

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIAS

**ESTUDIO DE LA COINTEGRACIÓN Y CAUSALIDAD DE
PANEL EN EL ESTUDIO DE LA RELACIÓN ENTRE
AHORRO E INVERSIÓN EN LATINOAMÉRICA Y CARIBE**

**ESTUDIO TEÓRICO DEL COMPORTAMIENTO DEL
CONSUMO EN LATINOAMÉRICA Y CARIBE**

**TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR PRESENTADO COMO
REQUISITO PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO
MATEMÁTICO**

JOEL XAVIER BURBANO SORIA

joel.burbano@epn.edu.ec

DIRECTOR: CARLOS ALBERTO ALMEIDA RODRIGUEZ

carlos.almeidar@epn.edu.ec

DMQ, 23 DE FEBRERO DE 2023

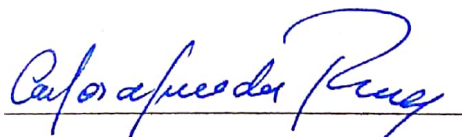
CERTIFICACIONES

Yo, JOEL XAVIER BURBANO SORIA , declaro que el trabajo de integración curricular aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.



Joel Xavier Burbano Soria

Certifico que el presente trabajo de integración curricular fue desarrollado por Joel Xavier Burbano Soria , bajo mi supervisión.



Carlos Alberto Almeida Rodriguez

DIRECTOR

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

A través de la presente declaración, afirmamos que el trabajo de integración curricular aquí descrito, así como el(los) producto(s) resultante(s) del mismo, es(son) público(s) y estará(n) a disposición de la comunidad a través del repositorio institucional de la Escuela Politécnica Nacional; sin embargo, la titularidad de los derechos patrimoniales nos corresponde a los autores que hemos contribuido en el desarrollo del presente trabajo; observando para el efecto las disposiciones establecidas por el órgano competente en propiedad intelectual, la normativa interna y demás normas.

Joel Xavier Burbano Soria

Carlos Alberto Almeida Rodriguez

RESUMEN

El estudio del modelo teórico del consumo es un tema de relevancia tanto a nivel de individuo como nivel de hogares. Es así que, en este trabajo se realiza una nueva versión del modelo de consumo, basado en la hipótesis renta permanente de Friedman y el modelo de ciclo de vida de Modigliani. Además, se llevará a cabo una comprobación empírica del mencionado modelo para catorce países de América Latina y Caribe, esto se lo realizará utilizando test de causalidad para contrastar si la variable que se describe en el nuevo modelo teórico ayuda con la predicción del consumo.

Palabras clave: Renta permanente, Modelo de Ciclo de vida, Ecuación de Euler, Causalidad, Modelos de Consumo.

ABSTRACT

The study of the theoretical model of consumption is an issue of relevance both at the individual level and at the household level. Thus, in this work a new version of the consumption model is carried out, based on Friedman's permanent income hypothesis and Modigliani's life cycle model. In addition, an empirical verification of the aforementioned model will be carried out for fourteen countries in Latin America and the Caribbean, this will be done using a causality test to verify if the variable described in the new theoretical model helps with the prediction of consumption.

Keywords: Permanent Income, Life Cycle Model, Euler's Equation, Causality, Consumption models.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Revisión Bibliográfica	2
1.1.1. Acontecimientos	6
2. Metodología	10
2.1. Ecuación de Euler del consumo	10
2.2. Modelo Teórico “El modelo de ciclo de vida”	11
2.2.1. Preferencias	12
2.2.2. Series temporales	21
2.3. Otro Modelo de Consumo	28
2.4. Paneles	30
2.4.1. El test de Dumitrescu-Hurlin	30
2.5. Revisión de los datos	34
2.5.1. Bolivia	34
2.5.2. Colombia	35
2.5.3. Ecuador	37
2.5.4. Perú	38
3. Resultados, conclusiones y recomendaciones	48
3.1. Resultados	48

3.2. Conclusiones	49
3.3. Recomendaciones	49
A. Apendice A	51
A.1. Demostración proposición 1	51
B. Gráficos de Irregularidades	52
Bibliografía	57

Índice de figuras

2.1. Selección del método para tratar la serie de tiempo	24
2.2. Serie para Bolivia original y corregida por software TRAMO/SEATS	34
2.3. Serie de irregularidades para Bolivia	35
2.4. Serie para Colombia original y corregida por software TRAMO/SEATS	36
2.5. Serie de irregularidades para Colombia	36
2.6. Serie para Ecuador original y corregida por software TRAMO/SEATS	37
2.7. Serie de irregularidades para Ecuador	37
2.8. Serie para Perú original y corregida por software TRAMO/SEATS	38
2.9. Serie de irregularidades para Perú	38
2.10. Gráfica de Series Consumo y Renta para los 14 países de Latinoamérica y Caribe	40
B.1. Gráfica de Irregularidades de la Serie Consumo para los 14 países de Latinoamérica y Caribe	53
B.2. Gráfica de Irregularidades de la Serie Renta para los 14 países de Latinoamérica y Caribe	55

Notación

VAR : Modelo Autoregresivo Vectorial

TLC: Teorema Limite Central

C_t : Consumo al instante t

Y_t : Renta al instante t

s_t : Ahorro al instante t

r : Tasa de interés

A_t : Activos al instante t

z_t : Vector de variables observables al instante t

v_t : Vector de factores no observables al instante t

β_t : Factor de descuento al instante t

W_t : Patrimonio neto al instante t

ω_t : Ponderaciones de la cartera al instante t

R_t : Rendimientos al instante t

R^* : Rendimiento del patrimonio neto

Capítulo 1

Introducción

El modelo de consumo y renta surge de manera casi natural cuando un individuo se plantea un escenario del tipo ¿Qué pasaría si se destinara una parte de su renta a un fondo de ahorro?. Es así que se empieza con un planteamiento muy básico en el que el individuo esperaría que su ahorro lo ayude a afrontar crisis futuras. Sin embargo, esto es un poco ingenuo puesto que el individuo no tiene certeza de cuanto tiempo va a vivir, así como tampoco de si su ahorro lo ayudara en un momento de gran crisis. Es así que de manera natural se procede a generalizar la idea a un grupo de individuos, lo cual desencadena en lo siguiente ¿Todos los individuos se comportan de una manera similar?. A partir de esto se ramifica dos situaciones, la primera, considerar que todos los individuos tienen un comportamiento similar y por tanto realizar modelos con datos de medias; la segunda, es considerar que los individuos tienen comportamientos diferentes y por tanto buscar cual es el modelo que mejor describe esta realidad.

1.1. Revisión Bibliográfica

Al inicio de los años 50, el modelo que predominó el comportamiento de consumo y que fue utilizado por los macroeconomistas se inspiró en la “ley fundamental de la psicología” mencionada por Keynes (1936) en la Teoría general. A ese momento, las limitaciones empíricas y teóricas del mencionado modelo se hicieron cada vez más notorias. Desde un punto de vista teórico, es difícil construir modelos coherentes basados en la optimización intertemporal del comportamiento que sean consistentes con la descripción de Keynes (1936) en la “Ley fundamental de la psicología”. Desde el punto de vista empírico, parecía que el punto de vista de Keynes era incompatible con una serie de hechos, tanto a macro y micro nivel. A nivel agregado, por ejemplo, según Attanasio and Weber (2010) se observó que la propensión marginal a consumir de la renta disponible fue menor en el corto plazo que a la larga. Por otro lado, en secciones cruzadas, las tasas de ahorro parecieron cambiar sistemáticamente con el nivel de rentas. Además, se observó que grupos de individuos con niveles más bajos de rentas en media, tenían tasas de ahorro más altas que otros grupos con niveles más altos de renta en media esto se da en cualquier nivel de renta. Finalmente, se observó que las tasas de ahorro están sistemáticamente relacionadas a los cambios en los rentas, siendo mayor para las personas que experimentan aumentos de rentas y menor para las personas que experimentan rentas que disminuyen (ver Katona, 1949). Todas estas observaciones contradecían claramente las implicaciones del modelo keynesiano y condujeron a la formulación de los modelos de ciclo de vida y de renta permanente (Modigliani and Brumberg (1980), Friedman (1957)). Estos modelos combinaban consistencia teórica en el sentido de que las opciones intertemporales de consumo y ahorro se enmarcaban dentro de un problema de optimización coherente con la capacidad de ajustar la mayoría de los hechos mencionados en el párrafo anterior. A nivel macro, es más probable que las fluctuaciones a corto plazo de la renta disponible estén dominadas por la varianza de las perturbaciones temporales que se promediarían a largo plazo (ver Attanasio and Weber, 2010).

El desarrollo de las ideas en las contribuciones iniciales de ([Modigliani and Brumberg \(1980\)](#),[Friedman \(1957\)](#)) también llevó a la realización de otras implicaciones. En una versión simple del modelo del ciclo de vida, si las rentas tienen forma de joroba y disminuyen al momento de la jubilación, los consumidores ahorrarán cuando sean jóvenes para respaldar el consumo en la última parte de la vida y desahorrarán cuando sean mayores. [Modigliani and Brumberg \(1980\)](#) luego demostraron que este hecho puede explicar la correlación entre el crecimiento agregado y el ahorro agregado: el crecimiento implica que, en un año dado, las cohortes más jóvenes, que están ahorrando, son “más ricas” en términos de vida que las de mayor edad, que están desahorrando. Cuanto mayor sea la tasa de crecimiento, mayor será la diferencia de recursos entre los ahorradores y los desahorradores y, por lo tanto, mayor será la tasa agregada de ahorro.

Después de su desarrollo inicial, el otro paso importante en el desarrollo del modelo de ciclo de vida/renta permanente, que actualmente se usa como el modelo estándar de la macroeconomía moderna, fue un tratamiento riguroso de la incertidumbre. A fines de la década de 1970, las contribuciones de [Hall \(1978\)](#) (y [MaCurdy, 1981](#), en el contexto de la oferta laboral) explotó la idea de usar las condiciones de primer orden del problema de optimización intertemporal que enfrenta el consumidor para derivar implicaciones comprobables del modelo. Este enfoque, conocido como el enfoque de la ecuación de Euler¹, hace posible el análisis empírico de un problema que es analíticamente intratable evitando la necesidad de derivar soluciones de forma cerrada. Esto se logra centrándose en la esencia económica del modelo: los consumidores, en el momento óptimo, actuarán para mantener constante la utilidad marginal de la riqueza a lo largo del tiempo. La utilidad marginal de la riqueza es, al mismo tiempo, una estadística suficiente para las elecciones de los consumidores y, dadas sus propiedades dinámicas, puede “diferenciarse” de manera análoga al tratamiento de los efectos fijos en la econometría [Attanasio and Weber \(2010\)](#).

¹Una ecuación de Euler del consumo, a grandes rasgos, es una condición matemática que describe el comportamiento de una senda óptima de consumo bajo los supuestos de elección intertemporal, expectativas racionales y agente representativo, entre otros, [Parker \(2007\)](#)

El enfoque de la ecuación de Euler se convirtió en el enfoque estándar, ya que permitió probar la validez del modelo y estimar algunos de los parámetros estructurales de la función de utilidad. Una hipótesis que recibió mucha atención, desde [Hall \(1978\)](#), es que los valores rezagados de la renta, o los cambios predecibles en la renta, no predicen el consumo futuro una vez que se tiene en cuenta el consumo actual. Tal vez como consecuencia de este enfoque en las pruebas, cuando se trata de análisis y debates de políticas, el modelo y, en particular, la evidencia empírica que se ha acumulado sobre él, rara vez se han utilizado. Una de las razones de este divorcio entre la literatura sobre el modelo de ciclo de vida y lo que debería haber sido su uso práctico en el diseño y evaluación de políticas públicas se deriva del hecho de que la ecuación de Euler no entrega una función de consumo. Si bien puede usarse para probar el modelo y estimar algunos de sus parámetros, no puede usarse para determinar los efectos de cambios de política específicos sobre el consumo o el ahorro.

Al mismo tiempo, mucha de la evidencia que llegó a ser percibida como la visión, aceptada apuntaba a rechazos del modelo de ciclo de vida que tomaban la forma de “sensibilidad excesiva” del consumo a la renta.

El modelo de ciclo de vida puede definirse libremente como un marco en el que los individuos maximizan la utilidad a lo largo del tiempo dado un conjunto de oportunidades comerciales intertemporales. Incluso en este nivel de generalidad, el modelo es de alguna utilidad. Establece un marco conceptual que trata la asignación intertemporal de recursos de manera similar a la asignación de recursos entre diferentes productos. Las decisiones dependerán entonces de la cantidad total de recursos (en el contexto intertemporal: renta actual y futuro, así como riqueza actual), de las preferencias sobre los diferentes productos (en el contexto intertemporal: consumo presente y futuro, y posiblemente legados), y sobre precios relativos (tasas de interés y oportunidades comerciales intertemporales). (ver [Attanasio and Weber, 2010](#))

Sin embargo, [Attanasio and Weber \(2010\)](#) menciona que, sin ser más específicos, no es posible decir mucho más de lo que se afirma en el pá-

rrafo anterior. O, dicho de otra manera, este nivel de generalidad abarca muchos tipos diferentes de comportamiento y casi no tiene implicaciones comprobables. En lo que sigue, por lo tanto, construimos un modelo específico y analizamos sus componentes. Este ejercicio nos obliga a hacer una serie de suposiciones sólidas y opciones de modelado que analizamos a continuación. Elegimos trabajar con una versión del modelo que sea lo suficientemente flexible como para ser llevado de manera seria a los datos y que nos permita derivar implicaciones específicas sobre una serie de preguntas relevantes para las políticas.

Comenzamos nuestro enfoque discutiendo una serie de hallazgos empíricos en la sección 1.1.1. Nos referimos tanto a las series de tiempo como a los hallazgos transversales y nos enfocamos especialmente en los resultados que podrían apuntar a rechazos empíricos del modelo. Organizamos nuestra discusión de la evidencia empírica en dos partes. Primero discutimos la evidencia que se refiere al comportamiento de consumo individual. Luego pasamos a observar la evidencia derivada de los movimientos en la distribución del consumo, lo que permite a los investigadores observar el funcionamiento de los mercados y la atenuación de varios tipos de shocks.

Después de revisar esta evidencia empírica, discutimos cómo una versión relativamente estándar pero suficientemente rica del modelo del ciclo de vida puede ser consistente con él en la Sección 1.1.

Además de las preferencias y los procesos de renta, el otro componente importante del modelo del ciclo de vida es la restricción presupuestaria intertemporal. Una hipótesis específica sobre la naturaleza de la restricción presupuestaria intertemporal asume implícitamente una cierta estructura de mercado y los instrumentos que los consumidores tienen para mover recursos a lo largo del tiempo (y entre estados del mundo). Sección 1.1, por lo tanto, se dedica a la discusión de estructuras de mercado alternativas, a partir del punto de referencia de los mercados completos para pasar a varios modelos de mercados incompletos.

1.1.1. Acontecimientos

En esta sección, se presenta algunos acontecimientos conocidos sobre el comportamiento del consumo tanto a nivel agregado como nivel micro. El objetivo es presentar evidencia empírica que sea o pueda ser relevante para juzgar la validez del modelo de ciclo de vida. Es más, muchos de los hechos que se muestran a continuación se presentaron como pruebas explícitas del modelo de ciclo de vida/renta permanente y, en ocasiones, se interpretaron como rechazos del modelo.

Comportamiento individual medio

Como se mencionó en la introducción, el modelo de ciclo de vida/renta permanente se desarrolló para explicar algunos hechos sobre el consumo. Algunos de estos hechos se notaron en las estadísticas agregadas: el gasto de consumo (no duradero) es menos volátil que la renta y la propensión marginal a consumir parece ser menor en el corto plazo que en el largo plazo. Estos “macro acontecimientos” siguen siendo válidos y algunos también se pueden encontrar en micro datos (como la variabilidad relativa del consumo y las rentas no duraderas; consulte [Attanasio, 2000](#)), y [Attanasio and Borella \(2006\)](#). Otros hechos explícitamente mencionados por las contribuciones iniciales que originaron el modelo de ciclo de vida/renta permanente surgieron de estudios transversales y en particular de las observaciones de cómo las tasas de ahorro varían en el corte transversal con la renta. Al igual que con los acontecimientos “macro”, estas regularidades empíricas aún se mantienen en los datos recientes. Si uno mira los datos de la Encuesta de Gastos del Consumidor (CEX) de los Estados Unidos, encuentra que la tasa de ahorro de los afrodescendientes es más alta que la de los blancos en cualquier nivel de rentas, como señaló [Friedman \(1957\)](#). Se puede obtener evidencia similar en EE. UU. y el Reino Unido si se observan las tasas de ahorro por nivel de renta actual de otros grupos que difieren por el nivel de renta “permanente”, como los hogares encabezados por personas con diferentes niveles de educación. Análogamente, si se consideran por separado los individuos cuyas rentas

han aumentado y los individuos cuyas rentas han disminuido, la tasa de ahorro de estos últimos es menor que la de los primeros, como señalaron hace cincuenta años [Modigliani and Brumberg \(2013\)](#), citando el trabajo de Margaret G. Reid. Una vez mencionado esto pasamos a describir algunos acontecimientos relevantes del comportamiento individual medio

PATRONES DE CICLO DE VIDA DE BAJA FRECUENCIA [Carroll and Summers \(1991\)](#) muestran que los perfiles de rentas y consumos del de ciclo de vida se siguen mutuamente lo cual contradice una de las principales predicciones del modelo de ciclo de vida.

FRECUENCIA DEL CICLO ECONÓMICO [Campbell and Mankiw \(1989\)](#) encontraron que la regresión de los cambios del $\log(\text{Consumo})$ agregado para USA sobre las tasas de *interés* y $\Delta \log(\text{renta}_d)$, atrajo un coeficiente de 0,4 estadísticamente diferente de cero aun cuando se instrumentaliza las variables. Atribuyen el resultado a la presencia de un gran número de consumidores que siguen una “regla general” y establecen su consumo igual o proporcional a su renta.

[Hall and Mishkin \(1982\)](#), usando micro data de USA sobre el consumo de alimentos del PSID encuentra una correlación significativa entre los cambios en el consumo de alimentos y los cambios retardados en las rentas. Interpretan esta evidencia como indicativa de que alrededor del 20% de los hogares establecen el consumo sobre la base de renta actual, es decir no siguen el modelo de ciclo de vida.

[Zeldes \(1989\)](#) utilizando los mismos datos que [Hall and Mishkin \(1982\)](#), pero categorizando por el nivel de activos (bajo y alto) encuentra que el consumo del primer grupo está mas ligado a la renta que el del segundo grupo e interpreta esta evidencia como la posibilidad de que algunos consumidores se ven afectados por restricciones de liquidez y/o endeudamiento que no les permite fijar el consumo actual en el nivel deseado. Si se especifica un modelo de series de tiempo de consumo y renta y además se identifica las innovaciones permanentes a está ultima variable, el modelo predice que estas innovaciones deberían traducirse uno a uno en consumo. Esto implica restricciones paramétricas de ecuaciones cruzadas sobre la representación *VAR* que se puede estimar.

[Campbell and Deaton \(1989\)](#), [West \(1988\)](#), [Gali \(1991\)](#), [Hansen, Roberds, and Sargent \(1991\)](#), señalaron las restricciones mencionadas y utilizando datos agregados de series temporales concluyen que el consumo puede

ser demasiado suave en el sentido de que no reacciona lo suficiente para innovaciones en el componente permanente de la renta.

Attanasio and Pavoni (2008), usando micro datos encuentran Exceso de suavidad (Una excepción es Deaton (1992))

CAMBIOS PREVISTOS EN LAS RENTAS Souleles (1999), Parker (1999), Stephens Jr. (2008), Hsieh (2003), Browning and Collado (2001), han analizado los efectos de las devoluciones de impuestos u otros cambios vinculados a cuestiones administrativas. Por un lado, Souleles (1999), Parker (1999), Stephens Jr. (2008), Hsieh (2003) encuentran que el consumo reacciona a los cambios en el nivel de recursos disponibles para los consumidores que son totalmente predecibles. Por otro lado, Browning and Collado (2001), Hsieh (2003), encuentran que los consumidores no responden a tales cambios predecibles en los recursos.

Evolución de la sección cruzada de la evolución del consumo

En lo anterior, se ha enumerado una serie de “acontecimientos” que se han discutido en la literatura sobre las implicaciones empíricas del modelo de ciclo de vida. Toda la evidencia allí se refería a las propiedades de los niveles de consumo y los cambios en el consumo en promedio (ya sea al observar datos agregados o, en el caso de datos individuales, a regresiones destinadas a identificar el comportamiento del consumidor promedio). Sin embargo, la evolución de la distribución transversal del consumo y de la renta también puede ser muy informativa sobre el modelo relevante que describe los datos.

Deaton and Paxson (1994), notan que en un modelo de ciclo de vida, si la renta tiene raíz unitaria (i.e es $I(1)$ ²) la sección cruzada del consumo aumenta con el tiempo³, Concluyen que a medida que se acumulen las innovaciones, la distribución transversal del consumo se amplía con la edad.

Battistin, Blundell, and Lewbel (2009) utilizan un argumento similar para

²Las series integradas son un caso particular de series no estacionarias. Se dice que una serie temporal x_t es integrada de orden d , $I(d)$, cuando es necesario diferenciarla d veces para convertirla en estacionaria Engle and Granger (1987)

³Entonces se puede considerar como la varianza cruzada del consumo para una cohorte de individuos.

explicar una notable regularidad empírica: la distribución de la sección cruzada del consumo parece aproximarse muy bien a una *log Normal*. Bajo una versión estándar del modelo de ciclo de vida, a cualquier edad el “ $\log \text{consumo}_t = \log \text{consumo}_{t-1} + u_t$ ”⁴ y por lo tanto, por sustitución recursiva, se obtiene que el $\log(\text{consumo})$ está dado por la suma de innovaciones desde el comienzo de la vida hasta la era actual⁵.

Blundell and Preston (1998), bajo un supuesto de mercado específico, muestran que la evolución relativa del consumo y la desigualdad de la renta pueden utilizarse para identificar variaciones permanentes y transitorias del ingreso y por lo tanto la diferencia entre el aumento de la varianza de la sección cruzada de la renta y la del consumo identificará los cambios en la varianza de la sección cruzada de la renta transitoria.

Deaton and Paxson (1994), Jappelli and Pistaferri (2006), hallan evidencia de que dada una distribución inicial del consumo (sin importar cómo se determine) en presencia de un riesgo compartido perfecto esa distribución debe permanecer constante. Por un lado, Deaton and Paxson (1994), notaron eso en una nota al pie y presentaron evidencia sobre la evolución de sección cruzada del consumo como un rechazo del modelo de mercado completo. Por otro lado, Jappelli and Pistaferri (2006), explotan esa idea al observar explícitamente los movimientos en la clasificación relativa en la distribución del consumo en una encuesta italiana⁶ Attanasio and Davis (1996) al observar la evolución del consumo relativo en diferentes grupos educativos y relacionado con cambios en los cambios salariales relativos e interpretan la evidencia de fuerte correlación en bajas frecuencias entre estas dos variables como evidencia en contra de la hipótesis del mercado completo. No pueden rechazar la hipótesis de que a frecuencias relativamente altas (como un año) no existe una relación entre el consumo y los cambios salariales relativos⁷.

⁴ u_t innovaciones en la renta permanente

⁵Por el TCL, $\sum u_t \stackrel{d}{\sim} Normal$ con u_t independientes, bajo supuestos de regularidad incluso si $u_t \not\sim Normal$

⁶Al igual que con otros documentos, rechazan enérgicamente la suposición de una perfecta distribución del riesgo.

⁷Según Attanasio and Weber (2010) esto parece indicar que, de alguna manera, en altas frecuencias los choques salariales son absorbidos y no se reflejan en el consumo.

Capítulo 2

Metodología

2.1. Ecuación de Euler del consumo

Las ecuaciones de Euler fueron introducidas en el estudio del consumo, de forma operativa y explicativa, a partir del artículo de [Hall \(1978\)](#). Son resultado de un intento de Hall por obtener una especificación del comportamiento del consumo agregado a partir de la hipótesis de Ingreso Permanente (ver [Friedman, 1957](#)) y Ciclo de vida (ver [Modigliani and Brumberg, 1980](#)), Dominante en el estudio del consumo para la época, introduciendo el supuesto de expectativas racionales. Dichas ecuaciones son, en esencia, una condición de optimalidad que conecta el valor presente del consumo o utilidad marginal con su valor esperado en un periodo posterior [Parker \(2007\)](#). El que sea una condición de optimalidad, significa que las ecuaciones de Euler para el consumo existen en todo problema de maximización intertemporal de la utilidad para agentes con expectativas racionales, sujetos a una restricción presupuestal intertemporal [Parker \(2007\)](#).

La ecuación de Euler: [Parker \(2007\)](#) Dice que, considerando un agente de vida infinita que elige una variable de control C en cada período t para maximizar un objetivo intertemporal: $\sum_{t=1}^{\infty} \beta u(C_t)$, donde $u(C_t)$ representa el flujo de pago en t , $u' > 0$, $u'' < 0$, y β es el factor de descuento, $0 < \beta < 1$. El agente se enfrenta a una restricción presupuestaria de valor

presente: $\sum_{t=1} R^{1-t} C_t \leq W_1$, donde R es la tasa de interés bruta ($R = 1 + r$, donde r es la tasa de interés) y W_1 es dado (mas adelante veremos que es el patrimonio). Por la teoría de optimización, si una trayectoria de tiempo del control es óptima, un aumento marginal en el control en cualquier t , dC_t , debe tener beneficios en $t+1$ de la misma cantidad de valor presente, $-RdC_t$, así: $\beta^{t-1}u'(C_t)dC_t - \beta^t u'(C_{t+1})RdC_t = 0$. Reorganizando obtenemos las ecuaciones de Euler: $u'(C_t) = \beta R u'(C_{t+1})$, para $t = 1, 2, 3, \dots$.

2.2. Modelo Teórico “El modelo de ciclo de vida”

En la primera parte del capítulo previo, se menciono una serie de “Acontecimientos”, relacionados tanto con el consumo individual así como con el consumo agregado. Tras una breve mención de los hechos que motivaron el desarrollo del modelo de ciclo de vida, se discute varios hechos que podrían ser interpretados como críticas al modelo, puesto que contradicen algunas implicaciones de la teoría. Se presenta a modo de resumen algunos de estos hechos en la tabla 2.1:

En esta sección, se presentara el modelo de ciclo de vida en su forma moderna y se discutirá hasta que punto proporciona una explicación de los hechos enumerados en la tabla 2.1.

-
- 1) El perfil de edad del consumo tiene forma de joroba, aparentemente siguiendo el perfil de edad de ingresos de cada grupo educativo; además, grupos de individuos que tienen “empinados” los perfiles de edad de ingreso parecen tener perfiles de edad de consumo pronunciados.
 - 2) Cae el consumo al jubilarse.
 - 3) La tasa de crecimiento del consumo parece “demasiado” sensible a cambios predecibles en ingreso.
 - 4) El consumo parece reaccionar a cambios en los recursos disponibles que son totalmente predecibles y transitorios, como la devolución de impuestos.
-

Tabla 2.1: Resumen de algunos hechos del modelo de ciclo de vida

2.2.1. Preferencias

La versión del modelo que se considera es aquella en la que una unidad de consumo maximiza la utilidad esperada en un intervalo finito sujeto a un conjunto de restricciones.

$$\text{máx } E_t \left[\sum_{j=0}^{T-t} \beta_{t+j} U(C_{t+j}, z_{t+j}, v_{t+j}) \right] \quad (2.1)$$

donde, C representa el “consumo”, z es un vector de variables observables que afecta a la utilidad, v es un vector para factores no observables que afectan a la utilidad, y β es un factor de descuento.

sujeto a las siguientes restricciones

$$W_{t+j+1} = W_{t+j} (1 + R_{t+j}^*) + y_{t+j} - C_{t+j}, \quad (2.2)$$

$$W_{t+j} = \sum_{i=1}^N A_{t+j}^i, \quad (2.3)$$

$$R_{t+j}^* = \sum_{i=0}^N \omega_{t+j}^i R_{t+j}^i, \quad (2.4)$$

y

$$W_T \geq 0 \quad (2.5)$$

donde, W es el patrimonio neto y su rendimiento, ω son las ponderaciones de la cartera, R son los rendimientos, A son los activos y y es el ingreso.

Como se vera la demografía juega un papel clave para explicar la forma en que el consumo varía con la edad, especialmente en los años previos a la jubilación. Se deja el factor de descuento β variar en el tiempo para tener en cuenta el riesgo de mortalidad (Esto ayuda a explicar por qué el consumo cae en la vejez, la probabilidad de supervivencia cae con la edad y esto hace que el consumidor se impaciente de manera progresiva). Para este caso de estudio se asumirá que el hogar se comporta como una unidad.

La restricción (2.2) es una restricción presupuestaria genérica donde el valor neto aparece junto con su retorno, ingreso y consumo¹. Las restricciones (2.3) y (2.4) definen el patrimonio neto, W , y su rendimiento $-\omega_{t+j}^i$: son las acciones (o ponderaciones) de la cartera. El rendimiento del patrimonio neto está dado por el promedio ponderado de los rendimientos individuales, R_{t+j}^i . Se supone que estos rendimientos no dependen de la posición neta que tome el consumidor sobre cada uno de estos activos, A_{t+j}^i . (ver [Attanasio and Weber, 2010](#))

La restricción (2.5) da el límite para el patrimonio neto total en el periodo T . El consumidor tiene que morir sin deuda, es decir tiene que pagar su deuda con probabilidad uno².

En esta formulación se supone varias restricciones importantes. En primer lugar, se supone que el consumidor maximiza la utilidad esperada.

¹Por ejemplo, es posible que el ingreso esté dado por la tasa de salario multiplicada por el número de horas trabajadas, donde el número de horas es uno de los componentes de z

²Esta simple restricción impone limitaciones cuantitativamente importantes a la capacidad de suavizar el consumo

Esta es una suposición fuerte que se usa a menudo en la literatura. A veces, el marco de Von Neumann-Morgenstern se reemplaza con diferentes estructuras axiomáticas, como la axiomatización de Kreps-Porteus parametrizada por (Epstein and Zin, 1989, 1991). En segundo lugar, se asume que las preferencias son aditivamente separables a lo largo del tiempo. Se excluye la consideración de varios tipos de no separabilidad, que van desde bienes duraderos hasta formación de hábito. En tercer lugar, se asume que implícitamente es posible anotar la utilidad como una función de una sola mercancía. Esta práctica presupone un teorema de agregación del tipo estudiado por Gorman (1959).

El problema formulado anteriormente es capaz de abarcar diferentes versiones del modelo que se han considerado en la literatura. En particular, tratamos como casos especiales el modelo estándar de ingresos permanentes/ciclo de vida con preferencias cuadráticas, el llamado ahorro de existencias reguladoras, así como versiones flexibles del modelo (con un papel importante para la demografía y la oferta laboral) que se han ajustado a los datos.

Comencemos con un caso en el que la función de consumo se puede derivar analíticamente. Sea la utilidad cuadrática en C (y aditivamente separable en sus otros argumentos z), y suponga que al menos un activo financiero se negocia libremente y produce un rendimiento real fijo, igual al parámetro de referencia temporal constante $\frac{1-\beta}{\beta}$. La condición de primer orden con respecto al consumo, o ecuación de Euler, implica que el consumo es paseo aleatorio.

$$E(C_{t+1}|I_t) = C_t \tag{2.6}$$

donde I_t , denota la información disponible al instante t Hall (1978). En efecto notemos que

al ser la función de utilidad cuadrática en C y aditivamente separable en sus otros argumentos Hall (1978) no dice que se cumple exactamente $C_{t+1} = \beta_0 + \gamma C_t - \varepsilon_{t+1}$ de donde tomando la Esperanza al tiempo t y dado que se produce un rendimiento real fijo, tenemos la (2.6).

en t , el consumidor escoge C_t tal que maximiza

$$\beta_0 U(C_t, z_t, v_t) + E_t \sum_{\tau=t+1}^{T-t} \beta_{\tau+j} U(C_\tau, z_\tau, v_\tau) \quad (2.7)$$

sujeto a

$$W_{\tau+j} = W_{\tau-1+j} (1 + R_{\tau-1+j}^*) + y_{\tau-1+j} - C_{\tau-1+j} \quad (2.8)$$

la estrategia secuencial óptima tiene la forma

$$C_t = g_t(w_\tau, w_{\tau-1}, \dots, w_0, A_0) \quad (2.9)$$

considerando una variación desde esta estrategia

Si los consumidores tienen expectativas racionales, entonces:

$$C_{t+1} = C_t + \varepsilon_{t+1} \quad E(\varepsilon_{t+1}|W_t) = 0 \quad (2.10)$$

para todas las variables W conocidas al instante t . La ecuación (2.10) se puede utilizar para derivar una función de consumo, en el caso de que no exista ningún tipo otro activo disponible para el consumidor (como en [Bewley, 1977](#)) y la única variable estocástica es la renta del trabajo. Sustituyendo en (2.10) en las restricciones presupuestarias, [Flavin \(1981\)](#) muestra que el consumo se iguala a la renta permanente, definido como la tasa de interés multiplicada por el valor presente de los ingresos actuales y futuros esperados:

$$C_t = \frac{r}{1+r} A_t + \frac{r}{1+r} \sum_{k=0}^{\infty} E(y_{t+k}|I_t) \quad (2.11)$$

La ecuación (2.11) se deriva para el caso especial de vida infinita, pero se puede derivar una extensión a la vida finita.

En este modelo, la primera diferencia en el consumo, o el término de error en (2.10), es igual al valor presente de las revisiones de ingresos, debido a la acumulación de nueva información entre los períodos t y $(t+1)$:

$$\Delta C_{t+1} = \frac{r}{1+r} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^k} [E(y_{t+k+1}|I_{t+1}) - E(y_{t+k+1}|I_t)] \quad (2.12)$$

La ecuación (2.10) destaca las propiedades suavizantes del consumo de la solución, enfatizadas en el artículo semilla de [Modigliani and Brumberg \(2013\)](#). La ecuación (2.11) deja en claro la otra implicación principal del modelo, que fue destacada por primera vez en [Friedman \(1957\)](#): El consumo depende del valor presente descontado del ingreso futuro esperado. La tasa de interés es el medio por el cual se puede convertir los valores de los recursos futuros en valores presentes y, por tanto, constituyen un determinante importante del consumo. La ecuación (2.11) impone restricciones de ecuaciones cruzadas sobre el proceso conjunto de series de tiempo para el ingreso y el consumo, como lo señala [Sargent \(1978\)](#). La ecuación (2.12) implica que al evaluar los efectos de una política determinada, por ejemplo, una reforma tributaria que afecta el ingreso disponible, se debe distinguir entre cambios permanentes y temporales ([Blinder and Deaton \(1985\)](#), [Poterba \(1988\)](#)). Otra implicación de (2.12) es que el ahorro predice cambios futuros en el ingreso, el llamado motivo de “ahorro para un día lluvioso” [Campbell \(1987\)](#)(54’)

La utilidad cuadrática implica una equivalencia de certeza: cuando las expectativas son reemplazadas por realizaciones, la función de consumo (2.11) es la misma que bajo certeza. Esto es de gran ayuda para fines analíticos, pero claramente restrictivo, así, por ejemplo en su tratamiento de las decisiones financieras: las preferencias cuadráticas implican una creciente aversión absoluta al riesgo en el consumo (o la riqueza), algo que es poco atractivo en términos teóricos y fuertemente contrafactual (normalmente se mantienen carteras más riesgosas, por los hogares más ricos). Las preferencias cuadráticas también implican que la disposición a sustituir a lo largo del tiempo es una función decreciente del consumo: los consumidores pobres deberían reaccionar mucho más a los cambios en las tasas de interés que los consumidores ricos, después de tener en cuenta el efecto riqueza/renta.

La alternativa que es adoptada en gran parte de los estudios realizados, ha sido asumir la utilidad de la energía y permitir la existencia de una serie de activos financieros riesgosos. La utilidad de energía, también conocida como utilidad isoelástica o CRRA, se define como $U(c) = \frac{c^{1-\gamma}-1}{1-\gamma}$,

que converge a $\ln(C)$ cuando $\gamma = 1$.

Sin embargo, una vez que uno toma un camino diferente al de la utilidad cuadrática y/o permite tasas de interés estocásticas, se pierde la capacidad de obtener una solución de forma cerrada para el consumo. Muchos de los estudios que han hecho esta elección, por tanto, se han centrado en las ecuaciones de Euler derivadas del problema de maximización al que se enfrenta el consumidor. Las condiciones básicas de primer orden utilizadas en estos estudios son:

$$U_{ct} = \lambda_t \quad (2.13)$$

$$\lambda_t = E [\lambda_{t+1} \beta (1 + r_{t+1}^k) | I_t] \quad (2.14)$$

donde la ecuación (2.14) es válida siempre que los consumidores puedan negociar libremente el k -ésimo activo.

La ecuación (2.13) dice que, en cada instante, la utilidad marginal del consumo es igual al multiplicador de Lagrange asociado con la restricción presupuestaria relevante para ese período, que a veces se denomina utilidad marginal de la riqueza. La segunda condición, la ecuación (2.14), que se deriva de la optimización intertemporal, dicta la evolución de la utilidad marginal de la riqueza. Una ecuación de este tipo debe cumplirse para cada activo k para el cual el consumidor no está en una esquina. Esto se debe a que el consumidor está explotando ese margen intertemporal particular.

Lo atractivo de las ecuaciones de Euler es que se puede ser increíblemente sobre el entorno estocástico que enfrenta el consumidor, el horizonte temporal, la posible presencia de un motivo de legado, la presencia de imperfecciones en los mercados financieros (siempre que haya al menos un activo que el consumidor puede comerciar libremente), y la presencia de fricciones en otras variables que afectan la utilidad z . Toda la información relevante se resume en el nivel de la utilidad marginal de la riqueza. El enfoque es conceptualmente similar al uso de un efecto fijo (no obser-

vable) en econometría. Al tomar las primeras diferencias, se eliminan la utilidad marginal no observable de la riqueza y solo quedan las innovaciones de la ecuación (2.14). Este enfoque ha jugado un papel importante en el análisis empírico del modelo de ciclo de vida.

Estimación de parámetros de preferencia

La ecuación de Euler particularmente es útil desde un punto de vista empírico porque se puede presentar como un conjunto de condiciones de ortogonalidad que deberían cumplirse en diversas situaciones y permite estimar los parámetros de preferencia y probar la validez del modelo sin ser explícito sobre todos los detalles del entorno estocástico al que se enfrenta el consumidor y sin tener que resolver explícitamente el problema de optimización dinámica del consumo u otras variables determinadas conjuntamente con el consumo. Como destaca [Chamberlain \(1984\)](#), la estimación de la ecuación de Euler requiere observaciones que cubran un largo periodo de tiempo, dado que las condiciones de ortogonalidad se mantienen en la expectativa y (salvo en el caso especial de mercados completos) las expectativas de la muestra convergen con las expectativas de la población a lo largo del tiempo (ver también [Hayashi, 1987](#))

Una versión de la ecuación de Euler se prevalece aun si el consumidor elige la oferta de mano de obra, el consumo duradero y muchas otras variables que están sujetas a diferentes tipos de costos de ajuste y fricciones. Se cumple bajo una amplia variedad de supuestos sobre el conjunto de información utilizado por el consumidor y , por la ley de expectativas iteradas, se cumple siempre que el conjunto de información utilizado por el econometrista no sea mayor que el disponible para el consumidor. Para usarlo, no es de vital importancia especificar supuestos sobre los sistemas de pensiones, los procesos salariales futuros, los motivos de los legados, etc. Además, se evidencia la esencia principal del modelo del ciclo de vida: el hecho de que el consumo se elija de modo que mantenga la utilidad marginal (descontada, esperada) constante a lo largo del tiempo.

La ecuación de Euler se puede utilizar con dos propósitos: probar la validez de algunos supuestos del modelo, en particular la capacidad de los consumidores para ahorrar en respuesta a los cambios en los precios intertemporales, Y estimar los parámetros de preferencia. El primer artículo para estimar la ecuación de Euler para el consumo fue [Hall \(1978\)](#) que se dedicó por completo a probar el modelo, pero gran parte de los investigadores desde entonces ha hecho ambas cosas.

Hall tomó el caso de la utilidad cuadrática y una tasa de interés fija tal que $(1 + r)\beta = 1$. En estas condiciones, se obtiene la ecuación (2.6) y no se identifican los parámetros de preferencia. Otra característica relevante de la versión de Hall de la ecuación de Euler para el consumo es que agrega perfectamente, porque involucra transformaciones lineales de los datos y, por lo tanto, puede implementarse empíricamente en datos micro y agregados por igual. La ecuación de Euler (2.6) implica que ninguna variable conocida por el consumidor en el tiempo t debería ayudar a predecir el cambio en el consumo entre t y $(t + 1)$, una implicación importante y fácil de probar del modelo de optimización intertemporal que ha sido rechazado algunas veces en datos agregados y micro por igual ([Jappelli and Pagano, 1989](#)), ([Hall and Mishkin, 1982](#))

Las características especiales del modelo de Hall pueden explicar estos rechazos; por esta razón, en las investigaciones se han estimado y probado las ecuaciones de Euler para las preferencias más generales. Como se mencionó anteriormente, una especificación de preferencia popular es la función de utilidad de energía, dada por $U(c) = \frac{c^{1-\gamma}-1}{1-\gamma}$, que se ha utilizado en la literatura de consumo desde los trabajos de [Hansen and Singleton \(1982\)](#), ([1983](#)). Su principal ventaja es la conveniencia analítica, puesto que, produce condiciones de primer orden que son logaritmicamente lineales en el consumo. Sin embargo, tal especificación también impone fuertes restricciones a las preferencias. La elasticidad de sustitución intertemporal del consumo es, en este contexto, constante e igual a $\frac{1}{\gamma}$. Esto implica que el grado de sustituibilidad intertemporal del consumo, incluso a niveles muy bajos de consumo. Además, el mismo parámetro rige tanto la elasticidad de sustitución intertemporal como el grado de aver-

sión al riesgo. Esta es la consecuencia de la suposición de separabilidad intertemporal y separabilidad entre estados del mundo.

Sustituyendo la ecuación (2.13) en (2.14) y usando las propiedades de la función de Euler para el consumo correspondiente a cada activo (k):

$$E_t \left[\left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\gamma} \beta (1 + r_{t+1}^k) \right] = 1 \quad (2.15)$$

Donde γ es un parámetro de curvatura (igual al parámetro de aversión al riesgo relativo y al recíproco de la elasticidad de sustitución intertemporal) y β , el factor de descuento subjetivo, mide la paciencia. La ecuación (2.15) es una condición de ortogonalidad que establece que una transformación particular de los datos es ortogonal al conjunto de información utilizado por el agente. Tal condición sugiere naturalmente el uso de algún método Método de momentos generalizado (GMM) para estimar los parámetros desconocidos y, en la medida en que se considere un vector de variables cuya dimensión sea mayor que la del parámetro a estimar, probar la validez del modelo. En esencia, Hall (1978) fue la primera prueba, en un contexto específico, de esta condición de ortogonalidad.

Una ecuación como (2.15) se puede linealizar logaritmicamente para obtener (ver Hansen and Singleton, 1983):

$$\Delta \ln C_{t+1} = \alpha_{t+1} + \frac{1}{\gamma} \ln (1 + r_{t+1}^k) + \varepsilon_{t+1}^k \quad (2.16)$$

donde α_{t+1} es un término variable en el tiempo que depende de los parámetros de preferencia γ y β así como del segundo momento condicional del argumento del operador de utilidad esperada en la ecuación (2.15).

Parece preferible estimar la ecuación (2.15) porque no es necesario hacer ninguna suposición sobre el término de la varianza condicional, pero producirá estimaciones inconsistentes siempre que haya un error de medición no correlacionado en serie, siempre que se puedan encontrar instrumentos que sean ortogonales tanto al término de error como a la intersección variable en el tiempo. Attanasio and Low (2004) discuten las condiciones bajo las cuales la ecuación (2.16), estimada bajo el

supuesto de una constante 1, produce estimaciones consistentes para el parámetro de curvatura γ . Hay que tener en cuenta que el otro parámetro de preferencia, el factor de descuento, no se identifica en este marco, ya que queda enterrado en la constante.

De particular importancia para el análisis de políticas es $\frac{1}{\gamma}$, o elasticidad de sustitución entre el consumo de hoy y el de mañana reacciona a los cambios en la tasa de interés, manteniendo constante la utilidad de por vida. El aumento de la tasa de interés representa una disminución en el precio del consumo futuro en relación con el consumo actual, y esto induce un “efecto de sustitución” de una disminución en el consumo actual y un aumento proporcional en el ahorro actual. Esto sería contrarrestado por un “efecto ingreso”, ya que con una tasa de interés más alta se logra un nivel de consumo futuro determinado con menos ahorro. Como señala [Summers \(1981\)](#), los efectos riqueza, relativos a la cantidad que se descuentan los ingresos futuros esperados, refuerzan los efectos sustitución y también conducen a una disminución del consumo o un aumento del ahorro cuando la tasa de interés sube. Estos efectos de riqueza tienden a ser más fuertes cuando el período de tiempo que le importa al individuo es más largo. En última instancia, cual de estas fuerzas domina depende de los parámetros de preferencia y, por lo tanto es una cuestión empírica que depende del tamaño de la elasticidad de sustitución intertemporal.

2.2.2. Series temporales

Definición 1 (Serie Temporal). *Una serie temporal es una secuencia de observaciones ordenadas de una variable definida en un intervalo de tiempo.*³

Propiedades de las series de tiempo

Definición 2 (Carácter Autoregresivo.). *Es la relación que tienen las series temporales con sus valores anteriores. El carácter autoregresivo (AR)*

³Las series más comunes tienen frecuencias anuales, trimestrales, mensuales, semanales, y diarias.

del modelo de series temporales indica que el valor presente de cualquier variables está determinado por su valor pasado y algunos factores de ajuste.

Dichos factores de ajuste se estiman a partir de la relación del valor actual t con el o los valores pasados ($t - n$). En este contexto si el valor actual se basa únicamente en el valor anterior ($t - 1$) el proceso se denomina $AR(1)$, y si se basa en dos valores anteriores ($t - 1$) y ($t - 2$) el proceso se denomina $AR(2)$, y así sucesivamente. Por ejemplo un modelo de regresión lineal univariante se puede estimar como sigue:

$$Y_t = \mu + \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.17)$$

donde, Y_t es la variable dependiente, μ es un parámetro constante. ε_t es un error aleatorio, Y_{t-1} es el primer retardo de Y , ρ es el coeficiente de Y_{t-1} .

Además de los procesos AR, también existen los modelos de medias móviles (MA) los cuales estiman el valor actual de una variable en función de los términos de error de tiempos actuales y anteriores.

Definición 3 (Series estacionarias y no estacionarias.). *Una serie temporal Y_t se dice estacionaria si su valor tiende a volver a su valor promedio a largo plazo y las propiedades de la serie no se ven afectadas solo por el cambio en el tiempo. es decir si se verifican las siguientes condiciones*

- $E(Y_t) = E(Y_{t-s}) = \mu$, para algún $s > 0$
- $Var(Y_t) = Var(Y_{t-s}) = \sigma^2$ y
- $Cov(Y_t, Y_{t-s}) = \gamma_s$

Por otro lado una series se dice no estacionaria si no tiende a volver a su valor medio a largo plazo, por lo que su media, varianza, covarianza también cambian con el tiempo.

Si la serie temporal no es estacionaria, se dice que tiene raíz unitaria. Por lo que, la estacionariedad de un serie se examina realizando un test de raíz unitaria.

Definición 4 (Tendencia). *Es un movimiento sostenido hacia arriba o hacia abajo en los datos de series temporales a largo plazo*⁴.

Definición 5 (Ciclo). *El ciclo es una fluctuación de corto plazo que ocurre en un intervalo determinado, como mensual, trimestral o anual*⁵.

Definición 6 (Estacionalidad). *Es un tipo de patrón en datos de alta frecuencia, como trimestrales, mensuales, semanales o diarios.*

Test de raíz unitaria

♠ Test Dickey Fuller Aumentado (ADF)

EL test ADF es el método más común para probar la existencia de una raíz unitaria. Supongamos que tenemos una serie Y_t para probar la existencia de raíz unitaria con el test ADF se realiza lo siguiente:

$$\Delta Y_t = \mu + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \beta_i \Delta Y_{t-i} + e_t \quad (2.18)$$

donde, $\delta = \alpha - 1$, α es el coeficiente de Y_{t-1} , ΔY_t es la primera diferencia de Y_t es decir $Y_t - Y_{t-1}$.

La hipótesis nula de ADF es $H_0 : \delta = 0$ vs la alternativa $H_1 : \delta < 0$. Si no se rechaza la hipótesis nula, entonces existe evidencia estadística para decir que la serie es no estacionaria.

Existen otros métodos como el de Phillips-Perron (PP) y el de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (KPSS)

Métodos para el análisis de series temporales

La figura 2.1 es un esquema en el cual se aprecia de manera fácil como abordar los modelos de series de datos es así que una vez obtenidos los resultados del test de Raíz Unitaria,

- si todas las variables son estacionarios ($I(0)$) entonces los modelos consistentes son Mínimos Cuadrados Ordinarios y/o Vectores Auto Regresivos.

⁴Las tendencias son siempre no estacionarias.

⁵los ciclos pueden ser estacionarios o no estacionarios

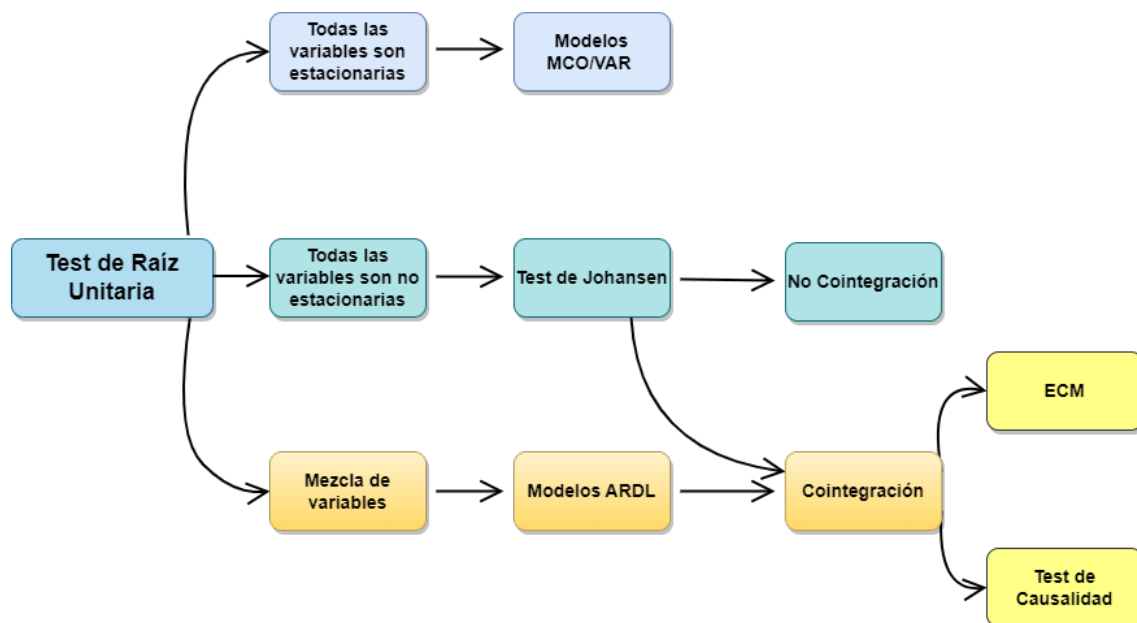


Figura 2.1: Selección del método para tratar la serie de tiempo

- Si todas las variables son no estacionarias entonces se pueden realizar test de cointegración en este caso en particular el test de Johansen, de donde existe la cointegración entonces se pueden realizar test de causalidad y/o Modelos de Corrección de Error.
- Para el caso en el que existan tanto variables estacionarias como no estacionarias, se recurre a los Modelos Autoregresivos de Distribución de Retardos a los cuales se les puede aplicar test de cointegración para posteriormente analizar la causalidad y los Modelos de Corrección de Error.

♠ Método de mínimos cuadrados (MCO)

Si el test de raíz unitaria muestra que todas las variables analizadas son estacionarias, entonces el método MCO puede ser usado para determinar la relación entre las variables dadas.

♡ Modelos Vectorial Autoregresivo (VAR)

EL modelo VAR permite la retroalimentación o causalidad inversa entre los regresores dependientes e independientes utilizando sus propios valores pasados⁶. Determinar el número correcto de retardos en el modelo

⁶En el modelo VAR general, no se requieren variables exógenas ya que asume que todos los regresores son endógenos

VAR es muy importante. El número óptimo de retardos puede ser seleccionado usando alguno de los criterios disponibles. Entre los mas populares tenemos Akaike Information Criterion (AIC), Bayesian Information Criterion (BIC) y Hannan Quinn criterion (HQ)

♣ Test de cointegración

Dado que el uso de MCO u otros métodos similares para series de tiempo no estacionarias puede producir resultados falsos. Es decir, los resultados de la prueba de regresión pueden mostrar que existe una relación significativa entre dos variables dadas, que de hecho no están correlacionadas. Este tipo de regresión es denominada “regresión espuria”, que se produce principalmente debido a la no estacionariedad de la serie temporal utilizada en el modelo de regresión. Por otro lado, dos o más variables pueden formar una relación de equilibrio a largo plazo aunque se desvíen del equilibrio a corto plazo. En vista de estos problemas, [Engle and Granger \(1987\)](#) desarrollaron el método de prueba de cointegración para analizar las relaciones entre variables no estacionarias.

Si dos o más variables están vinculadas para formar una relación de equilibrio que abarca el largo plazo, se dice que estas variables están cointegradas. Es más, una variable arrastra a la otra a lo largo del periodo y, por lo tanto, ambas comparten el mismo movimiento.

Test de cointegración de Johansen

Al abordar las debilidades del método de Engle-Granger, [Johansen \(1988\)](#) y [Johansen and Juselius \(1990\)](#) han desarrollado modelos mejorados de pruebas de cointegración. La versión de [Johansen \(1988\)](#) es la más utilizada y ha incorporada en varios software econométricos. Este método de prueba se basa en la relación entre el rango de la matriz y sus raíces características. Tenemos un modelo generalizado con n vectores variables:

$$x_t = A_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.19)$$

tal que

$$\Delta x_t = A_1 x_{t-1} - x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.20)$$

$= (A_1 - I)x_{t-1} + \varepsilon_t$ puede ser escrito como

$$= \Pi x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.21)$$

donde, x_t y ε_t son vectores $(n \times 1)$, A_1 es una matriz cuadrada de dimensión n , I es la matriz identidad, $\Pi = (A_1 - I)$ Se procede a hacer la prueba del rango de la matriz $A_1 - I$. Si el rango de $A_1 - I$ es tal que el rango de $\Pi = 0$, entonces se dice que las series tienen raíz unitaria. Si el rango de $\Pi = k$ entonces se dice que las series son estacionarias. Y si el rango de $\Pi < k$, también conocido como rango reducido, entonces existe cointegración.

Modelos de corrección de error

Si las variables son $I(1)$ y existe una relación cointegrante, entonces se puede derivar el ECM. Considere la siguiente relación bivariada.

$$Y_t = \mu + \beta_1 X_t + \varepsilon_t \quad (2.22)$$

Con base en el teorema de representación de [Engle and Granger \(1987\)](#), establecemos un vinculo entre la cointegración y el ECM transformando la ec. [2.22](#)

La ecuación de cointegración entre Y_t y X_t es como sigue:

$$\varepsilon_t = Y_t - \mu - \beta_1 X_t \quad (2.23)$$

EL EMC para Y_t y X_t son como sigue:

$$\Delta Y_t = \mu_Y + \alpha_Y \varepsilon_{t-1} + \sum_{h=1}^l a_{1h} \Delta Y_{t-h} + \sum_{h=1}^l b_{1h} \Delta X_{t-h} + u_{Yt} \quad (2.24)$$

$$\Delta X_t = \mu_X + \alpha_X \varepsilon_{t-1} + \sum_{h=1}^l a_{2h} \Delta Y_{t-h} + \sum_{h=1}^l b_{2h} \Delta X_{t-h} + u_{Xt} \quad (2.25)$$

donde, u_{Yt} y u_{Xt} son ruidos blancos estacionarios para algún numero

de retardos l . El modelo se puede extender al caso multivariado de manera similar.

Los coeficientes en la ecuación de cointegración dan la relación a largo plazo estimada entre las variables y los coeficientes en el ECM describen cómo las desviaciones de esa relación a largo plazo afectan los cambios en ellas en el próximo periodo. Los parámetros α_Y y α_X de las ecuaciones (2.24) y (2.25) miden la velocidad de ajuste de X_t y Y_t , respectivamente hacia el equilibrio a largo plazo.

Modelos ARDL

Puesto que el test de cointegración de Johansen no se puede aplicar directamente si las variables de interés son de diferente orden de integración o todas ellas no son no estacionarias, ya que este método requiere que todas las variables sean $I(1)$. Un modelo autoregresivo de distribución de retardos (ARDL) es un modelo basado en MCO que es aplicable tanto para series de tiempo no estacionarias como para series de tiempo con orden mixto de integración. Este modelo toma un número suficiente de retardos para capturar el proceso de generación de datos en un marco de modelado general a específico.

EL EMC puede ser derivada de ARDL a través de una transformación lineal simple. De igual manera, el ECM integra la dinámica de corto plazo sin perder información de largo plazo y evita problemas como relaciones espurias resultantes de datos de serie de tiempo no estacionarios.

Consideremos a modo de ilustración de ARDL el siguiente modelo:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \delta \gamma z_t + \varepsilon_t \quad (2.26)$$

La versión ECM del modelo ARDL esta dada por:

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta x_{t-i} + \sum_{i=1}^p \varepsilon_i \Delta z_{t-i} + \lambda_1 y_{t-1} + \lambda_2 x_{t-1} + \lambda_3 z_{t-1} - 1 + u_t \quad (2.27)$$

La primera parte de la ecuación (2.27) con β , δ y ε representa la dinámica a corto plazo del modelo. La segunda parte con λ 's representa una relación a largo plazo. La hipótesis nula en la ecuación es $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0$,

lo que significa que no existe una relación de largo plazo.

Test de Causalidad

Si dos variables Y y X están cointegradas, entonces puede existir las siguientes relaciones: a) X afecta a Y , b) Y afecta a X , c) X y Y se afectan mutuamente. Si dos variables no están cointegradas, entonces una no afecta a la otra y son independientes. Para determinar el patrón de tal relación Granger (1969) ha desarrollado un método de prueba de causalidad. Si los valores actuales y los retardos de X mejoran la predicción del valor futuro de Y , entonces se dice que X “Granger causa” Y . El modelo simple de causalidad de Granger es el siguiente:

$$\Delta Y_t = \sum_{i=1}^n \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \sum_{j=1}^n \beta_j \Delta X_{t-j} + u_{1t} \quad (2.28)$$

$$\Delta X_t = \sum_{i=1}^n \lambda_i \Delta X_{t-i} + \sum_{j=1}^n \delta_j \Delta X_{t-j} + u_{2t} \quad (2.29)$$

Ecuación (2.28) muestra que el valor actual de ΔY está relacionado con los valores pasados de sí mismo y los valores pasados de ΔX . De manera similar para la ecuación (2.29).

La hipótesis nula en (2.28) es $\beta_j = 0$ es decir “ ΔX no Granger causa ΔY ”. Similarmente para (2.29). EL rechazo o no de la hipótesis nula se basa en los estadísticos F .

2.3. Otro Modelo de Consumo

Una vez que tenemos estas definiciones podemos entonces incluir que si se sigue a Campbell (1987) y se define el ahorro como

$$s_t = \frac{rA_t}{1+r} + y_t - C_t \quad (2.30)$$

Ahora si $P(L)y_t = a + \zeta_t$, donde $P(L)$ es un polinomio en el operador de retardos y ζ_t es un ruido blanco. En este caso la ecuación (2.11) implica

Flavin (1981) que:

$$P\left(\frac{1}{1+r}\right)\Delta C_{t+1} = \frac{r}{1+r}\zeta_{t+1} \quad (2.31)$$

luego podemos reescribir (2.31) como:

$$s_t = -\sum_{k=1}^{\infty}(1+r)^{-k}E(\Delta y_{t+k}|I_t) \quad (2.32)$$

La ecuación (2.32) muestra que los individuos deberían "ahorrar para tiempos difíciles" (los ingresos futuros caen), y se mantiene (por la ley de las proyecciones iteradas) incluso si consideramos las expectativas condicionadas a un subconjunto de la información utilizada por los agentes económicos, como el pasado. ingreso y ahorro.

Proposición 1 (Demostración en Apéndice A). Si C_t es un paseo aleatorio y además los consumidores tienen expectativas racionales y por otro lado $Y_t \sim AR(1)$ y además $Y_t \sim I(1)$ entonces:

$$C_{t+1} = \frac{1}{1-\eta}C_t + \frac{\eta}{1-\eta}y_{t+1} + \frac{\eta^2}{1-\eta}A_{t+1} \quad (2.33)$$

en el caso de no tener información disponible sobre η , donde η es la razón entre la tasa de interés pasada y la tasa de interés actual, y no disponer información del activo A_{t+1} , el modelo puede escribirse como

$$C_{t+1} = aC_t + bY_{t+1} + u_{t+1} \quad (2.34)$$

donde u_{t+1} denotaría la innovación al tiempo $t + 1$

2.4. Paneles

Los datos de panel están compuestos por varios individuos y varios periodos de tiempo que están disponibles. Un caso que destaca particularmente es la creciente disponibilidad de datos entre países a lo largo del tiempo. Es así que, el enfoque de la econometría de datos de panel está cambiando de micro paneles, con N grande y T pequeña, a macro paneles ,con N grande y T grande. En este contexto, también surgen cuestiones clásicas de la econometría de series temporales, como lo son la (no) estacionariedad y la (no) causalidad.

2.4.1. El test de Dumitrescu-Hurlin

En un artículo influyente, [Granger \(1969\)](#) desarrollo una metodología para analizar la relación causal entre series temporales. Suponga que x_t y y_t son dos series estacionarias. El modelo

$$y_t = \alpha + \sum_{k=1}^K \gamma_k y_{t-k} + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{t-k} + \varepsilon_t \quad \text{con } t = 1, \dots, T \quad (2.35)$$

se puede usar para probar si x causa a y . En esencia, si los valores pasados de x son predictores significativos del valor actual de y incluso cuando los valores pasados de y se han incluido en el modelo, entonces x ejerce una influencia causal sobre y . Usando (2.35), se podría investigar fácilmente esta causalidad con base en una prueba F con la siguiente hipótesis nula:

$$H_0 : \beta_1 = \dots = \beta_K = 0$$

Si se rechaza H_0 , se podría concluir que existe causalidad de x hacia y . Las variables x y y pueden ser intercambiadas para aplicar el test de causalidad en la otra dirección, y es posible observar causalidad bidireccional (también llamada feedback).

Dumitrescu and Hurlin (2012) proporciona una extensión pensada para detectar causalidad en datos de panel. La regresión subyacente es:

$$y_{i,t} = \alpha_i + \sum_{k=1}^K \gamma_{ik} y_{i,t-k} + \sum_{k=1}^K \beta_{ik} x_{i,t-k} + \varepsilon_{i,t} \quad \text{con } i = 1, \dots, N \text{ y } t = 1, \dots, T \quad (2.36)$$

donde $x_{i,t}$ y $y_{i,t}$ son las observaciones de dos variables estacionarias para el individuo i en el tiempo t . Es evidente que se permite que los coeficientes difieran entre los individuos⁷, pero se supone que son invariantes en el tiempo. Se supone que el orden de retardo K es idéntico para todos los individuos y el panel debe estar balanceado.

Al igual que Granger (1969), el procedimiento para determinar la existencia de causalidad consiste en probar los efectos significativos de los valores pasados de x sobre el valor presente de y . Por tanto, se define la hipótesis nula como:

$$H_0 : \beta_{i1} = \dots = \beta_{iK} = 0 \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (2.37)$$

lo que corresponde a la ausencia de causalidad para todos los individuos del panel.

El test DH asume que puede existir causalidad para algunos individuos pero no necesariamente para todos. Es así que, la hipótesis alternativa es:

$$\begin{aligned} H_1 : \beta_{i1} = \dots = \beta_{iK} = 0 & \quad \forall i = 1, \dots, N_1 \\ \beta_{i1} \neq 0 \text{ o } \dots \text{ o } \beta_{iK} \neq 0 & \quad \forall i = N_1 + 1, \dots, N \end{aligned}$$

donde $N_1 \in [0, N - 1]$ es desconocido. Si $N_1 = 0$, existe causalidad para todos los individuos en el panel⁸.

En este contexto, Dumitrescu and Hurlin (2012) proponen el siguien-

⁷Tenga en cuenta los subíndices i adjuntos a los coeficientes

⁸ N_1 debe ser estrictamente menor que N , de lo contrario, no hay causalidad para todos los individuos y H_1 se reduce a H_0

te procedimiento: ejecutar las N regresiones individuales implícitas en (2.36), realizar las pruebas F de las K hipótesis lineales $\beta_{i1} = \dots = \beta_{iK} = 0$ para recuperar el estadístico de Wald individual W_i y finalmente calcule el estadístico de Wald promedio \bar{W} :

$$\bar{W} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W_i$$

Hay que tener en cuenta que este test está diseñado para detectar causalidad a nivel de panel, y que rechazar H_0 no excluye la no causalidad para algunos individuos. Usando simulaciones de Monte Carlo, Dumitrescu and Hurlin (2012) muestran que W se comporta asintóticamente bien y realmente puede usarse para investigar la causalidad de panel.

Bajo el supuesto de que los estadísticos de Wald W_i son independientes e idénticamente distribuidos, se puede mostrar que el estadístico estandarizado \bar{Z} cuando $T \rightarrow \infty$ primero y luego $N \rightarrow \infty$ (a veces interpretado como "T debe ser grande en relación con N") sigue una distribución normal.

$$\bar{Z} = \sqrt{\frac{N}{2K}} \times (\bar{W} - K) \xrightarrow[T, N \rightarrow \infty]{d} N(0, 1) \quad (2.38)$$

También, para un T fijo con $T > 5 + 3K$, el estadístico estandarizado aproximado \tilde{Z} sigue una distribución normal estándar:

$$\tilde{Z} = \sqrt{\frac{N}{2K} \times \frac{T - 3K - 5}{T - 2K - 3}} \times \left(\frac{T - 3K - 3}{T - 3K - 1} \times \bar{W} - K \right) \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{d} N(0, 1) \quad (2.39)$$

El procedimiento del test de la hipótesis nula en (2.37) finalmente se basa en \bar{Z} y \tilde{Z} . Si estos son mayores que los valores críticos estándar, entonces se debe rechazar H_0 y concluir que existe causalidad de Granger. Para paneles donde N y T son grandes, se puede considerar \bar{Z} . Para paneles donde N es grande pero T es relativamente pequeño, se debe favorecer \tilde{Z} . Usando simulaciones de Monte Carlo, Dumitrescu and Hurlin (2012) han demostrado que el test exhibe buenas propiedades de muestra finita, incluido cuando tanto T como N son pequeños.

La selección del orden de retardo (K) es un problema empírico para

el que [Dumitrescu and Hurlin \(2012\)](#) no brindan orientación. Una de las maneras de abordar el mencionado problema es seleccionar el número de retardos en función de un criterio de información (AIC, BIC, HQ). En este proceso, todas las estimaciones deben realizarse sobre una muestra común para ser anidada y por tanto, comparable. En la practica, esto implica que los primeros periodos de tiempo $K_{\text{máx}}$ deben omitirse durante todo el proceso de selección de retardos.

Otro tema empírico a considerar en los datos de panel es la dependencia de sección cruzada. Para ello, se propone un procedimiento de arranque por bloques en la sección 6.2 de [Dumitrescu and Hurlin \(2012\)](#) para calcular valores críticos bootstrapped para \bar{Z} y \tilde{Z} en lugar de valores críticos asintóticos. EL procedimiento es como sigue:

1. Ajustar (2.36) y obtener \bar{Z} y \tilde{Z} como se define en (2.38) y (2.39).
2. Ajustar el modelo bajo $H_0 : y_{i,t} = \alpha_i^0 + \sum_{k=1}^K \gamma_{ik}^0 y_{i,t-k} + \varepsilon_{i,t}$ y recoger los residuos en la matriz $\hat{\varepsilon}_{(T-K) \times N}$.
3. Construya una matriz $\varepsilon_{(T-K) \times N}^*$ mediante remuestreo (bloques superpuestos de) filas (es decir periodos de tiempo) de la matriz $\hat{\varepsilon}$. Block bootstrap es útil cuando hay autocorrelación.
4. Generar un sorteo aleatorio $(y_1^*, \dots, y_K^*)'$ con $y_t^* = (y_{1,t}^*, y_{2,t}^*, \dots, y_{N,t}^*)$ seleccionando aleatoriamente un bloque de K periodos de tiempo consecutivos con reemplazo (ver [Stine, 1987](#), y [Berkowitz and Kilian 2000](#)).
5. Construir la serie remuestreada $y_{i,t}^* = \hat{\alpha}_i^0 + \sum_{k=1}^K \hat{\beta}_{ik}^0 y_{i,t-k}^* + \varepsilon_{i,t}^*$ condicionado al sorteo aleatorio para los primeros K periodos.
6. Ajustar el modelo $y_{i,t}^* = \alpha_i^b + \sum_{k=1}^K \gamma_{ik}^b y_{i,t-k}^* + \sum_{k=1}^K \beta_{ik}^b x_{i,t-k}^* + \varepsilon_{i,t}$ y calcule \bar{Z}^b y \tilde{Z}^b .
7. Repetir B veces los pasos 3 a 6.
8. Calcular el p -valor y los valores críticos para \bar{Z} y \tilde{Z} basado en la distribución de \bar{Z}^b y \tilde{Z}^b , $b = 1, \dots, B$

2.5. Revisión de los datos

En esta sección se empezara con el análisis de las series de datos obtenidos del Banco Mundial las cuales son Households and NPISHs Final consumption expenditure per capita (constant 2015 US\$) [NE.CON.PRVT.PC.KD] de los cuales se seleccionaran 14 países los cuales no tienen perdida de información. Estos países son: Bolivia, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, Ecuador, Guatemala, Honduras, México, Nicaragua, Panamá, Paraguay, Perú, y República Dominicana.

En esta sección Hablaremos un poco de la comunidad andina que es de la cual se tiene conocimiento relevante en cuanto a su historia. La comunidad andina (CAN) esta integrada por los siguientes países: Bolivia, Colombia, Ecuador y Perú

2.5.1. Bolivia

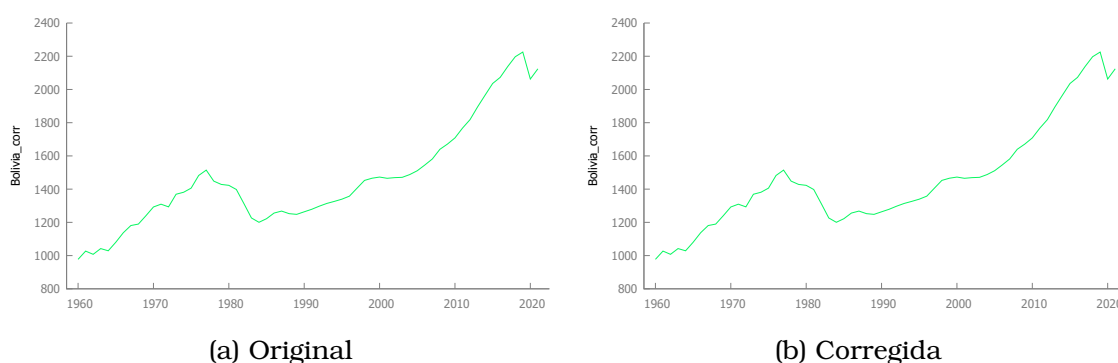


Figura 2.2: Serie para Bolivia original y corregida por software TRAMO/SEATS⁹

En la figura 2.3 se observa que la serie presenta irregularidades que se describen a continuación:

- 1962
- 1964 El gobierno se vio interrumpido por medio de un golpe militar, a partir de lo cual Bolivia habría de vivir dictaduras.

⁹TRAMO significa "Time series Regression with ARIMA noise, Missing values and Outliers" y SEATS "Signal Extraction in ARIMA Time Series". Estos programas (que normalmente se usan juntos) han sido desarrollados por Víctor Gómez y Agustín Maravall del Banco de España.

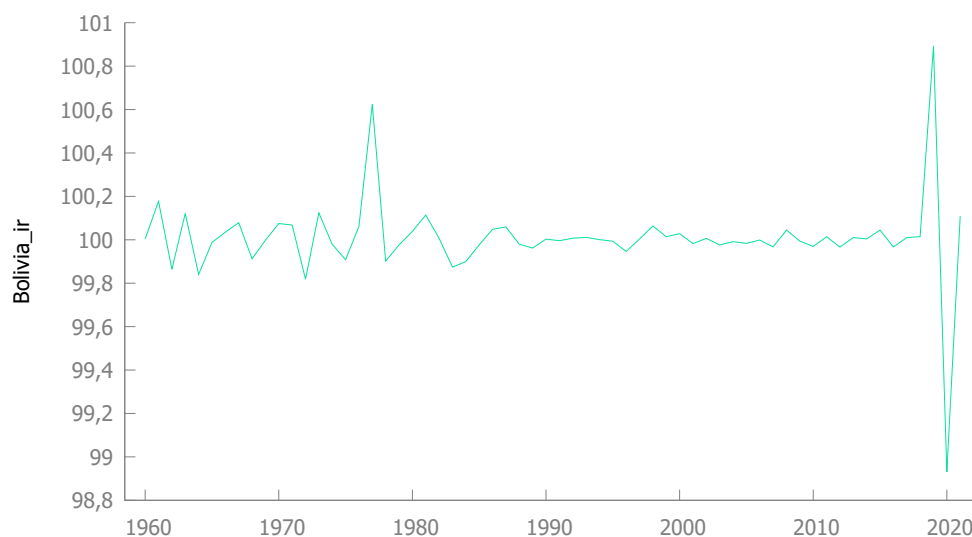


Figura 2.3: Serie de irregularidades para Bolivia

- 1972 Presencia de una dictadura en el gobierno y contrato de venta de gas a Argentina.
- 1977 Extraordinario nivel de precios de las materias primas (el estaño llegó a cotizarse en ocho dólares la libra fina) y una gran apertura de créditos internacionales.

En la figura 2.2b se puede observar que la serie posee cierta tendencia que en principio debe ser estocástica puesto que la población y el desarrollo sigue en crecimiento.

2.5.2. Colombia

En la figura 2.5 se observa que la serie presenta irregularidades que se describen a continuación

- 1964 Aparecen las FARC ,quienes aprobaron en su constitución un programa agrario que pretende la entrega gratuita de las tierras a los campesinos
- 1965 Empiezan los ataques de las guerrillas mismo que se extienden hasta estos días.
- 1992 Drásticos recortes de energía en este país, mismos que acarrearon perdidas millonarias.

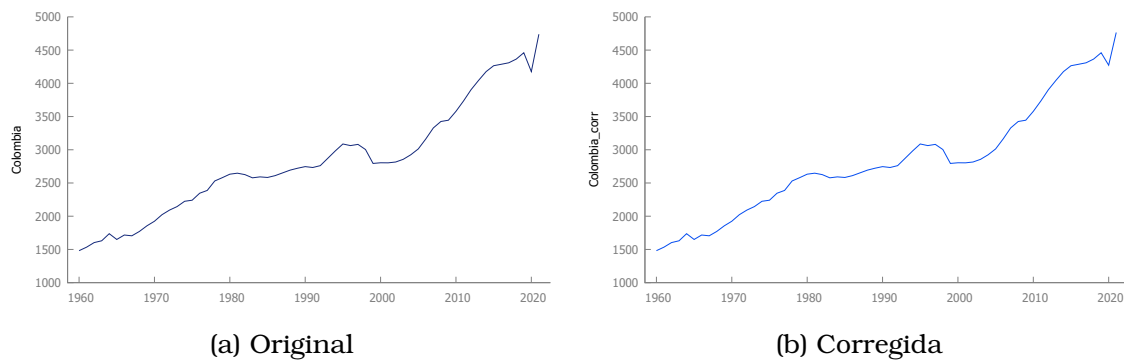


Figura 2.4: Serie para Colombia original y corregida por software TRAMO/SEATS

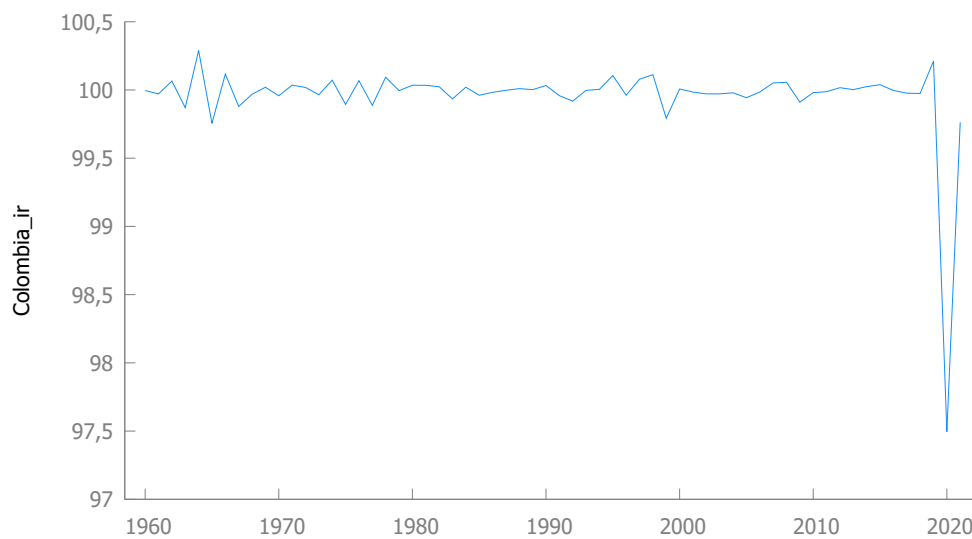


Figura 2.5: Serie de irregularidades para Colombia

- 1998 Se crea la “Zona de distensión” e inicia el proceso de paz con las guerrillas.
- 1999 Debido a la gran cantidad de demandas que se interpusieron frente a la voracidad de los bancos y contra el refinado mecanismo del UPAC, el cual estafó a quienes se arriesgaron a endeudarse para tener casa, la Corte Constitucional resolvió acabarlo con la sentencia C-700
- 2019
- 2020 COVID

2.5.3. Ecuador

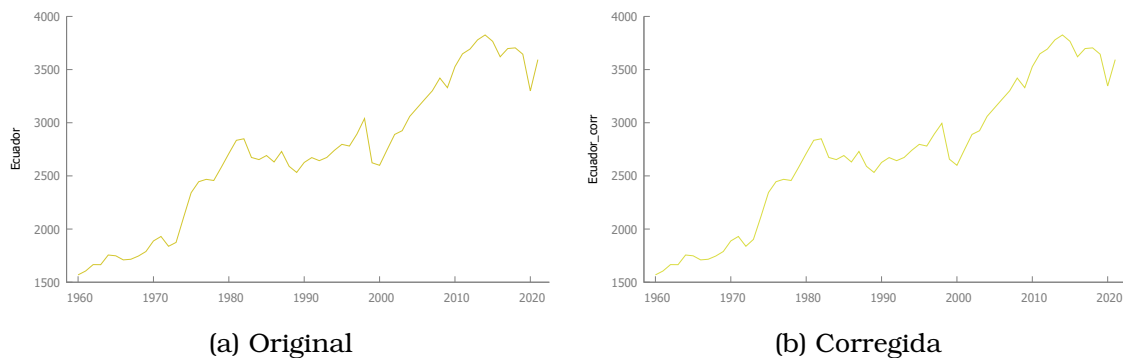


Figura 2.6: Serie para Ecuador original y corregida por software TRAMO/SEATS

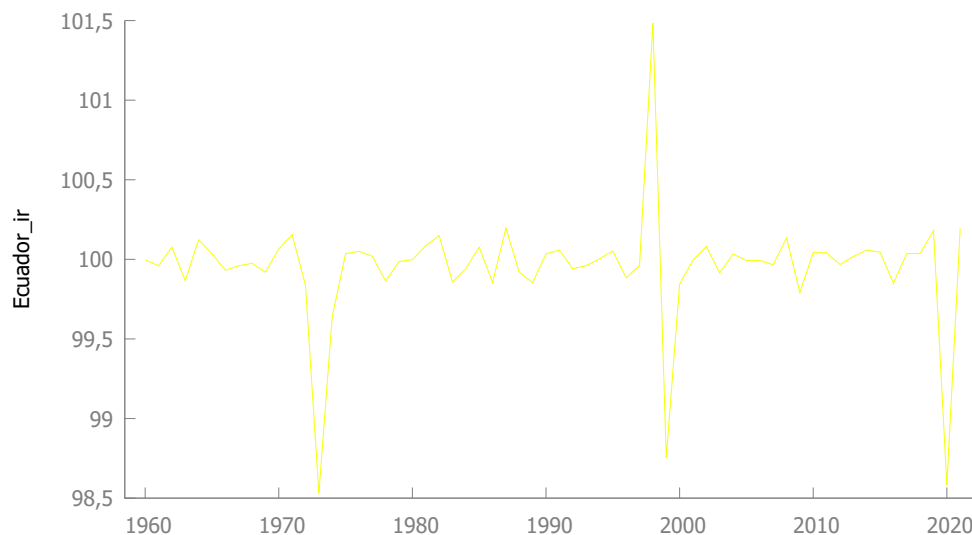


Figura 2.7: Serie de irregularidades para Ecuador

En la figura 2.7 se observa que la serie presenta irregularidades que se describen a continuación:

- 1973 La apropiación de los beneficios del petróleo “la renta petrolera” se constituyó en objetivo de disputa de grupos sociales y organizaciones políticas.
- 1998 La permisividad social a favor de monopolios y oligopolios¹⁰

¹⁰Dado el fenómeno del niño (1995) el cual fue uno de los desastres naturales mas grandes que ha impactado al Ecuador seria el principio de la bola de nieve que desencadenaria en 1999 con el ya tan conocido "Feriado Bancario"

- 1999 Feriado Bancario

2.5.4. Perú

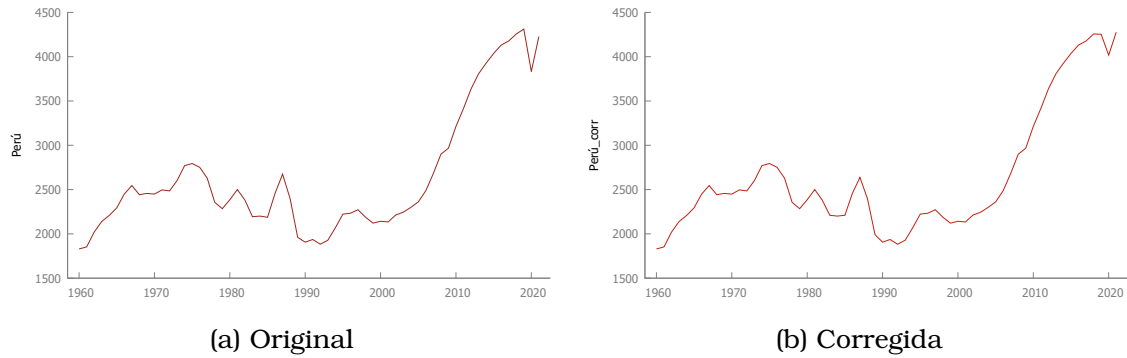


Figura 2.8: Serie para Perú original y corregida por software TRAMO/SEATS

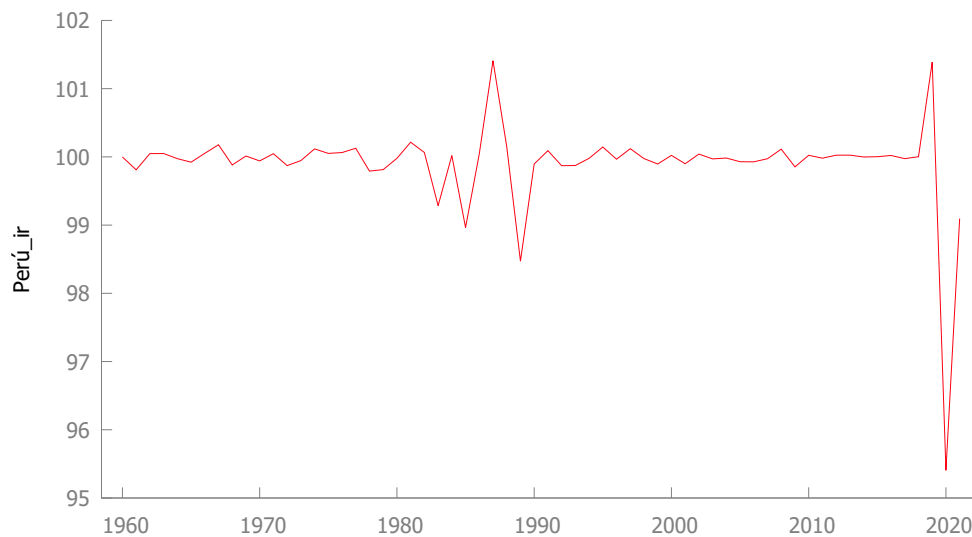


Figura 2.9: Serie de irregularidades para Perú

En la figura 2.9 se observa que la serie presenta irregularidades que se describen a continuación:

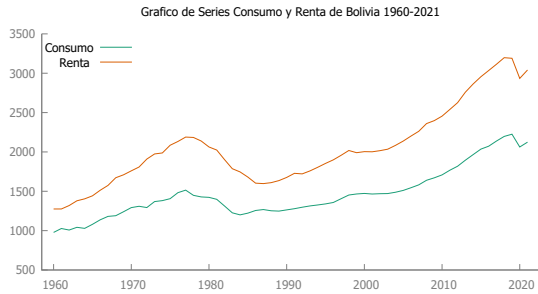
- 1983 Fenómeno del niño y caída del precio de los metales.
- 1985 El sol fue reemplazado por el inti con un valor de 1000 soles (devaluación de la moneda).

- 1987 Se empieza a sentir los efectos de las políticas intervencionistas implementadas un años atrás.
- 1989 Devaluación del inti

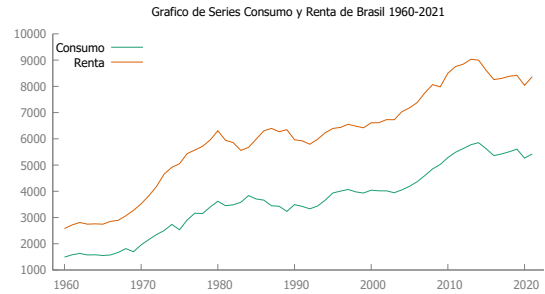
A continuación en la figura [2.10](#) presentamos las gráficas de Consumo y Renta para cada uno de los países de Latinoamérica y Caribe seleccionados para este estudio.

Figura 2.10: Gráfica de Series Consumo y Renta para los 14 países de Latinoamérica y Caribe

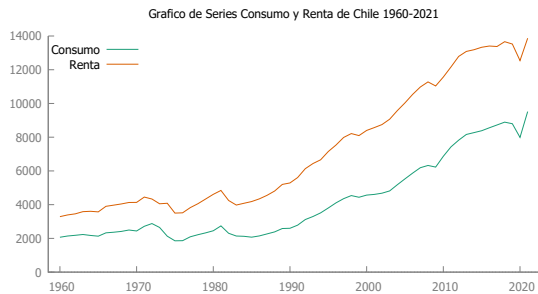
(a)



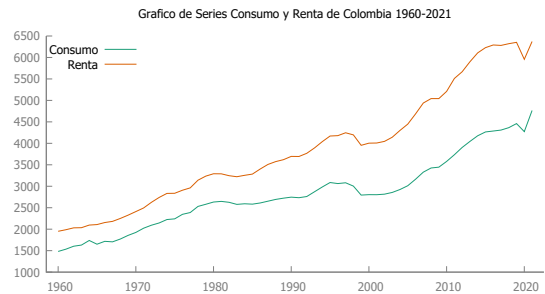
(b)



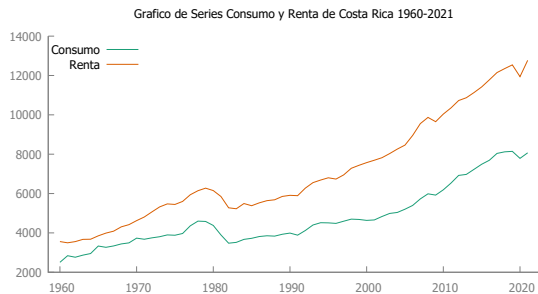
(c)



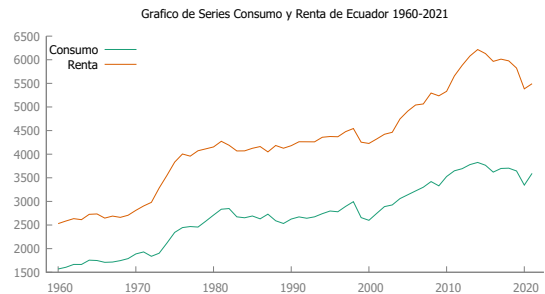
(d)



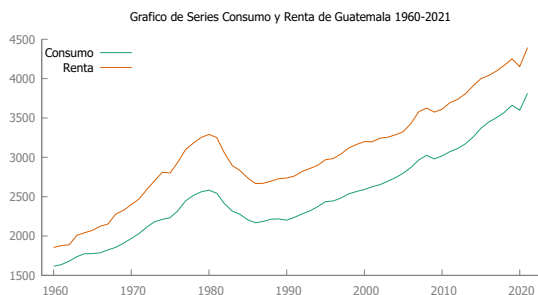
(e)



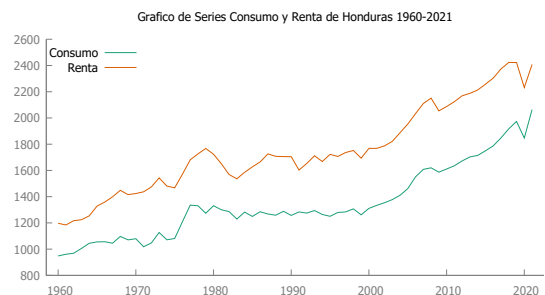
(f)

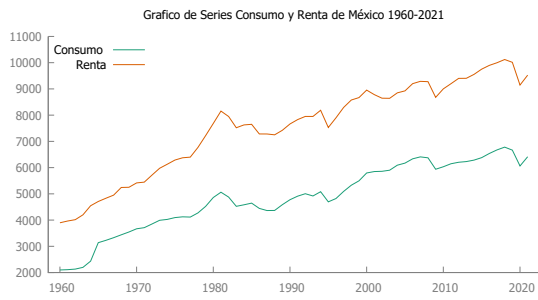


(g)

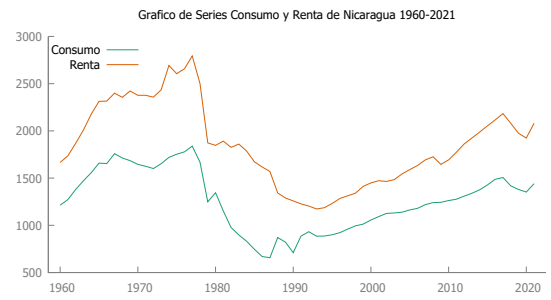


(h)

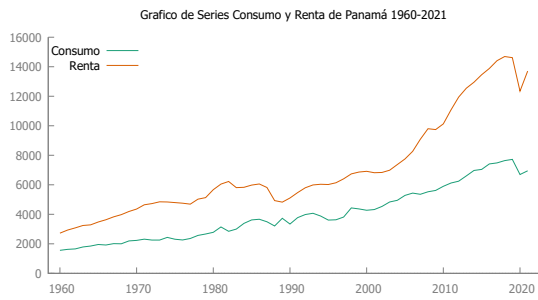




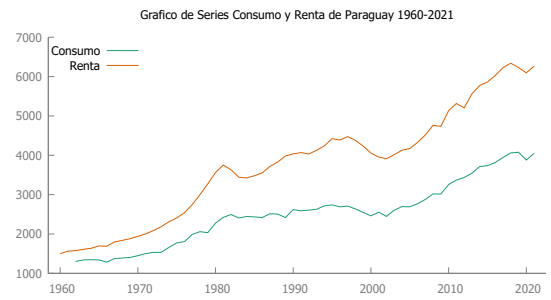
(i)



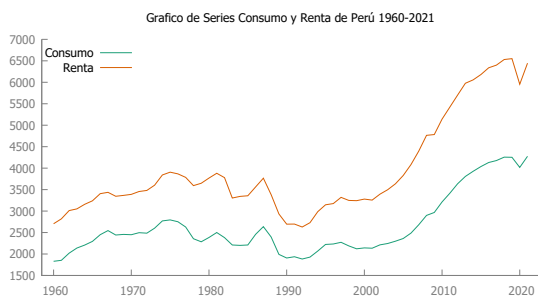
(j)



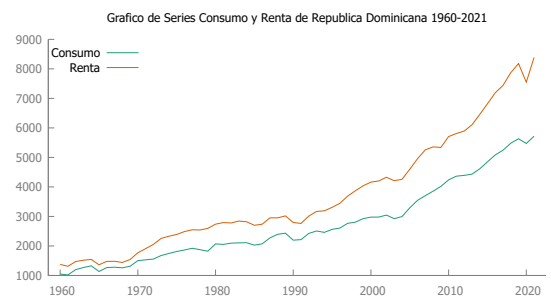
(k)



(l)



(m)



(n)

En la tabla 2.2 se realiza el contraste de Dickey-fuller aumentado (ADF) para las series corregidas.

En la tabla 2.2 se ha realizado el contraste ADF para cada una de las series tanto de Renta (PIB) como de Consumo (Consumo familiar). Es así que de manera general tenemos que para todas las series.

Dada la hipótesis nula de no estacionariedad frente a la alternativa de estacionariedad, El estadístico de contraste de ADF para el caso sin constante para el cual su distribución se encuentra tabulada por Dickey Fuller. Entonces para un nivel de significancia del $\alpha = 0,05$ puesto que el valor p del estadístico es mayor que α , No se rechaza la hipótesis nula de no estacionariedad.

País	Raiz Unitaria	$p - value$	lags
	Renta		
<i>Bolivia</i>	<i>si</i>	0,9861	1
<i>Brasil</i>	<i>si</i>	0,9818	1
<i>Chile</i>	<i>si</i>	1,0000	0
<i>Colombia</i>	<i>si</i>	1,0000	0
<i>CostaRica</i>	<i>si</i>	1,0000	0
<i>Ecuador</i>	<i>si</i>	0,9680	1
<i>Guatemala</i>	<i>si</i>	0,9965	1
<i>Honduras</i>	<i>si</i>	0,9979	0
<i>México</i>	<i>si</i>	0,9945	0
<i>Nicaragua</i>	<i>si</i>	0,6621	1
<i>Panamá</i>	<i>si</i>	0,9995	0
<i>Paraguay</i>	<i>si</i>	0,9966	1
<i>Perú</i>	<i>si</i>	0,9830	1
<i>R.Dominicana</i>	<i>si</i>	1,0000	1
	Consumo		
<i>Bolivia</i>	<i>si</i>	0,9947	1
<i>Brasil</i>	<i>si</i>	0,9982	0
<i>Chile</i>	<i>si</i>	1,0000	0
<i>Colombia</i>	<i>si</i>	1,0000	0
<i>CostaRica</i>	<i>si</i>	0,9978	1
<i>Ecuador</i>	<i>si</i>	0,9902	0
<i>Guatemala</i>	<i>si</i>	0,9990	1
<i>Honduras</i>	<i>si</i>	0,9998	1
<i>México</i>	<i>si</i>	0,9789	1
<i>Nicaragua</i>	<i>si</i>	0,6414	1
<i>Panamá</i>	<i>si</i>	0,9975	0
<i>Paraguay</i>	<i>si</i>	1,0000	0
<i>Perú</i>	<i>si</i>	0,9604	1
<i>R.Dominicana</i>	<i>si</i>	1,0000	0

Tabla 2.2: Contraste de raíz unitaria Dickey Fuller aumentado

Ahora bien se procederá a realizar el contraste de Johansen para el caso sin constante.

País	Cointegración	p – valor asint.	boot p – valor	rango
<i>Bolivia</i>	<i>si</i>	0,041	0,089	1
<i>Brasil</i>	<i>si</i>	0,345	0,431	1
<i>Chile</i>	<i>si</i>	0,077	0,131	1
<i>Colombia</i>	<i>si</i>	0,571	0,814	1
<i>CostaRica</i>	<i>si</i>	0,297	0,639	1
<i>Ecuador</i>	<i>no</i>	0,018	0,01	1
<i>Guatemala</i>	<i>si</i>	0,602	0,906	1
<i>Honduras</i>	<i>no</i>	0,082	0,085	0
<i>México</i>	<i>no</i>	0,144	0,307	0
<i>Nicaragua</i>	<i>no</i>	0,063	0,079	0
<i>Panamá</i>	<i>si</i>	0,247	0,354	1
<i>Paraguay</i>	<i>si</i>	0,026	0,055	1
<i>Perú</i>	<i>si</i>	0,333	0,499	1
<i>R.Dominicana</i>	<i>si</i>	0,139	0,379	1

Tabla 2.3: Contraste de Cointegración de Johansen

En la tabla 2.3 se ha realizado el contraste de cointegración de Johansen entre las series tanto de Renta (PIB) como de Consumo (Consumo familiar) para cada país. Es así que de manera general tenemos que para cada país.

Dada la hipótesis nula de que el rango de la matriz de cointegración es 0 frente a la alternativa de que el rango de cointegración es 1. Entonces tenemos que para Honduras, México, Nicaragua, las series de con-

sumo y renta no están cointegradas pues para un nivel de significancia $\alpha = 0,05$ no se rechaza la hipótesis nula de que el rango de la matriz de cointegración es 0. Por otro lado, para el resto de países menos Ecuador se tiene que dada la hipótesis nula rango de la matriz de cointegración es 1 frente a la alternativa rango de la matriz de cointegración es 2, para un nivel de significancia $\alpha = 0,05$ no se rechaza la hipótesis nula de que el rango de cointegración es 1 con valores p dados en la tabla 2.3. Finalmente, para Ecuador se tienen que para un nivel de significancia $\alpha = 0,05$ Se rechaza la hipótesis nula de que el rango de cointegración es 1.

En la tabla 2.4 se ha realizado un resumen del contraste de no causalidad de Dumitrescu-Hurlin para cada modelo de consumo de cada país. Dada la hipótesis nula de Y no causa X frente a la hipótesis alternativa Y causa X . tenemos que para los siguientes países: Brasil, Chile, Ecuador, Guatemala, Perú. Para un nivel de significancia $\alpha = 0,05$ se rechaza la hipótesis nula de no causalidad con valores p dados en la tabla 2.4. Para el resto de países no se rechaza la hipótesis nula de no causalidad.

<i>Pais</i>	<i>Y no causaC</i>	<i>p – valor</i>	<i>causalidad</i>
<i>Bolivia</i>	<i>si</i>	0,6174	<i>no</i>
<i>Brazil</i>	<i>no</i>	0,0002	<i>si</i>
<i>Chile</i>	<i>no</i>	0,0027	<i>si</i>
<i>Colombia</i>	<i>si</i>	0,9225	<i>no</i>
<i>CostaRica</i>	<i>si</i>	0,2856	<i>no</i>
<i>Ecuador</i>	<i>no</i>	0,0172	<i>si</i>
<i>Guatemala</i>	<i>no</i>	0,0001	<i>si</i>
<i>Honduras</i>	<i>si</i>	0,6704	<i>no</i>
<i>México</i>	<i>si</i>	0,4979	<i>no</i>
<i>Nicaragua</i>	<i>si</i>	0,3064	<i>no</i>
<i>Panamá</i>	<i>si</i>	0,5101	<i>no</i>
<i>Paraguay</i>	<i>si</i>	0,8212	<i>no</i>
<i>Perú</i>	<i>no</i>	0,0002	<i>si</i>
<i>R.Dominicana</i>	<i>si</i>	0,7106	<i>no</i>

Tabla 2.4: Contraste de no Causalidad de Dumitrescu-Hurlin entre Consumo y Renta

† Resumen Test utilizados

Nombre	Hipótesis Nula	Hipótesis alter- nativa	descripción
Dickey Fuller aumentado (ADF)	NO Estacionariedad	Estacionariedad	Si no se rechaza la hipótesis nula, entonces existe evidencia estadística para decir que la serie es no estacionaria
Cointegración de Johansen	Rango de la matriz de cointegración $d = k$	Rango de la matriz de cointegración $d = k + 1$	Si el rango de $A_1 - I$ es tal que $d = 0$, entonces se dice que las series tienen raíz unitaria. Si el rango $d = k$ entonces se dice que las series son estacionarias. Y si el rango $d < k$, también conocido como rango reducido, entonces existe cointegración.
No causalidad Dumitrescu-Hurlin	Y no Granger Causa X	Y Granger Causa X	Al igual que Granger, el procedimiento para determinar la existencia de causalidad consiste en probar los efectos significativos de los valores pasados de X sobre el valor presente de Y .

Tabla 2.5: Resumen de Test utilizados

Capítulo 3

Resultados, conclusiones y recomendaciones

En esta sección se dará una interpretación a los resultados obtenidos en la sección anterior.

3.1. Resultados

En la tabla 2.2 se ha evidenciado que tanto las series de Consumo así como las series De Renta poseen una raíz unitaria es decir son series integradas de orden uno. Además se observa que para la mayoría de países el valor p es mayor a 0,95 es decir tenemos una gran certeza de que nuestras series son no estacionarias, lo cual nos permite realizar el análisis sobre el modelo (2.34).

Ahora bien, una vez tenemos que las series son no estacionarias en la tabla 2.3 se ha realizado la prueba de cointegración de Johansen para el caso sin constante. De donde, se ha obtenido que los países de Ecuador, Honduras, México, y Nicaragua no se encuentra cointegrados esto puede ser debido a que para estos países las series tanto de Consumo y Renta al momento de analizar las intervenciones para esta se evidencio (ver Anexo B) que las series tienen ciertas irregularidades que si bien se esperaba que quedaran enterradas en las innovaciones, estas no pueden absorberlas del todo.

Finalmente, para los países cuyo modelo si esta cointegrado se ha realizado un contraste de causalidad viendo a estos datos como un panel de

series apiladas. Es así que se ha obtenido que para países cuyas intervenciones han sido absorbidas por las innovaciones el modelo propuesto en este trabajo ayuda a mejorar la predicción del consumo.

3.2. Conclusiones

Dado que uno de los objetivos de este trabajo fue revisar los modelos de ciclo de vida y funciones de consumo desde el punto de vista neoclásico, para los cuales si bien el lineamiento está bastante acertado, en este trabajo se ha propuesto un modelo que mejora el modelo neoclásico. Esto se evidencia para países en los que los datos no tienen intervenciones de gran impacto es decir que sus perturbaciones pueden ser absorbidas por las innovaciones al instante $t + 1$. El modelo (2.34) ayuda a predecir de manera más eficiente el Consumo; debido a que para estos países el tener información acerca de la renta en cada instante ayuda a predecir el consumo al instante $t + 1$. Por otro lado para los países, para los cuales las innovaciones causan impactos demasiado grandes, no se puede decir con certeza que el modelo propuesto no sería bueno. Puesto que, si se lograra mitigar los mencionados impactos en el tratamiento de la data podría darse cualquier resultado. Desde un punto de vista econométrico el modelo propuesto bajo las condiciones impuestas ayuda a establecer una relación entre la Renta y el Consumo esta relación es del tipo causal de Granger. Además por consistencia se esperaría que el modelo propuesto en este trabajo y un modelo similar trabajado desde el punto de vista keynesiano sean iguales.

3.3. Recomendaciones

A lo largo de este trabajo, económicamente se ha trabajado desde un punto de vista Neoclásico por lo cual se recomendaría abordar el mismo problema desde un punto de vista Keynesiano. Por otra parte, se ha evidenciado que para el caso de países como Ecuador si bien las series de Consumo y Renta no se encuentran cointegradas, al momento de verlas como paneles y realizar el test de Dumitrescu Hurlin la Renta sí causa en el sentido de Granger al Consumo por lo que se recomendaría estudiar

el caso Ecuatoriano de manera particular. En general para casos como el ecuatoriano lo aconsejable sería tratarlos como datos atípicos. Además para otros países en los cuales la comprobación empírica falla puesto que no existe cointegración, una alternativa para abordar esto, podría ser un análisis de intervención mejor orientado a cubrir los inconvenientes que presentan cada nación tanto a nivel político como económico. Esto se lo debe abordar aparte del punto de vista matemático, desde un punto de vista histórico para entender el porque los datos tiene tal o cual comportamiento. Por otro lado, dado que el modelo propuesto en este trabajo pide condiciones de martingala podría intentarse relajar esta condición y ver si basta con que las series sean estacionarias. Finalmente, si se tienen los datos necesarios de la (2.33), se recomienda hacer una validación empírica para este caso.

Capítulo A

Apéndice A

Definición 7 (Martingala).

A.1. Demostración proposición 1

De (2.10) se tiene que

$$\Delta C_{t+1} = \varepsilon_{t+1} \quad (\text{A.1})$$

de donde igualando con (2.12) se tiene:

$$\varepsilon_{t+1} = \frac{r}{1+r} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^k} [E(y_{t+k+1}|I_{t+1}) - E(y_{t+k+1}|I_t)] \quad (\text{A.2})$$

luego, haciendo uso de la hipótesis de que $Y_t \sim AR(1)$ $Y_t \sim I(1)$, tenemos que Y_t es martingala y por tanto (A.2) puede escribirse como:

$$\varepsilon_{t+1} = \frac{r}{1+r} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^k} [E(\Delta Y_{t+k+1}|I_{t+1}) - E(y_{t+k+1}|I_t)] \quad (\text{A.3})$$

de donde gracias a (2.32) y (2.30) podemos escribir que

$$C_{t+1} = C_t + \frac{r}{1+r} \left(\frac{rA_{t+1}}{1+r} + Y_{t+1} - C_{t+1} \right) \quad (\text{A.4})$$

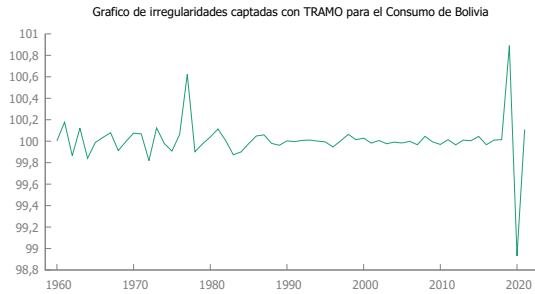
ahora si definimos $\eta = \frac{r}{1+r}$, y despejando se tiene el resultado (2.33), de donde se sigue el resultado para (2.34)

Capítulo B

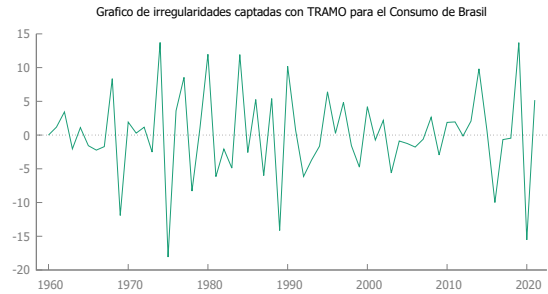
Gráficos de Irregularidades

Figura B.1: Gráfica de Irregularidades de la Serie Consumo para los 14 países de Latinoamérica y Caribe

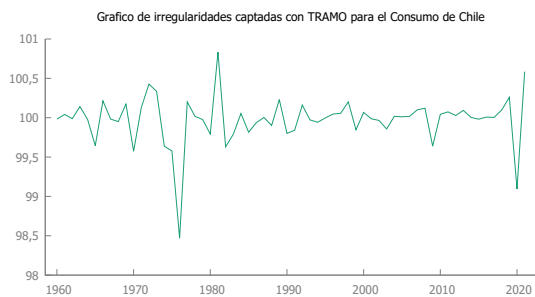
(a)



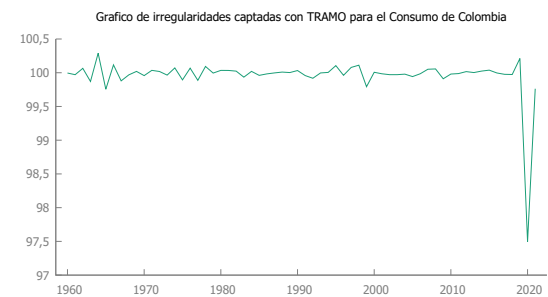
(b)



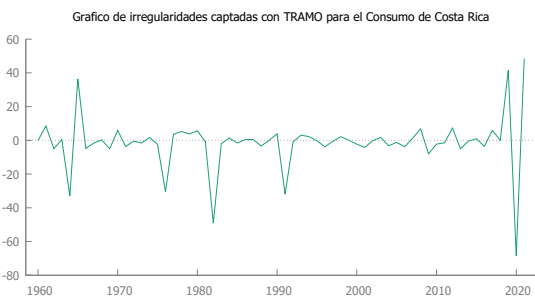
(c)



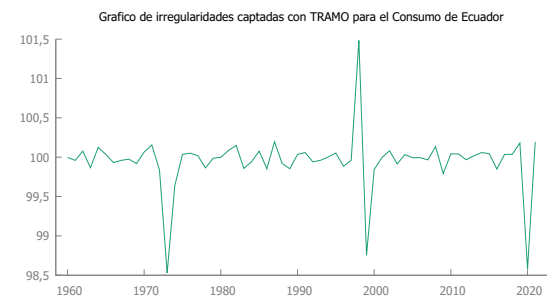
(d)



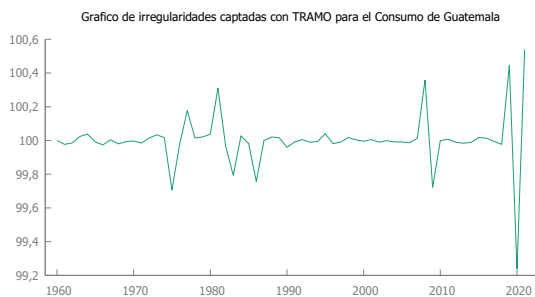
(e)



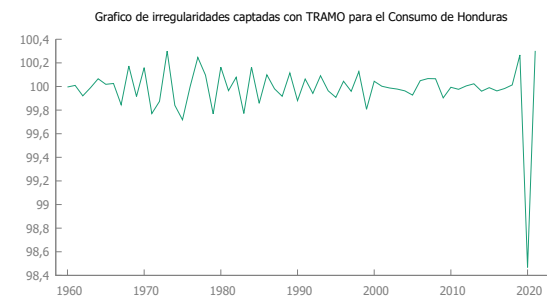
(f)

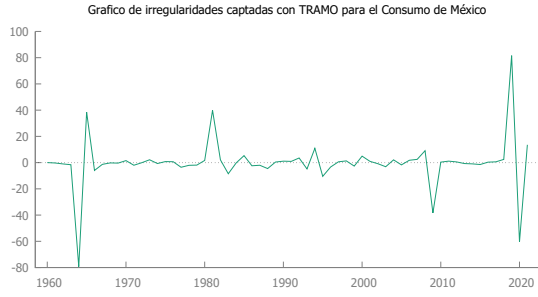


(g)

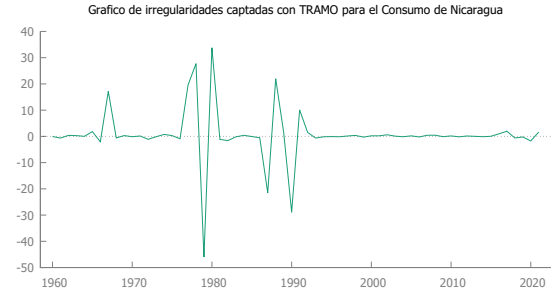


(h)

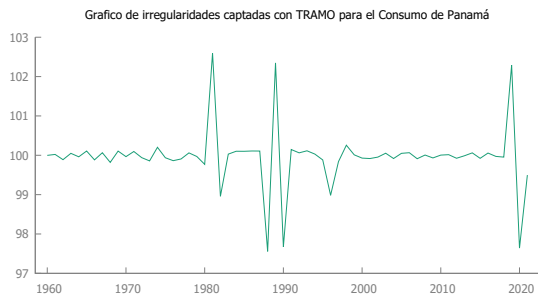




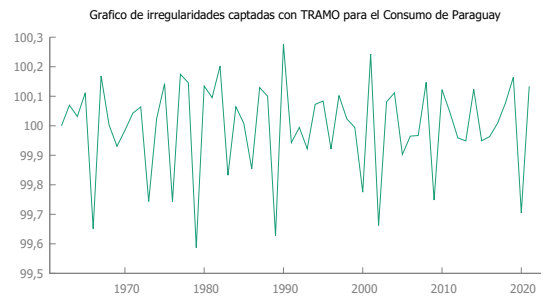
(i)



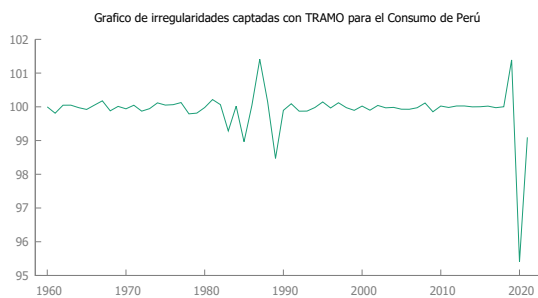
(j)



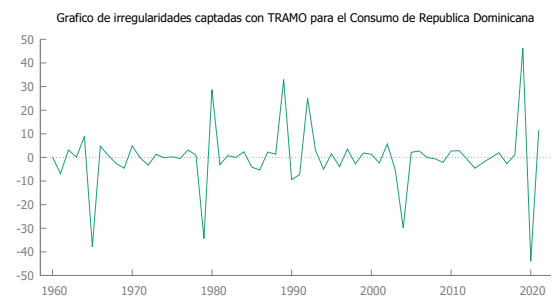
(k)



(l)



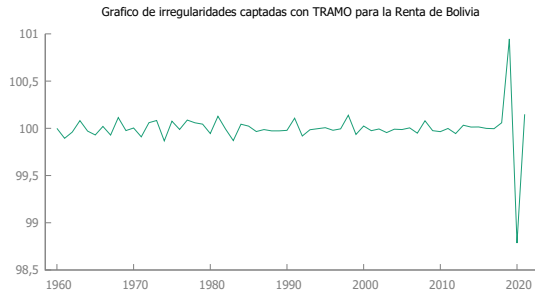
(m)



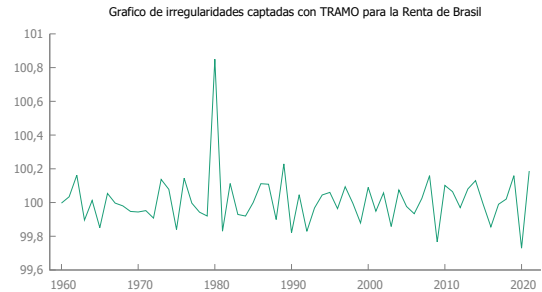
(n)

Figura B.2: Gráfica de Irregularidades de la Serie Renta para los 14 países de Latinoamérica y Caribe

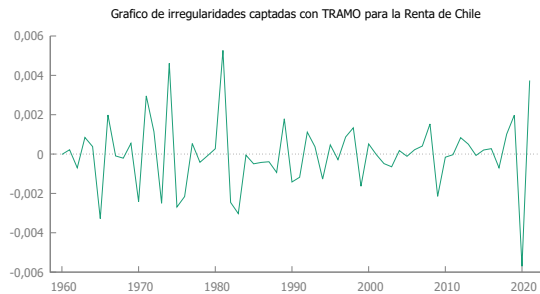
(a)



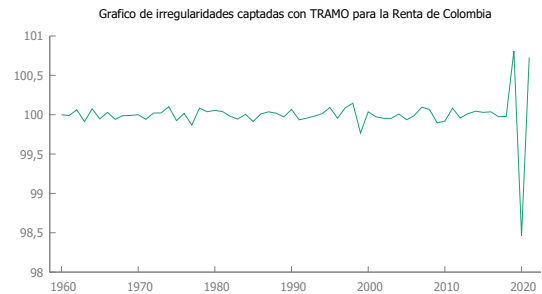
(b)



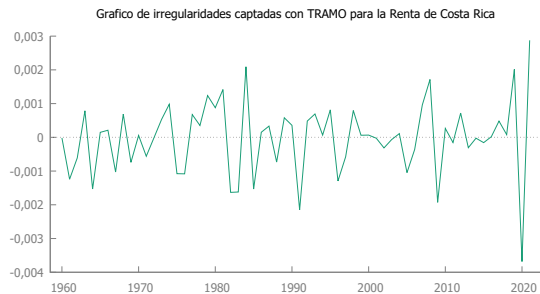
(c)



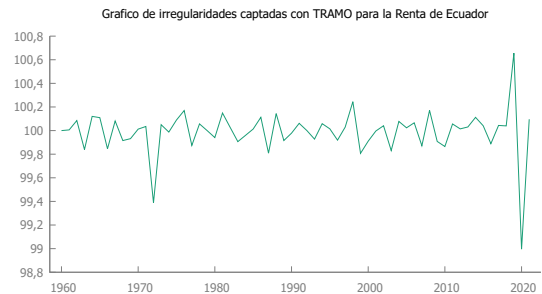
(d)



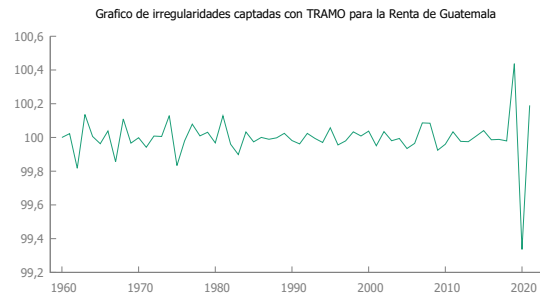
(e)



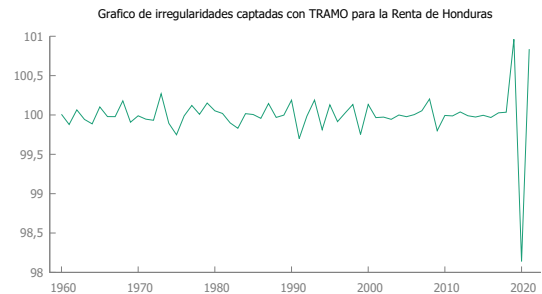
(f)

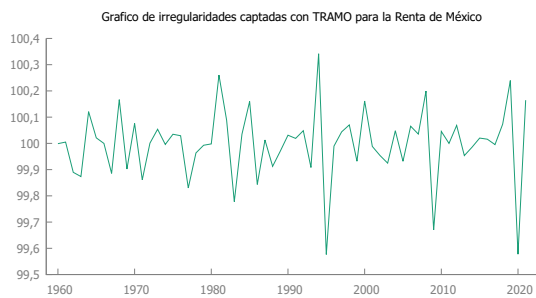


(g)

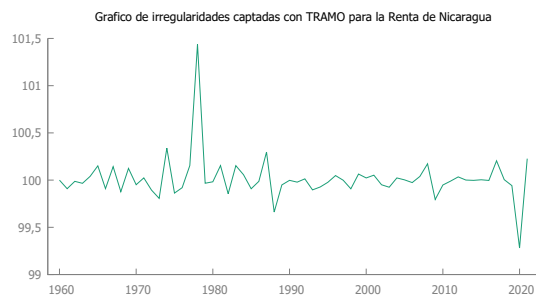


(h)

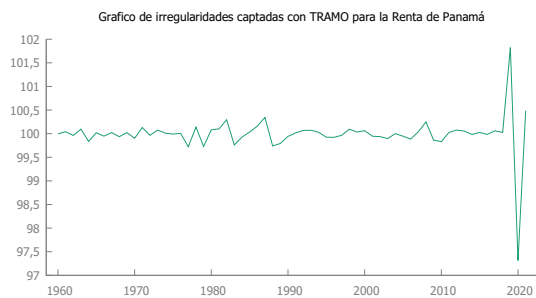




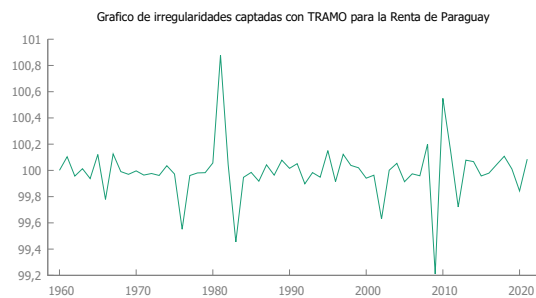
(i)



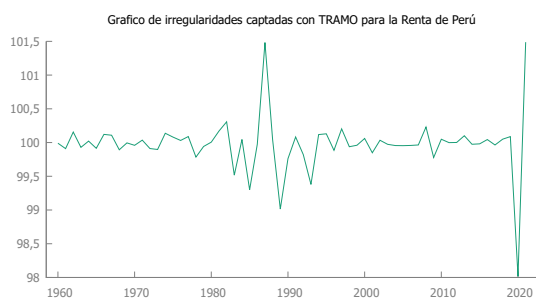
(j)



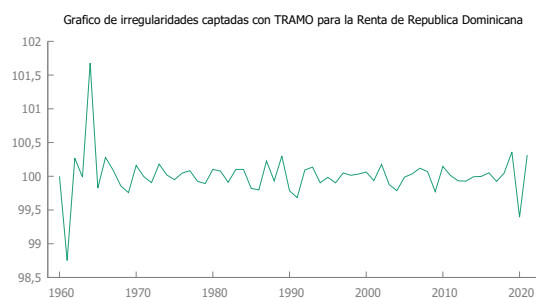
(k)



(l)



(m)



(n)

Referencias bibliográficas

- O. Attanasio. Consumer durables and inertial behaviour: Estimation and aggregation of (s, s) rules for automobile purchases. *Review of Economic Studies*, 67(4):667–696, 2000.
- O. Attanasio and M. Borella. *Stochastic Components of Individual Consumption: A Time Series Analysis of Grouped Data*, 2006. cited By 1.
- O. Attanasio and S. Davis. Relative wage movements and the distribution of consumption. *Journal of Political Economy*, 104(6):1227–1262, 1996.
- O. Attanasio and H. Low. Estimating euler equations. *Review of Economic Dynamics*, 7(2):406–435, 2004.
- O. Attanasio and N. Pavoni. Risk sharing in private information models with asset accumulation: Explaining the excess smoothness of consumption. *National Bureau of Economic Research Working Paper 12994*, 2008.
- O. P. Attanasio and G. Weber. Consumption and saving: Models of intertemporal allocation and their implications for public policy. *Journal of Economic Literature*, 48(3):693 – 751, 2010.
- E. Battistin, R. Blundell, and A. Lewbel. Why is consumption more log normal than income? gibrat’s law revisited. *Journal of Political Economy*, 117(6):1140–1154, 2009.
- J. Berkowitz and L. Kilian. Recent developments in bootstrapping time series. *Econometric Reviews*, 19:1–48, 2000.

- T. Bewley. The permanent income hypothesis: A theoretical formulation. *Journal of Economic Theory*, 16(2):252–292, 1977.
- A. Blinder and A. Deaton. The time series consumption function revisited. *Brookings Papers on Economic Activity*, 2(2):465–511, 1985.
- R. Blundell and I. Preston. Consumption inequality and income uncertainty. *Quarterly Journal of Economics*, 113(2):603–640, 1998.
- M. Browning and M. Collado. The response of expenditures to anticipated income changes: Panel data estimates. *American Economic Review*, 91(3):681–692, 2001.
- J. Campbell. Does saving anticipate declining labor income? an alternative test of the permanent income hypothesis. *Econometrica*, 55(6):1249–1273, 1987.
- J. Campbell and A. Deaton. Why is consumption so smooth? *Review of Economic Studies*, 56(3):357–374, 1989.
- J. Campbell and N. Mankiw. Consumption, income and interest rates: Reinterpreting the time series evidence. *Consumption, Income and Interest Rates: Reinterpreting the Time Series Evidence*, 1989.
- C. Carroll and L. Summers. Consumption growth parallels income growth: Some new evidence. *National Saving and Economic Performance*, pages 305–343, 1991.
- G. Chamberlain. Panel data. *Handbook of Econometrics*, 2:1247–1318, 1984.
- A. Deaton. Saving and income smoothing in côte d’ivoire. *Journal of African Economies*, 1(1):1–24, 1992.
- A. Deaton and C. Paxson. Intertemporal choice and inequality. *Journal of Political Economy*, 102(3):437–467, 1994.
- E. Dumitrescu and C. Hurlin. Testing for granger non-causality in heterogeneous panels. *Economic Modelling*, 37:424–438, 2012.
- R. Engle and C. Granger. Cointegration and error correction: Representation, estimation and testing. *Econometrica*, 55(2):251–276, 1987.

- L. Epstein and S. Zin. Substitution, risk aversion, and the temporal behavior of consumption and asset returns: A theoretical framework. *Econometrica*, 57(4):937–969, 1989.
- L. Epstein and S. Zin. Substitution, risk aversion, and the temporal behavior of consumption and asset returns: An empirical analysis. *Journal of Political Economy*, 99(2):263–286, 1991.
- M. Flavin. The adjustment of consumption to changing expectations about future income. *Journal of Political Economy*, 89(5):974–1009, 1981.
- M. Friedman. *A Theory of the Consumption Function*, 1957.
- J. Gali. Budget constraints and time-series evidence on consumption. *American Economic Review*, 81(5):1238–1253, 1991.
- W. Gorman. Separable utility and aggregation. *Econometrica*, 27(3):469–481, 1959.
- C. W. J. Granger. Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica*, 37:424–438, 1969.
- R. Hall. Stochastic implications of the life cycle-permanent income hypothesis: Theory and evidence. *Journal of Political Economy*, 86(6):971–987, 1978.
- R. Hall and F. Mishkin. The sensitivity of consumption to transitory income: Estimates from panel data on households. *Econometrica*, 50(2):461–481, 1982.
- L. Hansen and K. Singleton. Generalized instrumental variables estimation of nonlinear rational expectations models. *Econometrica*, 50(5):1269–1286, 1982.
- L. Hansen and K. Singleton. Stochastic consumption, risk aversion, and the temporal behavior of asset returns. *Journal of Political Economy*, 91(2):249–265, 1983.
- L. Hansen, W. Roberds, and T. Sargent. Time series implications of present value budget balance and of martingale models of consumption and taxes. *Rational Expectations Econometrics*, pages 121–161, 1991.

- F. Hayashi. Tests for liquidity constraints: A critical survey and some new observations. *Advances in Econometrics: Fifth World Congress*, 2: 91–120, 1987.
- C.-T. Hsieh. Do consumers react to anticipated income changes? evidence from the alaska permanent fund. *American Economic Review*, 93(1): 397–405, 2003.
- T. Jappelli and M. Pagano. Consumption and capital market imperfections: An international comparison. *American Economic Review*, 79(5): 1088–1105, 1989.
- T. Jappelli and L. Pistaferri. Intertemporal choice and consumption mobility. *Journal of the European Economic Association*, 4(1):75–115, 2006.
- S. Johansen. Statistical analysis of cointegration vectors. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12(2-3):231–254, 1988.
- S. Johansen and K. Juselius. Maximum likelihood estimation and inference on cointegration with applications to the demand for money. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52(2):169–210, 1990.
- G. Katona. Effect of income changes on the rate of saving. *The Review of Economics and Statistics*, 31(2):95–103, 1949.
- J. Keynes. *The General Theory of Employment, Interest and Money*, 1936.
- T. MaCurdy. An empirical model of labor supply in a life-cycle setting. *Journal of Political Economy*, 89(6):1059–1085, 1981.
- F. Modigliani and R. Brumberg. Utility analysis and aggregate consumption functions: An attempt at integration. *The Collected Papers of Franco Modigliani*, 2:128–197, 1980.
- F. Modigliani and R. Brumberg. *Utility analysis and the consumption function: An interpretation of cross-section data*. 2013.
- J. Parker. The reaction of household consumption to predictable changes in social security taxes. *American Economic Review*, 89(4):959–973, 1999.

- J. Parker. Euler equations. *The New Palgrave Dictionary of Economics*, pages 1–6, 2007.
- J. Poterba. Are consumers forward looking? evidence from fiscal experiments. *American Economic Review*, 78(2):413–418, 1988.
- T. Sargent. Rational expectations, econometric exogeneity, and consumption. *Journal of Political Economy*, 86(4):673–700, 1978.
- M. B. Shrestha and G. R. Bhatta. Selecting appropriate methodological framework for time series data analysis. *Journal of Finance and Data Science*, 4(2):71 – 89, 2018.
- N. Souleles. The response of household consumption to income tax refunds. *American Economic Review*, 89(4):947–958, 1999.
- M. Stephens Jr. The consumption response to predictable changes in discretionary income: Evidence from the repayment of vehicle loans. *Review of Economics and Statistics*, 90(2):241–252, 2008.
- R. Stine. Estimating properties of autoregressive forecasts. *Journal of the American Statistical Association*, 82:1072–1078, 1987.
- L. Summers. Capital taxation and accumulation in a life cycle growth model. *American Economic Review*, 71(4):533–544, 1981.
- K. West. The insensitivity of consumption to news about income. *Journal of Monetary Economics*, 21(1):17–33, 1988.
- S. Zeldes. Consumption and liquidity constraints: An empirical investigation. *Journal of Political Economy*, 97(2):305–346, 1989.