

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

Proyecto Interno Proyecto Semilla Proyecto Junior Proyecto Multi e Inter Disciplinario

Investigación Básica

Investigación Aplicada

DEPARTAMENTO(S) Y/O INSTITUTOS:

1. Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias, EPN
2. Departamento de Matemática e Informática, "Ulises Dini". (Universidad de Florencia)

LINEA(S) DE INVESTIGACIÓN:

1. Análisis Matemático y Ecuaciones Diferenciales
- 2.

DISCIPLINA CIENTÍFICA (Marque X, solamente una opción)

Ciencias Naturales y Exactas	X
Ingeniería y Tecnologías	
Ciencias Médicas	
Ciencias Agrícolas	
Ciencias Sociales	
Humanidades	

OBJETIVO SOCIOECONÓMICO (Marque X, solamente una opción)

Exploración y explotación del medio terrestre	
Ambiente	
Exploración y explotación del espacio	
Transporte, telecomunicaciones y otras infraestructuras	
Energía	
Producción y tecnología industrial	
Salud	
Agricultura	
Educación	X
Cultura, ocio, religión y medios de comunicación	
Sistemas políticos y sociales, estructuras y procesos	
Defensa	
Avance general del conocimiento: I+D financiada con los Fondos Generales de Universidades (FGU)	
Avance general del conocimiento: I+D financiados con otras fuentes	





1 Proyecto de Investigación
Título: Ecuaciones diferenciales elípticas no lineales para el operador bi-armónico
Resumen del proyecto (máximo 200 palabras) <p>Son clásicos los problemas en elasticidad donde aparece el operador biarmónico, como por ejemplo el caso de placas elásticas y no menos famoso el caso de estudio con respecto a puentes colgantes. Se debe recordar el colapso del puente de Tacoma.</p> <p>La historia de este tipo de problemas viene desde 1800, donde en la vibración de placas ya se proponen modelos con derivadas de orden superior y nombres como Lagrange, Germain, Chladni están presentes; 100 años más tarde Hadamard, Boggio, Almansi retoman los problemas y estudian los casos lineales, existencia y positividad.</p> <p>Nos interesa en este proyecto estudiar algunos problemas semilineales, en particular, aquellos donde las no linealidades son discontinuas. Problemas semilineales están presentes en las placas elásticas, el caso estacionario de ciertos problemas dinámicos y son claves en modelos de la biofísica (membranas), se puede estudiar el modelo de Helfrich.</p> <p>IncurSIONaremos también en el estudio de la positividad de las soluciones y en este contexto técnicas basadas en desigualdades de Harnack o técnicas del tipo De Giorgi, Nash-Moser deben ser analizadas.</p> <p>En el caso de operadores uniformemente elípticos de segundo orden problemas semilineales con diferentes condiciones de borde han sido estudiados en los últimos 30 años, sin embargo, el caso de operadores de orden superior a dos es de interés reciente, sobre todo por las aplicaciones donde aparecen.</p> <p>Nosotros estudiaremos la existencia y posiblemente la multiplicidad de soluciones bajo ciertas condiciones de borde, como podrían ser las de tipo Navier. Estudiaremos también la positividad de las soluciones si estas existen. La regularidad de las soluciones será dejada para un proyecto más ambicioso.</p>
Palabras clave (4-6): Operador biarmónico, condiciones de borde de Dirichlet, condiciones de Navier, problemas de Steklov, operadores poliarmónicos.

2 Objetivos, limitaciones, hipótesis y resultados esperados de esta propuesta de investigación

2.1 Objetivos

2.1.1 Objetivo General

- **Determinar la existencia de soluciones para problemas semilineales con no linealidades discontinuas que involucran el operador bi-armónico.**

2.1.2 Objetivos Específicos

- a. Existencia de al menos una solución no nula para problemas semilineales con no linealidades discontinuas.**
- b. Estudio del signo de las soluciones existentes.**
- c. Análisis de desigualdades de tipo Harnack para el estudio cualitativo de las soluciones existentes.**
- d. Incursión en los problemas de regularidad inherentes a las soluciones de ecuaciones no lineales para el operador bi-armónico.**



2.2 Limitaciones (Aspectos que quedan fuera del alcance del Proyecto de Investigación)

- a. Determinar la regularidad de las soluciones.
- b. Realizar las estimas finas del tipo Nash-Moser.
- c. Simetrías de las soluciones.

2.3 Hipótesis (Responden al problema de investigación)

- a. Las ecuaciones semilineales con discontinuidades relativas al operador bi-armónico tienen soluciones no nulas.
- b. Existe multiplicidad de soluciones para las ecuaciones semilineales con el operador bi-armónico.
- c. Al menos en qué tipo de espacios funcionales están las soluciones si estas existen?

2.3 Detalle de los resultados esperados (con relación a los objetivos)

- a. Determinar hipótesis sobre las no linealidades para la existencia o no existencia de soluciones.
- b. Dar hipótesis para asegurar la unicidad o multiplicidad de soluciones.
- c. Mirar si las técnicas variacionales nos permiten obtener los resultados deseados.
- d. Determinar si es posible desarrollar técnicas del tipo principio del máximo, desigualdades de Harnack o De Giorgi, Nash-Moser, para realizar un estudio de estimas de las soluciones.

3	Relevancia de la propuesta de investigación y su relación con la(s) líneas de investigación
----------	--

La investigación está centrada en el corazón de la línea de análisis matemático y las ecuaciones diferenciales pues va a conjugar técnicas propias del análisis no lineal y del análisis denominado duro en la solución de ecuaciones diferenciales de mucha actualidad como se pueden ver de las posibles aplicaciones a las membranas elásticas, a la deformación de placas de sujeción o a las placas elásticas.

El estudio es relevante no solo por el aporte a nuevo conocimiento que se pretende realizar sino por las aplicaciones que se podrían recabar. Nótese que este tipo de operadores aparecen en el estudio de los puentes colgantes y con este tipo de modelos fue con los que se pudo explicar la caída del puente de Tacoma.

4	Productos esperados
----------	----------------------------

Tipo de Producto:	Marcar con una "X"
a. Publicaciones científicas (obligatorio);	X
b. Disertación a la comunidad politécnica;	X
c. Trabajo de titulación de acuerdo a lo que establece el Reglamento de Régimen Académico y la Normativa Interna de la EPN;	X
d. Aplicación tecnológica construida o implementada;	
e. Patente presentada;	
f. Perfil de proyecto de mayor impacto científico, técnico, pedagógico o de innovación.	X

5	Descripción, metodología y diseño del proyecto
----------	---



5.1 Descripción, metodología y diseño del proyecto (Máximo dos carillas)

Problemas semilineales donde aparecen operadores bi-armónicos han sido estudiados desde 1990 cuando aparece el celebrado artículo de Lazer y Mackenna [1] donde se hace el modelado de la oscilación no lineal de puentes en suspensión. Actualmente han sido estudiadas ecuaciones que modelan la deformación estática de placas elásticas en fluidos, en particular Silva y Rodrigues [2] estudian problemas semilineales de cuarto orden elípticos donde no suponen la hipótesis del tipo Ambrosetti-Rabinowitz [3]. Problemas semilineales elípticos de cuarto orden han sido ampliamente estudiados en los últimos años, mirar [4], [5], [6], [7]. De la bibliografía analizada podemos darnos cuenta que problemas de cuarto orden con no linealidades discontinuas no han sido abordados, sin embargo, en el caso de la ecuación de Kirchhoff se estudian problemas con no linealidades discontinuas [8] y nos proponemos hacer ese estudio en este proyecto, también intentaremos combinar operadores de cuarto orden y del tipo Kirchhoff.

Nosotros empezaremos estudiando el arte del problema y en ese sentido se hará una lectura a profundidad del texto de Gazzola y otros [9], donde el caso lineal es analizado y se muestran también algunos problemas elípticos con derivadas de alto orden.

Para la existencia de las soluciones se utilizarán, posiblemente, ideas similares a las desarrolladas por Ambrosetti, Badiale, [10] o Arcoya, Calahorrano [11]. Para un estudio sistemático de problemas semilineales elípticos y técnicas clásicas estaremos utilizando el texto de Badiale, Serra [12] o Ambrosetti, Malchiodi, [13]. Problemas con operadores bi-armónicos pueden ser vistos también como sistemas de ecuaciones diferenciales de segundo orden, estudios de esa índole han sido estudiados por J. De Figueiredo y E. Mitidieri [14], esta es otra línea que puede ser inspeccionada.

Para el estudio de la regularidad y estimas de las soluciones desigualdades de tipo Harnack pueden ser utilizadas, [15], recordemos aquí el celebrado trabajo de DiBenedetto, Gianazza, Vespri quienes en el caso de problemas parabólicos singulares logran una desigualdad de Harnack [16]. Se estudiarán también teoremas de tipo Liouville. [17]. Finalmente se determinará si las soluciones son positivas o cambian de signo. Se encontrarán hipótesis sobre las no linealidades de tal forma que podamos afirmar cuál es el signo de la solución; se debe tomar en cuenta que en el tipo de operadores ha utilizarse las dificultades son mayores pues ya en el caso lineal resultados similares a los operadores de segundo orden no son ciertos. Los resultados serán presentados en al menos un trabajo científico y en exposiciones tanto en el país como en el extranjero.

[1] A. C. Lazer, P. J. McKenna. (1990). Large-amplitude periodic oscillations in suspension bridges: some new connections with nonlinear analysis. *SIAM Rev.*, 32, 537-578.

[2] E. D. Da Silva, T. Rodrigues Cavalcante. (2017). Multiplicity of solutions to fourth-order superlinear elliptic problems under Navier conditions. *Electronic Journal of Differential Equations*, Vol. 2017 (2017), No. 167, 1-16. Recuperado de: URL: <http://ejde.math.txstate.edu> o <http://ejde.math.unt.edu> (2017).

[3] A. Ambrosetti, P. Rabinowitz. (1973). Dual variational methods in critical point theory and applications. *J. Functional Analysis*, 14, 349-381.

[4] F. J. S. A. Corrêa, J. V. Gonçalves, A. Roncalli. (2010). On a Class of Fourth Order Nonlinear Elliptic Equations Under Navier Boundary Conditions. *Analysis and Applications, Anal. Appl. (Singap.)* 8, no. 2, 185-197.

[5] F. Gazzola, R. Pavani. (2013). Wide Oscillation Finite Time Blow Up for Solutions to Nonlinear Fourth Order Differential Equations. *Arch. Rational Mech. Anal.*, 207, 717-752.

[6] H. C. Grunau, G. Sweers. (2014). In any dimension a "clamped plate" with a uniform weight may change sign. *Nonlinear Anal.*, 97, 119-124.

[7] Y. Pu, X. P. Wu, C. L. Tang. (2013). Fourth-order Navier boundary value problem with combined nonlinearities. *J. Math. Anal. Appl.* 398, 798-813.



- [8] A. Ambrosetti, D. Arcoya. (2016). Remarks on non homogeneous elliptic Kirchhoff equations. *NoDEA Nonlinear Differential Equations Appl.* 23, n° 6, Art. 57, 11 pp.
- [9] F. Gazzola, H. C. Grunau, G. Sweers. (2010). *Polyharmonic boundary value problems. Positivity preserving and nonlinear higher order elliptic equations in bounded domains.* Lecture Notes in Mathematics, 1991. Berlin, Alemania. Springer-Verlag.
- [10] A. Ambrosetti, M. Badiale. (1989). The dual variational principle and elliptic problems with discontinuous nonlinearities. *J. Math. Anal. Appl.* 140, n° 2, 363–373.
- [11] D. Arcoya, M. Calahorrano. (1994). Some discontinuous problems with a quasilinear operator. *J. Math. Anal. Appl.* 187, 1059–1072.
- [12] M. Badiale, E. Serra. (2011). *Semilinear Elliptic Equations for Beginners.* Londres, Inglaterra. Springer-Verlag.
- [13] A. Ambrosetti, A. Malchiodi. (2007). *Nonlinear Analysis and Semilinear Elliptic problems.* New York-USA. Cambridge University Press.
- [14] Djairo G. de Figueiredo. (2013). *Selected Papers.* Suiza. Springer-Verlag.
- [15] G. Caristi, E. Mitidieri. (2006). Harnack Inequality and Applications to Solutions of Biharmonic Equations, *Operator Theory: Advances and Applications, Vol. 168*, 1–26.
- [16] E. DiBenedetto, U. Gianazza, V. Vespi. (2008). Harnack estimates for quasi-linear degenerate parabolic differential equations. *Acta Math.*, 200, 181–209 DOI: 10.1007/s11511-008-0026-3.
- [17] Craig Cowan. (2013). Liouville theorems for stable Lane–Emden systems and biharmonic problems. *Nonlinearity, Volume 26, Number 8.*, 2357–2371.

6 Infraestructura, equipos y fondos adicionales.

6.1 Infraestructura y equipos

- Indicar la infraestructura y equipos disponibles para la ejecución del proyecto, con la ubicación actual de los mismos

Infraestructura	Equipos	
Laboratorio	Nombre del Equipo	Ubicación del Equipo
Oficina	Computador, impresora. Computador portátil.	Quinto piso, edificio administrativo.

6.2 Breve justificación del equipo requerido

- Justificar la infraestructura y equipos solicitados para la ejecución del proyecto e indicar el departamento en el cual se ubicará dicho equipamiento.

6.3 Fondos Adicionales

- Otros fondos de otros organismos (si los hubiere)