

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA**

**PARAMETRIZACION DE UNA BOMBA FUNCIONANDO COMO  
TURBINA**

**“CREACION DEL MODELO MATEMATICO PARA EL ANALISIS DE  
PERDIDAS UTILIZANDO PYTHON”**

**TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR PRESENTADO COMO  
REQUISITO PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO MECANICO**

**BRYAN DAVID CASTRO NOROÑA**

**bryan.castro@epn.edu.ec**

**DIRECTOR: VICTOR HUGO HIDALGO DIAZ**

**Victor.hidalgo@epn.edu.ec**

**DMQ, agosto 2022**

## CERTIFICACIONES

Yo, BRYAN DAVID CASTRO NOROÑA declaro que el trabajo de integración curricular aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.



Bryan David Castro Noroña

Certifico que el presente trabajo de integración curricular fue desarrollado por BRYAN DAVID CASTRO NOROÑA, bajo mi supervisión.



Ing. Víctor Hugo Hidalgo Díaz, D.Sc.

**DIRECTOR**

## **DECLARACIÓN DE AUTORÍA**

A través de la presente declaración, afirmamos que el trabajo de integración curricular aquí descrito, así como el producto resultante del mismo, son públicos y estarán a disposición de la comunidad a través del repositorio institucional de la Escuela Politécnica Nacional; sin embargo, la titularidad de los derechos patrimoniales nos corresponde a los autores que hemos contribuido en el desarrollo del presente trabajo; observando para el efecto las disposiciones establecidas por el órgano competente en propiedad intelectual, la normativa interna y demás normas.

Bryan David Castro Noroña

Ing. Víctor Hugo Hidalgo Diaz DSc.

## DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mi padre Marcelo, la persona más inteligente que conozco y el cual me ha enseñado a ser valiente y siempre dar todo por la familia que amas, y agradecerle por todo lo bueno, lo malo y lo duro que hemos tenido que vivir y por su frase que es para mí una lección de vida “siempre apuntar al cielo para que si fallas te quedes en las estrellas” te amo papá.

A mi madre Janeth, que me ha enseñado la bondad, el amor y la ternura, porque cada palabra de aliento en la noche, cada plato de comida y cada caricia para seguir avanzando, eres la persona más hábil y fuerte que conozco, y deseo que nunca me faltes, y siempre hacerte sentir orgullosa de mí, eres mi primer gran amor.

A mi hermana, mi persona favorita en el mundo, y mi confidente Yari, que es la razón para que siga tratando de ser una mejor persona y superarme, siempre recuerda que nos une un hilo irrompible donde quiera que estes, te amo ñañita y gracias por ser la persona que mejor me entiende en el mundo.

A las pequeñas personitas que están pendientes de mis pasos a Emilio, Joaquín, Nicolas, Paula, Sebastián, Valentina, Alejandro, Patricio, Samuel y Matías los amo con el corazón y siempre recuerden que pueden alcanzar lo que quieran, con esfuerzo, paciencia y voluntad, aquí estará su familia para apoyarlos.

Los amo con la vida y disculpen la demora.

## AGRADECIMIENTO

A Dios por permitirme llegar a estas instancias y no dejarme solo, llenarme de bendiciones con la gente que me rodea y cada día darme una razón más para vivir

A mis abuelos José, Patricia, Vicente y Flor; los primeros que, aunque ya no estén conmigo me dieron la suficiente fuerza mientras estuvieron aquí para valorar el hecho de brindarme un sentido de pertenencia a una familia, los llevo siempre en el corazón como a cada risa, picardía, cada palabra de aliento o un plato de comida que te ayude a mantener tu día a día; a Vicente y Flor gracias por acompañarme cuando mas lo necesite, cada taza de café, y cada metida de ñeque, y por decirme con el corazón cada día que importante es seguir adelante a pesar de la adversidad.

A mis tíos Washington, Marco; Paulina, Viviana, Cristina, Andrea, por tener en quien apoyarme y quien me entienda, y ser para mí, unos hermanos mayores donde con su experiencia llegaron a enseñarme mucho de la vida.

A mis primos Andrés, Alexis, Shirley, Melanie y Mateo que han sido mis primeros amigos y mi gran compañía y que sin saberlo me han salvado muchas veces.

Al Doctor Víctor Hidalgo por permitirme realizar con él, este proyecto y permitirme conocer más a fondo los diferentes aspectos que son parte de la ingeniería mecánica y tener aún más amor por la querida roja y negra.

A Alexander que más que un amigo ha sido un hermano en estos últimos 12 años, y saber que incondicionalmente, estaremos para lo que se necesite, muchas gracias hermano.

A Betsabé, que llego como una persona no programada y ahora se ha vuelto para mí una persona incondicional, y por la que estaré siempre agradecido. Te quiero pequeña.

A mis compañeros Fabian y Nicolay porque en estos últimos años se volvieron unos grandes amigos y confidentes, y enseñarme el compañerismo y el trabajo en equipo.

Y a mi querida Facultad de Ingeniería Mecánica, por brindarme la oportunidad de lograr alcanzar una meta, gracias a todos los ingenieros que de una u otra manera dejaron una enseñanza en mí, y a mis compañeros y amigos a los que conocí y cada una de las anécdotas que vivimos, gracias por todo muchachos por sentir que pertenezco a la Escuela Politécnica Nacional y a la mejor facultad del mundo

# ÍNDICE DE CONTENIDO

1. DESCRIPCIÓN DEL COMPONENTE DESARROLLADO.....	1
1.1 Objetivo general .....	2
1.2 Objetivos específicos.....	2
1.3 Alcance.....	2
1.4 Marco teórico.....	2
1.4.1 Bomba Centrífuga.....	2
1.4.2 Triángulo de velocidades en bombas .....	4
1.4.3 Perdidas en la bomba centrífuga .....	5
1.4.4 Bombas como turbinas (PAT).....	5
2. METODOLOGÍA.....	8
2.1 Datos iniciales .....	9
2.2 Triangulo de Velocidades .....	10
2.3 Calculo de perdidas hidráulicas .....	13
2.3.1 Perdidas en la salida de la tubería.....	13
2.3.2 Perdidas en el Impeler.....	14
2.3.3 Perdidas de la voluta .....	19
2.4. Rendimiento realista de los PAT .....	21
2.5. Perdidas eléctricas .....	22
3. RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	25
3.1 Resultados .....	25
3.2 Conclusiones.....	28
3.3 Recomendaciones.....	29
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	30
ANEXOS.....	32

## ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1.1 BOMBA CENTRIFUGA[2] .....	3
FIGURA 1.2:[IAGUA] .....	3
FIGURA 1.3 TRIANGULO DE VELOCIDADES DE UNA BOMBA CENTRIFUGA[3] .....	4
FIGURA 1.4 SENTIDO DE FLUJO DE UNA BOMBA Y UNA TURBINA .....	6
FIGURA 1.5 TRIANGULO DE VELOCIDADES EN BOMBAS COMO TURBINAS .....	6
FIGURA 1.6 REPRESENTACIÓN DEL INCREMENTO DE ALTURA EN UN PAT FRENTE A UNA BOMBA .....	7
FIGURA 2.1 .....	8
FIGURA 2.2 BOMBA SAER NCB 65/200N A UBICADA EN EL LABORATORIO DE TURBOMÁQUINAS DE LA ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL.....	9
FIGURA 2.3 TRIANGULO DE VELOCIDADES DE ENTRADA Y SALIDA EN (A) MODO BOMBA Y (B) MODO TURBINA [CITA ARTICULO] .....	10
FIGURA 2.4 SECCIÓN DE LA BOMBA DONDE.....	13
FIGURA 2.5 IMPELER DE LA BOMBA SAER.....	14
FIGURA 2.6 RELACIÓN DE LA VELOCIDAD RELATIVA BAJO UNA TAZA DE FLUJO IDEAL.....	15
FIGURA 2.7 VOLUTA DE LA BOMBA SAER .....	19
FIGURA 2.8 GRAFICA DEL RENDIMIENTO CON RESPECTO AL CAUDAL DE LA BOMBA.....	22
FIGURA 2.9 BALANCE ENERGÉTICO DE UN MOTOR DE CORRIENTE CONTINUA .....	23
FIGURA 3.1 VALORES DE PÉRDIDAS Y EFICIENCIA CALCULADOS EN PYTHON .....	25
FIGURA 3.2 GRAFICA DE LA EFICIENCIA DE LA BOMBA TIPO PAT PARA VALORES NOMINALES...27	

## INDICE DE TABLAS

TABLA 2.1 INFORMACION DE LA BOMBA DADA POR EL FABRICANTE .....	9
TABLA 2.2 PARÁMETROS DE ENTRADA DEL MODELO TEÓRICO.....	24
TABLA 3.1 RESULTADOS DE TRIANGULO DE VELOCIDADES DE ENTRADA Y SALIDA .....	25
TABLA 3.2 RESULTADOS DE LAS PÉRDIDAS Y EFICIENCIA DE LA BOMBA ACTUANDO COMO PAT .....	26

## INDICE DE ECUACIONES

ECUACIÓN 1.1 VELOCIDAD ABSOLUTA .....	4
ECUACIÓN 1.2 VELOCIDAD TANGENCIAL .....	4
ECUACIÓN 1.3 MÓDULO DE LA VELOCIDAD ABSOLUTA.....	4
ECUACIÓN 1.4 ECUACIÓN DE EULER[8].....	7
ECUACIÓN 2.1 VELOCIDAD TANGENCIAL DE SALIDA .....	10
ECUACIÓN 2.2 VELOCIDAD ABSOLUTA NOMINAL .....	11
ECUACIÓN 2.3 VELOCIDAD ABSOLUTA IDEAL .....	11
ECUACIÓN 2.4 OBTENCIÓN DEL ÁNGULO $\alpha_2$ .....	11
ECUACIÓN 2.5 COMPONENTE RADIAL DE LA VELOCIDAD ABSOLUTA 2 .....	11
ECUACIÓN 2.6 COMPONENTE TANGENCIAL DE LA VELOCIDAD ABSOLUTA 2 .....	11
ECUACIÓN 2.7 FORMULA PARA OBTENER LA VELOCIDAD RELATIVA 2.....	11
ECUACIÓN 2.8 VELOCIDAD TANGENCIAL 1 .....	11
ECUACIÓN 2.9 CÁLCULO DE ÁNGULO LANDA .....	12
ECUACIÓN 2.10 COMPONENTE RADIAL DE LA VELOCIDAD ABSOLUTA 1 .....	12
ECUACIÓN 2.11 COMPONENTE TANGENCIAL DE LA VELOCIDAD ABSOLUTA 1 .....	12
ECUACIÓN 2.12 FORMULA PARA OBTENER LA VELOCIDAD RELATIVA 1 .....	12
ECUACIÓN 2.13 ECUACIÓN DE EULER.....	12

ECUACIÓN 2.14 FACTOR DE DESLIZAMIENTO EN UN PAT.....	12
ECUACIÓN 2.15 PERDIDA DE ALTURA TEÓRICA EN UNA TURBINA .....	13
ECUACIÓN 2.16 COEFICIENTE DE FRICCIÓN .....	14
ECUACIÓN 2.17 VELOCIDAD DE SALIDA DEL FLUIDO .....	14
ECUACIÓN 2.18 PERDIDAS DE SALIDA DE LA BOMBA.....	14
ECUACIÓN 2.19 DIFERENCIA DE VELOCIDAD RELATIVA .....	15
ECUACIÓN 2.20 PERDIDAS POR INCIDENCIA .....	16
ECUACIÓN 2.21 DIÁMETRO HIDRÁULICO EN LA SUPERFICIE.....	16
ECUACIÓN 2.22 VELOCIDAD RELATIVA PROMEDIO.....	16
ECUACIÓN 2.23 COEFICIENTE DE FRICCIÓN DEL IMPELER[13].....	16
ECUACIÓN 2.24 COEFICIENTE DE DISIPACIÓN DEL IMPELER[13] .....	17
ECUACIÓN 2.25 LONGITUD DEL PERFIL.....	17
ECUACIÓN 2.26 PERDIDAS POR FRICCIÓN EN LA SUPERFICIE [13] .....	17
ECUACIÓN 2.27 FACTOR DIFUSOR .....	17
ECUACIÓN 2.28 PERDIDA DE CARGA EN EL PERFIL (ALABE).....	17
ECUACIÓN 2.29 NUMERO DE REYNOLDS EN EL DISCO .....	18
ECUACIÓN 2.30 COEFICIENTE DE PERDIDA POR FRICCIÓN DEL DISCO .....	18
ECUACIÓN 2.31 PERDIDA POR FRICCIÓN EN DISCO .....	18
ECUACIÓN 2.32 CAÍDA DE ALTURA EN ZONA DE FUGAS.....	18
ECUACIÓN 2.33 ÁREA DE FUGAS .....	18
ECUACIÓN 2.34 COEFICIENTE DE CAUDAL DE FUGA.....	19
ECUACIÓN 2.35 CAUDAL DE FUGA .....	19
ECUACIÓN 2.36 PERDIDAS POR FUGA .....	19
ECUACIÓN 2.37 VELOCIDAD DE SALIDA DE LA VOLUTA.....	20
ECUACIÓN 2.38 DIÁMETRO HIDRÁULICO DE LA VOLUTA.....	20
ECUACIÓN 2.39 NUMERO DE REYNOLDS EN LA VOLUTA .....	20
<b>ECUACIÓN 2.40</b> COEFICIENTE DE PERDIDA DE FRICCIÓN DE LA VOLUTA.....	20
ECUACIÓN 2.41 PERDIDAS DE FRICCIÓN EN LA SECCIÓN ESPIRAL DE LA VOLUTA.....	20
ECUACIÓN 2.42 ANGULO DE SALIDA DEL DIFUSOR[10].....	21
ECUACIÓN 2.43 PERDIDAS POR FRICCIÓN EN EL DIFUSOR .....	21
ECUACIÓN 2.44 PERDIDA DE CARGA TOTAL[10].....	21
ECUACIÓN 2.45 PERDIDA DE CARGA REAL EN MODO PAT .....	21
ECUACIÓN 2.46 EFICIENCIA TOTAL DE LA BOMBA EN MODO PAT .....	22
ECUACIÓN 2.47 ECUACIÓN DEL RENDIMIENTO FINAL DE LA TURBINA .....	23



## RESUMEN

El siguiente proyecto tiene como objetivo revisar el análisis de pérdidas en el uso de una bomba funcionada como turbina y comparar la curva de rendimiento dada por el fabricante con la obtenida a partir de la consideración de todas las pérdidas tanto mecánicas como hidráulicas que se pueden presentar a lo largo de la bomba, para esto se adquirió una bomba marca SAER NCB 65-200N A, de donde a partir de su desarme se pudo identificar el material, la geometría de esta, y otras características más de cada una de sus partes, donde destacan el impeler y la voluta y que para la toma de sus datos se optó por obtener mediante moldes cada una de sus medidas importantes, posterior a esto y analizando el fenómeno que ocurre tanto a la entrada como a la salida del fluido se definieron cada una de las fórmulas que componen las pérdidas que se presentan en cada sector de la bomba, posterior a eso y realizando un código de programación para crear un modelo matemático que permite la obtención de cada pérdida, se encontró que existe un incremento de la altura funcionando como turbina en relación a la altura que presenta el catálogo, posterior a eso se encontró también una alta incidencia negativa en el cálculo de la eficiencia de la turbina por parte de las pérdidas por fuga, generando así una eficiencia de nada más el 56.11% para valores nominales lo cual dista notoriamente al rendimiento del catálogo.

**PALABRAS CLAVE:** eficiencia, pérdidas, altura, caudal, velocidad, turbina, Código.

## **ABSTRACT**

The following project aims to review the analysis of losses in the use of a pump operated as a turbine and compare the performance curve given by the manufacturer with the one obtained from the consideration of all mechanical and hydraulic losses that may occur along the pump, for this a SAER NCB 65-200N A brand pump was acquired, from where from its disassembly it was possible to identify the material, its geometry, and other characteristics of each of its parts, where the impeller and the volute stand out and that for the taking of their data it was decided to obtain each of their important measurements by means of molds, after this and analyzing the phenomenon that occurs both at the entrance and at the exit of the fluid, each one of the formulas that make up the losses that occur in each sector of the pump, after that and making a programming code to create a mathematical model that allows obtaining each loss, it was found that there is an increase in height working as a turbine in relation to the height presented in the catalog, after that a high negative incidence was also found in the calculation of the efficiency of the turbine by losses due to leakage , thus showing an efficiency of no more than 56.11% for nominal values, which is notoriously far from the catalog performance.

**KEYWORDS:** efficiency, losses, head, flow, speed, turbine, code.

# 1. DESCRIPCIÓN DEL COMPONENTE DESARROLLADO

En el presente proyecto se tiene el desarrollo del estudio de una bomba centrífuga adquirida por la Escuela Politécnica Nacional, esta bomba es un modelo SAER NCB 65-200N A; a partir de las especificaciones de este modelo de bomba, se efectúa un estudio de las distintas pérdidas que puede presentar si su aplicación cambia a trabajar como una turbina,

para esto se consideró las características de la bomba expuestas por el fabricante, además se desarmó la bomba para evidenciar cada uno de sus componentes, y la toma de medidas geométricas y de los datos necesarios definiendo las variables que actúan en cada cálculo a considerar, esto sumado a una extensa recopilación bibliográfica donde se describe las particularidades de este tipo de tecnologías y que otra información considerar para su estudio; una vez recopilada toda la información estas variables nos permitirán crear un modelo matemático a partir de analizar cada fenómeno que se da a lo largo de toda la bomba y que funcionara como turbina, para esto partiendo del triángulo de velocidades se obtuvieron los velocidades tangencial, relativas y absolutas además de los componentes de esta última para calcular la altura teórica de Euler, no obstante dicha altura no será la indicada para iniciar el cálculo de pérdidas, ahora se tiene que considerar las diferentes velocidades obtenidas para encontrar una altura teórica para el modo de turbina que debe ser mayor a la altura o penetrancia dada por el fabricante. Posteriormente y tomando en cuanto los valores geométricos, coeficientes y parámetros físicos tanto del fluido como del entorno, se encuentran cada una de las pérdidas que se relacionaran con el impeler, la voluta, las superficies y otras regiones de la bomba, todas estas pérdidas son utilizadas para calcular la pérdida de altura total con relación a la pérdida teórica, la pérdida teórica de la turbina para así finalmente poder obtener la eficiencia o rendimiento de la bomba funcionando como turbina para su posterior comparación con la gráfica otorgada para el fabricante, donde este señala que esta bomba alcanza su mayor eficiencia al caudal nominal o de diseño.

Finalmente se genera el modelo matemático deseado bajo un código de programación en lenguaje Python, para definir el fenómeno que engloba a toda la bomba funcionando como turbina

## **1.1 Objetivo general**

Establecer un modelo matemático del funcionamiento de una bomba hidráulica funcionando como turbina usando el lenguaje de programación Python.

## **1.2 Objetivos específicos**

1. Establecer cada una de las pérdidas hidráulicas que se presentan en la bomba en relación con las características geométricas y de funcionamiento
2. Manejo del lenguaje de programación Python para la creación del modelo matemático
3. Comparación de la curva de rendimiento final obtenido de la bomba funcionando como turbina con la curva de rendimiento establecida por el fabricante.

## **1.3 Alcance**

Este proyecto se centra en la obtención de un modelo matemático generado en el lenguaje de programación Python, para esto se considerará cada una de las pérdidas hidráulicas que se presentan a lo largo de la bomba en función de las características geométricas y las condiciones del fluido usado; estas pérdidas serán consideradas finalmente para la obtención del rendimiento de la bomba funcionando como turbina que será comparada con la curva de rendimiento de la bomba SAER NCB 65-200N A presentada en su ficha técnica.

## **1.4 Marco teórico**

En esta sección se describirá la definición de bomba centrífuga, las características de estas bombas, y como estas características son usadas posteriormente para adaptar estas bombas como turbinas, un breve repaso a estas turbomáquinas y que características presentan si su uso es modificado considerando especialmente las razones para que su aplicación en el campo de la ingeniería ha ido en crecimiento, finalmente, el uso de Python como lenguaje de programación para a partir de las pérdidas obtener la curva de rendimiento de la bomba.

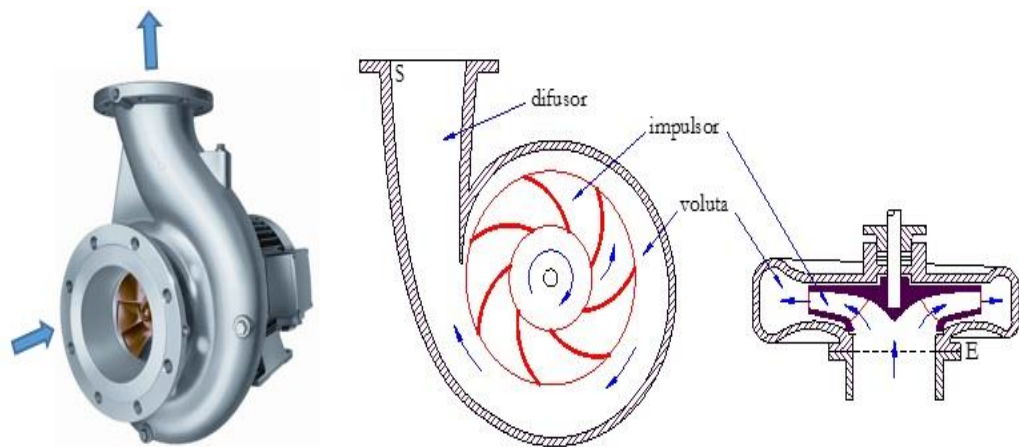
### **1.4.1 Bomba Centrífuga**

La bomba centrífuga es una turbomáquina también conocida como bomba rotodinámica de tipo radial donde el fluido circulante va de adentro hacia afuera, cuya función es transformar la energía mecánica en energía hidráulica, movilizandole la mayor cantidad de líquido posible.[1], [2]



**Figura 1.1** Bomba centrífuga[2]

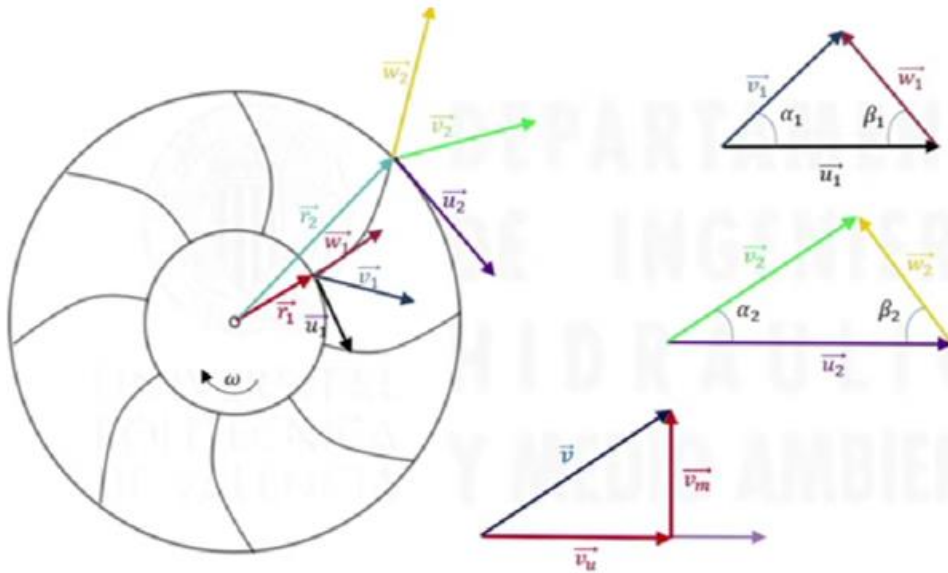
Estas bombas constan de dos partes principales, un elemento rotatorio conocido como rodete o también llamado impulsor, este elemento se conforma por un grupo de alabes donde se da la transformación de energía, y un elemento estático conocido como carcasa donde se encuentra la voluta y el difusor por donde circulara el fluido con energía hidráulica hacia la tubería conectada a la bomba.[3]



**Figura 1.2:** Partes de una bomba

### 1.4.2 Triángulo de velocidades en bombas

La transferencia de energía del rodete se da a partir de la ecuación de Euler, esto se puede explicar mediante la figura 1.2 en el cual nos indica como la velocidad de partícula actúa tanto a la entrada como a la salida de un alabe por medio del triángulo de velocidades



**Figura 1.3** triángulo de velocidades de una bomba centrífuga[4]

De la figura 1.2 podemos definir que el triángulo de velocidad se compone de tres velocidades, a saber, la velocidad absoluta, la velocidad relativa y la velocidad tangencial del fluido y se denotan por  $v$ ,  $w$  y  $u$  respectivamente. La velocidad absoluta del fluido se puede determinar por la suma de la velocidad relativa y la tangencial. Para ambos modos de operación, el subíndice 2 indica la punta del impulsor y 1 el ojo del impulsor. Los ángulos de flujo  $\alpha$  y  $\beta$  describen los ángulos de velocidad relativa y absoluta en comparación con la velocidad tangencial, respectivamente. Esto podrá ser evidenciado en las siguientes formulas

$$v = w + u$$

**Ecuación 1.1** velocidad absoluta

$$u_{1,2} = \omega * r_{1,2}$$

**Ecuación 1.2** velocidad tangencial

$$V = \sqrt{V_r^2 + V_\theta^2}$$

**Ecuación 1.3** módulo de la velocidad absoluta

### 1.4.3 Perdidas en la bomba centrífuga

Conociendo que no existe ninguna máquina ideal, todo artefacto estará sometido a pérdidas y las bombas no son la excepción, estas pérdidas serán:

Perdidas hidráulicas de la carcasa de la bomba: estas pérdidas se dan cuando el fluido circula a lo largo del impulsor y la carcasa de la bomba, con lo cual hay un cambio de caudal y la magnitud del gradiente de presión inversa, y la dirección de la circulación causando vórtices y como resultado una pérdida de energía

- **Perdidas por fugas de la bomba:** puede existir un retroceso en la parte del líquido a través del espacio libre entre el rodete y la carcasa debido a la diferencia de presión existente en la entrada y la salida.[5]
- **Perdidas en el impeler:** estas pérdidas son debido a la pérdida de líquido de la bomba y la recirculación del líquido en el impeler, la diferencia de presión entre el inicio y el final del impeler pueden causar una recirculación del fluido en volumen pequeño, reduciendo el caudal a la salida del impulsor[5]
- **Perdidas por fricción de disco:** esta pérdida se genera a partir de la fricción de las caras rotatorias del impeler y el fluido.[5]
- **Perdidas mecánicas:** las pérdidas de potencia aparecen principalmente en rodamientos, sellos mecánicos o empaquetaduras junto al eje de la bomba, al existir fricción mecánica giratoria a razón de las altas revoluciones entre el impulsor y el líquido.[5]

### 1.4.4 Bombas como turbinas (PAT)

Las bombas como turbinas o también llamadas PATs por sus siglas en inglés (Pump as Turbine) son bombas utilizadas con un sentido de rotación inverso, este tipo de adaptaciones son creadas para captar la energía hidráulica del agua y convertirla en energía eléctrica debido a un movimiento de rotación inverso del impulsor. Es preciso informar que para la aplicación de PATs no es necesario añadir otras partes o componentes a la bomba ya que únicamente cambiara el sentido de rotación, [6]

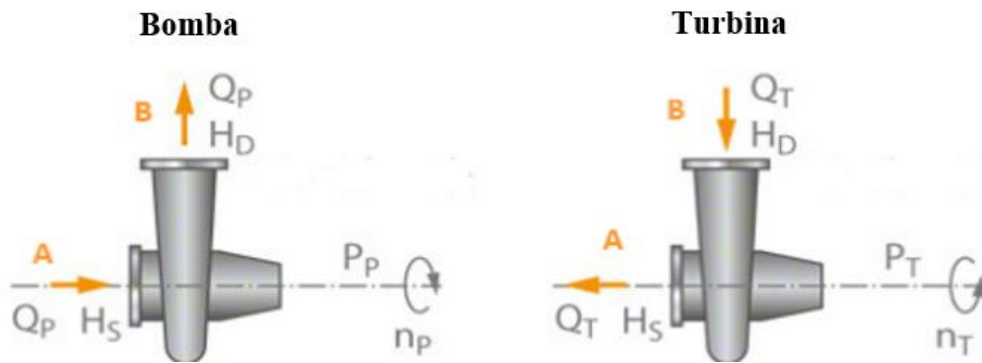


Figura 1.4 Sentido de flujo de una bomba y una turbina

### Ventajas del uso de Bombas como turbinas

Desde el punto de vista económico y constructivo las bombas muestran las siguientes ventajas respecto a las turbinas[6]

- El mercado de bombas es amplio en comparación al mercado de turbinas
- Una turbina tendrá un costo superior ya que necesita más estudios previos.
- Las bombas centrífugas son robustas y simples, además de que no se requiere un técnico altamente calificado para su mantenimiento.
- En países en desarrollo como el caso de Ecuador, el conseguir repuestos de partes de una bomba centrífuga es más fácil de conseguir que de una turbina.

Estas son algunas de las principales consideraciones del uso de PATs últimamente en el campo de la energía renovable, a su vez en sitios de difícil acceso como el oriente ecuatoriano y la falta de energía eléctrica, este tipo de máquinas se vuelven una opción más viable.

### TRIANGULO DE VELOCIDADES

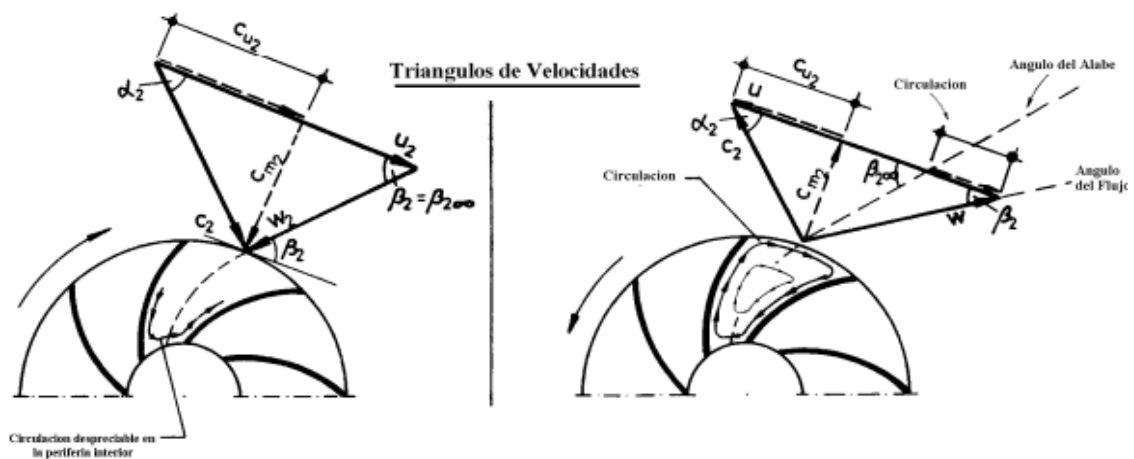
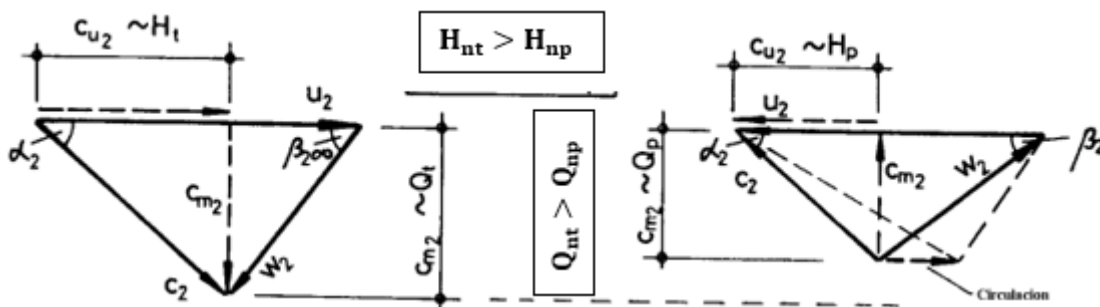


Figura 1.5 Triángulo de velocidades en bombas como turbinas.[7]



Para el caso de las bombas como turbinas el triángulo de velocidades que se puede ver en la Figura 1.4 muestra el mismo principio en la consideración de las velocidades y su obtención del cálculo, no obstante, como se venía mencionando antes el sentido de giro inverso del rodete hace que también cambie el sentido de cada una de las velocidades que aparecen a lo largo del alabe. Por lo cual se volverían a usar las ecuaciones 1.1 1.2 y 1.3 respectivamente.[7]

Es importante además destacar que al trabajar como turbina su rendimiento estará determinado por el triángulo de entrada, donde la voluta regida por el ángulo  $\alpha_2$  y este será el elemento decisivo, bajo este fundamento el triángulo de velocidades y las velocidades respectivas serán mayores en consideración a un triángulo de velocidades en la bomba como podemos notar en la figura 1.5[7]



**Figura 1.6 Representación del incremento de altura en un PAT frente a una bomba**  
[7]

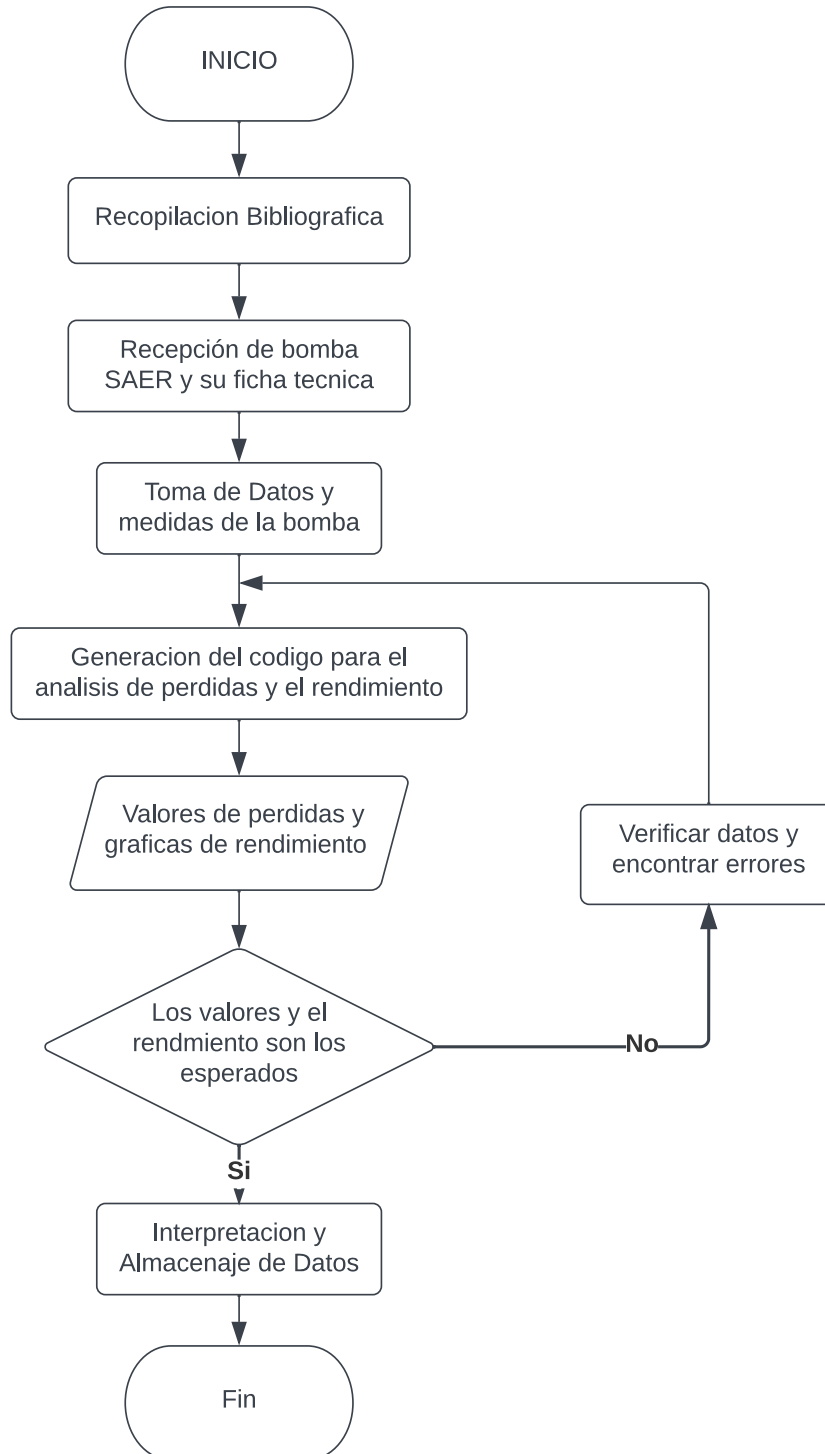
En cuanto a las pérdidas hidráulicas que se presentan en el funcionamiento de esta máquina son las mismas que se presentan en el funcionamiento de una bomba, no obstante, y considerando la fórmula de Euler dada en la ecuación 1.4 la altura dinámica de la turbina será siempre mayor a la de la bomba como se evidencia en la Figura 1.5.

$$H_{th} = \frac{1}{g} * (U_2 * C_{u2} - U_1 * C_{u1})$$

**Ecuación 1.4 Ecuación de Euler[8]**

## 2. METODOLOGÍA

En esta sección se representan cada uno de los procedimientos para ejecutar el diseño del modelo matemático en el lenguaje de programación Python, todo esto en base al siguiente flujograma.



**Figura 2.1** Diagrama de Flujo de la metodología para hallar el rendimiento[fuente: propia]

## 2.1 Datos iniciales

Para cumplir con las actividades de la figura 2.1 y para entender todo el fenómeno que engloba el trabajo realizado de la bomba funcionando como turbina, el laboratorio de turbomáquinas de la Escuela Politécnica Nacional adquirió una bomba marca SAER NCB 65-200N A.



**Figura 2.2** Bomba SAER NCB 65/200N A ubicada en el laboratorio de turbomáquinas de la Escuela Politécnica Nacional [fuente propia]

En la figura 2.2 se observa a la bomba adquirida junto con un motor trifásico de inducción y un acople o matrimonio conectado al eje de la bomba. Las características otorgadas por el fabricante están dadas por el fabricante en la tabla 2.1

**Tabla 2.1 información de la bomba dada por el fabricante[9]**

<b>Bomba</b>			
Nombre Bomba		NCB 65/200N A	
Dimensiones		80/65/200	
Velocidad [rpm]	1800		
<b>Caudal</b>	Nominal (Qd)	[l/min]	1050
	Máximo (Qmax)	[l/min]	1870
	Mínimo(Qmin)	[l/min]	583
<b>Preponderancia</b>	Nominal	[m]	21.8
	Máximo	[m]	23.9
	Mínimo	[m]	14.1
<b>Preponderancia H(Q=0)</b>		[m]	24.5
<b>NPSH 3%</b>		[m]	4.71
<b>Presión máxima de trabajo</b>		[bar]	2.49
<b>Potencia sobre eje</b>		[hp]	6.37
<b>Eficiencia</b>		%	80.8
<b>Máxima potencia absorbida</b>		[hp]	7.4421

En la tabla 2.1 los datos de principal relevancia para nuestros cálculos son la velocidad angular, los caudales nominal y máximo y la preponderancia o altura nominal y máxima; los valores de velocidad angular y el caudal servirán como datos de entrada para el computo de las velocidades y pérdidas presentes a lo largo del PAT, en cambio, los valores de preponderancia serán comparados con los resultados de los valores de la altura que se obtengan al final de compilar el código.

## 2.2 Triangulo de Velocidades

Para el cálculo de las pérdidas se debe considerar el triángulo de velocidades de nuestra turbomáquina funcionando como bomba y como turbina en la figura 2.3.

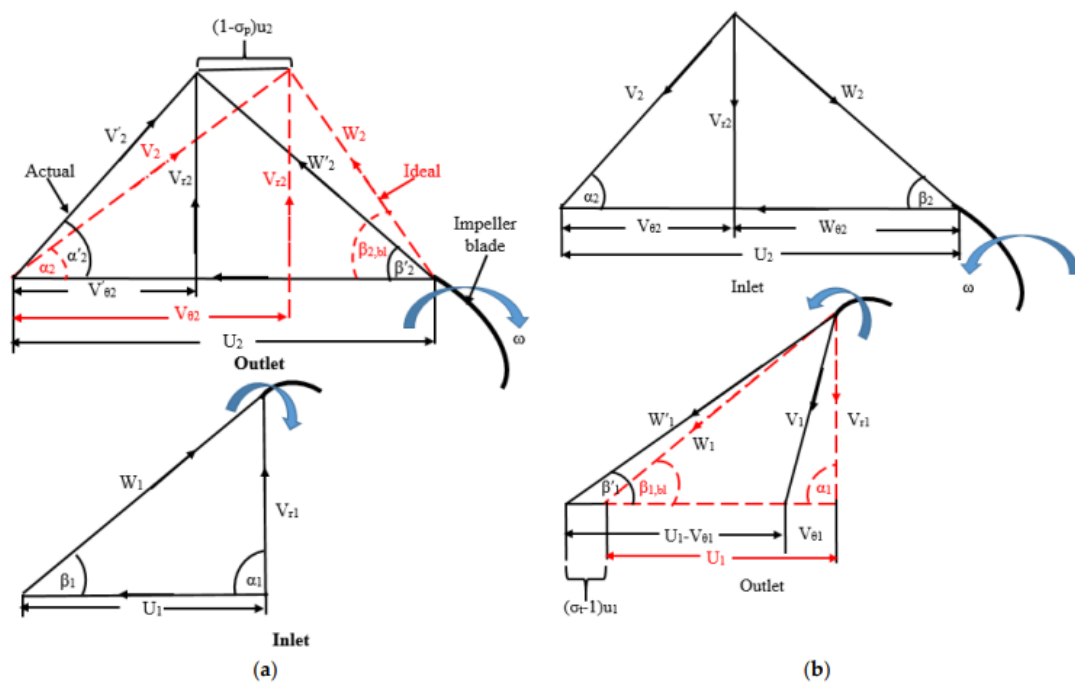


Figura 2.3 Triangulo de velocidades de entrada y salida en (a) modo bomba y (b) modo turbina [10]

En la figura 2.3, las líneas rojas tanto en el triángulo de salida en modo bomba como a la entrada del impulsor en modo turbina, muestran los valores que se consideran inicialmente para obtener las velocidades reales e ideales mostradas en la gráfica considerando los ángulos de entrada y salida del perfil del impulsor que son  $\beta_{bl1}$  y  $\beta_{bl2}$  respectivamente. En consecuencia, para el triángulo de velocidad de entrada de nuestro PAT se considera al triángulo de salida en modo bomba de la figura 2. Así, se obtendrán las siguientes ecuaciones aplicando conocimientos básicos:[10]

$$U_2 = \omega * r_2 = \omega * \left(\frac{d_2}{2}\right)$$

**Ecuación 2.1** velocidad tangencial de salida

$$V_2 = \frac{Q_d}{\frac{\pi}{4} * d_5^2}$$

**Ecuación 2.2** velocidad absoluta nominal

$$V_{2i} = \frac{Q_{max}}{\frac{\pi}{4} * d_5^2}$$

**Ecuación 2.3** velocidad absoluta ideal

$$\gamma_2 = 180 - \sin^{-1} \left( \frac{U_2 \sin(\beta_{bl2})}{V_{2i}} \right)$$

$$\alpha_2 = 180 - \beta_{bl2} - \gamma_2$$

**Ecuación 2.4** Obtención del ángulo  $\alpha_2$

Para la descomposición de la velocidad absoluta  $V_{2i}$  aplicando conceptos básicos de trigonometría, se obtienen las ecuaciones de la componente radial y tangencial absolutas, para con estos valores finalmente obtener la velocidad relativa  $W$ , las cuales son:

$$V_{r2} = V_{2i} * \sin(\alpha_2)$$

**Ecuación 2.5** Componente radial de la Velocidad Absoluta 2

$$V_{\theta 2} = \sqrt{V_{2i}^2 - V_{r2}^2}$$

**Ecuación 2.6** Componente tangencial de la Velocidad Absoluta 2

$$W_2 = \sqrt{(U_2 - V_{\theta 2})^2 + V_{r2}^2}$$

**Ecuación 2.7** formula para obtener la Velocidad relativa 2

Para el triángulo de salida de la bomba como turbina se considera el triángulo de salida del modo turbina obtenido en la figura 2.3, todas estas velocidades pueden ser expresados como:

$$U_1 = \omega * r_1 = \omega * \left( \frac{d_1}{2} \right)$$

**Ecuación 2.8** velocidad tangencial 1

De manera similar las ecuaciones para el resto de los elementos del triángulo de velocidades son:

$$\gamma_1 = 90 - \beta_{bl1}$$

**Ecuación 2.9** cálculo de ángulo landa

Como es una bomba centrífuga nuestro ángulo de salida  $\alpha_1=90^\circ$

$$V_{r1} = U_1 * \frac{\sin(\beta_{bl1})}{\sin(\gamma_1)}$$

**Ecuación 2.10** Componente radial de la Velocidad Absoluta 1

$$V_{\theta 2} = \sqrt{V_{2i}^2 - V_{r2}^2}$$

**Ecuación 2.11** Componente tangencial de la Velocidad Absoluta 1

$$W_1 = \sqrt{U_1^2 + V_{r2}^2}$$

**Ecuación 2.12** formula para obtener la Velocidad relativa 1

Considerando cada una de estas velocidades y sus componentes es posible calcular la energía útil aprovechada por el rodete actualizando la ecuación 1.1, nuestra ecuación de Euler es:[10]

$$H_{th} = \frac{1}{g} * (u_2 * v_{\theta 2} - u_1 * v_{\theta 1})$$

**Ecuación 2.13** Ecuación de Euler

Adicionalmente, se debe señalar que el flujo de salida del rodete de la maquina no es correctamente direccionado por los alabes, esto se da debido al fenómeno de deslizamiento. El factor de deslizamiento en un PAT es diferente al presentado por una bomba y está definido como la relación entre los valores real e ideal de los componentes de la velocidad en la sección de salida del impulsor, [11], considerando esto con nuestros cálculos obtenidos en los triángulos de velocidades este factor es expresado matemáticamente como:

$$\sigma: \frac{V'_{\theta}}{V_{\theta}} = \frac{V_2}{V_{2i}}$$

**Ecuación 2.14** Factor de deslizamiento en un PAT

Donde

$V'_{\theta}$ : Componente tangencial de la velocidad absoluta actual  $\left[\frac{m}{s}\right]$

$V_{\theta}$ : Componente tangencia de la velocidad absoluta ideal  $\left[\frac{m}{s}\right]$

Considerando el factor de deslizamiento y aplicando trigonometría básica ahora nuestra ecuación de Euler para la altura Teórica puede ser expresado por la ecuación

$$H_{th,t} = \frac{1}{g} * [u_2 * v_{r2} * \cot(\alpha_2) - u_1^2 * \sigma + u_1 * v_r * \cot(\beta_1)]$$

**Ecuación 2.15** Pérdida de altura teórica en una turbina

### 2.3 Calculo de perdidas hidráulicas

Bajo el fundamento que los parámetros geométricos de la bomba no cambian al funcionar como turbina, que solo cambia la dirección de rotación y el flujo; Derakshan afirma que de igual forma las perdidas mecánicas y las pérdidas de potencia por fugas en el modo bomba como turbina son las mismas [12]. Para considerar todas las pérdidas se analiza el recorrido del fluido a lo largo de todo el PAT, este recorrido comienza en la sección del difusor, el espiral de la voluta, la fricción que exista en la superficie, las pérdidas que se presenten en el rodete, perdidas de salida, entre otras.

#### 2.3.1 Perdidas en la salida de la tubería



**Figura 2.4** sección de la bomba donde

La tubería de ingreso del fluido en la bomba es utilizada como tubería de salida para la bomba funcionando como turbina, en la figura 2.4 podemos la sección de la bomba por donde ingresa el fluido cuando actúa en modo bomba, por tanto, en esta misma sección saldrá el fluido cuando la bomba actúa como turbina. Es así como los términos para calcular las perdidas están dados por

$$\lambda = \frac{0.3164}{Re^{\frac{1}{4}}}$$

**Ecuación 2.16** coeficiente de fricción

Donde:

*Re*: número de Reynolds de la tubería de salida

$$V_o = \frac{Qd}{\frac{\pi}{4} * (d_1^2 - dh_{sal}^2)}$$

**Ecuación 2.17** Velocidad de salida del fluido

Considerando estos valores la pérdida por tubería de salida está dada por:

$$\Delta h_{inlet} = \lambda * \frac{lin}{Din} * \frac{V_o^2}{2 * g}$$

**Ecuación 2.18** Pérdidas de salida de la bomba

Donde:

*Din*: Diámetro de la tubería [m]

*lin*: longitud de la tubería [m]

### 2.3.2 Pérdidas en el Impeler

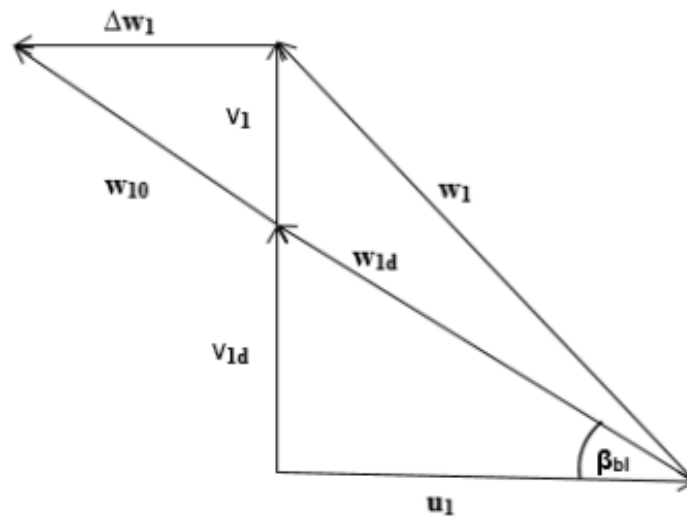


**Figura 2.5** Impeler de la bomba SAER



## Perdidas por incidencia

Estas pérdidas se presentan cuando el fluido tiene variaciones de flujo, el ángulo en el perfil a la entrada no es igual al ángulo del alabe y esto puede resultar en la separación de la superficie del fluido lo cual resulta en una pérdida por incidencia. En condiciones de flujo fuera de diseño la velocidad relativa  $W_1$  se descompone en dos componentes velocidad  $W_{10}$  y  $\Delta W_1$ , como se puede ver en la figura 2.5 bajo condiciones de diseño de una tasa de fluido ideal se tiene que  $W_{10}$  tiene la misma dirección de los perfiles a la entrada. Esta diferencia de velocidad relativa [12]



**Figura 2.6** Relación de la velocidad relativa bajo una tasa de flujo ideal

Considerando relaciones entre la semejanza de triángulos, podemos obtener que la diferencia de velocidad relativa está dada por la ecuación 2.19

$$\Delta W_1 = u_1 * \left( \frac{v_1 - v_{1d}}{v_{1d}} \right) = u_1 * \left( \frac{Q - Q_d}{Q_d} \right)$$

**Ecuación 2.19** Diferencia de velocidad relativa

Donde:

$\Delta w_1$ : Velocidad relativa  $\left[ \frac{m}{s} \right]$

$Q_d$ : Caudal  $\left[ \frac{m^3}{h} \right]$

$v_{1d}$ : velocidad absoluta bajo diseño de flujo.  $\left[ \frac{m}{s} \right]$

Con estos valores se puede expresar que la pérdida de incidencia se expresa matemáticamente como

$$\Delta h_{inc} = f_{inc} * \frac{\Delta w 1^2}{2 * g}$$

**Ecuación 2.20** pérdidas por incidencia

Donde:

*finc*: coeficiente de pérdidas de incidencia  $\left[\frac{m}{s}\right]$

En la Ecuación 2.22 el coeficiente de pérdida de incidencia comprende un valor adimensional entre 0.5 y 0.8

**Perdidas por fricción en la superficie**

En lo que respecta al impulsor la fricción se conoce como la pérdida lineal debido a los efectos de la viscosidad del fluido de la capa límite de las paredes del perfil, la cámara de impulsión, etc. La pérdida de carga por fricción hidráulica del impulsor se calcula mediante la teoría del flujo a través de tuberías como menciona Gulich[13], para esto es necesario obtener el diámetro hidráulico, el coeficiente de disipación y fricción del perfil, y la velocidad relativa que viene dados por las expresiones:

$$D_{hyd} = \frac{2 * (d_1 * b_1 + d_2 * b_2)}{d_1 + b_1 + d_2 + b_2}$$

**Ecuación 2.21** Diámetro hidráulico en la superficie

$$W = \frac{\frac{Q_1}{z}}{\frac{d_1 * b_1 + d_2 * b_2}{2}}$$

**Ecuación 2.22** Velocidad relativa promedio

$$f_i = \frac{0.3086}{\left( \log \left[ \left( \frac{6.9}{Re} \right) + \left( \left( \frac{k}{D_{hyd}} \right) \right)^{1.11} \right] \right)^2}$$

**Ecuación 2.23** Coeficiente de fricción del impeler[13]

En el resultado del coeficiente de fricción del impeler el valor  $k$  esta expresado en la tabla 2.2 y se define como el coeficiente de robustez; considerando todos estos valores en la Ecuación 2.24 se obtiene entonces el coeficiente de disipación del impeler

$$4Cd = (fi + 0.006) * \left(1.1 + 4 * \frac{b_2}{d_2}\right)$$

**Ecuación 2.24** Coeficiente de disipación del impeler[13]

Para la fricción que existe a lo largo de la superficie del perfil (blade) es necesario conocer la longitud de este, la cual es expresado por la ecuación 2.23

$$Lb = \frac{1}{2} * \left(\frac{d_2 - d_1}{d_2}\right) * \frac{1}{\sin\left(\frac{\beta_{bl1} + \beta_{bl2}}{2}\right)}$$

**Ecuación 2.25** Longitud del perfil

Considerando los resultados de las ecuaciones 2.21, 22, 24 y 25 podemos obtener finalmente la perdida de fricción por superficie expresada en la ecuación 2.26

$$\Delta h_{sfl} = 4 * Cd * \frac{Lb}{D_{hyd}} * \frac{W^2}{2 * g}$$

**Ecuación 2.26** Perdidas por fricción en la superficie [13]

**Perdidas de carga en el perfil.**

Las pérdidas de carga en el perfil se dan por la diferencia de presiones que existe entre la presión del lado de succión del impeler, en donde se afecta la separación del fluido secundario en la capa límite para bombas y PAT. [14]

Se debe considerar primero obtener el factor difusor que esta dado por la Ecuación 2.27

$$Df = 1 - \frac{W_2}{W_1} + \frac{0.75 * g * Hth}{U_2^2} * \frac{1}{\frac{z}{\pi} * \left(1 - \frac{d_1}{d_2}\right) + \frac{2 * d_1}{d_2}} * \frac{W_2}{W_1}$$

**Ecuación 2.27** Factor difusor

Ya obtenido el factor difusor la perdida de carga en el perfil se formula como

$$\Delta h_{bl} = \frac{0.05 * Df^2 * U_2^2}{g}$$

**Ecuación 2.28** Perdida de carga en el perfil (alabe)

## Perdidas por fricción en disco

Al calcular la potencia en el eje requerida para el giro del rodete, la potencia de fricción en el disco se divide por el caudal y la presión, donde se agrega una pérdida teórica que se toma en cuenta en las pérdidas de fricción en el disco esta se basa en el número de Reynolds que se presente en esta sección. [15]

$$Re_{df} = \frac{\rho * U_2 * d_2}{2 * \mu}$$

### Ecuación 2.29 Numero de Reynolds en el disco

Este número de Reynolds es diferente al que se genera en otras secciones de la bomba, y en base a este valor adimensional se escoge el coeficiente de pérdida por fricción del disco en base si el fluido es o no turbulento[15]

$$f_{df} = \frac{0.166875}{Re_{df}^{0.5}}, Re_{df} < 3 * 10^5 \quad \text{or} \quad \frac{0.0038875}{Re_{df}^{0.2}}, Re_{df} > 3 * 10^5$$

### Ecuación 2.30 coeficiente de pérdida por fricción del disco

Con los valores de la ecuación 2.30 la pérdida de disco viene expresado como

$$\Delta P_{df} = f_{df} * \rho * d_2^2 * U_2^3$$

### Ecuación 2.31 Pérdida por fricción en disco

## Perdidas por fuga

Este tipo de pérdidas se dan debido al flujo de fuga, este es inducido por el espacio entre el rodete y la carcasa de la bomba y se define como [16]

$$\Delta H_m = \frac{3u_2^2 - u_1^2}{4 * 2g}$$

### Ecuación 2.32 Caída de altura en zona de fugas

Para los cálculos de las ecuaciones 2.33 y 2.34 se debe considerar las dimensiones que presenta el empaque o sello para disminuir las fugas ( $X_{lk}$  y  $Y_{lk}$ ), un dato de vital importancia es que la variación de estas dimensiones afectara notablemente el valor de este tipo de pérdidas como menciona [17]

$$A_{lk} = D_1 \pi Y_{lk}$$

### Ecuación 2.33 Área de fugas

$$C_{l_{kf}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 0.5\eta_{lk} + \frac{\lambda_{lk}xX_{lk}}{2Y_{lk}}}}$$

**Ecuación 2.34** coeficiente de caudal de fuga

$$\Delta Q_{lk} = C_{l_{kf}} A_{lk} \sqrt{2g\Delta H_m}$$

**Ecuación 2.35** Caudal de fuga

Finalmente considerando la ecuación 2.35 se obtendrá el valor de las pérdidas de fuga, es demandante señalar que este valor es directamente proporcional a la pérdida de altura teórica de la bomba dada por la ecuación 2.13.

$$\Delta P_{lk} = \rho g \Delta Q_{lk} H_{th}$$

**Ecuación 2.36** Perdidas por fuga

### 2.3.3 Perdidas de la voluta



**Figura 2.7** Voluta de la bomba SAER

La voluta es la parte de la bomba que se encarga de dirigir el flujo desde la salida del impulsor hasta llevarlo al área de descarga, esto en el modo turbina hará que la energía de presión del fluido sea transformada a energía cinética [18]. Para esto se debe conocer que el flujo sale de la voluta con una velocidad  $V_4$  que viene dado por la ecuación 2.37

$$v_4 = \frac{\eta_v \varepsilon_2 A_2 V_{r2}}{\tan \alpha_v \pi d_3 b_3}$$

**Ecuación 2.37** Velocidad de salida de la voluta

Donde  $\eta_v$  y  $\varepsilon_2$  son los valores de la eficiencia volumétrica y el espesor de la hoja respectivamente

**Perdidas de fricción en la sección espiral**

Las pérdidas por fricción en la al igual que pérdidas por fricción en la superficie se determinan por la teoría del flujo a través de tuberías Gulich [19] para lo cual se debe calcular nuevamente un diámetro hidráulico para la voluta, expresado por la ecuación 2.38

$$d_h = \frac{d_2}{\frac{1}{2 \left(\frac{b_3}{b_2}\right) \left(\frac{b_2}{d_2}\right)} + \frac{1}{8 \left(\frac{\pi}{z}\right) \left(\frac{d_3}{d_2}\right) (\sin \alpha_v)}}$$

**Ecuación 2.38** Diámetro hidráulico de la voluta

Además del diámetro hidráulico, se debe obtener el coeficiente de pérdida por fricción de la voluta que se relaciona con el coeficiente de rugosidad de la voluta y el número de Reynolds en esa sección, el cual consta en la ecuación 2.39

$$Re = \frac{\bar{W} d_h}{\nu}$$

**Ecuación 2.39** Numero de Reynolds en la voluta

Este valor de Reynolds se relaciona con  $\nu$  que es la viscosidad cinemática del fluido, y  $\bar{W}$  que es el promedio entre las velocidades relativas, considerando esto el coeficiente de pérdida de fricción de la voluta se muestra en la ecuación 2.40

$$f = 0.25 \left( \log \left( \frac{\varepsilon}{\frac{d_h}{3.7}} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \right)^{-2}$$

**Ecuación 2.40** Coeficiente de pérdida de fricción de la voluta

Posterior a esto se tienen los valores necesarios para calcular las pérdidas de fricción en el espiral finalmente esta se expresa como

$$\Delta h_{vfl} = 4f * \frac{d_3 * b_3 * V_4^2}{d_h^2 * 2g}$$

**Ecuación 2.41** Perdidas de fricción en la sección espiral de la voluta

### Perdidas por fricción en el difusor

Como se mencionó anteriormente el difusor es una sección de la bomba donde se conduce el fluido hacia la tubería de salida, sin embargo, para un PAT esta será la primera sección de la bomba por donde pase el fluido. El difusor muestra una estructura divergente, la cual puede conducir a la separación de la capa límite y causar pérdidas como paso de flujo de contracción, estas pérdidas se calculan de la siguiente manera.

$$\theta = 2 \arctan \left( \frac{\sqrt{A_5/\pi} - \sqrt{A_4/\pi}}{1_{diff}} \right)$$

#### Ecuación 2.42 Angulo de salida del difusor[10]

Este ángulo  $\theta$  se presenta en el cambio de sección del difusor por donde ingresa el fluido, considerando este ángulo y los valores de cambio de sección en el difusor se expresan como:

$$\Delta h_{vdiff} = k_{vdiff} \sin \theta \left( \frac{A_5}{A_4} - 1 \right)^2 \frac{A_5^2}{2g}$$

#### Ecuación 2.43 Perdidas por fricción en el difusor

## 2.4. Rendimiento realista de los PAT

Para la obtención de la pérdida total en la bomba que trabaja como turbina se puede determinar a partir de la sumatoria de todas las pérdidas anteriores, considerando esto la fórmula para las pérdidas totales matemáticamente es equivalente a la ecuación 2.45[10]

$$\Delta h_{TOT} = \Delta h_{vdiff} + \Delta h_{vfl} + \Delta h_{inc} + \Delta h_{sfl} + \Delta h_{hbl} + \Delta h_{outlet}$$

#### Ecuación 2.44 Perdida de carga total[10]

Además de esto se debe considerar la pérdida de carga teórica en el modo PAT dado en la ecuación 2.15 por lo tanto la pérdida de carga real en modo bomba como turbina es la siguiente

$$H_T = H_{th,t} + \Delta h_{TOT}$$

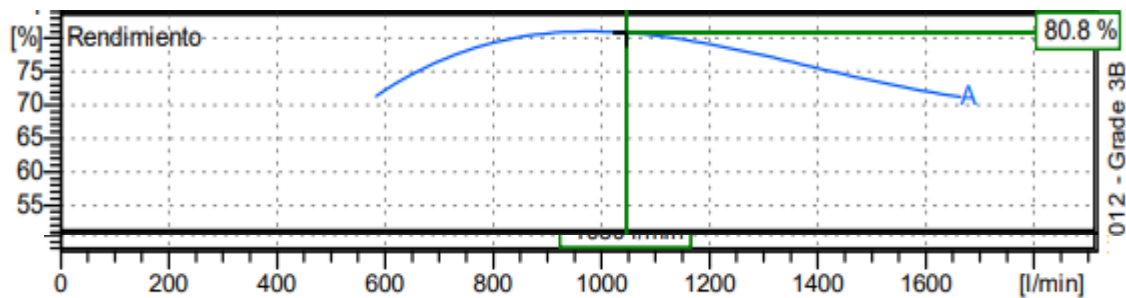
#### Ecuación 2.45 Perdida de carga real en modo PAT

Finalmente, la expresión para calcular la eficiencia total viene dada por la ecuación 2.46

$$\eta_t = \frac{\rho g H_{th}(Q - \Delta Q) - \Delta P_{df} + \Delta P_{lk}}{\rho g H_T}$$

**Ecuación 2.46** Eficiencia total de la bomba en modo PAT

El resultado de la eficiencia obtenido tiene que ser comparado posteriormente con la eficiencia brindada por el fabricante donde su punto más alto se lo encuentra bajo rangos nominales.



**Figura 2.8** Grafica del rendimiento con respecto al caudal de la bomba

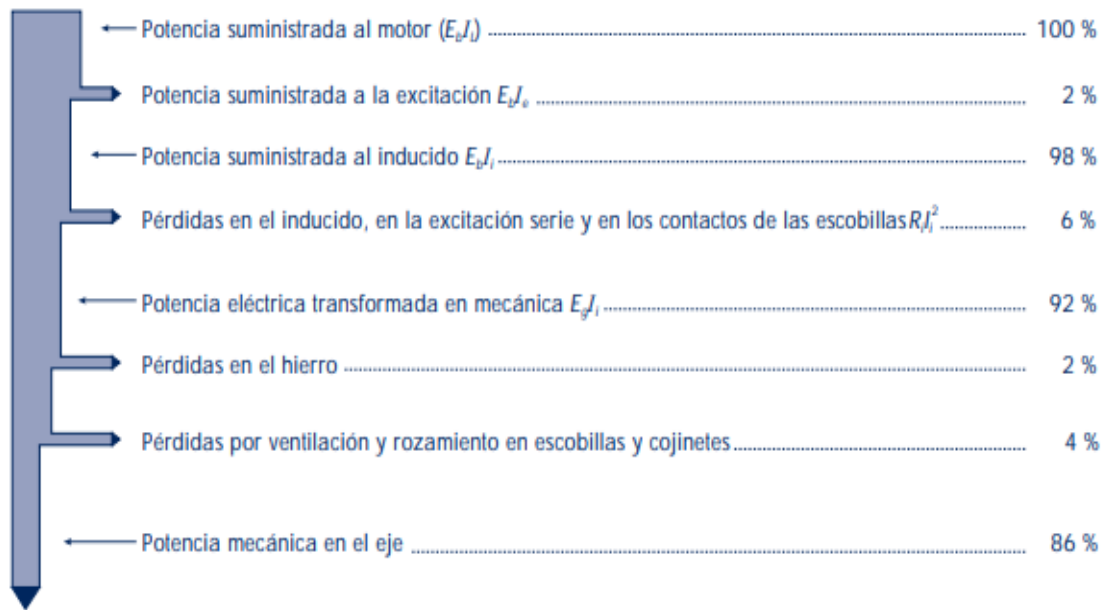
La figura 2.8 nos muestra que el rendimiento máximo que otorga el fabricante a la bomba puede presentar un valor máximo de 80.8% trabajando con un caudal nominal de 1050 l/min.

## 2.5. Pérdidas eléctricas

Después de haber generado energía mecánica a partir de aprovechar la energía hidráulica en la bomba funcionando como turbina, esta energía mecánica deberá ser almacenada para ser aprovechada como energía eléctrica para su distinto uso, pero a lo largo del eje y su conexión con el generador se deben considerar otras pérdidas, existen varias formas para determinar las mismas, sin embargo, cada una de estas pérdidas se relacionan con distintos factores como son la excitación el inducido, pérdidas de hierro, entre otras.

Así que de una manera más simple y tomando en cuenta a [libro eléctrico] se toma en cuenta el porcentaje de la eficiencia o potencia que finalmente se tendrá de la energía mecánica hacia el generador en la figura 2.8





**Figura 2.9** Balance energético de un motor de corriente continua

Como se puede visualizar en la figura 2.9, las principales pérdidas eléctricas generadas a lo largo del motor son las suministradas por la excitación, el inducido y las pérdidas en el hierro o también llamadas pérdidas por histéresis o corrientes parasitas.

En conclusión, y considerando la información en la figura 2.9 podemos definir la eficiencia final como el producto del factor de la potencia mecánica en el eje con la ecuación 2.46; entonces este valor está dado por la ecuación 2.47[20]

$$\eta_{t final} = 0.86 * \eta_t$$

**Ecuación 2.47** Ecuación del rendimiento final de la turbina

Posteriormente, para el cálculo de cada una de las ecuaciones se definen los parámetros de entrada del modelo teórico en la tabla 2.2

**Tabla 2.2** Parámetros de entrada del modelo teórico

	<b>NOMBRE</b>	<b>SÍMBOLO</b>	<b>VALORES</b>	<b>UNIDADES</b>
<b>Parámetros físicos</b>	Gravedad	g	9.8	[m/s]
	densidad del agua	$\rho$	997	[kg/m <sup>3</sup> ]
	Viscosidad dinámica	$\mu$	1.002E-03	[s/mPa]
	Viscosidad cinemática	$\nu$	1.0034E-06	[s/m <sup>3</sup> ]
<b>Geometría de la bomba</b>	<b>GEOMETRÍA IMPELER</b>			
	diámetro de entrada	$d_1$	0.101	[m]
	diámetro de salida	$d_2$	0.216	[m]
	Espesor de entrada	$b_1$	0.005	[m]
	Espesor de salida	$b_2$	0.01	[m]
	Numero de alabes	z	7	[u]
	ángulo B de entrada del impeler	$\beta_{bl1}$	30	[°]
	ángulo de salida del impeler	$\beta_{bl2}$	36	[°]
	distancia radial de holgura del sello	$Y_{lk}$	0.001	[m]
	distancia axial de holgura del sello	$X_{lk}$	0.016	[m]
	<b>GEOMETRÍA VOLUTA</b>			
	diámetro base de la voluta	$d_3$	0.236	[m]
	espesor de la base	$b_3$	0.022	[m]
	diámetro entrada difusor	$d_4$	0.051	[m]
	diámetro salida difusor	$d_5$	0.064	[m]
	ángulo de la voluta	$\alpha_v$	27	[°]
longitud del difusor	$l_{diff}$	9.8	[m]	
longitud de salida	$d_{hsal}$	9.8	[m]	
<b>Coefficientes de modelado</b>	perdida de incidencia	$f_{inc}$	0.7	[u]
	perdida del difusor	$k_{vdiff}$	6.5	[u]
	rendimiento fuga	$\eta_{lk}$	0.7	[u]
	resistencia hidráulica	$\lambda_{lv}$	0.05	[u]
	coeficiente de espesor	$\varepsilon_2$	2.54E-04	[u]
	coeficiente de robustez	$k$	8.00E-04	[u]

### 3. RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 3.1 Resultados

En el caso de los resultados de los triángulos de velocidades se obtuvieron los siguientes valores para las condiciones nominales dadas por el fabricante

**Tabla 3.1** Resultados de triangulo de velocidades de entrada y salida

Nombres	Siglas	Valores
Velocidad Tangencial 2	$U_2$	20.358 [m/s]
Velocidad Absoluta 2 Real	$V_2$	8.57 [m/s]
Velocidad Absoluta 2 Ideal	$V_{2i}$	13.315 [m/s]
Velocidad Radial Abs. 2	$V_{r2}$	4.53 [m/s]
Velocidad Tangencial Abs 2	$V_{\theta 2}$	12.516[m/s]
Velocidad Relativa 2	$W_2$	9.053 [m/s]
Velocidad Tangencial 1	$U_1$	9.519[m/s]
Velocidad Absoluta 1	$V_1$	7.25 [m/s]
Velocidad Radial Abs 1	$V_{r2}$	6.918[m/s]
Velocidad Tangencial Abs. 2	$V_{\theta 2}$	2.158[m/s]
Velocidad Relativa 1	$W_1$	11.771[m/s]
Angulo Alpha 2	$\alpha_2$	19.89 [°]

Los valores reflejados en la tabla 3.1 nos permiten entender cómo actúa una partícula tanto en la entrada como en la salida del impeler, con estos valores se obtiene que a la salida del fluido hacia la tubería de descarga los valores de velocidad absoluta, tangencial están sometidos a un decremento, esto debido a su cambio de sección.

Para el resultado obtenido mediante el lenguaje de programación Python, con las condiciones nominales de un caudal de 1050 l/min o 0.0272 m<sup>3</sup>/s todos los valores de pérdidas son representados en la figura 3.2

```

perdida teorica turbina -----> 28.993288583173637
perdida por friccion difursor -----> 1.131030310095783e-07
Perdidas de friccion en la parte espiral -----> 5.197919863367459e-07
perdida incidencia -----> 0.953714854899781
perdida superficie -----> 0.5454961893380927
perdida perfil -----> 0.29350124504582614
perdida salida -----> 1.308730153246802
perdida del disco -----> 97.87383175504019
perdida por fuga -----> 862.9399158970461
suma perdidas -----> 3.1014430754255193
HT -----> 32.09473165859916
eficiencia -----> 0.5610940739959429
    
```

**Figura 3.1** Valores de pérdidas y eficiencia calculados en Python

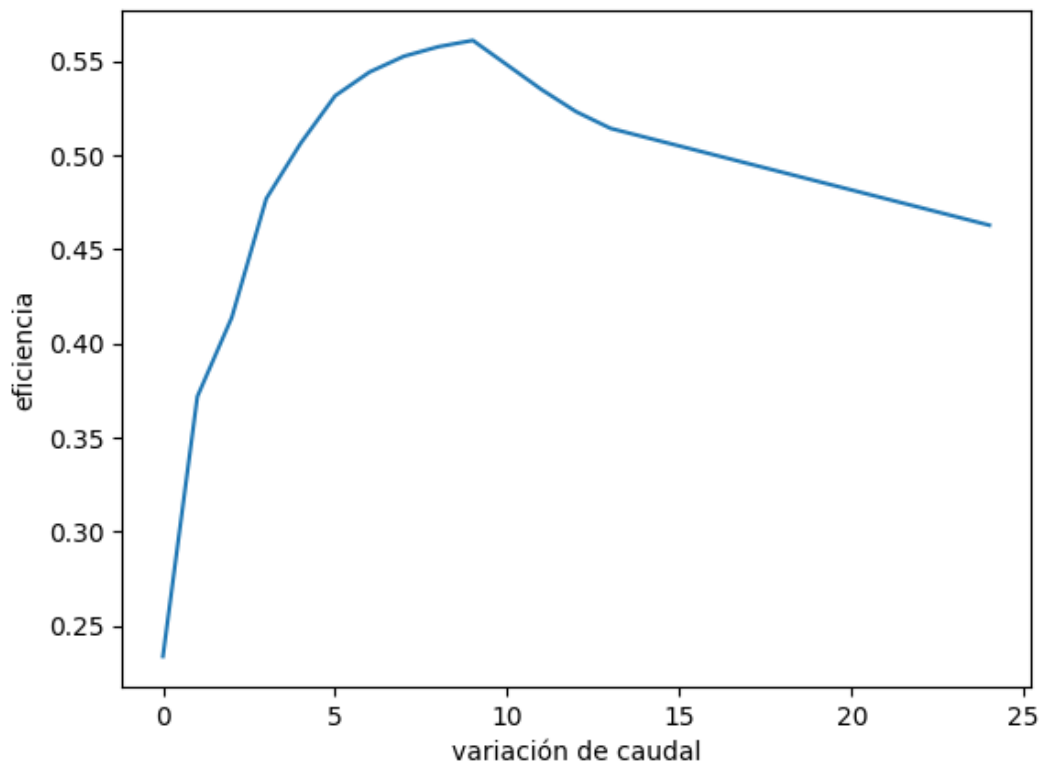
**Tabla 3.2** Resultados de las pérdidas y eficiencia de la bomba actuando como PAT

Nombre	Símbolo	Valor
Perdida teórica turbina	$\Delta H_{tht}$	28.9932[m]
Perdida por fricción difusor	$\Delta h_{diff}$	1.13E-7 [m]
Perdidas de fricción en la parte espiral	$\Delta h_{vfl}$	5.20E-07 [m]
Perdida incidencia	$\Delta h_{inc}$	0.9537[m]
Perdida superficie	$\Delta h_{sfl}$	0.5455[m]
Perdida perfil	$\Delta h_{bl}$	0.2935[m]
Perdida salida	$\Delta h_{outlet}$	1.3087[m]
Perdida del disco	$\Delta P_{df}$	97.8738[m]
Perdida por fuga	$\Delta P_{lk}$	862.94[m]
Suma perdidas	$\Delta h_{TOT}$	3.1014[m]
Pérdida total	$\Delta H_T$	32.0947[m]
Eficiencia	$\eta_t$	56.11%

Al revisar la tabla 3.2 se puede deducir que la pérdida teórica de la turbina refleja un valor superior al dado por el fabricante en la tabla 2.1 donde la altura nominal trabajando a 1150 l/min nos daba como resultado una altura de 21.9, sin embargo, el valor presentado por nuestra pérdida teórica en modo turbina refleja un valor de 28.9932 reflejando un incremento del 32.39% cumpliendo el principio que la altura dinámica de la turbina será siempre mayor a la de la bomba como se evidencia.

Los valores más pequeños de pérdidas de altura serán los valores de fricción ya sea del difusor o de la parte espiral de la voluta esto debido a que sus coeficientes de rugosidad permitían considerar prácticamente despreciables dichos valores.

Las pérdidas por considerar son las pérdidas de fuga y de disco estos valores son notoriamente superiores a otros valores, esto se da debido a que el diseño de la bomba y sus componentes como el sello que previene las fugas, pueden presentar valores considerables donde su geometría influye directamente en las pérdidas en fuga.



**Figura 3.2** Grafica de la eficiencia de la bomba tipo PAT para valores nominales

El valor de eficiencia considerando los datos nominales de la bomba permite evidenciar un valor del 56.11% de eficiencia, esto debido a las grandes pérdidas por fugas y de disco no obstante es un valor considerablemente bueno considerando que supera el 50%, esto permite poder considerar rentable dicho diseño siempre y cuando se presenten valores menores para las pérdidas de disco y fuga.

## 3.2 Conclusiones

Se concluye que siempre se debe presentar un valor superior de la altura de un PAT a valores nominales que un valor de altura del dispositivo funcionando como bomba, esto como principio fundamental para considerar la aplicación inversa de la bomba.

Las bombas como turbinas, aunque presenten unos valores notoriamente menores en cuanto a la eficiencia con relación a su funcionamiento como una bomba, pueden ser utilizados en sectores que no necesiten un gran rendimiento para el uso de energía eléctrica, esto finalmente puede ser una alternativa ideal para zonas de difícil acceso.

Aunque idealmente las bombas como turbinas deben alcanzar al menos la misma eficiencia que presentan las bombas, son consideraciones muy difíciles de alcanzar ya que dependerán de varios factores donde las fugas y los factores de fricción influyen notoriamente en su eficiencia notoriamente mas baja de la esperada.

Aunque las pérdidas como la incidencia, de superficie y de perfil parecen considerablemente bajas se deben considerar siempre en el cálculo ya que el aumento de estos valores decrecerá el valor de la eficiencia final de la turbina.

La presencia de los generadores y su acople a una bomba tipo PAT, reducirán notoriamente la eficiencia eléctrica final que generara este modelo, esto debido a las características que presentan cada uno de los elementos que componen al fenómeno eléctrico en estos almacenadores de energía eléctrica.

### **3.3 Recomendaciones**

Se recomienda optar siempre por los valores nominales dados por el fabricante para alcanzar el rendimiento máximo y la altura ideal de funcionamiento de la bomba, con esto al menos se asegura un rendimiento cercano al ideal para su aplicación.

Se recomienda buscar alternativas en la variación de la geometría del impeler para que exista un decremento en los valores de pérdidas relacionados con su geometría y alcanzar un mayor rendimiento o eficiencia final.

Considerar el uso de sellos anti-fuga con un coeficiente de caudal de fuga de diferentes dimensiones para que se reduzca los valores de pérdida por fuga para así poder incrementar el rendimiento.

Se recomienda incrementar la velocidad de entrada del fluido para generar más energía en caso de ser necesario y siempre cuando esta velocidad se presente en un rango no tan alejado del caudal nominal.

#### 4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] K. Javier Barba Barba and D. David Sánchez Cevallos, "DISEÑO DE UNA PLACA BASE PARA UNA BOMBA CENTRÍFUGA TIPO DVS, J-14x25," 2016. Accessed: Aug. 06, 2022. [Online]. Available: <https://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/11360>
- [2] "¿Qué es una bomba centrífuga?. Funcionamiento tipos y usos." <https://fluideco.com/que-es-una-bomba-centrifuga/> (accessed Aug. 06, 2022).
- [3] Hodge B and Taylor Robert, *Analysis and design of energy systems*, Third. Upper Saddle River, New Jersey, 1999.
- [4] "(7) La Ecuación de Euler en las turbomáquinas hidráulicas. | | UPV - YouTube." <https://www.youtube.com/watch?v=6p3cdHnlfIQ&t=272s> (accessed Aug. 06, 2022).
- [5] "What is pump losses ? | What type of losses exists inside the centrifugal pump?" <https://www.powerplantguruji.in/2021/06/losses-in-pumps.html> (accessed Aug. 07, 2022).
- [6] UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA, (1) *¿Qué es una bomba funcionando como turbina (PAT)? | | UPV - YouTube*, (2021). Accessed: Aug. 01, 2022. [Online Video]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=GnLX6jcxvpU>
- [7] O. Audisio, "Bombas Utilizadas como Turbinas."
- [8] Garcia Mario, "TURBOMÁQUINAS-TURBINAS HIDRÁULICAS," 2010.
- [9] SAER, "Descripción del producto NCB 65-200N."
- [10] L. Wang, S. N. Asomani, J. Yuan, and D. Appiah, "Geometrical optimization of pump-as-turbine (PAT) impellers for enhancing energy efficiency with 1-D theory," *Energies (Basel)*, vol. 13, no. 6, Aug. 2020, doi: 10.3390/en13164120.
- [11] H. T. Hameed, "Gas Turbine Engineering Handbook Fourth Edition," pp. 803–883, 2012, Accessed: Aug. 11, 2022. [Online]. Available: [https://www.academia.edu/40674351/Gas\\_Turbine\\_Engineering\\_Handbook\\_Fourth\\_Edition](https://www.academia.edu/40674351/Gas_Turbine_Engineering_Handbook_Fourth_Edition)
- [12] S. Derakhshan and A. Nourbakhsh, "Experimental study of characteristic curves of centrifugal pumps working as turbines in different specific speeds," *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 32, no. 3, pp. 800–807, Jan. 2008, doi: 10.1016/j.expthermflusci.2007.10.004.
- [13] J. F. Gülich, "Centrifugal Pumps."
- [14] J. Coppage and F. Dallenbach, "STUDY OF SUPERSONIC RADIAL COMPRESSORS FOR REFRIGERATION AND PRESSURIZATION SYSTEMS," *undefined*, 1956.
- [15] K. C. Thin, "Design and Performance Analysis of Centrifugal Pump," pp. 2–8, 2008, Accessed: Aug. 11, 2022. [Online]. Available: <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.307.6004&rep=rep1&type=pdf>



- [16] Tuzon; John, "Centrifugal Pump Design Tuzson 2000 ." [https://kupdf.net/download/centrifugal-pump-design-tuzson-2000\\_5c3d53d3e2b6f53e0ce92fbf\\_pdf](https://kupdf.net/download/centrifugal-pump-design-tuzson-2000_5c3d53d3e2b6f53e0ce92fbf_pdf) (accessed Aug. 11, 2022).
- [17] Z. Xu, F. Kong, L. Tang, M. Liu, J. Wang, and N. Qiu, "machines Effect of Blade Thickness on Internal Flow and Performance of a Plastic Centrifugal Pump," 2022, doi: 10.3390/machines10010061.
- [18] A. Kara Omar, A. Khaldi, and A. Ladouani, "Prediction of centrifugal pump performance using energy loss analysis," <https://doi.org/10.1080/14484846.2016.1252567>, vol. 15, no. 3, pp. 210–221, Sep. 2016, doi: 10.1080/14484846.2016.1252567.
- [19] S. Huang, G. Qiu, X. Su, J. Chen, and W. Zou, "Performance prediction of a centrifugal pump as turbine using rotor-volute matching principle," *Renewable Energy*, vol. 108, pp. 64–71, 2017, doi: 10.1016/j.renene.2017.02.045.
- [20] "Máquinas eléctricas rotativas 7."

## **5. ANEXOS**

ANEXO I. CÓDIGO VARIABLES CONSIDERADAS

ANEXO II. CÓDIGO TRIANGULO DE VELOCIDADES

ANEXO III. CÓDIGO DE CALCULO DE PERDIDAS

# ANEXO I

## CODIGO DE VARIABLES CONSIDERADAS

```
import matplotlib as plt
import pylab as pyl
import numpy as np
import velocidades_triangulo as vt

#datos iniciales
datos_Iniciales = {"gravedad":9.8,#m/s^2
                  "p_water":997, #kg/m^3
                  "viscocidad_din":1.002E-3,
                  "viscocidad_cine":1.0034E-6 #A 20C
                  }

#parametros de diseño inicial de la bomba
params_diseniolnicialBomba = {"Q_d":0.0175,#caudal m^3/s
                              "Q_d_maxima":0.027,#caudal m^3/s
                              "rpm":""
                              }

#datos de la geometria impeler
geometria_impeler={"d1": 0.101, #m diametro de entrada
                  "b1": 0.005, #m espesor de entrada
                  "d2": 0.216, #m diametro de salida
                  "b2":0.01, #m espesor de salida
                  "z": 7, #u numero de alabes
                  "alfa2": 19.89, #grados
                  "beta1":36, #grados
                  "beta2":30, #grados
                  "ylk":0.001, #m distancia radial de holgura de anillo
                  "xlk":0.016 #m distancia axial de holgura de anillo
                  }

#datos geometria voluta
gemetria_voluta={"d3": 0.236, #m diametro base voluta
```

"b3": 0.022, #m espesor de la base  
"d4": 0.051, #m diametro de entrada difusor  
"d5": 0.064, #m diametro salida difusor

"alfa\_v": 27, #grados  
"rendV": 0.95, # rendimiento voluta  
"eps\_2": 2.5E-4, # coeficiente espesor  
"ldiff": 0.13, #m longitud del difusor  
"k": 0.8E-3, #m coeficiente de robustez  
"dh":0.094, #m diametro de salida  
"lin":0.5 #m longitud de salida

}

#coeficientes modelado

coeficientes\_modelado = {"finc": 0.7, #coeficiente de perdida de incidencia  
"kvdiff":6.5, #coeficiente de perdidas del difusor  
"rendimiento\_ik":0.7, #rendimiento fuga  
"lamba\_ik":0.05 #coeficiente de resistencia hidraulica

## ANEXO II

### CODIGO TRIANGULO DE VELOCIDADES

```
import numpy as np
#from perdidas import area_circulo

def v_absoluta(Q_d,diametro):
    area= np.multiply( np.pi, np.divide(np.power(diametro,2), 4))
    return np.divide(Q_d,area)

def v_tangencial(v_angular,diametro):
    return np.multiply(v_angular, np.divide(diametro,2) )

def gamma2(v_tangencial,beta2,v_prima):
    arcsen = np.arcsin( np.divide( np.multiply(v_tangencial, np.sin( np.deg2rad(beta2) ) ),
v_prima) )
    return np.rad2deg( np.deg2rad(180) - arcsen )

def alfa2(beta2,gamma2):
    return np.subtract( 180 , np.add(beta2,gamma2) )

def v_radial2(v_prima,alfa2):
    return np.multiply(v_prima, np.sin( np.deg2rad(alfa2) ) )

def v_theta2(v_radial, v_prima):
    return np.sqrt( np.subtract(np.power(v_prima , 2),np.power(v_radial , 2)) )

def v_relativa2(v_tangencial,v_theta2,v_radial):
    return np.sqrt( np.add( np.power( np.subtract(v_tangencial,v_theta2), 2), np.power(
v_radial, 2)) )

#Entrada
def gamma1(beta1):
    return np.subtract(90,beta1)
```

```

def v_radial1(v_tangencial,beta1,gamma1):
    return np.divide( np.multiply(v_tangencial, np.sin( np.deg2rad( beta1 ) ) ), np.sin(
np.deg2rad(gamma1) ) )

def v_relativa1(v_tangencial,v_radial1):
    return np.sqrt( np.add( np.power(v_tangencial,2) , np.power(v_radial1,2) ) )

def v_theta1(v1,v_radial):
    return np.sqrt( np.subtract( np.power(v1,2) , np.power(v_radial,2) ) )

def area_circulo(diametro):
    return np.multiply( np.pi, np.power( np.divide(diametro,2) ,2) )

def v4(rendimiento,eps2,d2,vrad2,alfav,d3,b3):
    numerador = np.multiply( np.multiply(rendimiento,eps2) , np.multiply( area_circulo(d2)
,vrad2) )
    denominador = np.multiply( np.multiply( np.tan(np.deg2rad(alfav) ) , np.pi )
, np.multiply( d3, b3) )
    return np.divide(numerador, denominador)

def v_salida(caudal,d1,dh):
    denominador = np.multiply(np.divide( np.pi,4), np.subtract(
np.power(d1,2),np.power(dh,2) ))
    return np.divide(caudal,denominador )
#vabs = v_absoluta(0.027,0.051)
#a2 = alfa2(30,130.11)
#radial=v_radial2(vabs , a2 )
#theta2 = v_theta2(radial, vabs)
#tangencial = v_tangencial(188.5,0.216)
#relativa = v_relativa2(tangencial,theta2, radial)

#beta1= 36
#v1=7.25
#gam1= gamma1(beta1)
#u1 = v_tangencial(188.5,0.101)

```

```
#radial1 = v_radial1( u1,beta1,gam1 )  
#rela1 = v_realtiva1(u1,radial1)  
#theta1 = v_theta1(v1,radial1)  
#print( theta1 )
```

## ANEXO III

### CODIGO DE CALCULO DE PERDIDAS

```
from audioop import mul
import numpy as np
import velocidades_triangulo as v_tri
import enlacefor as datos
import matplotlib.pyplot as plt
#PERDIDAS TEORICAS
#Perdida teorica inicial
def Hth(gravedad,v_tangencial2,v_theta2,v_tangencial1,v_theta1):
    return np.multiply( np.divide(1,gravedad), np.subtract(
    np.multiply(v_tangencial2,v_theta2) , np.multiply(v_tangencial1,v_theta1) ) )

#coeficiente sigma
def coef_sigma(v_prima,v):
    return np.divide(v_prima,v)

def hth_termino(v_tangencial,v_radial, angulo):
    return np.multiply( v_tangencial,np.multiply( v_radial, np.divide(1, np.tan(
    np.deg2rad(angulo) ) ) ) )

#Perdida teorica de la turbina
def HTH(gravedad,v_tangencial2,v_rad2,alfa2,sigma,v_tangencial1,v_rad1,beta1):
    hth_t1 = hth_termino(v_tangencial2,v_rad2, alfa2)
    hth_t2 = np.multiply( np.power(v_tangencial1,2),sigma )
    hth_t3 = hth_termino(v_tangencial1,v_rad1, beta1)
    return np.multiply( np.divide(1,gravedad), ( np.add( hth_t3, np.subtract( hth_t1, hth_t2)
    ) ) )

# PERDIDAS POR FRICCION EN EL DIFUSOR

def area_circulo(diametro):
    return np.multiply( np.pi, np.power( np.divide(diametro,2) ,2) )
```



```

def sqrt_areaDiff(area):
    return np.sqrt( np.divide(area,np.pi) )

# theta difusor
def theta_difusor(d4,d5,l_diff):
    division = np.divide(np.subtract(sqrt_areaDiff(area_circulo(d5)),
sqrt_areaDiff(area_circulo(d4))) ,l_diff)
    return np.multiply(2, np.rad2deg( np.arctan(division) ) )

#perdida
def delta_hdiff(kvdiff,theta_diff,d5,d4,gravedad):
    mult1 = np.multiply(kvdiff, np.sin( np.deg2rad(theta_diff) ) )
    mult2 = np.power( np.subtract( np.divide( area_circulo(d5), area_circulo(d4)) ,1) ,2)
    mult3 = np.divide( np.power(area_circulo(d5),2) , np.multiply(2,gravedad))
    return np.multiply( np.multiply(mult1,mult2),mult3 )

#Perdidas de friccion en la parte espiral

def dh(d2,b3,d3,b2,alfa_v,z):
    dh_sbt11= np.divide(b3,b2)
    dh_sbt12= np.divide(b2,d2)
    dh_t1= np.divide(1, np.multiply( np.multiply(2, dh_sbt11) ,dh_sbt12) )
    dh_sbt21= np.divide( np.pi ,z)
    dh_sbt22= np.divide(d3,d2)
    dh_t2= np.divide(1, np.multiply( np.multiply(8, dh_sbt21) , np.multiply( dh_sbt22,
np.sin(np.deg2rad(alfa_v) ) ) ) ) )
    return np.divide( d2, np.add(dh_t1, dh_t2))

def w_prom(w2,w1):
    return np.divide(np.add(w2 , w1),2)

def reinolds(velocidad,diametro,viscocidad_cine):
    return np.divide( np.multiply(velocidad,diametro),viscocidad_cine )

```

```

def f(epsilon,dh,reinolds):
    termino_1= np.divide(np.divide(epsilon,dh),3.7)
    termino_2= np.divide(5.74, np.power(reinolds, 0.9) )
    return np.multiply(0.25, np.power( np.log10( np.add(termino_1,termino_2) ) , -2) )

#perdida
def delta_hvfl(fesp,d3,b3,v4,dh,gravedad):
    numerador=np.multiply( d3 , np.multiply(b3, np.power( v4,2) ) )
    denominador= np.multiply( np.power(dh,2) , np.multiply(2,gravedad) )
    return np.multiply( 4, np.multiply( fesp, np.divide(numerador,denominador) ) )

#PERDIDAS INCIDENCIA
def delta_w1(u1,qd,qdmax):
    return np.multiply( u1, np.divide( np.subtract(qdmax,qd) , qd) )

def delta_hinc(finc,d_w1,gravedad):
    return np.multiply( finc, np.divide( np.power(d_w1,2), np.multiply(2,gravedad) )))

#PERDIDAS DE FRICCION EN LA SUPERFICIE
def Dhyd(b1,d1,b2,d2):
    numerador=np.multiply(2, np.add(np.multiply(b1,d1),np.multiply(b2,d2)) )
    denominador= np.add(np.add(b1,d1),np.add(b2,d2))
    return np.divide(numerador,denominador)

def w(Q_d,z,d1,b1,d2,b2):
    numerador = np.divide(Q_d,z)
    denominador = np.divide( np.add( np.multiply(d1,b1) , np.multiply(d2,b2) ),2 )
    return np.divide(numerador,denominador)

def Lb(d2,d1,beta1,beta2):
    mult1 = np.multiply( np.divide(1,2), np.divide( np.subtract(d2,d1), d2) )
    mult2 = np.divide(1, np.sin( np.deg2rad( np.divide( np.add(beta1,beta2) ,2 ) ) ) )
    return np.multiply(mult1,mult2)

```

```

def reinolds2(densidad,diametro,v_abs2, visc_dina):
    return np.divide( np.multiply(np.multiply(densidad,diametro),v_abs2), visc_dina )

def fi(reinolds,d_hidraulico,k):
    logar1= np.divide(6.9,reinolds)
    logar2= np.power( np.divide( np.divide(k,d_hidraulico) ,3.7 ),1.11)
    return np.divide(0.3086, np.power( np.log10( np.add(logar1, logar2 ) ) ,2) )

def _4Cd(fi,b2,d2):
    return np.multiply( np.add(fi,0.006) , np.add( 1.1, np.multiply( 4, np.divide( b2, d2) ) ) )

def hsf1(c_4cd,lb,gravedad,dhid,w):
    multi1= np.multiply(c_4cd, np.divide(lb,dhid) )
    multi2 = np.divide( np.power(w,2),np.multiply(2,gravedad) )
    return np.multiply(multi1,multi2)

#PERDIDAS EN EL PERFIL
def df(v_rel2, v_rel1,gravedad,h_teorico,u2_tangencial,d1,d2,z):
    sumando1 = np.subtract(1, np.divide( v_rel2,v_rel1 ))
    multi1= np.multiply( np.divide( np.multiply( np.multiply(0.75,gravedad) , h_teorico ) ,
np.power(u2_tangencial,2) ) , np.divide(v_rel2,v_rel1) )
    multi2 = np.divide( 1, np.add( np.multiply( np.divide(z,np.pi),
np.subtract(1,np.divide(d1,d2) ) ) , np.divide( np.multiply(2,d1), d2) ) ) )
    sumando2 = np.multiply(multi1, multi2)
    return np.add( sumando1,sumando2 )

def hbl(diametro_df,vtangencial2,gravedad):
    return np.divide( np.multiply( 0.05, np.multiply( np.power(diametro_df,2) ,
np.power(vtangencial2,2)) ) ,gravedad)

#PERDIDAS DE SALIDA
def lambda_p(reinolds):
    return np.divide(0.3164, np.power(reinolds,0.25))

```

```

def hinlet(lambda_c,lin,din,v0,gravedad):
    return np.multiply(lambda_c, np.multiply( np.divide(lin,din), np.divide( np.power(v0,2),
np.multiply(2,gravedad) ) ) )

#PERDIDAS DEL DISCO
def reinolds3(densidad,diametro,v_abs2, visc_dina):
    return np.divide( np.multiply(np.multiply(densidad,diametro),v_abs2),
np.multiply(2,visc_dina) )

def fdf(reinolds):
    return np.divide(0.0038875, np.power(reinolds ,0.2) )

def perdida_pdf(fdf,densidad,d2,vt_2):
    return np.multiply( np.multiply( fdf,densidad ), np.multiply( np.power(d2,2),
np.power(vt_2,3)) )

#PERDIDAS POR FUGA
def hm(vt1,vt2,gravedad):
    return np.multiply(0.75, np.divide( np.subtract( np.power(vt2,2),np.power(vt1,2) )
,np.multiply(2,gravedad)))

def alk(d1,ykl):
    return np.multiply(np.multiply(d1, np.pi ),ykl)

def clk(rendimiento_lk,lambda_lk,ylk,xlk):
    sumando1 = np.add( 1, np.multiply(0.5,rendimiento_lk) )
    sumando2 = np.divide( np.multiply(lambda_lk,xlk ), np.multiply( 2, ylk ) )
    return np.divide(1, np.sqrt( np.add(sumando1,sumando2) ) )

def delta_qlk(clk,alk,gravedad,delta_hm):
    raiz = np.multiply( 2, np.multiply( gravedad,delta_hm ) )
    return np.multiply( np.multiply( clk,alk ) , np.sqrt(raiz) )

def delta_plk(densidad,gravedad,delta_qlk,hth_teorico):

```

```
    return np.multiply( np.multiply( densidad,gravedad ), np.multiply(delta_qlk,hth_teorico
) )
```

```
#EFICIENCIA
```

```
def eficiencia(densidad,gravedad,HTH,caudal,delta_caudal,pdf,plk,H_total):
    numerador1 = np.multiply(densidad, np.multiply(gravedad, np.multiply(HTH,
np.subtract(caudal,delta_caudal) ) ) )
    numerador2 = np.add(pdf,plk)
    numerador = np.subtract(numerador1,numerador2)
    denominador1 = np.multiply(densidad,gravedad)
    denominador2 = np.multiply(caudal,H_total)
    denominador = np.multiply(denominador1,denominador2 )
    print("denominador",denominador)
    return np.divide(numerador,denominador)
```

```
#datos
```

```
d2 = datos.geometria_impeler["d2"]
d1 = datos.geometria_impeler["d1"]
d4 = datos.gemetria_voluta["d4"]
d5 = datos.gemetria_voluta["d5"]
ldiff = datos.gemetria_voluta["ldiff"]
kvdiff = datos.coeficientes_modelado["kvdiff"]
qdmx = datos.params_diseniolnicialBomba["Q_d_maxima"]
qd = datos.params_diseniolnicialBomba["Q_d"]
beta2 = datos.geometria_impeler["beta2"]
beta1 = datos.geometria_impeler["beta1"]
v_angular = 188.5
v1=7.25
g = datos.datos_Iniciales["gravedad"]
b3 = datos.gemetria_voluta["b3"]
d3 = datos.gemetria_voluta["d3"]
b2 = datos.geometria_impeler["b2"]
alfa_v = datos.gemetria_voluta["alfa_v"]
z = datos.geometria_impeler["z"]
```

```

b1= datos.geometria_impeler["b1"]
visc_cine = datos.datos_Iniciales["viscosidad_cine"]
eps_2 = datos.gemetria_voluta["eps_2"]
rendV = datos.gemetria_voluta["rendV"]
finc = datos.coeficientes_modelado["finc"]
densidad = datos.datos_Iniciales["p_water"]
visc_dina = datos.datos_Iniciales["viscosidad_din"]
k = datos.gemetria_voluta["k"]
diam_dh = datos.gemetria_voluta["dh"]
lin = datos.gemetria_voluta["lin"]
ylk = datos.geometria_impeler["ylk"]
rendimiento_lk = datos.coeficientes_modelado["rendimiento_lk"]
lambda_lk = datos.coeficientes_modelado["lamba_lk"]
xlk = datos.geometria_impeler["xlk"]

```

```

v0 = v_tri.v_salida(qd,d1,diam_dh)
v2 = v_tri.v_absoluta(qdmax, d4 )
v2_prima = v_tri.v_absoluta(qd, d4 )
#print(v2)

```

```

#velocidades 2

```

```

v_tangencial2 = v_tri.v_tangencial(v_angular, d2)

```

```

gamma2 = v_tri.gamma2(v_tangencial2,beta2,v2)

```

```

alfa2 = v_tri.alfa2( beta2 ,gamma2 )

```

```

v_radial2 = v_tri.v_radial2(v2,alfa2)

```

```

v_theta2 = v_tri.v_theta2(v_radial2,v2)

```

```

w2=v_tri.v_relativa2(v_tangencial2,v_theta2,v_radial2)

```

```

#velocidades 1

```

```

v_tangencial1 = v_tri.v_tangencial(v_angular,d1)

```

```

gamma1 = v_tri.gamma1(beta1)

```

```

v_radial1 = v_tri.v_radial1(v_tangencial1,beta1,gamma1)

```

```

v_theta1= v_tri.v_theta1(v1,v_radial1)
w1=v_tri.v_relativa1(v_tangencial1,v_radial1)

v4 = v_tri.v4( rendV,eps_2,d2,v_radial2,alfa_v,d3,b3 )

#resultados
perdida_Hth_Teorica = Hth(g, v_tangencial2,v_theta2,v_tangencial1,v_theta1)
sigma = coef_sigma(v2_prima,v2)
perdida_HTH =
HTH(g,v_tangencial2,v_radial2,alfa2,sigma,v_tangencial1,v_radial1,beta1)
#print(sigma)
thetaDiff = theta_difusor(d4,d5,ldiff)
p_diff=delta_hdiff(kvdiff,thetaDiff,d5,d4,g)
dh_ficcion_espisal = dh(d2,b3,d3,b2,alfa_v,z)
w_prome = w_prom(w2,w1)
reinolds_fesp = reinolds(w_prome, dh_ficcion_espisal,visc_cine)
fesp = f(eps_2,dh_ficcion_espisal,reinolds_fesp )
p_friccion_esp = delta_hvfl(fesp,d3,b3,v4,dh_ficcion_espisal,g)

#PERDIDAS INCIDENCIA
d_w1 = delta_w1(v_tangencial1,qd,qdmax)
p_incidencia = delta_hinc(finc,d_w1,g)

#PERDIDAS SUPERFICIE
DHYD_calc=Dhyd(b1,d1,b2,d2)
w_c = w(qd,z,d1,b1,d2,b2)
Lb_c = Lb(d2,d1,beta1,beta2)
reinoldsPS = reinolds2(densidad,d4,v2_prima, visc_dina)
fi_c =fi(reinoldsPS,DHYD_calc,k)
calc_4Cd = _4Cd(fi_c,b2,d2)
#print("dhy",DHYD_calc,"w",w_c,"lb",Lb_c,"re",reinoldsPS,"fi",fi_c,"4cd",calc_4Cd)
p_hsfl = hsfl(calc_4Cd,Lb_c,g,DHYD_calc,w_c)

```

```

#Perdidas perfil
diametro_df = df(w2, w1,g,perdida_Hth_Teorica,v_tangencial2,d1,d2,z)
#print(diametro_df)
perdida_hbl = hbl(diametro_df,v_tangencial2,g)

#perdidas salida
lambda_cal = lambda_p(reinoldsPS)
#print(v0,reinoldsPS,lambda_cal)
perdida_hinlet = hinlet(lambda_cal,lin,d5,v0,g)

#PERDIDAS DEL DISCO
cal_reinolds3 = reinolds3(densidad,d2,v2_prima, visc_dina)
fdf_c = fdf(cal_reinolds3)
#print( cal_reinolds3, fdf_c)
p_pdf=perdida_pdf(fdf_c,densidad,d2,v_tangencial2)

#PERDIDAS POR FUGA
hm_c= hm(v_tangencial1,v_tangencial2,g)
alk_c = alk(d1,ylk)
clkf_c = clkf(rendimiento_lk,lambda_lk,ylk,xlk)
qlk=delta_qlk(clkf_c,alk_c,g,hm_c)
print("hm_c",hm_c,"alk_c",alk_c,"clkf_c",clkf_c,"qlk",qlk)
p_plk = delta_plk(densidad,g,qlk,perdida_Hth_Teorica)

#PERDIDAS TOTALES
lista_perdidas =
[p_diff,p_friccion_esp,p_incidencia,p_hsfl,perdida_hbl,perdida_hinlet]
delta_total = np.sum(lista_perdidas)

HT=np.add(delta_total,perdida_HTH)

#EFICIENCIA
n_eficiencia = eficiencia(densidad,g,perdida_Hth_Teorica,qd,0.000,p_pdf,p_plk,HT)

```



```
#print(total)
```

```
perdidasResultado = {"perdida_teorica_inicial":perdida_Hth_Teorica,  
                    "perdida_teorica_turbina":perdida_HTH,  
                    "perdida_friccion_difursor":p_diff,  
                    "Perdidas_friccion_espiral":p_friccion_esp,  
                    "Perdidas_incidencia":p_incidencia,  
                    "perdida_superficie":p_hsfl,  
                    "perdida_perfil":perdida_hbl,  
                    "perdida_salida":perdida_hinlet,  
                    "perdida_disco":p_pdf,  
                    "perdida_fuga":p_plk,  
                    "suma_perdidas":delta_total,  
                    "HT":HT,  
                    "eficiencia":n_eficiencia}
```

```
print("perdida teorica inicial ----->", perdida_Hth_Teorica)  
print("perdida teorica turbina ----->", perdida_HTH)  
print("perdida por friccion difursor ----->", p_diff)  
print("Perdidas de friccion en la parte espiral ----->", p_friccion_esp)  
print("perdida incidencia ----->", p_incidencia)  
print("perdida superficie ----->", p_hsfl)  
print("perdida perfil ----->", perdida_hbl)  
print("perdida salida ----->", perdida_hinlet)  
print("perdida del disco ----->", p_pdf)  
print("perdida por fuga ----->", p_plk)  
print("suma perdidas ----->", delta_total)  
print("HT ----->",HT)  
print("eficiencia ----->",n_eficiencia)
```

```
#
```

```
#GRAFICA
```

```
#varq=[-0.00778333,-0.004004997,-0.002526664,-0.001648331,-0.001069998,-  
0.000891665,-0.000713332,-0.0005334999,-0.000356666,-  
0.000018333,0,0.0000058333,0.000156666,0.0002034999,0.0002113332,0.0002189166  
5,0.00026669998,0.00024448331,0.00025226664,0.0002004997,0.000278333,0.000256  
1663]
```

```
varq=[-0.00778333,-0.0045,0.0035,0.002,0.0013,0.0007,0.0004,0.0002,8E-  
05,0,0.000311333,0.000622666,0.000900642,0.001111904,0.001223095,0.001334285,0.  
001445476,0.001556666,0.001667856,0.001779047,0.001890237,0.002001428,0.00211  
2618,0.002223809,0.002334999]
```

```
lista_eficiencias=[]
```

```
for variacion in varq:
```

```
    lista_eficiencias.append(eficiencia(densidad,g,perdida_Hth_Teorica,qd,np.abs(variacion),p_pdf,p_plk,HT))
```

```
print(lista_eficiencias)
```

```
#plt.plot(varq,linestyle = 'dotted',marker = 'o')
```

```
plt.plot(lista_eficiencias)
```

```
#plt.plot(lista_eficiencias, marker = '*')
```

```
plt.xlabel("variación de caudal")
```

```
plt.ylabel("eficiencia")
```

```
plt.show()
```