A. PROPUESTA PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

1. TIPO DE PROYECTO:

Interno	X	**Grupal**	
Semilla		**Multidisciplinario**	

2. TIPO DE INVESTIGACIÓN:

Básica	X	**Aplicada**	

3. UNIDAD EJECUTORA:

1. Departamento de Matemática

4. LINEA(S) DE INVESTIGACIÓN:

1. Análisis matemático y ecuaciones diferenciales

5. TÍTULO DEL PROYECTO:

Problemas parabólicos que involucran operadores de orden variable en tiempo.

6. RESUMEN

En este proyecto de investigación se estudiarán problemas parabólicos de Hamilton – Jacobi en el marco de soluciones viscosas, donde las derivadas temporales serán reemplazadas por operadores integro-diferenciales, también llamadas derivadas fraccionarias, como son por ejemplo la derivada de Caputo. El objetivo principal de este trabajo, es obtener resultados de existencia y unicidad de soluciones continuas para este tipo de problemas fraccionarios, con la particularidad de que el índice del operador integro-diferencial varía en cada instante tiempo, es decir, es de orden variable. Además se investigará la regularidad Hölder, tanto en la variable espacial como en la temporal de este tipo de soluciones.

7. PALABRAS CLAVE

Derivadas de Caputo; Soluciones viscosas; Orden variable; Regularidad; Existencia y unicidad.

8. OBJETIVOS

8.1. OBJETIVO GENERAL

Estudiar problemas parabólicos de Hamilton – Jacobi, que involucren operadores integro-diferenciales de orden variable en el tiempo.

8.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

a) Establecer formulaciones adecuadas, en el marco de soluciones viscosas, para problemas con operadores integro-diferenciales de orden variable.
b) Estudiar existencia y unicidad de soluciones viscosas continuas.
c) Estudiar regularidad Hölder de las soluciones.

9. HIPÓTESIS

a) Los problemas parabólicos que involucran operadores integro-diferenciales de orden variable en tiempo, bajo condiciones de Hamilton – Jacobi o que tienen un crecimiento superlineal en el gradiente, junto con condiciones sobre la función índice de la derivada de Caputo, están bien planteados y tienen unicidad de soluciones viscosas continuas.
b) Asumiendo que la condición inicial es Lipschitz continua, la solución es Hölder continua tanto en la variable espacial, como en la temporal.

10. DETALLE DE LOS RESULTADOS ESPERADOS

a) Obtener una formulación viscosa adecuada que se adapte a problemas que involucran operadores fraccionarios con orden variable.
b) Obtener resultados de existencia y unicidad de soluciones viscosas continuas.
c) Obtener resultados de regularidad Hölder en tiempo y espacio para las soluciones halladas.

11. IMPACTO DE LA INVESTIGACIÓN (*científico, social, económico u otros)*

Los tópicos que se abordan en el proyecto, como son el estudio cualitativo de ecuaciones diferenciales que involucran operadores fraccionarios, son problemas de investigación actuales y de gran interés en el ámbito científico internacional. Siendo así y puesto que el proyecto se enmarca en una investigación teórica en ciencias básicas, es de relevancia en el área de análisis matemático, ecuaciones diferenciales parciales y cálculo fraccionario, además cumple con los objetivos y líneas de investigación del Departamento de Matemática.

12. ESTADO DEL ARTE, E INVESTIGACIONES PREVIAS DEL EQUIPO

Consideremos de forma general el siguiente problema parabólico, donde, buscamos una función $u : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}$ que satisfaga una ecuación de la forma

$$\partial_t u(t,x) + H\big(x, u(t,x), Du(t,x), D^2u(t,x)\big) = 0 \qquad \forall (t,x) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^N. \tag{1}$$

Aquí, Du y D^2u representan el gradiente y la matriz hessiana de u con respecto a la variable x, respectivamente; y $H : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^N \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^N \times S_N \to \mathbb{R}$ es una función a la cual llamamos el Hamiltotiano (S_N denota el conjunto de matrices simétricas de dimensión N).

Podemos ver, que una solución clásica para este problema exigiría que las soluciones sean diferenciables, tanto en la variable espacial como en la temporal, lo cual resulta algo restrictivo y, de hecho, puede que ni siquiera exista una función con estas

propiedades que satisfaga dicha ecuación. Ahora, si esta ecuación modela algún problema proveniente de otra ciencia como la física, biología, economía, etc., nos interesamos en encontrar alguna solución, aunque esta no sea una solución clásica.
Por este motivo, buscamos una solución en un sentido que sea lo suficientemente flexible para que dicha solución exista, y de manera que se preserve la unicidad y la estabilidad (por ejemplo, para realizar argumentos de paso al límite). Un marco adecuado resulta ser el de las soluciones viscosas, pues han demostrado tener dichas propiedades. Esta definición de solución, fue introducida por P.-L. Lions y M. Crandall, quienes al tratar con la ecuación de Hamilton-Jacobi de primer orden, generalizaron la idea de solución de una EDP [1], tal generalización se conoció como solución viscosa, las cuales se relacionan directamente con problemas de control de EDP's. Luego, los mismos autores junto a H. Ishii tratan las soluciones viscosas para ecuaciones diferenciales de segundo orden [2]. Es conocido que este tipo de problemas son compatibles con principios de comparación, aquellos que junto con algunas propiedades de regularidad permiten obtener resultados relacionados con la homogeneización, la ergodicidad y el comportamiento de la solución en tiempos grandes, ver [3]; y sus referencias.

Motivados por aplicaciones en finanzas, física, mecánica, ver por ejemplo [4], [5], la teoría de soluciones viscosas fue extendida casi inmediatamente al contexto de ecuaciones integro-diferenciales parciales, es decir, ecuaciones que involucran operadores como por ejemplo los Operadores de Lévy y su representante más conocido, el Laplaciano Fraccionario. El primer trabajo dedicado a la mencionada extensión, en el contexto del control estocástico de los procesos de difusión con saltos, fue desarrollado por Soner [6]. Siguiendo este trabajo, Saya [7], en el caso estacionario y utilizando técnicas de ecuaciones de primer orden estudió estabilidad, comparación y existencia de soluciones viscosas de una clase bastante general de ecuaciones integro-diferenciales, no lineales con respecto al término no local. En el caso de medidas acotadas, Álvarez y Tourin [8] obtuvieron resultados bastante generales para ecuaciones parabólicas. Jakobsen y Karlsen [9], [10] desarrollaron una teoría general para ecuaciones integro-diferenciales parabólicas no lineales de segundo orden. Para una teoría más avanzada, con respecto a la regularidad, la homogeneización, el comportamiento en tiempos grandes de los problemas de Hamilton-Jacobi, nos referimos a [11], [12].

Siguiendo esta línea, si ahora consideramos problemas que involucran operadores integro-diferenciales en la variable temporal, podemos definir la Derivada Fraccionaria de Caputo por:

$$\partial_t^\alpha v(t) = c_\alpha \int_0^t \frac{v'(s)}{|s-t|^\alpha}\, ds,$$

donde $\alpha \in (0,1)$ es una constante. Notemos que para evaluar el operador antes descrito, se necesita conocer el valor de la función v en todo el intervalo $[0,t]$, es así que este tipo de operador es considerado una derivada con memoria. Vale la pena señalar que si v es suficientemente suave, la constante delante de la integral que define la derivada de Caputo, permite obtener el límite $\partial_t^\alpha v \to \partial_t v$ cuando $\alpha \to 1$.

Problemas que involucran derivadas fraccionarias de Caputo en la variable temporal han llamado la atención de la comunidad científica en los últimos años por su aplicación a modelos con difusión anómala en física [13], finanzas [14], entre otras. Este tipo de operadores también han sido estudiados en diversos contextos matemáticos como análisis de EDP, análisis numérico, teoría de operadores y probabilidades, ver [15], [16].

Con el objetivo de establecer formulaciones viscosas similares a las de los operadores no locales tipo Lévy, podemos integrar por partes y de manera equivalente escribir la derivada de Caputo como una integral de la diferencia discreta de primer orden de la función cuando esta es suave, es decir, para $f \in C^1(\mathbb{R})$ obtenemos la fórmula equivalente

$$\partial_t^\alpha v(t) = c_\alpha \int_{-\infty}^{t} \frac{v(t) - v(s)}{|s-t|^{1+\alpha}} \, ds,$$

extendiendo f como $f(t) = f(0)$ for $t < 0$. Recientemente, Topp & Yangari en [17], [18] desarrollaron la teoría de soluciones viscosas para tratar el problema (1) de Hamilton – Jacobi, considerando una derivada fraccionaria de Caputo en lugar de la derivada estándar. En estos trabajos los autores estudiaron existencia, unicidad, convergencia a la solución de estado estable, regularidad y comportamiento asintótico de las soluciones viscosas. Además, en [19], se establece una generación a sistemas de ecuaciones cooperativos.

Una interesante generalización reciente de la teoría del cálculo fraccionario consiste en permitir que el orden de la derivada no necesariamente sea constante, es decir varíe dependiendo del tiempo [20], [21]. Con este enfoque, las propiedades no locales son más evidentes y se han encontrado numerosas aplicaciones en física, control y procesamiento de señales. De hecho, algunos fenómenos en física se describen mejor cuando el orden del operador fraccionario no es constante, por ejemplo, en el proceso de difusión en un medio heterogéneo o procesos donde los cambios en el ambiente modifican la dinámica de la partícula [22], [23].

Es así, que el objetivo del presente proyecto de investigación, es el estudio del problema (1), considerando derivadas fraccionarias de Caputo de orden variable en el marco de las soluciones viscosas, generalizando así los resultados antes descritos.

Referencias bibliográficas

[1] G. Crandall, P.-L. Lions. (1983). *Viscosity solutions of Hamilton-Jacobi equations.* Estados Unidos: American Mathematical Society.
[2] G. Crandall, H. Ishii, P. L. Lions. (1992). User's guide to viscosity solutions of second order partial differential equations. Bulletin of the American mathematical society, 27(1), 1-67.
[3] Barles, G. (1994). *Solutions de viscosité des équations de Hamilton-Jacobi. Collection SMAI.*
[4] F.E. Benth, K.H. Karlsen, K. Reikvam. *Optimal portfolio selection with consumption and nonlinear integro-differential equations with gradient constraint: a viscosity solution approach*, Finance Stochastics 5 (3) (2001), 275-303.
[5] W.A. Woyczynski. *Lévy processes in the physical sciences*. Lévy Processes, Birkhäuser, Boston, Boston, MA (2001), 241-266.
[6] H.M. Soner. *Optimal control with state-space constraint II*, SIAM J. Control Optim. 24 (6) (1986), 1110-1122.
[7] A. Sayah. *Equations d'Hamilton-Jacobi du premier ordre avec termes integro-differentiels. I. Unicité des solutions de viscosité. II. Existence de solutions de viscosité*, Comm. Partial Differential Equations 16 (6-7) (1991), 1057-1093.
[8] O. Alvarez, A. Tourin. *Viscosity solutions of nonlinear integro-differential equations*, Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire 13 (3) (1996), 293-317.

[9] E.R. Jakobsen, K.H. Karlsen. *Continuous dependence estimates for viscosity solutions of integro-PDEs*. Journal of Differential Equations, 212(2) (2005), 278-318.
[10] E.R. Jakobsen, K.H. Karlsen. *A maximum principle for semicontinuous functions applicable to integro-partial differential equations*. Nonlinear Differential Equations and Applications NoDEA, 13(2)(2006), 137-165.
[11] G. Barles, S. Koike, O. Ley, E. Topp. *Regularity results and large time behavior for integro-differential equations with coercive Hamiltonians.* Calc. Var. Partial Differ. Equ. 54 (2015), 539-572.
[12] M. Arisawa. *Homogenization of a Class of Integro-Differential Equations with Lévy Operators*, Communications in Partial Differential Equations, 34:7 (2009), 617-624.
[13] M.M. Meerschaert, E. Scalas. *Coupled continuous time random walks in finance*, Phys. A 370(1)(2006), 114–118.
[14] R. Metzler, J. Klafter. *The random walk's guide to anomalous diffusion: a fractional dynamics approach,* Phys. Rep. 339(1) (2000), 1–77.
[15] V.N. Kolokoltsov, M.A. Veretennikova. *Well-posedness and regularity of the Cauchy problem for nonlinear fractional in time and space equations*, Fract. Differ. Calc. 4(1) (2014), 1–30.
[16] B. Baeumer, M.M. Meerschaert, E. Nane. *Brownian subordinators and fractional Cauchy problems,* Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire 361(7) (2009), 3915–3930.
[17] E. Topp, M. Yangari. *Existence and Uniqueness for Parabolic Problems with Caputo Time Derivative*. J. Differential Equations, 262(2017), 6018–6046.
[18] O. Ley, E. Topp, M. Yangari. *Some results for the large time behavior of Hamilton-Jacobi equations with Caputo time derivative.* Discrete and Continuous Dynamical Systems- Series A, 41 (8), 3555-3577.
[19] E. Topp, M. Yangari. *Weakly coupled systems of parabolic Hamilton-Jacobi equations with Caputo time derivative.* Nonlinear Differential Equations and Applications-NoDEA, 25, 41 (2018).
[20] D. Tavares, R. Almeida, D. Torres. *Caputo derivatives of fractional variable order: Numerical approximations*. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 35(2016), 69-87.
[21] T. Odzijewicz, A. B. Malinowska, D. F. M. Torres. *Fractional variational calculus of variable order*, Advances in harmonic analysis and operator theory, 291–301, Oper. Theory Adv. Appl., 229(2013).
[22] H. G. Sun, W. Chen and Y. Q. Chen. *Variable order fractional differential operators in anomalous diffusion modeling*, Physica A. 388 (2009), 4586-4592.
[23] A. V. Chechkin, R. Gorenflo and I. M. Sokolov, *Fractional diffusion in inhomogeneous media*, J. Phys. A 38 (42)(2005), 679–684.

13. DESCRIPCIÓN DETALLADA DEL PROYECTO, INCLUIDO METODOLOGÍA

En el marco de las soluciones viscosas estudiaremos problemas de la forma

$$\begin{aligned} \partial_t^{\alpha(t)} u + H(x,u,Du) = 0, \quad x \in \mathbb{R}^N, t > 0 \\ u = u_0, \quad x \in \mathbb{R}^N, t = 0, \end{aligned}$$

donde el operador hamiltoniano $H: \mathbb{R}^N \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}$ es una función continua, Du representa el gradiente de u con respecto a la variable x y la condición inicial $u_0 \in C_b(\mathbb{R}^N)$. Además, siguiendo [20], definimos la derivada fraccionaria de Caputo de orden variable, la cual está dada por:

$$\partial_t^{\alpha(t)} v(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha(t))} \int_0^t \frac{v'(s)}{|s-t|^{\alpha(t)}}\, ds,$$

donde $\alpha: \mathbb{R}_+ \to]0,1[$ es una función al menos continua, que verifica

$$0 < \alpha_{min} \leq \alpha(t) \leq \alpha_{Max} < 1, \qquad \forall\, t > 0.$$

Además se estima, que al ser α parte del nucleo de la integral antes definida, en el transcurso de la investigación se deberán establecer algunas hipótesis extra sobre el índice α.

Con el objetivo de establecer formulaciones viscosas para este tipo de derivada fraccionaria, suponiendo por el momento que $v \in C^1(\mathbb{R})$ e integrando por partes, podemos reescribir la derivada de Caputo, de la siguiente forma:

$$\partial_t^{\alpha(t)} v(t) = \frac{1}{\Gamma\big(1-\alpha(t)\big)} \left(\frac{v(t)-v(0)}{t^{\alpha(t)}} + \int_0^t \frac{v(t)-v(s)}{|s-t|^{1+\alpha(t)}}\, ds \right),$$

y considerando $v(t) = v(0)$ para $t \leq 0$, podemos expresarla como una integral de la diferencia discreta de primer orden, así

$$\partial_t^{\alpha(t)} v(t) = \frac{1}{\Gamma\big(1-\alpha(t)\big)} \int_{-\infty}^t \frac{v(t)-v(s)}{|s-t|^{1+\alpha(t)}}\, ds.$$

Es importante notar, que al considerar ecuaciones totalmente no lineales, se estará abordando una cantidad bastante grande de problemas, como por ejemplo formulaciones tipo Bellman, tipo Isaacs, problemas con gradiente coercivo, etc. Además, la importancia de este trabajo, es que se considera que el orden de la derivada en tiempo varía en cada punto y no es constante como en los problemas estudiados previamente. Cabe notar que los resultados obtenidos en este proyecto no solo son de interés en el ámbito del análisis matemático y ecuaciones diferenciales, sino también tendrá impacto en áreas como control de EDP´S, teoría de juegos, procesos estocásticos como por ejemplo Procesos de Lévy, movimientos Brownianos anómalos, etc.

Con el objetivo de establecer la existencia de soluciones viscosas discontinuas para el problema antes mencionado, supondremos, como es clásico para este tipo de problemas, que H es localmente acotado, es decir para cada R>0, existe $C_R > 0$ tal que

$$|H(x,u,p)| \leq C_R,$$

para todo $x \in \mathbb{R}^N$ y $|u|, |p| \leq R$, además, supondremos que existe $\lambda_0 \geq 0$ tal que

$$H(x,u,p) - H(x,v,p) \geq \lambda_0 (u-v), \quad si\ \ v \leq u,$$

para todo x, u, v, p en sus respectivos espacios. Con estas hipótesis, la continuidad del hamiltoneano, las propiedades de la función α y una adecuada formulación viscosa del problema, podremos desarrollar y adaptar el método de Perron para el estudio de este tipo de ecuaciones y así obtener la existencia de una solución viscosa discontinua, siempre que existan una sub y una supersolución del problema. Un problema adicional que se presenta al trabajar con una derivada de Caputo de orden variable, es que ya no podremos tomar, como sub y supersoluciones a funciones de la forma $u_0(x) - Ct^{\alpha}$ y $u_0(x) + Ct^{\alpha}$, respectivamente, tal como se hacía en el caso $\alpha(\cdot) = \alpha = cte$, pues al ser α una función que depende del tiempo, ya no se verifica la propiedad

$$\partial_t^{\alpha(t)} t^{\alpha(t)} \neq cte.$$

Para probar la continuidad y unicidad de la soluciones, supondremos que el hamiltoneano verifica una de las dos condiciones siguientes, las cuales son propiedades que clásicamente se estudian en el marco de soluciones viscosas.

Propiedad de Hamilton – Jacobi: Para todo $R > 0$, existe un modulo de continuidad ω y ω_R, tal que, para cada $|x|, |y| \leq R$ y $|u| \leq R$, si $\varepsilon > 0$ y $s(\beta) \to 0$ cuando $\beta \to 0$, entonces

$$H(y, v, \varepsilon^{-1}(x-y)) - H(x, v, \varepsilon^{-1}(x-y) + s(\beta)) \leq \omega(\beta) + \omega_R(|x-y| + \varepsilon^{-1}|x-y|^2).$$

Gradiente coercivo: Existe $m > 1$, tal que para todo $R > 0$ y todo $\mu \in (0,1)$, existe un modulo de continuidad ω y ω_R, tal que, para cada $|x|, |y| \leq R$ y $|u| \leq R$, si $\varepsilon > 0$ y $s(\beta) \to 0$ cuando $\beta \to 0$, entonces

$$H(y, v, \varepsilon^{-1}(x-y)) + s(\beta)) - \mu H(x, \mu^{-1}v, \mu^{-1}\varepsilon^{-1}(x-y)) \leq \omega_R(|x-y|)(1 + |p|^m) + \omega(\beta)|p|^{m-1} + C_R(1-\mu) + (\mu - 1)|p|^m,$$

con C_R una constante positiva.

Con las condiciones antes detalladas, es posible establecer un principio de comparación para sub y supersoluciones viscosas y de esta manera asegurar la continuidad de las soluciones encontradas por medio del método de Perrón, además de tener la unicidad de la solución. Más aún, si la constante λ_0, definida previamente, es estrictamente positiva, se podrá probar que la solución es acotada. Finalmente, suponiendo que la condición inicial u_0 es Lipschitz continua, el principio de comparación nos servirá para probar regularidad Hölder tanto en la variable temporal, como en la variable espacial.

Cabe señalar que las dificultades en el estudio de problemas que involucran operadores de orden variable y en general operadores integro-diferenciales son, por ejemplo, el manejo de las singularidades en los núcleos de los operadores, la falta de herramientas básicas de diferenciación, como la regla del producto o de la cadena, y en nuestro caso particular, la presencia de un orden variable, incluye la dificultad extra de que en cada tiempo el índice de la derivada cambia, lo cual podría presentar serias dificultades tanto en el desarrollo del método de Perrón, principio de comparación, como en el estudio de la regularidad.

14. INFRAESTRUCTURA Y EQUIPOS

Al ser un proyecto teórico de matemática, la infraestructura necesaria será la oficina del profesor en el Departamento de Matemática, equipadas con computadores de escritorio o portátiles.

Infraestructura	Equipos	
Laboratorio	**Nombre del Equipo**	**Ubicación del Equipo**
Oficina del Departamento de Matemática	Computador de escritorio	Departamento de Matemática
	Computador portátil	Departamento de Matemática

15. VINCULACIÓN CON POSGRADOS

Actualmente soy profesor del Programa de Doctorado en Matemática Aplicada del Departamento de Matemática. Así, la investigación que se realizará en este proyecto, está orientada tanto en las lineas de investigación del Departamento de Matemática, como del programa de doctorado, con el objetivo de acoger a los nuevos estudiantes del programa, que estén interesados en realizar sus estudios doctorales en el área de las ecuaciones diferenciales y en particular en el cálculo fraccionario.

16. MONTO REQUERIDO

15.1 Monto y justificación del equipo requerido: *No se necesita comprar equipo.*
15.2 Monto y justificación del personal requerido: *No se necesita contratar personal.*
15.3 Monto y justificación de los investigadores invitados: *No se necesita contratar investigadores.*
15.4 Monto y justificación de los viajes y salidas del campo requeridos:
Se solicita 6000 dólares para viajes al extranjero (pasajes, viáticos y subsistencias, pago de inscripción a eventos), con el objetivo de realizar visitas de investigación y participaciones en congresos, con la finalidad de divulgar la investigación realizada en este proyecto.
Se planea realizar los siguientes viajes:
- Una visita de investigación a la Universidad de Santiago de Chile, para trabajar con el Dr. Erwin Topp.
- Asistencia a un congreso para presentación de los resultados y avances obtenidos en el proyecto.

17. FONDOS ADICIONALES

No se tiene fondos adicionales para este proyecto.

B. DATOS INFORMATIVOS

1. INFORMACIÓN DEL DIRECTOR, CODIRECTOR, COLABORADORES Y COLABORADORES TÉCNICOS

Apellidos y nombres	No. de Cédula	HSS*	Departamento	Rol	Cargo	Título de mayor nivel y mención.
Yangari Sosa Miguel Angel	1715020309	10	Matemática	Director	Profesor titular agregado, grado 3, nivel 5	Doctor en Ciencias de la Ingeniería, mención Modelamiento Matemático

***HSS =Horas Semana Semestre**: Es el número de horas que se dedica por semana a la investigación. Este número de horas se mantiene para todo el semestre

****Cargo** – Profesor titular tiempo completo, Profesor ocasional tiempo completo, estudiante de posgrado, Investigador externo, Personal administrativo.

C. DECLARACIÓN FINAL
DECLARACIÓN DEL DIRECTOR DEL PROYECTO

El equipo de investigadores, representado por el Director del Proyecto declara lo siguiente:

- Que el presente proyecto es una creación original de mi autoría y del equipo de investigadores, y por tanto asumimos la completa responsabilidad legal en caso de que un tercero alegue la titularidad de los derechos intelectuales del proyecto, exonerando a la EPN de cualquier acción legal que se derive por esta causa.

- Que el presente proyecto no ha sido presentado en ninguna convocatoria de otra institución pública o privada. El incumplimiento será causal para que el proyecto no sea tomado en consideración.

- Que si el proyecto genera algún producto o procedimiento susceptible de obtener derechos de propiedad intelectual, de los cuales se deriven beneficios, aceptamos que éstos serán compartidos entre los investigadores y la institución o las instituciones participantes en el proyecto, conforme a lo establecido en el COESC.

- Que el equipo de investigadores y/o instituciones participantes se comprometen a mantener la confidencialidad de la información si ésta podría ser susceptible de protección por patentes, y solicitar la valoración de propiedad intelectual respectiva previa a cualquier publicación o difusión.

- Que para el caso de derechos de autor otorgamos una licencia de uso exclusivo con fines académicos para la o las instituciones participantes en el proyecto.

- Que aceptamos conocer y cumplir con la normativa vigente para la gestión de proyectos.

MIGUEL ANGEL YANGARI SOSA

Firmado digitalmente por MIGUEL ANGEL YANGARI SOSA
Nombre de reconocimiento (DN): c=EC, o=BANCO CENTRAL DEL ECUADOR, ou=ENTIDAD DE CERTIFICACION DE INFORMACION-ECIBCE, l=QUITO, serialNumber=0000586057, cn=MIGUEL ANGEL YANGARI SOSA
Fecha: 2021.09.22 18:15:32 -05'00'

Firma del Director del Proyecto
Nombre: Miguel Yangari
C.I.: 1715020309