua caliente $W_1(t)$

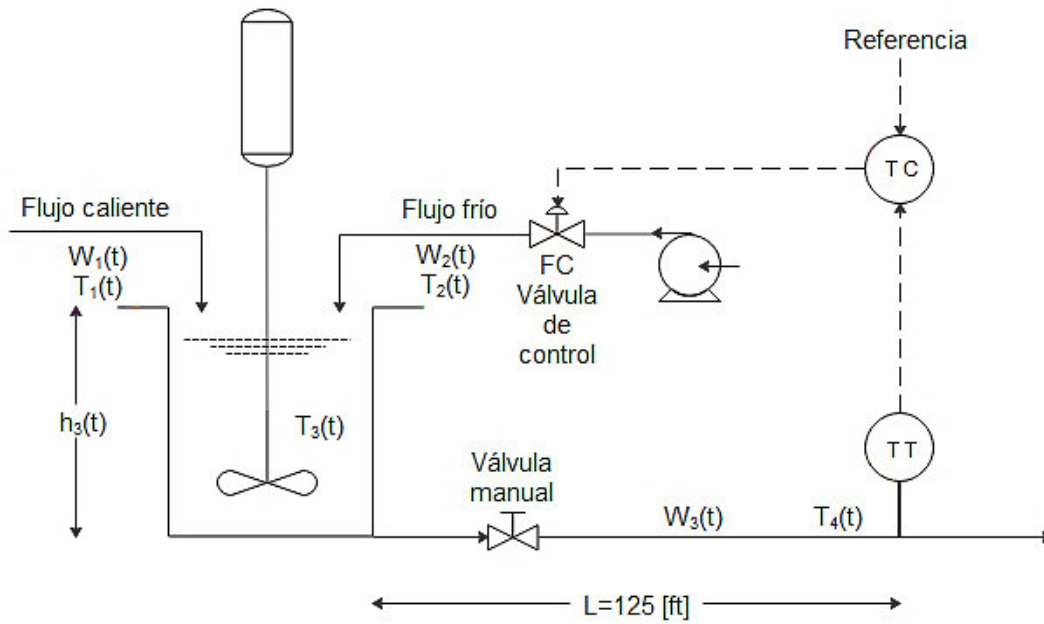


Figura 9: Tanque de mezclado de altura variable

MODELO MATEMÁTICO

- **Balance de energía**

$$W_1(t)\rho C_{p1}T_1(t) + W_2(t)\rho C_{p2}T_2(t) - W_3(t)\rho C_{p3}T_3(t) = A_3\rho C_{v3} \frac{d(h_3(t)T_3(t))}{dt} \quad (24)$$

- **Balance de masa**

$$W_1(t)\rho + W_2(t)\rho - W_3(t)\rho = A_3\rho \frac{dh_3(t)}{dt} \quad (25)$$

- **Ecuación de la válvula manual**

$$W_3(t) = 11.8685C_{VL3}\sqrt{h_3(t)} \quad (26)$$

- **Retardo de tiempo entre el tanque de mezclado y la ubicación del sensor de temperatura**

$$T_4(t) = T_3(t - t_0(t)) \quad (27)$$

- **Retardo de tiempo**

$$t_0(t) = \frac{LA\rho}{W_3(t)} \quad (28)$$

- **Transmisor de temperatura**

$$\frac{dT_O(t)}{dt} = \frac{1}{\tau_T} \left[\frac{T_4(t) - 100}{100} - T_O(t) \right] \quad (29)$$

- **Posición de la válvula de control**

$$\frac{dV_p(t)}{dt} = \frac{1}{\tau_{VP}} [m(t) - V_p(t)] \quad (30)$$

- **Ecuación de la válvula de control**

$$W_2(t) = \frac{500}{60} C_{VL} V_p(t) \sqrt{G_F \Delta P_V} \quad (31)$$

A continuación, se detalla las variables del modelo matemático con sus respectivas unidades.

$W_1(t)$: Flujo másico de la corriente caliente (lb/min)

$W_2(t)$: Flujo másico de la corriente fría (lb/min)

$W_3(t)$: Flujo másico de la corriente de salida (lb/min)

C_p : Capacidad calorífica de líquido a presión constante (Btu/lb – °F)

C_V : Capacidad calorífica de líquido a volumen constante (Btu/lb – °F)

$T_1(t)$: Temperatura del flujo caliente (°F)

$T_2(t)$: Temperatura del flujo frío (°F)

$T_3(t)$: Temperatura del líquido en el tanque de mezclado (°F)

$T_4(t)$: Temperatura $T_3(t)$ considerando el retardo de tiempo t_0 (°F)

t_0 : Retardo de tiempo (min)

ρ : Densidad del contenido en el tanque de mezclado (lb/ft³)

A_3 : Sección transversal del tanque de mezclado (ft^2)

h_3 : Nivel del líquido en el tanque de mezclado (ft)

C_{CVL3} : Coeficiente del flujo de la válvula manual, ($\text{gpm}/\text{ft}^{1/2}$)

C_{CVL} : Coeficiente del flujo de la válvula de control, ($\text{gpm}/\text{psi}^{1/2}$)

$TO(t)$: Señal de salida del transmisor de temperatura en una escala de 0 a 1p.u.

V_p : Posición de la válvula de 0 (válvula cerrada) a 1 (válvula abierta)

$m(t)$: Salida del controlador de 0 a 1p.u.

G_f : Gravedad específica, adimensional.

ΔP_V : Pérdida de presión a través de la válvula de control, psi

τ_T : Constante de tiempo del sensor de temperatura (min)

τ_{VP} : Constante de tiempo de la válvula de control (min)

A : Sección transversal de la tubería (ft^2)

L : Longitud de la tubería (ft)

En la Tabla 2 de detallan los valores en estado estacionario de tanque de mezclado.

Tabla 2: Valores en estado estacionario del tanque de mezclado

Variable	Valor
W_1	250 lb/min
W_2	191.17 lb/min
W_3	441.17 lb/min
C_{p1}	0.8 Btu/lb – °F
C_{p2}	1.0 Btu/lb – °F
C_{p1}, C_{v3}	0.9 Btu/lb – °F
Referencia	150°F
T_1	250°F
T_2	50°F
T_3	150°F

ρ	62.4 lb/ft ³
A_3	3.51692 ft ²
h_3	4.26509 ft
C_{VL3}	18 gpm/ft ^{1/2}
C_{VL}	12 gpm/psi ^{1/2}
TO	0.5 p. u
V_p	0.478
m	0.478 p. u
G_f	1
ΔP_v	16 psi
τ_T	0.5 min
τ_{V_p}	0.4 min
A	0.2006 ft ²
L	125 ft

1.3.5.2. Tanque reactor de agitado continuo

Un reactor corresponde a un equipo dentro del cual se producen reacciones químicas.

Según Denbigh & Turner [16] el tanque reactor de agitado continuo (continuous stirred tank reactor (CSTR)), consiste en un tanque de agitado en donde el flujo del material de reacción y el material reaccionado es continuo, como consecuencia el corriente efluente tiene la misma composición que el contenido.

Conseguir una mezcla perfecta, es el objetivo en este tipo de reactores y esto se logra conseguir siempre y cuando la fase fluida no sea altamente viscosa.

Los campos de aplicación de este tipo de reactores son amplios debido a que presenta facilidad en la limpieza, en el control de temperatura y facilidad en su construcción; algunas de las aplicaciones son en procesos continuos de sulfonación, nitración, polimerización, entre otros.

A continuación, se presenta el modelado matemático del reactor de interés según Alfaro & Balaguer [17]:

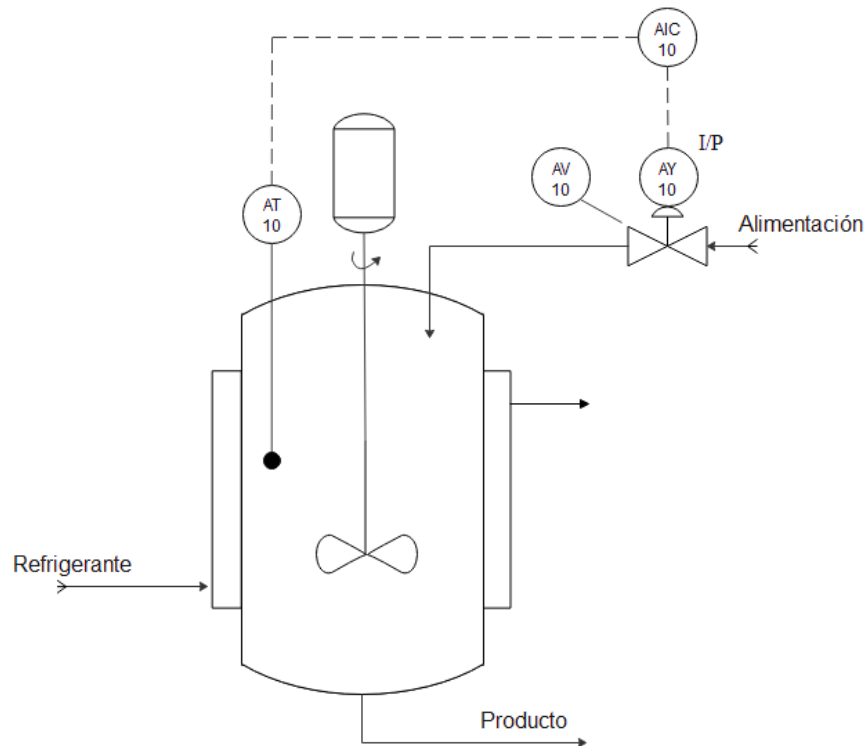


Figura 10: Reactor de tanque de agitado continuo

La reacción se la puede describir con el siguiente esquema



Partiendo del balance de masas se obtiene las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dC_A(t)}{dt} = \frac{F_r(t)}{V} [C_{Ai} - C_A(t)] - k_1 C_A(t) - k_3 C_A^2(t) \quad (34)$$

$$\frac{dC_B(t)}{dt} = -\frac{F_r(t)}{V} C_B(t) + k_1 C_A(t) - k_2 C_B(t) \quad (35)$$

Se debe considerar que el rango de control de la concentración del reactivo B es de 0 a $1.5714 \text{ mol l}^{-1}$; el rango de variación del flujo es de 0 a $634.1719 \text{ l min}^{-1}$. Además, las señales y, u y r se presenta en porcentaje.

La señal del transmisor queda determinada por:

$$y(t)\% = \left(\frac{100}{1.5714}\right) C_B(t) \quad (36)$$

La expresión de la válvula de control, cuya característica es lineal se tiene:

$$F_r(t) = \left(\frac{634.1719}{100}\right) u(t)\% \quad (37)$$

A continuación, se detalla cada una de las variables del modelo matemático.

F_r : es el caudal de alimentación para el producto A

V : es el volumen del reactor mismo que se mantendrá constante durante la operación

C_A : corresponde a la concentración del reactivo A, (mol l^{-1})

C_B : corresponde a la concentración del reactivo B, (mol l^{-1})

C_{A0} : corresponde a la concentración del reactivo A en estado estacionario, (mol l^{-1})

C_{B0} : corresponde a la concentración del reactivo B en estado estacionario, (mol l^{-1})

$k_i (i = 1,2,3)$: corresponde a las constantes de velocidad de reacción para las tres reacciones.

$y(t)\%$: señal del transmisor en porcentaje

$u(t)\%$: señal de entrada en porcentaje

Las condiciones iniciales para cada una de las variables se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 3: Valores iniciales del tanque reactor de agitación continua

Parámetro	Valor
k_1	$\frac{5}{6} \text{ min}^{-1}$
k_2	$\frac{5}{3} \text{ min}^{-1}$
k_3	$\frac{1}{6} \text{ l. mol}^{-1} \cdot \text{ min}^{-1}$
C_{Ai}	10 mol l^{-1}
V	700 l

C_{A0}	$2.9175 \text{ mol l}^{-1}$
C_{B0}	1.1 mol l^{-1}
$u_{0\%}$	60%

2. METODOLOGÍA

Esta sección se divide en tres partes, en la primera parte se presenta el diseño de tres controladores convencionales PID, SMC y DSMC, mismos que servirán para comparar los resultados obtenidos con los controladores propuestos; en la segunda parte se realizará el desarrollo matemático de tres controladores propuestos, la primera propuesta consta de un SMC con una superficie cuya estructura está basada en un PID no lineal, propuesta por Han [18], cuyo delta del sigmoide es variable, la segunda propuesta consta también de un SMC con superficie PID no lineal cuyo diseño matemático no considera los parámetros no lineales, la tercera propuesta consta de un DSMC con una superficie de tipo PI no lineal.

Finalmente, en la tercera parte se presenta el proceso para obtener el modelo aproximado de las plantas para los casos de estudio.

2.1. DISEÑO DE CONTROLADORES

Todos los controladores serán basados en la función de transferencia de primer orden con retardo como se observa en la ecuación (38)

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-t_0 s} \quad (38)$$

Dichas funciones de transferencia fueron calculadas para cada planta de interés, por el método de aproximación de la curva de reacción, mismo que será presentado al final de este capítulo.

2.1.1. DISEÑO DE CONTROLADORES CONVENCIONALES

Se propone los controladores PID, SMC y DSMC convencionales, para comparar los resultados obtenidos en los controladores propuestos, con la finalidad de verificar el rendimiento y ventajas que presentan los nuevos controladores.

2.1.1.1. PID Dahlin

Existen varias formas de diseñar un PID lineal, una de las comunes es por el método de asignación de polos, el cual se basa en el lugar geométrico y llevar el sistema al lugar geométrico deseado.

Pero existe una forma más simple y es el uso de tablas donde se encuentran los valores de las constantes K_C , T_i , T_d mediante ecuaciones, estas ecuaciones dependen de los parámetros de funciones de transferencia conocidas. Este método se utiliza cuando no es posible obtener la función de transferencia real debido a su complejidad o la no linealidad

del sistema y por lo tanto se usan métodos de aproximación del sistema como Taylor o curva de reacción.

El que se utilizará para este trabajo es el PID basado en el método Dahlin [1]. Las ecuaciones se las puede apreciar en la tabla.

Tabla 4: Parámetros de sintonización PID Dahlin [1]

Controlador	Parámetro de ajuste	Ecuación
Proporcional, integral y derivativo	K_C	$\frac{1}{2K} \left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{-1}$
	T_i	τ
	T_d	$\frac{t_0}{2}$

La forma del PID queda de la siguiente forma:

$$U_{PID} = K_C \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int e dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (39)$$

2.1.1.2. SMC con superficie PID

Como se explicó en el capítulo anterior un controlador en modo deslizante SMC por sus siglas en inglés consta de dos partes una discontinua y otra de continua o alcanzabilidad.

El desarrollo matemático mostrado a continuación es tomado del trabajo presentado por Camacho y Smith [12].

$$U_{SMC} = U_D + U_C \quad (40)$$

Donde

$U_D = K_D \text{Sign}(S)$ y se obtiene de la condición de estabilidad de Lyapunov [19]

$$S \cdot \dot{S} < 0 \quad (41)$$

U_C se obtiene de la condición de deslizamiento

$$\frac{dS(t)}{dt} = 0 \quad (42)$$

Donde S es la superficie, esta puede ser a libre elección, pero en este caso será un PID, la forma del PID dependerá del orden del sistema.

La ecuación (43) propuesto por Slotine [20] se presenta como.

$$S(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^n \int e(t) dt \quad (44)$$

Donde

$e(t)$: es el error de la salida $e(t) = R(t) - X(t)$.

n : es el orden del sistema, debe ser mayor a cero y un valor entero.

λ : es una constante

La planta tiene la siguiente forma (ecuación (38))

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-t_0 s}$$

Donde el tiempo muerto o retado se puede aproximar a una forma de primer orden mediante series de Taylor.

$$e^{-t_0 s} \approx \frac{1}{t_0 s + 1} \quad (45)$$

Teniendo la siguiente función de transferencia

$$G(s) = \frac{K}{(\tau s + 1)(t_0 s + 1)} \quad (46)$$

En la ecuación (46) se puede observar que el sistema es de orden dos, por lo tanto n tiene un valor de dos, obteniendo la ecuación de la superficie.

$$S(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int e(t) dt \quad (47)$$

Para sintonizar el controlador es necesario aplicar las condiciones mencionadas anteriormente; considerando la condición de deslizamiento:

$$\frac{dS(t)}{dt} = \frac{d^2 e(t)}{dt^2} + \lambda_1 \frac{de(t)}{dt} + \lambda_0 e(t) = 0 \quad (48)$$

El error se puede descomponer de la siguiente manera $e(t) = R(t) - X(t)$, substituyendo esto y conociendo que la derivada de la referencia se puede igualar a cero siendo esta una entrada tipo escalón como se menciona en [12] se obtiene:

$$-\frac{d^2X(t)}{dt^2} - \lambda_1 \frac{dX(t)}{dt} + \lambda_0 e(t) = 0 \quad (49)$$

Como el diseño del SMC se basa en la forma del sistema se toma la función de transferencia de primer orden con retardo con su equivalencia en series de Taylor en su forma de ecuación diferencial.

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{K}{(\tau s + 1)(t_0 s + 1)} \quad (50)$$

$$\tau t_0 \frac{d^2X(t)}{dt^2} + (\tau + t_0) \frac{dX(t)}{dt} + X = K U_C \quad (51)$$

Dividiendo todo para τt_0

$$\frac{d^2X(t)}{dt^2} + \frac{(\tau + t_0)}{\tau t_0} \frac{dX(t)}{dt} + \frac{1}{\tau t_0} X(t) = \frac{K}{\tau t_0} U_C(t) \quad (52)$$

Sumando las ecuaciones (49) y (52) obtenemos la siguiente expresión

$$\frac{dX(t)}{dt} \left(\frac{(\tau + t_0)}{\tau t_0} - \lambda_1 \right) + \lambda_0 e(t) + \frac{1}{\tau t_0} X(t) = \frac{K}{\tau t_0} U_C(t) \quad (53)$$

Dividiendo todo para $\frac{K}{\tau t_0}$ se tiene la ecuación (54)

$$\frac{dX(t)}{dt} \left(\frac{(\tau + t_0)}{K} - \frac{\tau t_0}{K} \lambda_1 \right) + \lambda_0 \frac{\tau t_0}{K} e(t) + \frac{1}{K} X(t) = U_C(t) \quad (54)$$

Para eliminar el término de la derivada de X se considera el valor de λ_1 :

$$\lambda_1 = \frac{\tau + t_0}{\tau t_0} \quad (55)$$

Con esto se reduce la ecuación (54) como se muestra a continuación, obteniendo así la parte continua del controlador SMC.

$$U_C(t) = \lambda_0 \frac{\tau t_0}{K} e(t) + \frac{1}{K} X(t) \quad (56)$$

El valor de λ_0 se la obtiene de la ecuación (48), obteniendo las raíces de la forma general de un polinomio de segundo orden.

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (57)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (58)$$

El discriminante queda de la siguiente forma

$$\sqrt{\lambda_1^2 - 4\lambda_0} \geq 0 \quad (59)$$

Despejando λ_0 obtenemos la expresión

$$\lambda_0 \leq \frac{\lambda_1^2}{4} \quad (60)$$

El siguiente paso es aplicar la condición de Lyapunov [19] (ecuación (41))

$$S \cdot \dot{S} < 0$$

Sustituyendo la ecuación (49) de la derivada de la superficie, se obtiene:

$$S(t) \cdot \left(-\frac{d^2X(t)}{dt^2} - \lambda_1 \frac{dX(t)}{dt} + \lambda_0 e(t) \right) < 0 \quad (61)$$

La expresión $\frac{d^2X(t)}{dt^2}$ puede ser reemplazada despejando la misma expresión en la ecuación (52).

$$S(t) \cdot \left(\frac{(\tau+t_0)}{\tau t_0} \frac{dX(t)}{dt} + \frac{1}{\tau t_0} X(t) - \frac{K}{\tau t_0} U_{SMC}(t) - \lambda_1 \frac{dX(t)}{dt} + \lambda_0 e(t) \right) < 0 \quad (62)$$

En la expresión anterior se puede notar que U_C que se encontraba en la ecuación (52) ahora es reemplazada por U_{SMC} ya que en este caso se toma como salida del controlador las dos componentes porque en este escenario la superficie aun no alcanza el valor de cero y por lo tanto la parte discontinua es mayor que cero.

Reemplazando las partes de U_{SMC} .

$$S(t) \cdot \left(\frac{(\tau+t_0)}{\tau t_0} \frac{dX(t)}{dt} + \frac{1}{\tau t_0} X(t) - \frac{K}{\tau t_0} \left(K_D \text{Sign}(S(t)) + \lambda_0 \frac{\tau t_0}{K} e(t) + \frac{1}{K} X(t) \right) - \lambda_1 \frac{dX(t)}{dt} + \lambda_0 e(t) \right) < 0 \quad (63)$$

Se reemplaza el valor de λ_1 , abriendo expresiones y sumando términos queda finalmente.

$$S(t) \cdot \left(\frac{KK_D}{\tau t_0} \text{Sign}(S(t)) \right) > 0 \quad (64)$$

Analizando la ecuación (64), la expresión $S(t) \cdot \text{Sign}(S(t))$ siempre será positiva, las constantes K , τ y t_0 también son positivas, se puede concluir que el valor de K_D debe ser mayor que cero.

Para los casos en el que K es negativo debido a que el sistema tiene una respuesta inversa se debe ingresar un nuevo término para asegurar que K_D siempre sea mayor que cero, la nueva expresión es en la parte discontinua y es la siguiente.

$$U_D = K_D \cdot \text{Sign}(S) \cdot \text{Sign}(K) \quad (65)$$

Para evitar problemas de Chattering (oscilaciones de alta frecuencia) se sustituye la función signo de la superficie por una función que disminuya, una opción es la función sigmoide.

$$\text{Sign}(S) \approx \frac{S}{|S| + \delta} \quad (66)$$

Donde δ es un parámetro sintonizable.

Para sintonizar K_D y δ podemos basarnos en las ecuaciones que se presentan en [12].

$$K_D = \frac{0.51}{|K|} \left(\frac{\tau}{t_0} \right)^{0.76} \quad (67)$$

$$\delta = 0.68 + 0.12|K|K_D\lambda_1 \quad (68)$$

2.1.1.3. DSMC con superficie PID

Considerando una planta de primer orden con retardo (ecuación (38)), se tiene:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-t_0 s}$$

El diseño matemático mostrado a continuación es el presentado en el trabajo de Baéz et al [21]

Para poder realizar el control es necesario que la planta sea invertible, para lo que se utilizará un filtro, con lo que se tiene:

$$G(s) = K \left(\frac{t_f s + 1}{\tau s + 1} \right) \left(\frac{1}{t_f s + 1} e^{-t_o s} \right) \quad (69)$$

Con lo que la planta tiene una parte invertible y una no invertible de la siguiente forma:

$$G^-_m(s) = K \left(\frac{\tau_f s + 1}{\tau s + 1} \right) \text{ parte invertible}$$

$$G^+_m(s) = \frac{1}{\tau_f s + 1} e^{-t_o s} \text{ parte no invertible}$$

Para el diseño del controlador se considerará la parte invertible, ya que esta es estable y causal.

$$\frac{X^-(s)}{U(s)} = K \left(\frac{t_f s + 1}{\tau s + 1} \right) \quad (70)$$

La función del sistema queda expresada de la siguiente forma:

$$\tau X^-(s)s + X^-(s) = K t_f U(s)s + K U(s) \quad (71)$$

Pasando la ecuación (71) del dominio de Laplace al dominio del tiempo se tiene:

$$\tau \frac{dX^-(t)}{dt} + X^-(t) = K t_f \frac{dU(t)}{dt} + K U(t) \quad (72)$$

Despejando la derivada de la señal de control se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{dU(t)}{dt} = \frac{\tau}{K t_f} \frac{dX^-(t)}{dt} + \frac{1}{K t_f} X^-(t) - \frac{1}{t_f} U(t) \quad (73)$$

El controlador dinámico en modo deslizante se conforma de dos partes, la parte continua (alcanzabilidad) y la parte discontinua. Para obtener cada una de éstas, se seleccionará una superficie la cual dependerá del grado de la función de transferencia y se aplicará la condición de estabilidad y deslizamiento.

De acuerdo con la ecuación (44) y considerando que nuestra función de transferencia es de primer grado, se tiene la siguiente superficie:

$$S(t) = k_p e^-(t) + \lambda \int e(t) dt \quad (74)$$

Donde el error puede ser expresado como la diferencia entre la referencia y la señal de realimentación, como se muestra en las ecuaciones (75) y (76)

$$e^-(t) = R(t) - x^-(t) \rightarrow \frac{de^-(t)}{dt} = \frac{dR(t)}{dt} - \frac{dX^-(t)}{dt} \quad (75)$$

$$e(t) = R(t) - x(t) \quad \rightarrow \quad \frac{de(t)}{dt} = \frac{dR(t)}{dt} - \frac{dX(t)}{dt} \quad (76)$$

Aplicando la condición de deslizamiento (ecuación (42))se tiene:

$$\frac{dS(t)}{dt} = 0$$

Derivando la ecuación (74) y aplicando la condición anterior se tiene:

$$\frac{dS(t)}{dt} = k_p \frac{de(t)}{dt} + \lambda e(t) = 0 \quad (77)$$

Reemplazando la ecuación (75), correspondiente al error, y despejando la derivada de la realimentación se obtiene las siguientes expresiones:

$$k_p \left(\frac{dR(t)}{dt} - \frac{dX^-(t)}{dt} \right) + \lambda e(t) = 0 \quad (78)$$

$$\frac{dX^-(t)}{dt} = \frac{dR(t)}{dt} + \frac{\lambda}{k_p} e(t) \quad (79)$$

Reemplazando la ecuación (79) en la ecuación (73) se obtiene la expresión correspondiente a la parte continua del controlador DSMC:

$$\frac{dU_C(t)}{dt} = \frac{\tau}{K\tau_f} \frac{dR(t)}{dt} + \frac{\tau\lambda}{Kk_p\tau_f} e(t) + \frac{1}{K\tau_f} X^-(t) - \frac{1}{\tau_f} U(t)$$

La parte discontinua del controlador queda definida por la función signo (ecuación (65)):

$$\dot{U}_D = K_D \cdot \text{Sign}(S) \cdot \text{Sign}(K)$$

La expresión del controlador dinámico en modo deslizante queda expresada de la siguiente forma:

$$\frac{dU_{DSMC}(t)}{dt} = \frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{dU_D(t)}{dt} \quad (80)$$

$$\frac{dU_{DSMC}(t)}{dt} = \frac{\tau}{K\tau_f} \frac{dR(t)}{dt} + \frac{\tau\lambda}{Kk_p\tau_f} e(t) + \frac{1}{K\tau_f} X^-(t) - \frac{1}{\tau_f} U(t) + K_D \text{sign}(S(t)) \text{Sign}(K) \quad (81)$$

A continuación, se encuentra la derivada de la superficie para aplicar la condición $S \frac{dS}{dt} < 0$

$$\frac{dS(t)}{dt} = k_p \left(\frac{dR(t)}{dt} - \frac{dX^-(t)}{dt} \right) + \lambda e(t) \quad (82)$$

Reemplazando la ecuación (81) en (72) se obtiene la derivada de X, esto para ser reemplazada en la derivada de la superficie.

$$\tau \frac{dX^-(t)}{dt} + X^-(t) = Kt_f \left(\frac{\tau}{Kt_f} \frac{dR(t)}{dt} + \frac{\tau\lambda}{Kk_p t_f} e(t) + \frac{1}{Kt_f} X^-(t) - \frac{1}{t_f} U(t) + K_D \text{sign}(S(t)) \text{Sign}(K) \right) + KU(t) \quad (83)$$

$$\frac{dX^-(t)}{dt} = \frac{dR(t)}{dt} + \frac{\lambda}{k_p} e(t) + \frac{Kt_f K_D}{\tau} \text{sign}(S(t)) \text{Sign}(K) \quad (84)$$

$$\frac{dS(t)}{dt} = k_p \left(\frac{dR(t)}{dt} - \frac{dR(t)}{dt} - \frac{\lambda}{k_p} e(t) - \frac{Kt_f K_D}{\tau} \text{sign}(S(t)) \text{Sign}(K) \right) + \lambda e(t) \quad (85)$$

$$\frac{dS(t)}{dt} = - \frac{Kk_p t_f K_D}{\tau} \text{sign}(S(t)) \text{Sign}(K) \quad (86)$$

Reemplazando lo obtenido en la ecuación (86) en la condición de estabilidad, se tiene:

$$- \frac{|K| |S(t)| k_p t_f K_D}{\tau} < 0 \quad (87)$$

De la ecuación se puede concluir que K_D debe ser mayor que cero.

2.1.2. DISEÑO DE CONTROLADORES PROPUESTOS

El diseño de controladores por modos deslizantes y modos deslizantes dinámicos cuyas superficies son diferentes a los convencionales no es algo nuevo, múltiples trabajos en la literatura [22] [23] [24] como el de Iglesias E. et al [25] cuya propuesta es un SMC con superficie difusa han demostrado tener buenos resultados para sistemas no lineales.

En esta sección, se presenta el desarrollo matemático de tres esquemas de control propuestos, en donde se tiene dos propuestas que consisten en un controlador en modo deslizante con una superficie basado en un PID no lineal y una tercera propuesta de un controlador en modo deslizante dinámico con una superficie no lineal.

2.1.2.1. Primera propuesta de diseño SMC con superficie PID no lineal

A continuación, se presenta un diseño de modo deslizante cuya superficie es un PID no lineal, en el primer diseño se tomará en cuenta la función no lineal en el procedimiento del diseño mediante el criterio de las ecuaciones (41) y (42).

Se tomó la decisión de proponer la siguiente superficie

$$S(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_0 \cdot \Psi(e_p, \alpha_p, \delta) + \lambda_1 \cdot \Psi(e_i, \alpha_i, \delta) \quad (88)$$

Donde

La derivada del error se mantiene sin modificaciones y sin una ganancia adicional

$\Psi(x, \alpha, \delta)$: Es la función que consta de dos partes una no lineal y otra lineal, los límites de estas dos funciones se dan por medio del parámetro δ . La función no lineal es la mostrada en la ecuación (12) y tiene la forma mostrada en la Figura 8

Para el diseño del SMC debemos considerar que la salida del controlador consta de dos partes, una discontinua y otra continua, considerando la ecuación (40)

$$U_{SMC} = U_D + U_C$$

Donde

$U_D = K_D \text{Sign}(S)$ y se obtiene de la condición de Lyapunov

U_C se obtiene de la condición mostrada en la ecuación (42)

Entonces derivando lo que equivale S

$$\frac{d^2 e(t)}{dt^2} + \lambda_0 \frac{d\Psi(e_p, \alpha_p, \delta)}{dt} + \lambda_1 \frac{d\Psi(e_i, \alpha_i, \delta)}{dt} = 0 \quad (89)$$

Para resolver esto es necesario conocer que función toma Ψ , debido a que cada una de ellas constan de dos funciones, es necesario considerar todos los casos posibles que son cuatro.

Tomando en cuenta que la planta a controlar tiene una forma de primer orden con retardo, por medio de la aproximación con curva de reacción.

Se convierte la función de transferencia a una ecuación diferencial.

$$\frac{K \cdot U(t)}{\tau \cdot t_0} = \frac{d^2 X(t)}{dt^2} + \frac{\tau + t_0}{\tau \cdot t_0} \frac{dX(t)}{dt} + \frac{1}{\tau \cdot t_0} X(t) \quad (90)$$

Para realizar el diseño de la parte discontinua se analiza los posibles casos.

i) Si $|e| \leq \delta$ y $|e_i| \leq \delta$

La superficie tiene la siguiente forma

$$S(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_0 \cdot \delta^{\alpha_p - 1} e(t) + \lambda_1 \cdot \delta^{\alpha_i - 1} \int e(t) dt \quad (91)$$

Derivando, igualando a cero y tomando en cuenta que el error es la diferencia entre la referencia y la salida del transmisor

$$\frac{d^2 R(t)}{dt^2} - \frac{d^2 X(t)}{dt^2} + \lambda_0 \cdot \delta^{\alpha_p - 1} \cdot \left(\frac{dR(t)}{dt} - \frac{dX(t)}{dt} \right) + \lambda_1 \cdot \delta^{\alpha_i - 1} \cdot e(t) = 0 \quad (92)$$

Las respectivas derivadas de la referencia se igualan a cero para evitar que la salida del controlador tenga salidas muy bruscas en un instante de tiempo y sumando a la ecuación (90).

$$U_{eq}(t) = \frac{dX(t)}{dt} \left(\frac{\tau + t_0}{K} - \frac{\lambda_0 \tau t_0 \delta^{\alpha_p - 1}}{K} \right) + \frac{\lambda_1 \tau t_0 \delta^{\alpha_i - 1}}{K} e(t) + \frac{X(t)}{K} \quad (93)$$

Si $\lambda_0 = \frac{\tau + t_0}{\tau \cdot t_0} \cdot \frac{1}{\delta^{\alpha_p - 1}}$

$$U_{eq}(t) = \frac{\lambda_1 \tau t_0 \delta^{\alpha_i - 1}}{K} e(t) + \frac{X(t)}{K} \quad (94)$$

Para determinar el valor de λ_1 se puede sacar el discriminante igualando a cero la derivada de la superficie

$$\frac{d^2 e(t)}{dt^2} + \lambda_0 \frac{d\Psi(e_p, \alpha_p, \delta)}{dt} + \lambda_1 \frac{d\Psi(e_i, \alpha_i, \delta)}{dt} = 0 \quad (95)$$

$$s^2 + \lambda_0 \delta^{\alpha_p - 1} s + \lambda_1 \delta^{\alpha_i - 1} = 0 \quad (96)$$

$$\Delta = \lambda_0^2 \delta^{2\alpha_p - 2} - 4\lambda_1 \delta^{\alpha_i - 1} \geq 0 \quad (97)$$

$$\lambda_1 \leq \frac{\lambda_0^2}{4} \delta^{2\alpha_p - \alpha_i - 1} \quad (98)$$

$$\lambda_1 = \frac{K_\lambda}{4} \left(\frac{\tau + t_0}{\tau \cdot t_0} \right)^2 \frac{1}{\delta^{\alpha_i - 1}} \quad 0 < K_\lambda \leq 1 \quad (99)$$

$$U_{eq}(t) = \frac{K_\lambda (\tau + t_0)^2}{4K \tau \cdot t_0} e(t) + \frac{X(t)}{K} \quad (100)$$

ii) Si $|e| > \delta$ y $|e_i| \leq \delta$

$$S(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_0 \cdot |e|^{\alpha_p} \text{sign}(e) + \lambda_1 \cdot \delta^{\alpha_i - 1} \int e(t) dt \quad (101)$$

Siguiendo los mismos procedimientos del literal anterior se tiene los siguientes resultados

$$\lambda_0 = \frac{\tau + t_0}{\tau \cdot t_0} \frac{1}{\alpha_p |e|^{\alpha_p - 1}} \quad (102)$$

$$\lambda_1 = \frac{K_\lambda}{4} \left(\frac{\tau + t_0}{\tau \cdot t_0} \right)^2 \frac{1}{\delta^{\alpha_i - 1}} \quad 0 < K_\lambda \leq 1 \quad (103)$$

$$U_{eq}(t) = \frac{K_\lambda (\tau + t_0)^2}{4K \tau \cdot t_0} e(t) + \frac{X(t)}{K} \quad (104)$$

De la misma forma para los siguientes literales

iii) Si $|e| \leq \delta$ y $|e_i| > \delta$

$$S(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_0 \cdot \delta^{\alpha_p - 1} e(t) + \lambda_1 \cdot |e_i|^{\alpha_i} \text{sign}(e_i) \quad (105)$$

$$\lambda_0 = \frac{\tau + t_0}{\tau \cdot t_0} \cdot \frac{1}{\delta^{\alpha_p - 1}} \quad (106)$$

$$\lambda_1 = \frac{K_\lambda}{4} \left(\frac{\tau + t_0}{\tau \cdot t_0} \right)^2 \frac{1}{\alpha_i |e_i|^{\alpha_i - 1}} \quad 0 < K_\lambda \leq 1 \quad (107)$$

$$U_{eq}(t) = \frac{K_\lambda (\tau + t_0)^2}{4K \tau \cdot t_0} e(t) + \frac{X(t)}{K} \quad (108)$$

iv) Si $|e| > \delta$ y $|e_i| > \delta$

$$S(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_0 \cdot |e|^{\alpha_p} \text{sign}(e) + \lambda_1 \cdot |e_i|^{\alpha_i} \text{sign}(e_i) \quad (109)$$

$$\lambda_0 = \frac{\tau + t_0}{\tau \cdot t_0} \frac{1}{\alpha_p |e|^{\alpha_p - 1}} \quad (110)$$

$$\lambda_1 = \frac{K_\lambda}{4} \left(\frac{\tau + t_0}{\tau \cdot t_0} \right)^2 \frac{1}{\alpha_i |e_i|^{\alpha_i - 1}} \quad 0 < K_\lambda \leq 1 \quad (111)$$

$$U_{eq}(t) = \frac{K_\lambda (\tau + t_0)^2}{4K \tau \cdot t_0} e(t) + \frac{X(t)}{K} \quad (112)$$

Para la parte discontinua se usa el criterio de estabilidad

$$S\dot{S} < 0$$

$$S(t) \left(\frac{d^2 R(t)}{dt^2} - \frac{d^2 X(t)}{dt^2} + \lambda_0 \frac{d\Psi(e_p, \alpha_p, \delta)}{dt} + \lambda_1 \frac{d\Psi(e_i, \alpha_i, \delta)}{dt} \right) < 0 \quad (113)$$

La derivada de la referencia se iguala a cero y se iguala la segunda deriva de X a la ecuación (90) despejada.

$$S(t) \left(\frac{\tau + t_0}{\tau \cdot t_0} \frac{dX(t)}{dt} + \frac{1}{\tau \cdot t_0} X(t) - \frac{K}{\tau \cdot t_0} (U_{eq}(t) + K_d \text{Sign}(S(t))) + \lambda_0 \frac{d\Psi(e_p, \alpha_p, \delta)}{dt} + \lambda_1 \frac{d\Psi(e_i, \alpha_i, \delta)}{dt} \right) < 0 \quad (114)$$

La $U_{eq}(t)$ de forma general sumando la ecuación (89) y (90) se obtiene:

$$\frac{K}{\tau \cdot t_0} U_{eq}(t) = \frac{\tau + t_0}{\tau \cdot t_0} \frac{dX(t)}{dt} + \frac{1}{\tau \cdot t_0} X(t) + \lambda_0 \frac{d\Psi(e_p, \alpha_p, \delta)}{dt} + \lambda_1 \frac{d\Psi(e_i, \alpha_i, \delta)}{dt} \quad (115)$$

Igualando queda de la siguiente forma

$$S(t) \left(- \frac{|K|K_D \text{Sign}(S(t))}{\tau \cdot t_0} \right) < 0 \quad (116)$$

El valor absoluto de K es resultado de la multiplicación $K \text{Sign}(K)$ donde el signo de K se añade para plantas con respuesta inversa.

Dando como resultado $K_D > 0$.

Como se puede observar los parámetros λ son dependientes del error cuando cumple con la condición $|e| > \delta$, por lo tanto, se puede asumir que δ de la función sigmoide y K_D de la parte discontinua también deberían ser variables, en el capítulo 3 se puede observar que conforme aumenta la variación del cambio de referencia, es necesario un δ de la función sigmoide menor para obtener un tiempo de establecimiento similar a los anteriores cambios de referencia. Es por ello por lo que se propone una función sigmoide cuyo δ está en función del valor absoluto del cambio de referencia. El procedimiento para obtener eso es heurístico y se basa en crear una ecuación de la recta de δ . El procedimiento es el siguiente.

- Obtener una respuesta deseada ante un cambio de referencia alrededor del 10% del valor en estado estable del sistema, de esta forma se sintoniza los dos valores de λ , el δ de la función no lineal, el valor de K_D y finalmente el δ_{sig} de la función sigmoide. Aquí se obtiene el valor de ΔR_0 que es la diferencia del cambio de referencia, para el caso de que no sea posible realizar el siguiente punto.

- El δ_{Sig_0} de la ecuación de la recta se la obtiene mediante pruebas de perturbación, si no es posible realizar pruebas de perturbación se puede tomar como δ_{Sig_0} el del punto anterior.
- El δ_{Sig_f} se lo obtiene del cambio de referencia máxima que se le puede pedir al sistema debido a limitaciones físicas. Aquí se obtiene el valor de ΔR_f
- Se calcula la pendiente mediante los valores finales e iniciales.

$$m = \frac{\delta_{Sig_f} - \delta_{Sig_0}}{\Delta R_f - \Delta R_0} \quad (117)$$

- Finalmente se calcula la ecuación de la recta.

$$\delta_{Sig} = \delta_{Sig_0} + m(|\Delta R| - \Delta R_0) \quad (118)$$

La ecuación (117) se usa cuando no es posible medir δ ante perturbaciones.

$$\delta_{Sig} = \delta_{Sig_0} + m|\Delta R| \quad (119)$$

La ecuación (118) se usa para cuando si es posible medir δ ante perturbaciones.

El diagrama de bloques del sistema completo quedaría de la siguiente forma:

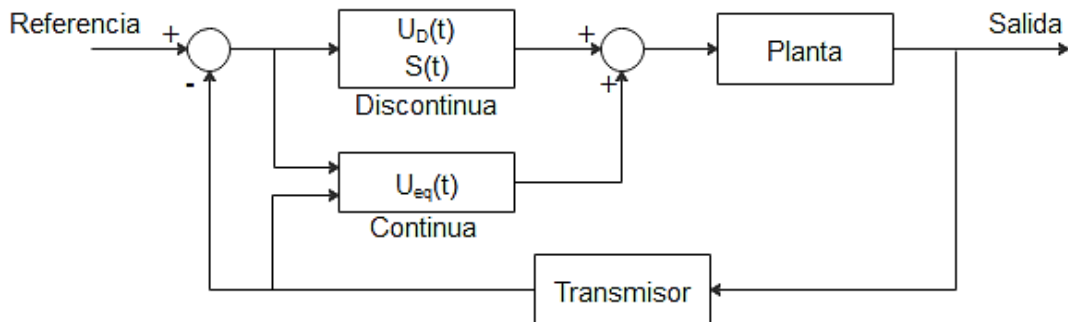


Figura 11: Diagrama de bloques controlador primera propuesta

2.1.2.2. Segunda propuesta de diseño SMC con superficie PID no lineal

Se propone una superficie diferente, la cual tiene la forma:

$$S = K_d \Psi(e_d, \alpha_d, \delta) + \lambda_1 K_p \Psi(e, \alpha_p, \delta) + \lambda_0 K_i \Psi(e_i, \alpha_i, \delta) \quad (120)$$

La función Ψ tiene la misma forma como en el caso anterior, la diferencia radica en el diseño, en esta ocasión se realizará como una superficie lineal es decir de la forma:

$$S = K_d \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 K_p \cdot e + \lambda_0 K_i \int e dt \quad (121)$$

Esto debido a que, para realizar un diseño de un PID no lineal, la sintonización de los parámetros K_p , K_d Y K_i , se lo hace mediante tablas ya conocidas. Una vez sintonizado, los parámetros no lineales se encargan de corregir los problemas que surgen en el proceso, pero estos se los obtiene de forma heurística.

El diseño del SMC se lo hace de la misma forma considerando las ecuaciones (41) y (42).

$$K_d \frac{d^2e(t)}{dt^2} + K_p \lambda_1 \frac{de(t)}{dt} + \lambda_0 K_i \cdot e(t) = 0 \quad (122)$$

Tomando en cuenta que las derivadas de la referencia se consideran nulas se tiene la siguiente ecuación:

$$-\frac{d^2X}{dt^2} - \frac{K_p}{K_d} \lambda_1 \frac{dX}{dt} + \frac{K_i}{K_d} \lambda_0 \cdot e(t) = 0 \quad (123)$$

Sumando la ecuación (123) con la ecuación (90) se tiene:

$$\frac{dX}{dt} \left(\frac{\tau + t_0}{K} - \frac{\tau \cdot t_0 K_p}{K K_d} \lambda_1 \right) + \frac{X}{K} + \frac{\tau \cdot t_0 K_i}{K K_d} \lambda_0 \cdot e(t) = U_{eq} \quad (124)$$

$$\lambda_1 = \frac{K_d \tau + t_0}{K_p \tau \cdot t_0} \quad (125)$$

$$U_{eq} = \frac{\tau \cdot t_0 K_i}{K K_d} \lambda_0 \cdot e(t) + \frac{X}{K} \quad (126)$$

Para λ_0 se obtiene mediante el discriminante del polinomio $\dot{S} = 0$

$$\lambda_0 \leq \frac{\lambda_1^2 K_p^2}{4 K_i K_d} \quad (127)$$

Para el criterio de Lyapunov, se demostró en la primera propuesta que K_D tiene que ser mayor que cero.

En este caso también se hace uso del δ variable ya que a pesar de los parámetros no son dependientes del error, es necesario para evitar que el controlador se torne más lento conforme el cambio de referencia aumenta, es por esto por lo que para la función sigmoide se utiliza el mismo procedimiento anterior para obtener la ecuación de la recta.

La ventaja de este método es que el diseño es más simple y no requiere conocer todos los posibles casos debido a la función por partes que presenta el PID no lineal.

El diagrama de bloques del sistema completo quedaría de la siguiente forma:

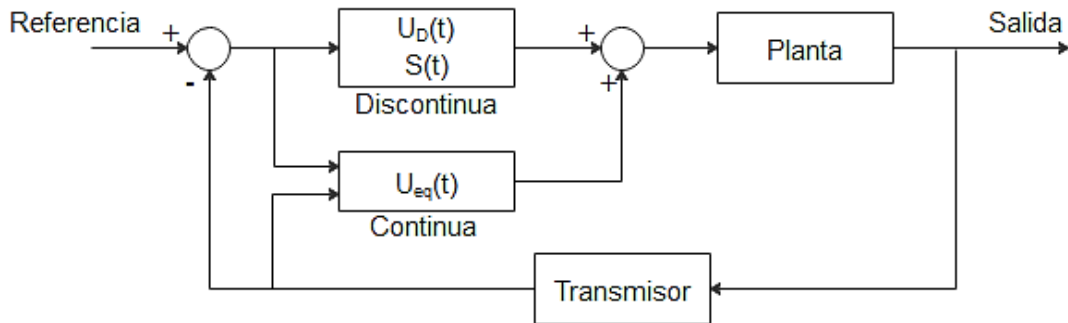


Figura 12: Diagrama de bloques controlador segunda propuesta

2.1.2.3. Tercera propuesta de diseño DSMC con superficie PI no lineal

Tomando en consideración una planta de primer orden con retardo:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-t_0 s}$$

Para poder realizar el control es necesario que la planta sea invertible, para lo que se utilizará un filtro, como se muestra en la siguiente expresión (ecuación (69)):

$$G(s) = K \left(\frac{t_f s + 1}{\tau s + 1} \right) \left(\frac{1}{t_f s + 1} e^{-t_0 s} \right) \quad (128)$$

Con lo que la planta tiene una parte invertible y una no invertible de la siguiente forma:

$$G^-_m(s) = K \left(\frac{t_f s + 1}{\tau s + 1} \right) \text{ parte invertible}$$

$$G^+_m(s) = \frac{1}{t_f s + 1} e^{-t_0 s} \text{ parte no invertible}$$

Para el diseño del controlador se considerará la parte invertible (ecuación (70)).

$$\frac{X^-(s)}{U(s)} = K \left(\frac{t_f s + 1}{\tau s + 1} \right)$$

$$\frac{dX^-(t)}{dt} + \frac{X^-(t)}{\tau} = \frac{K}{\tau} \left(t_f \frac{dU(t)}{dt} + U(t) \right) \quad (129)$$

En la superficie propuesta se considera que la parte integral sea no lineal, misma que está dada por la función no lineal que se muestra en la ecuación (130)

$$S(t) = k_p e^-(t) + \lambda \Psi(e_i, \alpha_i, \delta) \quad (130)$$

$$\Psi(e_i, \alpha_i, \delta) = \begin{cases} |e_i|^{\alpha_i} \text{sign}(e_i) & \text{si } |e_i| > \delta \\ \delta^{\alpha_i-1} e_i & \text{si } |e_i| \leq \delta \end{cases} \quad (131)$$

La ley de control queda definida por $\frac{dU_{DSMC}(t)}{dt} = \frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{dU_D(t)}{dt}$

Donde:

$U_D = K_D \text{Sign}(S) \text{Sign}(K)$ y se obtiene de la condición de Lyapunov

U_C se obtiene de la condición de Filippov

Para realizar el diseño de la parte discontinua se analiza los posibles casos.

i) Si $|e_i| > \delta$

Aplicando la condición de Filippov $\frac{dS(t)}{dt} = 0$ a la superficie propuesta en la ecuación (130).

$$\frac{dS(t)}{dt} = k_p \frac{de^-(t)}{dt} + \lambda \frac{d\Psi(e_i, \alpha_i, \delta)}{dt} = 0 \quad (132)$$

$$\frac{dS(t)}{dt} = k_p \frac{de^-(t)}{dt} + \lambda \alpha_i |e_i|^{\alpha_i-1} e(t) = 0 \quad (133)$$

Reemplazando la señal del error $e^-(t) = \frac{dR(t)}{dt} - \frac{dX^-(t)}{dt}$

$$k_p \frac{dR(t)}{dt} - k_p \frac{dX^-(t)}{dt} + \lambda \alpha_i |e_i|^{\alpha_i-1} e(t) = 0 \quad (134)$$

Sumando la ecuación (134) con la ecuación (129), y considerando que la derivada de la referencia es igual a cero, se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{dX^-(t)}{dt} + \frac{X^-(t)}{\tau} - k_p \frac{dX^-(t)}{dt} + \lambda \alpha_i |e_i|^{\alpha_i-1} e(t) = \frac{K}{\tau} \left(t_f \frac{dU(t)}{dt} + U(t) \right) \quad (135)$$

Considerando $k_p = \tau$, la parte continua del controlador queda representada por la siguiente ecuación:

$$\frac{dU_C(t)}{dt} = \frac{1}{K t_f} X^-(t) + \frac{\lambda \alpha_i}{K t_f} |e_i|^{\alpha_i-1} e(t) - \frac{U(t)}{t_f} \quad (136)$$

Sumando la señal continua y discontinua del controlador se obtiene la expresión correspondiente al controlador propuesto.

$$\frac{dU_{DSMC}(t)}{dt} = \frac{1}{Kt_f} X^-(t) + \frac{\lambda\alpha_i}{Kt_f} |e_i|^{\alpha_i-1} e(t) - \frac{U(t)}{t_f} + K_D \text{Sign}(S) \text{Sign}(K) \quad (137)$$

ii) Si $|e_i| \leq \delta$

Siguiendo el mismo procedimiento del caso uno, se tiene:

$$\frac{dS(t)}{dt} = k_p \frac{de^-(t)}{dt} + \lambda\delta^{\alpha_i-1} e(t) = 0 \quad (138)$$

Reemplazando la señal del error $e^-(t) = \frac{dR(t)}{dt} - \frac{dX^-(t)}{dt}$

$$k_p \frac{dR(t)}{dt} - k_p \frac{dX^-(t)}{dt} + \lambda\delta^{\alpha_i-1} e(t) = 0 \quad (139)$$

Sumando la ecuación (134) con la ecuación (129), y considerando que la derivada de la referencia es igual a cero, se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{dX^-(t)}{dt} + \frac{X^-(t)}{\tau} - k_p \frac{dX^-(t)}{dt} + \lambda\delta^{\alpha_i-1} e(t) = \frac{K}{\tau} \left(t_f \frac{dU(t)}{dt} + U(t) \right) \quad (140)$$

Considerando $k_p = \tau$, la parte continua del controlador queda representada por la siguiente ecuación:

$$\frac{dU_C(t)}{dt} = \frac{1}{Kt_f} X^-(t) + \frac{\lambda\delta^{\alpha_i-1}}{Kt_f} e(t) - \frac{U(t)}{t_f} \quad (141)$$

Sumando la señal continua y discontinua del controlador se obtiene la expresión correspondiente al controlador propuesto.

$$\frac{dU_{DSMC}(t)}{dt} = \frac{1}{Kt_f} X^-(t) + \frac{\lambda\delta^{\alpha_i-1}}{Kt_f} e(t) - \frac{U(t)}{t_f} + K_D \text{Sign}(S) \text{Sign}(K) \quad (142)$$

A continuación, se encuentra la derivada de la superficie para aplicar la condición de Lyapunov $S \frac{dS(t)}{dt} < 0$

$$\frac{dS(t)}{dt} = k_p \left(\frac{dR(t)}{dt} - \frac{dX^-(t)}{dt} \right) + \lambda \frac{d\Psi(e_i, \alpha_i, \delta)}{dt} \quad (143)$$

Reemplazando la ecuación (137) en (129) se obtiene la derivada de X, esto para ser reemplazada en la derivada de la superficie.

$$\frac{dX^-(t)}{dt} + \frac{X^-(t)}{\tau} = \frac{K}{\tau} \left(t_f \left(\frac{\tau}{K t_f} \frac{dR(t)}{dt} + \frac{X^-(t)}{K t_f} - \frac{U(t)}{t_f} + \frac{\lambda \tau}{K k_p t_f} \frac{d\Psi(e_i, \alpha_i, \delta)}{dt} \right) + K_D \text{Sign}(S(t)) \text{Sign}(K) \right) + U(t) \quad (144)$$

$$\frac{dX^-(t)}{dt} = \frac{dR(t)}{dt} + \frac{\lambda}{k_p} \frac{d\Psi(e_i, \alpha_i, \delta)}{dt} + \frac{K t_f K_D}{\tau} \text{sign}(S(t)) \text{Sign}(K) \quad (145)$$

$$\frac{dS(t)}{dt} = k_p \left(\frac{dR(t)}{dt} - \frac{dR(t)}{dt} - \frac{\lambda}{k_p} \frac{d\Psi(e_i, \alpha_i, \delta)}{dt} - \frac{K t_f K_D}{\tau} \text{sign}(S(t)) \text{Sign}(K) \right) + \lambda \Psi(e_i, \alpha_i, \delta) \quad (146)$$

$$\frac{dS(t)}{dt} = - \frac{K k_p t_f K_D}{\tau} \text{sign}(S(t)) \text{Sign}(K) \quad (147)$$

Reemplazando lo obtenido en la ecuación (147) en la condición de Lyapunov, se tiene:

$$- \frac{|K| |S(t)| k_p t_f K_D}{\tau} < 0 \quad (148)$$

De la ecuación se puede concluir que K_D debe ser mayor que cero.

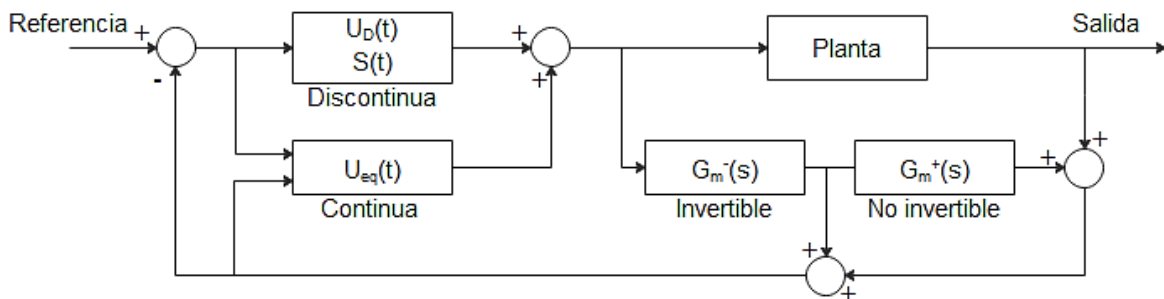


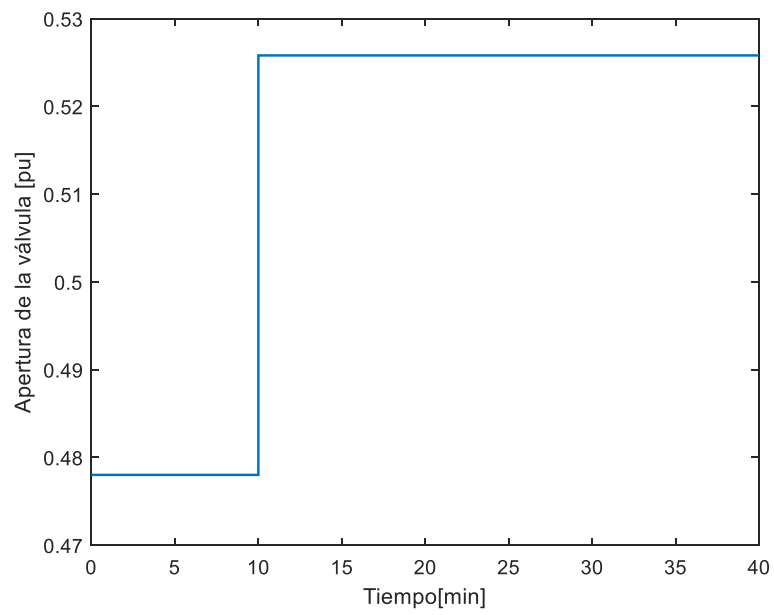
Figura 13: Diagrama de bloques controlador tercera propuesta

2.2. MODELO DE LA PLANTA Y APROXIMACIÓN

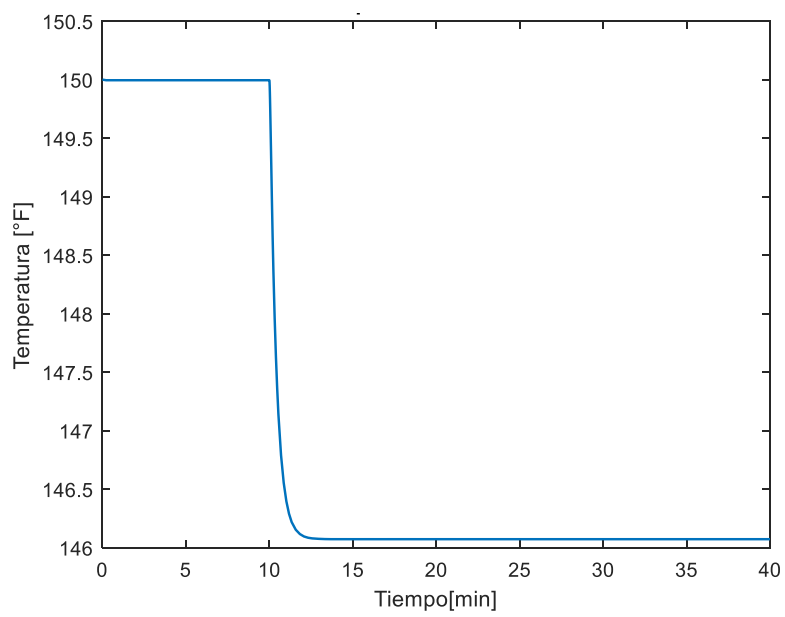
2.2.1. TANQUE DE MEZCLADO DE ALTURA VARIABLE

Para obtener el sistema aproximado de primer orden se utiliza la herramienta de MATLAB Simulink, para así obtener la curva de reacción a un paso de +10% del valor en estado estable en condiciones iniciales. Para el tanque de mezclado la condición inicial de temperatura es 150°F, para el transmisor es 0.5 pu y para la entrada de la válvula es 0.478 pu, por lo tanto, se dará un paso de 0.525 pu y de esta forma obtener los parámetros del sistema de primer orden con retardo.

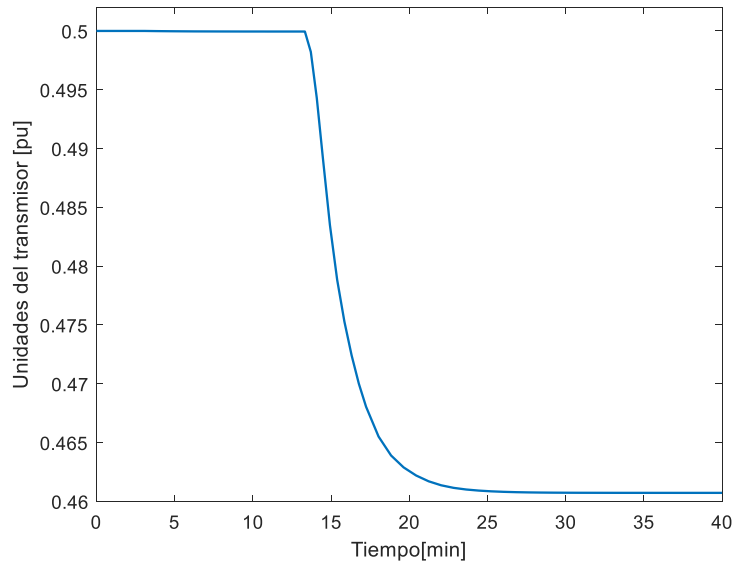
La curva de respuesta de la planta es la siguiente:



a)



b)



c)

Figura 14: a) Entrada del sistema b) Salida del sistema c) Salida del transmisor

En la Figura 14 se puede observar que el transmisor tiene un retardo y el valor en estado estable de la salida del transmisor ante la entrada paso del 10% es de 0.46 [pu], de esta forma obtener el parámetro de la ganancia (K) que se puede obtener con la ecuación (149).

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{0.46 - 0.5}{0.53 - 0.478} = -0.822 \quad (149)$$

Para obtener los valores de τ y t_0 es necesario saber el tiempo donde el sistema se encuentra al 63.2% y al 28.3% del valor en estado estable. Estos valores se observan en la Figura 15, así como los valores de τ y t_0 en la ecuación (150) y (151).

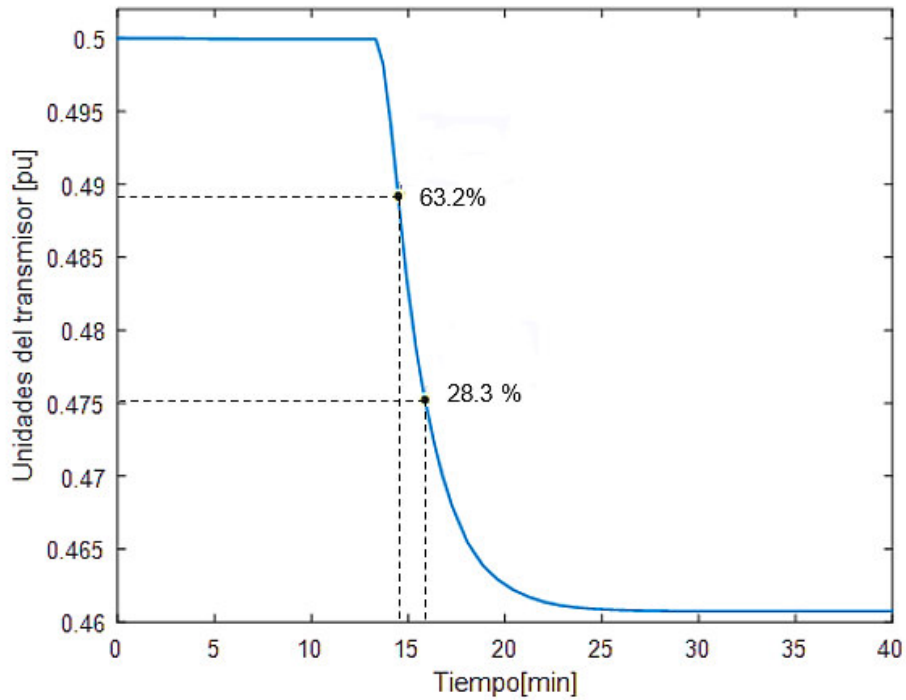


Figura 15: Salida del transmisor ante una entrada paso del 10%

$$t_1(28.3\%) = 14.48$$

$$t_2(63.2\%) = 15.86$$

$$\tau = 1.5(t_2 - t_1) = 2.07 \text{ [s]} \quad (150)$$

$$t_0 = (t_2 - \tau) - 10 = 3.79 \text{ [s]} \quad (151)$$

El modelo FOPDT para la planta de interés, queda expresada:

$$G(s) = \frac{-0.822 e^{-3.79s}}{2.07s + 1} \quad (152)$$

Al comparar las respuestas en la Figura 16 de ambos se confirma que los parámetros de la aproximación son los correctos.

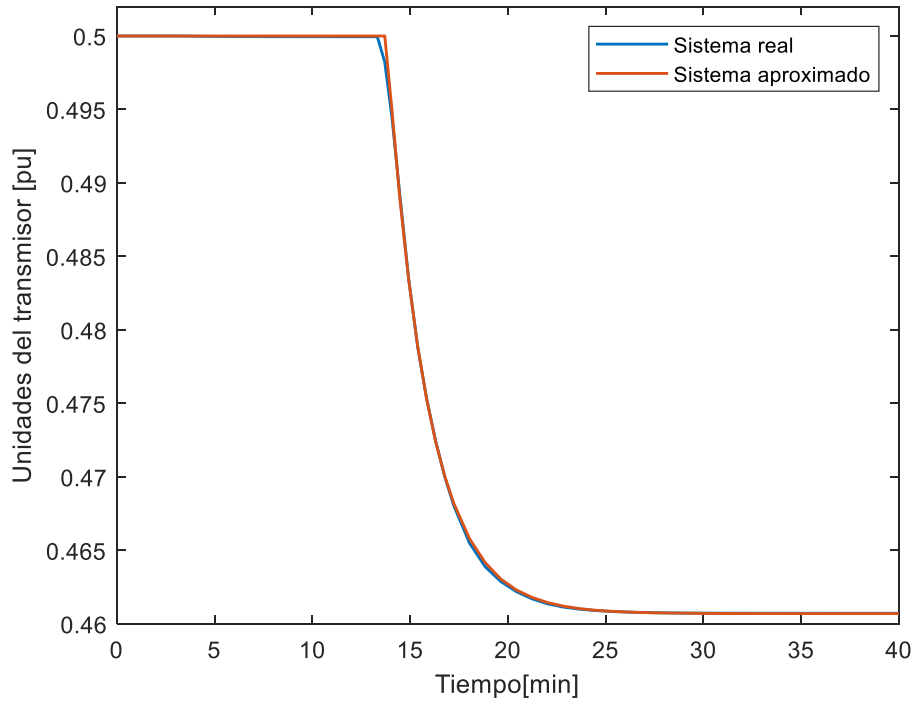


Figura 16: Comparación de respuesta de sistema real y aproximado

A continuación, se muestra el comportamiento que presentan los parámetros del modelo aproximado, las gráficas de color azul corresponden a un cambio ascendente de la señal de entrada, mientras que las gráficas de color rojo pertenecen a un cambio descendente. Las figuras de ganancia y retardo muestran un comportamiento casi lineal tipo histéresis y en el caso de la constante de tiempo no muestra un comportamiento regular. Como consecuencia los controladores lineales tienden a ser una opción menos factible, puesto que pueden llevar al sistema a la inestabilidad [15]

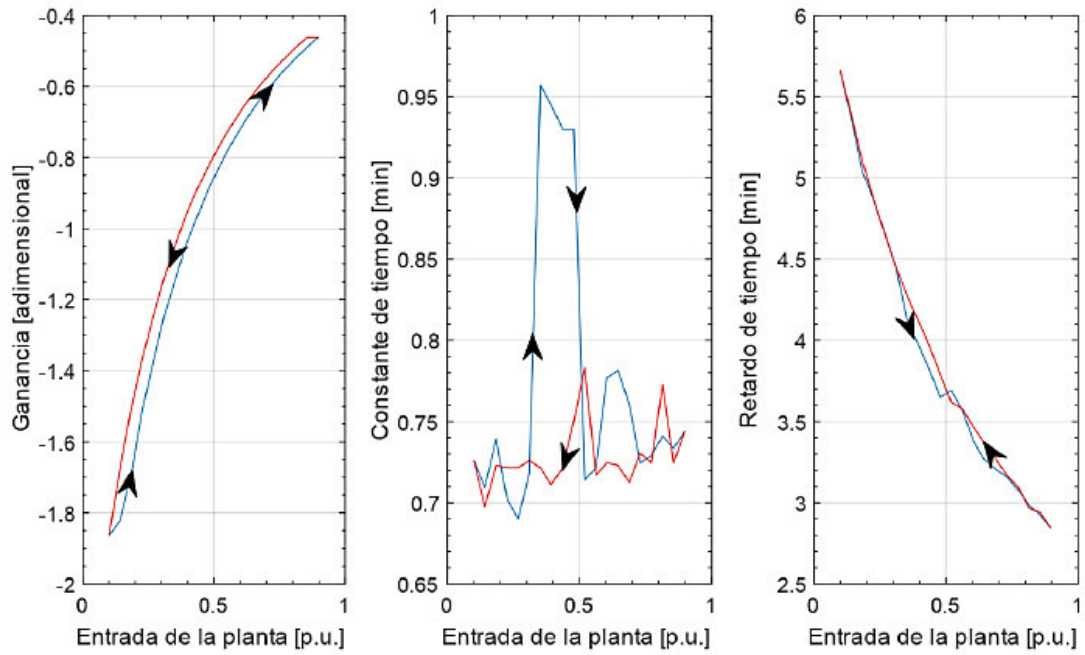
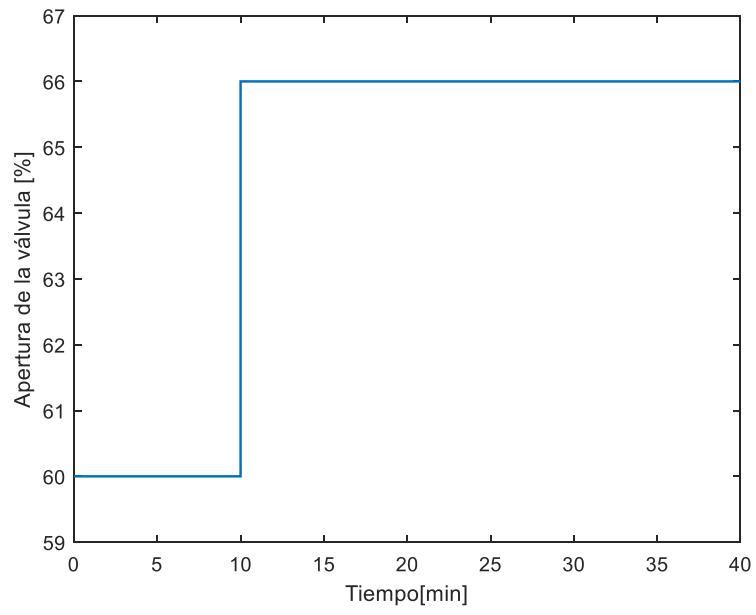


Figura 17: Parámetros del modelo aproximado en función de la señal de entrada [15]

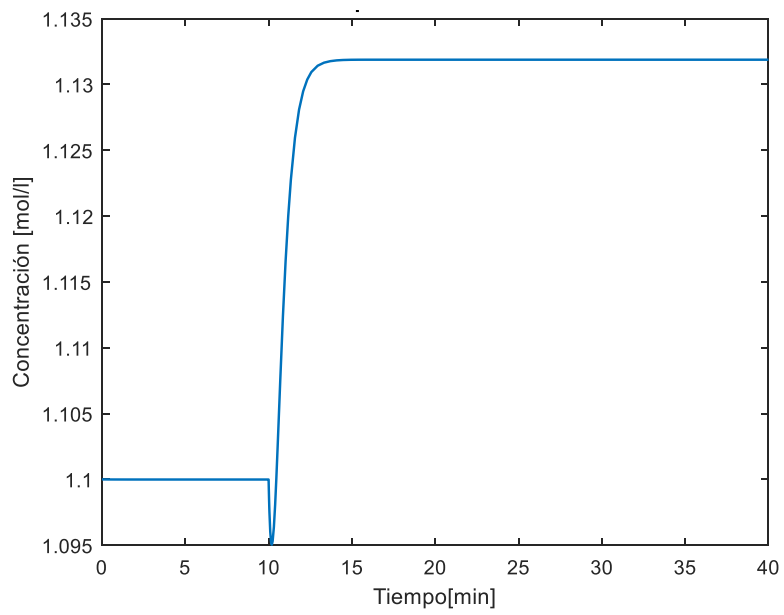
2.2.2. TANQUE REACTOR DE AGITADO CONTINUO

De la misma manera que en el capítulo anterior, se usa el método de curva de reacción para obtener los parámetros del sistema aproximado con el objetivo de poder sintonizar el controlador, el valor en estado estable de la concentración es 1.1 mol/l, el valor del transmisor es 70% y el valor de la apertura de la válvula de entrada es 60%, por lo tanto, se dará un paso del 66% para este método.

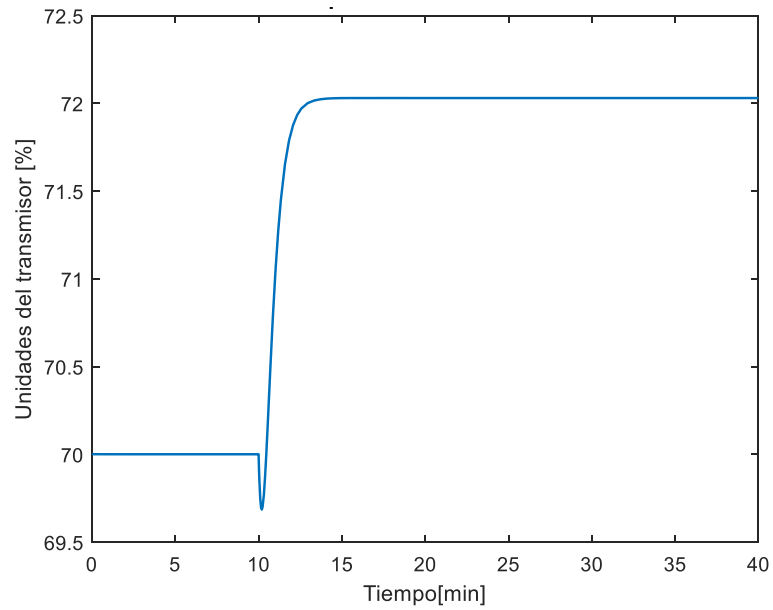
La curva de respuesta de la planta es la siguiente:



a)



b)



c)

Figura 18: a) Entrada del sistema, b) Salida del sistema, c) Salida del transmisor

En la Figura 18 se puede observar que el transmisor tiene un valor en estado estable de la salida del transmisor ante la entrada paso del 10% de 72.03 [%], de esta forma el parámetro de la ganancia (K) se puede obtener con la ecuación (153).

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{72.03 - 70}{66 - 60} = 0.338 \quad (153)$$

Para obtener los valores de τ y t_0 es necesario saber el tiempo donde el sistema se encuentra al 63.2% y al 28.3% del valor en estado estable. Estos valores se observan en la Figura 19, así como los valores de τ y t_0 en la ecuación (154) y (155).

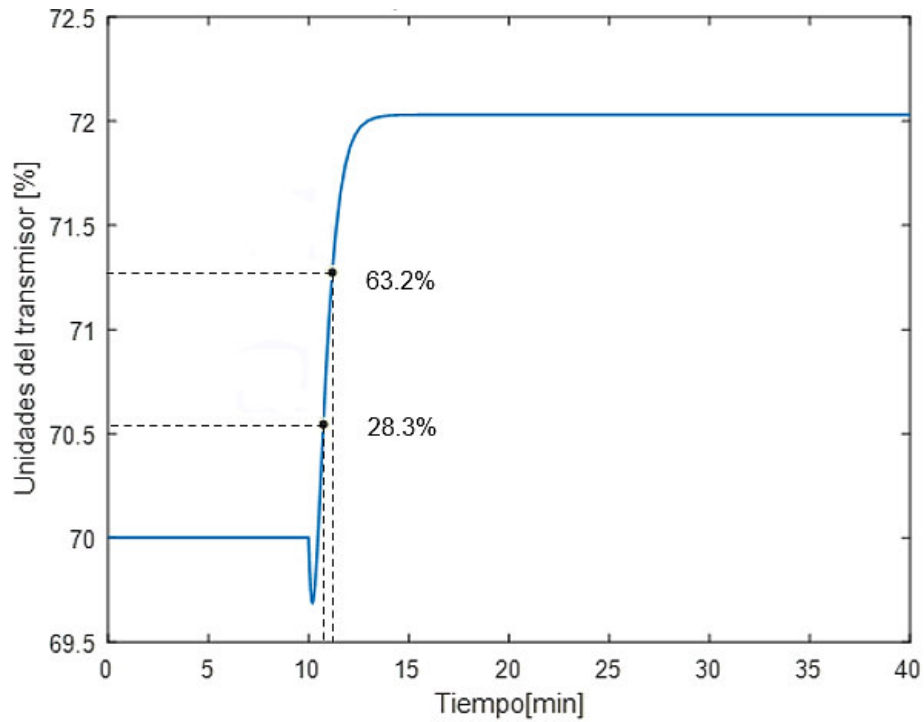


Figura 19: Salida del transmisor ante una entrada paso del 10%

$$t1(28.3\%) = 10.73$$

$$t2(63.2\%) = 11.18$$

$$\tau = 1.5 \cdot (t2 - t1) = 0.67 [s] \quad (154)$$

$$t_0 = (t2 - \tau) - 10 = 0.51[s] \quad (155)$$

El modelo FOPDT para la planta de interés, queda expresada:

$$G(s) = \frac{0.338 e^{-0.51s}}{0.67s + 1} \quad (156)$$

Al comparar las respuestas en la Figura 20 de ambos se confirma que los parámetros de la aproximación son los correctos.

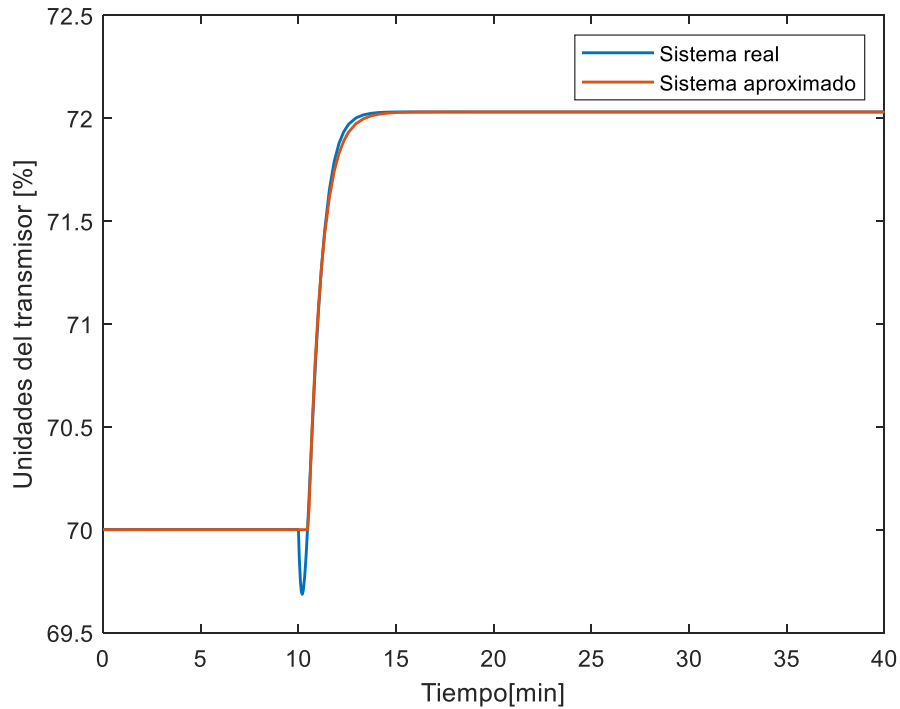
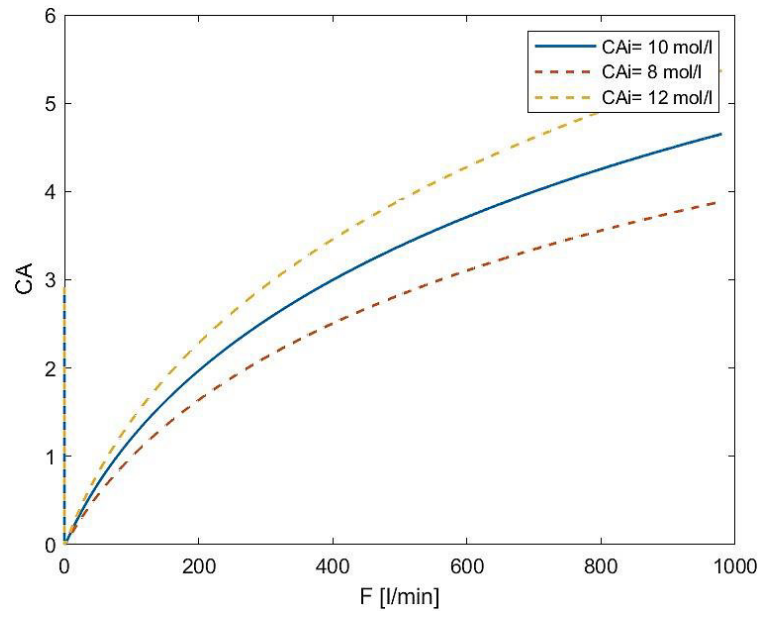


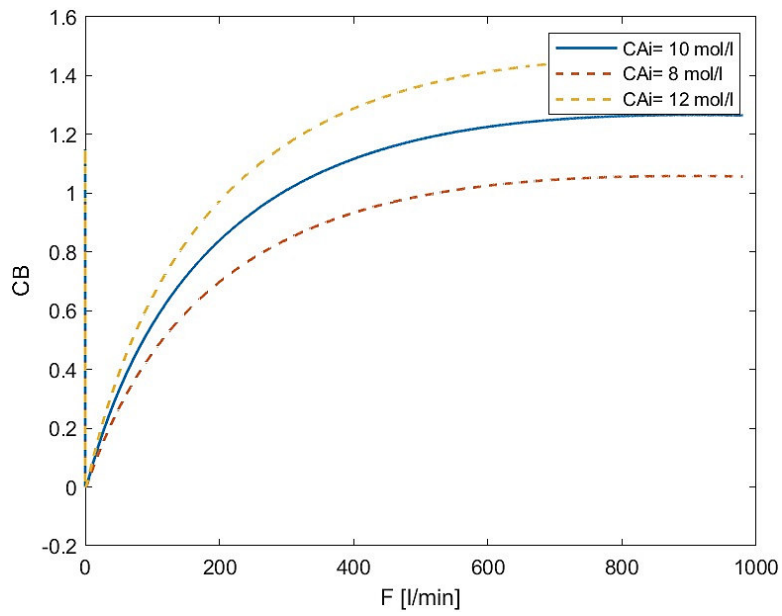
Figura 20: Comparación de respuesta del sistema real y aproximado

Como se puede observar en la Figura 20, el sistema presenta un tipo de respuesta directa, sin embargo, presenta un pico en dirección opuesta en el momento de realizar el cambio de referencia, esta es una característica de los sistemas de fase no mínima.

A continuación, se muestra la caracterización en estado estacionario del sistema para tres valores de concentración nominal del producto A, donde se puede observar la no linealidad del sistema [17].



a)



b)

Figura 21: Caracterización en estado estable para el reactor [17]

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se realiza el análisis del funcionamiento de los esquemas de control propuestos, aplicados al tanque de mezclado de altura variable y a un tanque de fase no mínima. Además, se detalla el proceso de sintonización aplicado en los mismos, así como los valores de los parámetros de cada uno de los controladores.

Se presentarán los parámetros obtenidos para la sintonización de los controladores propuestos y los controladores usados como comparación, así como también la simulación de estos, donde se observará las gráficas de respuesta para así comprobar el funcionamiento de los diseños presentados, para finalizar se presentará los índices de desempeño ISE, T_{vu} , máximo sobre pico y tiempo de establecimiento para obtener una mejor conclusión sobre la eficacia de los controladores.

3.1. SINTONIZACIÓN DE LOS CONTROLADORES

La sintonización del controlador fue basada en las ecuaciones obtenidas en el diseño del capítulo 2 y para los parámetros que no fueron posibles de obtener en función del diseño se lo realizó en base al análisis heurístico.

Una vez elaborados los diagramas de bloques en Simulink, se realizaron varias simulaciones con el fin de sintonizar los parámetros faltantes en los controladores diseñados.

A continuación, se presentan las tablas con los valores de los parámetros obtenidos en las simulaciones de los diferentes controladores y sistemas, para posteriormente presentar la simulación y comparación con un SMC y un PID para comprobar su funcionamiento.

3.1.1. PARÁMETROS DE LOS CONTROLADORES CONVENCIONALES

Para las plantas de interés se obtienen los siguientes parámetros de sintonización en los controladores convencionales.

3.1.1.1. PID Dahlin

- **Tanque de mezclado de altura variable**

De acuerdo con la Tabla 4, las constantes K_p , K_i y K_d se obtiene

Tabla 5: Parámetros de controlador PID Dahlin para tanque de mezclado

Parámetro	Valor
K_c	0.51
T_i	0.48

T_d	1.89
-------	------

La forma del controlador queda de la siguiente forma:

$$U_{PID}(t) = 0.51 \left(e(t) + 0.48 \int e(t) dt + 1.89 \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (157)$$

- **Tanque reactor de agitado continuo**

De acuerdo con la Tabla 4 , las constantes K_p , K_i y K_d se obtiene

Tabla 6: Parámetros controlador PID Dahlin tanque de fase no mínima

Parámetro	Valor
K_c	3.03
T_i	0.335
T_d	0.25

La forma del controlador queda de la siguiente forma:

$$U_{PID}(t) = 3.03 \left(e(t) + 2.98 \int e(t) dt + 0.25 \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (158)$$

3.1.1.2. SMC con superficie PID

- **Tanque de mezclado de altura variable**

Para el SMC cuya superficie es un PID lineal se observa en la tabla, los valores de los parámetros son basados en las ecuaciones del diseño mostradas en el punto (2.2.2) y las ecuaciones (67) y (68) de sintonización basados en el trabajo publicado por Oscar Camacho y Carlos Smith [12].

Tabla 7: Parámetros de controlador SMC para tanque de mezclado

Parámetro	Valor
λ_0	0.11
λ_1	0.66
δ_{Sig}	0.61
K_D	1.38

Con los datos de la tabla, la expresión del controlador queda determinada por:

$$U_{SMC}(t) = 1.32e(t) + 1.22X(t) - 1.38 \frac{S(t)}{|S| + 0.61} \quad (159)$$

La superficie PID para el controlador, se muestra en la ecuación (160).

$$S(t) = \frac{de(t)}{dt} + 0.66 \cdot e(t) + 0.11 \int e(t) dt \quad (160)$$

- **Tanque reactor de agitado continuo**

Para el SMC cuya superficie es un PID lineal se observa en la tabla, los valores de los parámetros son basados en las ecuaciones del diseño mostradas en el punto (2.2.2) y las ecuaciones (67) y (68) de sintonización basados en el trabajo publicado por Oscar Camacho y Carlos Smith [12].

Tabla 8: Parámetros controlador SMC para tanque de fase no mínima

Parámetro	Valor
λ_0	2.93
λ_1	3.42
δ_{Sig}	0.46
K_D	1.79

La forma del controlador y de la superficie quedan expresadas como se muestra a continuación:

$$U_{SMC}(t) = 2.99e(t) + 2.96X(t) + 1.79 \frac{S(t)}{|S| + 0.46} \quad (161)$$

$$S(t) = \frac{de(t)}{dt} + 3.42 \cdot e(t) + 2.93 \int e(t) dt \quad (162)$$

3.1.1.3. DSMC con superficie PID

- **Tanque de mezclado de altura variable**

Para la sintonización del controlador DSMC se utilizó la ecuación (67) para encontrar el valor de K_D , este se modifica mediante método heurístico, hasta conseguir la mejor respuesta.

Tabla 9: Parámetros de diseño controlador DSMC para tanque de mezclado

Parámetro	Valor
λ	15
K_D	0.5
t_f	18
k_p	0.08

Considerando los valores anteriormente presentados, se tiene la siguiente ley de control:

$$U(t) = 0.14R(t) + \int (26.23e(t) + 0.067X^-(t) - 0.055U(t))dt + \int 0.5\text{sign}(S(t))dt \quad (163)$$

La superficie propuesta se tiene:

$$S(t) = 0.08e^-(t) + 15 \int e(t)dt \quad (164)$$

- **Tanque reactor de agitado continuo**

Para la sintonización del controlador DSMC se utilizó la ecuación (67) para encontrar el valor de K_D , los otros valores se modifican mediante método heurístico, hasta conseguir la mejor respuesta.

Tabla 10: Parámetros de diseño controlador DSMC

Parámetro	Valor
λ	21
K_D	2
t_f	1
k_p	0.28

Considerando los valores anteriormente presentados, se tiene la siguiente ley de control:

$$U(t) = 1.98 R(t) + \int (148.66 e(t) + 2.95 X^-(t) - U_c(t)) dt + \int 2 \text{sign}(S(t))dt \quad (165)$$

La superficie propuesta se tiene:

$$S(t) = 0.28 e^-(t) + 21 \int e(t)dt \quad (166)$$

3.1.2. PARÁMETROS DE LOS CONTROLADORES PROPUESTOS

Para las plantas de interés se obtienen los siguientes parámetros de sintonización en los controladores propuestos.

3.1.2.1. Primera propuesta de diseño SMC con superficie PID no lineal

- **Tanque de mezclado de altura variable**

En la Tabla 11 se aprecia los parámetros sintonizados para el primer diseño del SMC propuesto, este toma en cuenta los parámetros no lineales para el tanque de mezclado, la primera tabla son parámetros obtenidos de forma heurística, y las dos siguientes son basados en las ecuaciones del diseño del controlador.

Tabla 11: Parámetros de sintonización para el primer controlador propuesto del tanque de mezclado

Parámetro	Valor
α_p	1.1
α_i	1.2
α_d	-
δ	0.01
δ_{sig}	$-2.7 \Delta R + 1.4$
K_D	1.1
K_λ	1

λ_0	$ e \leq \delta$	$ e > \delta$
$ e_i \leq \delta$	1.17	$0.67 e ^{0.1}$
$ e_i > \delta$	1.17	$0.67 e ^{0.1}$

λ_1	$ e \leq \delta$	$ e > \delta$
$ e_i \leq \delta$	0.34	0.34
$ e_i > \delta$	$0.12 e_i ^{0.2}$	$0.12 e_i ^{0.2}$

La ley de control para la superficie 1 queda de la siguiente forma

$$U_{SMC1}(t) = 1.33e(t) + 1.22X(t) - 1.1 \frac{S(t)}{|S| - 2.7|\Delta R| + 1.4} \quad (167)$$

Donde

$$S(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_0 \cdot \Psi(e_p, \alpha_p, \delta) + \lambda_1 \cdot \Psi(e_i, \alpha_i, \delta) \quad (168)$$

Las funciones Ψ son las siguientes

$$\Psi(e_p, \alpha_p, \delta) = \begin{cases} |e_p|^{1.1} \cdot \text{sign}(e_p) & \text{si } |e_p| > 0.01 \\ 0.631 \cdot e_p & \text{si } |e_p| \leq 0.01 \end{cases} \quad (169)$$

$$\Psi(e_i, \alpha_i, \delta) = \begin{cases} |e_i|^{1.2} \cdot \text{sign}(e_i) & \text{si } |e_i| > 0.01 \\ 0.398 \cdot e_i & \text{si } |e_i| \leq 0.01 \end{cases} \quad (170)$$

- **Tanque reactor de agitado continuo**

En la Tabla 12 se aprecia los parámetros sintonizados para el primer diseño del SMC propuesto, este toma en cuenta los parámetros no lineales para el tanque de fase no mínima, la primera tabla son parámetros obtenidos de forma heurística y las dos siguientes son obtenidos a partir de las ecuaciones del diseño del controlador.

Tabla 12: Parámetros de sintonización para el primer controlador propuesto del tanque de fase no mínima

Tanque de fase no mínima	SMC superficie 1
α_p	1.1
α_i	1
α_d	-
δ	5
δ_{Sig}	$-1.3 \Delta R + 29$
K_D	30
K_λ	1

λ_0	$ e \leq 5$	$ e > 5$
$ e_i \leq 5$	2.93	$2.35 e_p ^{0.1}$
$ e_i > 5$	2.93	$2.35 e_p ^{0.1}$

λ_1	$ e \leq 5$	$ e > 5$
$ e_i \leq 5$	2.98	
$ e_i > 5$		

La ley de control para la superficie 1 queda de la siguiente forma:

$$U_{SMC1}(t) = 3.011e(t) + 2.96X(t) + 30 \frac{S(t)}{|S| - 1.3|\Delta R| + 29} \quad (171)$$

Donde:

$$S(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_0 \cdot \Psi(e_p, \alpha_p, \delta) + \lambda_1 \cdot \Psi(e_i, \alpha_i, \delta) \quad (172)$$

Las funciones Ψ son las siguientes:

$$\Psi(e_p, \alpha_p, \delta) = \begin{cases} |e_p|^{1.1} \cdot \text{sign}(e_p) & \text{si } |e_p| > 5 \\ 1.17e_p & \text{si } |e_p| \leq 5 \end{cases} \quad (173)$$

$$\Psi(e_i, \alpha_i, \delta) = \begin{cases} |e_i| \cdot \text{sign}(e_i) & \text{si } |e_i| > 5 \\ e_i & \text{si } |e_i| \leq 5 \end{cases} \quad (174)$$

3.1.2.2. Segunda propuesta de diseño SMC con superficie PID no lineal

- **Tanque de mezclado de altura variable**

La Tabla 13 tiene los parámetros de sintonización para la segunda propuesta del controlador SMC cuyo diseño no toma en cuenta los parámetros no lineales para el tanque de mezclado. Los valores de λ_0 , λ_1 , K_p , K_i y K_d están basados en las ecuaciones de diseño del controlador el resto de los parámetros se los hizo de forma heurística

Tabla 13: Parámetros de sintonización para el segundo controlador propuesto del tanque de mezclado

Tanque de mezclado	SMC superficie 2
α_p	1.1
α_i	0.8
α_d	2
δ	0.05
δ_{Sig}	$-2.9 \Delta R + 1.5$
K_D	1.1
K_λ	1
λ_0	1.09
λ_1	1.41
K_p	0.51
K_i	0.24
K_d	0.96

Le ley de control de la segunda superficie queda de la siguiente forma:

$$U_{SMC2}(t) = 2.61e(t) + 1.22X(t) - 1.1 \frac{S(t)}{|S| - 2.9|\Delta R| + 1.5} \quad (175)$$

Donde:

$$S(t) = 0.96\Psi(e_d, \alpha_d, \delta) + 0.72 \cdot \Psi(e_p, \alpha_p, \delta) + 0.26 \Psi(e_i, \alpha_i, \delta) \quad (176)$$

Las funciones Ψ son las siguientes:

$$\Psi(e_p, \alpha_p, \delta) = \begin{cases} |e_p|^{1.1} \cdot \text{sign}(e_p) & \text{si } |e_p| > 0.05 \\ 0.74 \cdot e_p & \text{si } |e_p| \leq 0.05 \end{cases} \quad (177)$$

$$\Psi(e_i, \alpha_i, \delta) = \begin{cases} |e_i|^{0.8} \cdot \text{sign}(e_i) & \text{si } |e_i| > 0.01 \\ 1.82 \cdot e_i & \text{si } |e_i| \leq 0.01 \end{cases} \quad (178)$$

$$\Psi(e_d, \alpha_d, \delta) = \begin{cases} |e_d|^2 \cdot \text{sign}(e_d) & \text{si } |e_d| > 0.01 \\ 0.05 \cdot e_d & \text{si } |e_d| \leq 0.01 \end{cases} \quad (179)$$

- **Tanque reactor de agitado continuo**

La Tabla 14 tiene los parámetros de sintonización para la segunda propuesta del controlador SMC cuyo diseño no toma en cuenta los parámetros no lineales para el tanque reactor de agitado continuo. Los valores de λ_0 , λ_1 , K_p , K_i y K_d están basados en las ecuaciones de diseño del controlador el resto de los parámetros se los hizo de forma heurística

Tabla 14: Parámetros de sintonización para el segundo controlador propuesto del tanque de fase no mínima

Tanque de fase no mínima	SMC superficie 2
α_p	1
α_i	1.1
α_d	1
δ	1
δ_{Sig}	$-1.01 \Delta R + 22$
K_D	40

K_λ	1
λ_0	0.51
λ_1	0.875
K_p	3.03
K_i	4.52
K_d	0.75

Le ley de control de la segunda superficie queda de la siguiente forma:

$$U_{SMC1}(t) = 3.11e(t) + 2.96X(t) + 40 \frac{S(t)}{|S| - 1.01|\Delta R| + 22} \quad (180)$$

Donde:

$$S(t) = 0.75\Psi(e_d, \alpha_d, \delta) + 2.65 \cdot \Psi(e_p, \alpha_p, \delta) + 2.3052 \Psi(e_i, \alpha_i, \delta) \quad (181)$$

Las funciones Ψ son las siguientes:

$$\Psi(e_p, \alpha_p, \delta) = \begin{cases} |e_p|^{1.1} \cdot \text{sign}(e_p) & \text{si } |e_p| > 0.05 \\ 0.74 \cdot e_p & \text{si } |e_p| \leq 0.05 \end{cases} \quad (182)$$

$$\Psi(e_i, \alpha_i, \delta) = \begin{cases} |e_i|^{0.8} \cdot \text{sign}(e_i) & \text{si } |e_i| > 0.05 \\ 1.82 \cdot e_i & \text{si } |e_i| \leq 0.01 \end{cases} \quad (183)$$

$$\Psi(e_d, \alpha_d, \delta) = \begin{cases} |e_d|^2 \cdot \text{sign}(e_d) & \text{si } |e_d| > 0.05 \\ 0.05 \cdot e_d & \text{si } |e_d| \leq 0.05 \end{cases} \quad (184)$$

3.1.2.3. Tercera propuesta de diseño DSMC con superficie PI no lineal

- **Tanque de mezclado de altura variable**

Para la sintonización del controlador DSMC con superficie no lineal se utilizó la ecuación de sintonización de un DSMC convencional para encontrar el valor de K_D , los otros valores se modifican mediante método heurístico, hasta conseguir la mejor respuesta, para los parámetros correspondientes a la parte no lineal se considera los criterios de sintonización de un NPID.

Tabla 15: Parámetros de diseño controlador DSMC para tanque de mezclado

Parámetro	Valor
λ	10.5
K_D	9.8
t_f	23
α_i	0.5
δ	0.01

Considerando los valores anteriormente presentados, se tiene la siguiente ley de control:

Para $|e_i| > 0.01$

$$\dot{U}(t) = 0.0528X^-(t) + 0.2776|e_i|^{-0.5}e(t) - 0.04347U(t) + 9.8 \text{ Sign}(S)\text{Sign}(K) \quad (185)$$

Para $|e_i| \leq 0.01$

$$\dot{U}(t) = 0.05228X^-(t) + 5.5537e(t) - 0.04347U(t) + 9.8 \text{ Sign}(S)\text{Sign}(K) \quad (186)$$

La superficie propuesta se tiene:

$$S(T) = \text{sign}(K)(2.07e^- + 10.5 \Psi(e_i, \alpha_i, \delta)) \quad (187)$$

$$\Psi(e_i, \alpha_i, \delta) = \begin{cases} |e_i|^{0.5}\text{sign}(e_i) & \text{si } |e_i| > 0,01 \\ 0,01^{-0.5}e_i & \text{si } |e_i| \leq 0,01 \end{cases} \quad (190)$$

- **Tanque reactor de agitado continuo**

Al igual que el tanque de mezclado de altura variable, para la sintonización del DSMC con superficie no lineal se utilizó la ecuación de sintonización de un DSMC convencional para encontrar el valor de K_D , estos valores se modifican mediante método heurístico, hasta conseguir la mejor respuesta, para los parámetros correspondientes a la parte no lineal se considera los criterios de sintonización de un NPID.

Tabla 16: Parámetros de diseño controlador DSMC

Parámetro	Valor
λ	5
K_D	15
t_f	3
α_i	15
δ	11

Considerando los valores anteriormente presentados, se tiene la siguiente ley de control:

Para $|e_i| > 11$

$$\dot{U}(t) = 0.9861X^-(t) + 73.96|e_i|^{14}e(t) - 0.333U(t) + 15\text{Sign}(S)$$

Para $|e_i| \leq 11$

$$\dot{U}(t) = 0.9861X^-(t) + 1.87 \times 10^{15}e(t) - 0.333U(t) + 15\text{Sign}(S)\text{Sign}(K)$$

La superficie propuesta y la función no lineal quedan expresadas como las siguientes:

$$S(t) = \text{sign}(K)(0.67 e^- + 5 \Psi(e_i, \alpha_i, \delta)) \quad (188)$$

$$\Psi(e_i, \alpha_i, \delta) = \begin{cases} |e_i|^{15} \text{sign}(e_i) & \text{si } |e_i| > 11 \\ 11^{15} e_i & \text{si } |e_i| \leq 11 \end{cases} \quad (189)$$

3.2. PRUEBAS DE FUNCIONAMIENTO

A continuación, se presenta los resultados obtenidos entre los controladores convencionales y los controladores propuestos. Para la comparación de los resultados, se muestra las curvas obtenidas ante diferentes condiciones y además los índices de rendimiento para verificar el adecuado funcionamiento y el rendimiento de estos.

3.2.1. RESULTADOS TANQUE DE MEZCLADO DE ALTURA VARIABLE

En esta primera sección se muestra los resultados obtenidos para la primera planta de interés.

Para poder comparar los controladores, se realizó tres pruebas, un cambio de referencia donde dicho valor es la máxima referencia permitida por las condiciones físicas de la planta, para varios cambios de referencia, es decir cambios de referencia ascendentes y descendentes, así para el caso del tanque de mezclado desde 150°F a 190°F y la respuesta ante perturbaciones.

3.2.1.1. Cambios de referencia

En las Figura 22 y Figura 23 se presenta la respuesta ante un cambio de referencia de 200°F.

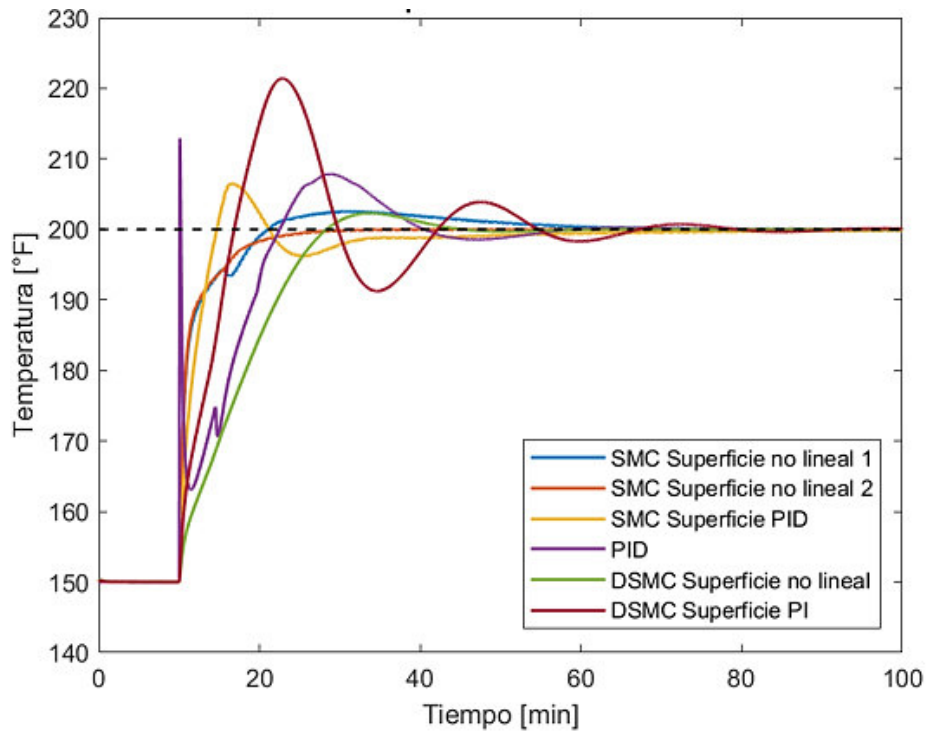


Figura 22: Respuesta del sistema a diferentes controladores

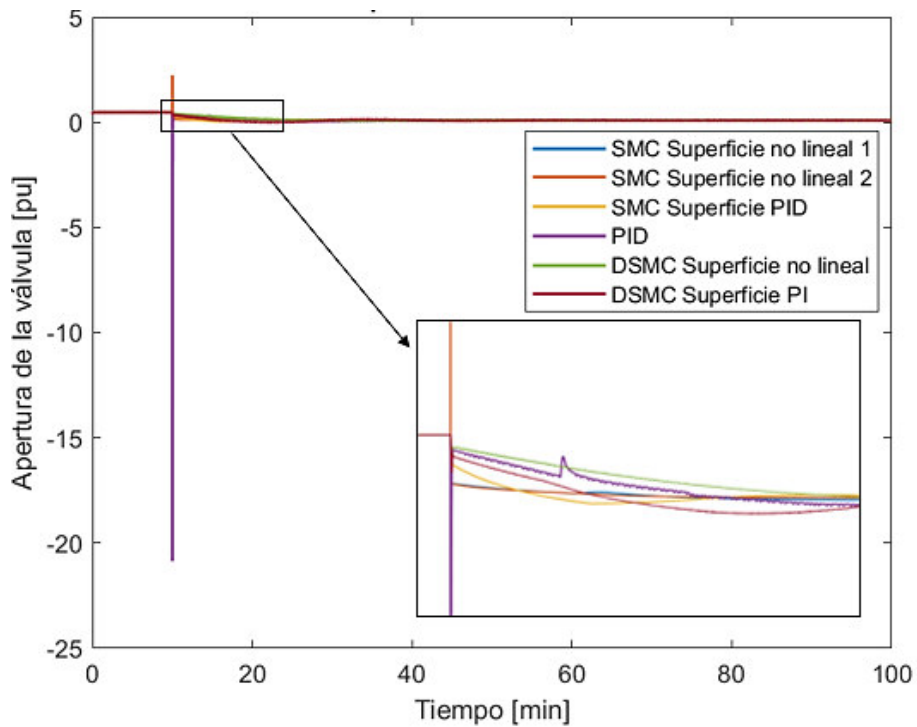


Figura 23: Gráfica de la salida del controlador

En la Figura 22 se aprecia la respuesta de temperatura del tanque de mezclado de altura variable para los controladores propuestos y dos controladores usados como comparación, un SMC con superficie PID lineal y un PID sintonizado mediante el método de Dahlin. Se

observa que la mejor forma de onda presenta los tres controladores propuestos ya que su respuesta no presenta oscilaciones un sobrepico bajo y tiempos de establecimientos rápidos. Y en la Figura 23 se aprecia que la agresividad es menor en comparación al PID y al SMC.

A continuación, se presenta la respuesta de la planta con los diferentes controladores ante diferentes cambios de referencia.

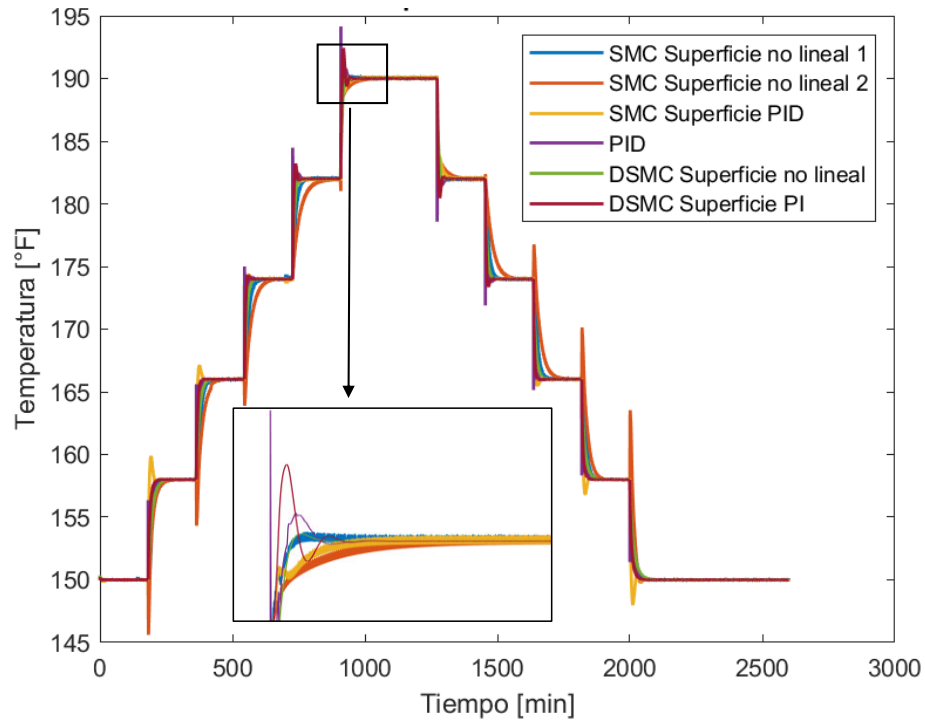


Figura 24: Respuesta del sistema a cambios de referencia

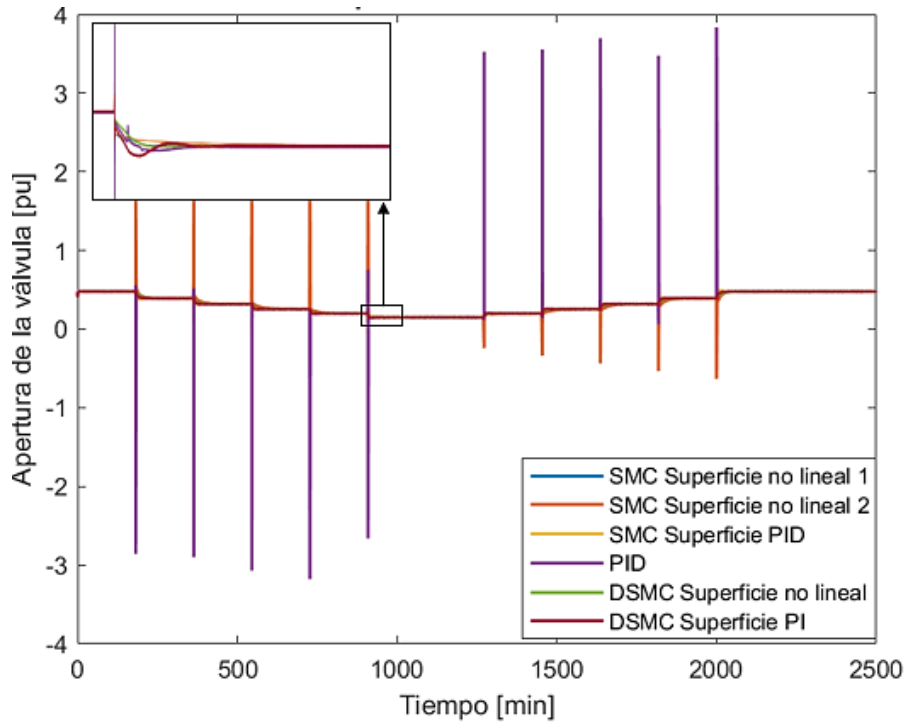


Figura 25: Respuesta del controlador del tanque de mezclado

En estas tres graficas se puede observar de mejor manera la estabilidad de los controladores propuestos ya que sigue a la referencia y las formas de onda son aceptables.

3.2.1.2. Rechazo a perturbaciones

De la misma manera se aprecia la respuesta ante perturbaciones donde el flujo de agua caliente es tomada en este caso como perturbación del sistema y en la Figura 26 y Figura 27 se muestra la respuesta del sistema y controladores respectivamente.

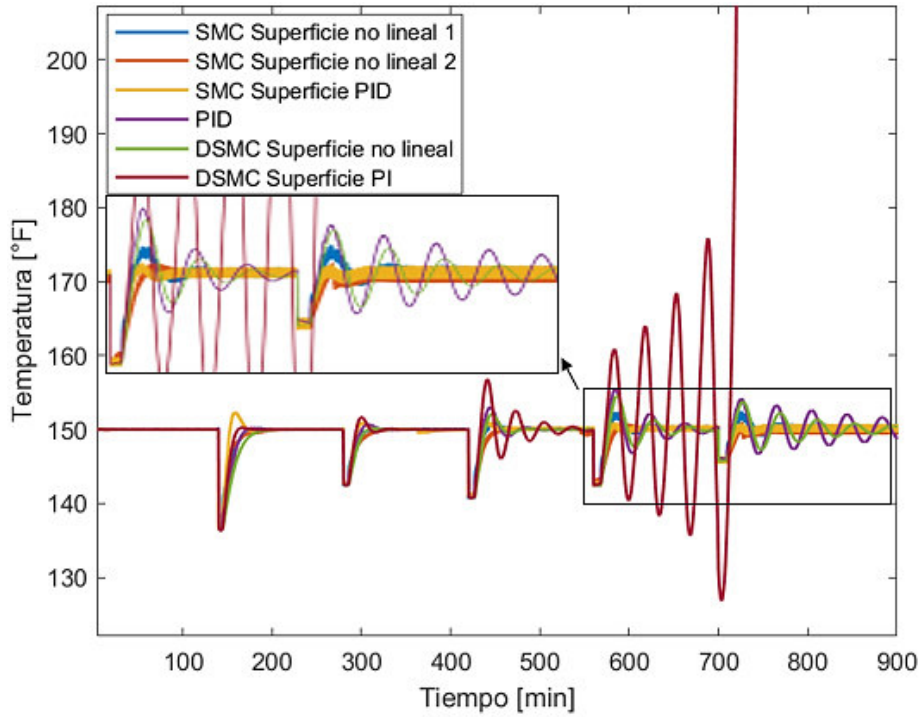


Figura 26: Respuesta del sistema

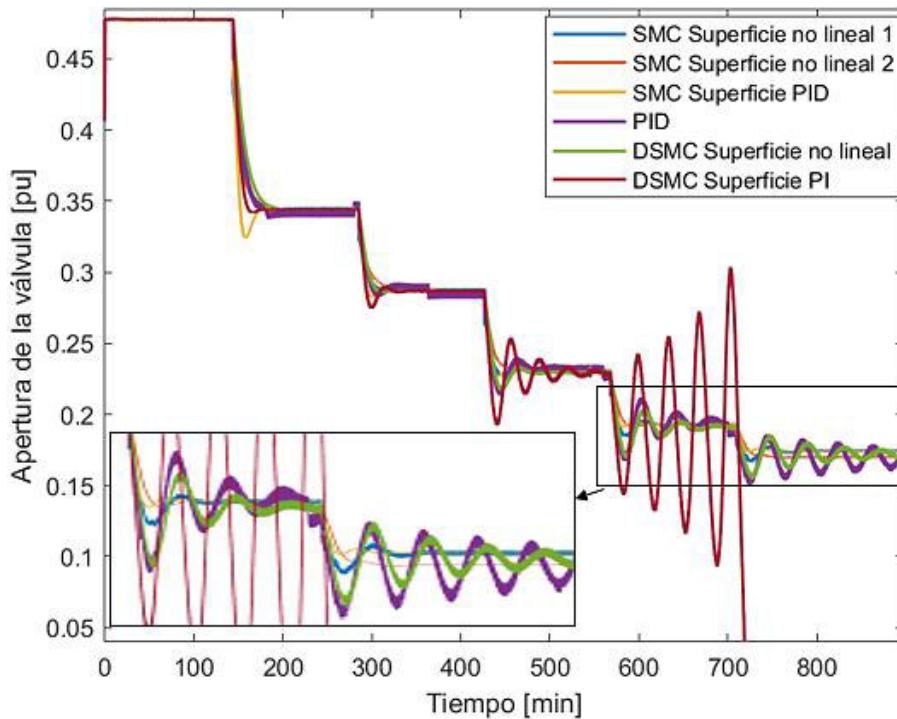


Figura 27: Respuesta del controlador

En cuanto a rechazo a perturbaciones podemos observar que los tres controladores SMC presentan menos oscilaciones, pero con la presencia de chattering, debido a la forma del controlador. Por otro lado, el DSMC convencional tiende a ser inestable ante las dos últimas

perturbaciones dadas mientras que el DMSC propuesto presenta un tiempo de establecimiento mayor respecto a los controladores SMC. Finalmente, el controlador PID tiene la respuesta más lenta.

3.2.1.3. Índices de desempeño

Para obtener una mejor idea del funcionamiento de los controladores propuestos, a continuación, se presenta una tabla con los índices de desempeño ISE, TVu, máximo sobre pico y tiempo de establecimiento, ante una entrada paso del valor máximo de cambio de referencia.

- **Cambio de referencia positivo**

Tabla 17: Índices de desempeño para cambios de referencia positivo

Controlador	ISE	Tvu	MP[%]	Ts[min]
SMC NPID 1	0,219	58,804	0	50,53
SMC NPID 2	0,235	59,149	0	68,81
SMC	0,067	56,965	1,37	21,96
PID	0,096	57,814	0	32,82
DSMC NPID	0,118	58,161	0	51,46
DSMC	0,083	57,472	0	24,81

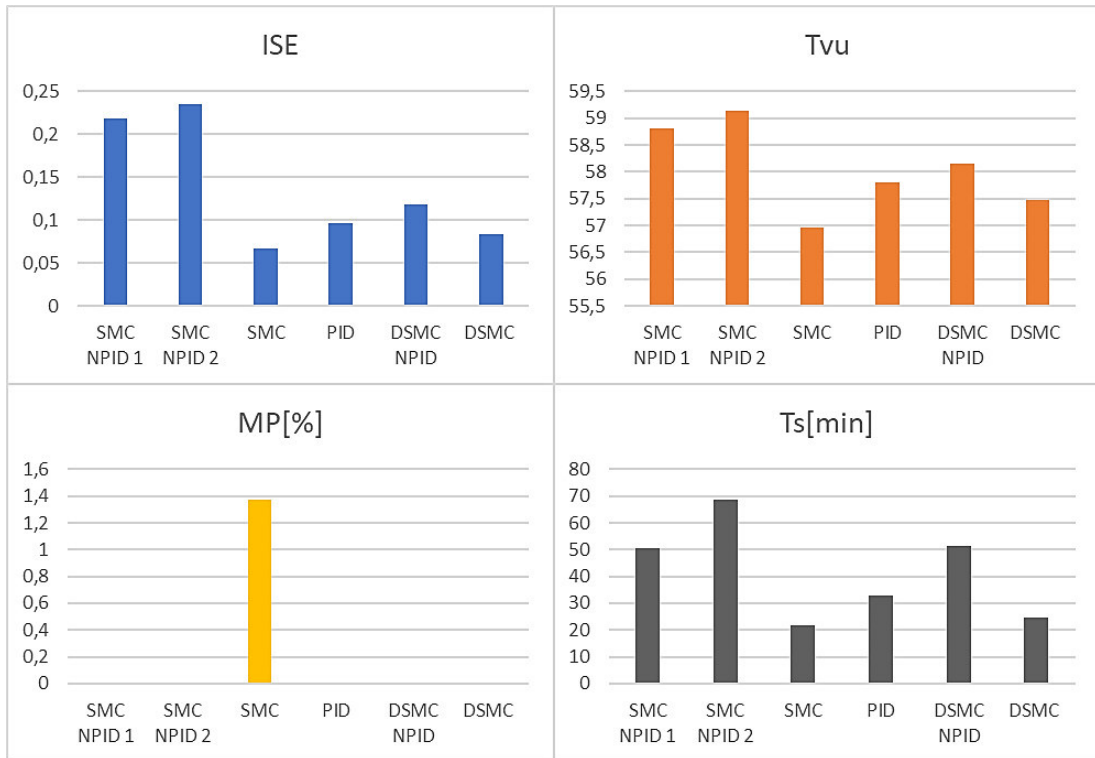


Figura 28: Gráfico de índices de desempeño ante cambio de referencia positivo

- **Cambio de referencia Negativo**

Tabla 18: Índices de desempeño para cambio de referencia negativo

Controlador	ISE	Tvu	MP[%]	Ts[min]
SMC NPID 1	0,228	86,948	0	72,12
SMC NPID 2	0,248	86,254	0	99,779
SMC	0,062	89,568	0,17	10,23
PID	0,105	88,245	0	58,125
DSMC NPID	0,132	87,508	0	81,21
DSMC	0,09	88,702	0	45,71

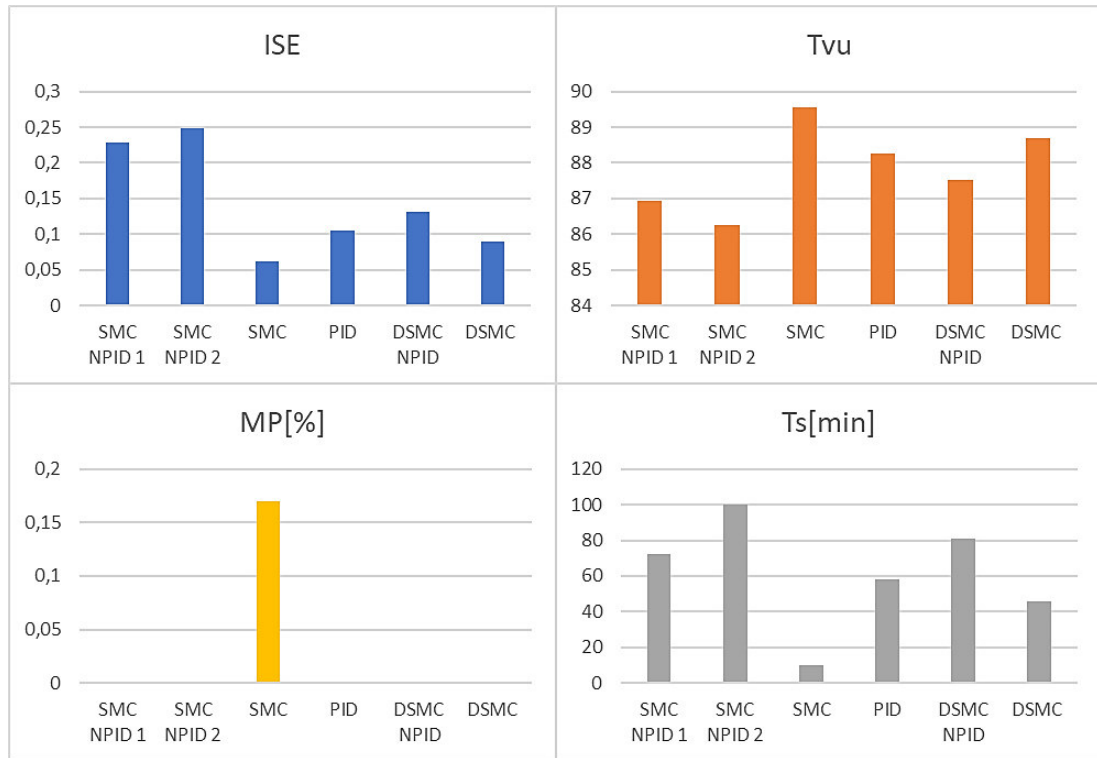


Figura 29: Gráfico de índices de desempeño ante cambio de referencia negativo

3.2.2. RESULTADOS TANQUE REACTOR DE AGITADO CONTINUO

A continuación, se presenta los resultados obtenidos para la segunda planta de prueba.

Para poder comparar los controladores, se realizó dos pruebas, un cambio de referencia donde dicho valor es la máxima referencia permitida por las condiciones físicas de la planta, cambios de referencia descendentes y ascendentes, así para el caso del tanque fase no mínima desde 70% a 50%. Una observación es que en este caso no se presentará respuesta ante perturbaciones ya que esta planta presenta una perturbación ya integrada que no se puede cambiar ya que ésta depende de una ecuación diferencial como se explicó en el capítulo anterior.

En las Figura 30 y Figura 31 se presenta la respuesta a un cambio de referencia a 50%.

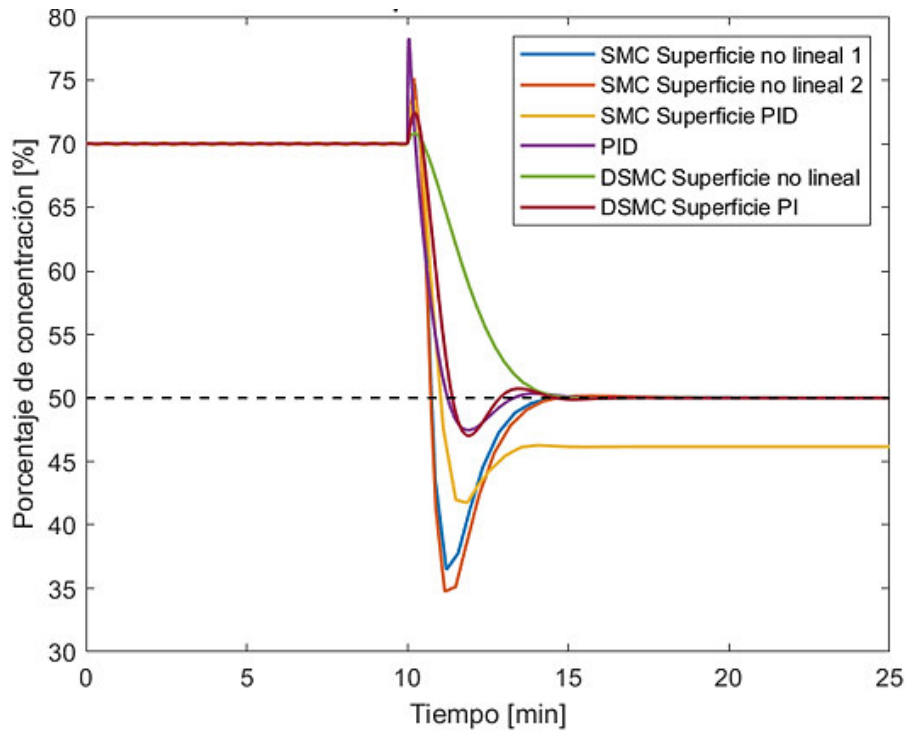


Figura 30: Gráfica de la respuesta del sistema ante los diferentes controladores

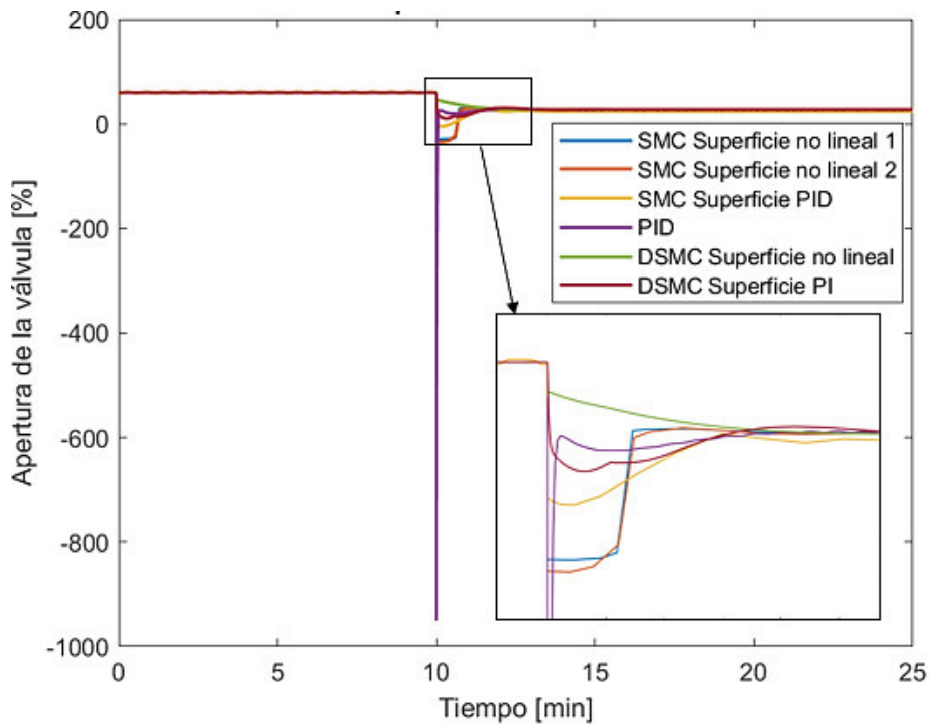


Figura 31: Respuesta del controlador

En la Figura 30 se observa que el controlador SMC con superficie PID lineal presenta un error del 8%, además al comparar con el controlador PID por Dahlin, los controladores propuestos presentan un sobrepico mayor pero un tiempo de establecimiento similar en el

caso de los SMC, y el controlador DSMC presenta una respuesta rápida y no presenta oscilaciones.

A continuación, se muestra la respuesta antes varios cambios de referencia, los cambios varían de 70% a 50%.

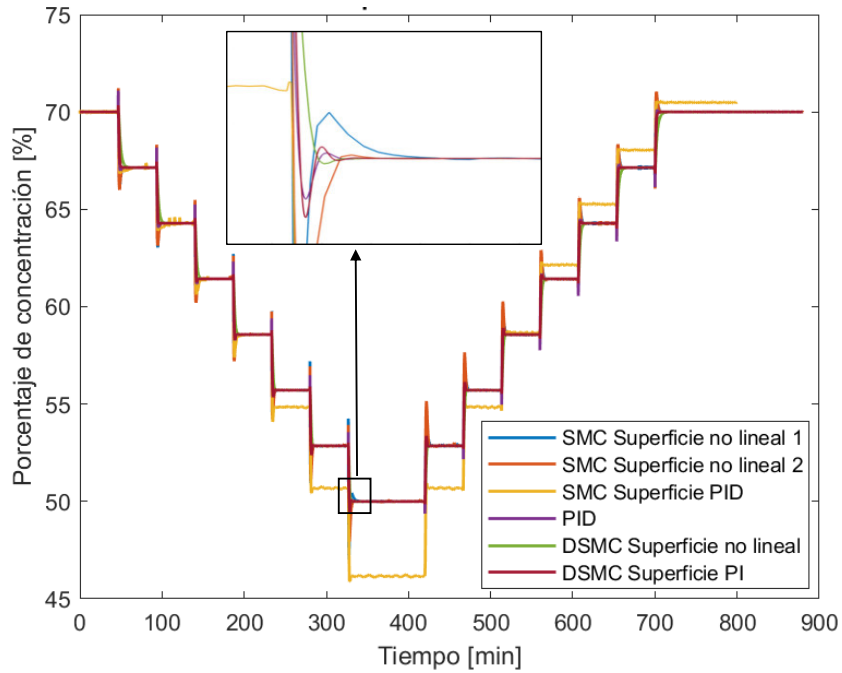


Figura 32: Respuesta del sistema

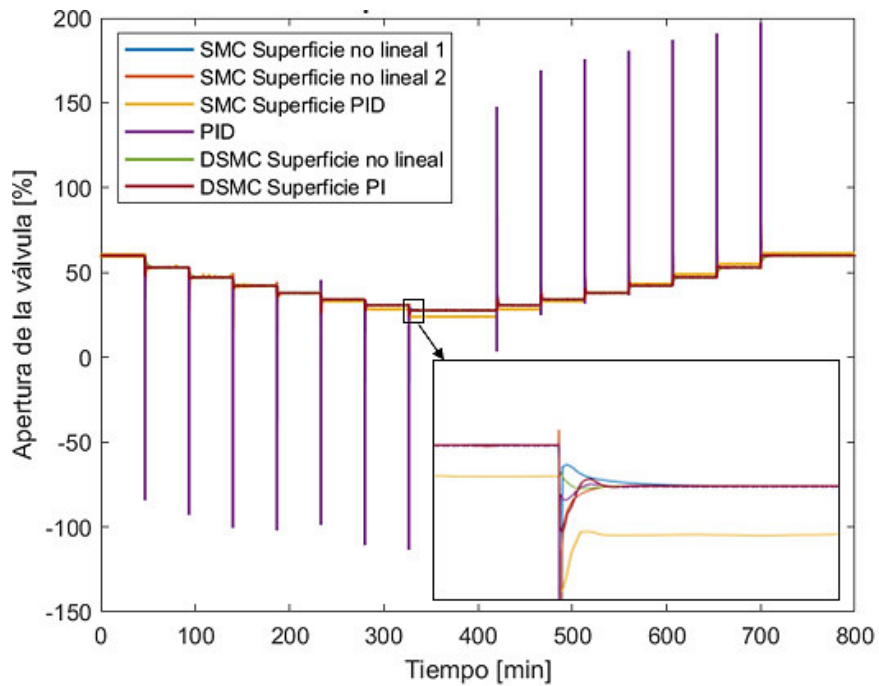


Figura 33: Respuesta del controlador

La Figura 32 presenta la respuesta ante varios cambios de referencia esto con el objetivo de asegurar que los controladores propuestos son estables a cualquier cambio de referencia, como se ve en la figura el SMC no es una buena opción para esta planta ya que a pesar de ser estable siempre presenta un error de posición y este error es más grande conforme el cambio de referencia también los es.

3.2.2.1. Índices de desempeño

Para obtener una mejor idea del funcionamiento de los controladores propuestos, a continuación, se presenta una tabla con los índices de desempeño ISE, TVu, máximo sobre pico y tiempo de establecimiento, ante una entrada paso del valor máximo de cambio de referencia.

- **Cambio de referencia positivo**

Tabla 19: Índices de desempeño para cambio de referencia positivo

Controlador	ISE	Tvu	MP [%]	Ts [min]
SMC NPID 1	59,685	5371,944	0,755	11,11
SMC NPID 2	59,389	5374,154	1,025	9,9
SMC	320,302	4628,908	1,037	3,2
PID	62,656	5310,601	0	5,3
DSMC NPID	155,843	5143,69	0	24
DSMC	80,802	5278,372	0	9,57

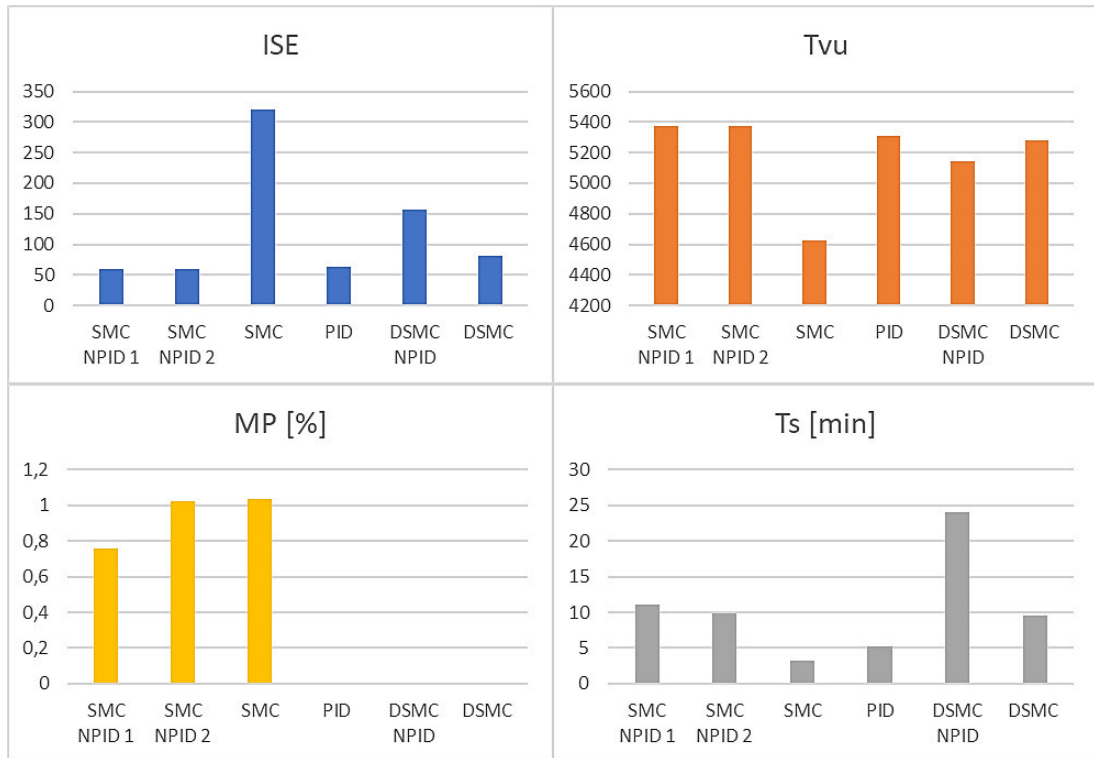


Figura 34: Gráfico de los índices de desempeño para cambios de referencia positivo

- **Cambio de referencia Negativo**

Tabla 20: Índices de desempeño para cambio de referencia negativo

Controlador	ISE	Tvu	MP[%]	Ts[min]
SMC NPID 1	103,11	2675,753	8,25	5,06
SMC NPID 2	104,066	2575,698	9,24	4,61
SMC	82,325	2578,888	2,78	9,63
PID	69,838	2599,53	1,56	3,51
DSMC NPID	159,14	2618,471	0	6,51
DSMC	89,787	2594,864	0,83	3

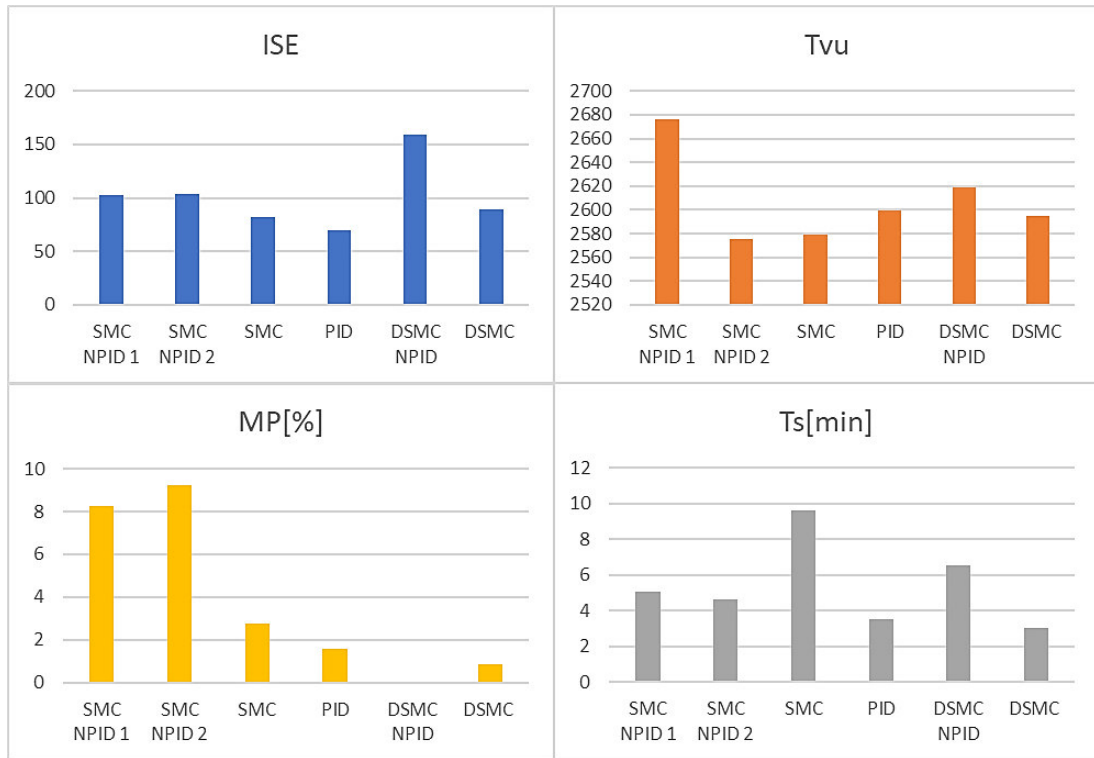


Figura 35: Gráfico de los índices de desempeño para cambios de referencia negativo

4. CONCLUSIONES

- Se diseñaron tres controladores basados en una estructura de modo deslizante y deslizante dinámico, planteando una nueva superficie donde su función es de tipo no lineal, esto con la finalidad de mejorar ciertas características que los controladores convencionales no ofrecen.
- La primera propuesta basada en un SMC (controlador por modos deslizantes) tiene como superficie un PID no lineal cuya función fue propuesta por Han. En el desarrollo matemático se consideró como parte del diseño los parámetros de la función no lineal y para obtener mejor desempeño del controlador ante diferentes cambios de referencia se agregó un delta variable de la función sigmoide, en función del cambio de referencia.
- La segunda propuesta basada en un SMC presenta una variante, respecto a la primera propuesta, se separó el diseño del PID no lineal con el SMC, es decir que los parámetros de la función no lineal no se consideraron como parte del desarrollo matemático del SMC, con el propósito de obtener una sintonización más sencilla del controlador.
- La última propuesta está basada en un DSMC (control por modos deslizantes dinámicos) y presenta una superficie de tipo PI, en donde la parte integral está dada por la función no lineal propuesta por Han, en el desarrollo matemático es similar a la primera propuesta, y la estructura está basada en un Predictor de Smith.
- Se diseñó además tres controladores convencionales, PID basado en Dahlin, SMC y DSMC, con la finalidad de comparar los resultados obtenidos en los controladores propuestos y se utilizó índices de desempeño, ISE, TVU, máximo pico y tiempo de establecimiento, como cuantificadores del rendimiento.
- En el tanque de mezclado de altura variable, al comparar los resultados ante cambios de referencia, se puede mencionar que los tres controladores presentan menos oscilaciones, y ante perturbaciones la respuesta de los controladores propuestos es más robusta y suave que los controladores convencionales. De acuerdo con los valores de los índices de desempeño y las formas de onda se observa que los controladores más adecuados son los tres controladores propuestos.
- En el tanque reactor de agitado continuo, al comparar los resultados ante cambios de referencia, se puede mencionar que las salidas de los tres controladores

propuestos son más suaves respecto a los convencionales. Observando los valores de los índices de desempeño y las formas de onda tanto de la salida del sistema como de los controladores, se destaca que las mejores opciones de controlador para esta planta son los propuestos.

5. RECOMENDACIONES

- Para posteriores trabajos, se recomienda utilizar métodos de optimización con la finalidad de obtener ecuaciones de sintonización de todos los parámetros del controlador.
- Observando las ventajas que se obtuvieron en los esquemas de control propuestos, se recomienda proponer nuevas superficies con funciones no lineales, para mejorar características y rendimiento de los controladores basados en modos deslizantes.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] C. Smith y A. Corripio, Control Automático de Procesos, México D.F.: Limusa, 1991.
- [2] K. Ogata, Ingeniería de Control Moderna, Madrid: Pearson, 2010.
- [3] B. Kuo, Sistemas de Control Automático, Mexico: Prentice Hall, 1996.
- [4] C. Smith, Digital computer process control, Scranton, Pa., EUA: International Textbook Co., 1972.
- [5] J. Ziegler y N. Nichols, «Optimum settings for automatic controls,» ASME Transactions (EUA), vol. 64, pp. 759-768, 1942.
- [6] G. Zaidner, S. Korotkin, E. Shteimberg, A. Ellenbogen, M. Arad y Y. Cohen, «Non linear PID and its application in process control,» 2010 IEEE 26-th Convention of Electrical and Electronics Engineers in Israel, nº DOI: 10.1109/EEEI.2010.5662155, 2010.
- [7] V. Bobál, J. Bohm, J. Fessler y J. Macháček, Digital self-tuning controllers, Germany: Springer, 2005.
- [8] J. Normey-Rico y E. Camacho, Control of dead-time processes, Springer, London, 2007.
- [9] A. Babatunde y R. Harmon, Process dynamics, modeling and control, New York: Oxford University , 1994.
- [10] C. Edwards y S. Spurgeon, Sliding Mode Control Theory and applications, New York: Taylor&Francis, 1998.
- [11] V. Utkin, J. Guldner y J. Shi, Sliding mode control in electromechanical systems, Philadelphia: Taylor & Francis, 1999.
- [12] O. Camacho y C. Smith, «Sliding mode control: an approach to regulate nonlinear,» ISA TRANSACTIONS, vol. 39, nº 2, pp. 205-218, 4 2000.

- [13] E. Báez, Y. Bravo, P. Leica, D. Chávez y O. Camacho, «Dynamical sliding mode control for nonlinear systems with variable delay,» IEEE 3rd Colombian Conference on Automatic Control (CCAC), Cartagena, Colombia, pp. 1-6, 2017.
- [14] R. Dorf y R. Bishop, Modern control systems, Boston: PEARSON 13th edición, 2016.
- [15] E. J. Iglesias, Y. García , M. Sanjuan, O. Camacho y C. Smith, «Using fuzzy logic to enhance control performance of sliding mode control and dynamic matrix control,» University of South Florida, Florida, 2006.
- [16] K. Denbigh y J. Turner, Chemical reactor theory: an introduction, New York: Cambridge University Press, 1984.
- [17] V. Alfaro, P. Balaguer y O. Arrieta, «Robustness Considerations on PID tuning for regulatory control of inverse response processes,» IFAC Conference on Advances in PID Control, Brescia (Italy), March 28-30, 2012.
- [18] J. Han, «From PID to active disturbance rejection control,» IEEE Transaction on Industrial Electronics, vol. 56, nº 3, march 2009.
- [19] A. Zinober, Variable structure and Lyapunov control, Nueva York: Springer Verlag, 1994.
- [20] E. Slotine y W. Li, APPLIED NON LINEAR CONTROL, New Jersey: Prentice Hall, 1991.
- [21] E. Baez, Y. Bravo, D. Chavez y O. Camacho, «Tuning Parameters Optimization Approach for Dynamical Sliding Mode Controllers,» IFAC-PapersOnLine, pp. 656-661, 2018.
- [22] J. Chen , «Design of a SMC-based fuzzy controller for nonlinear systems,» IEEE international conference on fuzzy systems, vol. 1, pp. 377-382, 1997.
- [23] Q. P. Ha, H. Q. Nguyen, D. C. Rye y H. F. Durrant-Whyte, «Sliding mode control with fuzzy tuning for an electrohydraulic position servo system,» Second International Conference. Knowledge-Based Intelligent Electronic Systems, vol. 1, pp. 141-148, 1988.
- [24] R. Palm, «Sliding mode fuzzy control,» IEEE International Conference on Fuzzy Systems, pp. 519-526, 1992.

- [25] E. Iglesias, Y. García, M. Sanjuan, O. Camacho y C. Smith, «Fuzzy surface-based sliding mode control,» ISA Transactions, vol. 46, nº 1, pp. 73-83, 2007.
- [26] K. Jagatheesan y B. Anand, «Dynamic performance of multi-area hydro thermal power systems with integral controller considering various performance indices methods,» International Conference on Emerging Trends in Science, Engineering and Technology, nº DOI: 10.1109/INCOSSET.2012.6513952, 2012.
- [27] M. Herrera, O. Camacho, H. Leiva y C. Smith, «An approach of dynamic sliding mode control for chemical processes,» Journal of Process Control, vol. 85, pp. 112-120, 2020.

ANEXOS

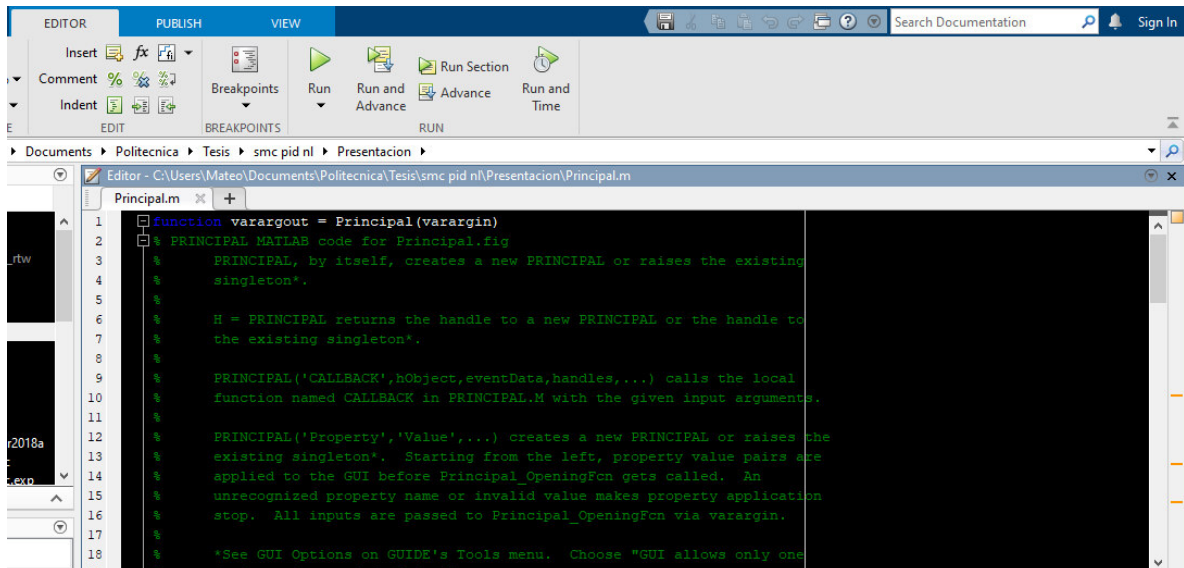
ANEXO 1

DESCRIPCIÓN DE INTERFAZ GRÁFICA IMPLEMENTADA EN MATLAB

La interfaz gráfica diseñada en este trabajo tiene la intención de poder interactuar con los controladores diseñados, poder observar las respuestas del sistema ante diferentes controladores, así como también las respuestas de la salida de los controladores y los valores de los índices de desempeño para poder conocer al funcionamiento de los mismos.

La interfaz está implementada en MATLAB, para su funcionamiento se necesita cuatro archivos que son los encargados interactuar con el usuario, y de doce archivos simulink que son los controladores implementados en las dos plantas presentadas en este trabajo.

Para iniciar es necesario abrir el archivo llamada "Presentacion.m", aparecerá una ventana como se observa en la Figura 36, para luego correr el programa.



```
1 function varargout = Principal(varargin)
2 % PRINCIPAL MATLAB code for Principal.fig
3 % PRINCIPAL, by itself, creates a new PRINCIPAL or raises the existing
4 % singleton*.
5 %
6 % H = PRINCIPAL returns the handle to a new PRINCIPAL or the handle to
7 % the existing singleton*.
8 %
9 % PRINCIPAL('CALLBACK', hObject,eventData,handles,...) calls the local
10 % function named CALLBACK in PRINCIPAL.M with the given input arguments.
11 %
12 % PRINCIPAL('Property','Value',...) creates a new PRINCIPAL or raises the
13 % existing singleton*. Starting from the left, property value pairs are
14 % applied to the GUI before Principal_OpeningFcn gets called. An
15 % unrecognized property name or invalid value makes property application
16 % stop. All inputs are passed to Principal_OpeningFcn via varargin.
17 %
18 % *See GUI Options on GUIDE's Tools menu. Choose "GUI allows only one
```

Figura 36: Ventana del Script del archivo "Presentacion.m"

Una vez seleccionado el botón Run en la parte superior de la barra de herramientas, se abrirá la ventana de la Figura 37, esta ventana es una introducción, para pasar a observar el funcionamiento de los controladores se selecciona en botón Presentación.



Figura 37: Ventana de introducción a la interfaz

La ventana de presentación consta de dos partes principales, un panel de control ubicado al lado izquierdo, la cual aparecerá conforme se seleccione las diferentes opciones y el panel de visualización donde se presentarán las respuestas del sistema y de la salida del controlador, esta última es posible quitarla o agregarla dependiendo del usuario. Inicialmente la interfaz se presenta como se observa en la Figura 38, donde se debe escoger uno de los dos tanques que se presenta. Una vez seleccionado uno de ellos aparecerá el siguiente subpanel de control, como ejemplo se escoge el tanque de mezclado, como se observa en la figura.

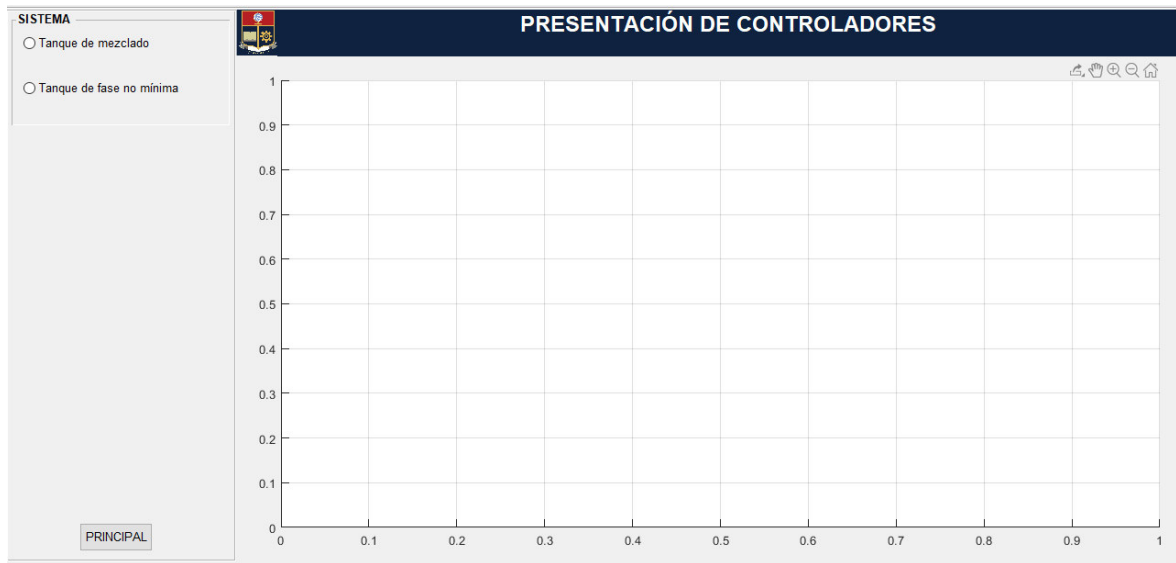


Figura 38: Ventana de la interfaz, inicio

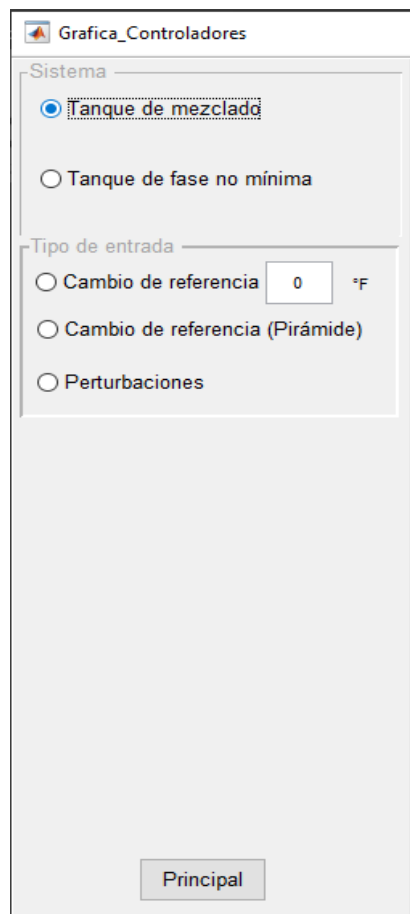


Figura 39: Panel de control, tanque seleccionado

En esta subpanel llamado Tipo de entrada se escoge la referencia, para el caso del tanque de mezclado se presenta cambio de referencia, cambios de referencia tipo pirámide y

perturbaciones, para el caso del tanque de fase no mínima se presenta las mismas opciones a excepción de perturbaciones.

Para el caso de cambio de referencia se debe escribir primero en el espacio en blanco el valor deseado en estado estable.

En esta guía se presenta como ejemplo el cambio de referencia, para el tanque de mezclado se escoge un valor en estado estable de 160°F.

Una vez escogido uno de los tipos de entrada, aparecerá el tercer subpanel como se aprecia en la Figura 40.

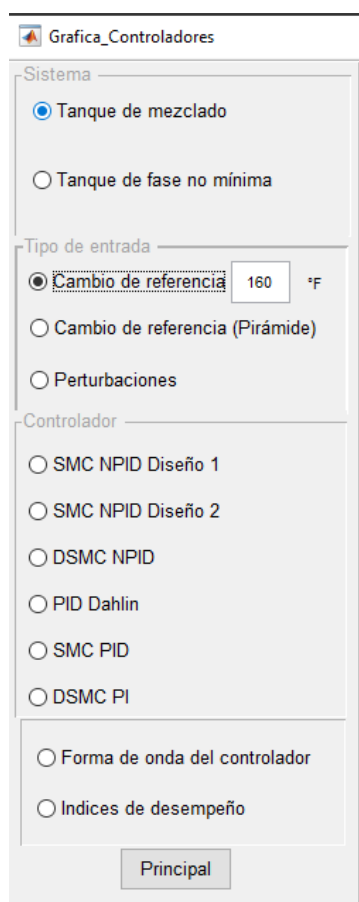


Figura 40: Panel de control, seleccionado el tipo de entrada

Una vez realizado este proceso se puede escoger las respuestas que el usuario las necesite un ejemplo se presenta en la Figura 41 donde se observa las respuestas del sistema de los tres primeros controladores, la Figura 42 muestra también las respuestas de los tres primeros controladores seleccionado la opción “Forma de onda del controlador”, y la Figura 43 muestra los valores de los índices de desempeño seleccionando la opción “Índices de desempeño”.

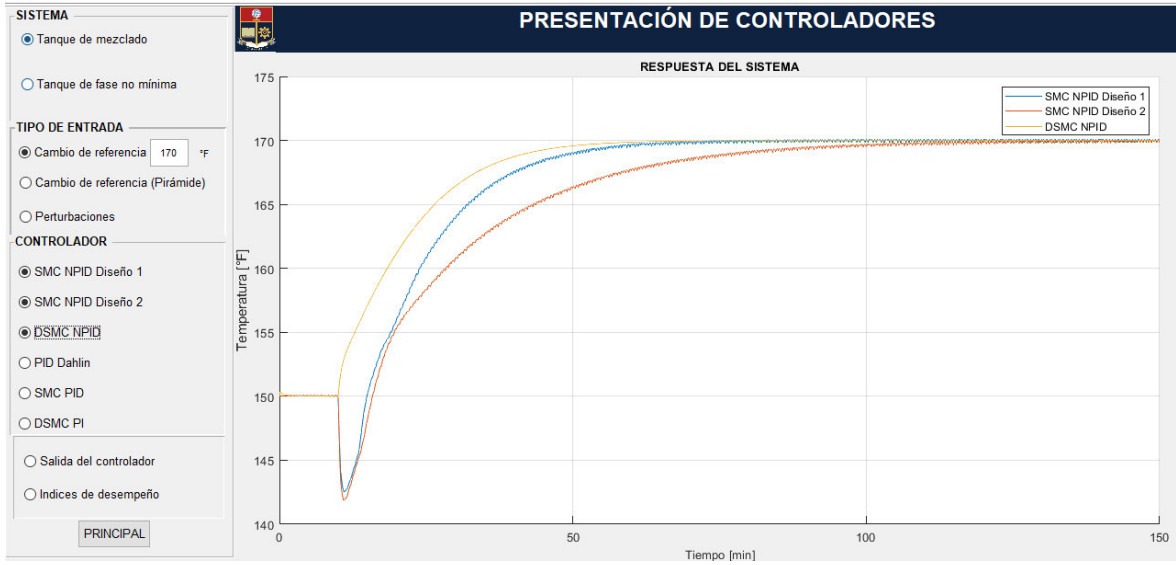


Figura 41: Respuesta del sistema, tres controladores.

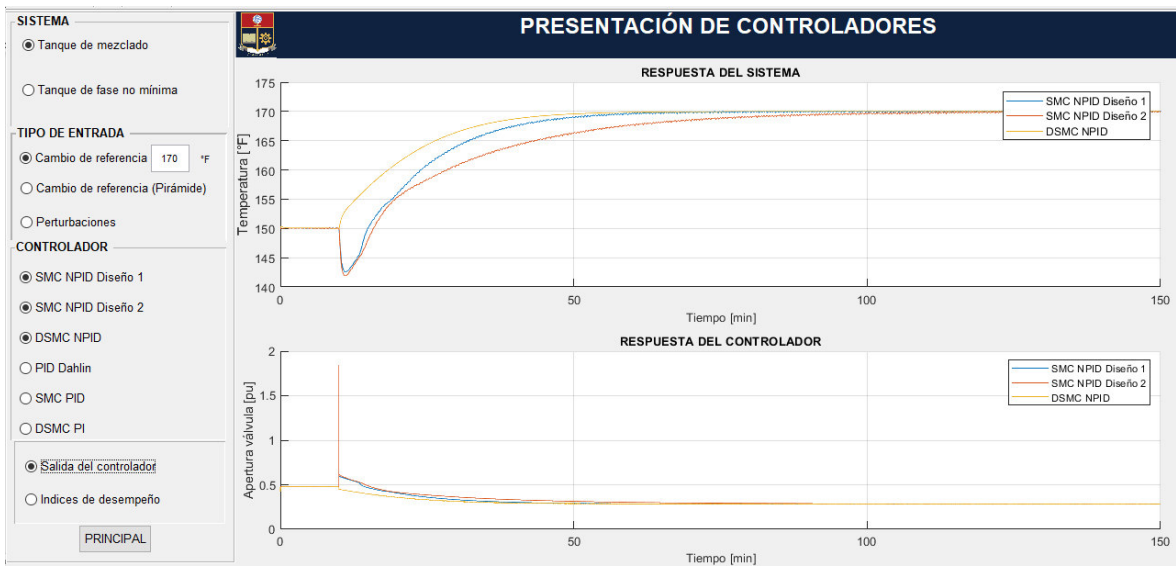


Figura 42: Respuesta del sistema y salida del controlador

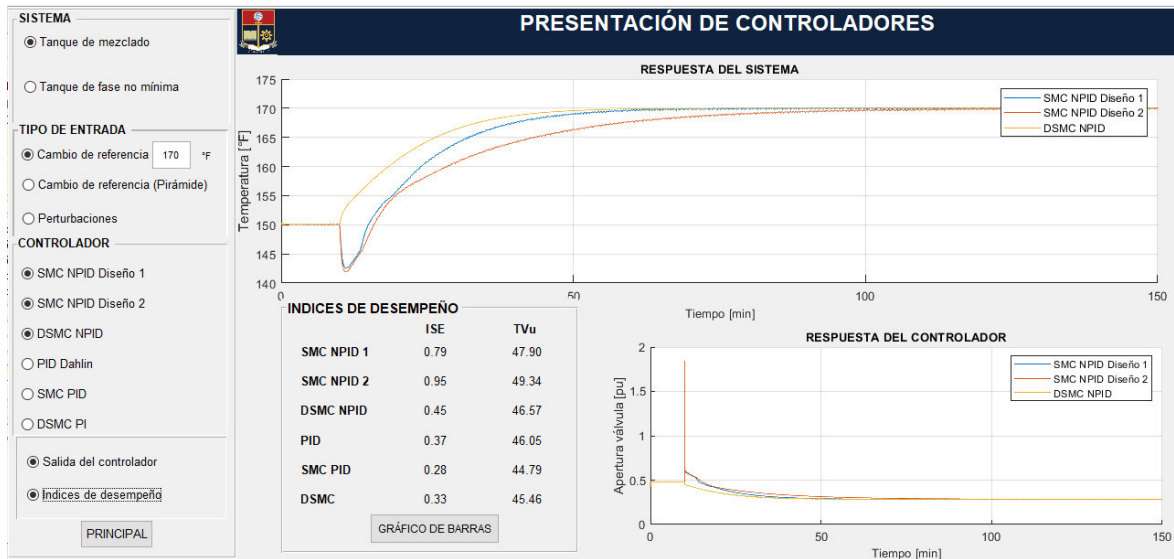


Figura 43: Tabla de índices de desempeño

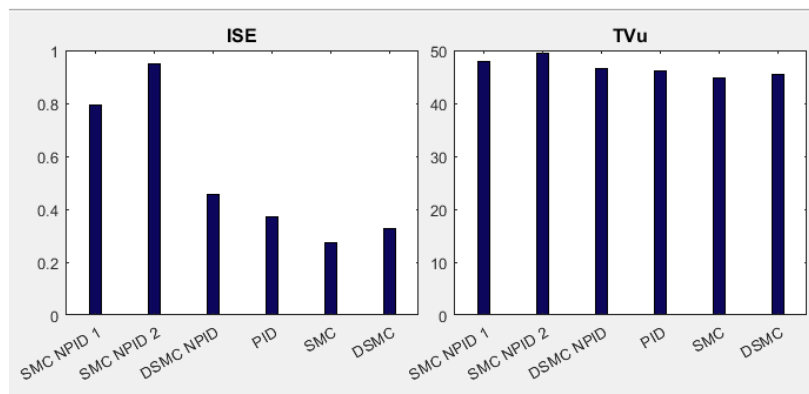


Figura 44: Gráfico de barras de los índices de desempeño

La interfaz permite agregar o eliminar respuestas de los seis controladores presentados en el trabajo, los tres primeros son los controladores propuestos mientras que los otros tres son controladores convencionales usados como comparación. También permite agregar o quitar las formas de onda de las respuestas de los controladores y los valores de los índices de desempeño (ISE, TVu).

Finalmente, con el botón Principal permite regresar a la Figura 37.

A continuación, se presenta el diagrama de flujo de la interfaz gráfica propuesta.

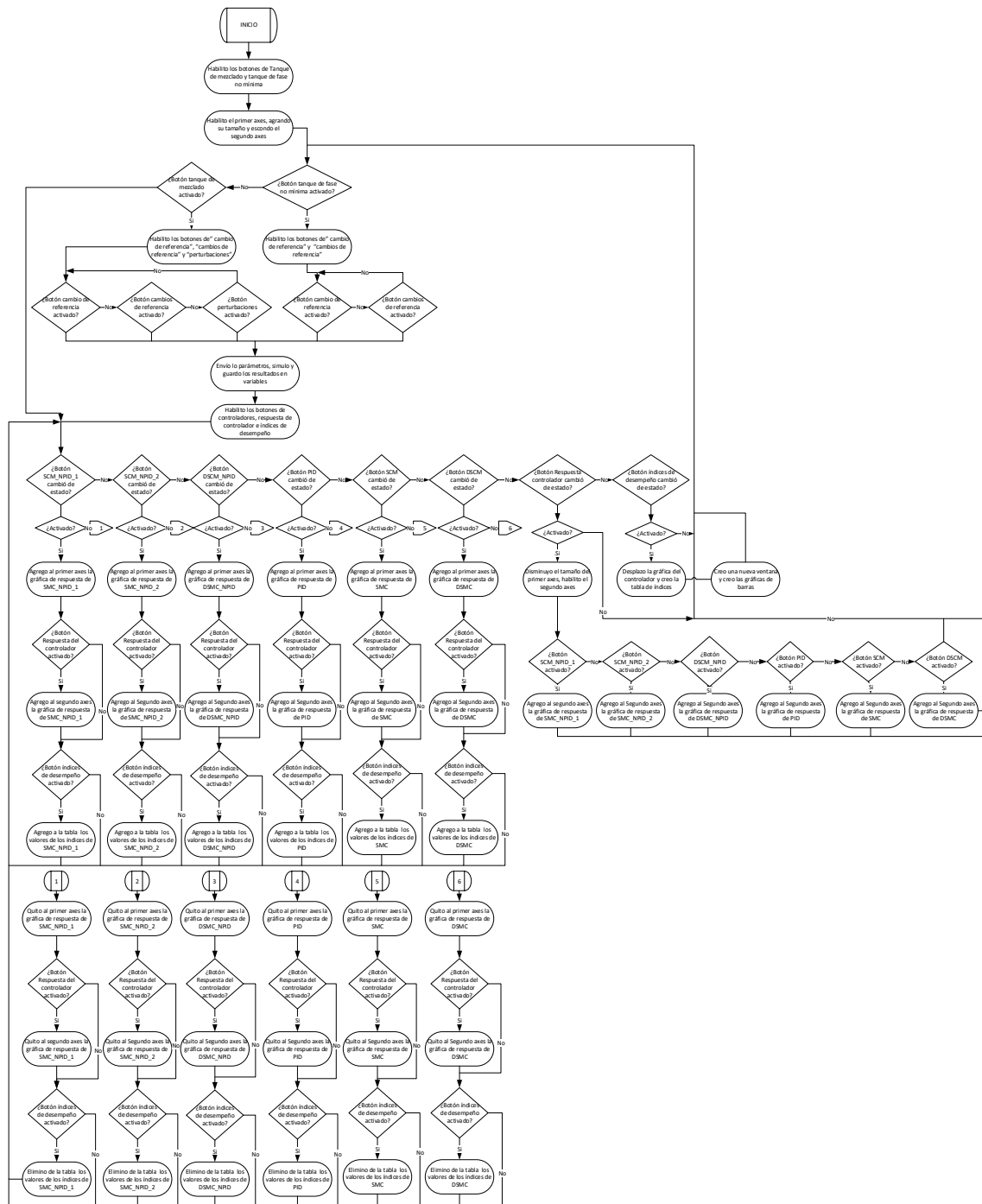


Figura 45: Diagrama de flujo de interfaz gráfica