



PROYECTO DE INVESTIGACIÓN
DATOS INFORMATIVOS

TIPO DE CONVOCATORIA

Proyecto Interno <input checked="" type="checkbox"/>	Proyecto Semilla <input type="checkbox"/>	Proyecto Junior <input type="checkbox"/>	Proyecto Multi e Interdisciplinario <input type="checkbox"/>
Fecha de presentación (dd/mm/aa): 5 de Septiembre del 2017			

Título del proyecto: Análisis de las condiciones de estabilidad numérica para la resolución de las ecuaciones de Navier – Stokes en variables primitivas usando el método MAC para la caja guiada bidimensional.

TIPOS DE INVESTIGACIÓN

Investigación básica Investigación aplicada

DEPARTAMENTO(S) Y/O INSTITUCIÓN:
1. Departamento de Física.
2.

LÍNEA(S) DE INVESTIGACIÓN (verificable en el SAEW):
1.- Fundamentos de Física.
2.

RESUMEN DE INFORMACIÓN DEL DIRECTOR Y COLABORADORES

Director

Apellidos y nombres	No. de Cédula	HSS	Departamento	Título de mayor nivel y mención.
Cruz Villarreal José Aníbal	170659499-9	12	FISICA	Máster en "Applied Math"

Codirector (Se aplica para todos los proyectos, el codirector será a su vez colaborador)

Apellidos y nombres	No. de Cédula	HSS	Departamento	Título de mayor nivel y mención.
Vásconez Vega Christian Leonardo	1717323723	4	FISICA	Ph D en "Física de Sistemas Complejos"

Colaborador(es)

Apellidos y nombres	No. de Cédula	HSS	Departamento	Título de mayor nivel y mención.

Colaboradores Externos

Apellidos y nombres	No. de identificación	HSS	Institución	Título de mayor nivel y mención.

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

Proyecto Interno X	Proyecto Semilla	Proyecto Junior	Proyecto Multi e Inter Disciplinario
---------------------------	------------------	-----------------	--------------------------------------

Investigación Básica X	Investigación Aplicada
DEPARTAMENTO(S) Y/O INSTITUTOS:	
1.- Departamento de Física	
LINEA(S) DE INVESTIGACIÓN:	
1.- DFIS-A3-L3: Física Fundamental y Aplicada.- Fundamentos de Física.	

DISCIPLINA CIENTÍFICA (Marque X, solamente una opción)	
Ciencias Naturales y Exactas	X
Ingeniería y Tecnologías	X
Ciencias Médicas	
Ciencias Agrícolas	
Ciencias Sociales	
Humanidades	

OBJETIVO SOCIOECONÓMICO (Marque X, solamente una opción)	
Exploración y explotación del medio terrestre	
Ambiente	
Exploración y explotación del espacio	
Transporte, telecomunicaciones y otras infraestructuras	
Energía	
Producción y tecnología industrial	
Salud	
Agricultura	
Educación	X
Cultura, ocio, religión y medios de comunicación	
Sistemas políticos y sociales, estructuras y procesos	
Defensa	
Avance general del conocimiento: I+D financiada con los Fondos Generales de Universidades (FGU)	X
Avance general del conocimiento: I+D financiados con otras fuentes	



1 Proyecto de Investigación	
Título:	
Análisis de las condiciones de estabilidad numérica para la resolución de las ecuaciones de Navier - Stokes en variables primitivas, usando el método MAC para la caja guiada bidimensional.	
Resumen del proyecto (máximo 200 palabras)	
Normalmente como parte del trabajo de investigación en Física, luego de plantear las leyes de conservación de la masa, el momento, y la energía del sistema, aparecen como ecuaciones del movimiento una o varias ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que involucran a las variables dinámicas del mismo. En el caso de dinámica de fluidos, estas variables son el campo de velocidades y la presión. El conjunto resultante de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales – en el caso de la dinámica de fluidos – se denomina ecuaciones de Navier – Stokes. Es conocido que este sistema de ecuaciones no presenta soluciones analíticas exactas al menos para el caso del vórtice del flujo formado al interior de la caja guiada bidimensional. Para esta situación particular, en este trabajo se pretende explorar mediante simulaciones numéricas, como las condiciones de estabilidad del esquema numérico utilizado (método MAC) satisface o no las tres condiciones de estabilidad establecidas por: Courant – Frederich – Levy y Von Newmann para las fuerzas de advección y difusión. Exploraremos numéricamente diferentes valores del numero de Reynolds entre 300 y 500, así como diferentes densidades de la grilla espacial y temporal en las cuales se podrían encontrar este tipo de “anomalías”.	
Palabras clave (4-6): Ecuaciones de Navier – Stokes, caja guiada bidimensional, estabilidad numérica, vórtices, método MAC, simulaciones numéricas.	

2	Objetivos, limitaciones, hipótesis y resultados esperados de esta propuesta de investigación
----------	---

2.1 Objetivos

2.1.1 Objetivo General

- Estudiar la caja guiada bidimensional usando soluciones Eulerianas de las ecuaciones de Navier – Stokes.

2.1.2 Objetivos Específicos

- a. Resolver las Ecuaciones de Navier – Stokes usando el método MAC, bajo la aproximación velocidad – presión.
- b. Implementación en serie de un código Euleriano en Matlab.
- c. Exploración de las grillas espaciales y temporales para números de Reynolds entre 300 y 500.
- d. Comparación numérica de los resultados en función de las grillas espaciales y temporales.



2.2 Limitaciones (Aspectos que quedan fuera del alcance del Proyecto de Investigación)

- a. Acceso restringido a computadores que permitan la ejecución de códigos escritos en lenguajes C o Fortran, en paralelo.

2.3 Hipótesis (Responden al problema de investigación)

- a. Se asume que el tiempo de paso computacional proviene del cumplimiento de las condiciones de estabilidad de un esquema numérico, el mismo que junto con el análisis de consistencia del mismo, sirven para asegurar su convergencia. Este es justamente el enunciado del Teorema de equivalencia de Lax – Richtmyer.

2.3 Detalle de los resultados esperados (con relación a los objetivos)

- 1) Soluciones numericas de las ecuaciones de Navier-Stokes, mediante el método MAC, y bajo la aproximación velocidad-presión.
- 2) Código Euleriano, escrito en lenguaje de Matlab.
- 3) Determinación de un número de Reynolds apropiado para comparar numéricamente el grosor de las grillas espaciales y temporales fijas.

3	Relevancia de la propuesta de investigación y su relación con la(s) líneas de investigación
----------	--

La investigación propuesta servirá de base para difundir tanto la teoría como la programación de métodos numéricos avanzados que se utilizan para la resolución de Ecuaciones Diferenciales en derivadas Parciales, provenientes de cualquier rama de la ciencia. En particular, de la Física.

La metodología y resultados del proyecto de investigación se relacionan con aquellas líneas de investigación en Física que tienen que ver con resolución de modelos físicos expresados por ecuaciones diferenciales en derivadas parciales resueltos mediante simulación numérica. En un contexto académico, este proyecto se ubica en la dinámica de fluidos computacional.

4	Productos esperados
----------	----------------------------

Tipo de Producto:	Marcar con una "X"
a. Publicaciones científicas (obligatorio);	X
b. Disertación a la comunidad politécnica;	X
c. Trabajo de titulación de acuerdo a lo que establece el Reglamento de Régimen Académico y la Normativa Interna de la EPN;	
d. Aplicación tecnológica construida o implementada;	
e. Patente presentada;	
f. Perfil de proyecto de mayor impacto científico, técnico, pedagógico o de innovación.	

⇒ adicional



5 Descripción, metodología y diseño del proyecto

5.1 Descripción, metodología y diseño del proyecto (Máximo dos carillas)

Normalmente como parte del trabajo de investigación en Física, luego de plantear las leyes de conservación de la masa, el momento, y la energía del sistema, aparecen como ecuaciones del movimiento una o varias ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que involucran a las variables dinámicas del sistema bajo estudio. En el caso particular de la dinámica de fluidos, considerando un flujo incompresible como por ejemplo el del agua, estas variables vienen a ser: el campo vectorial de velocidades del fluido junto con el campo escalar de su presión. El conjunto resultante de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales se denomina ecuaciones de Navier – Stokes [4].

Es un hecho conocido que este sistema de ecuaciones no presenta soluciones analíticas exactas al menos para el caso del vórtice del flujo formado al interior de la caja guiada bidimensional [4,5,9,10]. Las Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de Navier – Stokes serán planteadas para la caja guiada bidimensional en la aproximación velocidad – presión [1]. El método numérico a implementarse se conoce con el nombre de método MAC que quiere decir “Mark and Cell” que fue propuesto por primera vez por Harlow y Welch [10]. Este consiste en tomar diferentes celdas unidad, una de ellas para la presión y otras dos para cada componente de la velocidad, que están justo localizadas en el centro, a la derecha, y por arriba de las paredes de la celda unidad de la presión que es tomada como celda unidad base [10].

El siguiente paso es la discretización de las ecuaciones de Navier – Stokes. Lo que se va a hacer es utilizar el método de volúmenes finitos comenzando por la integración de todos los términos de la ecuación en la celda de control del volumen unidad en dos dimensiones, luego se aplicara el teorema de Stokes para reducir la integral bidimensional a una integral de contorno [2]. Después se aplicara el método predictor de velocidad y corrector de presión. Para la evolución en el tiempo de este esquema numérico, se empleara el método de avance en el tiempo hacia adelante – Forward Time Scheme (FTS).

El método computacional se lo puede describir del siguiente modo:

1. Resolver las ecuaciones de momento para velocidades intermedias, ignorando la presión en ellas.
2. Integración en el tiempo usando la velocidad intermedia lograda en el paso 1.
3. Hacer la corrección de la presión, para ello hay que plantear la ecuación de Poisson con un termino de fuente proveniente del ultimo calculo realizado para el campo de velocidades en el paso 2. Se resuelve el sistema de ecuaciones provenientes del esquema numérico utilizando el método ADI en conjunto con el método SOR, el algoritmo de Thomas nos permitirá hallar el valor final de la presión. Un valor residual de 10^{-5} sera requerido al final de cada paso temporal para refinar el valor obtenido para la presión.
4. Usando el valor de la presión mas reciente y su gradiente, ahora sera posible corregir los valores de la velocidad predichos en el paso 1, al hacer la transición temporal de la velocidad. Este es un proceso iterativo que puede ser repetido hasta que los valores de los errores en la velocidad sean lo suficientemente pequeños. En este proyecto, un error de 10^{-8} sera considerado de tal modo de asegurar la convergencia del proceso.

Condiciones de frontera serán aplicadas a las cuatro paredes de la cavidad. Se usara la aproximación matemática estándar:

1. Condiciones de frontera homogéneos de Dirichlet para el campo vectorial de velocidades.
2. Condiciones de frontera homogéneos de Neumann para el campo escalar de presión.

Las condiciones de estabilidad numéricas vienen aseguradas por el tiempo de paso que a su vez depende del tamaño de la grilla espacial así como también de la velocidad y del numero de Reynolds. La idea es escoger un tamaño de grilla y luego estimar el tiempo de paso satisfaciendo la condición de Courant – Frederick – Lewy (CFL) [2]. También los términos difusivos contribuyen al valor final del tiempo de paso, en este caso se los obtiene mediante un análisis de estabilidad de Neumann. El tiempo de paso final Δt para cada incremento de tiempo en el programa, es el mínimo de los Δt 's resultantes de las ultimas 3 condiciones explicadas [10].



En este punto empezara la creación de un código escrito en Matlab para la ejecución del proceso computacional aqui descrito. Se realizaran simulaciones numéricas para analizar la convergencia, el numero de iteraciones realizadas por el método MAC, y los tiempos computacionales requeridos usando diferentes valores de grilla espacial y diferentes tiempos de paso, para un numero del Reynolds bajo, que este comprendido entre 300 y 500.

Con muchos resultados que se obtengan de las simulaciones sera necesario primero hacer una validación de dichos resultados mediante una comparación de estos con los resultados obtenidos por otros autores, como por ejemplo Botella – Peyret de la referencia [7], quien resuelve el mismo problema de la caja guiada usando métodos espectrales. La validación procederemos del modo descrito en vista de que el problema planteado en el presente trabajo no tiene una solución analítica exacta con respecto a la cual podamos validar los resultados [8].

Una vez validados los resultados de las simulaciones, podremos proceder a extraer conclusiones importantes comparando los resultados finales obtenidos de los mismos, que permitan evidenciar anomalías que podamos encontrar en las condiciones de estabilidad. El procedimiento en este punto empieza con la exploración de tiempos de paso, que en principio satisfagan las condiciones de estabilidad y que luego variamos ligeramente sus valores hasta que sin satisfacer las condiciones de estabilidad pero estando numéricamente muy cerca de ellos, aun sirvan para la convergencia del esquema numérico. Si este es el caso, entonces ya se habrán encontrado las anomalías en las condiciones de estabilidad.

Bibliografía.-

1. A. J. SMITS. 2000. A Physical Introduction to Fluid Mechanics. New York, USA: John Wiley & Sons, ch. 3–10, pp. 92–329.
2. J. C. STRIKWERDA. 2004. Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations. Second Edition. Philadelphia, USA: Society of Industrial and Apply Mathematics (SIAM), ch. 1–12, pp. 1–290.
3. A. R. PATERSON. 1983. A First Course in Fluid Dynamics. London, UK: Cambridge University Press, ch. 4–10, pp. 45–204.
4. J. H. FERZIGER, M. PERIC. 1996. Computational Methods for Fluid Dynamics. Berlin, Germany: Springer-Verlag, ch. 3–7, pp. 39–195.
5. J. D. ANDERSON JR. 1995. Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications. Singapur: McGraw Hill International Editions, ch. 2–6, pp. 40–263.
6. M. AYDIN, R. T. FENNER. 2001. Boundary Element Analysis of Driven Cavity Flow for Low and Moderate Reynolds Numbers. International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol 37, pp. 45–64.
7. O. BOTELLA, R. PEYRET. 1998. Benchmark Spectral Results On The Lid-Driven Cavity Flow. Pergamon, Vol 27, No: 4, pp. 421–433.
8. M. M. GUPTA. 1991. High Accuracy Solutions of Incompressible Navier-Stokes Equations. Journal of Computational Physics, Vol 93, pp. 343–359.
9. A. J. CHORIN, J. E. MARSDEN. 2000. A Mathematical Introduction to Fluid Mechanics. Third Edition. New York, USA: American Mathematics Society.
10. F. H. HARLOW, J. E. WELCH. 1965. Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface, The Physics of Fluids, Vol 8, #12: pp. 2183/89.
11. Y. PINCHOVER, J. RUBINSTEIN. 2005. An Introduction to Partial Differential Equations. Cambridge, UK: Cambridge University Press, ch. 7–9, pp. 173–281.
12. C. A. HALL, T. A. PORSCHING. 1990. Numerical Analysis of Partial Differential Equations. New Jersey, USA: Prentice Hall, ch. 1–10, pp. 1–258.



6 Infraestructura, equipos y fondos adicionales.

6.1 Infraestructura y equipos

- Indicar la infraestructura y equipos disponibles para la ejecución del proyecto, con la ubicación actual de los mismos

Infraestructura	Equipos	
N/A	Computadora de Escritorio de alta velocidad	Quinto piso del edificio de la Facultad de Ciencias.
N/A	Impresora a color con escáner incluido	Quinto piso del edificio de la Facultad de Ciencias.

6.2 Breve justificación del equipo requerido

El equipamiento básico requerido para este proyecto consiste en una computadora de escritorio con procesador de alta velocidad para las simulaciones computacionales en Matlab. La impresora servirá para hacer un archivo físico de toda la documentación científica utilizada para la realización de este proyecto.

6.3 Fondos Adicionales

- N/A



VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN Y PROYECCIÓN SOCIAL

UNIDAD DE INVESTIGACIÓN

PRESUPUESTO PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN



AÑO 1

Director del proyecto	Título del proyecto
José Aníbal Cruz Villarreal	Análisis de las condiciones de estabilidad numérica para la resolución de las ecuaciones de Navier – Stokes en variables primitivas usando el método MAC para la caja guiada bidimensional.

Lista de Items	Cantidad	Unidad	Precio Unitario Referencial	Precio Total Referencial	Precio Unitario Referencial +Aporte IESS	Precio Total Referencial con IVA + Aporte del IESS
1 Contratación de servicios personales por contrato						
1.1 Ayudantes de investigación		mes	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
1.2 Prestación de servicios profesionales (Homologado Escala de remuneración de servidores publicos)		mes	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 1			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Lista de Items	Cantidad	Unidad	Precio Unitario Referencial sin IVA	Precio Total Referencial sin IVA	Precio Unitario Referencial con IVA	Precio Total Referencial con IVA
2 Maquinaria equipos						
2.1 Item 1 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
2.2 Item 2 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
2.3 Item 3 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
2.4 Item 4 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
2.5 Item 5 (Detallar nombre de la maquinaria y equipos solicitado)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 2			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
3 Reactivos y materiales de laboratorio						
3.1 Item 1 (Detallar nombre de los insumos y reactivos)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
3.2 Item 2 (Detallar nombre de los insumos y reactivos)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
3.3 Item 3 (Detallar nombre de los insumos y reactivos)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
3.4 Item 4 (Detallar nombre de los insumos y reactivos)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
3.5 Item 5 (Detallar nombre de los insumos y reactivos)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 3			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
4 Literatura especializada						
4.1 Item 1 (Detallar nombre del libro)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
4.2 Item 2 (Detallar nombre del libro)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
4.3 Item 3 (Detallar nombre del libro)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
4.4 Item 4 (Detallar nombre del libro)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
4.5 Item 5 (Detallar nombre del libro)			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 4			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
5 Viajes técnicos y de muestreo						
5.1 Pasajes al interior			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
5.2 Viaticos al interior			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 5			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
6 Presentación de ponencias en congresos internacionales y publicaciones						
6.1 Pasajes al exterior			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
6.2 Viaticos al exterior			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
6.3 Pago de inscripción y publicaciones			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Subtotal 6			\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
TOTAL			0,0	0,0	0,0	0,0

DECLARACIÓN FINAL

TIPO DE PROYECTO

Proyecto Interno X Proyecto Semilla Proyecto Junior Proyecto Multi e Interdisciplinario

TIPO DE INVESTIGACIÓN

Investigación básica X

Investigación aplicada

TÍTULO DEL PROYECTO

Análisis de las condiciones de estabilidad numérica para la resolución de las ecuaciones de Navier – Stokes en variables primitivas usando el método MAC para la caja guiada bidimensional.

DECLARACIÓN DEL DIRECTOR DEL PROYECTO

El equipo de investigadores, representado por el Director del Proyecto declara lo siguiente:

- Que el presente proyecto es una obra original de este equipo de investigadores y por tanto, asumimos la completa responsabilidad legal en caso de que un tercero alegue la titularidad de los derechos intelectuales del proyecto, exonerando a la EPN de cualquier acción legal que se derive por esta causa.
- Que el presente proyecto no ha sido presentado en ninguna convocatoria de otra institución pública o privada solicitando el financiamiento total del presupuesto. El incumplimiento será causal para que el proyecto no sea tomado en consideración.
- Que, todos los bienes adquiridos en el proyecto permanecerán bajo la custodia y responsabilidad del director de proyecto.
- Que, aceptamos que si el proyecto genera algún producto o procedimiento susceptible de obtener de derechos de propiedad intelectual, de los cuales se deriven beneficios, estos serán compartidos entre los investigadores y las instituciones participantes en el proyecto.



Firma del Director del Proyecto

Nombre: José Aníbal Cruz Villarreal

C.I.: 1706594999

DECLARACIÓN DEL JEFE DE DEPARTAMENTO

Esta propuesta ha sido aprobada y avalada por el Consejo del Departamento de *Física*, en sesión del día *18-04-2018* mediante resolución No. *2*.

Las instalaciones, incluyendo personal, edificios, equipo y recursos financieros están a disposición del proponente y sus colaboradores de acuerdo con las especificaciones que se encuentran en esta propuesta.



Firma del Jefe del Departamento

Nombre: Cesar Costa Vera

C.I.: 1102550801