



# ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL



## FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

### DISEÑO PARAMÉTRICO DE TURBINAS TIPO FRANCIS BASADO EN LA REDUCCIÓN DE LA EROSIÓN PRODUCIDA POR FLUJO PARTICULADO.

TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE  
INGENIERO MECÁNICO

LÓPEZ CERNA KADIR  
[kadir.lopez@epn.edu.ec](mailto:kadir.lopez@epn.edu.ec)

RAMOS ACARO STEVEN MANUEL  
[steven.ramos@epn.edu.ec](mailto:steven.ramos@epn.edu.ec)

DIRECTOR: ING. CANDO NARVÁEZ EDGAR HERNÁN, PH.D.  
[edgar.cando@epn.edu.ec](mailto:edgar.cando@epn.edu.ec)

CODIRECTOR: ING. HUGO HIDALGO DIAZ VICTOR, PH.D.  
[victor.hidalgo@epn.edu.ec](mailto:victor.hidalgo@epn.edu.ec)

Quito, Noviembre 2021

# CERTIFICACIÓN

Certificamos que el presente trabajo fue desarrollado por KADIR LÓPEZ CERNA y STEVEN MANUEL RAMOS ACARO bajo nuestra supervisión.



Firmado electrónicamente por:  
**EDGAR HERNAN  
CANDO NARVAEZ**

---

ING. CANDO NARVÁEZ EDGAR HERNÁN, PhD

**DIRECTOR DEL PROYECTO**



Firmado electrónicamente por:  
**VICTOR HUGO  
HIDALGO DIAZ**

---

ING. HIDALGO DIAZ VÍCTOR HUGO, PhD

**CODIRECTOR DEL PROYECTO**

## DECLARACIÓN

Nosotros, **Kadir López Cerna** y **Steven Manuel Ramos Acaro**, declaramos bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de nuestra autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que hemos consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedemos nuestros derechos de propiedad intelectual correspondiente a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normativa institucional vigente.



---

López Cerna Kadir



---

Ramos Acaro Steven Manuel

## **DEDICATORIA**

Este trabajo lo dedico a la Escuela Politécnica Nacional, ya que gracias a la Facultad de Ingeniería Mecánica y a sus docentes tuve la oportunidad de enriquecer mis conocimientos. Los cuales me permitirán ayudar al desarrollo tecnológico de mi entorno.

Kadir López

Dedico este trabajo a la comunidad estudiantil y científica, que pueda ser de ayuda para fortalecer conocimientos y objetivos de investigación.

Steven Ramos

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco a mis tutores Dr. Edgar Cando y Dr. Victor Hidalgo por el apoyo prestado en la elaboración de este trabajo. Que despojados de todo egoísmo compartieron sus conocimientos y experiencias conmigo, dotándome de los conocimientos necesarios para afrontar los diferentes retos de mi vida profesional

A mis padres, hermana, tías y abuela, porque fuera de dotarme de la sabiduría necesaria para poder enfrentar los desafíos de la vida, me han enseñado una lección importante, que el camino que conduce al éxito debe irse forjando a medida que se avanza.

A mi amigo y compañero de tesis Steven Ramos, quien estuvo renovando siempre mi compromiso con el trabajo en equipo.

A mis compañeros con quienes pasamos gratos momentos y en especial a quienes conforman el grupo del Tigre López.

Kadir López

En primer lugar, a Dios por la salud e inteligencia que me ha brindado a lo largo de estos años para que pueda estar aquí ahora. A mis padres Manuel y María que con su esfuerzo, tutela y enseñanzas me han demostrado que los sueños si se cumplen. A mis hermanos por su apoyo y amor. A Anthonela que ha estado conmigo a pesar de las adversidades con su amor y apoyo incondicional. A mis amigos Nathaly, Esteban, Hans, Rossel, Kadir, Alejandra y a todos los que formaron parte del Tigre López por su apoyo en cada materia y circunstancia que se nos presentó.

Finalmente, a la Escuela Politécnica Nacional junto con mis tutores Dr. Edgar Cando y Dr. Victor Hidalgo que con sus enseñanzas me dieron la oportunidad de plasmar mis conocimientos en este y futuros trabajos muchas gracias.

Steven Ramos

# ÍNDICE DE CONTENIDO

CERTIFICACIÓN.....	I
DECLARACIÓN .....	II
DEDICATORIA .....	III
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	V
ÍNDICE DE FIGURAS .....	VII
ÍNDICE DE TABLAS .....	VIII
RESUMEN .....	IX
ABSTRACT.....	X
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
OBJETIVO GENERAL .....	2
OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	2
<b>1. MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>3</b>
1.1. GENERACIÓN HIDROELÉCTRICA EN EL ECUADOR.....	3
1.2. ESTADO DEL ARTE: EROSIÓN EN TURBINAS FRANCIS.....	4
1.2.1. Mecanismos de erosión .....	6
1.3. MODELO NUMÉRICO PARA LA PREDICCIÓN DE EROSIÓN .....	7
1.3.1. Modelo de Oka .....	7
1.4. ANÁLISIS DE EROSIÓN EN TURBINAS FRANCIS.....	8
1.4.1. Modelo de fase líquida y sólida.....	8
1.4.2. Modelo de turbulencia.....	8
1.4.3. Modelo k-epsilon .....	8
1.5. MODELOS PARAMÉTRICOS PARA UNA TURBINA FRANCIS.....	9
1.6. ESTADO DEL ARTE: DINÁMICA COMPUTACIONAL DE FLUIDOS EN TURBINAS FRANCIS.....	10
<b>2. METODOLOGÍA.....</b>	<b>11</b>
2.1. DISEÑO PARAMÉTRICO DE UNA TURBINA FRANCIS.....	12
2.2. Dimensiones principales (rodete).....	13
2.2.1. Dimensiones principales a la salida del rodete.....	14
2.2.2. Altura neta positiva de aspiración.....	15
2.2.3. Dimensiones principales en la entrada del rodete.....	16
2.2.4. Álabes del rodete.....	17
2.2.5. Distribución de energía.....	20
2.2.6. Vista radial rodete.....	21
2.2.7. Espesor del álabe.....	23
2.3. Álabes directores.....	24
2.4. Álabes predirectores.....	26
2.5. Carcasa espiral.....	27
2.6. Caso de estudio y parámetros de diseño.....	28
2.6.1. Validación del modelo paramétrico.....	29
2.7. SIMULACIÓN DEL DISEÑO PROPUESTO EN CFD .....	30
2.7.1. Proceso metodológico.....	30
2.7.2. Modelo Geométrico.....	31
2.7.3. Ordenamiento y suavizado del perfil .....	32
2.7.4. Mallado .....	33
2.7.5. Calidad de Malla.....	37
2.7.6. Condiciones de contorno.....	38
2.7.7. Parámetros del solucionador.....	40
2.7.8. Método de solución.....	41

<b>3.</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>42</b>
<b>3.1.</b>	<b>DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADO .....</b>	<b>42</b>
3.2.	Resultados del diseño paramétrico .....	42
3.2.1.	Influencia de los parámetros hidráulicos de diseño en la tendencia a la erosión. ....	42
3.2.2.	Factor de erosión. ....	49
3.3.	Resultados de la simulación del diseño propuesto en CFD .....	50
3.3.1.	Convergencia.....	50
3.3.2.	Mallado .....	51
3.3.3.	Independencia de malla .....	51
3.3.4.	Calidad de Malla.....	53
3.3.5.	Análisis del campo de velocidades .....	55
3.4.	Comparación de velocidad .....	56
3.5.	Erosión.....	57
3.6.	Eficiencia .....	60
<b>4.</b>	<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES: .....</b>	<b>61</b>
4.1.	Conclusiones .....	61
4.2.	Recomendaciones .....	62
<b>5.</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>63</b>
<b>6.</b>	<b>ANEXOS .....</b>	<b>66</b>

# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Áreas más propensas a erosionarse .....	4
Figura 1.2 Montaje del guide vane en la turbina francis , formación del vórtice en el guide vane para la erosión en la entrada del runner.....	5
Figura 1.2. Mecanismos de desgaste abrasivo y erosivo.....	6
Figura 2.1: Diagrama de flujo del algoritmo del software desarrollado.....	11
Figura 2.2. Vista axial de una turbina francis.....	13
Figura 2.3. Dimensiones principales del rodete. ....	13
Figura 2.4: Triángulos de velocidades. ....	14
Figura 2.5: Triángulo de velocidad corregido a la salida del rodete.....	15
Figura 2.6: Vista axial.....	17
Figura 2.7: Definiendo un nuevo punto en la línea de corriente.....	18
Figura 2.8: Definición del ángulo $\alpha$ .....	19
Figura 2.9: Vista axial antes de cortar los puntos finales. ....	19
Figura 2.10: Vista axial rodete al cortar los puntos finales.....	20
Figura 2.11: Distribución de energía. ....	20
Figura 2.12: Definición del plano G-H.....	21
Figura 2.13: Plano G-H.....	22
Figura 2.14: Vista radial.....	22
Figura 2.15: Álabe del rodete. ....	23
Figura 2.16: Modelado del álabe a una viga recta.....	23
Figura 2.17: Metodología de selección.....	25
Figura 2.18: Dimensiones de la sección transversal de la carcasa espiral.....	27
Figura 2.19. Comparación de vista radial, axial del runner. ....	29
Figura 2.20. Metodología propuesta. ....	30
Figura 2.21. A) rodete. B) álabes predirectores. C) álabes directores.....	32
Figura 2.22. Forma del borde de salida del perfil. ....	33
Figura 2.23. Perfil del rodete antes y después del suavizado a las coordenadas.....	33
Figura 2.26. Mallas obtenidas para el diseño propuesto .....	36
Figura 2.27. Dominio computacional en fluent.....	37
Figura 2.28. Dominio computacional y condiciones de contorno. ....	39
Figura 3.1. Caudal vs tendencia a la erosión. ....	42
Figura 3.2. Beta2 vs tendencia a la erosión. ....	43
Figura 3.3. U2init vs tendencia a la erosión.....	43
Figura 3.4. Aceleración vs tendencia a la erosión. ....	44
Figura 3.5. Velocidad reducida a la entrada vs tendencia a la erosión. ....	44

Figura 3.6. Distribución de energía en dos puntos de control (hub y shroud) .....	46
Figura 3.7. (a) Vista axial del álabe, (b) vista radial (plano g-h).....	47
Figura 3.8. Plano G-H en coordenadas polares. ....	47
Figura 3.9. (a) álabe, (b) rodete.....	48
Figura 3.10: (a) vista axial, (b) vista radial de la turbina diseñada. ....	49
Figura 3.11. Residuales para el caso de estudio.....	50
Figura 3.12. Valores de coeficiente de momento y velocidad a la salida a diferente número de elementos.....	52
Figura 3.13. Calidad ortogonal icem cfd para el dominio de estudio.....	53
Figura 3.14. Velocidad en la turbina.....	55
Figura 3.15. Velocidad a la salida del tubo de aspiración.....	56
Figura 3.16. Comparación de velocidades a) caso inicial y b) caso de estudio.....	57
Figura 3.17. Erosión total producida columna: izquierda caso inicial, columna derecha caso de estudio	58
Figura 6.1. Convergencia de la solución en Ansys .....	78
Figura 6.2. Conservación de masa .....	79
Figura 6.3. Momento y velocidad obtenidas en ansys .....	79
Figura 6.4. Convergencia de la solución para la erosión en ansys.....	79

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1 Causas de la erosión en partes de la turbina.....	5
Tabla 1.2 Mecanismos de erosión.....	6
Tabla 2.1. Datos de diseño básicos.....	28
Tabla 2.2. Parámetros de diseño hidráulico.....	28
Tabla 2.3. Comparación de resultados cinemáticos (rodete).....	29
Tabla 2.5. Elementos y nodos de las mallas obtenidas.....	35
Tabla 2.7. Criterios para evaluar la calidad de una malla .....	37
Tabla 2.8. Condiciones de contorno.....	39
Tabla 2.9. Seteo en cada parte del setup de fluent.....	40
Tabla 2.10. Seteo en cada parte de la solución en fluent.....	41
Tabla 3.1. Dimensiones generales de la turbina.....	45
Tabla 3.2. Conservación de masa en el dominio.....	51
Tabla 3.3. Independencia de malla de acuerdo con el número de tries .....	52
Tabla 3.4. Criterio de calidad ortogonal obtenido en ansys.....	53
Tabla 3.5. Numero omega para cada malla.....	54
Tabla 3.6. Valor de yplus para cada parte del dominio.....	54

## RESUMEN

En el presente trabajo se muestra el diseño paramétrico de turbinas tipo Francis para minimizar la erosión por partículas sólidas. En primera instancia se parte con una revisión bibliográfica de la generación hidroeléctrica en el Ecuador, los diferentes mecanismos de erosión y los modelos numéricos para predecir esta tendencia en turbinas Francis. Se establece la metodología para llevar a cabo el diseño paramétrico con estudios previos y recomendaciones a elegir sobre los parámetros de diseño para un caso de estudio en específico y mediante un código en Python se obtiene la geometría para los diferentes componentes de la turbina (rodete, álabes predirectores, directores y carcasa espiral).

De igual manera se establece la metodología que se seguirá para llevar a cabo la simulación en Ansys Fluent. Mostrando el proceso de formación y corrección de la geometría, mallado, condiciones de contorno, seteo de parámetros y método de solución: k-epsilon y por último el análisis de erosión DPM.

Finalmente se obtienen los resultados para el diseño paramétrico donde con un análisis de la influencia de los parámetros hidráulicos se obtienen las principales graficas por medio del código, se muestra el factor de erosión y su influencia en el estudio. Por su lado, para la simulación se muestran los resultados para un caso inicial y para el caso de estudio teniendo así una comparativa entre el campo de velocidades, la erosión que se presenta en cada uno de los álabes y se calcula la eficiencia de la turbina.

## **ABSTRACT**

The present work shows the parametric design of Francis type turbines to minimize erosion by solid particles. In the first instance, we start with a bibliographic review of hydroelectric generation in Ecuador, the different erosion mechanisms, and numerical models to predict this trend in Francis turbines. The methodology is established to carry out the parametric design with previous studies and recommendations to choose on the design parameters for a specific case study and by means of a Python code the geometry for the different components of the turbine (impeller, pre-guide vanes, directors, and spiral casing).

In the same way, the methodology that will be followed to carry out the simulation in Ansys Fluent is established. Showing the process of formation and correction of geometry, meshing, boundary conditions, parameter setting and solution method: k-epsilon and DPM erosion analysis.

Finally, the results are obtained for the parametric design where, with an analysis of the influence of the hydraulic parameters, the main graphs are obtained through the code, the erosion factor and its influence on the study are shown. On the other hand, for the simulation, the results are shown for an initial case and for the case study, thus having a comparison between the speed field, the erosion that occurs in each of the blades and the efficiency of the turbine is calculated.

# **DISEÑO PARAMÉTRICO DE TURBINAS TIPO FRANCIS BASADO EN LA REDUCCIÓN DE LA EROSIÓN PRODUCIDA POR FLUJO PARTICULADO.**

## **INTRODUCCIÓN**

Las hidroeléctricas a nivel mundial contribuyeron con cerca del 16,4% de la energía eléctrica total producida en el año 2018 [3]. Estas centrales utilizan agua que es tomada de las corrientes de los ríos, la cual es aprovechada por una turbina hidráulica. Acorde Bone [4] más del 60% de las hidroeléctricas en la producción mundial hacen uso de turbinas tipo Francis debido a su aplicación considerando una amplia gama de caudales, bajas pérdidas y costos menores en comparación con otro tipo de turbinas.

Golden et al. [5] indica todas la partes mecánica que tiene contacto con flujos de agua, tiene también contacto con sedimentos que son material particulado arrastro por el fluido en movimiento, para el caso de Ecuador se puede encontrar: sólidos urbanos, partículas volcánicas y sedimentos en suspensión, esto produce erosión por abrasión en los componentes mecánicos lo que induce posterior a efectos de cavitación por alteraciones geométricas, y finalmente esto acorta la vida útil de los mismos.

En proyectos de titulación previos como en Bone [4], Yáñez [8], Velasco [1] se han realizado estudios paramétricos y de CFD para optimizar diseños de rodetes, alabes directores y otros componentes mecánicos para turbinas tipo Francis basados en minimizar la erosión producida por partículas sólidas, sin embargo, el diseño paramétrico en conjunto de la turbina aún no ha sido estudiado a profundidad.

Para poder contribuir a preservar los proyectos emblemáticos que se han realizado en el país en los últimos años y poder aprovechar la cantidad de energía del sector hidráulico con el fin de incrementar la producción total. Y de acuerdo con Arconel [10] para abril de 2020 la potencia nominal en generación de energía eléctrica por la parte hidráulica es de 5076.40 MW y 5046.63 MW de potencia efectiva, representando un 58,45% y 62.51% respectivamente del total.

Por su lado la producción total de energía e importaciones muestra que representa un 88.23% del total, al igual que la energía entregada al sector público es un 88.62%. Por lo que es de suma importancia considerar el estudio de las turbinas ya que representan el pilar fundamental para la generación de energía hidroeléctrica en el país, de esta manera se puedan aplicar a los demás proyectos hidroeléctricos con el fin de generar energía

renovable aprovechando las riquezas hídricas del país en busca de la autonomía energética y poder generar más empleos.

Comenzando con una revisión bibliográfica el presente trabajo pretende abordar la importancia de las turbinas Francis en las plantas hidroeléctricas y como estas se ven afectadas por la presencia de sedimentos en el agua que provocan daños principalmente por erosión. Para realizar el estudio se utiliza la parametrización de todos los componentes de la turbina, esto ayudará a caracterizar la geometría ampliando el campo de diseño y variantes utilizando el programa Python. Mediante una simulación en el software ANSYS se establecen las condiciones de operación seleccionando un caso de estudio para analizar la erosión por partículas sólidas. Finalmente se plantean las conclusiones y recomendaciones para trabajos futuros.

## **Objetivo general**

Diseñar paramétricamente una turbina tipo Francis basado en la reducción de la erosión producida por flujo particulado.

## **Objetivos específicos**

- Realizar el levantamiento del estado del arte sobre erosión por impacto de partículas en turbinas tipo Francis.
- Determinar el diseño paramétrico de álabes directores y álabes del rodete que minimice la erosión por partículas sólidas, basada en trabajos previos, e implementar un código de programación en Python para el diseño paramétrico completo de una turbina tipo Francis.
- Realizar la simulación numérica de CFD con flujo partícula para una turbina tipo Francis.
- Validar los resultados paramétricos y de CFD con resultados de una turbina existente

# 1. MARCO TEÓRICO

## 1.1. Generación Hidroeléctrica en el Ecuador.

En el Ecuador la construcción de las hidroeléctricas empezó en los últimos 10 años donde sin duda se destacan por sus importantes aportes al sector de generación eléctrica en el país. Las centrales se encuentran instaladas en las tres regiones del Ecuador: costa (2 provincias), sierra (9 provincias) y amazonia (4 provincias) [9]. Distribuidas a lo largo de una región montañosa en la región sierra y amazónica como son: Coca Codo Sinclair, Pucará, Agoyán, San Francisco, Mazar, Sopladora, Paute, Minas de San Francisco y Delsitanisagua. Y de acuerdo con Arconel [10] para abril de 2020 la potencia nominal en generación de energía eléctrica por la parte hidráulica es de 5076.40 MW y 5046.63 MW de potencia efectiva, representando un 58,45% y 62.51% respectivamente del total. Por su lado la producción total de energía e importaciones muestra que representa un 88.23% del total, al igual que la energía entregada al sector público es un 88.62%, lo que nos muestra la importancia que tienen en cuanto a suministro y producción eléctrica este tipo de energía renovable para el país.

Considerando nuevamente la ubicación y a lo que se someten cada una de las hidroeléctricas surge la necesidad de llevar a cabo el estudio en cuanto al efecto erosivo que se pueden presentar en el funcionamiento de cada una de las turbinas a lo largo de su vida útil, de manera que se pueda aprovechar así el máximo potencial hídrico del Ecuador. Se busca establecer el estudio paramétrico de una turbina, el análisis mediante dinámica de fluidos, y el análisis de sensibilidad de los parámetros más importantes del diseño de manera que se pueda establecer las mejores formas de operación de acuerdo a las condiciones de cada una de las turbinas en su ámbito local y así optimizar el rendimiento de la misma teniendo así una disminución por costos de mantenimiento o parada del sistema y que se pueda ayudar a estudios futuros para el desarrollo y aprovechamiento de la energía para el Ecuador.

## 1.2. Estado del Arte: Erosión en turbinas Francis

La pérdida o deformación que sufre un material al entrar en contacto con otro se denomina desgaste, este puede ser: químico, mecánico y térmico. Este estudio se centra en el desgaste mecánico ya que el material particulado golpea contra superficies de maquinarias hidráulicas y recibe el nombre de erosión.

La erosión se produce por medio de sedimentos que al fluir de manera dinámica con el agua impactan contra las superficies solidas de los componentes hidráulicos. En general, una serie de factores influyen en el desarrollo del proceso de erosión como: la velocidad media de las partículas, su masa, su concentración abrasiva en un flujo de líquido, el tamaño de grano, la forma de las partículas y el ángulo de ataque en el que chocan con la superficie, etc. Este desgaste no solo reduce la eficiencia y la vida de la turbina, también causa problemas en el funcionamiento y mantenimiento, que en última instancia conduce a pérdidas económicas.

De acuerdo con Duan and V.Y [9] las áreas más comunes que presentan un mayor daño por erosión en la turbina Francis son aquellas donde la velocidad o aceleración tienen un valor elevado producto del funcionamiento, dichas áreas se muestran en la figura 1.1. Las causas presentes en el runner, guide vanes y stay vanes que provocan que estos se erosionen se presentan en la tabla 1.1.

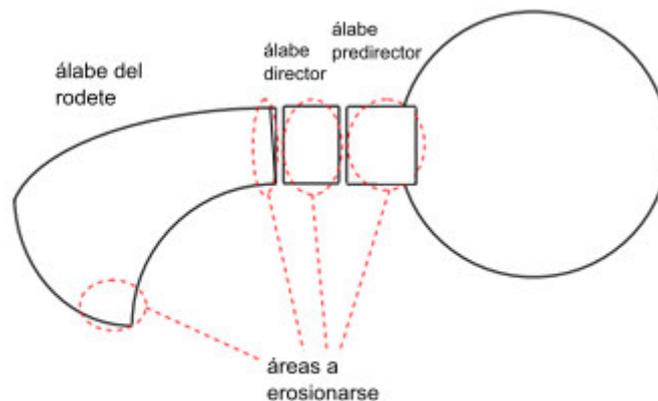
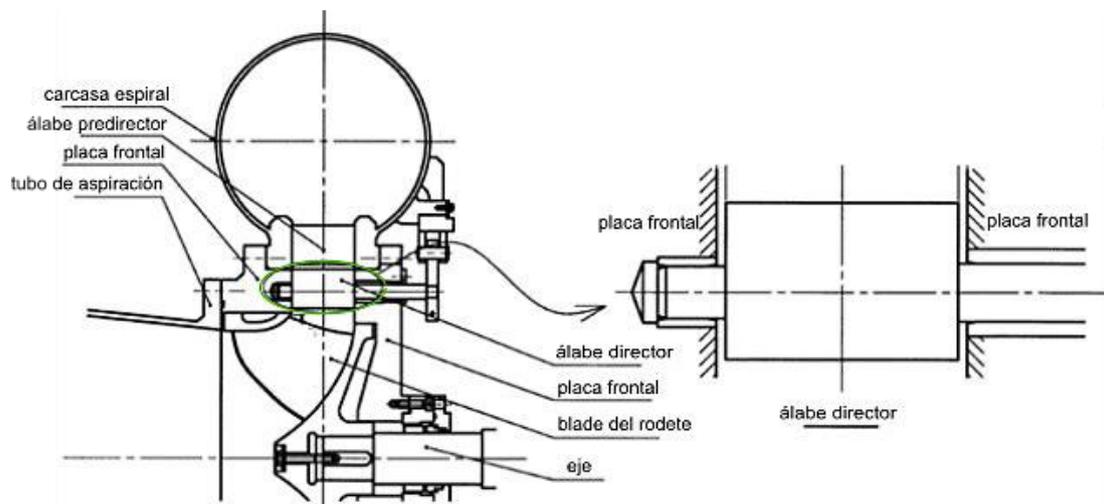


Figura 1.1. Áreas más propensas a erosionarse  
(Fuente:[12])

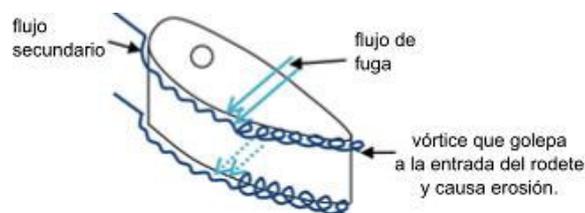
Tabla 1.1 Causas de la erosión en partes de la turbina.

Rodete	Álabes Predirectores	Álabes directores
<p>-El momento que el flujo secundario choca con el flujo de fuga de los álabes directores se crea un vórtice tanto en la parte superior como inferior del mismo, provocando que al momento que entre al rodete este se erosione en la parte superior e inferior del borde de ataque.[4][8]</p> <p>Ver figura b)</p>	<p>-El flujo secundario de la caracola provoca ángulos incorrectos a la entrada de los álabes predirectores debido a la alta velocidad absoluta.[4][8]</p>	<p>-Altas velocidades y aceleraciones del flujo.</p> <p>-Flujo secundario entre los álabes directores y las placas de revestimiento.</p> <p>-Flujos de fuga entre los álabes directores y las placas frontales.[4][8]</p> <p>Ver figura a)</p>

(Fuente:Propia)



a)



b)

Figura 1.2 a) Montaje del guide vane en la turbina Francis [1]. b) Formación del vórtice en el guide vane para la erosión en la entrada del runner.

(Fuente: [12])

### 1.2.1. Mecanismos de erosión

De acuerdo con Stachowiak and Batchelor [2] la erosión se puede clasificar en dos tipos, dependiendo de cómo se da el contacto entre el material y la superficie. En la tabla 1.2. Se presenta ambos tipos que son los más comunes en máquinas hidráulicas y en la figura 1.2 la ilustración de estos mecanismos.

Table 1.2 Mecanismos de erosión.

Erosión Abrasiva	Erosión Erosiva
Cuando las partículas que circulan de manera paralela a la superficie tienen una velocidad diferente a la del fluido lo que provoca que estas choquen, deslicen o impregnen sobre el mismo. (Ver figura a y b).	Cuando la velocidad y el ángulo con el que llega la partícula es mayor o menor, provocando así un desprendimiento del material. (Ver figura c y d).

(Fuente:Propia)

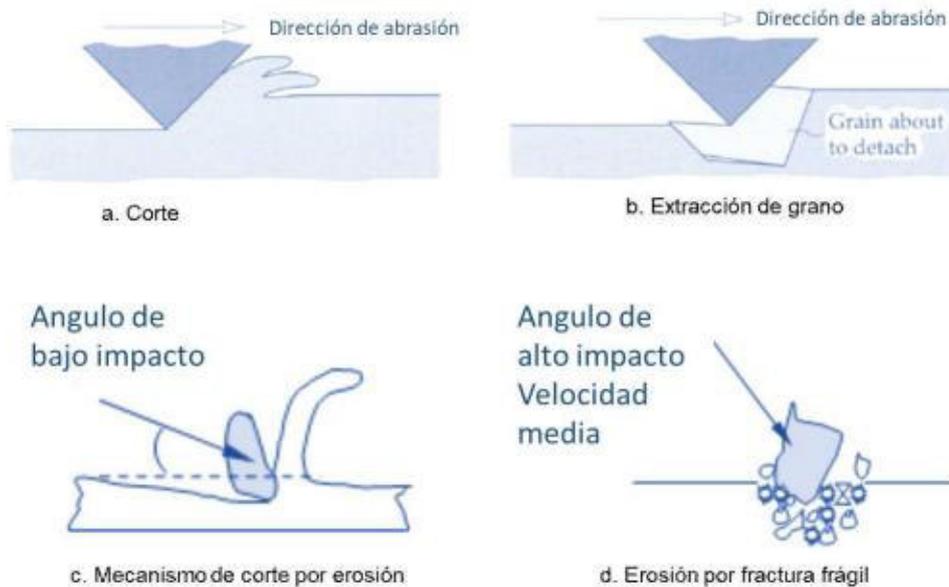


Figura 1.2. Mecanismos de desgaste abrasivo y erosivo.

(Fuente: [6])

Se debe tener en cuenta los factores que se mencionaron al inicio de este apartado 1.2 para que se produzca la erosión. En las turbinas Francis se analiza la erosión en las partes más vulnerables para modificar el diseño propuesto que se posee. Por otro lado, se tienen métodos numéricos que ayudan a predecir la erosión que se tendrá en ciertas áreas de la turbina, por medio de factores se determina cuán alto o bajo es la erosión bajo condiciones de operación de manera que se pueda verificar si cumpliría con la eficiencia que se desea obtener.

### 1.3. Modelo numérico para la predicción de erosión

De acuerdo con Truscott [14] y varios estudios realizados por diferentes autores de manera experimental, establecen a la tasa de erosión como función de la velocidad y propiedades del material, como se indica en la siguiente expresión:

$$Erosion \propto Velocidad^i \quad (1.1)$$

Donde:

$i$  Depende del material, pero típicamente es cercano a 3.

Existe una gran variedad de modelos numéricos para la predicción de erosión. Dentro de la literatura se establece el modelo de Finnie,McLaury, Zhang, DNV, Mansouri, Grant-Tabakoff, entre otros. Para este estudio se toma el modelo establecido por Oka [3] el cual a sido corroborado y calibrado en estudios realizados por Cando [4,5] para el análisis de erosión en turbinas.

#### 1.3.1. Modelo de Oka

Es uno de los modelos más utilizados para determinar la erosión por análisis de CFD, aquí se toma en cuenta la dureza que tiene la pared del material lo que proporciona una correlación más realista [11], la ecuación en la que se rige es (1.3)

$$E = E_{90} \left( \frac{V}{V_{ref}} \right)^{k_2} \left( \frac{d}{d_{ref}} \right)^{k_3} f(y) \quad (1.2)$$

$$f(y) = (\sin y)^{n_1} (1 + H_v(1 - \sin y))^{n_2} \quad (1.3)$$

$$k_2 = 2.3(H_v)^{0.038} \quad (1.4)$$

$$n_1, n_2 = 2.3(H_v)^{0.038} (H_v)^{0.038} \quad (1.5)$$

Donde:

$E_{90}$  : Erosión en un ángulo de impacto de 90°

$V$  : Velocidad de impacto de la partícula (m/s).

$V_{ref}$  : Velocidad de referencia (m/s).

$d$  : Diámetro de la partícula (mm).

$k_2, k_3$  : Exponentes de la velocidad y diámetro respectivamente.

$H_v$  : Dureza Vicker (GPa).

$y$  : Ángulo de impacto (grados).

$n_1, n_2$  : Constantes en función del ángulo.

## **1.4. Análisis de erosión en turbinas Francis.**

### **1.4.1. Modelo de fase líquida y sólida**

Para la fase líquida los fluidos se calculan utilizando un enfoque euleriano. Donde se presentan la forma general de las ecuaciones involucradas en los cálculos como son: ecuación de continuidad de masa y momento.

Para la fase sólida las partículas sólidas se simulan utilizando un enfoque lagrangiano y se tratan como si su fracción de volumen fuera baja en comparación con la de la fase continua.

### **1.4.2. Modelo de turbulencia**

Las ecuaciones que describen el movimiento de un fluido se llaman Navier-Stokes y para poder resolver estas ecuaciones se utilizan modelos numéricos. Dentro de los cuales encontramos a los modelos de turbulencia de dos ecuaciones que se utilizan ampliamente para proporcionar un "cierre" a las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas en el tiempo [4].

Existen dos modelos: el modelo  $k - \epsilon$  (k-epsilon) y el modelo de transporte de esfuerzo cortante (SST). En estas ecuaciones, tanto la escala de velocidad como la de longitud se resuelven utilizando ecuaciones de transporte independientes.

### **1.4.3. Modelo k-epsilon**

Es un modelo RANS (ecuaciones de Navier-Stokes promediadas por Reynolds) que toma en cuenta los efectos de convección y difusión de energía turbulenta [4]. El modelo ofrece un buen compromiso en términos de precisión y robustez; sin embargo, puede carecer de precisión de predicción para flujos complejos. Tales complejidades incluyen variaciones rápidas en área de flujo, flujos con separación de la capa límite, flujos con cambios bruscos en la media velocidad de deformación, fluye en fluidos giratorios, fluye sobre superficies curvas, etc. [8]

Un modelo de tensión de Reynolds puede ser más apropiado para flujos con cambios repentinos en la tasa de deformación o flujos rotativos, mientras que el modelo SST puede ser más apropiado para flujos separados.[4]

## **1.5. Modelos paramétricos para una turbina Francis.**

El diseño paramétrico es una herramienta que nos permite manipular con mayor precisión las variables y relaciones matemáticas del proyecto que se esté llevando a cabo para alcanzar resultados óptimos. A continuación, se da a conocer investigaciones previas que se han realizado referente al tema de estudio paramétrico en turbinas Francis:

Kassanos, I. (2013), desarrolla un método de diseño de turbinas hidráulicas, el método de diseño es paramétrico basado en la combinación de métodos tradicionales y técnicas de modelado paramétrico en superficies. El álabe del rodete de la turbina se describe utilizando superficies Beizer para la definición del plano meridional, así como la distribución del ángulo del álabe, y una distribución de espesor aplicada normal a la superficie media del álabe. De esta forma es posible definir paraméricamente el rodete utilizando un número relativamente pequeño de parámetros de diseño, en comparación con los métodos convencionales. [3]

Shrestha K. P.Thapa B. (2014), en su artículo describen un diseño alterativo optimizado del rodete de una turbina Francis grandes cargas de sedimentos. El proceso también incluye el análisis del álabe del rodete mediante el estudio paramétrico CFX y la simulación de la estructura del álabe para diseños específicos. El diseño del runner presenta una reducción de la erosión hasta del 25% sin pérdidas considerables en la eficiencia. [6]

Sosa J. B. Urquiza G. (2015), en su artículo proponen una parametrización geométrica y el análisis del tubo de aspiración de una turbina Francis. En base a la definición paramétrica se proponen cambios geométricos en el tubo, las condiciones de contorno son establecidas por mediciones realizadas en una central hidroeléctrica. El modelado permite observar la influencia del tubo de aspiración en el desempeño de la turbina.

## **1.6. Estado del arte: Dinámica computacional de fluidos en turbinas Francis.**

La dinámica de fluidos computacional (CFD) es una herramienta que ha venido siendo usada por su versatilidad de resolver las ecuaciones que rigen el comportamiento de fenómenos como: fluidos, transferencia de calor, transporte de partículas, entre otros mediante el empleo de métodos numéricos en áreas de interés junto con condiciones de contorno establecidas [6][13]. A continuación, se da a conocer investigaciones previas que se han realizado referente al tema de estudio mediante el uso de CFD:

Eltvik [13], publica un estudio acerca de la predicción de la erosión de sedimentos en turbinas Francis, el autor establece que la dinámica de fluidos computacional (CFD) es una herramienta de simulación numérica que puede predecir qué áreas de la turbina son más vulnerables a la erosión de sedimentos. El artículo explica cómo las simulaciones numéricas pueden proporcionar una predicción razonable de las tendencias de erosión en a Francis runner. Investiga la relación entre la erosión de sedimentos y las condiciones de funcionamiento de la turbina. Las simulaciones son realizadas mediante el solucionador tridimensional Navier Stokes Ansys CFX 13.0. Las partículas se insertan en el flujo del fluido y la función de seguimiento de partículas de Lagrange es un modelo multifásico que se utiliza para calcular las trayectorias de las partículas a través de la turbina. Un modelo de erosión calcula la energía cinética de las partículas cuando chocan con the vanes y ofrece una predicción de las áreas de erosión. En la predicción del desgaste se emplean dos modelos diferentes, modelo de Finnie y el modelo de Tabakoff y Grant.

Wang realiza en su estudio Investigación numérica de los efectos del flujo de fuga de los álabes guía de las turbinas Francis utilizando el método alternativo de espacio libre, para resolver el funcionamiento inestable y el desgaste acelerado de una turbina. Se emplea un software de modelo de partículas y un modelo no homogéneo en CFX para simular la turbina hidráulica, con el fin de comprender el desgaste de las piezas y las características externas bajo el flujo de dos fases sólido-líquido. Los resultados de la simulación muestran que la distribución volumétrica de las partículas sólidas es mayor en el giro de la voluta y en el extremo de la punta dando como resultado un grave desgaste de área. [14]

Bone [4], en su tesis de maestría sobre la metodología de diseño paramétrico para turbinas Francis con optimización multiobjetivo mediante la aplicación de algoritmos genéticos logra obtener un diseño del alabe del rodete que disminuye la tendencia a la erosión consecuentemente disminuyendo la erosión considerablemente comprobando su resultado en ANSYS CFX dejando por sentado que se puede innovar el diseño de los componentes de la turbina.

## 2. METODOLOGÍA

En esta sección se describe la metodología que se utilizó para el estudio. Se la ha dividido en dos partes: El proceso de diseño paramétrico de una turbina Francis y la simulación del caso de estudio.

En este escrito se opta por diseñar una turbina tipo Francis desde cero, conociendo ciertos parámetros hidráulicos básicos y de diseño que permitan minimizar la erosión de sus componentes críticos. Estos datos son seleccionados en base a investigaciones anteriores. No se consideran sellos mecánicos ni se selecciona el tipo de material de los elementos.

Para los cálculos necesarios se ha desarrollado un código en Python basado en publicaciones del laboratorio de energía hidráulica de la Universidad Noruega de Ciencia y Tecnología (NTNU). El algoritmo que emplea el programa se describe en la figura 2.1.

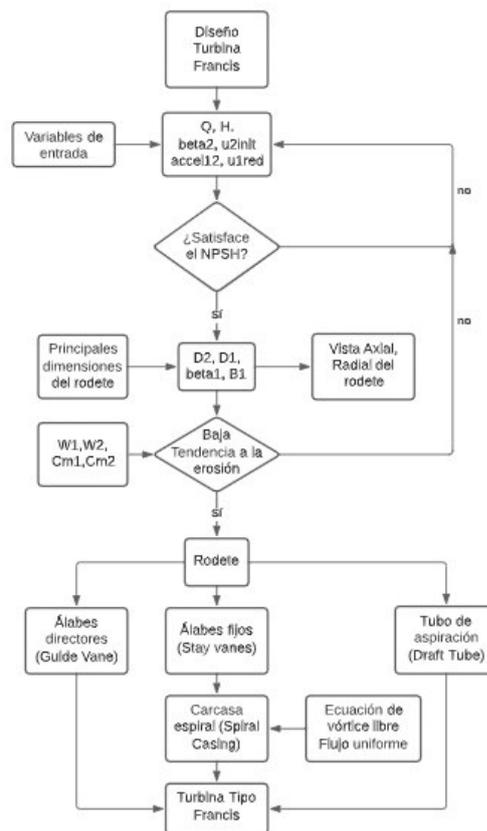


Figura 2.1: Diagrama de flujo del algoritmo del software desarrollado.

(Fuente: Propia)

El diagrama propuesto simplifica el software realizado, inicia con la entrada de datos de diseño básico, caudal (Q) y caída neta (H) dependiendo del caso de estudio a realizar, para

los parámetros de diseño hidráulico para el rodete ( $\beta_2$ ,  $u_{2init}$ ,  $accel_{12}$ ,  $u_{1red}$ ) son tomados en base a datos empíricos y estudios realizados.

Donde:

$\beta_2$  : ángulo de salida.

$u_{2init}$  : velocidad inicial a la salida.

$accel_{12}$  : aceleración

$u_{1red}$  : velocidad reducida a la entrada.

Cabe destacar que se presentan dos condicionales para culminar con la parte paramétrica, el valor del NPSH y la tendencia a la erosión ( $E_t$ ) del rodete. Cuando estos valores son acordes a los criterios de diseño se continua con el dimensionamiento de los demás elementos. Para estimar la tendencia a la erosión se emplea la siguiente ecuación, (2.1)

$$E_t = \frac{W_1^3 C_{m2} + W_2^3 C_{m1}}{C_{m1} + C_{m2}} \left[ \frac{m^3}{s^3} \right] \quad (2.1)$$

Una vez ejecutado el programa, se obtienen las principales dimensiones de la carcasa y la geometría en 3D del rodete, así como la posición y longitud de los álabes predirectores y directores. Con la ubicación de los componentes, se prosigue a seleccionar el perfil aerodinámico de los álabes directores.

## 2.1. Diseño paramétrico de una turbina Francis.

En este apartado se indica la teoría de diseño que ha sido aplicada para elaborar el código en Python. Para iniciar este proceso se parte del cálculo de las dimensiones principales del rodete mediante el cálculo del diámetro de salida, el número de polos del generador y la velocidad sincrónica. Completando el triángulo de velocidades y cumpliendo con el criterio de la altura neta en la aspiración (NPSH) para evitar la cavitación del rodete a la salida.

El diseño de los alabes del rodete parte de una vista axial representada por líneas de corriente y una vista radial para obtener la geometría del álabe en 3D. Obtenida la geometría del álabe se le añade su espesor por medio de un análisis de esfuerzos.

El siguiente paso es el dimensionamiento de los álabes directores, se obtiene la longitud, el diámetro de entrada, salida y su ángulo de inclinación. Una vez obtenido estos valores se prosigue en la selección del perfil aerodinámico del alabe. Para este apartado se emplea la metodología propuesta por Quishpe. Para los alabes fijos de igual forma se obtiene la longitud óptima para mantener la integridad de la carcasa espiral, así como su espesor e inclinación.

Una vez obtenidas las dimensiones de todos los componentes internos se prosigue dibujando las vistas de la carcasa espiral. Finalmente se puede obtener la geometría del tubo de descarga. En la figura 2.2, se muestra la vista axial de una turbina Francis, en donde se indica las dimensiones generales.

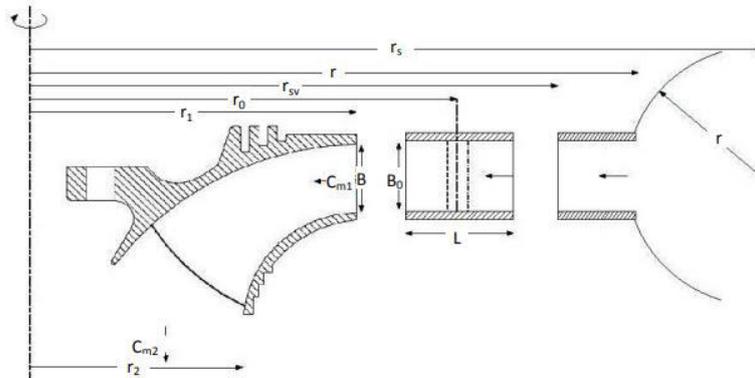


Figura 2.2. Vista axial de una turbina Francis.

(Fuente:[13])

## 2.2. Dimensiones principales (rodete).

El procedimiento de diseño del rodete inicia con los cálculos del diámetro de salida ( $D_2$ ), el número de polos ( $Z_{polos}$ ) y la velocidad sincrónica ( $n$ ). A partir de estos valores se obtienen los valores de entrada. Diámetro de entrada ( $D_1$ ), ángulo de entrada ( $\beta_1$ ) y altura ( $B_1$ ). Estos valores son representados en la figura 2.3

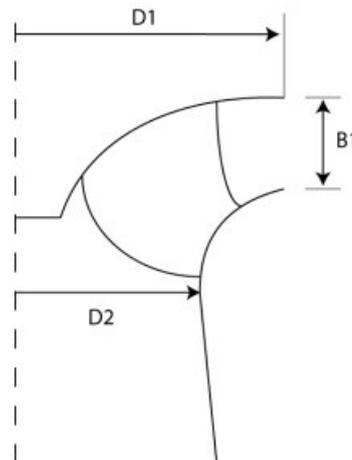


Figura 2.3. Dimensiones principales del rodete.

(Fuente:[13])

Para encontrar las variables indicadas, se parte de los datos de diseño básico, caudal ( $Q$ ) y caída neta ( $H$ ), además de otros parámetros hidráulicos basados en datos empíricos. El análisis inicial del modelo paramétrico parte del triángulo de velocidades, figura 2.4.

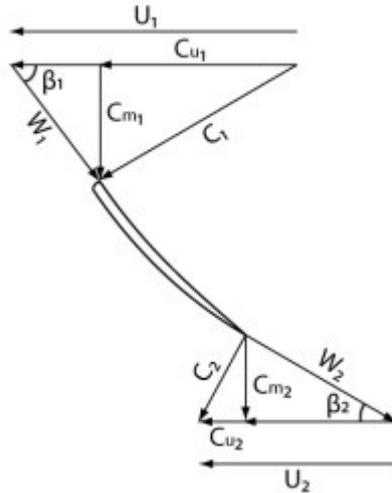


Figura 2.4: Triángulos de velocidades.  
(Fuente:[13])

### 2.2.1. Dimensiones principales a la salida del rodete.

Este apartado inicia asumiendo que la velocidad de rotación a la salida es cero en el punto de mejor eficiencia (BEP).

$$C_{u2} = 0 \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (2.2)$$

Los valores del ángulo de salida ( $\beta_2$ ) y la velocidad periférica ( $U_2$ ) son tomados desde valores empíricos.

El diámetro de salida ( $D_2$ ) y la velocidad sincrónica ( $n$ ), son obtenidos al reorganizar la expresión del caudal y la velocidad de rotación.

$$D_2 = \sqrt{\frac{4Q}{\pi C_{m2}}} \quad [m] \quad (2.3)$$

$$n = \frac{60U_2}{\pi D_2} \quad [rpm] \quad (2.4)$$

El valor de  $C_{m2}$  se obtiene a partir del triángulo de velocidades:

$$C_{m2} = C_{m2} \tan(\beta_2) \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (2.5)$$

El número de polos ( $Z_{polos}$ ) en el generador depende de la velocidad rotacional y la frecuencia:

$$Z_{polos} = \frac{60f}{n} \quad [-] \quad (2.6)$$

Es necesario que el número de polos sea un número entero, por lo que se debe redondear este valor, con esto se obtiene el triángulo de velocidades mostrado en la figura 2.5.

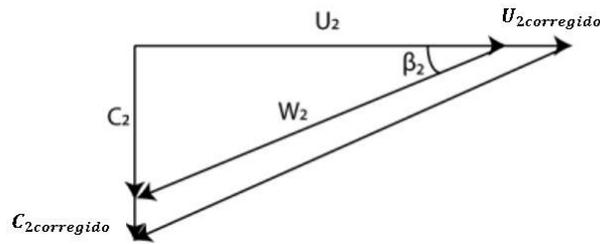


Figura 2.5: Triángulo de velocidad corregido a la salida del rodete  
(Fuente:[13])

Al momento de redondear el número de polos, los valores  $D_2$  y  $n$  deben corregirse mediante la siguiente expresión:

$$\tan(\beta_2) = \frac{C_{m2}}{U_2} = \frac{C_{m\text{corregido}}}{U_{2\text{corregido}}} = \frac{\frac{4Q}{\pi D_2^2}}{\frac{\pi n D_2}{60}} = \frac{\frac{4Q}{\pi D_{2\text{corregido}}^2}}{\frac{\pi n_{\text{corregido}} D_{2\text{corregido}}}{60}} \quad (2.7)$$

$$n_{\text{corregido}} D_{2\text{corregido}}^3 = n D_2^3 \quad (2.8)$$

$$D_{2\text{corregido}} = \sqrt[3]{\frac{n D_2^3}{n_{\text{corregido}}}} \quad [m] \quad (2.9)$$

### 2.2.2. Altura neta positiva de aspiración.

Es necesario calcular el nivel de inmersión en el inicio del proceso de diseño, con el propósito de evitar cavitaciones a la salida del rodete. El nivel de inmersión se expresa como altura neta positiva de aspiración (NPSH). El cálculo es realizado a plena carga:

$$NPSH_{\text{requerido}} = a \frac{C_{m2}^2}{2g} + b \frac{U_2^2}{2g} \quad [m] \quad (2.10)$$

Los parámetros  $a$  y  $b$  dependen del número  $\Omega$  (speed number):

$$\Omega < 0.55 \quad \rightarrow \quad a = 1.12 \text{ y } b = 0.055$$

$$\Omega > 0.55 \quad \rightarrow \quad a = 1.12 \text{ y } b = 0.1 * \Omega$$

El número  $\Omega$  (speed number) es adimensional, es una expresión de la velocidad de rotación en el punto de mejor eficiencia.

$$\Omega = \frac{w}{\sqrt{Q^*}} \quad [-] \quad (2.11)$$

En el caso de turbinas de gran altura se tiene  $\Omega < 0.55$  por lo que los valores de  $a$  y  $b$  son conocidos.

Definidos los parámetros del NPSH, se debe cumplir con la siguiente relación:

$$NPSH_{requerido} < \frac{c^2}{2g} - f_{fricción\ del\ draft\ tube} = h_{atm} - h_{va} - H_s \quad (2.12)$$

En donde:

$h_{atm}$  es la presión atmosférica.

$h_{va}$  presión de vapor.

$H_s$  sumergimiento de la turbina.

### 2.2.3. Dimensiones principales en la entrada del rodete.

Para encontrar los valores de entrada ( $D_1$ ,  $B_1$ ,  $\beta_1$ ) se emplea la ecuación de Euler:

$$\eta_h = \frac{C_{u1}U_1 - C_{u2}U_2}{gH} \quad [-] \quad (2.13)$$

Aplicando los valores adimensionales reducidos junto con  $C_{u2} = 0$  [m/s], la ecuación es descrita de la siguiente forma:

$$\eta_h = \frac{2u_1C_{u1}}{gH} \quad [-] \quad (2.14)$$

La eficiencia  $\eta_h$  es establecida en 0.955. Con esto se considera la fricción que se produce en el rodete y en el tubo de aspiración (draft tube). La relación  $u_1$  y  $C_{u1}$  es seleccionada para minimizar las pérdidas de incidencia.  $u_1$  debe ser escogido entre el intervalo:

$$0.7 < u_1 < 0.75 \quad [-] \quad (2.15)$$

Mediante la ecuación (2.13) se obtiene el valor de  $C_{u1}$ , y  $U_1$  es calculado con la ecuación (2.14):

$$U_1 = \frac{u_1 \cdot \sqrt{2gH}}{s} \quad \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (2.16)$$

El diámetro de entrada  $D_1$  es calculado con la siguiente expresión:

$$D_1 = \frac{60 \cdot U_1}{n \cdot \pi} \quad [m] \quad (2.17)$$

A partir de la figura 2.5, se puede obtener la siguiente expresión:

$$\tan(\beta_1) = \frac{C_{m1}}{U_1 - C_{u1}} \quad [-] \quad (2.18)$$

Para emplear la ecuación (2.18) el valor  $C_{m1}$  es encontrado por el principio de continuidad:

$$C_{m1}A_1 = C_{m2}A_2 \quad (2.19)$$

La aceleración es necesaria para evitar reflujos en el rodete por lo que se utiliza la siguiente condición (Aceleración al 10%):

$$C_{m2} = 1.1 \cdot C_{m1} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (2.20)$$

Con la ecuación (2.18) se calcula el ángulo de entrada ( $\beta_1$ ). El valor que falta por calcular es la altura de entrada del rodete ( $B_1$ ), para esto se emplea la ecuación (2.19):

$$B_1 = \frac{1.1 \cdot D_2^2}{4D_1} [m] \quad (2.21)$$

## 2.2.4. Álabes del rodete.

### 2.2.4.1. Vista axial.

Cuando se conocen las dimensiones principales del corredor, se puede construir la vista axial. Para diseñar la vista axial, la primera línea de corriente debe definirse a lo largo del anillo. La forma de la línea aerodinámica puede ser circular o elíptica, siendo la elíptica la más utilizada.

Para construir la línea de corriente elíptica se utiliza la función de una elipse, véase la ecuación (2.22). La figura 2.6 muestra la vista axial de un corredor Francis con una elipse dibujada en el anillo.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (2.22)$$

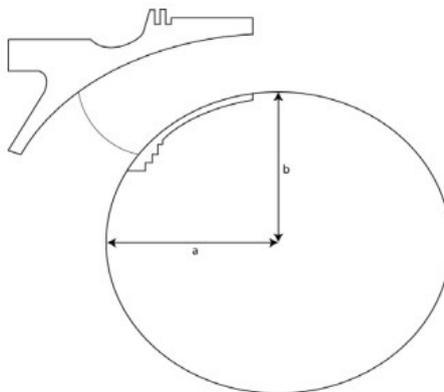


Figura 2.6: Vista axial.

(Fuente:[13])

Se eligen los valores para a y b, pero es común relacionar a con la diferencia entre el diámetro de entrada y salida. La línea de corriente se divide en puntos igualmente distribuidos, i, utilizando la integral de línea que se muestra en la ecuación (2.22).

$$s = \int_0^{\text{extremo}} 1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx \quad (2.23)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b}{2} \left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right)^{-0.5} \left(-\frac{2x}{a^2}\right) \quad (2.24)$$

La ecuación (2.23) indica que la elipse debe construirse antes de que x alcance el infinito. Definida la primera línea de corriente, se prodigue a elegir el número de líneas de corriente, j. Suponiendo un caudal igual por la línea de corriente y usando los valores conocidos para la altura de entrada, B1, y la velocidad de flujo total, Q, se puede encontrar el punto de partida de cada línea de corriente. Los puntos finales se encuentran con el mismo método, solo que aquí se supone que el flujo a través del corredor se acelera. Esto se implementa estableciendo el área de la sección transversal en la salida más pequeña que la entrada.

Con los puntos de inicio y final conocidos, se construyen el resto de los puntos de cada línea de corriente. La construcción comienza dibujando una línea entre los puntos (i + 1, j), (i, j) y (i - 1, j). El nuevo punto, (i, j + 1), se coloca en un eje ortogonal a esta línea. La figura 2.7 muestra la línea y el nuevo punto al comenzar desde el anillo.

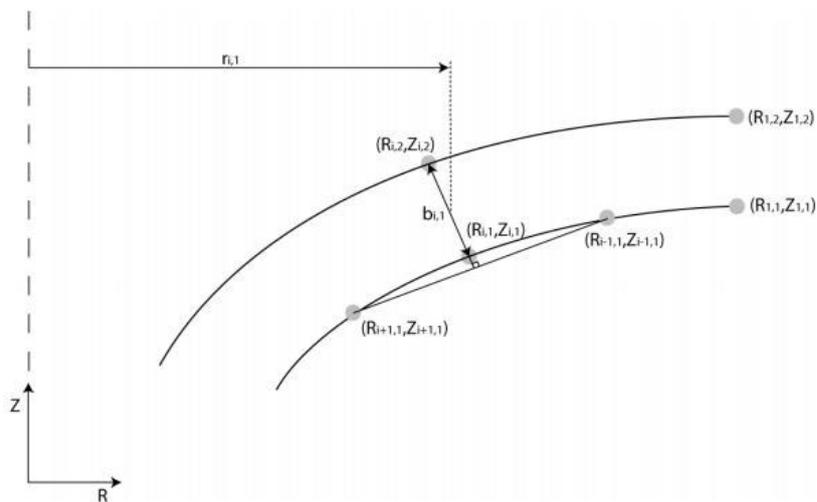


Figura 2.7: Definiendo un nuevo punto en la línea de corriente.

(Fuente:[13])

A parte de las ecuaciones descritas se requiere determinar el ángulo ( $\alpha$ ). En la figura 2.8 se muestra la forma con la que se encuentra este ángulo

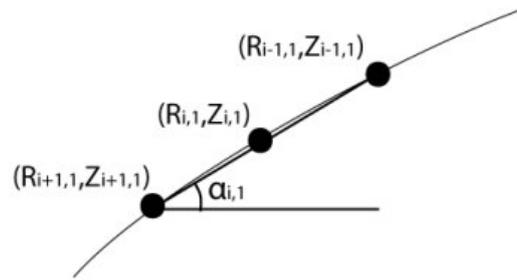


Figura 2.8: Definición del ángulo  $\alpha$   
(Fuente:[13])

Desde las figuras 2.7 y 2.8 se obtiene las siguientes expresiones:

$$\alpha_{i,1} = \tan^{-1} \left( \frac{Z_{i-1,1} - Z_{i+1,1}}{R_{i-1,1} - R_{i+1,1}} \right) \quad [-] \quad (2.25)$$

$$R_{i,2} = \sqrt{R_{i,1}^2 + \frac{A_{i,1} \text{sen}(\alpha_{i,1})}{\pi}} \quad [m] \quad (2.26)$$

La ecuación final para la construcción es la siguiente:

$$Z_{i,2} = Z_{i,1} - b_{i,1} \cos(\alpha_{i,1}) \quad [m] \quad (2.27)$$

En el caso de que se requiera mejorar el diseño si los álabes del rodete estén demasiado cerca del eje de la turbina, se procede a eliminar algunos puntos finales de cada línea de flujo.

Una vez graficados todos los puntos se obtiene la vista axial, figura 2.9 y figura 2.10:

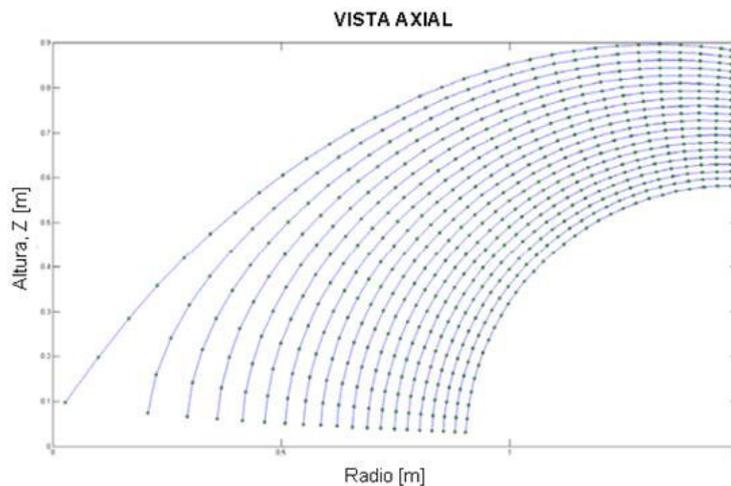


Figura 2.9: Vista axial antes de cortar los puntos finales.  
(Fuente:[13])

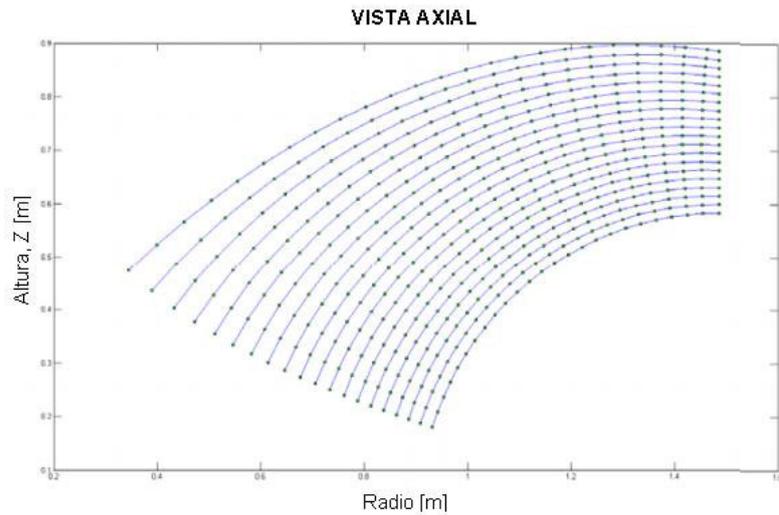


Figura 2.10: Vista Axial rodete al cortar los puntos finales.  
(Fuente:[13])

### 2.2.5. Distribución de energía.

Para una turbina es deseable que se tenga una gran cantidad de energía al comienzo del álabe y que su distribución sea uniforme. De acuerdo con [12], el ángulo de deslizamiento debe ser pequeño para evitar grandes diferencias de presiones en el lado de succión y que no se produzca cavitación, además, la componente  $C_u$  debe ser menor que  $U$  en un mismo punto.

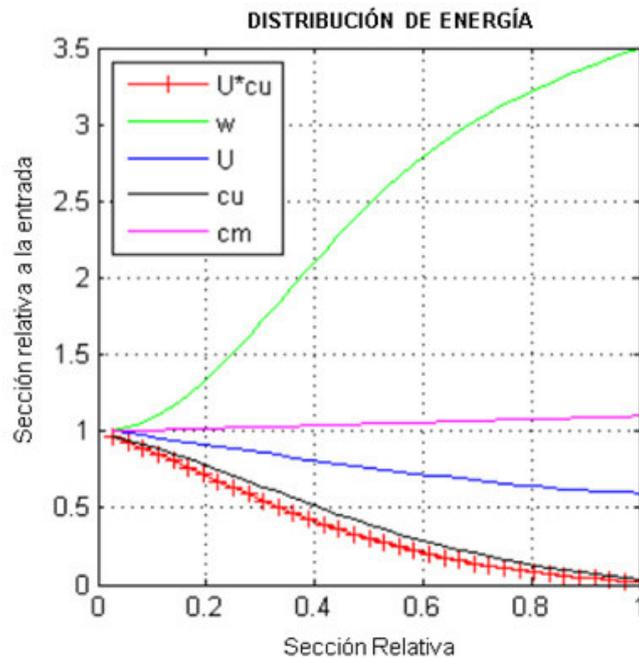


Figura 2.11: Distribución de energía.  
(Fuente:[13])

Cuando se construye el plano axial, se puede decidir la distribución de energía a través de la cascada, asumiendo que la distribución es igual para todas las líneas de corriente. Encontrados los valores de  $C_u$  se calcular la distribución beta ( $\beta$ ).

$$\beta = \arctan\left(\frac{C_m}{U-C_u}\right) \quad (2.28)$$

### 2.2.6. Vista radial rodete.

Para esta vista, se define un nuevo plano G-H, con la finalidad de simplificar el proceso de pasar la vista axial a la radial.

G: la longitud de una línea de corriente en el plano axial.

H: la longitud de una línea de corriente en el plano radial.

G se obtiene de los valores calculados durante la construcción del plano radial. Empleando Pitágoras:

$$G_{i,1} = G_{i-1,1} + \sqrt{(R_{i-1,1} - R_{i,1})^2 + (Z_{i-1,1} - Z_{i,1})^2} \quad (2.29)$$

Conocida la longitud G, se prosigue a dividirla en partes iguales. Con el desarrollo del ángulo  $\beta$  se obtiene los cambios de longitud de H, ecuación (2.29), ver figura 2.12.

$$\Delta H = \frac{\Delta G}{\tan(\beta)} \quad (2.28)$$

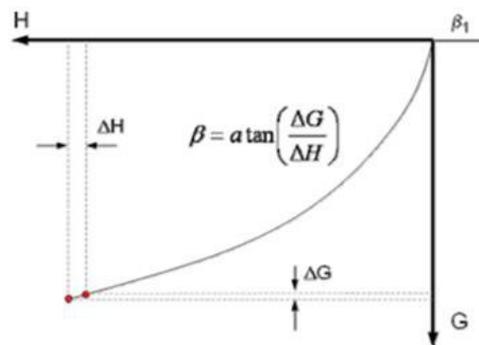


Figura 2.12: Definición del plano G-H.

Fuente:[13]

Conocidas las líneas en cada plano, se procede a dibujar la vista, ver figura 2.13:

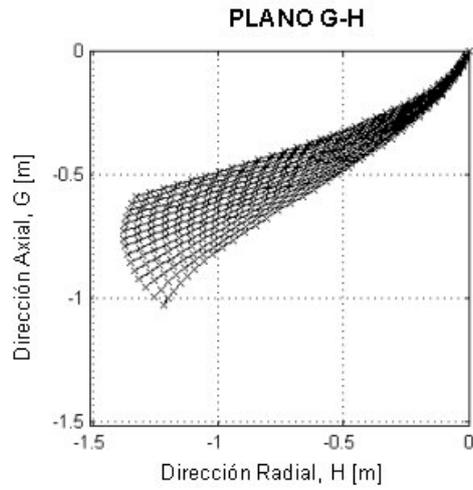


Figura 2.13: Plano G-H

Fuente:[13]

Para simplificar el proceso de construcción del plano G-H se utilizan coordenadas polares.

$$d\theta = \frac{\Delta H}{R} \quad (2.29)$$

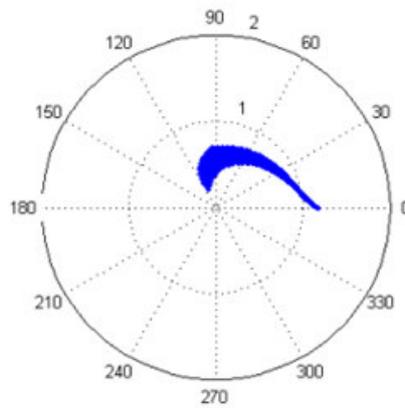


Figura 2.14: Vista radial.

Fuente:[13]

Con las coordenadas del plano axial y radial se obtiene la geometría del álabe en 3D, figura 2.15.

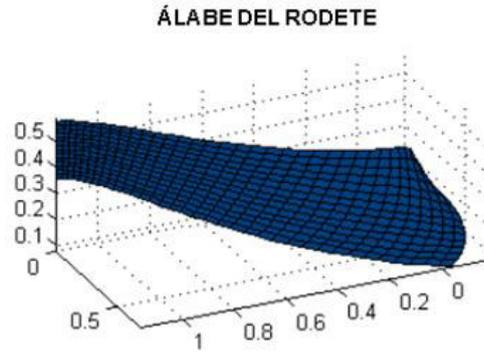


Figura 2.15: Álabes del rodete.

Fuente:[13]

### 2.2.7. Espesor del álabe.

Dado que no existe un método exacto para calcular el espesor del rodete, se realiza un análisis de esfuerzos simplificado. El álabe es modelado como una viga recta entre la superficie inferior (shroud) y la superior (hub), figura 2.16, suponiendo que tiene una rigidez muy elevada. La carga se distribuye de forma uniforme a lo largo de la viga.

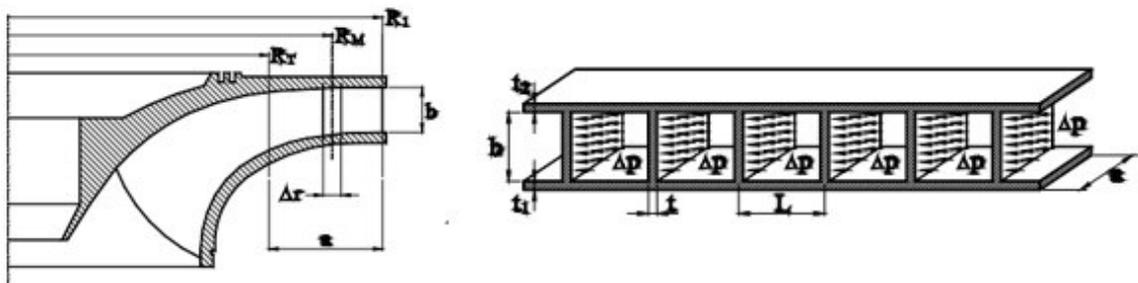


Figura 2.16: Modelado del álabe a una viga recta.

Fuente:[13]

La mayoría del torque es soportado por la superficie superior (hub). Es deseable transferir este esfuerzo entre RT y R1, asumiendo el brazo promedio de RM. Con la expresión (2.30), se reemplaza en la (2.31) en donde se asume un esfuerzo de flexión máximo de 100MPa para encontrar el espesor final, (2.31). Este espesor será uniforme en todo el álabe.

$$\Delta p = \frac{P}{Z.a.b.R_M.\omega} \quad (2.30)$$

Donde:

$\Delta p$  Diferencia de presiones [Pa].

$P$  Potencia [W].

$Z$  Número de álabes [-].

$a$  Longitud del álabe [m].

$b$  Altura del álabe [m].

$R_M$  Radio medio [m].

$\omega$  Velocidad angular [rad/s].

$$\sigma = \frac{2b^2 \Delta p}{t_t^2} [MPa] \quad (2.31)$$

$$t = \sqrt{\frac{2b^2 \Delta p}{\sigma}} [m] \quad (2.32)$$

### 2.3. Álabes directores.

De inicio se calcula el radio de salida de los álabes. Como regla general, el diámetro de salida de los álabes ( $D_{gvo}$ ) debe ser 5% mayor que el diámetro de entrada del rodete ( $D_1$ ).

Para el cálculo de las componentes de las velocidades ( $C_{ugvo}$  y  $C_{mgvi}$ ) a la entrada y salida, se utilizan las ecuaciones, (2.32) y (2.33), cumpliendo con la teoría de vórtice libre (2.33).

$$C_{u1} r_1 = C_{ugvo} r_{gvo} \quad (2.33)$$

$$C_{mgvo} = \frac{Q}{2\pi B_{gv} r_{gvo}} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (2.34)$$

$$C_{ugvo} = \frac{C_{u1} r_1}{r_{gvo}} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (2.35)$$

Posteriormente se calcula el ángulo  $\alpha_o$ , ecuación (2.35).

$$\tan(\alpha_o) = \frac{C_{mgvo}}{C_{ugvo}} [-] \quad (2.36)$$

Cálculo del diámetro del eje inicial de los álabes. Con la ecuación (2.37):

$$D_{axf} = D_1(0.29 \cdot \Omega^* + 1.07) [m] \quad (2.37)$$

Donde:

$D_{axf}$  Diámetro del eje, como el valor inicial.

$D_1$  Diámetro de entrada del rodete.

$\Omega^*$  Número de velocidad (speed number).

Para poder detener el flujo utilizando los álabes directores, se puede encontrar la longitud mínima de cada uno de acuerdo con el diámetro del eje y el número de paletas de guía. Se emplea un factor de superposición  $k_{cf}$ . Generalmente este valor varía entre el 10% y 15%.

$$L_{gv} = \frac{\pi \cdot D_{axf} \cdot k_{cf}}{N_{gv}} \quad [m] \quad (2.38)$$

Donde:

$L_{gv}$  Longitud de cada álabe director.

$k_{cf}$  Factor de cobertura.

$N_{gv}$  Número de álabes.

Conociendo el diámetro de salida del álabe, el diámetro de entrada se puede calcular con el teorema de cosenos, ecuación (2.38).

$$D_{gvi} = 2 \sqrt{L_{gv}^2 + \left(\frac{D_{gvo}}{2}\right)^2 - 2 \cdot L_{gv} \cdot \left(\frac{D_{gvo}}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_o\right)} \quad [m] \quad (2.39)$$

Con los parámetros calculados se obtiene la posición y longitud de los álabes directores, se selecciona el perfil hidrodinámico. Para este último paso se sigue la metodología propuesta por Quishpe [15], en el diagrama 2.17.

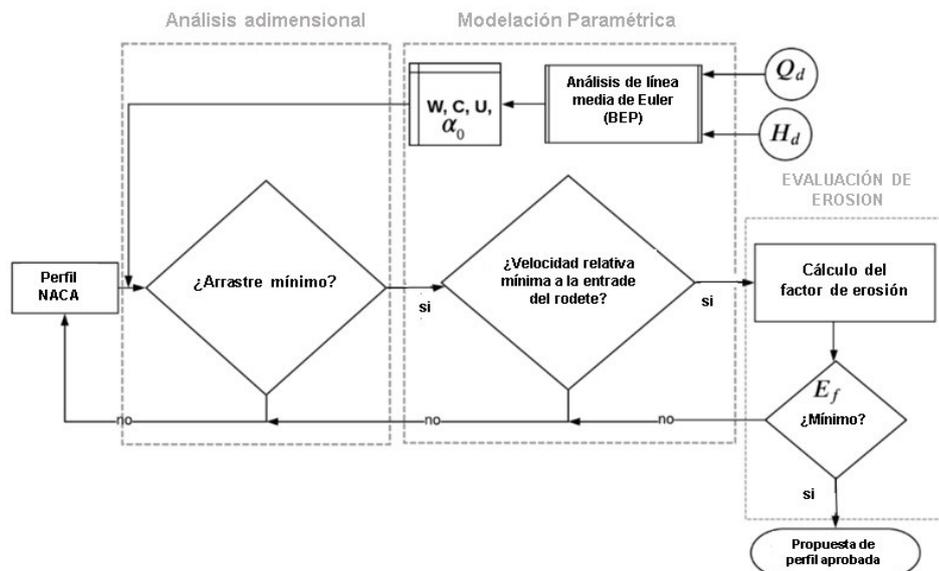


Figura 2.17: Metodología de selección.

(Fuente: Quishpe)

En base a su estudio concluye que el perfil optimo que minimice la erosión es el NACA 4412 el cual es seleccionado para el trabajo presente.

## 2.4. Álabes predirectores.

Los cálculos para estos álabes, parte del diámetro  $D_{gvi}$ . El diámetro de salida se los álabes ( $D_{sv0}$ ) es considerado como un 2% mayor que el  $D_{gvi}$ . El flujo está diseñado para cumplir con la teoría de vórtice libre.

$$C_{u_{gvi}} \cdot R_{gvi} = C_{u_{sv0}} \cdot R_{sv0} = constante \quad (2.40)$$

Para encontrar la longitud requerida se realiza un proceso iterativo en donde se escoge un valor para  $D_{svi}$ . Para calcular la fuerza que deben resistir los álabes, se debe obtener el área efectiva de la carcasa espiral y el anillo de retención. Con estas consideraciones, se asume que el área efectiva se calcula con la siguiente ecuación, (2.40). Los diámetros presentados son una suposición de la carcasa espiral como un anillo con diámetro interior y exterior constantes partiendo de la entrada de la carcasa.

$$A_{efectiva} = \frac{1}{4}\pi(D_{salida}^2 - D_{entrada}^2) [m^2] \quad (2.41)$$

La presión que se aplica en el área efectiva junto con la presión máxima del golpe de ariete se obtiene con la siguiente expresión, (2.41).

$$P_{max} = P_{altura} + P_{golpe\ ariete} = \rho g H_e + \frac{2\rho \Delta Q \cdot L_{tuberia}}{T_c \cdot A_{tuberia}} [Pa] \quad (2.42)$$

En donde:

$\Delta Q$  Cambio en el flujo másico durante el apagado.

$L_{tuberia}$  Longitud de tubería forzada.

$A_{tuberia}$  Área transversal de la compuerta.

$T_c$  Tiempo de cierre de válvula.

Con la presión máxima y el área efectiva se puede calcular la fuerza que actúa sobre la carcasa espiral (2.42).

$$F_{max} = P_{max} A_{efectiva} [N] \quad (2.43)$$

Posteriormente se escoge el número de álabes fijos en el punto de diseño de mejor eficiencia. También se debe decidir el espesor medio. Finalmente se calcula la longitud de cada álabe, (2.43).

$$L_{sv} = \frac{F_{max}}{\sigma_{acero} \cdot t_{sv} \cdot Z_{sv}} [m] \quad (2.44)$$

En este caso también se considera un esfuerzo de flexión máxima de 100MPa. Al considerar el álabe como una línea de corriente de vórtice libre se obtiene el  $D_{svi}$ . Este  $D_{svi}$  es usado nuevamente para calcular una nueva área efectiva para seguir con el proceso de iteración.

## 2.5. Carcasa espiral.

La carcasa esta fraccionada en dos partes, ya que el flujo debe distribuirse uniformemente alrededor del canal. Para dimensionar esta parte se considera la teoría de canal curvo en donde se encuentra la relación  $RC_u = constante$ , también llamada ecuación de vórtice libre. Con esto se puede estimar las dimensiones con un proceso iterativo.

$$RC_u = \frac{Q}{2r^2 \cdot \int_{\phi_0}^{\pi} \frac{\text{sen}^2(\phi)}{R_t - r \cdot \cos(\phi)} d\phi} \left[ \frac{m^2}{s} \right] \quad (2.45)$$

$$R_t = R_o + r \cos(\phi_o) - k_2 B [m] \quad (2.46)$$

Para simplificar el proceso se considera  $k_2$  y  $\phi_o$  igual a cero. Lo que simplifica las ecuaciones y quedaría una distribución del radio.

Los valores  $RC_u$  son obtenidos a partir de los álabes fijos. Para iniciar el proceso de iteración se asume con un valor bajo de  $r$ .

En la figura 2.18 se muestra las dimensiones de una carcasa en espiral.

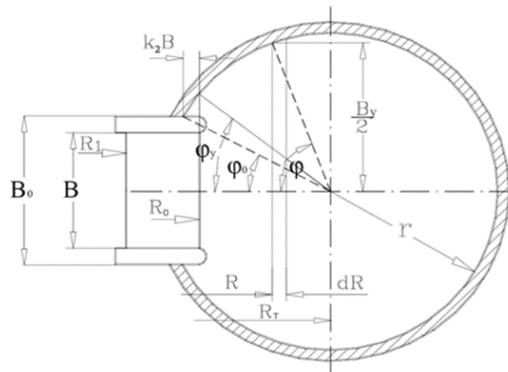


Figura 2.18: Dimensiones de la sección transversal de la carcasa espiral.

Fuente:[13]

En donde:

$R_t$  Centro de la carcasa espiral.

$\phi$  Ángulo integral.

$R_o$  Radio de entrada de los álabes fijos.

$B$  Altura de los álabes fijos

## 2.6. Caso de estudio y parámetros de diseño.

El caso de estudio seleccionado está basado en los trabajos realizados por Thapa, 2011, Bone. De los cuales se utilizan las mismas condiciones de funcionamiento, así como ciertos parámetros de diseño hidráulico. El criterio de selección es el poder comparar los resultados obtenidos y validar la metodología propuesta.

Los datos de diseño básicos se señalan en la tabla 2.1. Conocidos el flujo másico y la caída neta, se establece una eficiencia para el funcionamiento del rodete, con el fin de completar el triángulo de velocidades de la turbina.

Tabla 2.1. Datos de diseño básicos.

Parámetro	Símbolo	Unidad	Valor
<b>Caída neta</b>	$H$	[m]	201.5
<b>Flujo másico</b>	$Q$	[m <sup>3</sup> /s]	2.35
<b>Eficiencia del runner</b>	$n$	[%]	95.5

(Fuente: Propia)

Los parámetros hidráulicos empleados se señalan en la tabla 2.2. Estos valores en particular son evaluados para conocer la tendencia de erosión del rodete.

Tabla 2.2. Parámetros de diseño hidráulico.

Parámetro	Símbolo	Unidad	Valor de referencia
<b>Ángulo de salida del runner</b>	$\beta_2$	[°]	33.61
<b>Velocidad periférica a la salida</b>	$U_{2init}$	[m/s]	20.77
<b>Aceleración del flujo a través del runner</b>	$Acc$	[%]	40
<b>Velocidad periférica reducida en la entrada</b>	$\underline{U_1}$	[-]	0.74

(Fuente: Propia)

### 2.6.1. Validación del modelo paramétrico.

Debido a que el rodete es la parte más crítica de la turbina y es la base para definir las dimensiones de los demás componentes (guide vanes, stay vanes, carcasa), se utiliza al rodete como principal elemento de validación. Con el fin de validar el modelo paramétrico empleado se procede a comparar los resultados cinemáticos obtenidos con los que obtuvo Bone, estos se describen en la tabla 2.3.

Tabla 2.3. Comparación de resultados cinemáticos (Rodete).

ENTRADA				SALIDA			
Parámetro	Diseño Propuesto	Diseño de referencia (Bone)	% de Error	Parámetro	Diseño Propuesto	Diseño de referencia (Bone)	% de Error
$U1$ [m/s]	44.551	43.897	1.490	$U2$ [m/s]	19.076	20.776	8.183
$Cu1$ [m/s]	42.2	42.778	1.351	$Cu2$ [m/s]	0	0	-
$Cm1$ [m/s]	9.056	9.81	7.686	$Cm2$ [m/s]	12.679	13.811	8.196
$W1$ [m/s]	9.356	9.873	5.237	$W2$ [m/s]	22.905	24.948	8.189

(Fuente: Propia)

Comparando los resultados y calculando el error para cada uno, se tiene una media del 4% de error en los valores de entrada y el 8% en los valores de salida, con la ecuación (2.46). De igual forma se utilizó como herramienta de validación la vista axial del rodete de Bone y el propuesto, ver figura 2.19. En donde se puede observar un comportamiento similar, y que en términos de áreas tan solo se tienen el 8.31% de error de la vista propuesta comparada con la que obtiene Bone.

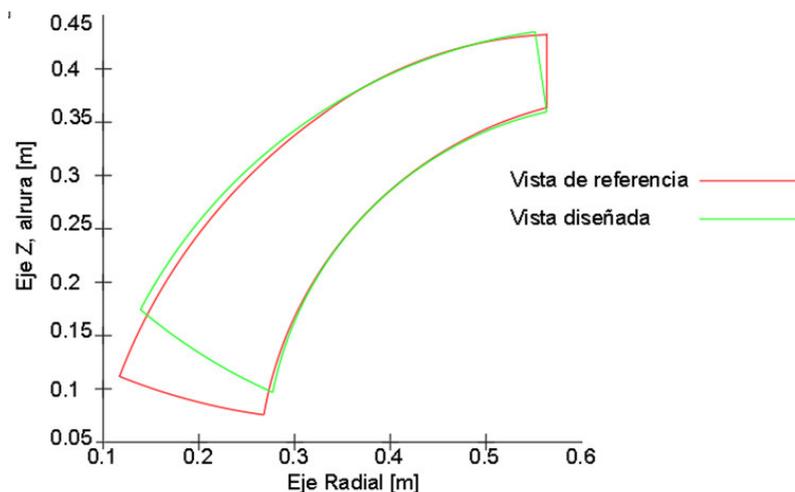


Figura 2.19. Comparación de vista radial, axial del runner.

Fuente: Propia

$$\%error = \frac{|valor\ calculado - valor\ referencia|}{valor\ referencia} \cdot 100 \quad (2.46)$$

## 2.7. Simulación del diseño propuesto en CFD

En esta sección se presenta el pre-proceso, los cálculos computacionales y el post proceso que se llevó a cabo para obtener los resultados finales para el diseño propuesto. La finalidad de este estudio es obtener una menor erosión en los componentes de la turbina por lo cual se analizan diversos criterios y gráficas para el informe final de resultados.

### 2.7.1. Proceso metodológico.

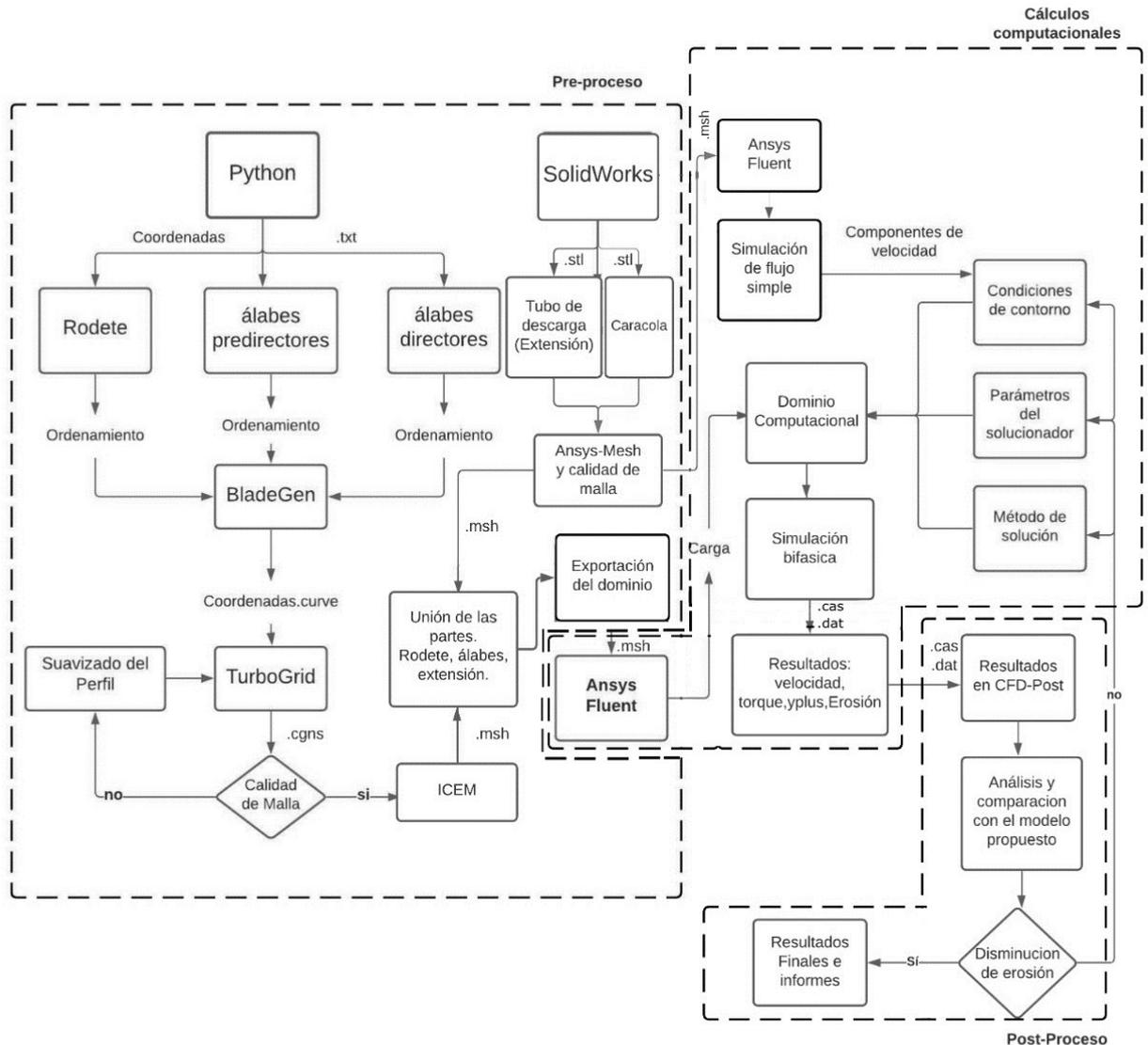


Figura 2.20. Metodología propuesta.

Fuente:(Propia)

En la figura 2.20 se muestra el proceso metodológico para obtener resultados basado en la reducción de la erosión producida por flujo particulado en una turbina tipo Francis. Comenzando con un pre-proceso que incluye en primera instancia la extracción de las coordenadas del rodete y alabes del código en Python. Seguido a esto se debe realizar un

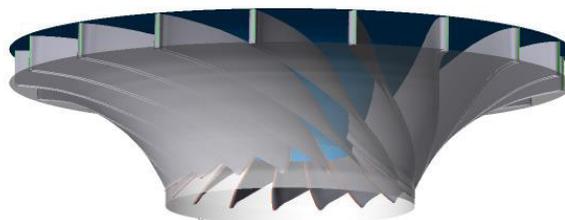
ordenamiento de manera que puedan ser leídas por BladeGen donde se obtendrán los archivos.curve necesarios para ingresar en TurboGrid para el proceso de mallado. Se realiza un análisis del perfil y refinado de acuerdo con su geometría, en el punto 2.2.2 se explica más detalladamente, y si cumple con la calidad de malla, apartado 2.2.3, pasa a ICEM CFD donde juntamente con la "extensión" se obtienen los archivos.msh que ingresaran a Ansys Fluent para la simulación.

Una vez obtenido el dominio computacional entramos en el proceso de los cálculos computacionales. Aquí las componentes de la velocidad forman parte de las condiciones de contorno (Ver apartado 2.3.6), los parámetros del solucionador y el método de solución ingresan a la configuración del programa para la simulación (Ver apartado 2.3.7 y 2.3.8). Cabe mencionar que primero se realiza una simulación para estado de flujo en la caracola que es diseñada en SolidWorks y mallada en Ansys. Finalmente, cuando se cuenta con la convergencia se simula la erosión con los parámetros establecidos.

Se realiza un estudio de independencia para la erosión basado en el número de TRIES y de acuerdo con esto se escoge cuando ya no exista variación con los resultados. Como siguiente punto, se obtienen los resultados de velocidad, torque, YPlus, erosión entre otros para pasar como .cdat y .dat a CFD-Post donde se los procesa para obtener las gráficas deseadas. Finalmente se analiza las gráficas obtenidas y se las compara con estudios previos y si existe una disminución de la erosión en los compontes de la turbina se da por finalizado el estudio caso contrario se repite la metodología.

### **2.7.2. Modelo Geométrico.**

Para obtener cada parte de la geometría, se deben generar 3 archivos: límite superior (Hub), límite inferior (shroud) y el perfil aerodinámico. Para el caso del rodete y los alabes predirectores el perfil viene dado por el programa y el espesor que se le asigne. Por otro lado, para los alabes directores se toma el perfil seleccionado previamente. Para el ordenamiento de las coordenadas se utilizó Excel y BladeGen ya que los archivos que se obtienen del código son archivos.txt. Para el presente caso de estudio en la figura 2.21. se muestra cada parte generada en TurboGrid.



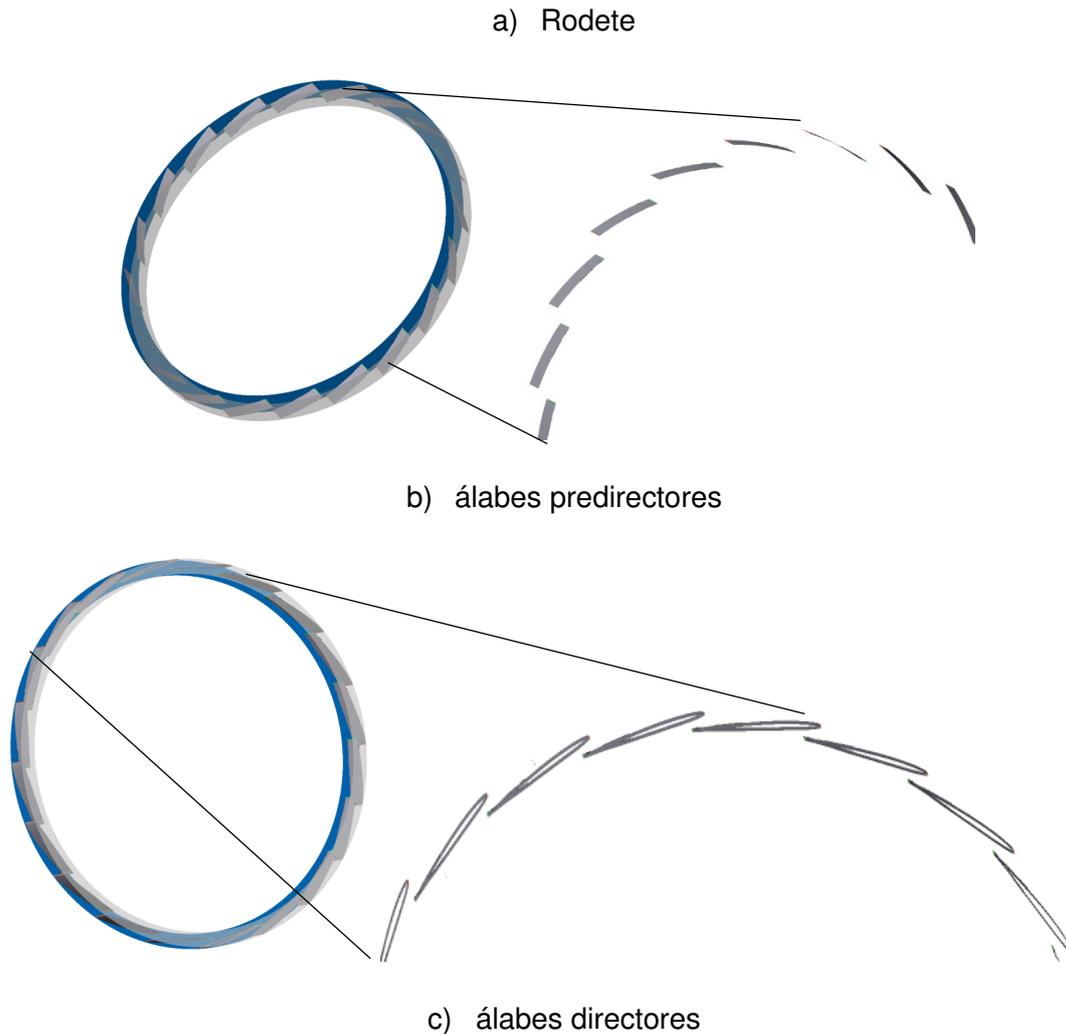


Figura 2.21. a) Rodete. b) álabes predirectores. c) álabes directores  
(Fuente: Propia)

Para asegurar que se cuenta con una buena geometría se debe visualizar una vista radial-axial de manera que se pueda ver la regularidad de los puntos. Como se muestra en la figura 2.23. Caso contrario se procede a realizar un suavizado del perfil mediante el manejo de sus coordenadas.

### 2.7.3. Ordenamiento y suavizado del perfil

Las coordenadas de los archivos para el perfil del rodete y los alabes predirectores son generados en el código como puntos, de acuerdo con la metodología antes mencionada. TurboGrid debe generar la superficie del alabe de manera que se evite una región de presión negativa para que no se produzca cavitación. En la figura 2.22 propuesta por [6] se muestra la irregularidad que tienen los puntos al ser diseñados en un software libre y la forma que estos poseen.

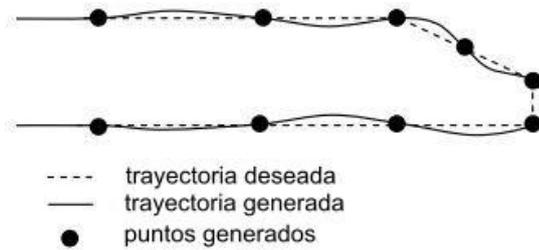
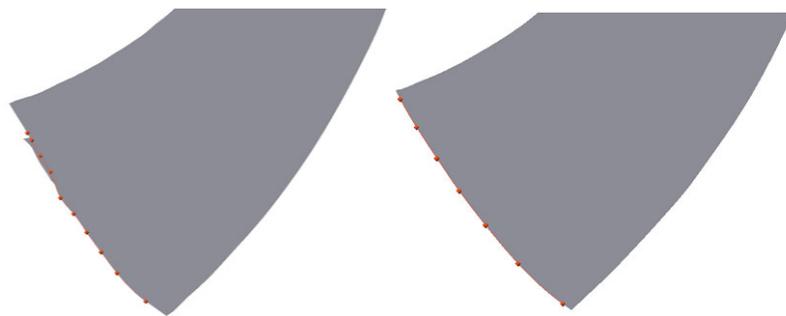


Figura 2.22. Forma del borde de salida del perfil.  
(Fuente:[6])

Para poder corregir esta tendencia se opta por aplicar una regresión lineal en el programa de Excel. Una vez que se grafica sin ningún tipo de error se verifica si no se tiene irregularidades o formas no continuas en los perfiles. En la figura...se muestra el antes y después del perfil del rodete.



a) Perfil del rodete por defecto

b) Perfil del rodete suavizado

Figura 2.23. Perfil del rodete antes y después del suavizado a las coordenadas.  
(Fuente: Propia)

#### 2.7.4. Mallado

De manera que se puedan resolver las ecuaciones que rigen la dinámica de fluidos computacional (CFD) se plantean métodos de discretización como: diferencias finitas, método de elementos finitos y método de los volúmenes finitos, siendo este último el más utilizado [4]. El mallado consiste en discretizar cada parte del dominio de estudio en volúmenes más pequeños para resolver en cada uno las ecuaciones correspondientes.

Para el presente caso de estudio se opta por realizar un mallado estructurado en el dominio, esto con la finalidad de obtener una mejor convergencia y estabilidad en los resultados a comparación de lo que se lograría con una malla no estructurada. Para poder generar este tipo de malla se utiliza el módulo de TurboGrid ATM optimized y se especifica los parámetros de refinamiento de la capa límite como se muestra en la figura 2.24. Los métodos y valores se eligen en base recomendaciones hechas por Eltvik [8].

Tabla 2.4 Métodos y parámetros de calibración.

<b>Método</b>	Factor de tamaño global	1.5
<b>Método</b>	Primer elemento de la pared	Y+ 100
<b>Método</b>	y+	Reynolds

(Fuente: Propia)

Se elige un factor de 1.5 para obtener una malla más fina, para el primer elemento de la pared que entrara en contacto con la capa limite el valor de Y+ es de 100 ya que de acuerdo con [7] debe estar en un rango de  $30 < Y+ < 300$  para números de Reynolds en el ámbito turbulento.

Por último, el número de Reynolds se lo calcula con la ecuación ( ) tomando el caudal de entrada de acuerdo con los parámetros de funcionamiento de la turbina que se tiene como dato.

$$Re = \frac{\rho v l_c}{\mu} \quad (2.47)$$

Donde:

$\rho$  : densidad del agua [kg/m<sup>3</sup>]

$v$  : velocidad del flujo [m/s]

$\mu$  : viscosidad dinámica del agua [N\*s/m<sup>2</sup>]

$l_c$ : longitud característica [m]

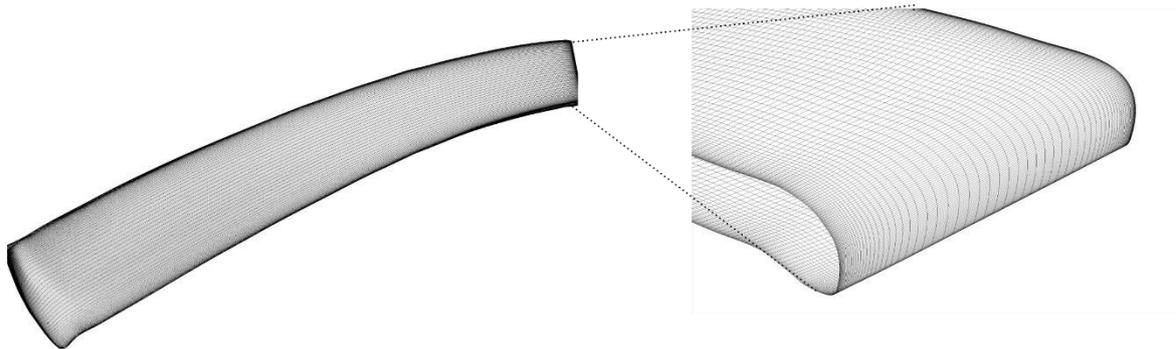
$$Re = \frac{1000 * 14.63 * 0.4513}{1.518 * 10^{-3}} = 4.35 * 10^6$$

Dado el número de Reynolds calculado y de acuerdo con [18] se establece que es un flujo en el ámbito turbulento.

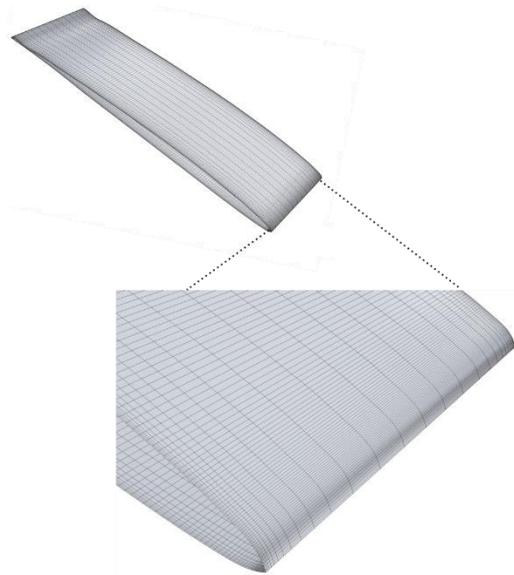
Las mallas obtenidas se presentan en la figura 2.25 y en la tabla 2.4. con su respectivo número de nodos y elementos.

Tabla 2.5. Elementos y nodos de las mallas obtenidas.

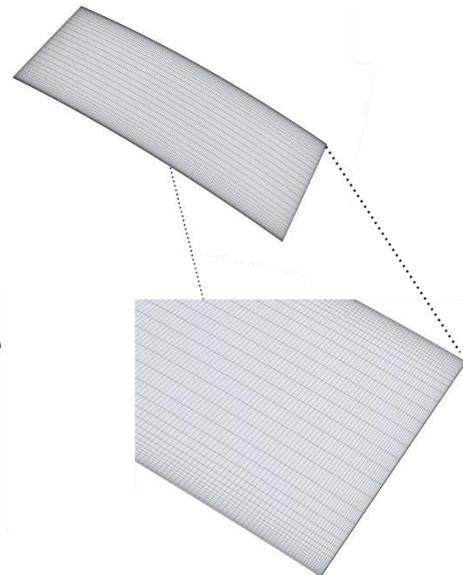
	<b>Elementos</b>	<b>Nodos</b>
<b>Rodete</b>	4341912	4195680
<b>Álabes directores</b>	278420	706508
<b>Álabes predirectores</b>	743434	256184



a) Álabe del rodete



b) álabe director



c) álabe predirector

Figura 2.25. Mallas obtenidas para el diseño propuesto  
(Fuente: Propia)

Para la geometría de la caracola y el draft tube se usa el software SolidWorks y para el mallado la herramienta mesh de workbench como se muestra en la figura 2.26. Con la caracola se realiza una simulación simple para el flujo en Fluent, de esta manera se obtiene

las componentes de la velocidad a la salida dado que serán las componentes de entrada en los álabes predirectores para la simulación de todo el dominio.

Para el tubo de aspiración se optó por realizar una representación de esta como una “extensión” a la salida del rodete dado que el análisis se realizará para un alabe del dominio es la mejor opción. Dicha extensión está en función de la cuerda del perfil del rodete, de esta manera se evita que exista un contraflujo para que no se presente turbulencia en dicha zona y se pueda llegar a una convergencia en los resultados. Los elementos y nodos para estas dos partes del dominio se muestran en la tabla 2.5.

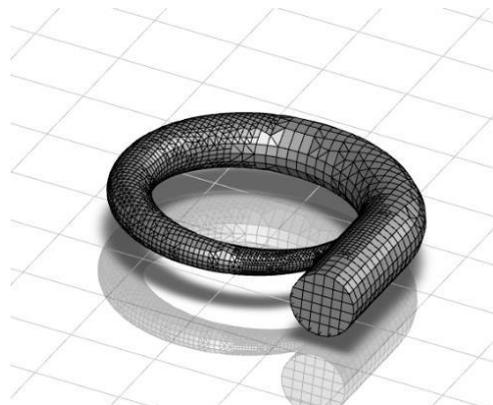
Tabla 2.6. Elementos y nodos para la malla de la extensión y la caracola.

	<b>Elementos</b>	<b>Nodos</b>
<b>Extensión</b>	16912	14927
<b>Caracola</b>	15340	14842

(Fuente:Propia)



a) Malla de la extensión



b) Malla de la caracola.

Figura 2.26. Mallas obtenidas para el diseño propuesto

(Fuente:Propia)

Una vez obtenidas las 3 mallas principales (rodete, alabes predirectores y directores) se exportan como archivos.cgns a ICFM CFD donde se unen con la extensión creando así todo el dominio computacional como archivos.msh.

La figura 2.27 muestra el dominio computacional donde las líneas rojas y azules muestran las condiciones de entrada y salida de flujo.

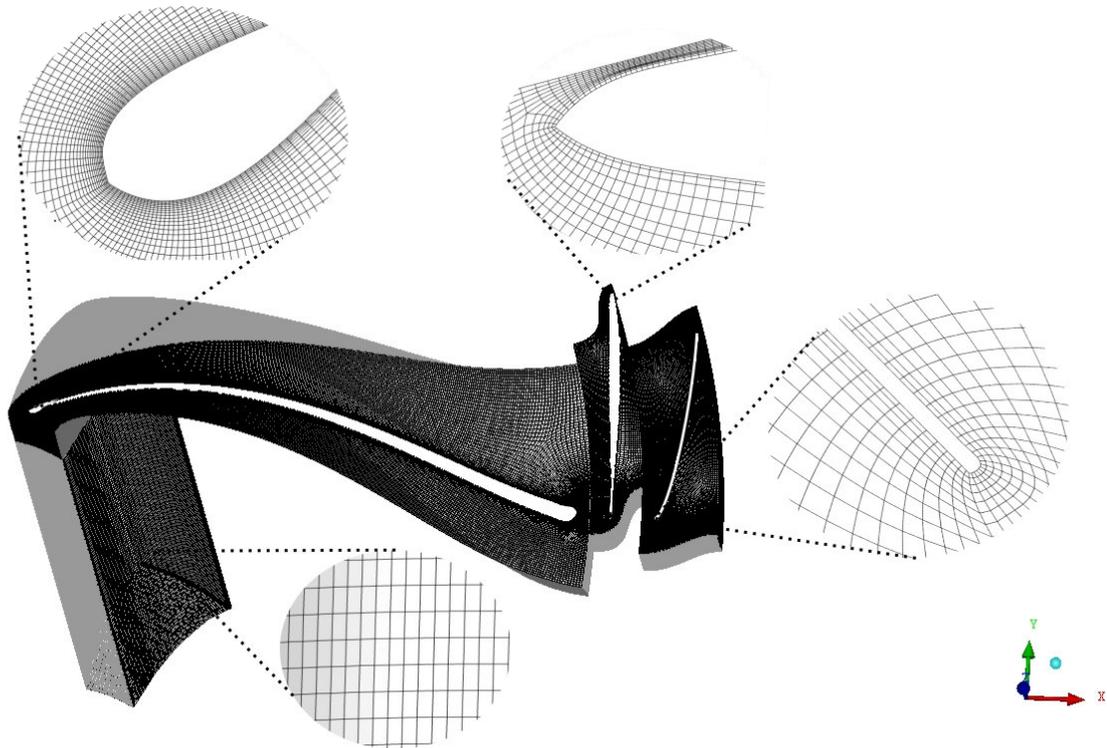


Figura 2.27. Dominio computacional en FLUENT.  
(Fuente:Propia)

### 2.7.5. Calidad de Malla

La importancia de obtener buenos resultados en una simulación es la calidad de su malla sea está estructurada o no. Es importante establecer criterios que nos ayuden a seleccionar la mejor alternativa para usarse en la simulación dado que factores como: tiempo necesario para crear la malla, costes computacionales y el efecto de la difusión numérica se ven involucrados para obtener los resultados.

En la tabla 2.6 se muestran los criterios tomados en cuenta para determinar la calidad de malla.

Tabla 2.7. Criterios para evaluar la calidad de una malla.

Criterio	Ecuación	Descripción
<b>Y plus</b>	$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}$ <p>Donde:  <math>u_\tau</math> : velocidad de fricción.  <math>y</math> :Distancia al muro del primer elemento.  <math>\nu</math> :viscosidad cinemática del fluido</p>	Describe el valor medio de la pared hidrodinámica de la malla [40] y depende del modelo a utilizarse.

<p><b>Número Omega</b></p>	$\Omega = \frac{NE}{ND}$ <p>Donde: NE: número de elementos ND: número de nodos</p>	<p>Relaciona el número de elementos con el número de nodos de la malla [10]. Si incrementa el valor lo hará el recurso computacional.</p>
<p><b>Calidad Ortogonal</b></p>	$\frac{A_i \cdot e_i}{ \vec{A}_i   e_i }$ <p>Donde: Ai: vector normal a la cara ei: eje i</p>	<p>La calidad ortogonal es un analizador de Fluent que mide la desviación entre la conexión directa del centro de elementos vecinos a la línea mediana de esa cara lateral. Los valores cercanos a 1 son buenos y a 0 no deseados.</p>

(Fuente: Propia)

### 2.7.6. Condiciones de contorno.

Para la simulación se deben establecer condiciones de contorno, que son parámetros o valores bajo los cuales la turbina operara, ya sean datos experimentales o condiciones geográficas. De acuerdo con [12] para turbinas Francis se debe establecer flujo masico a la entrada y presión estática a la salida.

Para el presente caso de estudio las condiciones de contorno son definidas para un álabe del dominio. El hub ,shorud y alabe de cada componente actúan como paredes y los extremos son tratados como límites de periodicidad como se muestra en la figura 2.28. El resto de parámetros y condiciones se muestran en la tabla 2.7.

Ya que se cuenta con un numero diferente de álabes en el rodete y en los alabes predirectores y directores se divide el total del flujo de entrada para el numero de alabes predirectores y el flujo restante se lo inserta en la entrada del rodete. De esta manera se quiere asegurar que todo el flujo ingrese al dominio de manera que se pueda obtener el torque y eficiencias requeridas.

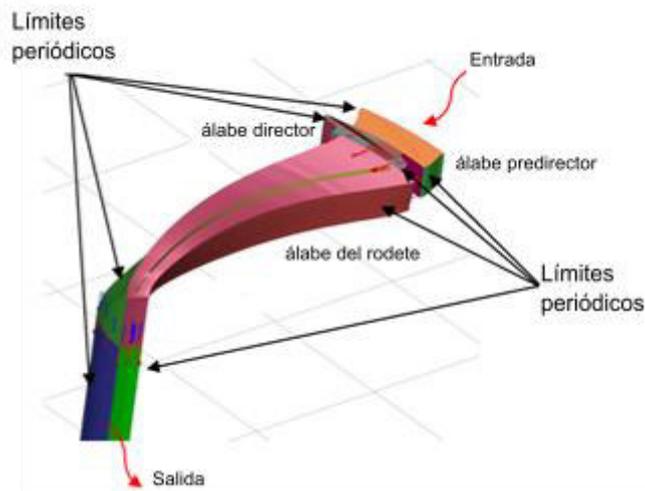


Figura 2.28. Dominio Computacional y condiciones de contorno.  
(Fuente: Propia)

Otras consideraciones:

- Se establece un marco giratorio para la geometría del rodete y las demás se quedan en posición fija.
- Se crea interfaces entre las paredes de contacto entre el rodete, la extensión y los alabes predirectores.
- Se establece la presión de salida al final de la extensión.

En la tabla 2.7 se muestran las condiciones de contorno que se utilizaron para llevar a cabo la simulación en el software Ansys Fluent.

Tabla 2.8. Condiciones de contorno

Condición	Tipo	Unidad	Valor
ENTRADA ÁLABE PREDIRECTOR	Mass Flow inlet	Kg/s	117.5
ENTRADA RODETE	Mass Flow Inlet	Kg/s	20.73529412
SALIDA	Pressure Outlet	Pascal	0
GRAVEDAD	Atmosférica	m/s <sup>2</sup>	9.77
Presión de Operación	GEOGRAFICA	Pascal	101400
<b>FLUIDO</b>			
DENSIDAD	Constante	Kg/m <sup>3</sup>	998.2
VISCOCIDAD	Constante	Kg/m-S	0.001003

(Fuente:Propia)

### 2.7.7. Parámetros del solucionador.

Para resolver las ecuaciones planteadas por el método (k-ε) y los modelos de turbulencia se establece el seteo que se muestra en la tabla para el presente caso de estudio. Estos son tomados de recomendaciones establecidas por Cando [4][5] en sus simulaciones.

Se utiliza la doble precisión para mejorar el cálculo, dentro del modelo de K-epsilon se debe tener en cuenta la calidad de malla y se ocupa las funciones de pared estándar. Una vez obtenida la convergencia de los resultados para la parte de flujo se activa el modelo de fase discreta (DPM) para simular la erosión.

Por otro lado, para la parte de DPM se aplica el número de parámetros de seguimiento (Trackings) en el valor recomendado por [3] y se selecciona la longitud mínima del dominio. Para la partícula se la considera inerte y que ingresa con la misma velocidad que el flujo a la entrada de los alabes predirectores, con un caudal dividido para el número de alabes como se realizó con el flujo masico. El número de TRIES es escogido de acuerdo con la independencia de los resultados. (Ver 3.2). Todo esto se muestra en la tabla 2.8.

Tabla 2.9. Seteo en cada parte del SETUP de Fluent.

SETUP			Seteo
<b>General</b>			1. Double precision 2. Pressure-Based 3. Velocity Formulation-Absolute 4. Time-Steady
<b>Modelo</b>			1. K-epsilon 1.1 Realizable 1.2 standard walls functions 2. Discrete Phase 2.1 Interaction with continuous pase 2.2 Update DPM=1 2.3 Tracking parameters (500000) (5.3566e-05) 2.4 Physical Models 2.4.1 Seleccionados: Saffman Lift forcé Virtual Mass forcé Pressure gradient forcé Erosión/Accretion
<b>Erosión</b>			1 Typo-inerte 2. Injections
Partícula y criterios para la Erosión [5]			2.1 Type- Surface 2.2 Release-Inflow Sv 2.3 Turbulent Dispersion Discrete Random Walk model Numero de tries: 100 Time scale constant:0.15
<b>Material</b>	<b>Quartz</b>	-	
<b>Diámetro</b>	0.1	mm	
<b>Caudal</b>	0.07	Kg/s	
<b>Densidad</b>	2650	Kg/m3	

(Fuente: Propia)

### 2.7.8. Método de solución.

Para el método y la inicialización en la solución se toman las condiciones y criterios usados por Cando [4][5] en sus trabajos y simulaciones para el presente caso de estudio.

Se utiliza el método SIMPLE (Método Semi Implícito de Ecuaciones Ligadas a la presión) para el solucionador que funciona para estado estacionario, las derivadas especiales de discretización se resuelven mediante el esquema de segundo orden y el gradiente fue elegido en base a cuál mostraba una mejor convergencia de los resultados.

Cuando exista una convergencia de los resultados la solución es obtenida tanto para la fase de flujo como para la parte de erosión de la turbina. Como se muestra en la tabla 2.9.

Tabla 2.10. Seteo en cada parte de la solución en Fluent.

<b>SOLUCION</b>	<b>Seteo</b>
METODO	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Pressure-velocity coupling algorithm Simple</li> <li>2. Spatial discretization               <ol style="list-style-type: none"> <li>2.1 Gradient Green-Gauss cell based</li> <li>2.2 Pressure Second order</li> <li>2.3 Momentum Second order upwind</li> <li>2.4 Turbulent kinetic energy Second order upwind</li> <li>2.5 Turbulent dissipation rate Second order upwind</li> </ol> </li> </ol>
INICIALIZACIÓN	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Metodo de Inicializacion Estándar</li> <li>2. Compute from Inflow Sv</li> <li>3. Reference Frame Relative to cell zone</li> </ol>

(Fuente: Propia)

### 3. RESULTADOS

#### 3.1. DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADO

En esta capítulo se presentan los resultados del diseño paramétrico empleado con su debida interpretación y análisis, así como la simulación en CFD de la turbina tipo Francis.

#### 3.2. Resultados del diseño paramétrico

Según los datos obtenidos que se describen en el punto 2.2.1, se presentan los % de error calculados con respecto a los valores de referencia, que no superan el 9%. Este valor nos permite discutir si el modelo paramétrico es válido, que de acuerdo con Hidalgo [16] se cumple con el error permisible para validar la metodología propuesta.

##### 3.2.1. Influencia de los parámetros hidráulicos de diseño en la tendencia a la erosión.

Los parámetros seleccionados para conocer su efecto en la tendencia a la erosión corresponden a los valores de entrada que se debe introducir en el código para iniciar el cálculo geométrico de la turbina.

La figura 3.1 indica la variación de la tendencia a la erosión en función del caudal de entrada. La variación de caudal aplicada no modifica la velocidad sincrónica de la turbina, se mantiene constante el número de polos ( $Z_p$ ). Se considera de esta manera para evitar oscilaciones en el gráfico y observar la tendencia de erosión en un intervalo en el que se encuentra el caso de estudio seleccionado.

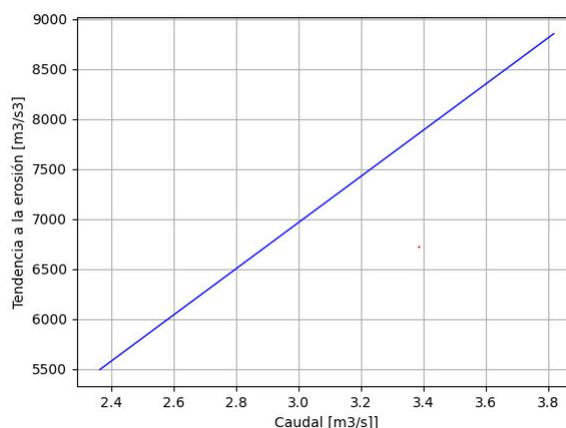


Figura 3.1. Caudal vs Tendencia a la erosión.

(Fuente: Propia)

En la figura 3.2 se muestra la influencia del ángulo de salida ( $\beta_2$ ), indicando que existe un intervalo pequeño de selección, entre  $30^\circ$  y menor a  $34^\circ$ . Coincidiendo el valor de  $33.61^\circ$  seleccionado por Bone.

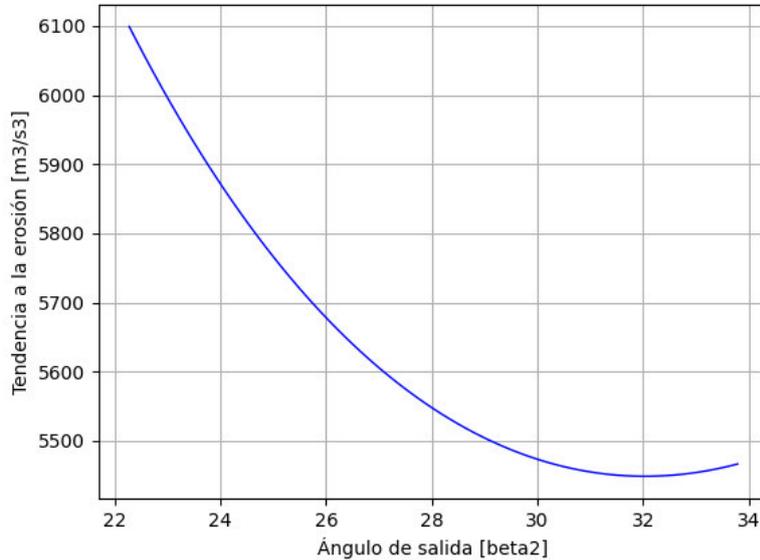


Figura 3.2.  $\beta_2$  vs Tendencia a la erosión.  
(Fuente: Propia)

En la figura 3.3 se muestra la influencia de la velocidad periférica a la salida. Según la gráfica se debería escoger valores menores al  $20.6 \text{ m/s}$ , sin embargo, esto cambiaría la velocidad sincrónica saliéndose del intervalo de análisis.

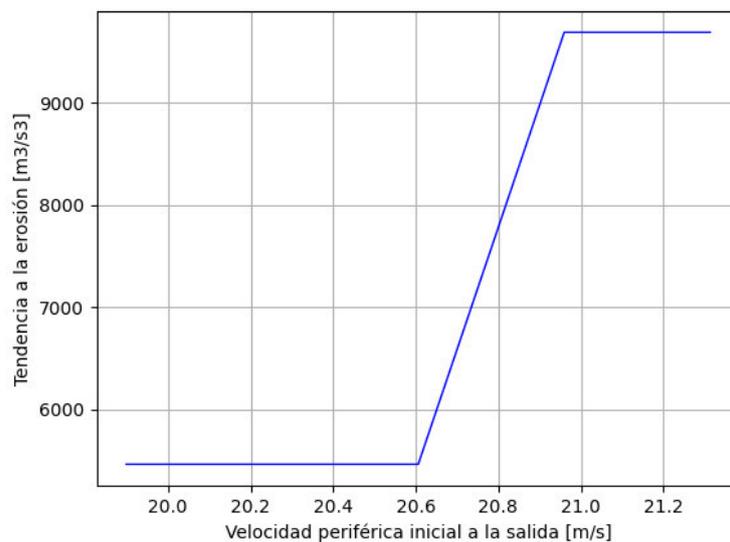


Figura 3.3.  $U_{2init}$  vs Tendencia a la erosión.  
(Fuente: Propia)

En la figura 3.4 se muestra el efecto de la aceleración del flujo a través del rodete. Siguiendo la tendencia de la gráfica, mientras se incrementa la aceleración menor será la tendencia a la erosión, sin embargo, al aumentar desmesuradamente este factor exige un aumento en la altura del rodete y se presentan problemas de contraflujo si no se incrementa al número de alabes, aumentando su costo de producción [14]. Por esos motivos solamente se incrementa un 40%.

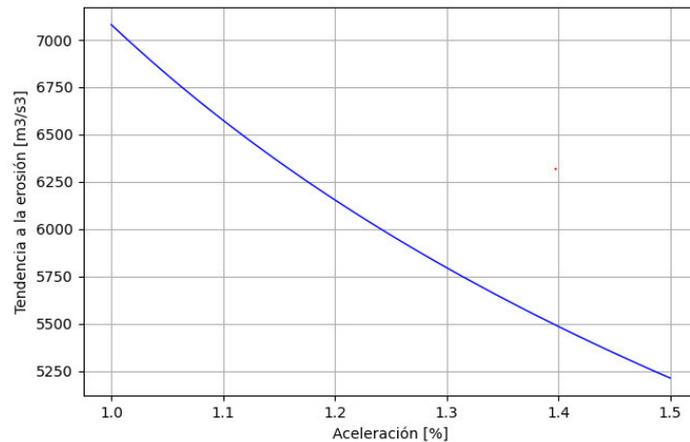


Figura 3.4. Aceleración vs Tendencia a la erosión.  
(Fuente: Propia)

En la figura 3.5 se muestra la influencia de la velocidad reducida a la entrada. Este factor afecta a las dimensiones y el triángulo de velocidades a la entrada. La reducción de este parámetro disminuye la tendencia a la erosión, observando la tendencia de la gráfica se puede reducir un mínimo de 0.70 ya que a valores menores se tienen números negativos. En esta parte se debe analizar con precaución para escoger el valor óptimo.

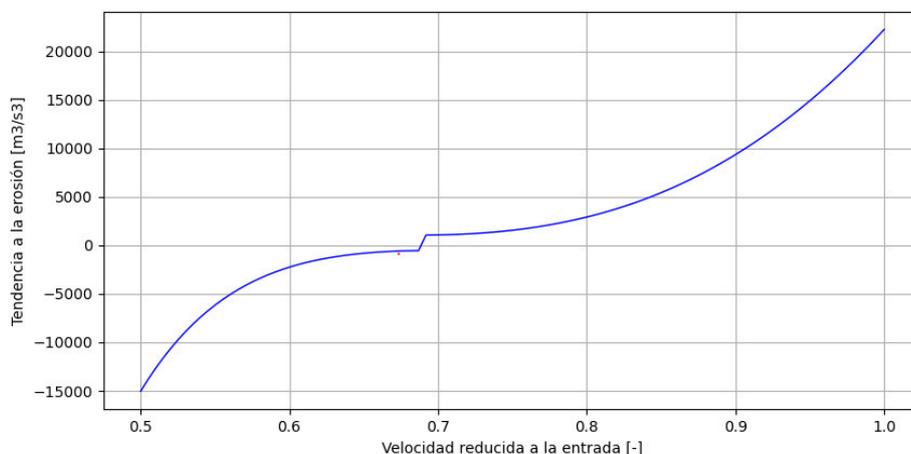


Figura 3.5. Velocidad reducida a la entrada vs Tendencia a la erosión.  
(Fuente: Propia)

## Dimensiones principales.

Con las condiciones de funcionamiento establecidas y los cálculos realizados en el apartado 2.1., se obtienen los valores presentados en la tabla 3.1:

Tabla 3.1. Dimensiones generales de la turbina.

<b>Especificaciones Generales</b>		
<b>Variable</b>	<b>Símbolo</b>	<b>Valor</b>
Velocidad sincrónica	$n$	333,3 rpm
Número de pares de polos	$Z_{polos}$	9
Número de álabes rodete	$Z_{alabesrodete}$	17
Número de álabes directores	$Z_{gv}$	20
Número de álabes predirectores	$Z_{sv}$	20
Eficiencia hidráulica	$\eta$	0,955
Altura de sumergimiento	Hs	-2.02 m
<b>Salida del Rodete</b>		
Diámetro de salida	$D_2$	0,485 m
Ángulo de salida	$\beta_2$	33,61°
Velocidad periférica	$U_2$	19,07 m/s
Velocidad meridional	$C_{m2}$	12,68 m/s
<b>Entrada del Rodete</b>		
Diámetro de entrada	$D_1$	1,13 m
Ángulo de entrada	$\beta_1$	75,37°
Velocidad tangencial	$C_{u1}$	42,2 m/s
Velocidad periférica	$U_1$	44,55 m/s
Velocidad periférica reducida	$\underline{u}_1$	0,71
Velocidad meridional	$C_{m1}$	9,00 m/s
Altura a la entrada	$B_1$	0,0732 m
<b>Álabes directores</b>		
Diámetro de salida	$D_{gvo}$	1,19 m
Velocidad tangencial a la salida	$C_{ugvo}$	40,19 m/s
Velocidad meridional a la salida	$C_{mgvo}$	8,04 m/s
Ángulo alfa de la salida	$\alpha_{gvo}$	11.9°
Diámetro de entrada	$D_{gvi}$	1,25 m

Velocidad tangencial a la entrada	$C_{ugvi}$	20,42 m/s
Velocidad meridional a la entrada	$C_{mgvi}$	8,05 m/s
Ángulo alfa de la entrada	$\alpha_{gvi}$	21,5°
Diámetro de rotación	$D_0$	1,22 m
Longitud	$L_{gv}$	0,21 m
<b>Álabes predirectores</b>		
Diámetro de salida	$D_{sto}$	1.27 m
Velocidad tangencial a la salida	$C_{usto}$	18,57 m/s
Velocidad meridional a la salida	$C_{msto}$	7,31 m/s
Ángulo alfa de la salida	$\alpha_{sto}$	21,5 °
Diámetro de entrada	$D_{sti}$	1.37 m
Velocidad tangencial a la entrada	$C_{usti}$	18,57 m/s
Velocidad meridional a la entrada	$C_{msti}$	7,31 m/s
Ángulo alfa de la entrada	$\alpha_{sti}$	21,5°
Longitud	$L_{sv}$	0,18
<b>Carcasa espiral</b>		
Radio de entrada	$r$	0,065 m
Constante de vórtice libre	$C_t$	12,8

(Fuente:Propia)

### Distribución de energía.

Con las dimensiones presentadas se realiza un análisis de los parámetros de desempeño del álabe del rodete (distribución de energía, figura 3.6) para graficar el plano G-H.

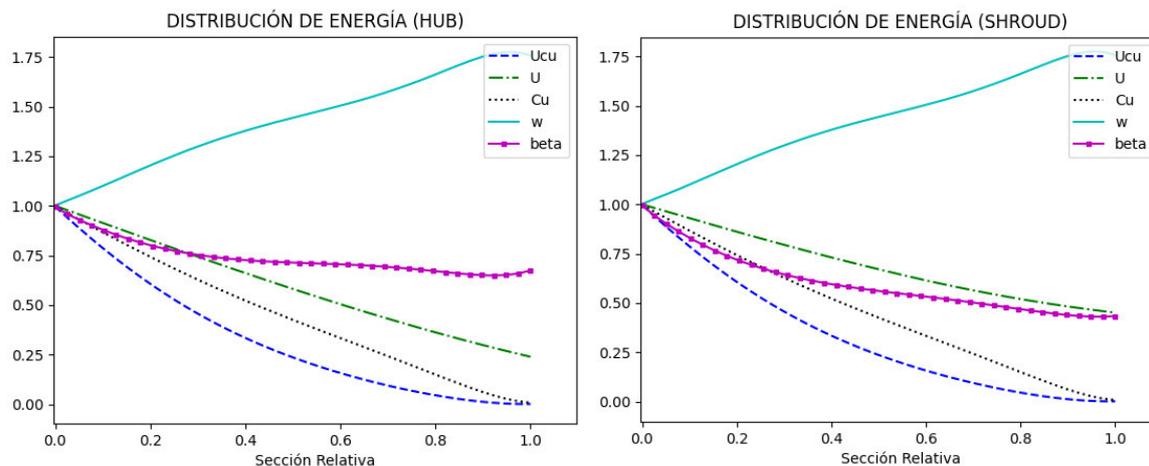


Figura 3.6. Distribución de energía en dos puntos de control (HUB y SHROUD)

(Fuente: Propia)

En la figura 3.6, se presenta la distribución de energía en dos puntos de control, (hub y shroud). Siguiendo las consideraciones mencionadas en el punto 2.1.1.6. se puede observar que las curvas mostradas tienen una distribución uniforme con un alto valor de energía al inicio del álabe y con un ángulo de deslizamiento bajo. Con este breve análisis se obtiene el plano G-H.

**Vista 3D del álabe del rodete.**

Obtenidos los planos, axial y G-H se puede construir el álabe del rodete en 3 dimensiones figura ##, las vistas se muestran en la figura 3.7.

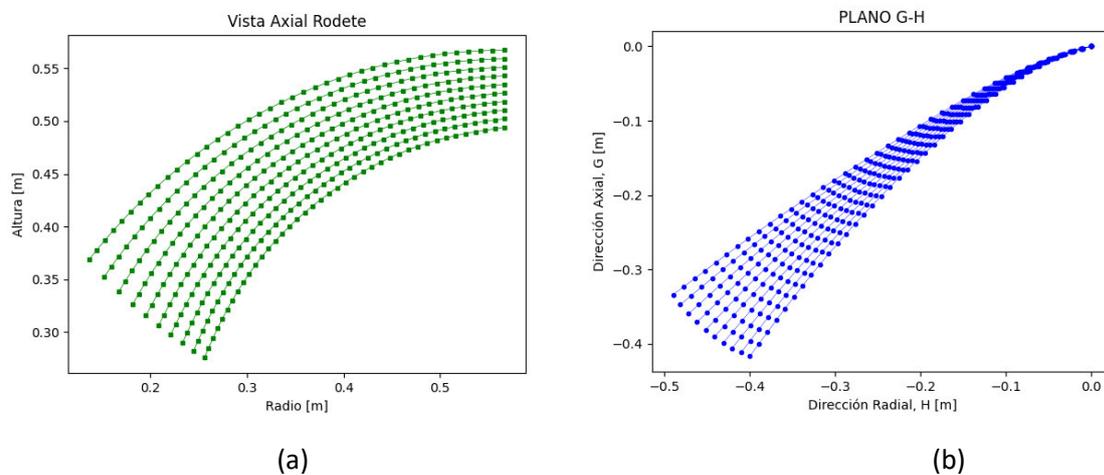


Figura 3.7. (a) Vista axial del álabe, (b) Vista radial (Plano G-H).

(Fuente: Propia)

Con la intención de graficar todo el rodete y no solo un álabe se transforma el plano G-H a coordenadas polares, ver figura 3.8;

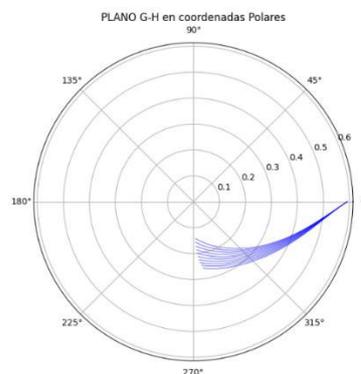


Figura 3.8. Plano G-H en coordenadas polares.

(Fuente: Propia)

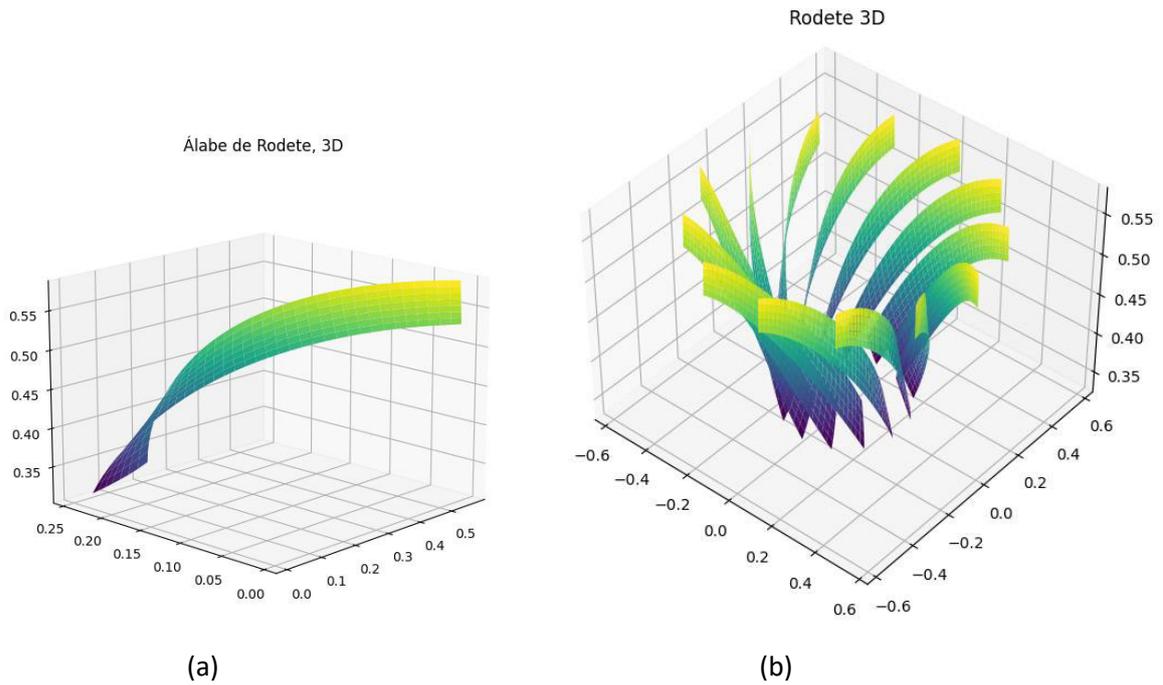
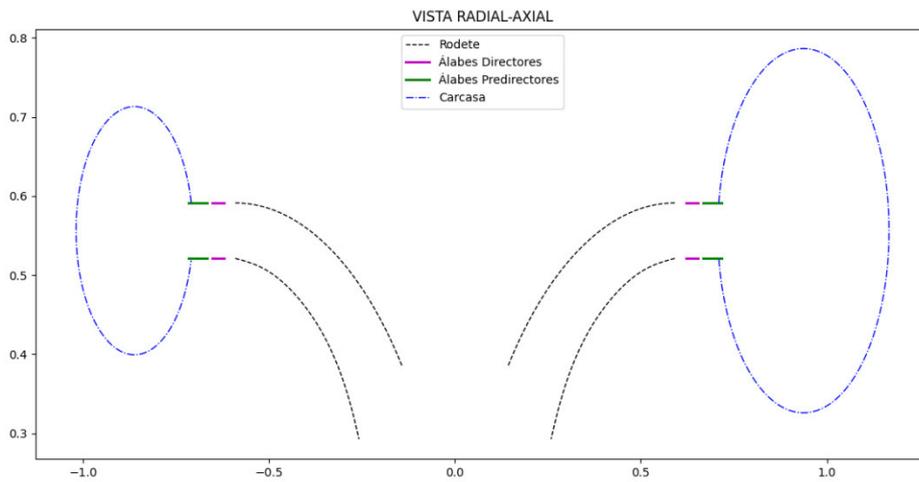


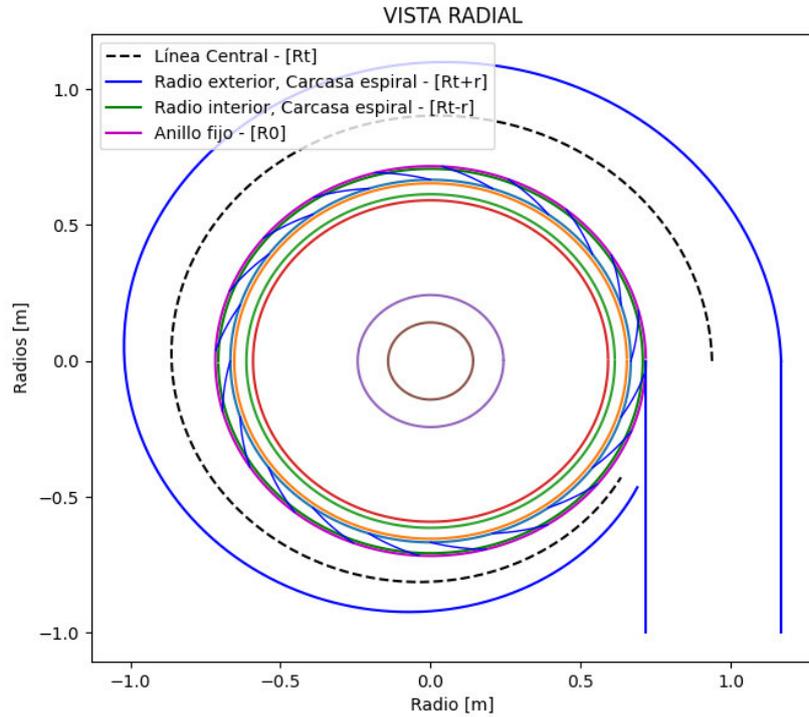
Figura 3.9. (a) Álabe, (b) Rodete.  
(Fuente: Propia)

**Resultados globales.**

Dibujado el rodete se obtiene la posición y dimensión de los demás componentes de la turbina. En la figura 3.10. se presentan todos los elementos de la turbina diseñada. En la vista radial de la turbina se indica la posición y dimensiones de los álabes predirectores.



(a)



(b)

Figura 3.10: (a) Vista axial, (b) vista radial de la turbina diseñada.

(Fuente: Propia)

### 3.2.2. Factor de erosión.

Dentro del análisis de la erosión el factor de erosión se determina con la ecuación (3.1), es la razón entre la tendencia a la erosión del diseño propuesto para la del de referencia [13].

$$E_f = \frac{(E_t)_{\text{nuevo diseño}}}{(E_t)_{\text{diseño de referencia}}} \quad (3.1)$$

$$E_f = \frac{5.485 \times 10^3}{1.3394 \times 10^4} = 0.41$$

El valor obtenido de 0.41 se lo compara con el de Thapa [13], donde se evidencia una reducción en la tendencia a la erosión en el rodete. Esto verifica los resultados obtenidos por Bone [14] en su investigación donde varía parámetros de sensibilidad en el diseño de la turbina.

### 3.3. Resultados de la simulación del diseño propuesto en CFD

A continuación, se presentan los resultados obtenidos de la simulación para el presente caso de estudio.

#### 3.3.1. Convergencia

Como se menciona en el apartado 2.3.4 se busca obtener convergencia en los resultados, es decir, que la solución se aproxime con cada iteración a la solución final. Para esto se controla dentro del programa los siguientes criterios:

##### 3.3.1.1. Residuales

Los residuales son la diferencia entre los valores de las variables a resolver entre dos iteraciones. Si un código converge, estas diferencias tienden a reducirse hasta alcanzar un valor muy pequeño en el que se estabilizan.[15]

Para el caso de estudio los residuales se establecen en un valor de  $1e-10-3$ . En la figura 3.11. se pueden ver la tendencia que tuvieron los residuales como: velocidad x,y,z, continuidad, parámetros k y épsilon al llegar al valor más próximo. La solución se calcula una vez que estos residuales llegan a una convergencia, este mensaje es indicado en la pantalla de Fluent.

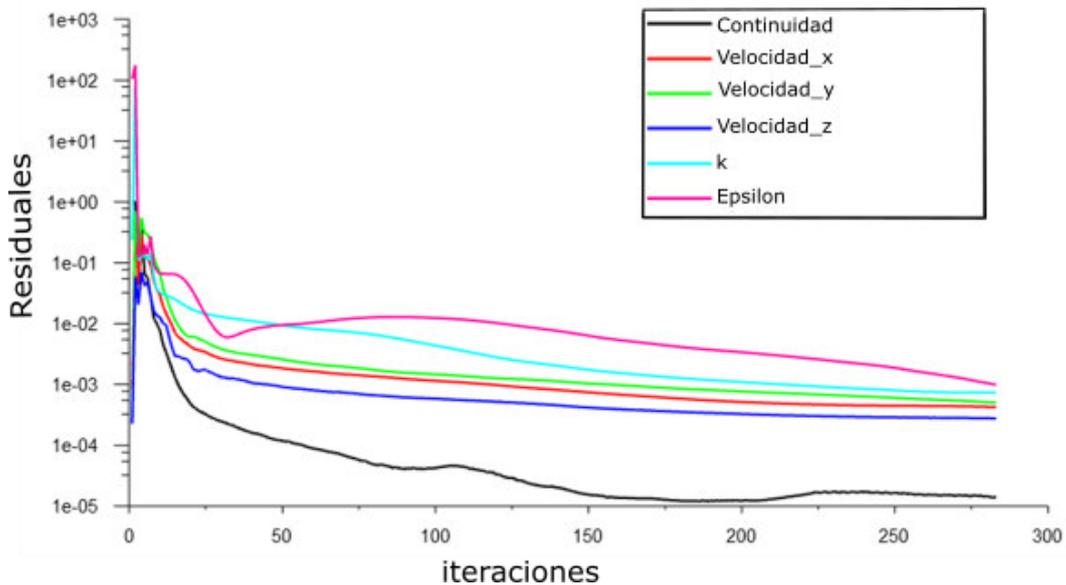


Figura 3.11. Residuales para el caso de estudio.

(Fuente: Propia)

La variable de continuidad presenta una mayor tendencia de convergencia por su valor ubicado en  $10e-5$ . Mientras que todas las demás variables tienen una convergencia a un valor de  $10e-4$  presentando un comportamiento mucho más uniforme. El seteo del número

de iteraciones fue de 1000 pero como se puede observar en la iteración número 283 la solución converge dando así por finalizado la simulación.

### 3.3.1.2. Conservación de masa

Dentro de los parámetros establecidos en 2.3.6 se establece el ingreso del flujo por los álabes predirectores y en las interfaces del rodete. Se debe controlar estas variables asegurando que no existe pérdida de masa tanto en la entrada como en la salida del dominio durante el proceso iterativo.

El flujo que ingresa a la turbina se mantiene constante a lo largo de las iteraciones lo cual es lo idóneo para la simulación por su lado el flujo masico que sale del dominio tiene en las primeras iteraciones variación en su valor, pero aproximadamente a las 15 iteraciones este valor se mantiene constante a lo largo del proceso. Esto se constata con la tabla 3.2.

Tabla 3.2. Conservación de masa en el dominio.

<b>Dominio</b>	<b>Flujo masico [kg/s]</b>
<b>Entrada de los álabes predirectores</b>	117.5
<b>Entrada del Rodete</b>	20.735129
<b>Salida de la extension</b>	138.23538
<b>Total</b>	0.000251

En la tabla 3.2. Se presenta los valores obtenidos para el flujo donde se puede apreciar que lo que entra restado de lo que sale nos da un valor en el orden de  $1e10^{-4}$  dando por aceptado el criterio de conservación. Esto nos garantiza la ausencia de perturbaciones o comportamientos extraños durante la simulación.

### 3.3.2. Mallado

#### 3.3.3. Independencia de malla

Dentro del análisis de la independencia de malla hacemos referencia al número de elementos mínimos que se requeriría para que los resultados ya no tengan una variación respecto al tamaño de la malla. Por lo cual se utilizó 4 tipos de mallas (Ver 3.3), obteniendo los resultados para la variable del coeficiente de momento y la velocidad a la salida de la extensión.

En la figura 3.15. se muestra los resultados obtenidos para los diferentes tipos de malla.

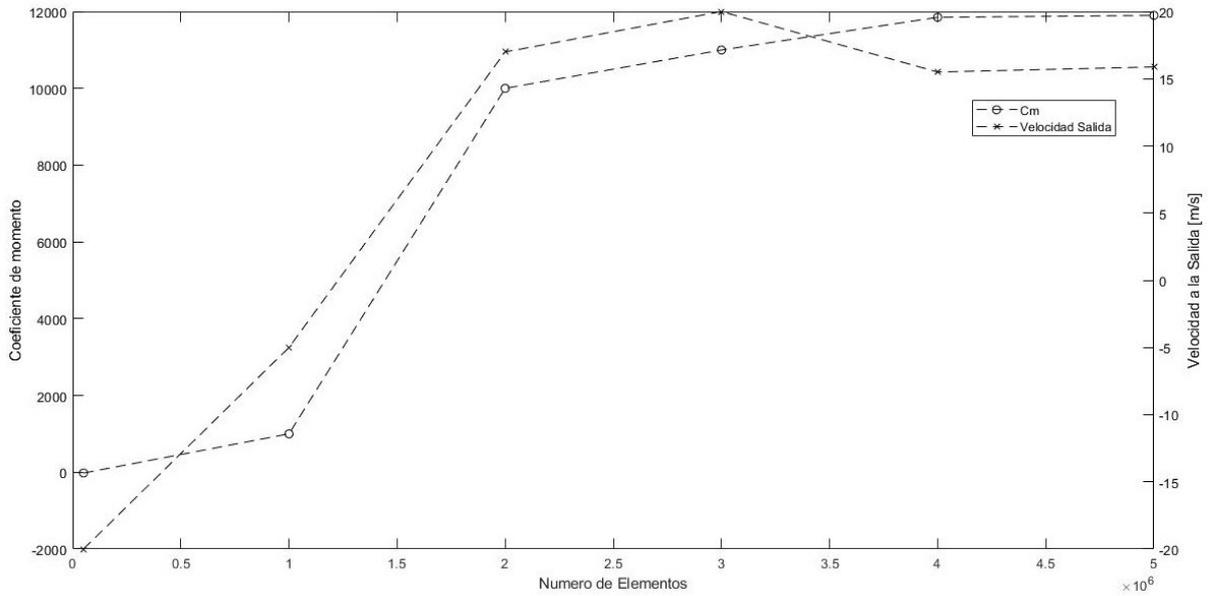


Figura 3.12. Valores de Coeficiente de momento y velocidad a la salida a diferente número de elementos.  
(Fuente: Propia)

Como se puede observar en la figura 3.15. existe una tendencia uniforme a partir de los 4 millones de elementos para los valores de dichas variables. Se escoge la malla M4 dado que cuenta con un buen número de elementos respecto a las otras 3.

Una vez obtenida la independencia del flujo se debe obtener de igual manera una para el análisis de la erosión, en este caso se toma como parámetro la variación que existe entre cada simulación respecto al número de Tries, de acuerdo con este número se realizara la inyección de la partícula a la simulación, se compara el coeficiente de momento en cada una de las simulaciones dando como resultados como se indica en la tabla. cuando la solución ya no tenga variación se escoge dicho valor de TRIES para el seteo.

Tabla 3.3. Independencia de malla de acuerdo con el número de Tries

<b>Malla M4</b>				
<b>Número de Tries</b>		<b>10</b>	<b>50</b>	<b>100</b>
<b>Tasa de Erosión [kg/m<sup>2</sup>-s]</b>	Álabe rodete	1.427335e-06	1.3723431e-06	1.3727945e-06
	Álabe director	1.8568972e-05	1.9123724e-05	1.9186547e-05
	Álabe predirector	4.2851148e-07	3.5833472e-07	3.5956831e-07

(Fuente: Propia)

Como se puede ver en la tabla 3.3. existe una variación muy pequeña de los 10 Tries a los 50 e incluso el grado del número se mantiene en todos los alabes y de ahí en adelante si comparamos con los 100 el valor se mantiene, por lo cual se establece este último valor para el seteo ya que se puede asegurar que no existirá variación en los resultados.

### 3.3.4. Calidad de Malla

La calidad de malla tuvo otros criterios a parte de los mencionados en el (2.3.5), TurboGrid nos ofrece la posibilidad de ver estadísticas de malla y si no existe ningún error en esta parte se puede decir que la malla es buena. Por otro lado, se utilizó la herramienta de calidad de ICEM CFD para calcular la calidad ortogonal y de acuerdo con recomendaciones hechas por Cando [4][5] un valor de 0.2 es lo mínimo que se debe obtener en la malla para que los resultados puedan ser fiables. Esto se muestra en la tabla 3.4.

Tabla 3.4. Criterio de calidad Ortogonal obtenido en Ansys.

Criterio métrico de calidad ortogonal	
<b>Mínimo</b>	0.22064
<b>Máximo</b>	1

(Fuente: Propia)

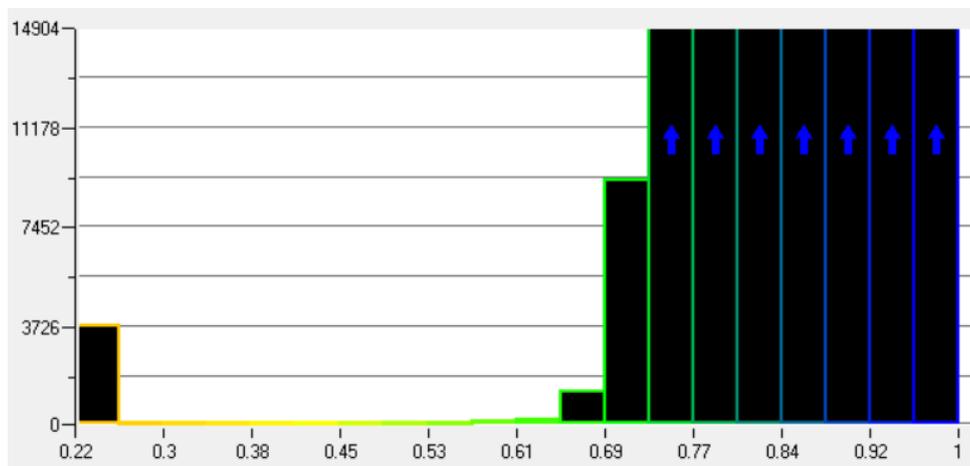


Figura 3.13. Calidad ortogonal ICEM CFD para el dominio de estudio.

(Fuente: Propia)

De igual manera una vez exportado el dominio a Ansys Fluent se comprobó que la calidad siga manteniéndose dado que suele ocurrir que esta disminuye debido a las formas de importación del archivo.msh donde algunos elementos sufren pérdida de calidad. En la figura 3.13 se muestran la calidad obtenida del dominio computacional.

Por último, se analizaron los criterios de Y plus y el numero omega como se muestra en las tablas 3.5 y 3.6.

Tabla 3.5. Numero omega para cada malla

	<b>N°. ELEMENTOS [NE]</b>	<b>N°. NODOS [ND]</b>	<b><math>\Omega</math> [NE/ND]</b>
<b>M1</b>	1.26E+06	1.18E+06	1.069
<b>M2</b>	2.21E+06	2.09E+06	1.057
<b>M3</b>	4.26E+06	4.10E+06	1.039
<b>M4</b>	5.60E+06	5.60E+06	1.000

(Fuente: Propia)

Tabla 3.6. Valor de Yplus para cada parte del dominio.

<b>Dominio</b>	<b>k-<math>\epsilon</math> Yplus</b>
<b>Álabes directores</b>	270.933
<b>Álabes predirectores</b>	61.612
<b>Rodete</b>	41.660
<b>Extensión</b>	21.415

(Fuente: Propia)

Como se puede ver en la tabla 3.4 el número omega propuesto por Hidalgo [10] nos muestra un valor de 1, lo cual es lo deseado ya que se cuenta con un equilibrio para el tiempo de simulación y el tamaño de la malla. Esto también nos confirma la elección de la malla previamente elegida en la independencia a comparación de las otras, en cuanto mas grande es el valor de omega mayor es el tiempo que se requerirá para cumplir con la simulación.

De igual manera en la tabla 3.5 los valores de Yplus obtenidos con la malla 4 para cada parte del dominio se encuentran dentro de los rangos establecidos [40] para los modelos de turbulencia.

### 3.3.5. Análisis del campo de velocidades

La velocidad es un factor importante por tomar en cuenta para la erosión de los alabes de la turbina, la disposición y apertura de estos los ve sometidos a mayor o menor flujo durante el funcionamiento. En la figura se presenta los resultados obtenidos durante la simulación para la velocidad.

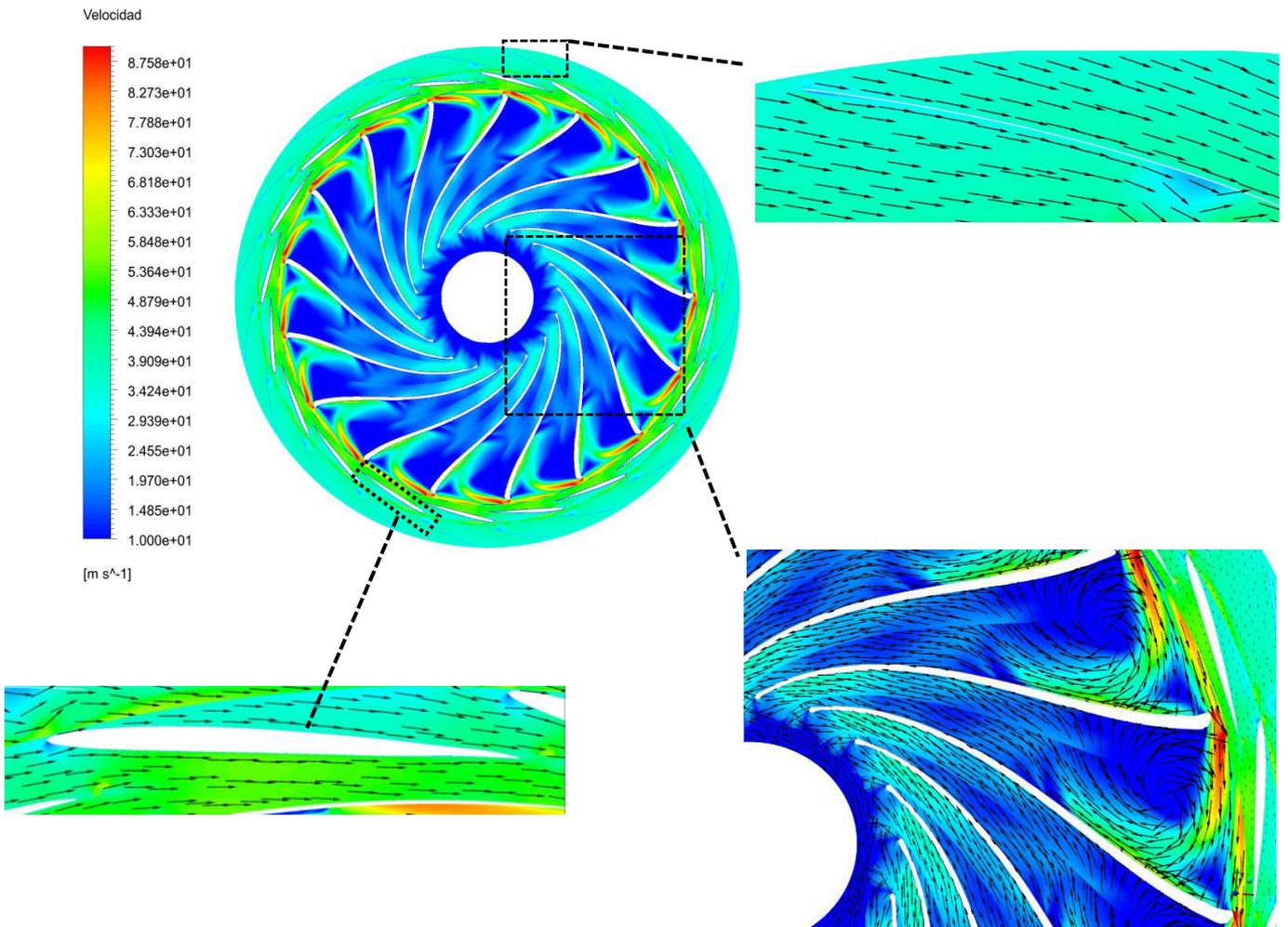


Figura 3.14. Velocidad en la turbina  
(Fuente: Propia)

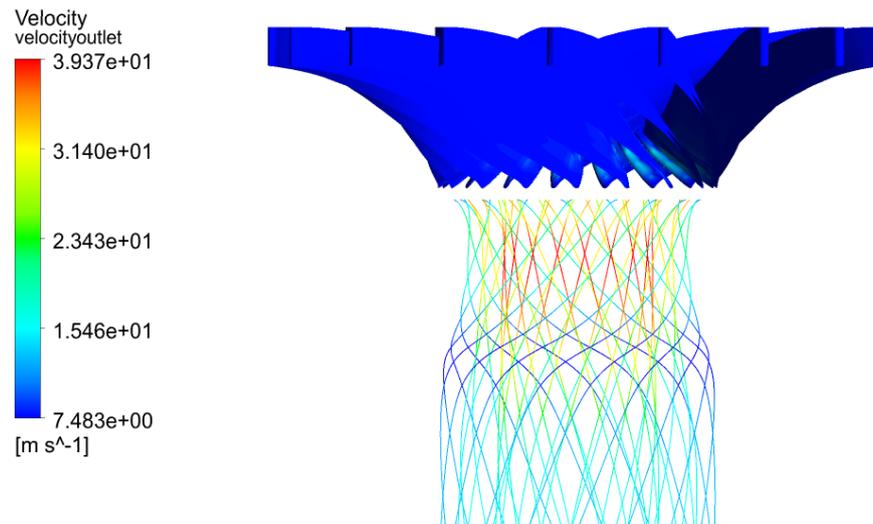


Figura 3.15. Velocidad a la salida del tubo de aspiración.  
(Fuente: Propia)

Como se puede ver en la figura 3.17. la velocidad alcanza un valor mayor a la entrada del rodete en el borde de ataque por el lado de presión, la velocidad empieza a disminuir a medida que se aproxima a la salida del rodete hasta alcanzar un valor de 15 m/s. Para los alabes directores la velocidad se encuentra en un rango moderado presente en el lado de presión en el borde de ataque y de fuga respectivamente. Finalmente, para los alabes predirectores se puede identificar la velocidad uniforme que posee alrededor de todo el alabe, se puede notar que en el borde de fuga se presenta una caída de velocidad por lo que la presión aumenta en estas zonas.

En la figura 3.18. se puede notar la velocidad que tendría el flujo a la salida de la extensión que para este caso de estudio es representada por el tubo de aspiración. Se puede apreciar como la velocidad forma un remolino en la parte superior, que para estos estudios es considerado inofensivo [] y va descendiendo por la pared del tubo hasta llegar a valores de velocidad menor lo cual es deseado para la eficiencia de la turbina.

### 3.4. Comparación de velocidad

El caso inicial viene dado por los datos de la turbina original en los estudios de Thapa [13] se considera el perfil Naca 0012 y el espesor de los álabes predirectores es el mismo determinados por el diseño paramétrico, para obtener los resultados se sigue la metodología propuesta en 2.3.2 obteniendo así la erosión en la figura.

En la figura 3.20 se presenta la velocidad obtenida en el caso inicial comparada con la del presente caso de estudio. Se puede apreciar como en el diseño inicial (a) la velocidad es mayor en el borde de ataque de los alabes predirectores, en el borde de fuga de los

directores y en la banda de los álabes del rodete. Por otro lado, la velocidad en el interior para la salida del rodete tiene un valor de 60 [m/s] a diferencia del caso de estudio que presenta un valor de 15 [m/s].

Como ya se ha mencionado la posición e inclinación de los alabes directores influyen al momento de direccionar el flujo aumentando o disminuyendo el caudal para su entrada al rodete, la velocidad alcanzada por estos en el caso inicial es mayor que en el caso de estudio.

La forma y diámetro del rodete es evidente en la figura estos parámetros ayudan a que la velocidad a la entrada disminuya, pero en ambos casos el elemento más erosionado es el rodete en ambos casos por las velocidades que se llegan a tener durante el funcionamiento de la turbina.

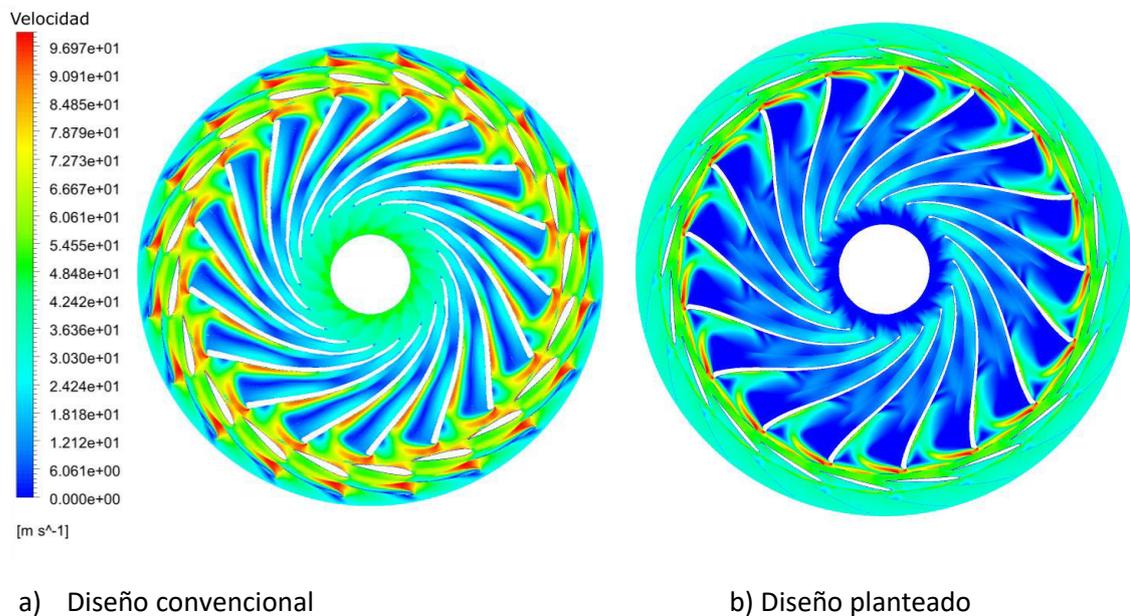


Figura 3.16. Comparación de velocidades a) caso inicial y b) caso de estudio.

(Fuente: Propia)

### 3.5. Erosión

El tamaño de la partícula, la incidencia y el ángulo de ataque con que llega a los componentes de la partícula provoca la erosión de estos. Dentro de la sección 3.6 y 3.7 se presentan los resultados obtenidos para el caso inicial y para el caso de estudio con la finalidad de comparar como se vio influenciada la turbina al cambiar los parámetros de diseño.

EROSION MODELO OKA [kg/s\*m2]

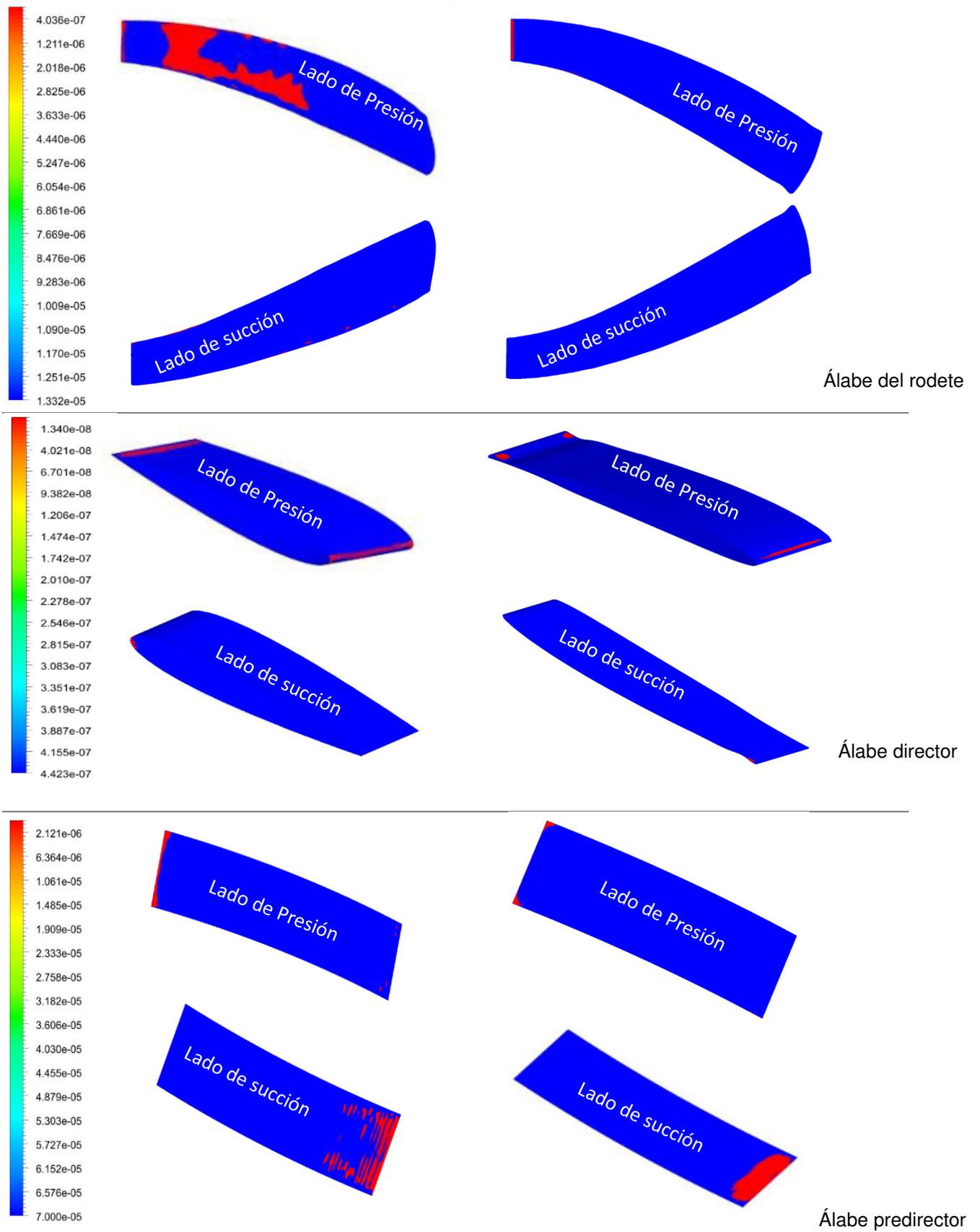


Figura 3.17. Erosión total producida columna: izquierda caso inicial, columna derecha caso de estudio (Fuente: Propia)

Como se puede ver en la figura 3.21 las áreas que presentan mayor erosión están de color rojo al contrario de las áreas que tienen una menor erosión que se las representa de color azul.

Los alabes del rodete para el caso inicial presentan una mayor tasa de erosión en el borde de ataque por el lado de presión donde la mayor concentración se presenta cerca de la banda del alabe, de igual manera se puede apreciar la presencia de pequeñas zonas de erosión en el lado de succión del álabe. Por otro lado, los alabes para el caso de estudio presentan una disminución en lo que se refiere a la tasa de erosión presentes en ambos lados succión y presión respectivamente dejando solo la erosión en el borde de ataque.

Los alabes directores para el caso inicial presentan una mayor tasa en el lado de presión tanto para el borde de ataque y de fuga respectivamente, lo que se ve contrasta en el caso de estudio donde la erosión disminuye para estas zonas, pero ubicadas en el mismo lado y en ambos bordes del álabe. Aquí el tipo de perfil evidencia el cambio y reducción de la erosión planteados en trabajos previos.

Los álabes predirectores para el caso inicial presentan en el lado de presión erosión en el borde de ataque y en el lado de succión para el borde de fuga donde se concentra la mayor tasa, en su defecto el caso de estudio muestra otra vez una disminución en tanto a la erosión presentada en el álabe ya que a pesar de que sigue presente en las mismas zonas para el caso inicial se presenta en el borde de fuga del lado de presión y en el caso de estudio esta zona ya no aparece.

Estos resultados vienen relacionados con la velocidad que llega a presentarse en el funcionamiento de la turbina (ver 3.5). El rodete sigue siendo el elemento más erosionado durante la operación dado que presenta un movimiento giratorio lo que lo somete a mayor choque con las partículas dependiendo a su velocidad y caudal que este reciba, seguido del guide vane que regula el caudal de entrada al rodete y de acuerdo con su geometría y posición este se erosiona. Finalmente, el álabe predirector dado que no cuenta con un perfil establecido presenta la erosión en las mismas zonas por su geometría y espesor, la velocidad que recibe a la salida de la caracola dependiendo su magnitud determinara la tasa de erosión que este produzca.

### 3.6. Eficiencia

La eficiencia de una turbina es primordial para su funcionamiento, este parámetro nos indica la cantidad de energía que produce comparada con la que se requiere. Las turbinas Francis tienen una alta eficiencia, más del 90% [] de manera que es de interés tener en cuenta este valor para el diseño de esta. Teniendo en cuenta estas premisas se calcula la eficiencia con la fórmula (3.2) y dado que el torque obtenido es para un alabe del dominio se debe introducir el número total para obtener la eficiencia real, junto con los datos obtenidos en la tabla 1.2 se obtiene el valor.

$$\eta = \frac{P_m}{P_h} = \frac{M \cdot \omega \cdot Nr}{\rho \cdot Q \cdot g \cdot H} \quad (3.2)$$

Donde:

$\rho$  : Densidad del fluido [kg/m<sup>3</sup>]

$Q$  : caudal [m<sup>3</sup>/s]

$g$  : gravedad [m/s<sup>2</sup>]

$H$  : caída neta [m]

$M$  : torque de la turbina [Nm]

$\omega$  : velocidad de rotación de la turbina [rad/s]

$Nr$  : número de alabes del rodete

$$\eta = \frac{7272.4863 \cdot 34.90 \cdot 17}{1000 \cdot 2.35 \cdot 9.77 \cdot 201.5} = 93.27\%$$

De acuerdo con el valor obtenido la eficiencia que se tiene con la turbina es aceptable acorde con la literatura.

## 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES:

### 4.1. Conclusiones

Se obtuvo el diseño paramétrico de una turbina tipo Francis basado en la reducción de la erosión producida por flujo particulado. Con el diseño paramétrico desarrollado en Python, junto a la variación de diversos parámetros de diseño hidráulico se logró obtener la geometría necesaria de una turbina tipo Francis para realizar el análisis de fluidos y erosión en CFD se tienen las siguientes conclusiones.

- Para iniciar el proceso de cálculo se requiere conocer las condiciones de funcionamiento básicas del caso de estudio (caudal y caída neta) y los parámetros de diseño para disminuir la erosión en los componentes críticos de la turbina.
- Con la revisión bibliográfica se logra identificar y relacionar las variables de entrada con la erosión que se produce en la turbina, mediante un valor adimensional (factor de erosión) que relaciona la tendencia a la erosión ( $E_t$ ) con datos experimentales. Este factor es el principal criterio para obtener un diseño que minimice la erosión
- Con la comparación de los resultados cinemáticos del rodete se establece que la metodología del diseño paramétrico propuesto es aceptable para ser aplicada en diversos casos de estudio.
- Con el estudio de independencia y calidad de malla se establece el número de elementos para el cual no existe variación de resultados en la simulación. Para el caso de la erosión se analiza el número de tries donde se verifica que la tasa de erosión no varíe significativamente.
- De acuerdo con los resultados obtenidos en la simulación comparada con un caso inicial, se evidencia una disminución en la erosión en los alabes del rodete, directores y predirectores. La erosión presente en los alabes directores disminuye en el borde de fuga dado por el tipo de perfil. Este resultado es acorde a los datos que publica Quispe [14].
- El parámetro final analizado es la eficiencia con la que opera la turbina diseñada, ya que nos muestra si producirá la potencia requerida para las condiciones de funcionamiento establecidas. El valor obtenido del 93% entra en el rango de eficiencias para una turbina Francis de acuerdo a la literatura.

## 4.2. Recomendaciones

- Se recomienda complementar el código desarrollado, de manera que organice los datos matriciales, para obtener cada uno de los archivos necesarios de forma directa y extraer la geometría de los elementos mecánicos de la turbina.
- Para complementar el diseño paramétrico se requiere considerar los sellos mecánicos que presenta una turbina Francis.
- Dibujados los elementos se debe evitar la presencia de aristas vivas en su geometría, ya que causa problemas de convergencia en los resultados de la simulación en CFD.

## 5. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Gnanasekaran K y otros.(2019). Influence of guide vane clearance on internal flow of medium-specific speed Francis turbine; pp. 2.
- [2] G.W. Stachowiak and A.W. Batchelor. Engineering Tribology. Amsterdam Boston : Elsevier Butterworth-Heinemann, 3rd edition, 2005. ISBN 9780750678360 0750678364
- [3] Oka YI, Okamura K, Yoshida T. Practical estimation of erosion damage caused by solid particle impact: part 1: effects of impact parameters on a predictive equation. *Wear*. 2005;259(1–6):95–101.
- [4] Edgar Cando, RenFang Huang, Esteban Valencia and XianWu. Luo, “Sediment erosion prediction for Francis turbines based on liquid-solid two phase flow simulation using modified PANS turbulence model”, 5<sup>th</sup> International Conference on Heat and Fluid Flow (HTFF18), 2018.
- [5] E. Cando, X. Luo, E. Valencia, “Liquid-solid steady flow analyses in a Francis turbine using Eulerian-Lagrangian modified partially average Navier-Stokes”, In 17th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery (ISROMAC17), 2017. (Only oral presentation).
- [6] Neopane, Hari Prasad, "Sediment erosion in hydro turbines, PhD thesis", Norwegian University of Science and Technology (NTNU) Trondheim, Norway, Faculty of Engineering Science and Technology, Department of energy and process engineering, 2010.
- [7] M. Ariff, S. M. Salim, y S. C. Cheah, «Wall y+ approach for dealing with turbulent flows over a surface mounted cube: part 1 - low Reynolds number», Proc. Seventh Int. Conf. CFD Miner. Process Ind. Melb. Aust., 2009, Accedido: abr. 30, 2020. Disponible en línea: [https://www.cfd.com.au/cfd\\_conf09/PDFs/142SAL.pdf](https://www.cfd.com.au/cfd_conf09/PDFs/142SAL.pdf)
- [8] Eltvik, M. (2013). “Sediment Erosion In Francis Turbine”. Trondheim, Noruega: Norwegian University of Science and Technology.
- [9] C.G. Duan and V.Y. Karelin. Design of hydraulic machinery working in sand laden water. In *Abrasive erosion and corrosion of hydraulic machinery*, volume 2, pages 155–181. Imperial College press, London, 1 edition, 2002. ISBN 1-86094-335-7
- [10] V H Hidalgo, X W Luo, A Yu, y R Soto, «CAVITATING FLOW SIMULATION WITH MESH DEVELOPMENT USING SALOME OPEN SOURCE SOFTWARE», 2014, doi: 10.13140/2.1.2423.0402

- [11] Messa, G.; wang, Y. Importance of accounting for finite particle size in CFD-based erosion prediction. *Powder Technology* 2014, 261, 105–117.
- [12] Gjørseter K. “Hydraulic Design of Francis Turbine Exposed to Sediment Erosion”, (2011). Norwegian University of Science and Technology.
- [13] Thapa, B.S.; Gjosater, K.; Eltvik, M.; Dahlhaug, O.G.; Thapa, B. Effects of turbine design parameters on sediment erosion of Francis runner. 2nd International Conference on the Developments in Renewable Energy Technology (ICDRET 2012). IEEE, 2012, pp. 1–5..
- [14] Bone Fonte, E.G. (2017). Metodología de diseño para una turbina Francis mediante diseño paramétrico, optimización multiobjetivo y simulación en CFD. 73 hojas. Quito: EPN.
- [15]. Quishpe, L. (2021). Diseño de alabes directores de turbinas tipo Francis para minimizar la erosión producida por el impacto del flujo bifásico líquido-sólido. Quito: EPN.
- [16] Hidalgo
- [17] Daneshkahr K, & Zangeneh M. (2010). Parametric design of a Francis turbine runner by means of a three-dimensional inverse design method. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*.
- [18] Ayli E, Celebioglu K, Aradag S. (2016). Determination and generalization of the effects of design parameters on Francis turbine runner performance. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*.
- [19] Kassanos I. Anagnostopoulos J. Papantonis D. (2013). Development of a hydraulic turbine design method. *AIP Conference Proceedings*.
- [20] Thapa B. S. Thapa B. Dahlhaug O. G. (2012). Current research in hydraulic turbines for handling sediments. *Energy*.
- [21] Iliev I. Tengs E. O. (2020). Optimization of Francis Turbines for Variable Speed Operation Using Surrogate Modeling Approach. *Journal of Fluids Engineering*.
- [22] Shrestha K. P. Thapa B. (2014). Optimized Design of Francis Turbine Runner for Sand Laden Water. *Hydro Nepal: Journal of Water, Energy and Environment*.
- [23] Sosa J. B. Urquiza G. (2015). Computational fluid dynamics simulation and geometric design of hydraulic turbine draft tube. *Advances in Mechanical Engineering*.
- [24] Ma Z. Zhu B. (2019). Comprehensive hydraulic improvement and parametric analysis of a Francis turbine runner. *Energies*.

- [25] Mette Eltvik. (2012). Numerical analysis of effect of design parameters and sediment erosion on a Francis runner. Fourth International Conference on Water Resources and Renewable Energy Development in Asia, Chiang Mai, Thailand, March 25-26th.
- [26] Treviño Acevedo; A. (2004). Development of a methodology for erosion tests. Autonomous University of Nuevo León, Mexico.
- [27] Neopane, H. P. (2010). Sediment Erosion in Hydro Turbines. Trondheim (Norway): Norwegian University of Science and Technology (NTNU).
- [28] Thapa, B & Dahlhaug, O. (2017). Sediment erosion in hydro turbines and its effect on the flow around guide vanes of Francis turbine. Department of Energy and Process Engineering, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway.
- [29] Rajkarnikar B, Neopane HP, Thapa BS. Development of rotating disc apparatus for test of sediment-induced erosion in francis runner blades. *Wear*. 2013; 306: 119-25.
- [30] Eltvik, M. (2013). Sediment erosion in Francis turbines. Doctoral theses at NTNU.
- [31] Mack R, Drtina P, Lang E. Numerical prediction of erosion on guide vanes and in labyrinth seals in hydraulic turbines. *Wear*. 1999; 233-235: 685-91.
- [32] Wang L. (2019). Dynamics and wear analysis of hydraulic turbines in solid-liquid two-phase flow. *Open Physics*.
- [33] M.S. ElTobgy. (2005). Finite element modeling of erosive wear. *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 45 (2005) 1337–1346.
- [34] Peng, G J. (2012). Study on the wearing law of the runner and guide vanes for a Francis turbine. 26th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems.
- [35] Ngo, T. N., Peng, D.-J., Pao, W., Ya, H., & Rohaizad, M. N. (2018). Investigation on Erosion Due to Fine Particles in Multiphase Flow. *Offshore Technology Conference Asia*. doi:10.4043/28360-ms

## 6. ANEXOS

Código en Python:

```
#Variables#
#Dimensiones principales rotor
He=201.5      #ALTURA [m]#####
Qtot=2.35     #CAUDAL [m3/s]#####
effektdel=1
Q=effektdel*Qtot
g=9.77        #Gravedad [m/s2]#####
rho=1000      #Densidad [kg/m3]
NPSHa=1.12    #####
NPSHb=0.055   #####
NPSHsafety=3
hb=10.45;     #Presion atmosférica
Hs=2.02;      #Altura sobre el agua de la cola
hva=0.186     #Presión de Vapor a 16°C
beta2=33.61457526 #13 grados_Salida_salida del
rotor#####
u2init=20.77625742 #####
etah=0.955    #Eficiencia del rotor#####
accel12=1.4078 #Aceleración a través del rotor
overlappgv=1.10 #Superposición de álabes guía cuando está cerrado, factor
de cobertura
Zgv=20        #Numero de guide vanes#####
Zsv=20        #Numero de stay vanes#####
gapD1Dgvo=1.05 #Extension D1_Dgvo
gapDgviDsto=1.02 #extension Dgvi_Dsto
gapDstoDsti=0.1 #extension Dsto_Dsti
Tclose=5      #Tiempo de cierre de válvula
#Lpipe=319.48 #Longitud de tuberia [m] #####
#rpipe=1.5     #Radio de tuberia [m]#####
u1red=0.71    #Parámetro para la entrada del runner, adimensional

#Número de alabes directores/eficiencia del runner, alabe, factor de erosión
#3-4 variables

#Escoger beta2 y U2 (Salida del rotor)

import math

from numpy.core.numeric import ScalarType

NSPHtk=(NPSHa*(u2init*math.tan(beta2*math.pi/180))**2+NPSHb*u2init**2)/(2*g)

M=hb-hva-Hs-NPSHsafety
```

```

if NSPHtk <= M:
    print('NPSHt satisface las propiedades de cavitación')
else:
    print('NPSHt no satisface las propiedades de cavitación. Reconsiderar
los valores de Hs, u2 o beta2')

# A la salida

#Valores temporales

cm2k=u2init*math.tan(beta2*math.pi/180) #Velocidad a la salida del runner
[m/s]
D2k=(4*Q/(math.pi*cm2k))**0.5 #Diametro de salida (salida del rotor)
nk=u2init*60/(math.pi*D2k) #Velocidad rotacional [RPM]

#####

Zp= round(3000/nk) #Número de polos
#Zp=11
n=3000/Zp #Velocidad rotacional [RPM]
print(Zp,"Zp")
print('n',n)
#n=327.27

D2=(nk*(D2k)**3/n)**(1/3) #Diámetro de salida del rotor [m]
print('D2',D2)
u2=math.pi*D2*(n/60) #Velocidad periférica de salida del rotor [m/s]
print("u2:",u2)
cm2=u2*math.tan(beta2*math.pi/180) #Componente de la velocidad de salida del
runner [m/s]
print("cm2:",cm2)
#Revisando el NPSHt con nuevas variables

NPSHt=(NPSHa*cm2**2+NPSHb*u2**2)/(2*g)

if NPSHt <= hb-hva-Hs-NPSHsafety:
    print('NPSHt satisface las propiedades de cavitación')
else:
    print('NPSHt no satisface las propiedades de cavitación. Reconsiderar
los valores de Hs, u2 o beta2')

print("Npsht",NPSHt)
#Asumir cu2=0

```

```

cu1red = etah/(2*u1red)          #Velocidad de entrada reducida
cu1 = cu1red*(2*g*He)**(0.5)    #Velocidad REVISION VARIABLE
U1RED#####
u1 = u1red*(2*g*He)**(0.5)
print("u1",u1)
print("cu1:",cu1)
D1 = u1*60/(n*math.pi)
print("D1:",D1)
#Suponer 10% mas de aceleracion del punto 1 al 2
cm1 = cm2/accel12
print("cm1:",cm1)
B1 = accel12*D2**2/(4*D1)          #Cálculo de la
entrada al rotor
beta1 = math.atan(cm1/(u1-cu1))*180/math.pi      #Ángulo de entrada,
desde el triángulo de velocidades, impuesto por el rodete
alfa1 = math.atan(cm1/cu1)*180/math.pi          #Ángulo de primer
triángulo de velocidades, establecido por el distribuidor
B0 = B1 + 0.001                          #Flujo acelerado de
las paletas guías
print('B1',B1)

#Cálculo de tendencia a la erosión
w2=((u2)**2+(cm2)**2)**(0.5)
print("w2:",w2)
w1=(u1-cu1)/(math.cos(beta1*math.pi/180))
print("w1:",w1)
Et=((w1**3)*cm2+(w2**3)*cm1)/(cm1+cm2) #Tendencia a la erosión m3/s3
print("Et:",Et)
print(beta1,"beta1")

#Calculo del numero de velocidad omega

omega = math.pi*n/(30*(2*g*He)**0.5)*(Q/(2*g*He)**0.5)**0.5      #Speed
Number en el BEP
omegarad = 2*math.pi*n/60
# Grado de Reacción
reactionRatio=1-(cm1**2)/((math.sin(alfa1)**2)*He*2*g)
print(reactionRatio,"Grado de reacción")
#calculo de D0emp de D0/D1=0.29*omega+1.07

D0emp = D1*(0.29*omega + 1.02) ##Do0 para calcular la longitud del guide
vane (Lgv), diámetro del eje de la paleta guía

#Eleccion de superposición

O0 = math.pi*D0emp*overlappgv

#Elección del número de paletas guía, Zgv

```

```

Lgv=00/Zgv

#Elegir L1 y L2, que es la parte delantera y trasera de la paleta guía

L1 = Lgv/3
L2 = Lgv*2/3

print('Lgv',Lgv)
print('L1',L1)
print('L2',L2)

###Guide Vane
#Vortice libre (cugvo), continuidad (cmgvo)

Dgvo = gapD1Dgvo*D1;           #Selección de espacio entre D1 y Dgvo
cugvo = cu1*D1/Dgvo           #Velocidad de salida del guide vane
cmgvo = (Q/(B0*math.pi*Dgvo)) #Velocidad meridional de salida
alfagvo = math.atan(cmgvo/cugvo)*180/math.pi #Ángulo alfa de salida
Dgvi = (Lgv**2 + Dgvo**2 - 2*Lgv*Dgvo*math.cos(90*math.pi/180 +
alfagvo*math.pi/180))**0.5 #Diámetro de entrada
cmgvi2 = Dgvo*cmgvo/Dgvi
cmgvi=(Q/(B0*math.pi*Dgvi))

print('Dgvi',Dgvi)
print('Dgvo',Dgvo)

alfagvi = 90-((math.acos(((Dgvi**2) + (Lgv**2) -
(Dgvo**2))/(2*Dgvi*Lgv)))*(180/math.pi))
print('alfagvi',alfagvi)
print('alfagvo',alfagvo)
cugvi = cmgvi/(math.tan(alfagvi*math.pi/180))
D0 = (L2**2 + Dgvo**2 - 2*L2*Dgvo*math.cos(90*math.pi/180 +
alfagvo*math.pi/180))**0.5
cmgvD0=(Q/(B0*math.pi*D0))
alfaD0=90 - math.acos(((D0**2) + (L2)**2-Dgvo**2)/(2*D0*(L2)))*180/math.pi

###Stay Vanes
Dsto = gapDgviDsto*Dgvi           # Asumir gap=gapDgviDsto entre Dgvi y Sto
custo = cugvi*Dgvi/Dsto           # Vórticce libre
cmsto = Q/(math.pi*B0*Dsto)       # continuidad
alfasto = math.atan(cmsto/custo)*180/math.pi

#Escoger distancia entre Dsto y Dsti = gaDstoDsti (0.17m)
# Asumir vórtice libre a lo largo del stay vane

Dsti = Dsto + gapDstoDsti

```

```

custi = custo*Dsto/Dsti          # Vórtice libre
cmsti = Q/(math.pi*B0*Dsti)      # Continuidad
alfasti = math.atan(cmsti/custi)*180/math.pi

print("Dsto",Dsto)
print("Dsti",Dsti)
# Relación de reacción

Reaction=2*u1red*cu1red-cu1red**2

### Rotor final/Principales dimensiones

R1=D1/2
A=B1*math.pi*D1

# Propiedades del rotor
import numpy as np
npp=10
ns=10
circlesector=55
Zrunnervanes=13
newnp=40
sigma=1E8

# Generando matrices
import numpy as np
R=np.zeros([npp,ns])

Z=np.copy(R)
G=R
H=R

# Corriente superior

angle=(circlesector)/180*math.pi
deltaangle=angle/npp

anglevect=np.arange(0,(angle+0.000001),deltaangle) #####
for p in range(0,npp):
    Z[p][0]=R1*math.cos(anglevect[p])
    R[p,0]=R1*(1-math.sin(anglevect[p]))

#Valores en la entrada
for k in range(1,ns):
    Z[0,k]=Z[0,0]-B1/(ns-1)*(k+1-1)
    R[0,k]=R1

```

```

Astr=A/(ns-1)
deltaA=(Astr-Astr/accel12)/(npp-1)

for j in range(0,ns-1):
    area=Astr
    for i in range(1,npp-1):
        area=area-deltaA
        alpha=math.atan((Z[i-1,j]-Z[i+1,j])/(R[i-1,j]-R[i+1,j]))
        R[i,j+1]=(R[i,j]**2+area*math.sin(alpha)/math.pi)**0.5
        b=(R[i,j+1]-R[i,j])/math.sin(alpha)
        Z[i,j+1]=Z[i,j]-b*math.cos(alpha)
    i=npp-1
    area=area-deltaA
    R[i,j+1]=(R[i,j]**2+area*math.sin(alpha)/math.pi)**0.5
    b=(R[i,j+1]-R[i,j])/math.sin(alpha)
    Z[i,j+1]=Z[i,j]-b*math.cos(alpha)

# Calcular la longitud de cada línea de corriente para redistribuir los
puntos

streamlinelength=np.zeros([ns])

for j in range(0,ns):
    deltalength=0
    for i in range(1,npp):
        deltalength=deltalength + (((R[i-1,j]-R[i,j])**2+(Z[i-1,j]-
Z[i,j])**2)**0.5)
    streamlinelength[j]=deltalength
ca=np.zeros([ns])
cb=np.zeros([ns])
cc=np.zeros([ns])
cd=np.zeros([ns])
ce=np.zeros([ns])
cf=np.zeros([ns])
cg=np.zeros([ns])
ds=np.zeros([ns])
for j in range(0,ns):
    p=np.polyfit(R[:,j],Z[:,j],5)
    ca[j]=0
    cb[j]=p[0]
    cc[j]=p[1]
    cd[j]=p[2]
    ce[j]=p[3]
    cf[j]=p[4]
    cg[j]=p[5]

```

```

Rpoly=np.arange(R[0,j],R[npp-1,j],-0.00005) # Radio para una línea
de flujo de alta resolución
polylength=len(Rpoly)
Zpoly=np.zeros([polylength])
for i in range(0,polylength):
    # Coordenada Z para una línea de corriente de alta resolución
    Zpoly[i]=ca[j]*(Rpoly[i])**6 + cb[j]*(Rpoly[i])**5 +
cc[j]*(Rpoly[i])**4 + cd[j]*(Rpoly[i])**3 + ce[j]*(Rpoly[i])**2 +
cf[j]*(Rpoly[i])**1 + cg[j]

# Generando la matriz para la línea de alta resolución
if j==0:
    Rpolymatrix=np.zeros([polylength,ns])
    Zpolymatrix=np.zeros([polylength,ns])
for i in range(0,polylength):
    Rpolymatrix[i,j]=Rpoly[i]
    Zpolymatrix[i,j]=Zpoly[i]

deltalength=0
# Encontrando el espacio igual entre cada nuevo punto "newnp" a
lo largo de la línea polyfited
for i in range(0,polylength-1):
    deltalength=deltalength + ((Rpoly[i]-Rpoly[i+1])**2+(Zpoly[i]-
Zpoly[i+1])**2)**0.5

streamlinelength[j]=deltalength
ds[j]=(streamlinelength[j]/(newnp-1))

## redistribuir los nuevos puntos "newnp" a lo largo del polyfited
Rnew=np.zeros([newnp,ns])
Znew=np.zeros([newnp,ns])
for j in range(0,ns):
    for k in range(1,newnp+1):
        i=0
        lineintegral=0
        smalllds=0
        while lineintegral<=(k-1)*ds[j] and i+1<len(Rpolymatrix):
            smalllds=((Rpolymatrix[i,j]-
Rpolymatrix[i+1,j])**2+(Zpolymatrix[i,j]-Zpolymatrix[i+1,j])**2)**0.5
            lineintegral=lineintegral+smalllds
            i=i+1

        Rnew[k-1,j]=Rpolymatrix[i-1,j]
        Znew[k-1,j]=Zpolymatrix[i-1,j]

### Distribución de energía

```

```

cmin=Q/(math.pi*D1*B1)

cmout=cmin*accel12

deltacm=(cmout-cmin)/(newnp-1)

uin=u1
cuin=uin-cmin/math.tan(beta1*math.pi/180)
ucuin=uin*cuin

vin=((uin-cuin)**2+cmin**2)**0.5

ucupoints=np.zeros([1,11])

ucudist=[1 ,0.78, 0.63, 0.44, 0.33, 0.25, 0.16, 0.09, 0.04, 0.02, 0] #[1 0.9
0.8 0.7 0.6 0.5 0.4 0.3 0.2 0.10]; [1 0.79 0.67 0.44 0.32 0.22 0.15 0.09
0.05 0.02 0]

for j in range (1,12):
    ucupoints[0,j-1]=(j-1)/10

p=np.polyfit(ucupoints[0,:],ucudist[:,5])
p1=p[0]
p2=p[1]
p3=p[2]
p4=p[3]
p5=p[4]
p6=p[5]

ucupoints2=np.zeros([1,1001])
for j in range(1,1002):
    ucupoints2[0,0]=0
    ucupoints2[0,j-1]=j/1001

    ucurelative=np.zeros([1,1001])
    for i in range(1,1002):
        ucurelative[0,i-1]=(p1*ucupoints2[0,i-1]**5)+(p2*ucupoints2[0,i-1]**4)+(p3*ucupoints2[0,i-1]**3)+(p4*ucupoints2[0,i-1]**2)+(p5*ucupoints2[0,i-1])+p6

uvector=np.zeros([newnp,ns])
cmvector=np.zeros([newnp,ns])
ucuvector=np.zeros([newnp,ns])
cuvector=np.zeros([newnp,ns])
vvector=np.zeros([newnp,ns])

```

```

betavector=np.zeros([newnp,ns])
urelvector=np.zeros([newnp,ns])
cmrelvector=np.zeros([newnp,ns])
curelvector=np.zeros([newnp,ns])
vrelvector=np.zeros([newnp,ns])
betarelvector=np.zeros([newnp,ns])
for j in range(0,ns):

    for i in range(0,newnp):
        uvector[i][j]=omegarad*(Rnew[i,j])
        m=(i)*(25) #1000/newmp=25
        cmvector[i,j]=(cmin+((i)*deltacm))
        ucuvector[i,j]=(ucurelative[0,m]*ucuin)
        cuvector[i,j]=ucuvector[i,0]/uvector[i,0]
        betavector[i,j]=math.atan(cmvector[i,j]/(uvector[i,j]-
cuvector[i,j]))*180/math.pi

        vvector[i,j]=((uvector[i,j]-cuvector[i,j])**2+cmvector[i,j]**2)**0.5

        urelvector[i,j]=uvector[i,j]/uin
        cmrelvector[i,j]=cmvector[i,j]/cmin
        curelvector[i,j]=cuvector[i,j]/cuin
        vrelvector[i,j]=vvector[i,j]/vin
        betarelvector[i,j]=betavector[i,j]/beta1

#### Calculo del plano G-H

G=np.zeros([newnp,ns])
H=np.zeros([newnp,ns])
deltaG=np.zeros([newnp,ns])
deltaH=0
beta=0

# G

for i in range(1,newnp):
    for j in range(0,ns):
        G[i,j]=G[i-1,j]+((Rnew[i-1,j]-Rnew[i,j])**2+(Znew[i-1,j]-
Znew[i,j])**2)**0.5

```

```

# H
for j in range(0,ns):
    for i in range(1,newnp):
        deltaG=G[i,j]-G[i-1,j]
        beta=betavector[i-1,j]
        deltaH=deltaG/math.tan(beta*math.pi/180)
        H[i,j]=H[i-1,j]+deltaH

# Theta
theta=np.zeros([newnp,ns])
for j in range(0,ns):
    for i in range(1,newnp):
        deltaH=H[i,j]-H[i-1,j]
        r=(Rnew[i,j]+Rnew[i-1,j])/2
        theta[i,j]=theta[i-1,j]+(deltaH/r)

## Cálculo de la longitud de la línea aerodinámica G-H
con1=np.zeros([ns])
con2=np.zeros([ns])
con3=np.zeros([ns])
con4=np.zeros([ns])
con5=np.zeros([ns])
con6=np.zeros([ns])
con7=np.zeros([ns])
GHstreamlinelength=np.zeros([ns])
GHds=np.zeros([ns])
GHdsrelative=np.zeros([1001,ns])
GHscale=np.zeros([newnp,ns])
for j in range(0,ns):
    p=np.polyfit(G[:,j],H[:,j],5)
    con1[j]=0

    con2[j]=p[0]
    con3[j]=p[1]
    con4[j]=p[2]
    con5[j]=p[3]
    con6[j]=p[4]
    con7[j]=p[5]

    Gpoly=np.arange(G[0,j],G[newnp-1,j],0.0001) # Valor G para una
    línea aerodinámica de alta resolución

```

```

Gpolylength=len(Gpoly)
Hpoly=np.zeros([Gpolylength])

for i in range(0,Gpolylength):
    # Valor H para líneas de
    # flujo de alta resolución
    Hpoly[i]=con1[j]*(Gpoly[i])**6 + con2[j]*(Gpoly[i])**5 +
con3[j]*(Gpoly[i])**4 + con4[j]*(Gpoly[i])**3 + con5[j]*(Gpoly[i])**2 +
con6[j]*(Gpoly[i])**1 + con7[j]
    if j==0:
        Gpolymatrix=np.zeros([Gpolylength,ns])
        Hpolymatrix=np.zeros([Gpolylength,ns])
    for i in range(0,Gpolylength):
        Gpolymatrix[i,j]=Gpoly[i]
        Hpolymatrix[i,j]=Hpoly[i]

deltaGHlength=0

# Encontrando el espacio igual entre cada nuevo punto "newnp" a lo largo de
la línea polyfit

for i in range(0,Gpolylength-1):
    deltaGHlength=deltaGHlength + ((Gpoly[i]-Gpoly[i+1])**2+(Hpoly[i]-
Hpoly[i+1])**2)**0.5

    GHstreamlinelength[j]=deltaGHlength
    GHds[j]=GHstreamlinelength[j]/(newnp-1)

for i in range(0,1001):
    GHdsrelative[0,j]=0
    GHdsrelative[i,j]=(GHstreamlinelength[j]*(i))/(GHstreamlinelength[j]
*1000)

for i in range(1,newnp+1):
    GHscale[i-1,j]=GHds[j]*(i-1)/GHstreamlinelength[j]

### Espesor de la paleta del corredor.
# Presión delta en el lado de presión / succión

Lrv=max(GHstreamlinelength)

```

```

Rm1=D1/2*3/4 # Suponga que toda la energía extruida
antes de R1 / 2 = D1 / 4, y que el radio medio de extrusión es Rm a 3/4 de
R1

deltap1=rho*Q*g*He*0.7/(omegarad*Zrunnervanes*D1/4*B1*Rm1)
#print(deltap1)
# Calcular el espesor en el radio R1 donde queda el 100% de energía
extraíble
trv100=(2*B1**2*deltap1/sigma)**0.5

# Calcular el espesor en R1 / 2 donde queda aproximadamente el 30% de la
energía
Rm2=D1/2*1/4
deltap2=rho*Q*g*He*0.3/(omegarad*Zrunnervanes*D1/4*B1*Rm2)
#print(deltap2)
trv30=(2*B1**2*deltap2/sigma)**0.5
thickness=np.zeros([newnp,ns])
for j in range(0,ns):
    for i in range(0,newnp):

        thickness[i,j]=trv100*(0.98)*Rnew[i,j]/Rm1

np.savetxt('Caso_inicial_espesort.txt',thickness)

##### Dibujo de los blades del runner
from mpl_toolkits import mplot3d
import matplotlib.pyplot as plt

fig=plt.figure(1)
plt.plot(Rnew,Znew,marker="s",ms="3",linestyle="-",color="g",linewidth=0.5)
plt.xlabel('Radio [m]')
plt.ylabel('Altura [m]')
plt.title('Vista Axial Rodete')
np.savetxt('Caso_inicial_R.txt',Rnew)
np.savetxt('Caso_inicial_Z.txt',Znew)

fig=plt.figure(2)
plt.plot(-G,-H,marker='o',ms='3',color='b',linewidth=0.3)
plt.xlabel('Dirección Radial, H [m]')
plt.ylabel('Dirección Axial, G [m]')
plt.title('PLANO G-H')

fig=plt.figure(3)
ax=fig.add_subplot(111,projection='polar')
ax.plot(-theta,Rnew,color='b',linewidth=0.5)
plt.title('PLANO G-H en coordenadas Polares')

```

```

fig=plt.figure(4)
ax=plt.axes(projection="3d")
plt.title('Álabe de Rodete, 3D')

Rnew=np.cos(theta)
Y=Rnew*np.sin(theta)
ax.plot_surface(X[1:-1,1:-1],Y[1:-1,1:-1],Znew[1:-1,1:-1],cmap="viridis")

np.savetxt('Caso_inicial_X.txt',X)
np.savetxt('Caso_inicial_Y.txt',Y)

deltatheta=np.linspace(0,2*math.pi,num=Zrunnervanes+1)

fig=plt.figure(5)
ax=plt.axes(projection="3d")
plt.title('Rodete 3D')

for dth in deltatheta:
    X1=Rnew*np.cos(theta+dth)
    Y1=Rnew*np.sin(theta+dth)
    ax.plot_surface(X1[2:-2,2:-2],Y1[2:-2,2:-2],Znew[2:-2,2:-2],cmap="viridis")

plt.show()

```

## Convergencia de la solución

```

turbulent viscosity limited to viscosity ratio of 1.000000e+05 in 196711 cells
280 1.4588e-05 4.2958e-04 5.1529e-04 2.7864e-04 7.4004e-04 1.0560e-03 1.1750e+02 -1.3821e+02 -7.2056e+03 2:44:16 720

turbulent viscosity limited to viscosity ratio of 1.000000e+05 in 196100 cells
281 1.4329e-05 4.2843e-04 5.0992e-04 2.7882e-04 7.4015e-04 1.0349e-03 1.1750e+02 -1.3822e+02 -7.2371e+03 2:44:47 719

turbulent viscosity limited to viscosity ratio of 1.000000e+05 in 195561 cells
282 1.3887e-05 4.2768e-04 5.0864e-04 2.7775e-04 7.4229e-04 1.0094e-03 1.1750e+02 -1.3821e+02 -7.2478e+03 2:42:46 718

turbulent viscosity limited to viscosity ratio of 1.000000e+05 in 194963 cells
! 283 solution is converged
283 1.4235e-05 4.2639e-04 5.0637e-04 2.7692e-04 7.4352e-04 9.8663e-04 1.1750e+02 -1.3822e+02 -7.2725e+03 2:38:42 717
Registering ReportDefFiles, ("C:\Users\59398\Desktop\Desk\Poli\TESIS\FLUENT\caracola\SIMULACION PARA VELOCIDADES\VELOCIDADES_files\dp0\FLU
\Fluent\.moment-rfile.out" "C:\Users\59398\Desktop\Desk\Poli\TESIS\FLUENT\caracola\SIMULACION PARA VELOCIDADES\VELOCIDADES_files\dp0\FLU
\Fluent\.mass-ou-rfile.out" "C:\Users\59398\Desktop\Desk\Poli\TESIS\FLUENT\caracola\SIMULACION PARA VELOCIDADES\VELOCIDADES_files\dp0\FLU
\Fluent\.mass-in-rfile.out")
Writing data to C:\Users\59398\Desktop\Desk\Poli\TESIS\FLUENT\caracola\SIMULACION PARA VELOCIDADES\VELOCIDADES_files\dp0\FLU\Fluent\fluent.ip
...
x-coord
y-coord
z-coord
pressure
x-velocity
y-velocity
z-velocity
k
epsilon
Done.
Calculation complete.

```

Figura 6.1. Convergencia de la solución en Ansys  
(Fuente: Propia)

## Conservación de masa

Mass Flow Rate	(kg/s)
inflow_runner-non-overlapping	20.735129
inflow-sv	117.5
outlet	-138.23538
Net	0.000000251

Figura 6.2. Conservación de masa  
(Fuente: Propia)

## Momento y velocidad

Moments - Moment Center (0 0 0) Moment Axis (0 0 1)		Moments (n-m)			Coefficients		
Zone	Pressure	Viscous	Total	Pressure	Viscous	Total	
blade_runner	-7325.7765	53.290207	-7272.4863	-11960.451	87.004419	-11873.447	
Net	-7325.7765	53.290207	-7272.4863	-11960.451	87.004419	-11873.447	
Area-Weighted Average Velocity Magnitude		(m/s)					
outlet		15.885158					

Figura 6.3. Momento y velocidad obtenidas en Ansys  
(Fuente: Propia)

## Convergencia en la erosión

```

DPM Iteration ....
number tracked = 860000, escaped = 828040, incomplete = 75, incomplete_parallel = 31885
Please consider reducing rpvar dpm/parallel/loop-factor to reduce the number of incomplete tracks in parallel.
Current value is 10.

turbulent viscosity limited to viscosity ratio of 1.000000e+05 in 194408 cells
! 284 solution is converged
284 1.3922e-05 4.2503e-04 5.0152e-04 2.7681e-04 7.4410e-04 9.6522e-04 -7.2889e+03 -1.3821e+02 1.1750e+02 0:00:00 0
    
```

Figura 6.4. Convergencia de la solución para la erosión en Ansys  
(Fuente: Propia)