



# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

## **FACULTAD DE CIENCIAS**

### **METHODS OF TIME SERIES DATA MINING**

### **ANÁLISIS DE DATOS SÍSMICOS PARA CONSTRUIR UN MAPA DE RIESGO SÍSMICO DEL ECUADOR**

### **TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR PRESENTADO COMO REQUISITO PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE FÍSICO**

**JORGE ALEJANDRO CHACÓN CHÁVEZ**

jorge.chacon@epn.edu.ec

**DIRECTOR: RAMÓN XULVI BRUNET**

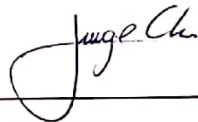
ramon.xulvi@epn.edu.ec

**DMQ, SEPTIEMBRE 2022**



## CERTIFICACIONES

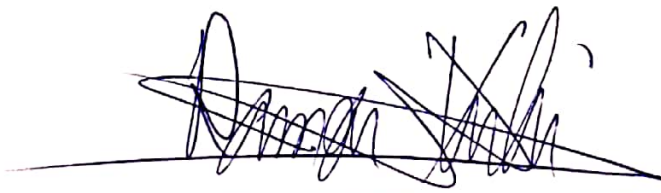
Yo, JORGE ALEJANDRO CHACÓN CHÁVEZ, declaro que el trabajo de integración curricular aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.



---

Jorge Alejandro Chacón Chávez

Certifico que el presente trabajo de integración curricular fue desarrollado por Jorge Alejandro Chacón Chávez, bajo mi supervisión.



---

Ramón Xulvi Brunet

**DIRECTOR**



## **DECLARACIÓN DE AUTORÍA**

A través de la presente declaración, afirmamos que el trabajo de integración curricular aquí descrito, así como el(los) producto(s) resultante(s) del mismo, es(son) público(s) y estará(n) a disposición de la comunidad a través del repositorio institucional de la Escuela Politécnica Nacional; sin embargo, la titularidad de los derechos patrimoniales nos corresponde a los autores que hemos contribuido en el desarrollo del presente trabajo; observando para el efecto las disposiciones establecidas por el órgano competente en propiedad intelectual, la normativa interna y demás normas.

Jorge Alejandro Chacón Chávez

Ramón Xulvi Brunet



## RESUMEN

La red sísmica del Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional ha permitido localizar 71461 eventos entre el enero del 2013 y mayo del 2022, con magnitudes entre 2.0 y 7.6. Con estos datos, calculamos y mapeamos el valor  $b$  de la ley de Gutenberg-Richter en Ecuador, mediante el método *maximum-likelihood estimation*. Eliminamos los eventos con altas incertidumbres en su localización y encontramos una magnitud de completitud de  $M_c = 2,2$  para todo el catálogo, reduciendo el número de eventos a 51397. También excluimos eventos que consideramos como réplicas, dando un catálogo final de 14034 eventos independientes. Implementamos 3 métodos para dividir la región de estudio en distintas zonas y mapear  $b$  en el Ecuador. En cada zona  $b$  fue calculado usando la ecuación de Utsu basada en MLE. Obtuvimos valores de  $b$  entre 0.5 y 2.6 a lo largo de todos los mapas. Los valores más bajos de  $b$  corresponden a las zonas frente a la costa de Ecuador, mientras que los valores más altos estaban entre Manabí y el Reventador. La zona del oriente no pudo ser mapeada adecuadamente pues no tenía suficientes eventos para el análisis. Se realizó el mismo análisis para las diferentes magnitudes de corte del catálogo  $M_c = 2.5, 3.0, 3.5$  y 4.0.

**Palabras clave:** Valor  $b$ , Gutenberg-Richter, MLE, sismos, peligro sísmico.

## ABSTRACT

The seismic network of the Instituto Geofísico of the Escuela Politécnica Nacional has allowed to locate 71461 events between January of 2013 and May of 2022 with magnitudes between 2.0 and 7.6. Using this data, we computed and mapped the b-value of the Gutenberg-Richter distribution in Ecuador using the maximum-likelihood estimation. We removed events with a very high uncertainty in their location and a magnitude of completeness  $M_c = 2,20$  was found for the whole catalogue, reducing the number of events to 51397. We also removed events that we considered as aftershocks and a final catalogue that contains 14034 independent events was obtained. Then, we performed 3 methods for dividing the study region in different zones and computing b along the country. In each zone the b-value was calculated using Utsu equation based on MLE. We found b-values between 0.5 and 2.6 along the all the maps. The lower b-values were located in front of the coast of the country, the higher b-values were located between the western and the center region of the country and for the eastern region of the country the b-value couldn't be adequately mapped because it did not have enough events for the analysis. We also performed the same computation and mapping for different completeness magnitudes of  $M_c = 2.5, 3.0, 3.5$  and 4.0.

**Keywords:** b-value, Gutenberg-Richter, MLE, earthquakes, seismic hazard.



## **AGRADECIMIENTOS**

Recordemos que la investigación es una tarea en equipo. Al Dr. Ramón Xulvi, mi tutor, por su colaboración, interés y sugerencias para realizar el presente trabajo. Al personal del Instituto Geofísico quienes me proporcionaron la información y el material necesario, en especial al Dr. Mario Ruiz quien brindó su tiempo y conocimientos para ayudarme en mi proyecto. A mi familia, en especial a mis padres por su paciencia y soporte económico. A mis amigos por su apoyo moral y distracción en los momentos que más lo necesitaba.

A todos los mencionados, mis más sinceros agradecimientos.

---

## Índice general

---

<b>1. Descripción del componente desarrollado</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes y Marco teórico . . . . .	1
1.1.1. Sismicidad en Ecuador . . . . .	2
1.1.2. Red Sísmica Nacional . . . . .	2
1.1.3. Catálogos sísmicos . . . . .	3
1.1.4. Ley de Gutenberg-Richter . . . . .	3
1.1.5. Estimación del valor b . . . . .	4
1.1.6. Maximum likelihood estimation (MLE) . . . . .	4
1.2. Objetivo general . . . . .	5
1.3. Objetivos específicos . . . . .	5
1.4. Alcance . . . . .	6
<b>2. Metodología</b>	<b>7</b>
2.1. Catálogo Sísmico . . . . .	7
2.2. Preprocesamiento de datos . . . . .	8
2.2.1. Primer filtro: Incertidumbres en la localización . . . . .	8
2.2.2. Segundo filtro: Magnitud de completitud . . . . .	9
2.3. Declustering . . . . .	10
2.3.1. Relación entre dimensiones de ruptura y magnitud . . . . .	11
2.3.2. Ley de Omori-Utsu . . . . .	11
2.3.3. Parámetros de radio de ruptura y tiempo de decaimiento . . . . .	12
2.3.4. Eliminación de réplicas . . . . .	15

2.4. Maximum likelihood estimation para el valor b . . . . .	16
2.5. Variación espacial del valor b . . . . .	18
2.5.1. Primer método . . . . .	18
2.5.2. Segundo método . . . . .	20
2.5.3. Tercer método . . . . .	21
2.5.4. Variación del mapeo del valor b: catálogo sísmico sin declustering . . . . .	22
2.5.5. Mapeo del valor b para distintas magnitudes de corte . . . . .	22
<b>3. Resultados, conclusiones y recomendaciones</b>	<b>23</b>
3.1. Catálogo Sísmico . . . . .	23
3.2. Primer filtro de datos . . . . .	24
3.3. Segundo Filtro de datos . . . . .	25
3.4. Declustering . . . . .	26
3.5. Variación espacial del valor b . . . . .	28
3.5.1. Primer mapa . . . . .	28
3.5.2. Segundo mapa . . . . .	29
3.5.3. Tercer mapa . . . . .	30
3.5.4. Mapeo del valor b para distintas magnitudes de corte . . . . .	33
3.6. Conclusiones y recomendaciones . . . . .	35
<b>A. Anexos</b>	<b>37</b>
A.1. Sismos analizados . . . . .	37
A.2. Código para el primer y segundo filtro de datos . . . . .	38
A.3. Código para la eliminación de réplicas del catálogo sísmico del IGE-EPN (declustering) . . . . .	40
A.4. Códigos para los métodos del mapeo del valor b . . . . .	41
<b>Referencias bibliográficas</b>	<b>46</b>

---

## Índice de figuras

---

1.1. Ley de Gutenberg-Richter que ajusta un conjunto de datos sísmicos. (a) Distribución de frecuencia-magnitud de los datos y fórmula expresada de forma exponencial, (b) distribución de frecuencia-magnitud de los datos y fórmula expresada de forma logarítmica. . . . .	4
2.1. Ajuste de la ley de Omori para el decaimiento de las réplicas del sismo de Manabí (M=7.6), cuando la magnitud de corte del catálogo varía. La línea horizontal entrecortada corresponde al corte del 5% del porcentaje de eventos. . . . .	14
2.2. Tiempo de decaimiento $t$ en función de la magnitud de corte $M_0$ para el sismo de Manabí (M=7.6) y su respectiva regresión lineal. . . . .	14
2.3. Esquema de la grilla tridimensional $l \times l \times P$ utilizada para la división de la región de estudio en varios paralelepípedos. . . . .	19
2.4. Esquema de la grilla móvil para el cómputo del valor $b$ . En el segundo panel, el cuadro rojo representa el paralelepípedo que se ha movido en dirección sur-este un valor $\delta l$ . En el tercer panel, en rojo y amarillo se representan otras direcciones de movimiento de la grilla, que se ha movido $\delta l$ dos veces en cada dirección. . . . .	19
2.5. Esquema de la grilla y cilindros utilizados para la división del país. Los cilindros tienen centro en los nodos de la grilla, con un radio $r$ variable y una profundidad $P$ . . . . .	20

2.6. Esquema de la división de la región de estudio en cilindros. (a) Las estrellas representan algunos eventos del catálogo para los cuales se ha definido un cilindro de radio $r$ y $P$ km de profundidad, en el cual hay asociado un valor $b$ con los eventos dentro de este volumen. (b) División de la región de estudio en una grilla espacial de $l \times l$ , en la cual para cada cuadro el valor $b$ asociado es la media de todos los valores $b$ de los cilindros que pasen por esta superficie. . . . .	21
3.1. Distribución espacial de todos los eventos del catálogo crudo del IG-EPN. . . . .	23
3.2. Histogramas de frecuencia e incertidumbre en latitud y longitud. Los gráficos de la izquierda (naranja) corresponden a la distribución del catálogo crudo, mientras que los gráficos de la derecha (azul) corresponden a la distribución del 90% de los datos. . . . .	24
3.3. Histograma de número de eventos en función de su magnitud. El punto rojo corresponde al bin con el mayor número de eventos. . . . .	25
3.4. Parámetros de radio de ruptura $R$ y tiempo de decaimiento $t$ en función de la magnitud $M$ para los sismos analizados de cada catálogo. . . . .	27
3.5. Mapa del valor $b$ en Ecuador cuando la división del país se realiza en paralelepípedos de $40 \times 40$ km <sup>2</sup> de superficie y 50 km de profundidad. . . . .	28
3.6. Mapa del valor $b$ en Ecuador cuando la división del país se realiza en cilindros de radio $r$ y profundidad de 50 km. . . . .	29
3.7. Mapas del valor $b$ en el Ecuador cuando la división del país se realiza con una grilla de $5 \times 5$ km y para cada cuadro se toma la media de los valores $b$ calculados en cilindros de radio $r$ variable y profundidad de $P = 50$ km con centro en cada uno de los sismos. . . . .	31
3.8. Mapas del valor $b$ en el Ecuador cuando utilizamos el tercer método con un límite superior para el radio del cilindro. . . . .	32
3.9. Mapas de la variación espacial del valor $b$ en el Ecuador para diferentes magnitudes de corte del catálogo sin declustering. Las líneas a lo largo del país corresponden a las fallas geológicas y la línea frente a la costa del país corresponde a la subducción de las placas Nazca y Sudamericana. . . . .	34

# Capítulo 1

---

## Descripción del componente desarrollado

---

### 1.1. Antecedentes y Marco teórico

Los sismos son producidos por la liberación súbita de energía en una determinada zona de la corteza terrestre. La energía se transmite en forma de ondas sísmicas que se propagan alejándose del origen. Entre las causas más comunes que producen los sismos están la actividad de fallas geológicas, el choque de placas tectónicas y los procesos volcánicos [1].

Ecuador se encuentra en el llamado “Cinturón de Fuego del Pacífico”, la zona del planeta más susceptible de experimentar terremotos y erupciones volcánicas. En esta zona la Placa Nazca se hunde bajo la Placa Sudamericana (subducción) a una velocidad aproximada de 50-60 mm/año y con una dirección Este-Oeste [2, 3]. Esta interacción provoca una acumulación de esfuerzos tanto en la zona de contacto como en la parte interna de las placas, provocando fracturas en el interior de ellas que se denominan fallas geológicas [4]. Los volcanes son otra fuente de sismos. Estos ocurren por el movimiento y las vibraciones que causan los fluidos magmáticos y los gases que viajan entre las rocas hacia la superficie.

La gran concentración de fallas y pliegues en la región de la sierra ecuatoriana y la subducción presente en la costa del país son las principales fuentes generadoras de sismos. Por estas razones la actividad sísmica en Ecuador es alta, con terremotos históricos en 1906 y 1979 de magnitudes 8.8 y 8.1 respectivamente [4, 5]. El conocimiento de la sismicidad de una región o país es necesario para cualquier cálculo o plan de mitigación, especialmente para elaborar los códigos de construcción y los escenarios sísmicos. Por esta razón es importante el conocimiento de las características de la sismicidad en el Ecuador.

### **1.1.1. Sismicidad en Ecuador**

El territorio ecuatoriano se encuentra conformado por una región continental (Ecuador continental) y una parte insular (Islas Galápagos). Se divide en cuatro regiones: Costa, Sierra, Oriente y Región Insular. La Sierra es donde existe mayor cantidad de fallas debido a los pliegues que se producen por la geodinámica de la región. Por otro lado, frente a las costas del Ecuador se tiene la subducción, que causa deformación en la placa superior (Placa Sudamericana) y es en donde ocurren mayor cantidad de sismos de alta magnitud [3].

Una parte del territorio continental forma parte de una microplaca denominada “Bloque Andino” [6], que se encuentra controlada por la interacción entre las placas Sudamericana, Nazca-Cocos y Caribe. En la región sur del Ecuador se encuentran en interacción las placas Sudamericana y Nazca. Por otra parte, debido al proceso de subducción en la Sierra, se ha desarrollado un extenso arco volcánico a lo largo de todo el país [3, 7].

El peligro sísmico en Ecuador está determinado principalmente por dos tipos de fuentes sísmicas: subducción (interplaca e intraplaca) y de tipo corticales (superficiales) [3]. En cada una se lleva a cabo un proceso de acumulación y liberación de energía. Los sismos interplaca, de profundidad menor a 40-50 km, corresponden a los sismos que se generan por la subducción de la placa de Nazca bajo la placa Sudamericana. Los sismos intraplaca corresponden a los sismos de falla normal de profundidad intermedia, entre 50 y 300 km, localizados dentro de la placa de Nazca. Los sismos corticales corresponden a sismos de profundidad menor a 40 km que ocurren dentro de la placa Sudamericana [7].

### **1.1.2. Red Sísmica Nacional**

Desde 1983, el Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional (IG-EPN) constituye el principal centro de investigación en Ecuador para el diagnóstico y la vigilancia de los peligros sísmicos y volcánicos. El IG-EPN ha mantenido en operación y ha modernizado la Red Sísmica Nacional desde finales del 2012. Actualmente cuenta con 130 estaciones sísmicas que cubren un área de 276841 km<sup>2</sup>, 104 de los cuales son estaciones de banda ancha, incluyendo 5 acelerógrafos [5].

Gracias a la Red Nacional de Sismógrafos y a la Red de Observatorios Volcánicos, el IG-EPN ha podido emitir alertas tempranas para que se puedan tomar las medidas preventivas a tiempo, en base a los mapas de peligro previamente establecidos por sus científicos [5].

### 1.1.3. Catálogos sísmicos

Los catálogos sísmicos son uno de los productos más importantes que proveen las redes sísmicas. Pasan por un proceso desde la detección de la primera onda sísmica hasta la determinación de la localización y magnitud del evento. La capacidad de detección de una red depende de la densidad y distribución de las estaciones sísmicas, las condiciones del sitio, sus características de grabación y su enlace de datos con el centro de procesamiento [8].

Estos catálogos tienen información de todas las incertidumbres en las mediciones, que están asociadas a las aproximaciones hechas en los modelos utilizados y hacen que la evaluación de la completitud de un catálogo sea desafiante.

### 1.1.4. Ley de Gutenberg-Richter

La ley de Gutenberg-Richter es ampliamente utilizada para describir la relación entre el número de sismos ocurridos en una región y su magnitud. Esta ley tiene la forma:

$$N(M) = 10^{a-bM} \quad (1.1)$$

donde  $N(M)$  es el número total de eventos sísmicos con magnitud mayor o igual a  $M$ ,  $a$  es un parámetro positivo relacionado con el número total de eventos de magnitud mayor a  $M = 0$  de un catálogo y  $b$ , llamado *valor b* o *b-value* en inglés, es una constante positiva que gobierna el tamaño relativo de la distribución de sismos, es decir, el porcentaje de eventos de alta magnitud con respecto a eventos de baja magnitud.

En la figura 1.1 se puede ver que  $b$  es simplemente la pendiente de la recta que se obtiene cuando, en lugar de representar  $N(M)$  en función de  $M$ , representamos el logaritmo en base 10 de  $N(M)$  en función de  $M$ :

$$\log N(M) = a - bM \quad (1.2)$$

Siempre que el valor de  $a$  no cambie, un bajo valor  $b$  en un catálogo indica un mayor número de eventos grandes que de pequeños; en cambio, un valor de  $b$  alto indica que existe un mayor número de eventos pequeños que de grandes. Usualmente toma valores cercanos a 1 [9, 10] aunque en zonas volcánicas alcanza valores de hasta 3 [11].



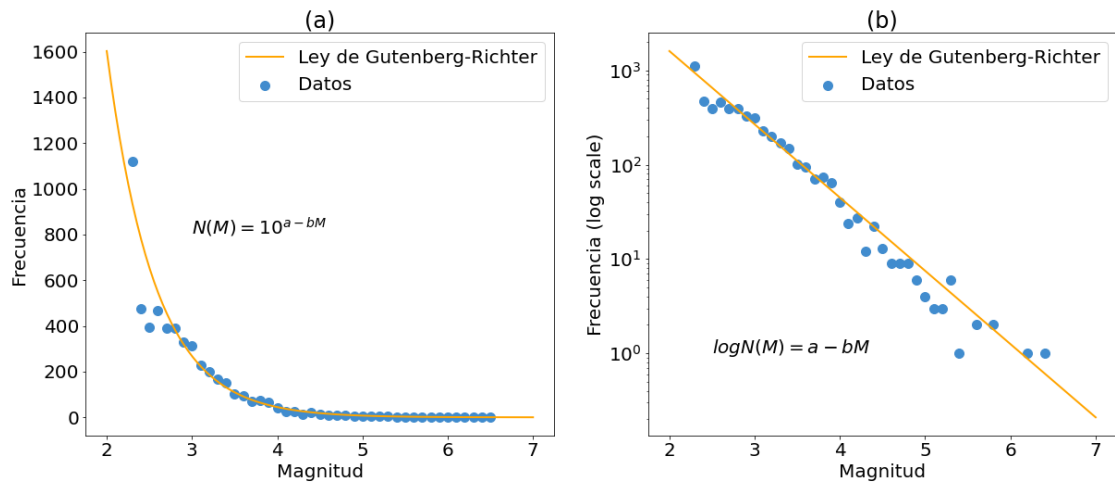


Figura 1.1: Ley de Gutenberg-Richter que ajusta un conjunto de datos sísmicos. (a) Distribución de frecuencia-magnitud de los datos y fórmula expresada de forma exponencial, (b) distribución de frecuencia-magnitud de los datos y fórmula expresada de forma logarítmica.

### 1.1.5. Estimación del valor b

En general, la estimación del valor b asume que la ley de Gutenberg-Richter es válida para todas las magnitudes por encima de una magnitud mínima, llamada magnitud de completitud. Un bajo número de eventos también puede llevar a una mala estimación del valor b. El número óptimo de eventos que se deben utilizar para la estimación del parámetro es aproximadamente entre 100 y 1000 [12].

La estimación del valor b es de gran importancia en sismología y su variación espacial y temporal es ampliamente estudiada [13-18]. Entre los modelos más utilizados para la estimación de este parámetro está el de mínimos cuadrados y el maximum likelihood estimation. Algunos estudios realizados utilizan ambos métodos para el cálculo del valor b y señalan que los resultados no varían significativamente [19, 20].

### 1.1.6. Maximum likelihood estimation (MLE)

Desde un punto de vista estadístico, un conjunto de datos es una muestra aleatoria de una población desconocida. El objetivo del análisis de datos es identificar la población que es más probable que haya generado la muestra. En estadística, cada población es identificada por una correspondiente distribución de probabilidad, que tiene asociada valores únicos de los parámetros del modelo utilizado. A medida que los parámetros cambian en valor, diferentes distribucio-

nes de probabilidad son generadas. Formalmente, un modelo es definido como la familia de distribuciones de probabilidad indexadas por los parámetros del modelo [21, 22].

Maximum likelihood estimation fue introducido por R. A. Fisher, un estadístico inglés, alrededor de 1920 [23]. Dada una muestra de un conjunto de datos y un modelo de interés, el método MLE busca la distribución de probabilidad que es más probable que haya generado la muestra. A cada distribución de probabilidad está asociado un valor único para cada uno de los parámetros del modelo. Es bastante utilizado en modelos no lineales con datos cuya distribución de errores no sigue una distribución normal [22]. Esto representa una ventaja al método de mínimos cuadrados, pues este último requiere que la distribución de errores sea normal para poder ser aplicado. Además, si la muestra es grande, el método MLE genera un excelente estimador de los parámetros del modelo.

MLE es estadísticamente robusto y provee un enfoque consistente a los problemas de estimación de parámetros [22, 24]. Entre las ventajas de este método están: (i) Tiene propiedades matemáticas y de optimización deseables, específicamente, se convierte en un estimador no sesgado de varianza mínima a medida que aumenta el tamaño de la muestra [23, 24]; (ii) Tiene distribuciones normales aproximadas y varianzas muestrales aproximadas que se pueden usar para generar límites de confianza y pruebas de hipótesis para los parámetros [23-25]; (iii) Varios paquetes de software estadístico proporcionan algoritmos para MLE para muchas de las distribuciones de uso común, lo que ayuda a mitigar la complejidad computacional de este método.

## 1.2. Objetivo general

Analizar datos sísmicos de Ecuador y determinar la variación espacial del valor  $b$  de la ley de Gutenberg-Richter mediante el método de *maximum likelihood estimation*, con el fin de crear mapas de actividad sísmica del Ecuador.

## 1.3. Objetivos específicos

1. Identificar el formato de los catálogos sísmicos que se utilizarán y extraer su información.
2. Filtrar los datos de los catálogos seleccionados para trabajar con sismos principales de una magnitud determinada.

3. Dividir al país en diferentes zonas y crear nuevos catálogos sísmicos locales que contengan los eventos dentro de cada zona.
4. Estimar el parámetro  $b$  mediante el método de maximum likelihood estimation para cada zona, con los catálogos locales.
5. Construir un mapa de actividad sísmica en función de la variación espacial del valor  $b$ .

## 1.4. Alcance

El presente trabajo pretende servir de estudio del peligro sísmico en Ecuador, considerando la actividad sísmica en el país durante los últimos 9 años. No se entrará en las definiciones de peligro sísmico que se pueden encontrar en algunos artículos [26-28]. Se va a identificar de forma básica el peligro sísmico con el valor  $b$  de la ley de Gutenberg-Richter [13, 15, 29-31].

Los archivos de datos sísmicos son proporcionados por el Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional. El formato de los archivos debe ser identificado para pasarlos a archivos de texto y extraer su información. Antes de cualquier análisis, realizamos un preprocesamiento de datos con el fin de tener con un catálogo completo que posea una magnitud completitud adecuada, de esta forma no existirán datos incompletos en el catálogo sísmico. Además, realizamos un filtro de datos para trabajar con eventos independientes. Es decir, eliminamos aquellos sismos considerados como réplicas (bajo ciertos criterios de distribución espacial y temporal). El motivo de este filtro es considerar solo los eventos principales (independientes) y comparar los resultados con el análisis cuando se utiliza el catálogo con réplicas.

Hay varias formas de mapear el valor  $b$  a lo largo de una región. La forma utilizada en este trabajo consiste en dividir a la región de estudio en diferentes zonas determinadas por ciertos volúmenes y calcular el valor  $b$  con los sismos que se encuentran en estas zonas. Para este proceso creamos nuevos catálogos sísmicos locales con los eventos dentro de los volúmenes, como se explicará en la sección de metodología. Consideramos 3 métodos para el mapeo del valor  $b$  en la región de estudio. A cada uno de estos métodos le corresponde un mapa que muestra la variación espacial de los valores del parámetro  $b$ .

# Capítulo 2

---

## Metodología

---

En este trabajo se utilizó Python, pues es uno de los lenguajes de programación con los que trabaja el Instituto Geofísico para el análisis de datos y este trabajo se enmarca dentro de proyectos del Geofísico. Además, existen librerías y paquetes que ayudan al manejo de series temporales y datos sísmicos en general. El análisis de los datos lo realizamos en la plataforma Google Colaboratory o “Colab”, ya que permite almacenar y trabajar con ficheros de datos de decenas o cientos de megabytes sin problemas, cosa que en un ordenador personal no podría hacerse. Además, Colab permite programar y ejecutar Python en el navegador con las ventajas de que no requiere configuración, da acceso gratuito a GPUs y permite compartir contenido fácilmente [32].

### 2.1. Catálogo Sísmico

La red sísmica del IG-EPN proporcionó un catálogo sísmico con 71461 eventos registrados entre enero del 2013 y mayo del 2022, con magnitudes entre 2 y 7.6. Existen diferentes tipos de magnitudes que se encuentran en los catálogos sísmicos, que pueden ser magnitudes de ondas internas ( $M_b$ ), de ondas superficiales ( $M_s$ ), de ondas de Coda ( $M_D$ ), entre otras. Homogeneizar las magnitudes es definir una sola escala de magnitud para todos los eventos. Este paso no se realizó en el presente trabajo, ya que requiere de tiempo para ser desarrollado con precisión, por esta razón utilizamos la magnitud  $M$  que nos proporcionó el Geofísico.

El catálogo contiene eventos sísmicos dentro de la región delimitada por las coordenadas: 2°N a 6°S y 92°W a 74°W, que corresponde a Ecuador continental

y las Islas Galápagos, como se observará en la figura 3.1 en la sección de resultados. El catálogo crudo se encuentra en formato CSV, por lo que utilizamos la librería *pandas* que permite la lectura de este tipo de archivos y su visualización en un DataFrame. Este contaba con 71461 filas, donde cada fila corresponde a un evento, y 92 columnas, que contenían la información recolectada de cada evento.

## 2.2. Preprocesamiento de datos

De las 92 columnas del catálogo crudo seleccionamos 7 que contienen información sobre: (1) la fecha en la que se produjo el evento, (2) la latitud, (3) la longitud, (4) la incertidumbre en latitud, (5) la incertidumbre en longitud, (6) la profundidad y (7) la magnitud  $M$ .

### 2.2.1. Primer filtro: Incertidumbres en la localización

Las incertidumbres en la localización de los sismos son causadas por 3 factores: (1) errores en la medición de los tiempos de llegada, (2) errores por aproximaciones en los modelos del cálculo del tiempo de viaje y (3) no linealidad del problema de localización de sismos [33]. Se puede decir mucho sobre el peligro sísmico de una región si los sismos son determinados con precisión, especialmente si la localización de sismos de baja magnitud es determinada con errores pequeños. Sin embargo, si los errores en la localización de los eventos son grandes el análisis se vuelve sesgado. En este trabajo optamos por eliminar del análisis aquellos eventos de los cuales no tenemos certeza de que el error en su localización es pequeño. El número de estos eventos no es grande y eliminarlos no va a afectar a los resultados que obtendremos.

La librería *pandas* genera la estadística descriptiva de un conjunto de datos. En especial, genera los valores de la media, la desviación estándar y el mínimo y el máximo de cualquiera de las columnas del DataFrame. Ya que dos de las columnas seleccionadas corresponden a la “Incertidumbre en longitud” y la “Incertidumbre en latitud”, se puede encontrar estos parámetros estadísticos para cada una de ellas. Haciendo uso de esta herramienta observamos que en el catálogo crudo existen eventos con incertidumbres en latitud y longitud que tienen valores muy elevados, del orden de miles de kilómetros.

No se encontró en la literatura un rango de valores aceptable para la incertidumbre en la localización de un sismo. Así que realizamos un histograma de

las incertidumbres en latitud y un histograma de las incertidumbres en longitud para observar su distribución. Calculamos los percentiles 90 y 95 de ambas distribuciones y comparamos sus valores con el fin de establecer un límite superior a las incertidumbres. Escogimos el percentil 90 por tener un valor menor a 20 kilómetros para ambas incertidumbres, ya que, según la experiencia del personal del IG-EPN, estos valores eran razonables, como se verá en la sección de resultados. Eliminamos del catálogo todos los eventos cuyas incertidumbres en latitud y longitud eran superiores al valor del percentil 90 correspondiente, pues corresponden a aquellos eventos con errores altos en la localización.

### **2.2.2. Segundo filtro: Magnitud de completitud**

La magnitud de completitud  $M_c$  se define como la magnitud más baja sobre la cual el 100% de los sismos son registrados por los instrumentos [34, 35]. Se considera que por encima de esta magnitud el catálogo sísmico es completo, pues eventos de magnitud menor pueden no ser registrados. Hay múltiples razones de por qué algunos sismos no son detectados: (i) el evento es muy pequeño y su señal es indistinguible del ruido de fondo en el sismógrafo, (ii) el evento es muy pequeño para ser registrado por varias estaciones y no alcanza el número mínimo de estaciones para poder ser localizado, (iii) el personal que maneja los instrumentos decide que el evento no es de interés por ser menor a una magnitud límite, entre otros [8].

La correcta determinación de la magnitud de completitud  $M_c$  de un catálogo sísmico es esencial para analizar la sismicidad de una región. Un valor muy alto puede llevar a un submuestreo que descarta datos útiles, mientras que un valor muy bajo puede indicar datos incompletos [8]. Si no se registran todos los sismos, entonces la ley de Gutenberg-Richter no tiene por qué cumplirse, lo que llevaría a una mala estimación del valor  $b$  y así, a un análisis sesgado de la sismicidad por el uso de datos incompletos.

Existen varias formas de determinar la magnitud de completitud [8, 16, 35]. La forma más rápida de encontrar  $M_c$  es la observación directa usando el gráfico de la distribución de frecuencia-magnitud (DFM). Sin embargo, esta magnitud no siempre es notoria a simple vista y es necesario utilizar métodos analíticos para encontrar su valor. El método utilizado en este estudio para determinar  $M_c$  es el método de máxima curvatura (MAXC). Este método estima  $M_c$  a través de la máxima curvatura en el gráfico de DFM, haciendo uso de la primera derivada de la curva [36]. En la práctica, se busca el intervalo de magnitud que contenga la mayor cantidad de eventos en la DFM no acumulada. El agrupamiento de

magnitudes, es decir, el número y tamaño de bins (intervalos) usados en la DFM, puede llevar a una ligera subestimación del valor  $b$  [37]. A pesar de esto, el método MAXC tiene la ventaja de que necesita menos eventos que otras técnicas para alcanzar un resultado estable [8].

Para el cómputo de  $M_c$  en este trabajo graficamos la DFM del catálogo después del primer filtro (descrito en la sección anterior). Con ayuda de la librería Numpy guardamos la información de cada bin del histograma de la DFM en un vector. Teniendo en cuenta que la gráfica DFM es un histograma de frecuencia-magnitud, cada entrada del vector corresponde al número de eventos con una magnitud entre  $M$  y  $\Delta M$ , que corresponde al intervalo o bin. Luego encontramos el máximo del vector, que representa el bin o intervalo que contiene el la mayor cantidad de eventos con una magnitud entre  $M$  y  $\Delta M$ , como se muestra en la figura 3.3 en la sección de resultados. El valor de  $M$  de este intervalo corresponde a la magnitud de completitud  $M_c$ .

### 2.3. Declustering

Un sismo fuerte es seguido casi siempre por otros eventos de menor magnitud, que se conocen como *réplicas*. A este sismo fuerte se le conoce como *evento principal*. Cuando se trata de un terremoto de gran magnitud, el número de réplicas que lo siguen puede ser de cientos o incluso miles.

Los eventos principales (eventos independientes) desencadenan réplicas (eventos dependientes) que ocurren después de un evento principal y “dependen” de que el evento principal haya existido [38]. Este fenómeno produce una acumulación de grupos de sismos (clusters) en el espacio y el tiempo, lo que crea un sesgo en los catálogos sísmicos. La finalidad del declustering es separar el catálogo sísmico en eventos independientes y eventos dependientes y así poder trabajar solo con los primeros [39]. Es ampliamente usado en sismología, en particular para la evaluación del peligro sísmico y en modelos de predicción sísmica [38]. Existen varios algoritmos de declustering que se han propuesto a lo largo de los años [40, 41]. Sin embargo, estos algoritmos suelen ser aplicados a ciegas sin examinar los valores de los parámetros o el resultado.

En el presente trabajo nos interesa analizar eventos principales pues son independientes en el tiempo. Los resultados obtenidos para el catálogo con declustering serán comparados con los resultados del mismo análisis realizado al catálogo sin declustering.

Para poder relacionar una réplica con un evento principal se requiere definir

una medida de la distancia espacial y temporal entre estos dos eventos. En este trabajo la metodología utilizada consiste en seleccionar un sismo de magnitud  $M$  que es un evento principal, de acuerdo a la experiencia de sismólogos del IG-EPN. Los eventos posteriores serán réplicas si ocurren dentro de un intervalo de tiempo específico  $t(M)$  después de la ocurrencia del evento principal y dentro de una distancia  $R(M)$  alrededor del evento principal. Estas relaciones de tiempo y distancia no serán constantes para todos los sismos, es conocido que dependen de la magnitud del evento principal, y esta es la razón por la que hemos escrito  $t$  y  $R$  en función de  $M$ .

### 2.3.1. Relación entre dimensiones de ruptura y magnitud

Se entiende por área o superficie de ruptura la zona sobre la cual ha tenido efecto un sismo. Relaciones entre las dimensiones de ruptura y la magnitud de un sismo han sido estudiadas en la estimación de peligro sísmico [42-44]. Numerosas relaciones empíricas relacionan la magnitud con varios parámetros de ruptura, como pueden ser la longitud o el ancho del área de acción del sismo. Wells y Coppersmith realizaron un estudio de una base de datos mundial de 421 eventos históricos y encontraron relaciones empíricas que muestran una fuerte correlación entre la magnitud y parámetros de ruptura [44]. En particular, la relación entre la magnitud y el radio de la superficie de ruptura están dadas por:

$$\log R(M) = c_1 M + c_2 \quad (2.1)$$

donde  $R$  es el radio de ruptura, que en este trabajo corresponde al radio del área circular sobre la cuál un evento principal ha tenido efecto,  $M$  es la magnitud del evento y  $c_1$  y  $c_2$  son constantes.

### 2.3.2. Ley de Omori-Utsu

Fusakichi Omori estudió las réplicas de tres grandes terremotos de Japón: Kumamoto en 1889, Mino-Owari en 1891 y Kagoshima en 1893 [45]. Encontró que la tasa de decaimiento de la frecuencia o actividad de las réplicas es rápida al principio pero después se vuelve lenta y asintótica. La relación empírica que encontró para el decaimiento del número de réplicas es:

$$n(t) = \frac{k}{c + t} \quad (2.2)$$



donde  $k$  y  $c$  son constantes y  $n(t)$  es la frecuencia de las réplicas, es decir, el número de eventos ocurridos en un cierto tiempo  $t$ .

Existe una variación a la ecuación anterior, propuesta por Tokuji Utsu, que es más precisa y comúnmente más utilizada [46]. Se conoce como la ley de Omori-Utsu:

$$n(t) = \frac{k}{(c+t)^p} \quad (2.3)$$

donde  $p$  es una tercera constante que modifica la tasa de decaimiento. Al ser una relación empírica, los valores de los parámetros son obtenidos haciendo un ajuste con los datos registrados luego de que un sismo haya ocurrido.

### 2.3.3. Parámetros de radio de ruptura y tiempo de decaimiento

Con el fin de ajustar las ecuaciones 2.1 y 2.3 con los datos proporcionados y encontrar sus parámetros, utilizamos 14 sismos del catálogo del IG-EPN (Cuadro A.1). La lista de sismos corresponde a eventos principales y fue proporcionada por el personal del Instituto Geofísico. Una vez hallados los parámetros utilizamos estas leyes para eliminar las réplicas del catálogo sísmico.

Para cada uno de los 14 sismos fueron encontradas las réplicas con ayuda de sismólogos del Geofísico. Creamos un programa que permite visualizar la ubicación geográfica de los eventos del catálogo. Definimos un radio  $R$  con centro en el evento principal y un tiempo  $\tau$  después de la fecha de este sismo y visualizamos todos los eventos dentro de este rango. Estos parámetros fueron variando hasta encontrar las réplicas, de acuerdo a la experiencia de los sismólogos del Geofísico. Posteriormente, realizamos un ajuste de la ley de Omori-Utsu (ec. 2.3), para cada uno de los sismos y su réplicas, con ayuda del histograma del número de réplicas en ventanas de tiempo de 1 día. Realizamos un corte a la curva obtenida cuando el número de réplicas disminuyó al 5%, con la finalidad de tener un nuevo valor de tiempo  $t$  que sea consistente para todos los sismos analizados.

La mayoría de los sismos analizados tienen magnitudes entre 5 y 6.5 y después solo hay dos sismos con magnitudes de 6.6 y 7.6. Es decir, existe una brecha grande entre el sismo de 6.6 y el de 7.6 en el cual no hay eventos con magnitudes entre ese rango. El objetivo es encontrar una dependencia de  $t$  y  $R$  con la magnitud  $M$ . Para tener una buena relación entre estas variables es necesario estudiar eventos distribuidos en un rango relativamente grande de magnitud  $M$ . Para llenar el vacío antes mencionado, analizamos otros sismos cuyas magnitudes estuvieron entre 6.6 y 7.6. Al no encontrar más eventos útiles en el catálogo del IG-EPN, es decir, eventos con suficientes réplicas para hallar

los parámetros  $R$  y  $t$ , utilizamos otro catálogo sísmico, el ISC Bulletin [47], que contiene eventos desde 1963 hasta 2020, con magnitudes mayores a 4.0. De este catálogo solo se seleccionaron 4 sismos de magnitudes superiores a 6.6, pues eran los que contaban con las réplicas suficientes para el análisis de  $R$  y  $t$ .

Cuando la magnitud de corte de un catálogo aumenta, se pierden datos, es decir, se pierde información de ciertos eventos. Por ejemplo, un catálogo con una magnitud de corte de  $M = 2,0$  contiene 100000 eventos, si ahora tomamos como magnitud de corte  $M = 2,5$ , este tendrá 70000 eventos. En resumen, se redujo el catálogo y se perdieron 30000 eventos.

El catálogo del ISC tiene una magnitud de corte de  $M = 4,0$ , mientras que el del IG-EPN tiene una magnitud de corte de  $M = 2,0$ . Los parámetros  $t$  calculados para los sismos del ISC no tienen la misma resolución que aquellos calculados para los sismos del IG-EPN, debido a esta falta de datos. El tiempo de decaimiento  $t$  va a variar dependiendo de la magnitud de corte del catálogo, ya que si la magnitud de corte aumenta, hay menos eventos y por tanto menos réplicas, lo que reduce el valor del tiempo de decaimiento. La idea es encontrar cuáles serían los valores del tiempo de decaimiento  $t$  de los sismos del ISC si la magnitud de corte de este catálogo fuese  $M = 2,0$ .

Para realizar la extrapolación del valor de  $t$  cuando cambia la magnitud de corte del catálogo analizamos un evento de alta magnitud del catálogo del IG-EPN, que tuviera un gran número de réplicas. Estudiamos cómo cambia el tiempo de decaimiento para este sismo cuando aumentamos la magnitud de corte del catálogo. El sismo de Manabí con  $M = 7,6$ , del catálogo del IG-EPN, fue seleccionado para el análisis pues es el único que cuenta con cientos de réplicas.

Las réplicas encontradas para el sismo de Manabí ( $M = 7,6$ ) por los sismólogos del Instituto Geofísico nos definieron un radio  $R$  y un tiempo  $\tau$  según el procedimiento explicado anteriormente. Con estos parámetros variamos la magnitud de corte del catálogo  $M_0$ , realizamos un ajuste de la ley de Omori-Utsu (ec. 2.3) con ayuda del histograma del número de eventos en ventanas de tiempo de 1 día y realizamos un corte cuando el número de réplicas disminuyó al 5%. Este proceso nos dió un tiempo  $t$  para el decaimiento de las réplicas. Las magnitudes de corte utilizadas fueron  $M_0$  de 2.0 a 4.0 en pasos de 0.5. De esta forma obtuvimos la variación del parámetro  $t$  cuando el catálogo tiene diferentes magnitudes de corte, como se muestra en la figura 2.1. Con los valores de  $t(M_0)$  obtenidos para el sismo de Manabí realizamos una regresión al gráfico de  $t$  en función de  $M_0$ . El resultado se puede ver en la figura 2.2, que muestra una relación lineal entre el tiempo de decaimiento  $t$  y la magnitud de corte  $M_0$  del catálogo.

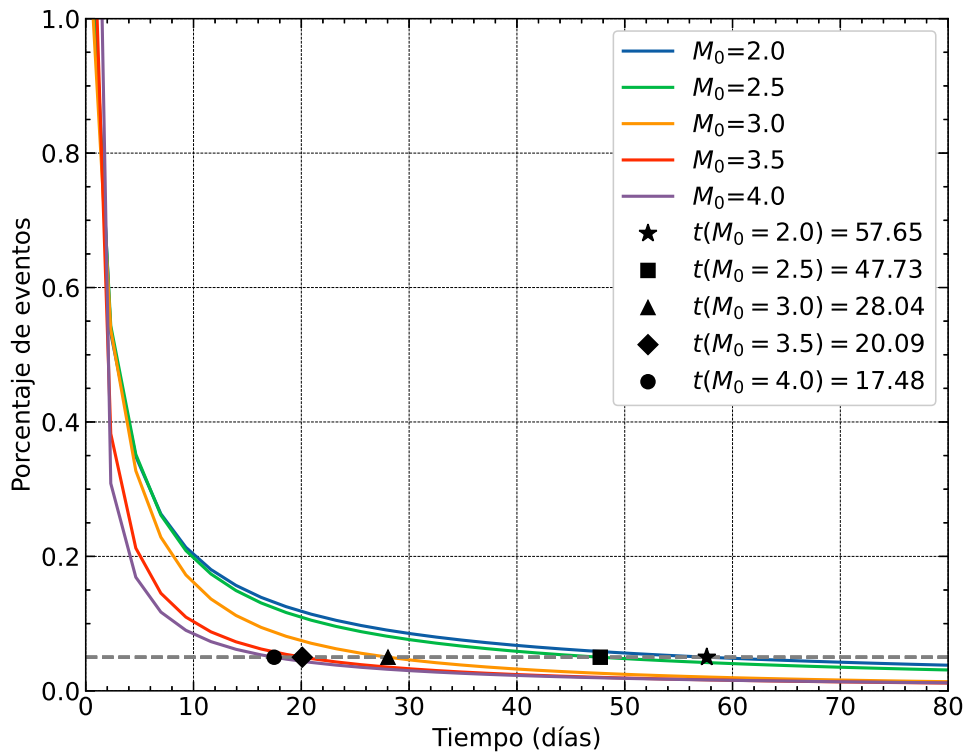


Figura 2.1: Ajuste de la ley de Omori para el decaimiento de las réplicas del sismo de Manabí ( $M=7.6$ ), cuando la magnitud de corte del catálogo varía. La línea horizontal entrecortada corresponde al corte del 5% del porcentaje de eventos.

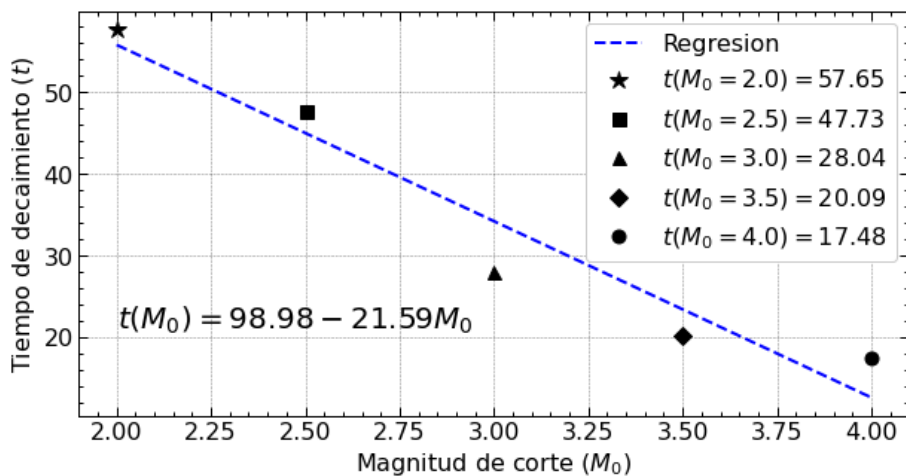


Figura 2.2: Tiempo de decaimiento  $t$  en función de la magnitud de corte  $M_0$  para el sismo de Manabí ( $M=7.6$ ) y su respectiva regresión lineal.

Nos interesa la pendiente de esta regresión lineal para extrapolar el tiempo  $t$  de los sismos del catálogo del ISC. Como los 4 sismos de interés del catálogo del ISC tienen magnitudes altas, comparables con  $M = 7,6$  (Cuadro A.1), consideramos que seguían un comportamiento similar al sismo de Manabí.

De esta forma, como la función  $t(M_0)$  hallada para el sismo de 7.6 con el ajuste lineal tiene la forma:

$$t_{7,6}(M_0) = \alpha + \beta M_0 \quad (2.4)$$

con  $\alpha$  y  $\beta$  dados por la regresión de la figura 2.2, entonces, los parámetros  $t(M_0)$  de los sismos del ISC deben tener asociados funciones con la misma pendiente:

$$t_{ISC}(M_0) = \hat{\alpha} + \beta M_0 \quad (2.5)$$

donde  $t_{ISC}(M_0)$  corresponde al tiempo de decaimiento de los sismos del ISC para cualquier magnitud de corte del catálogo y  $\hat{\alpha} = \alpha - [t_{7,6}(M_0 = 4) - t_{ISC}(M_0 = 4)]$ .

Este análisis permitió calcular  $t_{ISC}(M_0 = 2)$  y juntar estos valores del catálogo del ISC con los valores de los parámetros  $t$  de los sismos del catálogo del IG-EPN. Con los parámetros de ambos catálogos unificados realizamos una regresión lineal al gráfico  $t$  en función de la magnitud  $M$  y obtuvimos una relación para el tiempo de decaimiento en función de la magnitud, de la forma:

$$t(M) = c_3 M + c_4 \quad (2.6)$$

donde  $c_3$  y  $c_4$  son constantes cuyos valores se presentan en la sección de resultados.

Por otro lado, la misma recta encontrada en el ajuste del parámetro de radio de ruptura  $R$  para el catálogo del IG-EPN ajustaba bien los parámetros del catálogo del ISC, como se podrá observar en la figura 3.4 en la sección 3.4. Por esta razón, a pesar de tener diferentes magnitudes de corte, unificamos los parámetros  $R$  de ambos catálogos sin realizar ninguna corrección o extrapolación de su valor. Realizamos un ajuste de la relación de Wells & Coppersmith (ec. 2.1) en el gráfico semilogarítmico de radio de ruptura  $R$  en función de la magnitud  $M$ , para encontrar las constantes  $c_1$  y  $c_2$  de la ecuación 2.1. Los valores de estas constantes se presentan en la sección de resultados.

#### **2.3.4. Eliminación de réplicas**

Las relaciones  $R(M)$  y  $t(M)$  permiten determinar el área y el intervalo de tiempo dentro de los cuales los eventos posteriores a un sismo de magnitud  $M$  son considerados como réplicas. El algoritmo utilizado para la eliminación de las réplicas es el siguiente:

1. Ordenar los eventos el catálogo sísmico de mayor a menor magnitud.
2. Escoger el primer evento,  $i = 0$ , que tendrá una magnitud  $M$ .
3. Calcular  $R(M)$  y  $t(M)$  para este sismo.
4. Eliminar del catálogo todos los eventos posteriores al sismo  $i$  dentro del intervalo espacio-temporal definido por área circular de radio  $R(M)$  y el tiempo de decaimiento  $t(M)$ .
5. Repetir los pasos 3 y 4 para los siguientes eventos,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  que no hayan sido eliminados previamente.

## 2.4. Maximum likelihood estimation para el valor $b$

El principio del maximum likelihood estimation establece que la distribución de probabilidad buscada es aquella que hace que los datos observados sean "más probables". Es decir, se debe buscar el valor de los parámetros que maximicen la función likelihood [22].

La función de densidad de probabilidad (PDF)  $f(y|w)$  especifica la probabilidad de observar los datos  $y$ , dados los parámetros  $w$  del modelo. Para un conjunto de valores de los parámetros la PDF mostrará que algunos datos son más probables que otros. En la realidad, los datos ya han sido observados. En consecuencia, nos encontramos con el problema inverso: dado un conjunto de datos observados y un modelo de interés, encontrar la PDF que es más probable que haya generado los datos [21, 22], dentro de todas las densidades de probabilidad que el modelo prescribe, cada una descrita por un conjunto diferente de valores de los parámetros que caracterizan esta familia de PDFs.

Para resolver este problema se define la función likelihood, invirtiendo los roles del vector de datos  $y$  y el vector de parámetros  $w$  en la PDF. Así,  $L(w|y) = f(y|w)$  representa la probabilidad del parámetro  $w$  dados los datos observados  $y$ .

Utsu propuso una forma para calcular el valor  $b$  de la ley de Gutenberg-Richter [48], y que fue demostrada por Aki, que es el MLE de la ley de GR [25]. En esta demostración, se considera que los sismos tienen una magnitud igual o mayor a  $M_o$  y se expresa la función de densidad de probabilidad  $f(M|b')$  como:

$$f(M|b') = b' e^{-b'(M-M_o)}, \quad M_o \leq M \quad (2.7)$$

donde  $b' = b/\log(e)$ .

Para una muestra de  $n$  sismos con magnitudes  $M_1, M_2, \dots, M_n$  se definen  $y_i$  y  $Y$  como:

$$y_i = \frac{\partial}{\partial b'} \log f(M|b'), \quad Y = \sum_{i=1}^n y_i \quad (2.8)$$

Del teorema del límite central [49], la función de distribución de  $Y$  será gaussiana si  $n$  es lo suficientemente grande y si  $y_i$  tiene una media y una varianza finita.

La media de  $y_i$  es cero, pues:

$$E(y) = \int_{M_0}^{\infty} y f(M|b') dM = b' \int_{M_0}^{\infty} \left( \frac{1}{b'} + M_0 - M \right) e^{-b'(M-M_0)} dM = 0 \quad (2.9)$$

y la varianza de  $y_i$  es:

$$E(y^2) = \int_{M_0}^{\infty} y^2 f(M|b') dM = b'^2 \int_{M_0}^{\infty} \left( \frac{1}{b'} + M_0 - M \right)^2 e^{-b'(M-M_0)} dM = \frac{1}{b'^2} \quad (2.10)$$

Así, la media de  $Y$  será cero, y la varianza de  $Y$  será  $n/b'^2$ . Luego, la probabilidad  $\epsilon$  de que  $b'Y/\sqrt{n}$  caiga en el rango de  $-d_\epsilon$  a  $+d_\epsilon$  está dada por:

$$\epsilon = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-d_\epsilon}^{d_\epsilon} e^{-x^2/2} dx. \quad (2.11)$$

Para un  $\epsilon$  y  $d_\epsilon$  cualquiera, los límites de confianza están dados por  $-d_\epsilon \leq b'Y/\sqrt{n} \leq d_\epsilon$ , que se puede reescribir en términos de  $b'$  como [25]:

$$\frac{(1 - d_\epsilon/\sqrt{n})}{\sum_i^n M_i/n - M_0} \leq b' \leq \frac{(1 + d_\epsilon/\sqrt{n})}{\sum_i^n M_i/n - M_0} \quad (2.12)$$

Para este rango, el valor central de  $b'$  es la solución de  $Y = 0$ :

$$b' = \frac{1}{\sum_i^n M_i/n - M_0} \quad (2.13)$$

Este es el valor  $b'$  que maximiza la función likelihood  $\prod_i L(b'|M_i) = \prod_i f(M_i|b')$ .

Teniendo en cuenta que  $b' = b/\log(e)$ ,  $M_0 = M_c$  es la magnitud mínima de completitud y considerando la corrección para la agrupación de las magnitudes [50], la forma clásica para el MLE del valor  $b$  está dada por:

$$\hat{b} = \frac{\log(e)}{\bar{M} - (M_c - \Delta M/2)} \quad (2.14)$$

donde  $\hat{b}$  es la notación usual para representar al estimador,  $\bar{M}$  es la media de

todas las magnitudes del catálogo y  $\Delta M$  es la agrupación entre magnitudes. Esta es la fórmula de Utsu y es la que utilizamos para el cómputo de  $b$  en este trabajo.

## 2.5. Variación espacial del valor $b$

Encontrar la variación espacial de  $b$  corresponde a mapear su valor en distintas zonas de la región de estudio. Delimitamos nuestra región de estudio a las coordenadas  $2^{\circ}\text{N}$  a  $6^{\circ}\text{S}$  y  $82^{\circ}\text{W}$  a  $75^{\circ}\text{W}$ , que corresponden a Ecuador continental. Es decir, para el mapeo de  $b$  se excluyó la región de las Islas Galápagos.

Los mapas que muestran el valor  $b$  son obtenidos dividiendo el catálogo sísmico de una manera conveniente [18]. Por ejemplo, se podría usar consideraciones geológicas y/o sismológicas para definir regiones espacialmente homogéneas con sismos que tienen propiedades similares [29, 51]. Otro enfoque es definir una grilla espacial uniforme y luego, para cada cuadro de la grilla, calcular el valor  $b$  usando solo los eventos dentro de estos cuadros. Este último es útil para el cómputo de  $b$  alrededor de una falla [15] y para el mapeo de  $b$  de un área más amplia [52].

En este trabajo dividimos al país en diferentes zonas determinadas por volúmenes específicos. Para cada zona definimos un catálogo local, que no es más que una división del catálogo sísmico general con los eventos dentro de dichos volúmenes. Calculamos el valor  $b$  de acuerdo con la fórmula de Utsu (ec. 2.14), que requiere que se calcule la magnitud de completitud del catálogo local, lo que se llevó a cabo con el método MAXC.

A continuación presentamos 3 métodos para la división del país en distintas zonas y el mapeo de  $b$ . Para el análisis utilizamos el catálogo después del declustering, es decir, un catálogo que solo contiene eventos independientes.

### 2.5.1. Primer método

La primera división del país consistió en definir paralelepípedos, con una cara superficial cuadrada de área  $l \times l \text{ km}^2$  y  $P \text{ km}$  de profundidad, como se muestra en la figura 2.3. Como primer paso, desde la esquina inferior izquierda ( $6^{\circ}\text{S}$  y  $82^{\circ}\text{W}$ ), realizamos divisiones cada  $l \text{ km}$  hasta cubrir toda la región de estudio. De esta forma definimos una grilla tridimensional de  $l \times l \times P$  en toda la región de estudio.

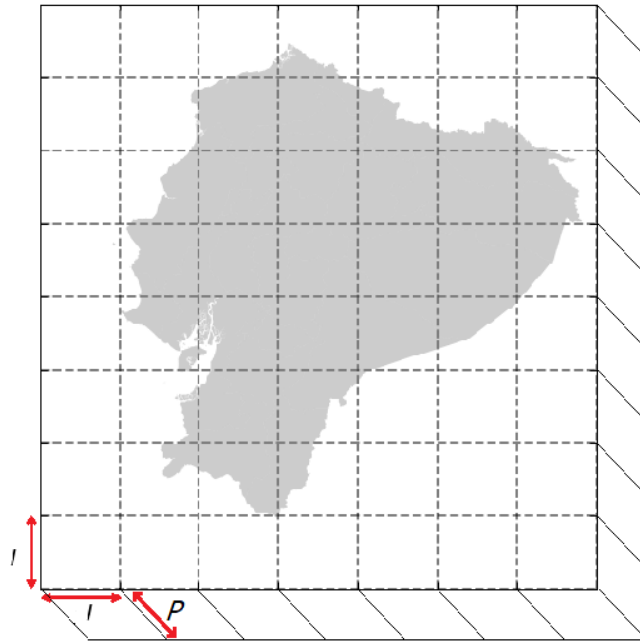


Figura 2.3: Esquema de la grilla tridimensional  $l \times l \times P$  utilizada para la división de la región de estudio en varios paralelepípedos.

Para suavizar y relacionar el valor  $b$  entre dos paralelepípedos consecutivos, se utilizó una grilla móvil. Consideremos el  $n$ -ésimo paralelepípedo de la grilla, representado por el cuadrado azul de la figura 2.4 que muestra la cara superior del paralelepípedo. Calculamos el valor  $b$  para este volumen, luego desplazamos la grilla un valor  $\delta l$  y volvemos a calcular el valor  $b$  y así sucesivamente hasta mover la grilla en las direcciones norte, sur, este y oeste alrededor de la posición original. La grilla se mueve cada  $\delta l = l/4$  dos veces en cada dirección, como se observa en el ejemplo del tercer panel de la figura 2.4. Hay que destacar que solo movemos la grilla en las direcciones mencionadas y la profundidad se mantiene constante.

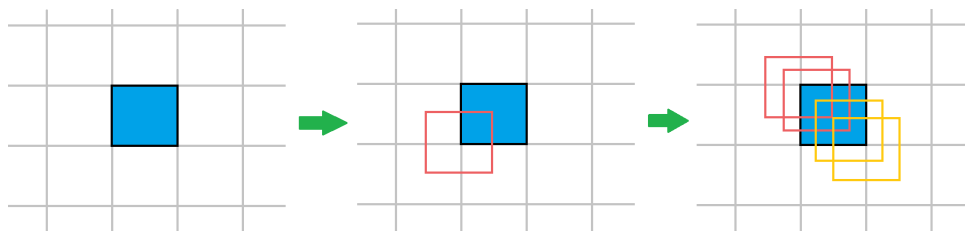


Figura 2.4: Esquema de la grilla móvil para el cómputo del valor  $b$ . En el segundo panel, el cuadro rojo representa el paralelepípedo que se ha movido en dirección sur-este un valor  $\delta l$ . En el tercer panel, en rojo y amarillo se representan otras direcciones de movimiento de la grilla, que se ha movido  $\delta l$  dos veces en cada dirección.



Finalmente, tomamos la media de todos los valores  $b$  calculados y este corresponde al valor del parámetro  $b$  para la  $n$ -ésimo paralelepípedo de la grilla.

### 2.5.2. Segundo método

Para esta división de la región de estudio primero dividimos al país en una grilla de  $l \times l$  km. Cada nodo de la grilla define el centro de un cilindro de profundidad  $P$  y radio  $r$ , con  $r$  variable de forma que este aumente hasta que dentro del volumen se encuentren un número  $N$  de eventos, como se observa en la figura 2.5. Establecemos un límite mínimo y máximo para el radio, tal que  $r_{min} \leq r \leq r_{max}$ . El cómputo de  $b$  se realizó con los eventos dentro de cada cilindro. Si  $r$  alcanzó el límite máximo y dentro del volumen no existen  $N$  eventos, entonces no calculamos el valor  $b$  para esta zona.

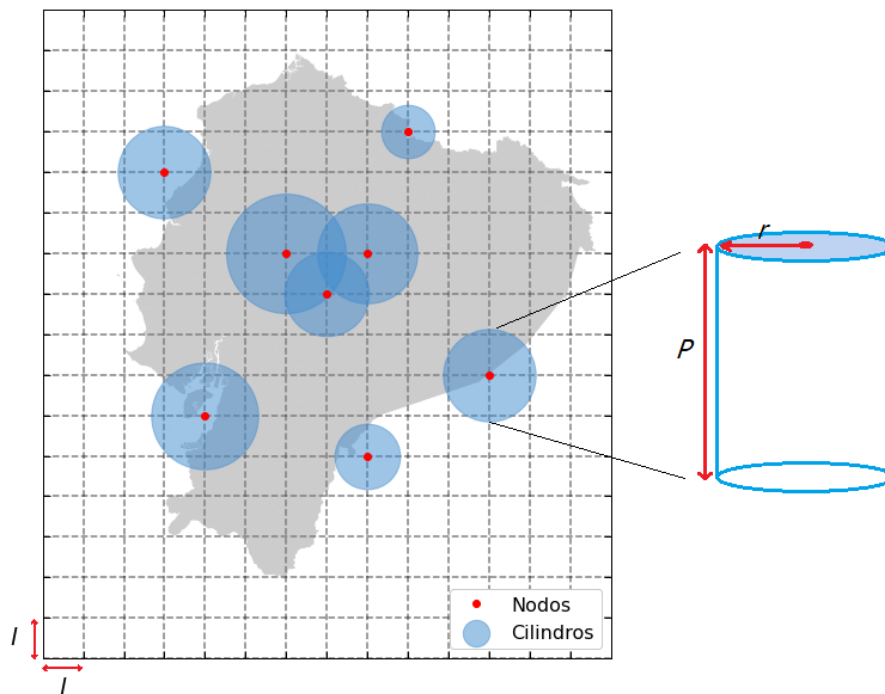


Figura 2.5: Esquema de la grilla y cilindros utilizados para la división del país. Los cilindros tienen centro en los nodos de la grilla, con un radio  $r$  variable y una profundidad  $P$ .

La ventaja de este método es que permite el cómputo de  $b$  en una región más amplia pues los volúmenes en los cuales se calcula  $b$  son mayores. Como se ve la figura 2.5, para dos nodos cercanos es posible que los radios  $r$  de los cilindros asociados se superpongan. Esta superposición ayuda a suavizar el valor  $b$  entre entre dos zonas consecutivas.

### 2.5.3. Tercer método

Este método es una combinación de los dos anteriores. Nos centramos en un evento en específico y definimos un cilindro de profundidad  $P$  y radio  $r$  variable. Aumentamos el valor de  $r$ , desde un  $r_{min}$  y sin un límite máximo, hasta que dentro del volumen se encuentren un mínimo de  $N$  eventos. Calculamos el valor  $b$  con los  $N$  eventos dentro de este volumen, como se representa en el esquema de la figura 2.6a. Este proceso lo realizamos para todos los eventos del catálogo. Así, tenemos varios cilindros superpuestos y para cada uno se tiene un valor  $b$  asociado. Este proceso es similar al segundo método, con la diferencia de que el centro de los cilindros ya no está en el nodo de una grilla y el radio  $r$  no tiene una cota superior.

El siguiente paso es relacionar los valores  $b$  que están superpuestos. Para esto dividimos la región de estudio en una grilla de  $l \times l$  muy fina, es decir con  $l$  pequeño, como se verá en la sección de resultados. Para cada cuadro de la grilla tomamos el valor  $b$  asociado como la media de todos los valores  $b$  de los cilindros que contengan dicho cuadro (figura 2.6b). De esta forma conseguimos un mapa del valor  $b$  más suave.

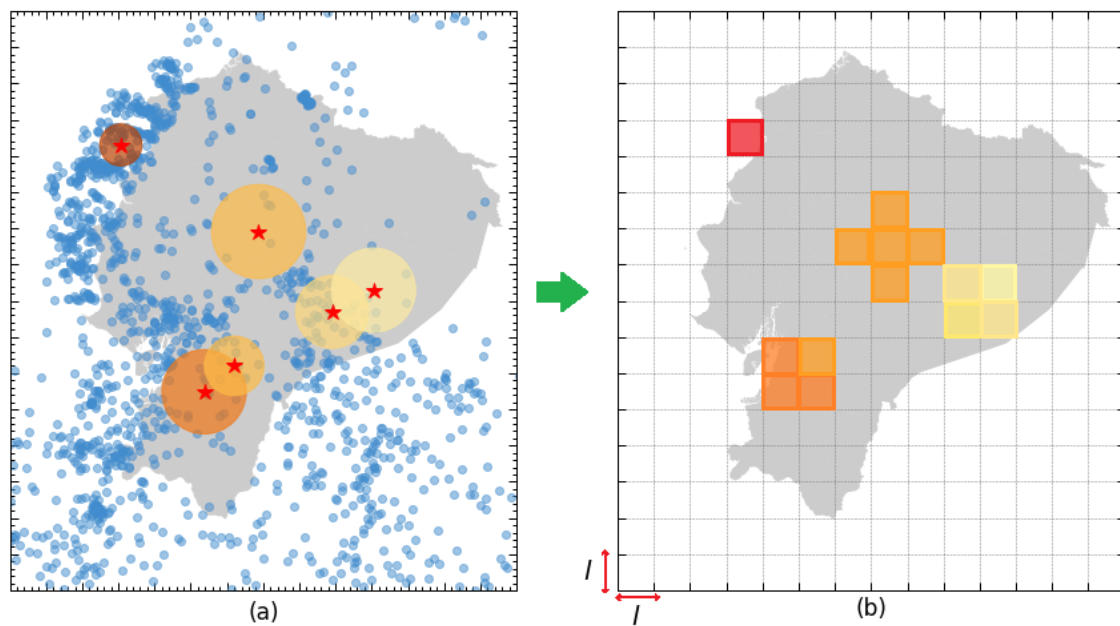


Figura 2.6: Esquema de la división de la región de estudio en cilindros. (a) Las estrellas representan algunos eventos del catálogo para los cuales se ha definido un cilindro de radio  $r$  y  $P$  km de profundidad, en el cual hay asociado un valor  $b$  con los eventos dentro de este volumen. (b) División de la región de estudio en una grilla espacial de  $l \times l$ , en la cual para cada cuadro el valor  $b$  asociado es la media de todos los valores  $b$  de los cilindros que pasen por esta superficie.

#### **2.5.4. Variación del mapeo del valor b: catálogo sísmico sin declustering**

En los tres métodos presentados anteriormente, para la variación espacial del valor b solo se consideraron sismos independientes. Sin embargo, el peligro sísmico de una región está determinado por todos los eventos que ocurren en ella, independientemente si son eventos principales o réplicas. Por esta razón utilizamos los tres métodos anteriores para mapear el valor b para el catálogo sin declustering. En la sección de resultados se presentarán dos mapas para cada método, uno solo con eventos independientes (con declustering) y uno con eventos independientes y réplicas (sin declustering).

#### **2.5.5. Mapeo del valor b para distintas magnitudes de corte**

Otro acercamiento al peligro sísmico es definir si nos interesa estudiar el peligro sísmico asociado a muchos eventos con poca magnitud o a pocos eventos pero con magnitudes altas. Con esto en mente, construimos 4 mapas con el fin de mostrar la diferencia en el mapeo del valor b cuando consideramos diferentes magnitudes de corte del catálogo sin declustering.

La característica de estos mapas es que cada uno tiene una diferente magnitud de corte  $M_c$ . Es decir, escogimos todos los eventos con magnitudes por encima de  $M_c$  para el catálogo sin declustering. Utilizando el primer método, correspondiente a los volúmenes cúbicos (sección 2.5.1), calculamos la variación espacial del valor b. Este procedimiento se realizó para las magnitudes de corte  $M_c = 2,5, 3,0, 3,5$  y  $4,0$ . Así, para cada magnitud obtuvimos un mapa que muestra la actividad sísmica dada por b.

# Capítulo 3

---

## Resultados, conclusiones y recomendaciones

---

### 3.1. Catálogo Sísmico

En la figura 3.1 se pueden ver todos los eventos dentro del catálogo sísmico, entre las coordenadas: 2°N a 6°S y 92°W a 74°W, que corresponde a Ecuador continental y las Islas Galápagos. Se observa que existe mayor cantidad de eventos con magnitudes entre 2.0 y 4.0 y los eventos de mayor magnitud a este rango se ubican principalmente frente a la costa del país.

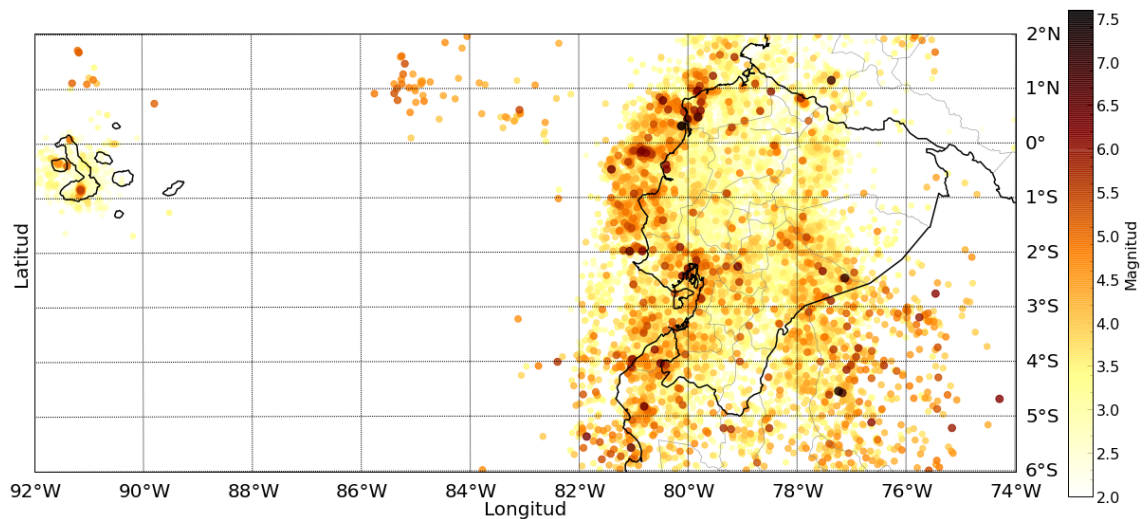


Figura 3.1: Distribución espacial de todos los eventos del catálogo crudo del IG-EPN.

### 3.2. Primer filtro de datos

En el cuadro 3.1 se muestran los valores obtenidos de los percentiles 90 y 95. Los valores del percentil 90 fueron considerados como aceptables para las incertidumbres en latitud y longitud, desde el punto de vista sísmológico en vista de las recomendaciones que tuvimos por parte del IG-EPN, ya que estos son menores a 20 km.

Percentil	Incertidumbre	
	Latitud	Longitud
90	17.103178	18.783172
95	29.499684	30.189669

Cuadro 3.1: Valores de los percentiles de las distribuciones de incertidumbre en latitud e incertidumbre en longitud del catálogo crudo del IG-EPN.

Excluir los eventos con alto error en localización implicó eliminar del catálogo crudo todos los eventos que tenían incertidumbres en latitud y longitud por encima de estos valores (17.10 km para latitud y 18.78 km para longitud). Lo que redujo el catálogo a 61443 eventos.

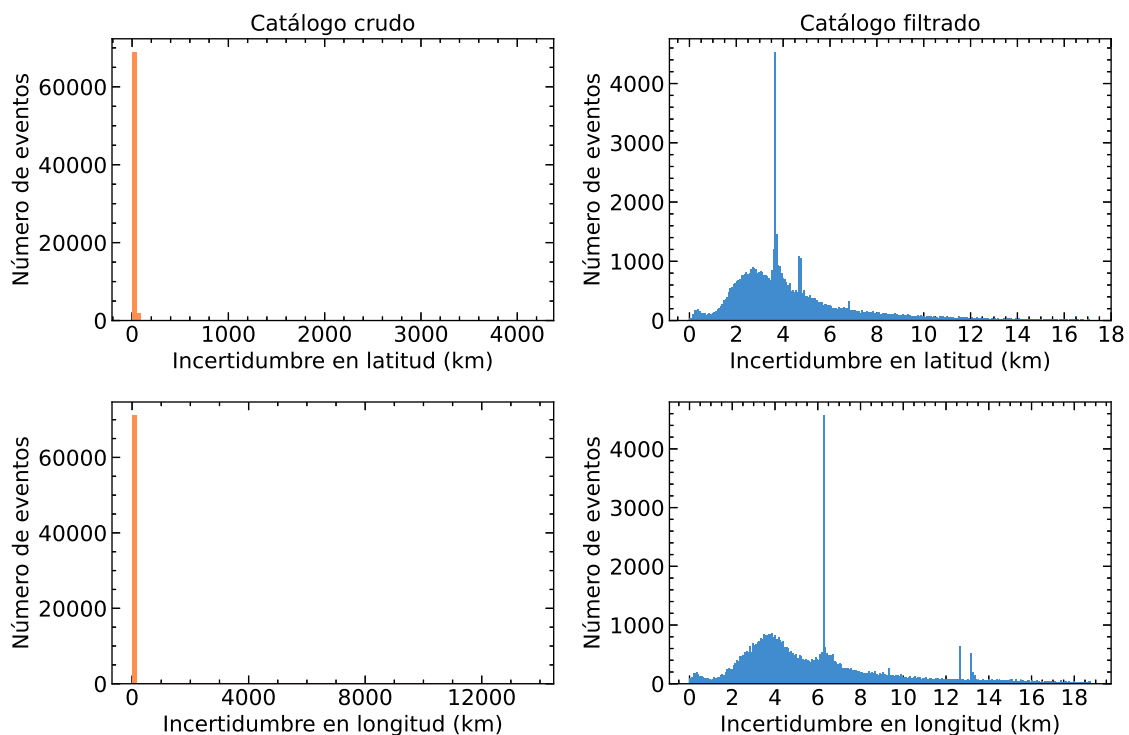


Figura 3.2: Histogramas de frecuencia e incertidumbre en latitud y longitud. Los gráficos de la izquierda (naranja) corresponden a la distribución del catálogo crudo, mientras que los gráficos de la derecha (azul) corresponden a la distribución del 90% de los datos.

La figura 3.2 muestra las distribuciones de las incertidumbres. El catálogo crudo tiene valores máximos de 4169 km para la incertidumbre en latitud y 13780 km para la incertidumbre en longitud. La media en las incertidumbres de latitud y longitud es de 9.10 km y 12.75 km, respectivamente. Es por esto que los histogramas parecen tener todos los datos concentrados en un solo bin. Después del filtro la media disminuyó a 4.51 km para la incertidumbre en latitud y 6.06 km para la incertidumbre en longitud, permitiendo apreciar mejor el gráfico de distribución de las incertidumbres.

### 3.3. Segundo Filtro de datos

Buscamos la magnitud de completitud del catálogo. Como se muestra en la figura 3.3, graficamos la distribución frecuencia-magnitud (DFM) del catálogo después del primer filtro. Escogimos el número de bins de forma que el ancho de cada uno fuese 0.1 y así coincidiera con la diferencia mínima entre magnitudes  $\Delta M$  del catálogo. De acuerdo con la metodología, el bin (o intervalo) que contiene el mayor número de eventos en la DFM corresponde a la magnitud de completitud. Obtuvimos para nuestro catálogo una magnitud de completitud de  $M_c = 2,2$ .

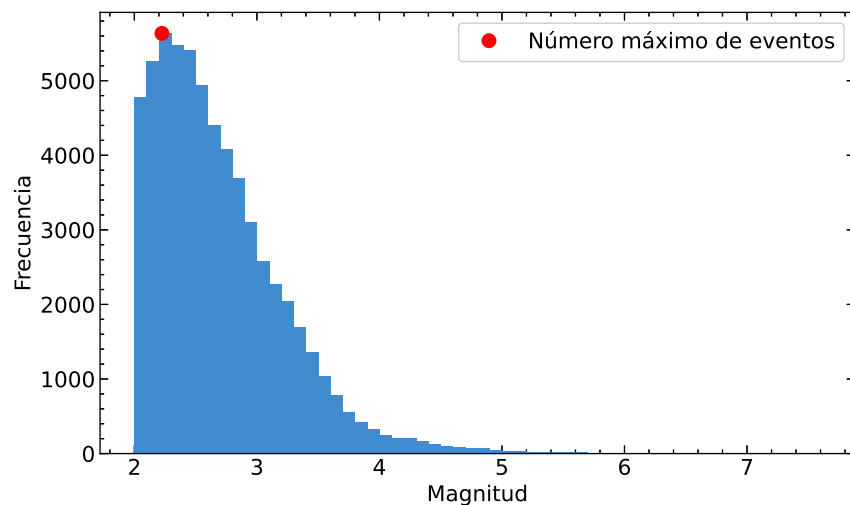


Figura 3.3: Histograma de número de eventos en función de su magnitud. El punto rojo corresponde al bin con el mayor número de eventos.

Para tener un catálogo completo conservamos todos los eventos que tienen magnitudes por encima de  $M_c$  y eliminamos los que tienen magnitudes por debajo de este valor. Después de este proceso el catálogo sísmico se redujo a 51397 eventos.

### 3.4. Declustering

Con el fin de eliminar las réplicas del catálogo, aplicamos la metodología para el cálculo de los parámetros de radio de ruptura  $R$  y tiempo de decaimiento  $t$  para los 18 sismos del cuadro A.1. Un análisis más fino de los 18 sismos seleccionados, hizo que se descartaran aquellos cuyo valor  $p$  del ajuste de la ley de Omori-Utsu (ec. 2.3) fuera superior a 4, pues está muy por encima de los valores aceptados de acuerdo a la literatura [53]. Además, descartamos los eventos con magnitudes entre 6 y 6.6 por no contar con las suficientes réplicas para considerarlos útiles en el análisis.

Por otra parte, como se discutió en sección 2.3.3 de la metodología, el estudio del sismo de Manabí de magnitud  $M = 7,6$  dio diferentes valores de  $t$  para las distintas magnitudes de corte del catálogo (figura 2.1). Como se observó en la figura 2.2, realizamos un ajuste de la ecuación 2.4 con estos datos y obtuvimos la relación:

$$t_{7,6}(M_0) = 98,978 - 21,594M_0 \quad (3.1)$$

De acuerdo con la ecuación 2.5, para extrapolar el valor de  $t$  de los sismos del ISC y encontrar cuál sería su valor si la magnitud de corte del catálogo fuese 2.0 se sigue la relación:

$$t_{ISC}(M_0) = \hat{\alpha} - 21,594M_0 \quad (3.2)$$

donde  $\hat{\alpha} = 98,978 - (t_{7,6}(M_0 = 4) - t_{ISC}(M_0 = 4))$ .

En este caso  $t_{7,6}(M_0 = 4) = 12,602$  (días) y  $t_{ISC}(M_0 = 4)$  tomamos como el valor de  $t$  originalmente hallado de acuerdo a la metodología. El cuadro 3.2 resume los valores del parámetro de tiempo de decaimiento  $t$ .

Fecha	Magnitud	Catálogo	Tiempo $t$ (días)	$t_{ISC}(M_0 = 2,0)$ (días)
1968-06-19 08:13:36	7.0	ISC	10.414155	53.602245
1970-12-10 04:34:39	7.5	ISC	13.603246	56.791336
1987-03-06 04:10:44	6.9	ISC	0.636524	43.824614
1995-10-03 01:51:26	7.0	ISC	3.845011	47.033101

Cuadro 3.2: Parámetro  $t$  para los sismos del catálogo del ISC. La columna “Tiempo  $t$ ” corresponde a los valores originalmente hallados con la magnitud de corte del catálogo  $M = 4,0$ . La columna “ $t_{ISC}(M_0 = 2,0)$ ” corresponde a la extrapolación del tiempo  $t$ , si la magnitud de corte del catálogo fuese  $M = 2,0$ .

Decidimos unificar los resultados de los dos catálogos. Por un lado, utilizamos los parámetros del radio de ruptura  $R$  encontrados para cada sismo y realizamos una regresión de la ecuación de Wells y Coppersmith (ec. 2.1) para

encontrar la relación entre el radio de ruptura y la magnitud. Como se mencionó en la metodología, a pesar de que los catálogos tienen diferentes magnitudes de corte se pudo unificar los valores de este parámetro pues la recta ajusta bien tanto a los datos del catálogo del IG-EPN como a los datos del ISC, como vemos en la figura 3.4a. La relación que obtuvimos para el radio de ruptura en función de la magnitud es:

$$\log R(M) = 0,3707M - 0,7827 \quad (3.3)$$

Por otra parte, debido a la diferencia en la magnitud de corte de los catálogos del IG-EPN y del ISC, el parámetro de tiempo de decaimiento  $t$  tenía diferente resolución para cada catálogo. Teniendo en cuenta lo discutido en la sección de metodología, para el análisis de la relación del tiempo de decaimiento en función de la magnitud juntamos los valores del parámetro  $t$  hallados con la metodología para el catálogo del IG-EPN y los valores extrapolados  $t_{ISC}(M_0 = 2,0)$  del catálogo del ISC. La figura 3.4b muestra la regresión de la ecuación 2.5 para estos datos. La relación que obtuvimos para el tiempo de decaimiento en función de la magnitud es:

$$t(M) = 23,2445M - 117,0373 \quad (3.4)$$

Siguiendo el algoritmo de la sección 2.3.2 implementamos un código para la eliminación de réplicas (Anexo A.3). Con este declustering obtuvimos un catálogo con 14034 eventos independientes.

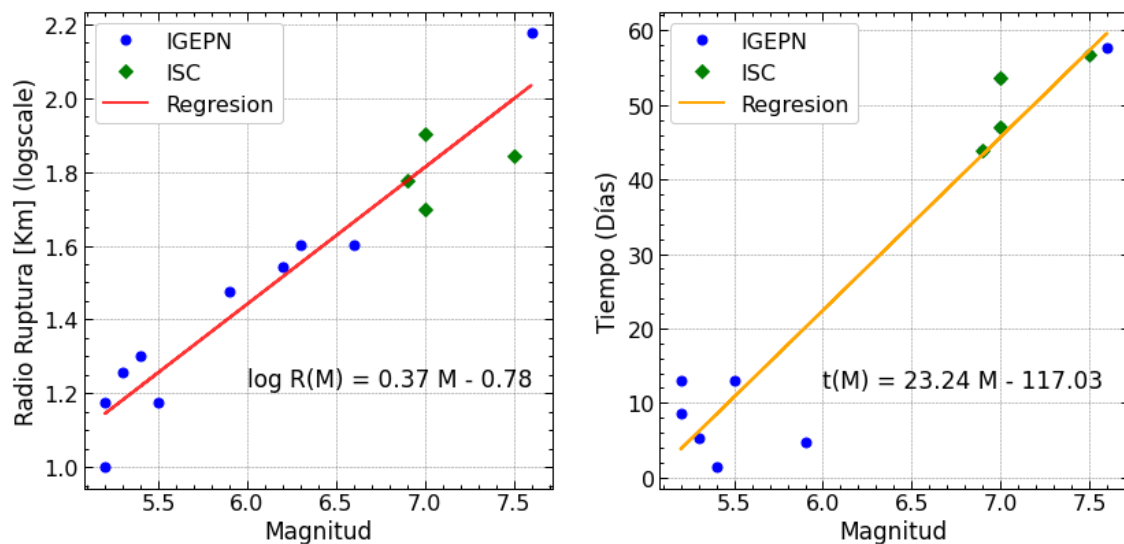


Figura 3.4: Parámetros de radio de ruptura  $R$  y tiempo de decaimiento  $t$  en función de la magnitud  $M$  para los sismos analizados de cada catálogo.



### 3.5. Variación espacial del valor $b$

#### 3.5.1. Primer mapa

La división del país se realizó de acuerdo al primer método presentado en la metodología. Escogimos la profundidad de los paralelepípedos de  $P = 50$  km, lo que permite considerar eventos superficiales. La cara superficial cuadrada de los paralelepípedos está determinada por el parámetro  $l$  de la grilla que se varió de 20 a 100 km en pasos de 10 km. También variamos el número mínimo de sismos  $N$  que debe existir dentro de cada volumen para poder calcular  $b$ , entre 20 y 100 eventos en pasos de 10 eventos.

La grilla debe ser lo más pequeña posible para un mejor mapeo del valor  $b$ . Sin embargo, mientras más pequeños son los paralelepípedos menor es el número de eventos dentro de estos y un menor número de eventos implica un valor  $b$  no muy confiable. Escogimos los parámetros  $l = 40$  km y  $N = 50$  eventos, ya que eran los que daban un mapeo razonable de  $b$  y cubrían una mayor zona de la región de estudio. Intentamos trabajar con  $N = 100$ , pero esto reducía el número de paralelepípedos en los cuales se calculaba  $b$ , dando como consecuencia más zonas vacías dentro del país que no tenían asociado un valor  $b$ .

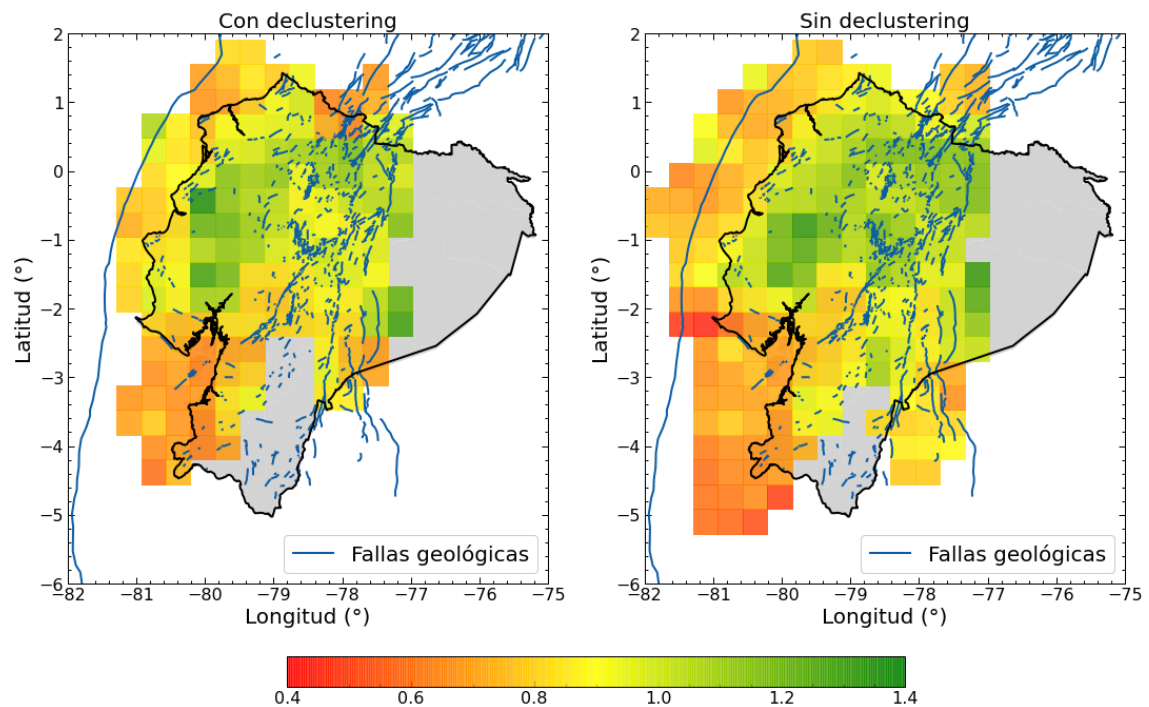


Figura 3.5: Mapa del valor  $b$  en Ecuador cuando la división del país se realiza en paralelepípedos de  $40 \times 40$  km<sup>2</sup> de superficie y 50 km de profundidad.

Para este método,  $b$  tomó valores entre  $0,6 \leq b \leq 1,34$  para el catálogo con

declustering y  $0,44 \leq b \leq 1,3$  para el catálogo sin declustering. Las zonas con valores más bajos ( $b < 0,9$ ) corresponden a la costa del país, al centro, por las provincias de Cañar y Chimborazo, al este, por la provincia de Morona Santiago y al norte, por la provincia del Carchi. Este valor bajo de  $b$  indica que en estos lugares existe una proporción mayor de sismos de alta magnitud, con respecto a sismos de baja magnitud. Mientras que las zonas con valores más altos ( $b > 1,1$ ) que corresponden mayormente al centro del país, indican que en estos lugares hay mayor proporción de sismos de menor magnitud que sismos de mayor magnitud. Las zonas grises dentro del país y las zonas blancas fuera del país corresponden a los volúmenes que no tuvieron el número suficiente de eventos para que el valor  $b$  pudiera ser calculado.

### 3.5.2. Segundo mapa

Los volúmenes para la creación de este segundo mapa fueron cilindros de radio  $r$  variable y  $P = 50$  km de profundidad. El radio se varió entre  $r_{min} = 10$  km y  $r_{max} = 50$  km en pasos de 5 km y escogimos que el número de mínimo de eventos dentro del volumen fuese de  $N = 100$ . El número de eventos  $N$  se pudo aumentar en comparación al método anterior debido a que los cilindros cubren un volumen mayor a los paralelepípedos y estos pueden superponerse

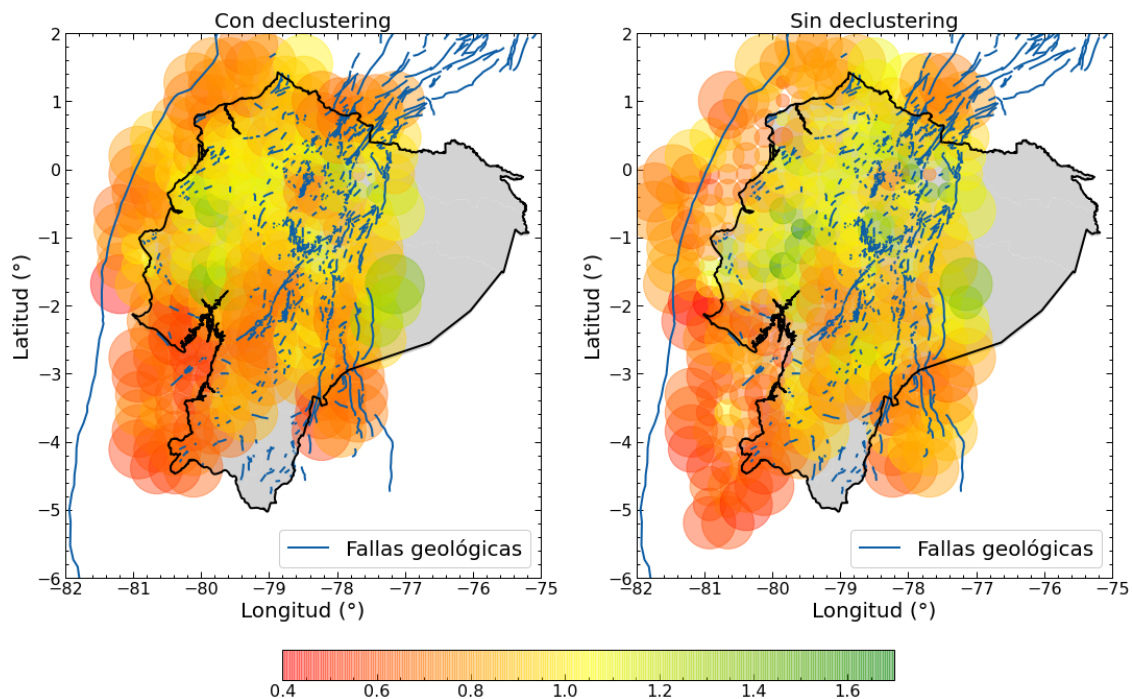


Figura 3.6: Mapa del valor  $b$  en Ecuador cuando la división del país se realiza en cilindros de radio  $r$  y profundidad de 50 km.

entre ellos. Estas características permitieron incrementar  $N$  y no perder zonas en las que no se mapea del valor  $b$ . Si comparamos con el anterior método vemos que los mapas del segundo método, figura 3.6, cubren ligeramente una mayor zona de la región de estudio que los mapas de la figura 3.5.

Escogimos una grilla de  $l = 30$  km con centro en cada nodo y definimos un cilindro de radio  $r$  y profundidad  $P = 50$  km. Aumentamos el valor de  $r$  dentro de los límites establecidos y solo calculamos el valor  $b$  si dentro de cada cilindro existían por lo menos  $N = 100$  eventos.

Los valores de  $b$  que obtuvimos en este segundo mapa se encuentran entre  $0,41 \leq b \leq 1,42$  para el catálogo con declustering y  $0,41 \leq b \leq 1,66$  para el catálogo sin declustering. En comparación al anterior método, se amplió el rango de valores de  $b$  en ambos casos y la localización de estos valores es muy similar al primer mapa. El problema de esta forma de mapear el valor  $b$  es que visualmente no es un mapa muy suave y hay zonas en las que la superposición de los cilindros se da con valores de  $b$  muy distintos. Por esta razón implementamos un tercer método para el mapeo del valor  $b$  como una combinación entre la grilla y los cilindros, con la finalidad de suavizar el mapa.

### 3.5.3. Tercer mapa

En este método los volúmenes que utilizamos fueron cilindros de radio  $r$  variable y de profundidad  $P = 50$  km, como se describió en la metodología. Aumentamos el radio desde un valor mínimo  $r_{min} = 10$  km y sin un límite máximo, hasta que dentro del cilindro hubo un mínimo de  $N = 150$  eventos. El incremento en el número de eventos lo realizamos ya que al no tener un límite máximo para  $r$ , el volumen pudo seguir aumentando hasta que en su interior existieron los eventos necesarios. Más eventos en el cálculo de  $b$  implica un valor más confiable.

De acuerdo con la lógica de la explicación anterior,  $N$  puede ser tan grande como queramos porque el cilindro aumentará su volumen sin un límite máximo hasta tener dentro de él los  $N$  eventos. Sin embargo, esta idea no es correcta. Si  $N$  es demasiado grande,  $r$  puede crecer tanto que la superficie circular del cilindro sea del tamaño de medio país o incluso del tamaño de todo el país. Esto no es ideal pues asume que eventos muy lejanos tienen el mismo peso en el cálculo de  $b$  que eventos muy cercanos. Además, los catálogos locales son menos homogéneos cuando mayor es la superficie (y por ende el volumen) de análisis. Es por esta razón que se escogió  $N = 150$  y no un valor mayor.

El catálogo final con declustering contiene 14034 eventos, por tanto existen 14034 cilindros con centro en cada evento, de acuerdo con la metodología. Cada cilindro tiene asociado un valor  $b$  que fue calculado con los  $N$  eventos dentro del volumen. Con estos valores de  $b$  creamos un mapa más suave que los mapas presentados anteriormente. Dividimos la región de estudio en una grilla de  $5 \times 5$  km y en cada cuadro tomamos la media de todos los valores  $b$  que existían dentro de este. De forma similar, para el catálogo sin declustering se tienen 51397 cilindros, cada uno con su valor  $b$  asociado. Los mapas obtenidos se presentan en la figura 3.7. Con este método  $b$  tomó valores entre  $0,52 \leq b \leq 1,25$  para el catálogo con declustering y  $0,46 \leq b \leq 1,58$  para el catálogo sin declustering.

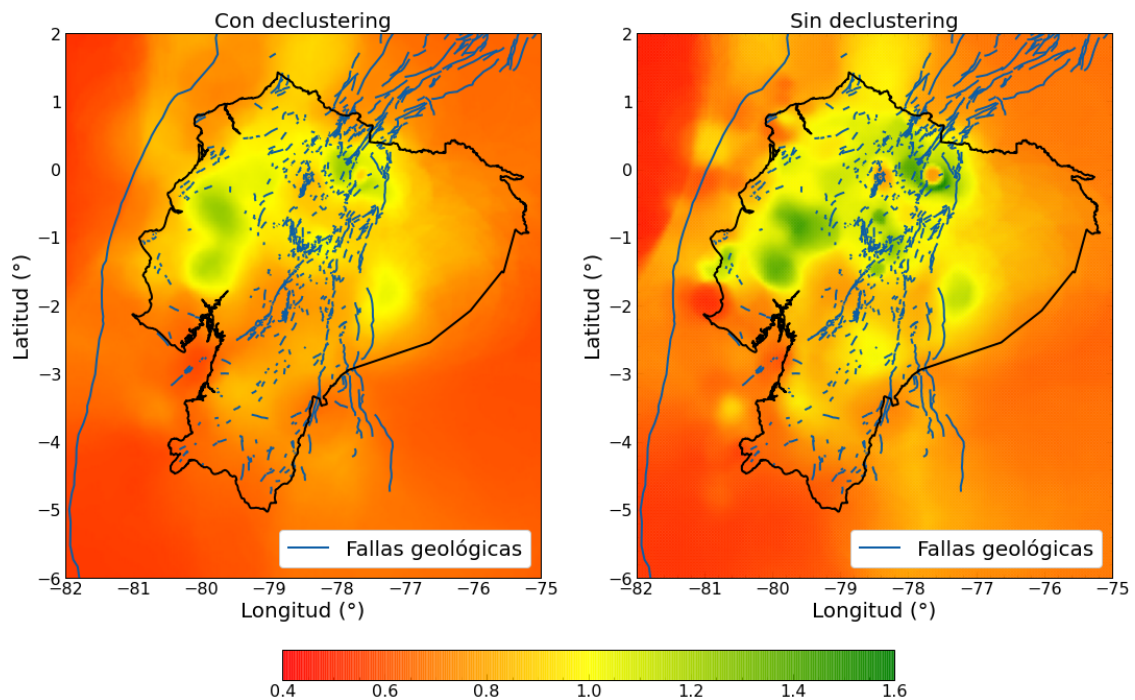


Figura 3.7: Mapas del valor  $b$  en el Ecuador cuando la división del país se realiza con una grilla de  $5 \times 5$  km y para cada cuadro se toma la media de los valores  $b$  calculados en cilindros de radio  $r$  variable y profundidad de  $P = 50$  km con centro en cada uno de los sismos.

Al comparar las figuras 3.5 y 3.7 observamos la misma tendencia del valor  $b$  en la mayor parte de las zonas. Es decir, las zonas con  $b$  altos en el primer mapa coinciden con las zonas de  $b$  alto en el tercer mapa. Y lo mismo con las zonas de  $b$  bajo y  $b$  medio. Es claro que los mapas del tercer método (figura 3.7) tienen mejor resolución que los mapas del primer método (figura 3.5). Lo cual es consecuencia de los cilindros superpuestos, que permiten mapear un área mucho mayor y a que la grilla del tercer método es mucho más pequeña

que la del primer método, lo que permite asignar un valor  $b$  a un cuadro (zona) más pequeño. Además, el aumento del número de eventos para el cómputo de  $b$  mejora la resolución.

Debido a la forma de dividir el país, tanto en cilindros como en una grilla, el tercer método permite mapear el valor  $b$  en toda la región de estudio. Existe un inconveniente y es que el radio  $r$  del cilindro no tiene un límite superior y puede aumentar tanto como se necesite hasta encontrar los  $N = 150$  sismos dentro del volumen. Por ejemplo, no es lo mismo calcular el valor  $b$  para un cilindro de área circular de  $100 \text{ km}^2$ , que calcularlo para uno de área circular de  $20 \text{ km}^2$ , aunque en ambos casos se tenga el mismo número  $N$  de eventos dentro de los volúmenes. En el segundo ejemplo los  $N$  eventos están más juntos y concentrados en un volumen menor, es decir, la densidad de sismos es mayor en el segundo ejemplo que en el primero.

Como un mapa extra y para considerar este problema del radio, utilizamos el tercer método pero consideramos un límite superior para el radio  $r$ . Es decir, dejamos que el radio varíe entre  $30 \text{ km} \leq r \leq 50 \text{ km}$ . De esta forma controlamos el área circular de los volúmenes, para que no existan diferencias grandes entre ellos. Con esta modificación obtuvimos los mapas de la figura 3.8.

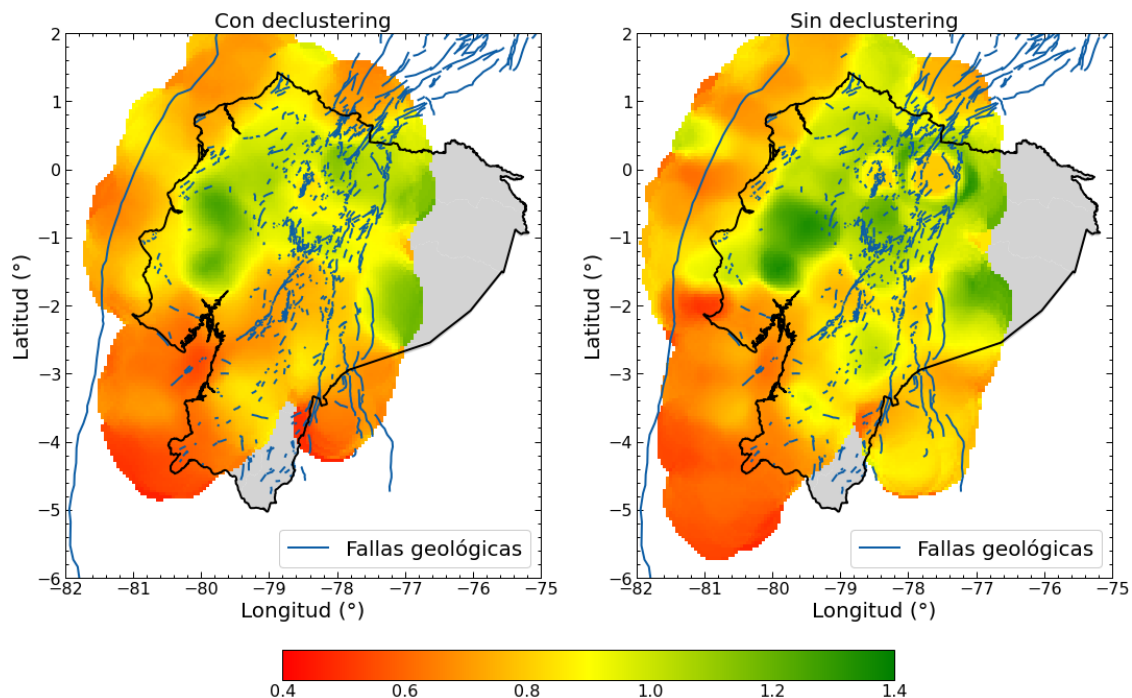


Figura 3.8: Mapas del valor  $b$  en el Ecuador cuando utilizamos el tercer método con un límite superior para el radio del cilindro.

Las zonas sin color indican que estas no cumplen con el número mínimo de

eventos  $N = 150$  dentro de ningún cilindro determinado por  $r$ . Con este método, los valores que toma  $b$  están entre  $0,5 \leq b \leq 1,23$  para el catálogo con declustering y  $0,46 \leq b \leq 1,58$  para el catálogo sin declustering. Al limitar el radio  $r$  hay zonas en las cuales ya no es posible calcular  $b$ . Esto es lo esperado pues son zonas con baja densidad de sismos, lo que quiere decir que no tienen suficientes eventos sísmicos localizados lo suficientemente cerca como para poder realizar el análisis en los cilindros determinados.

El aumento del número mínimo de eventos, de  $N = 50$  en el primer mapa (figura 3.5) a  $N = 150$  en el tercer mapa (figura 3.7), se pudo realizar ya que en este último no se tenía un volumen fijo para todas las zonas. Al dejar que el radio  $r$  del cilindro aumente sin poner un límite máximo, nos permitió mapear  $b$  para toda la región de estudio. Sin embargo, esto también trae consecuencias en la calidad del valor  $b$ , pues estamos considerando que eventos muy lejanos tienen una influencia igual que aquellos más cercanos. La corrección a este problema con el radio acotado (figura 3.8) permitió mantener el número de eventos de  $N = 150$  y mapear gran parte de la región de estudio. Por lo que lo consideramos como un mapa con mejor resolución y más confiable.

#### **3.5.4. Mapeo del valor $b$ para distintas magnitudes de corte**

Por último, creamos cuatro mapas, de acuerdo con la metodología, para diferentes magnitudes de corte  $M_c$  del catálogo sin declustering, como se muestra en la figura 3.9. Similar al primer mapa aplicamos el primer método con una grilla tridimensional de  $40 \text{ km} \times 40 \text{ km} \times 50 \text{ km}$  para la división de la región de estudio.

En estos mapas observamos que a medida que aumenta la magnitud de corte del catálogo hay zonas cuyo valor  $b$  deja de ser mapeado, pues ya no existe el número mínimo de eventos  $N = 50$  dentro del volumen determinado por el paralelepípedo respectivo. Anteriormente mencionamos que al aumentar la magnitud de corte se pierden datos del catálogo sísmico, razón por la cual utilizamos el catálogo sin declustering para este análisis, pues cuenta con más eventos.

Los cuatro mapas muestran el efecto de aumentar  $M_c$  en el mapeo de  $b$ , al considerar una magnitud de corte baja existen más eventos y por tanto se mapea una mayor zona de la región de estudio, mientras que un valor alto de la magnitud de corte nos deja con pocos eventos y el mapeo de  $b$  solo se realiza donde exista una mayor agrupación de sismos.

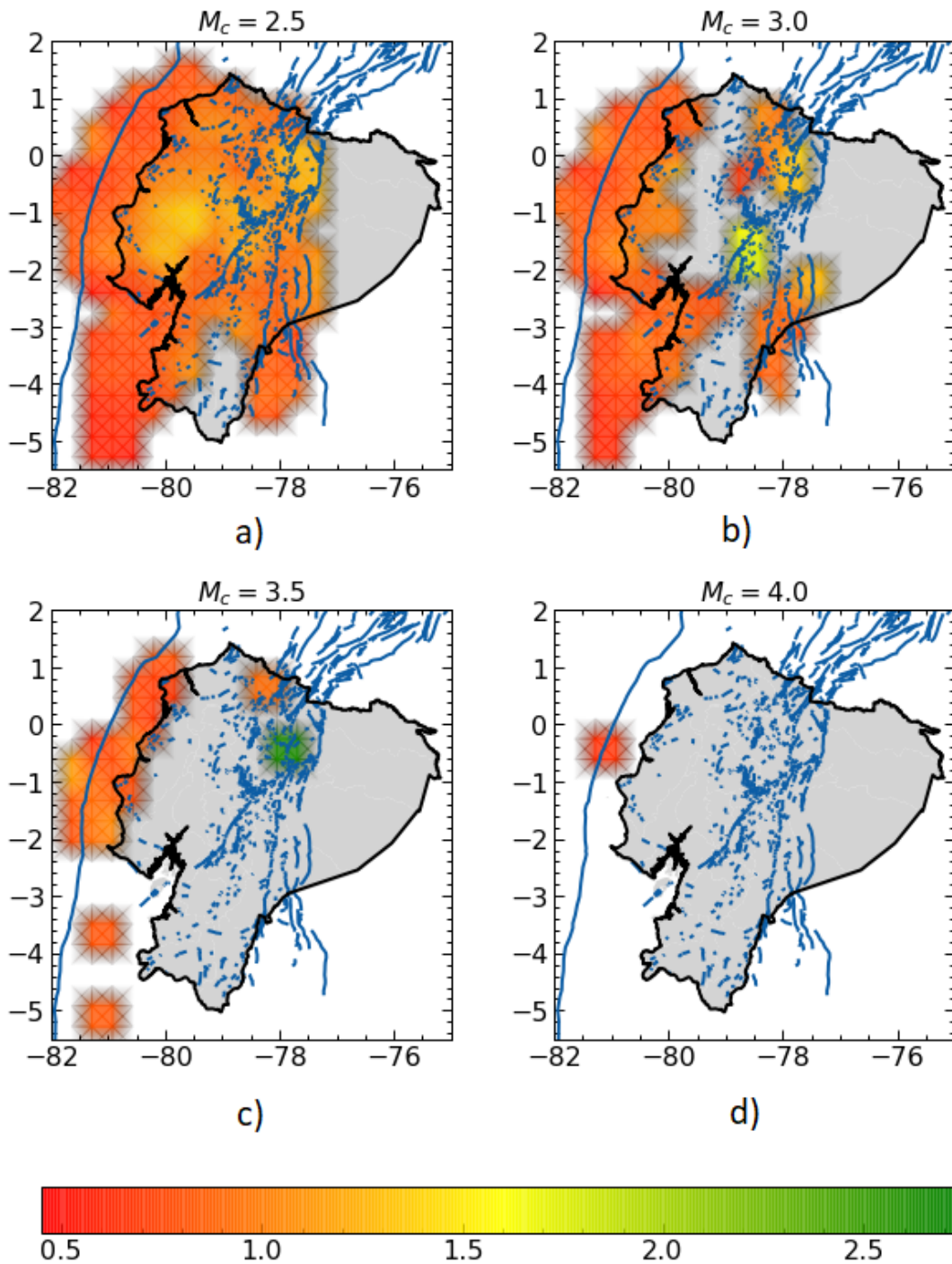


Figura 3.9: Mapas de la variación espacial del valor  $b$  en el Ecuador para diferentes magnitudes de corte del catálogo sin declustering. Las líneas a lo largo del país corresponden a las fallas geológicas y la línea frente a la costa del país corresponde a la subducción de las placas Nazca y Sudamericana.

La figura 3.9a muestra una zona amplia del mapeo de  $b$ , que es comparable a los anteriores mapas. Para la magnitud de corte  $M_c = 3,0$ , en la figura 3.9b vemos una disminución de zonas en las cuales es calculado el valor  $b$ . En la figura 3.9c

podemos observar que para la magnitud de corte  $M_c = 3,5$  solo la zona frente a la costa del Ecuador presenta varios eventos y tiene un valor  $b$  bajo ( $b < 1$ ) que indica gran cantidad de sismos de alta magnitud. Por otra parte, la zona verde parece corresponder al volcán Reventador, con un valor  $b$  alto ( $b > 1$ ) que indica gran cantidad de sismos de magnitudes alrededor de  $M = 3,5$ . Para  $M_c = 4$ , la figura 3.9d muestra que solo la zona al frente de la costa de Manabí presenta eventos fuertes, que corresponden al sismo de magnitud  $M = 7,6$  del 2016.

### **3.6. Conclusiones y recomendaciones**

Conseguimos generar mapas de actividad sísmica para el país (Ecuador continental). Con el fin de generarlos primero tuvimos que filtrar los datos, en especial, eliminamos las réplicas del catálogo. El estudio de las réplicas logró determinar una relación local para el área de ruptura en función de la magnitud (ec. 3.3), así como una relación local para el tiempo de decaimiento de las réplicas en función de la magnitud (ec. 3.4). Estas relaciones permitieron eliminar las réplicas del catálogo sísmico y trabajar con sismos independientes.

No hay un mapa estándar de peligro o actividad sísmica. En este trabajo se generaron varios mapas con diferentes divisiones para ver distintas perspectivas de la actividad sísmica del país. La tendencia del valor  $b$  en los mapas de las figuras 3.5, 3.6, 3.7 y 3.8 es la misma con declustering y sin declustering del catálogo sísmico, aunque el rango de valores varía ligeramente. Los mapas sin declustering presentan valores más altos del valor  $b$  que los mapas con declustering, lo cual es de esperarse pues se tiene la contribución de las réplicas que son eventos de baja magnitud. Al existir más eventos de magnitud baja en una región, el valor  $b$  aumenta en dicha región.

Los mapas generados concuerdan con lo que se conoce de la actividad sísmica del país. El mapeo del valor  $b$  mostró que los valores más bajos de  $b$  se encontraron a lo largo de la costa de Ecuador, indicando una mayor proporción de sismos de alta magnitud frente a sismos de baja magnitud (cuando no se consideran las réplicas). Por tanto, desde el punto de vista de la actividad sísmica, existe un mayor peligro sísmico en la costa ecuatoriana pues hay una probabilidad más alta de tener sismos fuertes.

Los cuatro mapas de la figura 3.9 muestran que se puede dividir el estudio de peligro sísmico en muchos eventos de baja magnitud o pocos eventos de magnitud alta. Dependiendo de la magnitud de corte del catálogo se pueden interpretar de distinta forma los resultados.



Finalmente, se recomienda mejorar o probar otras técnicas para el filtro de los datos, ya que un catálogo completo es esencial para cualquier cálculo de peligro sísmico. También se sugiere trabajar con magnitudes homogeneizadas, pues en este trabajo se utilizó el valor de magnitud de cada evento que se encontraba directamente en el catálogo sísmico.

---

## Anexos

---

### A.1. Sismos analizados

Fecha	Magnitud	Provincia	Fuente	Radio	Días
1968-06-19 08:13:35	7	Perú	ISC	50	18
1970-12-10 04:34:39	7.5	Loja	ISC	70	100
1987-03-06 04:10:44	6.9	Sucumbíos	ISC	60	10
1995-10-03 01:51:26	7	Manabí	ISC	80	175
2014-08-12 19:57:58	5.2	Pichincha	IGE	10	20
2016-01-01 17:15:40	5.3	Imbabura	IGE	18	15
2016-04-16 23:58:34	7.6	Esmeraldas	IGE	150	230
2016-07-11 02:11:04	5.9	Esmeraldas	IGE	30	24
2016-12-19 07:11:38	5.8	Esmeraldas	IGE	40	12
2017-01-11 02:36:29	5.2	Esmeraldas	IGE	15	4
2017-06-30 22:29:40	6.3	Manabí	IGE	40	30
2019-02-14 06:24:42	4.8	Manabí	IGE	5	10
2019-03-31 07:04:02	6.6	Manabí	IGE	40	28
2020-03-16 03:53:27	5.5	Manabí	IGE	15	20
2020-04-28 09:06:07	4.8	Manabí	IGE	25	10
2021-01-21 10:15:34	5	Guayas	IGE	35	16
2021-08-13 19:03:48	5.4	Santa Elena	IGE	20	25
2022-03-27 04:28:11	6.2	Esmeraldas	IGE	35	30

Cuadro A.1: Lista de sismos analizados para encontrar los parámetros de radio de ruptura y tiempo de decaimiento. La columna "Radio" y "Días" corresponden a los parámetros encontrados con ayuda de sismólogos del Geofísico.

## A.2. Código para el primer y segundo filtro de datos

```
#-----  
# 1. Librerías  
#-----  
import pandas as pd  
import numpy as np  
import matplotlib.pyplot as plt  
import plotly.express as px  
from mpl_toolkits.basemap import Basemap  
import geopandas as gpd  
from scipy import stats  
from scipy.optimize import curve_fit  
import matplotlib.animation as animation  
from IPython import display  
from time import sleep  
  
#-----  
# 2. Lectura de los archivo de datos  
#-----  
path='/content/drive/MyDrive/Sismos/'  
#catálogo sísmico  
df=pd.read_csv(path+'eventosM2p_2013_2022.txt')  
#mapas del Ecuador  
gdf_provincias =  
→ gpd.read_file(path+'Fallas_y_provincias_/nxprovincias_wgs84.shp')  
gdf_fallas =  
→ gpd.read_file(path+'Fallas_y_provincias_/mapadefallas2019.shp')  
  
#-----  
# 3. Primer filtro  
#-----  
#selección de las columnas necesarios  
dfData= df[['time_value', 'latitude_value', 'longitudo_value',  
            'depth_value', 'latitude_uncertainty',  
            'longitudo_uncertainty', 'magnitudo_value_M',  
            'magnitudo_value_P']]  
  
#Impresión de algunos datos de las columnas (estadística descriptiva)  
#percentiles 90 y 95  
dfData.describe(percentiles=[0.9,0.95])  
#Se selecciona los datos dentro del percentil 90 (90% de datos)  
p=0.90 #percentil
```

```

#Valor del percentil 'p' de la incertidumbre de Longitud
P_lon = dfData.longitude_uncertainty.quantile(p)
#Valor del percentil 'p' de la incertidumbre de Latitud
P_lat = dfData.latitude_uncertainty.quantile(p)
#Se selecciona los valores por debajo de estos percentiles y
#se elimina los que están por encima
dfDataf1 = dfData[(dfData.longitude_uncertainty < P_lon) &
→ (dfData.latitude_uncertainty < P_lat)].reset_index(drop=True)

#cambia el formato de la fecha
dfDataf1['time_value'] = pd.to_datetime(dfDataf1.time_value)
dfDataf1['time_value'] = dfDataf1['time_value'].dt.strftime('%Y-%m-%d
→ %H:%M:%S')
#Ordena los tiempos desde el más antiguo al más nuevo
dfDataf1 = dfDataf1.sort_values(by =
→ 'time_value', ascending=True).reset_index(drop=True)
dfDataf1

#-----
# 4. Segundo filtro
#-----
#guarda los datos de los bins del gráfico DFM
w=0.1
y_bins, x_bins = np.histogram(dfDataf1['magnitudo_value_M'],
→ bins=np.arange(min(dfDataf1.magnitudo_value_M),
→ max(dfDataf1.magnitudo_value_M)+w,w))
bins_center = x_bins[:-1] + np.diff(x_bins)/2
elem = np.max(y_bins)
bin_max = np.where(y_bins == y_bins.max())
#magnitud de completitud
moh = x_bins[bin_max][0]
#seleccion de datos con magnitud por encima de moh
dfDataf1= dfDataf1[(dfDataf1.magnitudo_value_M >
→ moh)].reset_index(drop=True)

#Función que calcula el valor de b de acuerdo a la fórmula de Utsu
def bvalue(data, Moh, dM):
    mean = data.mean()
    n = data.shape[0]
    b = np.log10(np.e)/(mean - Moh + dM/2)
    return b

```

### A.3. Código para la eliminación de réplicas del catálogo sísmico del IG-EPN (declustering)

```
# 1. Crea una columna de días que han pasado desde el sismo más antiguo
from datetime import datetime, timedelta

dfDataf3 = dfDataf1.copy()
d = datetime.strptime(dfDataf3.time_value[0], '%Y-%m-%d %H:%M:%S')
days = list()
for t in range(len(dfDataf3)):
    fecha2 = datetime.strptime(dfDataf3.time_value[t], '%Y-%m-%d
    ↪ %H:%M:%S')
    dias2 = (fecha2 - d) / timedelta(days=1)
    days.append(dias2)

dfDataf3['days'] = days

# 2. Ordena el dataframe de mayor a menor valor de magnitud
dfDataf3 = dfDataf3.sort_values(by='magnitudo_value_M',
    ↪ ascending=False)
dfDataf3=dfDataf3.reset_index(drop=True)

# 3. Recorre las magnitudes y elimina las réplicas basado
# en las relaciones t(M) y R(M) encontradas.
i = 0
while True:
    m = dfDataf3.magnitudo_value_M[i] #empieza con el evento
    lat_i = dfDataf3.latitude_value[i] #de magnitud más alta
    lon_i = dfDataf3.longitude_value[i] #y recorre uno por uno
    t_i = dfDataf3.days[i] #todos los eventos.

    #t(M)=c1+c2M
    tiempo = 23.24449768713539*m -117.03725707272505
    #logR(M)=c1+c2M
    radio = 10**(-0.768033118732286 + 0.3685805765255489*m)
    delta= radio*180/(np.pi*6378) # km --> ángulo
    #eliminación de réplicas para cada evento
    dfDataf3 = dfDataf3[(np.sqrt((dfDataf3.latitude_value-lat_i)**2 +
        (dfDataf3.longitude_value-lon_i)**2) > delta) |
        ((dfDataf3.days - t_i) > tiempo) |
        (dfDataf3.magnitudo_value_M >= m)]
```

```

dfDataf3=dfDataf3.reset_index(drop=True)
#print(m,i, len(dfDataf3)) CHECK POINT!
i += 1
if i > (len(dfDataf3)-1):
    break
#print('Número de eventos:',len(dfDataf3))

```

## A.4. Códigos para los métodos del mapeo del valor b

```

#-----
# 1. Primer método: cubos
#-----
#funcion para la la division en cubos y cálculo del valor b
def mapa1(data,L,prof,Nsism):
    delta_lat= L*180/(np.pi*6378)
    delta_lon= L*180/(np.pi*6378)
    paralelos = np.arange(lat_low,lat_up+delta_lat,delta_lat) #latitudes
    meridianos = np.arange(lon_low,lon_up+delta_lon,delta_lon)
    ↪ #longitudes
    aux1=list() #latitud
    aux2=list() #longitud
    aux3=list() #b-value
    bmap=np.zeros((len(meridianos),len(paralelos)))
    x_coord=np.empty((len(meridianos),len(paralelos)))
    y_coord=np.empty((len(meridianos),len(paralelos)))
    #grilla movil
    mgrd = np.arange(-delta_lat/2,delta_lat/2+delta_lat/4,delta_lat/4)
    l=0
    l=0
    for j in paralelos:
        k=0
        for i in meridianos:
            x_coord[k,l]=i
            y_coord[k,l]=j
            aux4=[]
            for a in mgrd:
                for b in mgrd:
                    dfmuestra = data[(data.longitude_value > i+a) &
                                     (data.longitude_value < i+a+delta_lon) &
                                     (data.latitude_value > j+b) &
                                     (data.latitude_value < j+b+delta_lat) &

```

```

                                (data.depth_value <= 50)]
if len(dfmuestra) >= 50:
    w=0.1
    y_bins, x_bins, =
        ↪ np.histogram(dfmuestra['magnitudo_value_M'],
        ↪ bins=np.arange(min(dfmuestra.magnitudo_value_M),
        ↪ max(dfmuestra.magnitudo_value_M)+w,w))
    elem = np.max(y_bins)
    bin_max = np.where(y_bins == y_bins.max())
    moh = x_bins[bin_max][0]
    dfmuestra = dfmuestra[(dfmuestra.magnitudo_value_M >= moh)]
    b=bvalue(dfmuestra['magnitudo_value_M'], moh, 0.1)
    aux4.append(b)
if len(aux4) != 0:
    aux1.append(j + delta_lat/2)
    aux2.append(i + delta_lon/2)
    bmap[k,l]=np.mean(aux4)
    aux3.append(np.mean(aux4))
    k+=1
    l+=1
dfbvalue_m1 = pd.DataFrame(columns=['latitud', 'longitud', 'b_value'])
dfbvalue_m1['latitud']=aux1
dfbvalue_m1['longitud']=aux2
dfbvalue_m1['b_value']=aux3
return x_coord, y_coord, bmap, meridianos, paralelos, dfbvalue

#-----
# 2. Segundo método: cilindros
#-----
L=30
delta_lat= L*180/(np.pi*6378)
delta_lon= L*180/(np.pi*6378)
paralelos2 = np.arange(lat_low, lat_up, delta_lat) #latitudes
meridianos2 = np.arange(lon_low, lon_up, delta_lon) #longitudes

aux1=[]
aux2=[]
aux3=[]
aux4=[]
aux5=[]
# 2. En cada nodo aumento el radio hasta encontrar un mínimo de 50
↪ sismos
p=50

```

```

for i in meridianos2:
    for j in paralelos2:
        radio = 10
        while True:
            theta = radio*180/(np.pi*6378)
            dfmuestra = dfDataf3[(np.sqrt((dfDataf3.latitude_value - j)**2 +
            ↪ (dfDataf3.longitude_value - i)**2) <= theta) &
            ↪ (dfDataf3.depth_value <= p)].reset_index(drop=True)
            if len(dfmuestra) >= 100:
                w=0.1
                y_bins, x_bins, = np.histogram(dfmuestra['magnitudo_value_M'],
                ↪ bins=np.arange(min(dfmuestra.magnitudo_value_M),
                ↪ max(dfmuestra.magnitudo_value_M)+w,w))
                ↪ #np.histogram(dfmuestra['magnitudo_value_M'],100)
                elem = np.max(y_bins)
                bin_max = np.where(y_bins == y_bins.max())
                moh = x_bins[bin_max][0]
                dfmuestra = dfmuestra[ (dfmuestra.magnitudo_value_M >= moh)]
                b=bvalue(dfmuestra['magnitudo_value_M'],moh,0.1)
                aux1.append(i)
                aux2.append(j)
                aux3.append(b)
                aux4.append(radio)
                aux5.append(moh)
                break
            if radio >= 45 :
                break
            radio += 5
dfbvaluef3_m2 = pd.DataFrame(columns=['longitude_value',
    ↪ 'latitude_value', 'b_value', 'radio', 'area'])
dfbvaluef3_m2['longitude_value'] = aux1
dfbvaluef3_m2['latitude_value'] = aux2
dfbvaluef3_m2['b_value'] = aux3
dfbvaluef3_m2['radio'] = aux4
dfbvaluef3_m2['area'] = np.pi*dfbvaluef3_m2.radio**2
dfbvaluef3_m2['moh'] = aux5

#-----
# 3. Tercer método: cilindros y grilla
#-----
# Calcula el valor de b alrededor de cada sismo
aux1=[]
aux2=[]

```



```

aux3=[]
aux4=[]
#aux5=[]
p=50
for i in range(len(dfDataf3)):
    lon_i = dfDataf3.longitude_value[i]
    lat_i = dfDataf3.latitude_value[i]
    radio = 10
    while True:
        theta = radio*180/(np.pi*6378)
        dfmuestra = dfDataf3[(np.sqrt((dfDataf3.latitude_value - lat_i)**2
        ↪ + (dfDataf3.longitude_value - lon_i)**2) <= theta) &
        ↪ (dfDataf3.depth_value <= p)].reset_index(drop=True)
        if len(dfmuestra) >= 150:
            w=0.1
            y_bins, x_bins, = np.histogram(dfmuestra['magnitude_value_M'],
            ↪ bins=np.arange(min(dfmuestra.magnitude_value_M),
            ↪ max(dfmuestra.magnitude_value_M)+w,w))
            ↪ #np.histogram(dfmuestra['magnitude_value_M'],100)
            elem = np.max(y_bins)
            bin_max = np.where(y_bins == y_bins.max())[0]
            moh = x_bins[bin_max][0]
            dfmuestra = dfmuestra[(dfmuestra.magnitude_value_M >= moh)]
            b=bvalue(dfmuestra['magnitude_value_M'],moh,0.1)
            aux1.append(lon_i)
            aux2.append(lat_i)
            aux3.append(b)
            aux4.append(radio)
            #aux5.append(moh)
            break
        radio += 2
dfbvaluef3 =
↪ pd.DataFrame(columns=['longitude_value', 'latitude_value', 'b_value'])
dfbvaluef3['longitude_value'] = aux1
dfbvaluef3['latitude_value'] = aux2
dfbvaluef3['b_value'] = aux3
dfDataf3['b_value'] = aux3
dfDataf3['radio'] = aux4
dfDataf3['angulo'] = np.array(aux4)*180/(np.pi*6378)

# Divide al mapa en una grilla con separación de L (km)
L=5
delta_lat= L*180/(np.pi*6378)

```

```

delta_lon= L*180/(np.pi*6378)
paralelos3 = np.arange(lat_low,lat_up+delta_lat,delta_lat) #latitudes
meridianos3 = np.arange(lon_low,lon_up+delta_lon,delta_lon) #longitudes

# mapea el valor b
f3_x_coord=np.empty((len(meridianos3),len(paralelos3)))
f3_y_coord=np.empty((len(meridianos3),len(paralelos3)))
f3_b_map=np.empty((len(meridianos3),len(paralelos3)))
k=0
for i in meridianos3:
    l=0
    for j in paralelos3:
        f3_x_coord[k,l]=i
        f3_y_coord[k,l]=j
        dfmuestra = dfDataf3[(np.sqrt((dfDataf3.latitude_value - j)**2 +
        ↪ (dfDataf3.longitude_value - i)**2) <= dfDataf3.angulo) &
        ↪ (dfDataf3.depth_value > 0)].reset_index(drop=True)
        f3_b_map[k,l] = np.mean(dfmuestra['b_value']) #Solo b
        l+=1
    k+=1

```

---

## Referencias bibliográficas

---

1. Kanamori, H. y Brodsky, E. E. The physics of earthquakes. *Reports on Progress in Physics* **67**, 1429-1496. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/67/8/r03> (2004).
2. Trenkamp, R., Kellogg, J. N., Freymueller, J. T. y Mora, H. P. Wide plate margin deformation, southern Central America and northwestern South America, CASA GPS observations. *Journal of South American Earth Sciences* **15**, 157-171. ISSN: 0895-9811 (2002).
3. Quinde, P. y Reinoso, E. Estudio de peligro sísmico de Ecuador y propuesta de espectros de diseño para la Ciudad de Cuenca. *Ingeniería sísmica* **94**, 26. [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0185-092X2016000100001&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-092X2016000100001&lng=es&tlng=es) (2016).
4. Rivadeneira, F. *et al. Breves fundamentos sobre los terremotos en el Ecuador* 96. ISBN: 978-9978-84-460-1 (Corporación Editora Nacional, 2007).
5. Instituto Geofísico. 2022. <https://www.igepn.edu.ec>.
6. Pennington, W. D. Subduction of the Eastern Panama Basin and seismotectonics of northwestern South America. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* **86**, 10753-10770 (1981).
7. Taípe, L. Análisis de las ecuaciones de predicción de movimientos de suelo para el Ecuador, utilizando datos registrados durante el periodo 200-2011 en estaciones sísmicas de banda ancha y acelerógrafos. *Tesis previa a la obtención de especialista en Geología*, 125 (2013).
8. Mignan, A. y Woessner, J. Estimating the magnitude of completeness for earthquake catalogs. *Community Online Resource for Statistical Seismicity Analysis* (2012).
9. Frohlich, C. y Davis, S. D. Teleseismic b values; Or, much ado about 1.0. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* **98**, 631-644 (1993).

10. Kagan, Y. Y. en *Seismicity Patterns, their Statistical Significance and Physical Meaning* (eds. Wyss, M., Shimazaki, K. e Ito, A.) 537-573 (Birkhäuser Basel, Basel, 1999). ISBN: 978-3-0348-8677-2.
11. Roberts, N. S., Bell, A. F. y Main, I. G. Are volcanic seismic b-values high, and if so when? *Journal of Volcanology and Geothermal Research* **308**, 127-141. ISSN: 0377-0273 (2015).
12. García-Hernández, R., D'Auria, L., Barrancos, J. y Padilla, G. D. On the Functional Expression of Frequency–Magnitude Distributions: A Comprehensive Statistical Examination. *Bulletin of the Seismological Society of America* **109**, 482-486. ISSN: 0037-1106 (2019).
13. Scholz, C. H. The frequency-magnitude relation of microfracturing in rock and its relation to earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America* **58**, 399-415. ISSN: 0037-1106 (1968).
14. Nanjo, K. y Yoshida, A. Changes in the b value in and around the focal areas of the M6.9 and M6.8 earthquakes off the coast of Miyagi prefecture, Japan, in 2021. *Earth, Planets and Space* **73** (2021).
15. Schorlemmer, D., Wiemer, S. y Wyss, M. Earthquake statistics at Parkfield: 1. Stationarity of b values. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* **109** (2004).
16. Godano, C., Lippiello, E. y de Arcangelis, L. Variability of the b value in the Gutenberg–Richter distribution. *Geophysical Journal International* **199**, 1765-1771. ISSN: 0956-540X (2014).
17. García-Hernández, R., D'Auria, L., Barrancos, J., Padilla, G. D. y Pérez, N. M. Multiscale Temporal and Spatial Estimation of the b-Value. *Seismological Research Letters* **92**, 3712-3724. ISSN: 0895-0695 (2021).
18. Taroni, M., Zhuang, J. y Marzocchi, W. High-Definition Mapping of the Gutenberg–Richter b-Value and Its Relevance: A Case Study in Italy. *Seismological Research Letters* **92**, 3778-3784. ISSN: 0895-0695 (2021).
19. Wyss, M., Klein, F., Nagamine, K. y Wiemer, S. Anomalously high b-values in the South Flank of Kilauea volcano, Hawaii: evidence for the distribution of magma below Kilauea's East rift zone. *Journal of Volcanology and Geothermal Research* **106**, 23-37. ISSN: 0377-0273 (2001).
20. Sánchez, J. J. *et al.* SPATIAL MAPPING OF THE B-VALUE AT GALERAS VOLCANO, COLOMBIA, USING EARTHQUAKES RECORDED FROM 1995 TO 2002. *Earth Sciences Research Journal* **9**, 29-35. ISSN: 1794-6190 (2005).

21. Akaike, H. Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle. *Second international symposium on information theory*, 267-281 (1973).
22. Myung, I. J. Tutorial on maximum likelihood estimation. *Journal of Mathematical Psychology* **47**, 90-100. ISSN: 0022-2496 (2003).
23. Hald, A. On the history of maximum likelihood in relation to inverse probability and least squares. *Statistical Science* **14**, 214-222 (1999).
24. Eliason, S. *Maximum likelihood estimation: Logic and practice* 96. ISBN: 978-9978-84-460-1 (Sage Publications, Inc., 1993).
25. Aki, K. Maximum likelihood estimate of  $b$  in the formula  $\log N = a - bM$  and its confidence limits. *Bulletin of the Earthquake Research Institute* **43**, 237-239 (1965).
26. McGuire, R. Computations of seismic hazard. *Annals of Geophysics* **36** (jun. de 1993).
27. Kijko, A. en *Encyclopedia of Solid Earth Geophysics* (ed. Gupta, H. K.) 1-14 (Springer International Publishing, Cham, 2019). ISBN: 978-3-030-10475-7. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-10475-7\\_10-1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-10475-7_10-1).
28. Baker, J., Bradley, B. y Stafford, P. en *Seismic Hazard and Risk Analysis* (Cambridge University Press, 2021).
29. Gulia, L. y Wiemer, S. The influence of tectonic regimes on the earthquake size distribution: A case study for Italy. *Geophysical Research Letters* **37** (2010).
30. Ray, S. *et al.* A study on  $b$ -value and investigation of seismic hazard in Sylhet seismic region, Bangladesh using Gumbel's extreme value distribution method. *SN Applied Sciences* **1** (2019).
31. Lewerissa, R., Rumakey, R., Syakur, Y. A. y Laponi, L. Completeness magnitude ( $M_c$ ) and  $b$ -value characteristics as important parameters for future seismic hazard assessment in the West Papua province Indonesia. *Arabian Journal of Geosciences* **14** (2021).
32. Google. *Colaboratory* <https://research.google.com/colaboratory/intl/es/faq.html#whats-colaboratory>.
33. Husen, S. y Hardebeck, J. L. Earthquake location accuracy. *Community Online Resource for Statistical Seismicity Analysis* (2010).
34. Rydelek, P. A. y Sacks, I. S. Testing the completeness of earthquake catalogues and the hypothesis of self-similarity. *Nature* **337**, 251-253 (1989).

35. Woessner, J. y Wiemer, S. Assessing the Quality of Earthquake Catalogues: Estimating the Magnitude of Completeness and Its Uncertainty. *Bulletin of the Seismological Society of America* **95**, 684-698. ISSN: 0037-1106 (2005).
36. Wiemer, S. y Wyss, M. Minimum Magnitude of Completeness in Earthquake Catalogs: Examples from Alaska, the Western United States, and Japan. *Bulletin of the Seismological Society of America* **90**, 859-869. ISSN: 0037-1106 (2000).
37. Marzocchi, W., Sandri, L. y Boschi, E. On the Validation of Earthquake-Forecasting Models: The Case of Pattern Recognition Algorithms. *Bulletin of the Seismological Society of America* **93**, 1994-2004. ISSN: 0037-1106 (2003).
38. Van Stiphout, T., Zhuang, J. y Marsan, D. Seismicity Declustering. *Community Online Resource for Statistical Seismicity Analysis* (2012).
39. Gates, A. y Ritchie, D. *Encyclopedia of Earthquakes and Volcanoes* ISBN: 9780816072705. <https://books.google.com.ec/books?id=b1sXfJCiCHQC> (Facts on File, 2006).
40. Gardner, J. K. y Knopoff, L. Is the sequence of earthquakes in Southern California, with aftershocks removed, Poissonian? *Bulletin of the Seismological Society of America* **64**, 1363-1367. ISSN: 0037-1106 (1974).
41. Reasenber, P. Second-order moment of central California seismicity, 1969–1982. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* **90**, 5479-5495 (1985).
42. Slemmons, D. B. State-of-the-art for assessing earthquake hazards in the United States, Report 6, faults and earthquake magnitude. *U.S. Army Corps of Engineers* (1977).
43. Bonilla, M. G., Mark, R. K. y Lienkaemper, J. Statistical relations among earthquake magnitude, surface rupture length, and surface fault displacement. *Bulletin of the Seismological Society of America* **74**, 2379-2441 (1984).
44. Wells, D. L. y Coppersmith, K. J. New empirical relationships among magnitude, rupture length, rupture width, rupture area, and surface displacement. *Bulletin of the Seismological Society of America* **84**, 974-1002. ISSN: 0037-1106 (1994).
45. Omori, F. On the Aftershocks of Earthquakes. *ournal of the College of Science, Imperial University of Tokyo* **3**, 111-120. ISSN: 0037-1106 (1894).
46. Utsu, T. A Statistical Study on the Occurrence of Aftershocks. *The Geophysical Magazine* **30**, 521-605 (1961).

47. International Seismological Centre. *On-line Bulletin 2022*. <https://doi.org/10.31905/D808B830>.
48. Utsu, T. A method for determining the value of  $b$  in a formula  $\log N = a - bM$  showing the magnitude frequency relation for earthquakes. *Geophys.bull.hokkaido Univ* **13** (1965).
49. Lemons, D., Langevin, P. y Gythiel, A. *An Introduction to Stochastic Processes in Physics* ISBN: 9780801868672. [https://books.google.com.ec/books?id=Uw6YDkd%5C\\_CXcC](https://books.google.com.ec/books?id=Uw6YDkd%5C_CXcC) (Johns Hopkins University Press, 2002).
50. Utsu, T. A Statistical Significance Test of the Difference in  $b$ -value between Two Earthquake Groups. *Journal of Physics of the Earth* **14**, 37-40 (1966).
51. Meletti, C. *et al.* A seismic source zone model for the seismic hazard assessment of the Italian territory. *Tectonophysics* **450**, 85-108. ISSN: 0040-1951 (2008).
52. Tormann, T., Wiemer, S. y Mignan, A. Systematic survey of high-resolution  $b$  value imaging along Californian faults: Inference on asperities. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* **119**, 2029-2054 (2014).
53. Reasenber, P. y Jones, L. Earthquake Hazard After a Mainshock in California. *Science* **243**, 1173-1176 (1989).