

## PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

### DATOS INFORMATIVOS

Proyecto Interno  Proyecto Semilla  Proyecto Junior  Proyecto Multi e Interdisciplinario

Título del proyecto:

No existencia de soluciones globales para ciertos problemas de Cauchy parabólicos semilineales asociados a condiciones iniciales arbitrariamente pequeñas en espacios funcionales homogéneos

Investigación básica  Investigación aplicada  Investigación pedagógica  Innovación

DEPARTAMENTO(S):

1. Departamento de Matemática

LÍNEA(S) DE INVESTIGACIÓN (verificable en el SAEW):

1. Análisis y Análisis funcional

Resumen de información del director y colaboradores del proyecto		
<u>Director</u>		
<b>Apellidos y nombres</b>	<b>Departamento</b>	<b>Título de mayor nivel (Ing., M.Sc., Ph.D)</b>
Acevedo Tapia Paul Andrés	Departamento de Matemática - Escuela Politécnica Nacional	PhD
<u>Colaborador(es)</u>		
<b>Apellidos y nombres</b>	<b>Departamento</b>	<b>Título de mayor nivel Ing., M.Sc., Ph.D)</b>
Cortez Estrella Manuel Fernando	Departamento de Matemática - Escuela Politécnica Nacional	PhD



HOJA DE VIDA DEL DIRECTOR DEL PROYECTO

**Datos personales**

<b>Acevedo Tapia</b>		<b>Paul Andrés</b>		
Apellidos		Nombres		
M: (X) F: ( )	<b>18/04/1984</b>	<b>Ecuatoriana</b>	<b>paul.acevedo@epn.edu.ec</b>	
Sexo	Fecha de nacimiento	Nacionalidad	Correo institucional	
Extensión EPN: <b>1569</b>		Celular: <b>0968983370</b>	Teléfono del domicilio: <b>2617825</b>	
Cédula de identidad: <b>1712622164</b>				
Dirección particular / ciudad: <b>Av. Alonso de Angulo Oe2-582 y Jipijapa / Quito</b>				
Facultad: <b>Ciencias</b>				
Departamento: <b>Matemática</b>				
Cargo actual en la EPN (tal como aparece en el nombramiento): <b>Profesor titular auxiliar Nivel 1, Grado 1</b>				

**Educación universitaria. Proveer el nombre de los títulos de pregrado y postgrado (Ing., Magister, Ph.D.)**

Título	Año	Institución/Universidad	Ciudad/País	Área de investigación de la tesis
Doctor en Ciencias de la Ingeniería, mención Modelación Matemática	2015	Universidad de Chile	Santiago-Chile	Ecuaciones Diferenciales Parciales
Docteur en Mathématiques Appliquées	2015	Université de Pau et des Pays de l'Adour	Pau-Francia	Ecuaciones Diferenciales Parciales
Matemático	2009	Escuela Politécnica Nacional	Quito-Ecuador	Optimización - Control Óptimo

**Experiencia investigativa y en ejecución de proyectos (cite los tres más relevantes)**

Año	Título del proyecto	Cargo /Actividades realizadas
N/A	N/A	N/A

**Publicaciones, patentes, prototipos o productos (cite las cinco más relevantes o las más recientes)**

1. Acevedo P., Amrouche C., Conca C. (2016) *Boussinesq system with non-homogeneous boundary conditions*, Applied Mathematics Letters, 53, p. 39-44.

**Experiencia profesional , otros trabajos científicos y técnicos**

Profesor Titular Auxiliar, EPN (2015-actualidad)  
Asistente de Cátedra, EPN (2009-2011)





HOJA DE VIDA DEL PROFESOR COLABORADOR DEL PROYECTO (1)

Datos personales

<b>Cortez Estrella</b>		<b>Manuel Fernando</b>	
Apellidos		Nombres	
M: (X) F: ( )	01/07/1987	Ecuatoriana	manuel.cortez@epn.edu.ec
Sexo	Fecha de nacimiento	Nacionalidad	Correo institucional
Extensión EPN: N/A		Celular: 0982400069	Teléfono del domicilio: 2555382
Cédula de identidad: 1716815897			
Dirección particular / ciudad: Avenida Colón y 9 de Octubre - Edificio Plaza Colón. Torre sur, Depto. 106			
Facultad: Ciencias			
Departamento: Matemática			
Cargo actual en la EPN (tal como aparece en el nombramiento): Profesor Ocasional I a Tiempo Completo			

Educación Universitaria. Proveer el nombre de los títulos de pregrado y postgrado (Ing., Magister, Ph.D.)

Títulos	Año	Institución/Universidad	Ciudad/País	Área de investigación de la tesis
Phd	2015	Universidad Lyon I, Claude Bernard	Lyon/ Francia	EDPs y Análisis
Master	2011	Universidad Complutense	Madrid/ España	EDPs y Análisis
Licenciado	2008	Universidad Jean Monnet	Saint Etienne/ Francia	Análisis

Experiencia investigativa y en ejecución de proyectos (cite los tres más relevantes)

Año	Título del proyecto	Posición /Actividades realizadas
2014-2017	ANR Blanc DYFICOLTI: Dynamique des fluides, Couches Limites, Tourbillons et interfaces (Dirigido por David Lannes)	Investigador

Publicaciones, patentes, prototipos o productos (cite las cinco más relevantes o las más recientes)

1. Blow-up for the b-family of equations, Mathematical Methods in The Applied Sciences, 2016
2. Blowup issues for a class of nonlinear dispersive wave equations, Journal of Differential Equations, 2014
3. On permanent and breaking waves in hyperelastic rods and rings,
4. Capítulo del libro: "Without Bounds: A Scientific Canvas of Nonlinearity and Complex Dynamics."  
Título: "PDEs in Moving Time Dependent Domains Without Bounds." Páginas:559-578

Experiencia profesional , otros trabajos científicos y técnicos

- Asistente de profesor titular en la materia Teoría de Fourier (INSA), Lyon.
- Asistente de profesor titular en la materia Algebra I en la universidad Claude Bernard Lyon I

## PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

Proyecto Interno  Proyecto Semilla  Proyecto Junior  Proyecto Multi e Inter Disciplinario

Investigación Básica  Investigación Aplicada  Investigación Pedagógica  Innovación

DEPARTAMENTO(S):

1. Departamento de Matemática

LINEA(S) DE INVESTIGACIÓN:

1. Análisis y Análisis funcional

### 1 Proyecto de Investigación

Título:

No existencia de soluciones globales para ciertos problemas de Cauchy parabólicos semilineales asociados a condiciones iniciales arbitrariamente pequeñas en espacios funcionales homogéneos

Resumen del proyecto (máximo 200 palabras)

En algunos problemas de Cauchy, a partir de la hipótesis de pequeñez en norma de la condición inicial en cierto espacio de Besov homogéneo, se verifica la existencia global de la solución en el tiempo. Un tema interesante y muy abordado es saber cuál es el espacio de Besov homogéneo más grande (con relación a la inclusión) tal que la hipótesis de pequeñez de la condición inicial implique la existencia global de la solución.

Análogamente, a partir del espacio de Besov límite se puede demostrar que si un espacio homogéneo de Besov contiene al espacio límite, entonces existe una condición inicial de talla pequeña tal que su solución asociada explote en un tiempo finito. En casos particulares se conoce el espacio límite, como por ejemplo, en el problema de Cauchy para la ecuación de Navier-Stokes incompresible; mientras que en otras ecuaciones las respuestas son parciales o escasas.

Nuestra investigación se centrará en construir condiciones iniciales arbitrariamente pequeñas cuya solución asociada no exista globalmente en tiempo para ciertos problemas de Cauchy parabólicos semilineales.

Palabras clave (4-6): ecuación parabólica semilineal, espacios de Besov Homogéneos, problema de Cauchy, no existencia de soluciones globales.





<b>2</b>	<b>Objetivos, relevancia, productos y resultados esperados de esta propuesta de investigación</b>
	<b>2.1 Objetivos</b>
	<b>2.1.1 Objetivo General</b>
	Construir condiciones iniciales arbitrariamente pequeñas cuya solución asociada no exista globalmente en tiempo para ciertos problemas de Cauchy parabólicos semilineales.
	<b>2.1.2 Objetivos Específicos</b>
	a. Dada una condición inicial, hallar una estimación del tiempo maximal de vida de la solución. b. Demostrar que la positividad de la transformada de Fourier de la condición inicial implica la positividad de la transformada de Fourier de la solución asociada. c. Construir la condición inicial para que el tiempo de vida de la solución sea arbitrariamente pequeño. d. Generalizar el método propuesto para abordar otros problemas similares.
	<b>2.2 Detalle de los resultados esperados (con relación a los objetivos)</b>
	Los resultados que se esperan obtener al finalizar este proyecto son:
	a. Estimar el tiempo de vida de la solución que dependa adecuadamente de la condición inicial. b. Obtener la condición inicial que permita que el tiempo de vida de la solución sea arbitrariamente pequeño.

<b>3</b>	<b>Relevancia de la propuesta de investigación y su relación con la(s) líneas de investigación</b>
	La importancia de estudiar las ecuaciones de tipo parabólico semilineal radica en que éstas modelan varios fenómenos físicos que aparecen en: Biología (movimiento de colonias de ciertos microorganismos-Quimiotaxis), Mecánica de Fluidos, Astrofísica (sistema de Keller-Segel).
	Para realizar nuestro estudio utilizaremos varias herramientas del análisis funcional tales como: Transformada de Fourier, Teorema de punto fijo, propiedades de espacios de Sobolev y Besov Homogéneos, las cuales constituyen una parte fundamental en la investigación actual.
	Además este proyecto realizara un aporte importante a la comunidad científica debido a que se generalizará y completará resultados ya conocidos.

<b>4</b>	<b>Productos esperados</b>
	a. Publicaciones científicas (obligatorio); <input checked="" type="checkbox"/>
	b. Disertación a la Comunidad Politécnica; <input checked="" type="checkbox"/>
	c. Proyecto de Titulación; <input type="checkbox"/>
	d. Tesis de Grado (maestría o doctorado); <input type="checkbox"/>
	e. Aplicación tecnológica construida o implementada; <input type="checkbox"/>
	f. Patente presentada; <input type="checkbox"/>
	g. Perfil de proyecto de mayor impacto científico, técnico, pedagógico o de innovación. <input type="checkbox"/>



5 **Descripción y metodología y diseño del proyecto**

El objetivo de esta investigación será el estudio del problema de Cauchy para ciertas ecuaciones parabólicas semilineales de la forma

$$\partial_t u - \Delta u = P(D)F(u)$$

donde  $P(D)$  es un operador pseudo-diferencial y  $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  es una función no lineal

de clase  $C^1$ . Las ecuaciones de este tipo describen numerosos fenómenos físicos en los campos de: Astrofísica, Mecánica de Fluidos, Física de plasmas, Biología, Química (ver [1], [3], [4], [9]). Un problema relevante de este tipo de ecuaciones es el sistema de Keller-Segel que es utilizado en quimiotaxis con el objetivo de estudiar el movimiento de colonias de ciertos microorganismos hacia sustancias que las atraen con la finalidad de encontrar un mejor entorno (ver [3], [5]).

Nuestra investigación comenzará primero con el estudio de la siguiente ecuación:

$$\begin{cases} \partial_t u = \Delta u + |u|^\alpha u & x \in \mathbb{R}^n \quad t \in [0, T] \\ u(0, x) = u_0(x). \end{cases}$$

Nuestro objetivo es utilizar el método de Montgomery-Smith (ver [8]), el cual fue utilizado en una versión simplificada de las ecuaciones de Navier-Stokes para construir condiciones iniciales tales que su solución asociada explote en un tiempo finito. Además, adaptaremos el método para que nos permita construir condiciones iniciales arbitrariamente pequeñas tales que sus soluciones asociadas exploten en un tiempo de vida corto.

Los resultados esperados son análogos a los demostrados por J. Bourgain, N. Pavlovic y T. Yoneda (ver [2], [10]) para el caso de las ecuaciones de Navier-Stokes incompresibles. Así mismo, nuestro trabajo sobre la segunda ecuación completaría los resultados de Miao, Yuan, Zhang (ver [7]) al mostrar la optimalidad de sus estimaciones para la existencia de soluciones globales que surgen a partir de una condición inicial pequeña en espacios de Besov Homogéneos.

Por último, mostraremos condiciones suficientes (lo más débiles posibles) para el operador  $P(D)F(u)$  dado en la primera ecuación, que nos permita generalizar nuestro método de construcción de condiciones iniciales pequeñas tal que su solución no sea global en el tiempo. Este tipo de resultado ha sido demostrado por Lemarié para una ecuación de tipo parabólica fraccionaria (ver [6]).

**Referencias bibliográficas**

- [1] Betterton, M., Brenner M. (2001). Collapsing bacterial cylinders. *Physical Review E*, 64(6), 061904-1 061904-15.
- [2] Bourgain J., Pavlovic N. (2008). Ill-posedness of the Navier-Stokes equations in a critical space in 3D. *Journal of Functional Analysis*. 255 (9), 2233–2247.
- [3] Chavanis P., Ribot M., Rosier C., Sire C. (2004). On the analogy between self-gravitating Brownian particles and bacterial populations. arXiv: cond-mat/0407386.
- [4] Herrero M., Velázquez J. (1996). Singularity patterns in a chemotaxis model. *Mathematische Annalen*, 306 (3), 583–623.
- [5] Horstmann D. (2003). The Keller-Segel model in chemotaxis and its consequences, arXiv preprint cond-mat/0407386.
- [6] Lemarié-Rieusset P. (2013). Sobolev multipliers, maximal functions and parabolic equations with a quadratic nonlinearity. Preprint, Univ. Evry.
- [7] Miao C., Yuan B., Zhang B. (2007). Strong solutions to the nonlinear heat equation in homogeneous Besov spaces. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods Applications*. 67 (5), 1329–1343.
- [8] Montgomery-Smith S. (2001). Finite time blow up for a Navier-Stokes like equation, *Proceedings of the American Mathematical Society*. 129 (10), 3025–3029.
- [9] Murray J. (2002). *Mathematical biology*, Interdisciplinary Applied Mathematics. 17, no. third ed.
- [10] Yoneda T. (2010). Ill-posedness of the 3D-Navier-Stokes equations in a generalized Besov space near. *Journal of Functional Analysis*. 258 (10), 3376–3387.





**6 Tiempo de dedicación de docentes, infraestructura, equipos y fondos adicionales.**

**6.1 Tiempo máximo de dedicación semestral del Director del proyecto, de los docentes participantes y otros colaboradores.**  
*El tiempo de dedicación máximo será de acuerdo al tipo de proyecto:*

Proyecto	Director	Colaboradores
PII y PIS	16 HSS	8 HSS
PIJ y PIMI	20 HSS	10 HSS

Nombre	Rol (director o colaborador)	Horas de dedicación	Departamento
Paul Acevedo Tapia	Director	10	Matemática
Fernando Cortez Estrella	Colaborador	8	Matemática


**6.2 Infraestructura y equipos**  
N/A

**6.3 Breve justificación del equipo requerido**  
N/A

**6.4 Fondos Adicionales**  
N/A

**7 Declaración del Director del Proyecto**

Declaro que la presente propuesta es de mi autoría y de los colaboradores mencionados y que no ha sido presentada en ninguna convocatoria de otra institución pública o privada solicitando el financiamiento total del proyecto.

  
DIRECTOR DEL PROYECTO  
Nombre: Paul Acevedo Tapia  
CC:1712622164

Quito, 21 de septiembre de 2016  
(lugar y fecha)

**DECLARACIÓN DEL JEFE DE DEPARTAMENTO**

Esta propuesta ha sido aprobada por el Consejo del Departamento de Matemática, en sesión del día 12 de octubre de 2016 mediante resolución No. CDM-2016-103 Las instalaciones, incluyendo personal, edificios, equipo y recursos financieros están a disposición del proponente y sus colaboradores de acuerdo con las especificaciones que se encuentran en esta propuesta.

  
JEFE DEL DEPARTAMENTO  
Nombre: Sergio González Andrade  
CC: 1707824932

Quito, 1 de noviembre de 2016  
(lugar y fecha)

