



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

**ESTUDIO DE TRABAJO A FATIGA EN DUCTOS MARINOS PARA
UNA UNIDAD FLOTANTE DE PRODUCCIÓN, ALMACENAMIENTO
Y DESCARGA (FPSO) USANDO UN SISTEMA PASIVO DE
COMPENSACIÓN DE ROLIDO**

**COMPONENTE: ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO
DEL SISTEMA DE RISERS DE UN FPSO USANDO MÉTODOS
NUMÉRICOS**

**TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR PRESENTADO COMO
REQUISITO PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO MECÁNICO**

WILLIAM JOHANN GONZÁLEZ LÓPEZ
willam.gonzalez@epn.edu.ec

DIRECTOR: GUACHAMÍN ACERO WILSON IVÁN, PhD.
wilson.quachamin@epn.edu.ec

DMQ, agosto 2023

CERTIFICACIONES

Yo, WILLIAM JOHANN GONZÁLEZ LÓPEZ declaro que el trabajo de integración curricular aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

WILLIAM JOHANN GONZÁLEZ LÓPEZ

Certifico que el presente trabajo de integración curricular fue desarrollado por WILLIAM JOHANN GONZÁLEZ LÓPEZ, bajo mi supervisión.

WILSON IVÁN GUACHAMÍN ACERO

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

A través de la presente declaración, afirmamos que el trabajo de integración curricular aquí descrito, así como el (los) producto(s) resultante(s) del mismo, son públicos y estarán a disposición de la comunidad a través del repositorio institucional de la Escuela Politécnica Nacional; sin embargo, la titularidad de los derechos patrimoniales nos corresponde a los autores que hemos contribuido en el desarrollo del presente trabajo; observando para el efecto las disposiciones establecidas por el órgano competente en propiedad intelectual, la normativa interna y demás normas.

WILLIAM JOHANN GONZÁLEZ LÓPEZ

WILSON IVÁN GUACHAMÍN ACERO

DEDICATORIA

A mi familia: Verónica, Carlos y Martín, que son el eje de mi vida,
el regalo más grande que Dios me pudo dar.

AGRADECIMIENTO

A mi familia, por su apoyo incondicional.

A la Escuela Politécnica Nacional, que ha puesto a disposición todos los recursos para mi aprendizaje continuo y formación académica.

Al personal docente de la Facultad de Ingeniería Mecánica, por transmitir su conocimiento y forjar mi camino profesional.

Al Doctor Wilson Guachamín, por brindarme asesoramiento, motivación y ofrecerme su mano amiga.

ÍNDICE DE CONTENIDO

1. Contenido

1. DESCRIPCIÓN DEL COMPONENTE DESARROLLADO	1
1.1. Objetivo general	2
1.2. Objetivos específicos	2
1.3. Alcance	2
1.4. Marco Teórico	3
1.4.1. Antecedentes.....	3
1.4.2. Definición y componentes del FPSO	4
1.4.3. Sistemas de risers	5
1.4.5. Riser rígido en forma de catenaria (SCR).....	7
1.4.6. Análisis del comportamiento mecánico del riser de forma “J”	8
1.4.7. Métodos analíticos para risers con configuración “J”	9
2. METODOLOGÍA	11
2.1. Análisis Estático	12
2.1.1. Geometría	12
2.1.1.1. Modelo 1. Aproximación a cable	12
Modelación de la catenaria.....	12
Cálculos para modelación de catenaria.....	14
2.1.2. Modelo 2. Aproximación a viga+cable	15
Primera parte de la tubería (L1).....	16
Segunda parte de la tubería (L2).....	17
2.1.3. Cálculo de la tensión en la tubería.....	22
2.1.4. Momento flector y Fuerza Cortante en la tubería	23
2.1.5. Esfuerzo normal estático	24
2.2. Análisis Cuasi- estático	27
2.2.1. Caso 1: Sin adición del sistema pasivo de compensación de rolido.....	27
Modelación de la aceleración. Caso 1	28
Cálculo de la tensión cuasi estática. Caso 1	29
Cálculo del esfuerzo cuasi estático. Caso 1	31
2.2.2. Caso 2: Adición del sistema pasivo de compensación de rolido	32
Modelación de la aceleración. Caso 2.....	32
Cálculo de la tensión cuasi estática. Caso 2	33
Cálculo del esfuerzo cuasi estático. Caso 2	34
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	36

3.1. Resultados análisis estático	36
3.2. Resultados análisis cuasi-estático	39
3.3. Resultados finales	42
4. CONCLUSIONES	44
5. RECOMENDACIONES.....	44

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Tipos de FPU usados en campos de aguas profundas	3
Figura 1.2. Componentes primarios de un FPSO.....	4
Figura 1.3. Configuraciones de risers flexibles.....	5
Figura 1.4. Clasificación de risers	6
Figura 1.5. Sección transversal de un riser flexible.....	7
Figura 1.6. Riser rígido con configuración tipo “J”.....	8
Figura 2.1. Diagrama de flujo de la metodología.....	11
Figura 2.2. Esquema del modelo 1.....	12
Figura 2.3. Modelación de catenaria Modelo 1.....	14
Figura 2.4. Esquema del modelo 2.....	16
Figura 2.5. Forma de la primera parte L1.....	21
Figura 2.6. Forma de la segunda parte L2.....	21
Figura 2.7. Forma del riser bajo el Modelo 2.....	22
Figura 2.8. DCL de tubería en el punto de sujeción.....	25
Figura 2.9. Esfuerzo estático en función de distancia horizontal.....	26
Figura 2.10. DCL de tubería en el punto de sujeción. Análisis cuasi- estático.....	27
Figura 2.11. Identificación de puntos importantes.....	30
Figura 2.12. Aceleraciones para alturas críticas. Caso 2.....	33
Figura 3.1. Geometría forma J para los dos modelos.....	37
Figura 3.2. Resultados esfuerzo estático	39
Figura 3.3. Identificación de puntos importantes para caso cuasi estático.....	39
Figura 3.4. Resultados tensiones máximas: a) Punto de sujeción, b) Punto en región de curvatura.....	40
Figura 3.5. Resultados esfuerzos máximos: a) Punto de sujeción, b) Punto en región de curvatura.....	41
Figura 3.6. Resultados tensiones máximas: a) Punto de sujeción, b) Punto en región de curvatura.....	41
Figura 3.7. Resultados esfuerzos máximos: a) Punto de sujeción, b) Punto en región de curvatura.....	42

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Datos para análisis estático Modelo 1.....	14
Tabla 2.2. Especificaciones de la tubería escogida.	15
Tabla 2.3. Incógnitas obtenidas para Modelo 2.	20
Tabla 2.4. Descripción de puntos de estudio para análisis estático.	25
Tabla 2.5. Aceleraciones en el eje z, dirección 90°, sin sistema de compensación de rolido.....	28
Tabla 2.6. Aceleraciones a alturas críticas. Caso 1	28
Tabla 2.7. Tensión cuasi estática para puntos de análisis del riser.....	30
Tabla 2.8. Tensión pico de las ondas Caso 1.	31
Tabla 2.9. Esfuerzo pico de las ondas. Caso 1.....	31
Tabla 2.10. Principales propiedades físicas del sistema de compensación de rolido.....	32
Tabla 2.11. Aceleraciones en el punto de sujeción, dirección 90°, con sistema de compensación.....	32
Tabla 2.12. Tensión pico de las ondas Caso 2.	34
Tabla 2.13. Esfuerzo cuasi estático para puntos de análisis del riser	34
Tabla 2.14. Esfuerzo pico de las ondas. Caso 2.....	35
Tabla 3.1. Características del riser	36
Tabla 3.2. Distancia horizontal del riser para cada modelo.....	37
Tabla 3.3. Identificación de puntos importantes y resultados análisis estático.	38
Tabla 3.4. Comparación Caso 1 y 2.	43

RESUMEN

La producción y transporte de hidrocarburos en altamar es una industria que basa sus actividades en la utilización de un sistema de tuberías submarinas (risers) que transportan petróleo hacia las unidades flotantes de almacenamiento y descarga (FPSO).

Estos risers están sometidos a trabajo a fatiga debido al movimiento de rolido del barco, ocasionado por las cargas cíclicas de las olas.

En el presente Trabajo de Integración Curricular se realizó el análisis estático del sistema de risers, cuyas tuberías que se conectan desde el fondo marino hacia una zona elevada en el casco del FPSO, tienen una configuración en forma de "J".

En esta configuración se identificaron dos puntos de análisis: punto de sujeción y punto en la región de curvatura, para los cuales realizó el cálculo de tensiones y esfuerzos para el FPSO con y sin sistema pasivo de compensación de rolido.

Para el estudio estático se utilizan dos modelos analíticos: uno que considera la tubería como cable flexible y otro que la aproxima a viga en un primer tramo del riser y cable en el siguiente tramo.

Para el modelo de aproximación a cable, sin el sistema de compensación, se obtiene en el punto de sujeción el esfuerzo máximo de 29.8 [MPa] y en el punto de curvatura 46.9 [MPa]. Con la adición del sistema de compensación, los valores se reducen a 27.4 [MPa] en el punto de sujeción y 43.3 [MPa] en el punto de región de curvatura.

Con estos resultados se concluyó que el uso sistema pasivo de compensación, acoplado al FPSO, reduce un 8.5 % los esfuerzos máximos en los risers.

PALABRAS CLAVE: FPSO, risers, modelo analítico, compensación de rolido, esfuerzo mecánico.

ABSTRACT

The production and transportation of hydrocarbons in the deep water requires the use of a system of underwater pipelines (risers) that transport oil to floating storage and offloading units (FPSO).

These risers are subjected to fatigue loading due to the roll motions of the vessel, caused by the cyclical loads of the waves.

In the present work, a static analysis of the riser system was carried out, in which pipes that connect from the seabed to a balcony in the FPSO, have a "J" shaped configuration.

In this configuration, two analysis points were identified: a fixed suspension point and a point in the curvature region, for which the calculation of stresses for the FPSO with and without passive roll compensation system was carried out.

For the static study, two analytical models are used: one that considers the pipe as a flexible cable and another that approximates it to a beam in a first section of the riser and cable in the next section.

For the cable approach model, without the compensation system, the maximum stress of 29.8 [MPa] is obtained at the point of attachment and at the point of curvature 46.9 [MPa]. With the addition of the compensation system, the values are reduced to 27.4 [MPa] at the fixing point and 43.3 [MPa] at the sag bend region.

With these results, it was concluded that the use of a passive compensation system, coupled to the FPSO, reduces the maximum stresses in the risers by 8.5%.

KEYWORDS: FPSO, risers, analytical model, roll compensation, mechanical stress.

1. DESCRIPCIÓN DEL COMPONENTE DESARROLLADO

Para el transporte eficiente y seguro de hidrocarburos en operaciones de producción de petróleo en altamar, se utiliza un sistema de tuberías submarinas (risers) que trasladan el fluido desde el fondo marino, hacia las unidades flotantes de producción y almacenamiento (FPSO).

El trabajo realizado se compone del análisis estático del riser metálico rígido con forma “J” (Figura A), diseñado para una profundidad, desde el punto de contacto con el fondo marino hasta el punto de sujeción con el FPSO, de 300 [m] de acuerdo con las condiciones geográficas de Campos Basin, Brasil.

Además, para esta configuración se identificaron dos puntos importantes de análisis, señalados en rojo en la Figura A: punto de sujeción y punto en la región de curvatura.

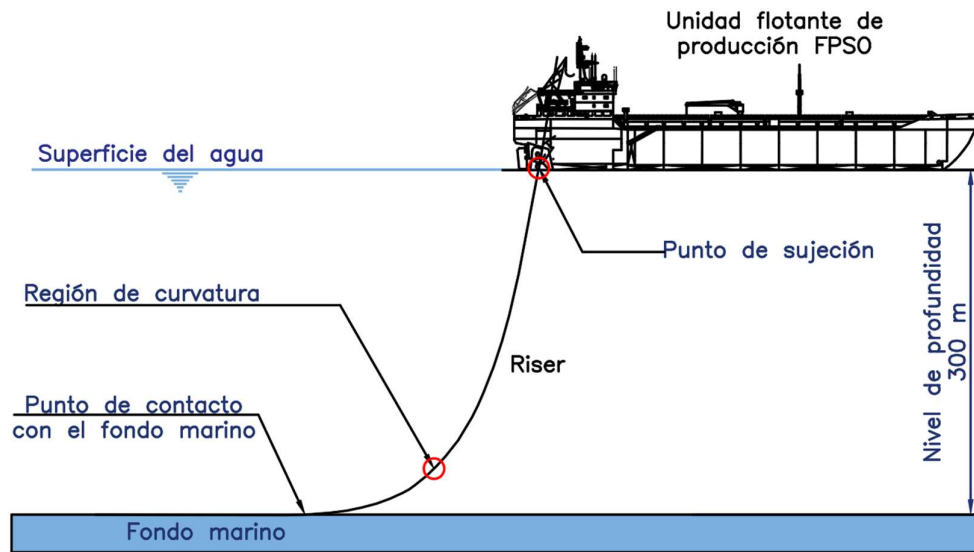


Figura A. Componentes del riser de geometría tipo “J” de un FPSO. (Fuente: Propia)

Para el desarrollo del análisis estático se utilizaron dos modelos analíticos: el primero aproxima la tubería como cable, despreciando la rigidez a flexión. El segundo considera que la tubería se comporta como viga en un tramo y como cable en el tramo restante.

Bajo el primer modelo y con los datos de aceleraciones proporcionadas del trabajo “Análisis cinemático del FPSO” (Pazmiño Rivas , 2023), se calcularon los esfuerzos máximos en los puntos de interés para el FPSO con y sin sistema de compensación pasivo de compensación de rolido, estudiado en trabajos anteriores.

1.1. Objetivo general

Realizar el estudio del comportamiento mecánico del sistema de risers de un FPSO usando métodos numéricos.

1.2. Objetivos específicos

- Establecer la clasificación general de los risers, para identificar el tipo particular al que se le realizará el estudio de comportamiento mecánico.
- Determinar los parámetros geométricos del riser bajo dos modelos analíticos: uno que considere la tubería como cable y otro que la aproxime a viga en un primer tramo de tubería y a cable en el siguiente tramo.
- Identificar los principales puntos de análisis en la tubería para realizar el análisis estático.
- Realizar el cálculo de tensiones y esfuerzos máximos en los puntos de interés del riser para el FPSO con y sin sistema pasivo de compensación de rolido.

1.3. Alcance

Este trabajo incluye la aplicación de dos modelos analíticos para el estudio de tuberías submarinas: 1) Modelo que aproxima la tubería como cable y 2) Modelo compuesto que considera a la tubería como viga, en el tramo cercano al fondo marino, y como cable en el siguiente tramo. Estos modelos se aplican a la configuración del riser tipo "J" para determinar parámetros geométricos adecuados.

Además, el trabajo contiene el cálculo de tensiones y esfuerzos máximos en dos puntos de interés del riser: punto en la región de curvatura y punto de sujeción, para el FPSO con y sin sistema pasivo de compensación de rolido.

Este trabajo no incluye análisis estático con elementos finitos ni estudio a fatiga de la tubería.

1.4. Marco Teórico

En este apartado se incluye una serie de definiciones, clasificación, principios físicos y toda información útil para la comprensión del sistema de risers de un FPSO. Adicionalmente, se describen los modelos analíticos para el estudio estático del riser rígido con forma “J”.

A continuación, se realiza una revisión bibliográfica de los componentes que involucran el sistema general de risers.

1.4.1. Antecedentes

El comienzo de la industria del petróleo y gas en altamar data a finales de la década de 1940, época en que los pozos se encontraban vinculados a las plataformas fijas. Con el estudio de exploración en áreas de mayor profundidad, se redujo el uso plataformas dado el hecho que se volvieron pocas prácticas para los fines comerciales, marcando así el inicio de los FPSO, unidades flotantes de producción y almacenamiento.

En 1975, se desplegó la primera plataforma sumergible en el campo Argyll localizado en el Reino Unido, sector del Mar del Norte. El primer FPSO tuvo su aparición dos años después en el campo Castellon de Shell, mismo que alcanzó una profundidad de 117 [m] y seguido a esto, las plataformas TLP “Tension Leg Platform” se unieron a las unidades de producción flotante FPU “Floating Production Unit” (Keprate , 2014).

Con el avance en la industria “offshore” se han producido avances continuos en el sector FPU, por lo que en la actualidad se usan diferentes tipos unidades de producción flotante, los más importantes, se señalan en la Figura 1.1.

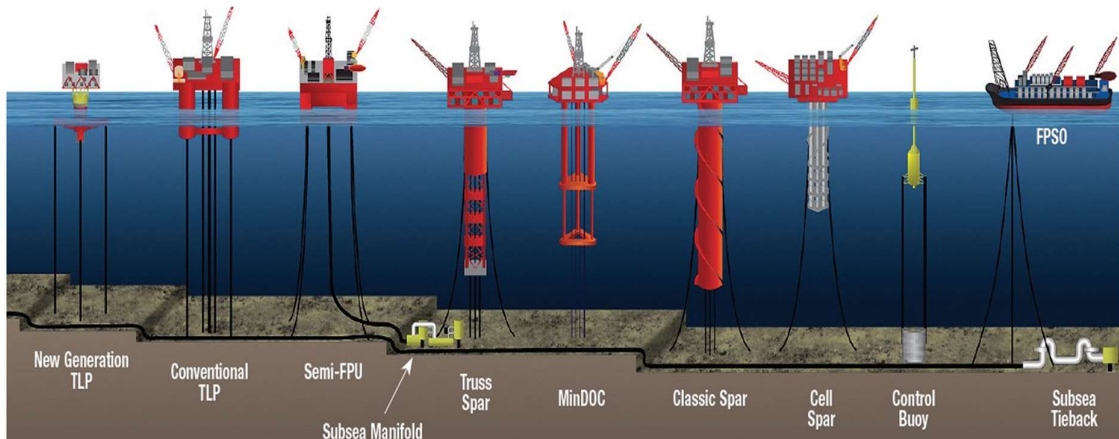


Figura 1.1. Tipos de FPU usados en campos de aguas profundas. (Keprate , 2014)

1.4.2. Definición y componentes del FPSO

El FPSO es un sistema completo dotado de instalaciones que se usan para recolectar, procesar, almacenar y distribuir fluidos que se producen en los campos de petróleo y gas en alta mar. Tiene gran versatilidad en su uso en profundidades, ya que se puede utilizar en aguas poco profundas de 15 [m] hasta profundidades mayores a 2500 [m]. La Figura 1.2 muestra los componentes principales de un FPSO: el sistema de pozos “Subsea Well”, Sistema de amarre “Mooring System” y Sistema de risers “Riser System”.

El sistema de pozos es una parte integral de la cadena de producción en alta mar, y se clasifican en pozos submarinos: individuales, múltiples y sistemas de plantilla.

El sistema de amarre se compone de anclas, cabos de amarre, remolcadores, que se usan dependiendo del tipo de amarre y su configuración. Los anclajes dan la sujeción al FPSO y se pueden incrustar en el fondo marino o profundizar debido al peso su propia masa (Keprate , 2014).

Por su parte el sistema de risers se usa para el transporte del fluido desde el fondo marino hacia la parte superior de la embarcación. En su construcción se usan materiales metálicos y compuestos para fabricar elevadores que usan en diferentes configuraciones.

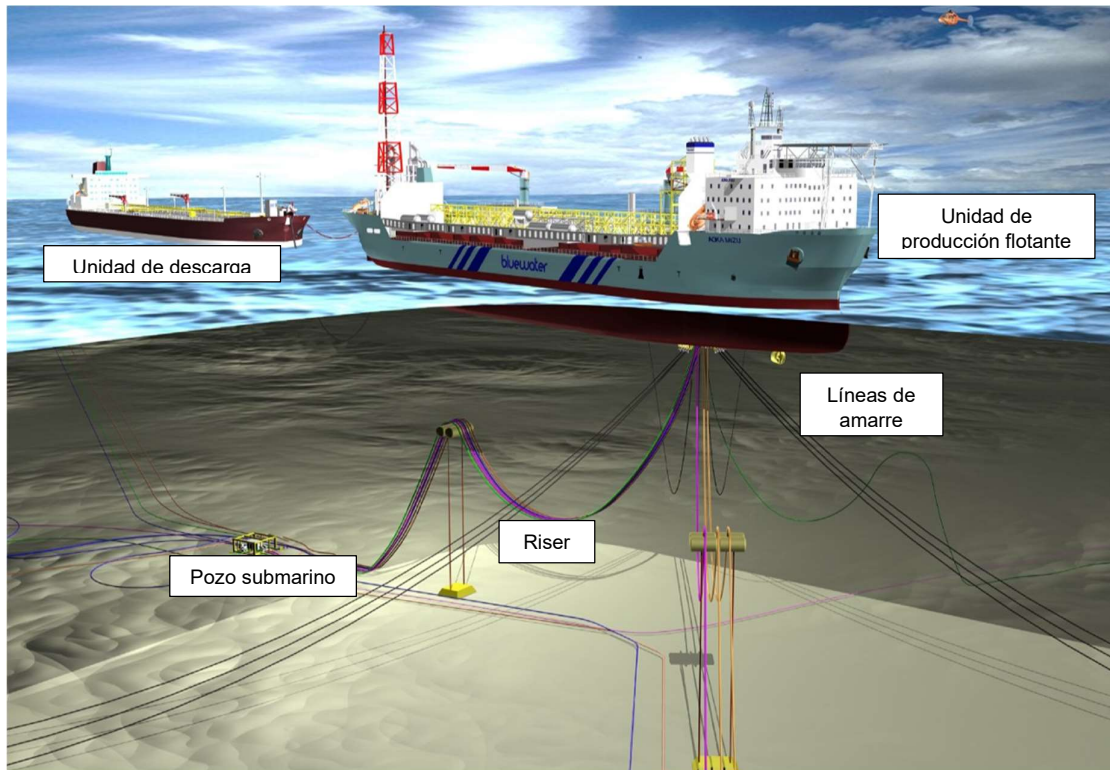


Figura 1.2. Componentes primarios de un FPSO. (Keprate , 2014)

1.4.3. Sistemas de risers

El sistema de risers se define como la conexión entre la instalación submarina (estática) y la unidad de producción flotante en la superficie (dinámica). Su construcción debe garantizar la contención de fluidos y presión y también ser estructural y globalmente estable (American Petroleum Institute (API), 1998).

El diseño del sistema de risers toma en cuenta tanto especificaciones de la industria como estándares internacionales. Sin embargo, la base está en los siguientes aspectos fundamentales: condiciones ambientales y de carga, metodología de análisis, criterios de diseño y uso de materiales. El diseño siempre debe cumplir el objetivo de no exceder la probabilidad de falla que puede producirse. Algunos de los métodos de diseño que más se aplican son: Factor y carga de resistencia (LRFD), Diseño basado en la tensión de trabajo (WSD), Diseño basado en la confiabilidad y Diseño por Prueba (DNV Group. , 2020).

Cuando se usa un sistema de risers en unidades de producción flotante se deben tomar en cuenta los factores físicos que influyen en el diseño como son: profundidad del agua, campo de extracción, vida útil mínima, diseño del amarre, datos ambientales, movimientos de la embarcación y configuración del riser (Keprate , 2014). En la industria del petróleo en altamar, las configuraciones más comunes se observan en la Figura 1.3.

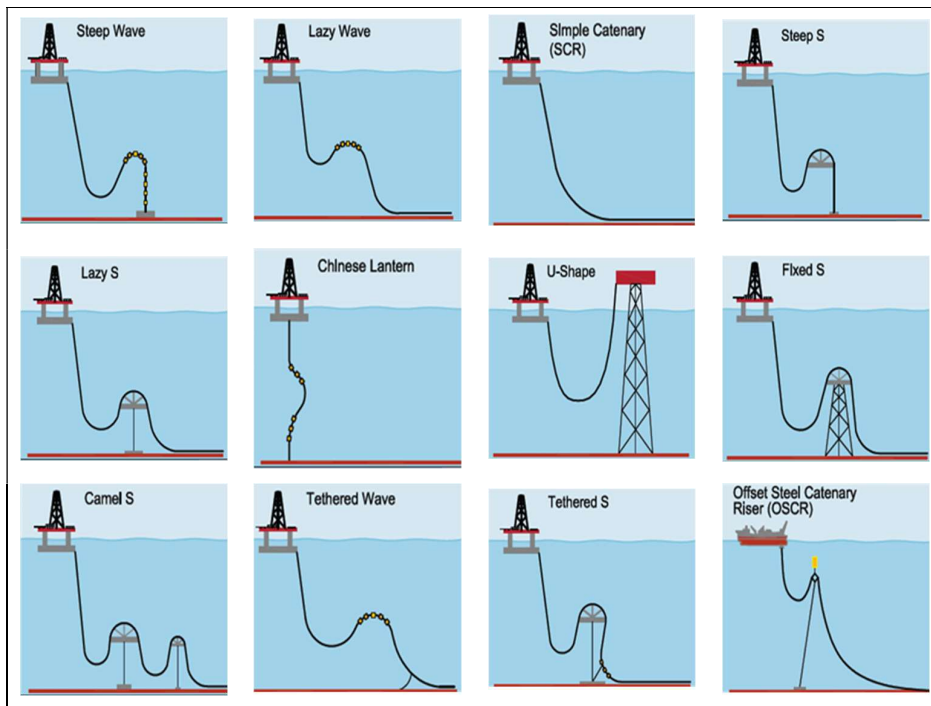


Figura 1.3. Configuraciones de risers flexibles. (Keprate , 2014)

1.4.4. Identificación de risers

Los risers son los componentes esenciales para el transporte seguro y eficiente de hidrocarburos extraídos de los pozos submarinos. Con el objetivo de garantizar que puedan resistir condiciones marinas adversas, se debe considerar cuidadosamente los materiales constituyentes y el mantenimiento para cada tipo de riser, cuya clasificación típica se muestra en la Figura 1.4.

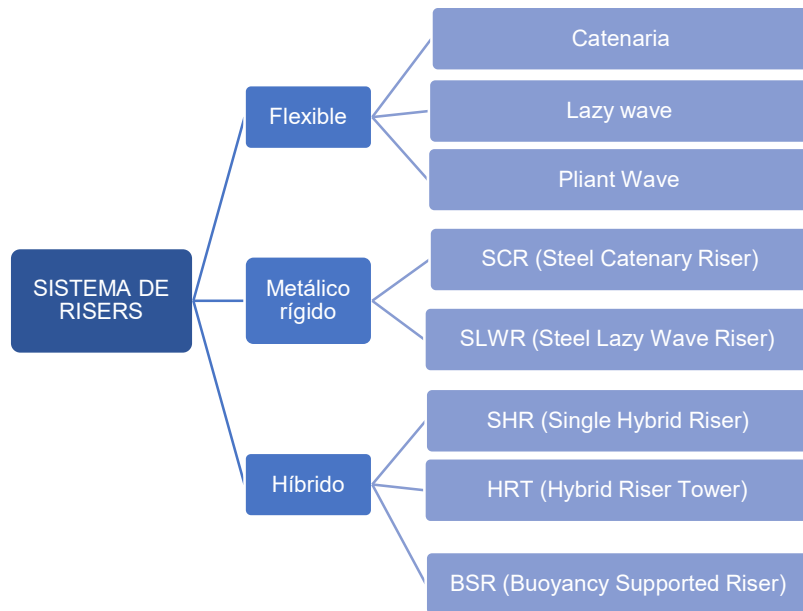


Figura 1.4. Clasificación de risers. (Fuente: Propia)

Riser flexible

El riser flexible es un tipo de tubería que se utiliza para el transporte de fluidos entre la unidad flotante y el fondo marino, que a diferencia del riser rígido, está compuesto de capas de materiales flexibles (Figura 1.5) necesarias para la adaptación de la tubería a condiciones marinas cambiantes.

Además, de acuerdo con la Especificación 17J *Specification for Unbonded Flexible Pipe* (American Petroleum Institute API, 2014), las capas de material flexible forman un conducto que contiene presión y tiene la capacidad de compensar desviaciones sin aumento de esfuerzos de flexión.



- | | | |
|------------------------|--------------------|-------------------------------|
| 1.- Envoltura exterior | 2.- Cubierta | 3.- Capa para amortiguamiento |
| 4.- Capa de refuerzo | 5.- Capa rompedora | 6.- Revestimiento |
| 7.- Carcasa | | |

Figura 1.5. Sección transversal de un riser flexible (Antal , Nagy, & Boros, 2003).

Riser rígido

El riser rígido es una tubería metálica, comúnmente de acero, que se extiende desde el fondo marino hasta la unidad flotante de producción en distintas configuraciones: vertical, en forma de catenaria o en forma de onda, denominada configuración “lazy wave”.

Estos risers tienen conexiones sólidas que no permiten la adaptación a condiciones marinas cambiantes, lo que limita su capacidad a afrontar cargas variables. Además, pueden necesitar un mayor mantenimiento en comparación con riser flexibles, puesto que se necesita prevenir la corrosión y demás daños ocasionados por la exposición de la tubería al agua de mar.

La clasificación del riser rígido, como se estableció en la Figura 1.4 es: riser de acero en forma de catenaria “Steel Catenary Riser” y riser de acero en forma de onda “Steel Lazy Wave Riser”. Ambos tipos han sido probados en campo y son de uso común en aguas profundas (Keprate , 2014).

1.4.5. Riser rígido en forma de catenaria (SCR)

El tipo de riser SCR es de uso común para operación en aguas poco profundas, en donde no exista condiciones marinas extremas o movimientos significativos.

Gran parte de unidades flotantes de almacenamiento y producción (FPSO) poseen el riser tipo SCR, dado el hecho de la facilidad de instalar y el costo económico, ya que se necesita menor cantidad de material submarino para su construcción.

Por lo anterior, las principales ventajas que ofrece este tipo de configuración es la simplicidad de su concepto, alta resistencia mecánica para soportar grandes cargas,

construcción con mínima infraestructura submarina, barato y de menor mantenimiento, mientras que las desventajas son la dificultad en las conexiones en los extremos del riser debido a su forma curva, tensión adicional en las uniones y menor tolerancia a la flexión y movimientos laterales (Chen, Duan, & Li, 2011).

La elección del riser rígido de acero con forma de catenaria, dependerá de las condiciones operativas específicas, siendo la opción más adecuada cuando las condiciones marinas no son extremas y donde se necesite estabilidad, resistencia mecánica y simplicidad para el proceso de transporte.

1.4.6. Análisis del comportamiento mecánico del riser de forma “J”

El riser rígido SRC se caracteriza geométricamente por presentar la forma de una catenaria que se extiende del fondo marino hacia el casco del FPSO. Esta forma también puede considerarse como una configuración tipo “J”, como se muestra en la Figura 1.6.

La forma “J” empieza en el punto de contacto con el fondo marino “touch down point”, toma su curvatura “sagbend region” y termina en el punto superior, donde se acopla con el FPSO. Las características restantes del riser son el ángulo de colocación θ y el nivel de profundidad desde la superficie hasta el lecho marino, Figura 1.6.

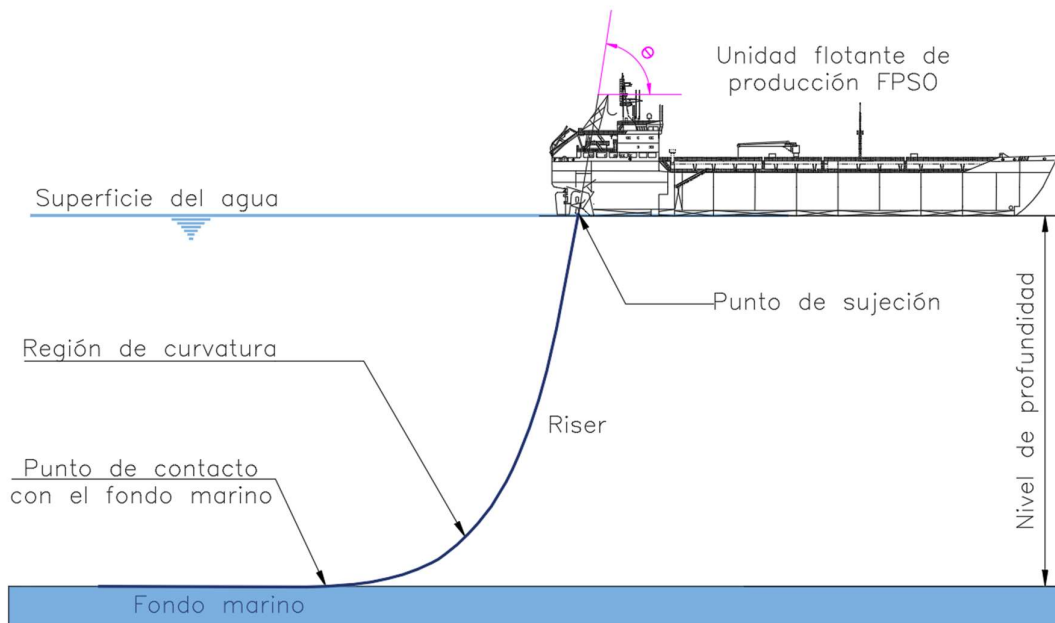


Figura 1.6. Riser rígido con configuración tipo “J”. (Fuente: propia)

Las características destacan este tipo de riser son la reducción de la distancia entre el punto de contacto con el fondo marino y la embarcación, lo que genera una disminución de la fuerza horizontal suministrada por los motores del FPSO (Lenci & Callegari, 2005).

El análisis mecánico del sistema de risers se basa realizar un estudio estático y dinámico de las tuberías submarinas considerando las fuerzas hidrodinámicas que actúan sobre esta. El análisis completo se puede realizar en software especializado en operaciones offshore, que usan recursos computacionales sofisticados para simular de la manera más aproximada posible las condiciones marinas a las que se expone el riser.

Para el análisis del riser con configuración “J” se utilizan métodos de elementos finitos y herramientas numéricas avanzadas, que son necesarias para realizar el estudio estático y dinámico, como lo son OrcaFlex, Flexcom o los códigos de software Riflex, Offpipe, MARINTEK, etc. Estos software toman en consideración los parámetros de: rigidez a flexión de la tubería, movimiento de las olas del mar, rigidez y pendiente del suelo, ángulo superior θ , fenómeno de capa límite, entre otros (Lenci & Callegari, 2005).

Sin embargo, también se puede recurrir a métodos analíticos simples que están disponibles y son importantes para comprender la naturaleza y relevancia de los fenómenos complejos que caracterizan este tipo de riser.

1.4.7. Métodos analíticos para risers con configuración “J”

Estos métodos ayudan a obtener soluciones numéricas a partir de cálculos iterativos, que difieren en un porcentaje pequeño de los modelos de alta complejidad. En este trabajo se utilizarán métodos numéricos para realizar el estudio estático de la tubería submarina.

Suposiciones para usar métodos numéricos

Para centrar el análisis mecánico del riser por métodos analíticos, se realizan los siguientes supuestos (Lenci & Callegari, 2005):

- Se desprecia la deformación axial de la tubería.
- No se tienen en cuenta los efectos 3D y se trabaja en un modelo en el plano.
- No se consideran fuerzas horizontales de las corrientes submarinas.
- Se toma en cuenta que el fondo marino es horizontal y plano.
- Se desprecia el fenómeno de la capa límite en la parte superior de la parte suspendida.

El análisis estático por métodos numéricos que se realizará en el trabajo se compone del estudio de dos modelos analíticos.

- Modelo 1: Es un modelo simple para tuberías submarinas en el que se aproxima al riser como un cable que solo soporta tensión axial y bajo la suposición que el fondo marino es rígido.
- Modelo 2: Toma en cuenta el fenómeno de la capa límite en las cercanías del punto de contacto con el fondo marino, lo que afecta la posición relativa del barco L (Figura 1.6), y el valor del momento flector máximo.

En el siguiente capítulo se explican a detalle ambos modelos.

2. METODOLOGÍA

En este capítulo se desarrollará el análisis estático y un estudio complementario denominado “cuasi estático” para el riser con configuración “J” de un FPSO.

Para realizar el análisis estático se determina la geometría del riser en base a dos modelos analíticos: el primero, aproxima a la tubería como cable flexible y el segundo, la considera como viga en un primer tramo del riser y cable en el siguiente tramo. En base a lo obtenido se calculan las tensiones y esfuerzos estáticos en la tubería.

El análisis cuasi estático, se caracteriza por añadir aceleración vertical en el punto de sujeción, donde se conecta el riser con el FPSO. Este estudio se realiza para dos casos: con y sin sistema pasivo de compensación de rolido, para los cuales se determina tensión y esfuerzo en dos puntos de interés del riser: punto en la región de curvatura y punto de sujeción. El proceso secuencial se añade en el diagrama de la Figura 2.1.

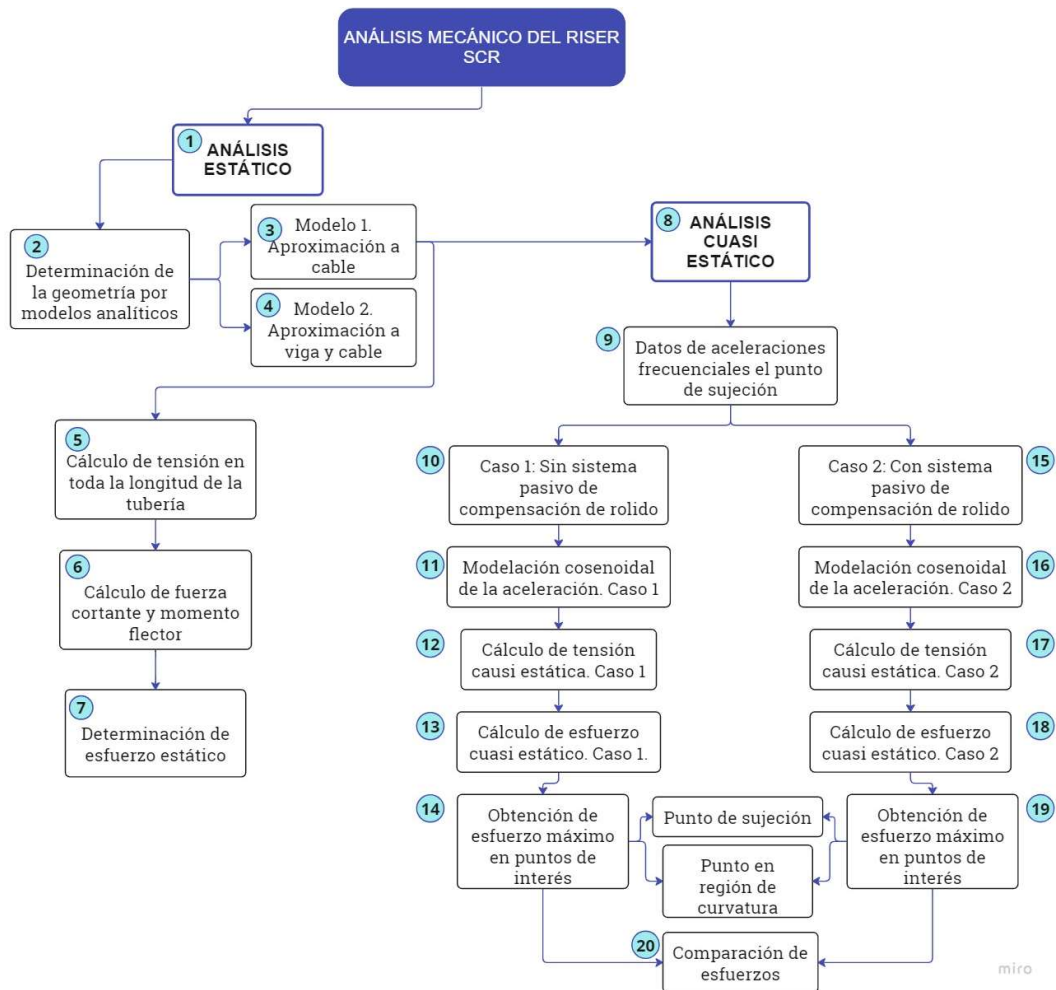


Figura 2.1. Diagrama de flujo de la metodología. (Fuente: Propia)

2.1. Análisis Estático

El estudio estático del riser se caracteriza por calcular tensión, fuerza cortante, momento flector y esfuerzo en cualquier punto de la tubería suspendida. Para esto, se inicia con la consideración de dos parámetros iniciales:

- El nivel de profundidad desde la superficie o línea de mar hasta el fondo marino es igual a 300 [m].
- El tipo de riser estudiado es tipo SCR, la tubería adopta la forma “J”.

Existen varios modelos analíticos para el estudio de este tipo de riser, que se basan en dar ciertas aproximaciones a la tubería y condiciones al suelo del lecho marino. En este trabajo se llevan a cabo dos modelos, mismos que suponen que la tubería se comportará como cable, o como una combinación de viga y cable.

2.1.1. Geometría

2.1.1.1. Modelo 1. Aproximación a cable

Este modelo se caracteriza por describir el despliegue de la tubería submarina como una aproximación a cable, despreciando la rigidez a flexión, y suponiendo que el fondo marino es rígido (Lenci & Callegari, 2005). La representación se muestra en la Figura 2.2.

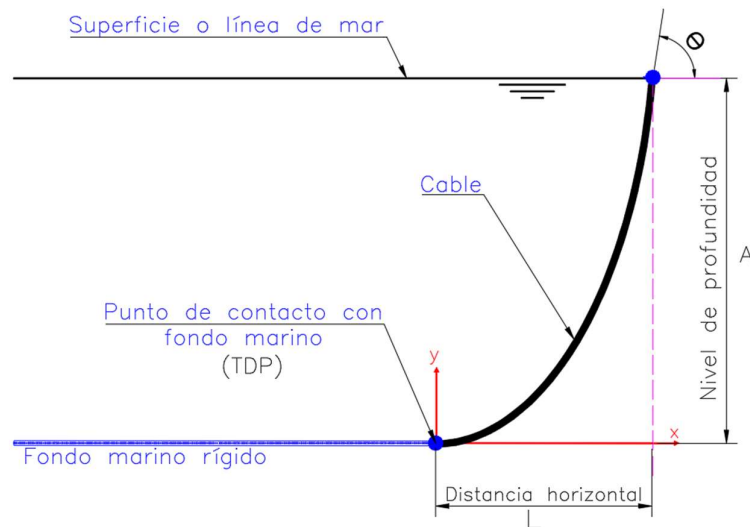


Figura 2.2. Esquema del modelo 1. (Fuente: Propia)

Modelación de la catenaria

El cable se modela como una catenaria de ecuación:

$$y''(x) = \delta \cdot \sqrt{1 + [y'(x)]^2}$$

Ecuación 2.1. Modelación del cable. Modelo 1.

Donde:

$y(x)$: Forma de la catenaria en el sistema coordenado (x, y) .

$$\delta = p/T_H \begin{cases} p: \text{Peso sumergido (Carga vertical por unidad de longitud)} \\ T_H: \text{Componente horizontal de la tensión} \end{cases}$$

La solución general de la Ecuación 2.1 es,

$$y(x) = c_7 + \frac{1}{\delta} \cosh (\delta x + c_8), \quad 0 \leq x \leq L$$

Ecuación 2.2. Solución general Modelo 1.

Las variables desconocidas c_7, c_8, δ y L , deben ser obtenidas con las condiciones de borde en el “touch down point (*TDP*)” y en el punto superior, donde se acopla con el FPSO, que se denominará “vessel”.

$$TDP \begin{cases} y(0) = 0, \\ y'(0) = 0, \end{cases} \quad vessel \begin{cases} y(L) = A, \\ y'(L) = \tan \theta, \end{cases}$$

Con A : nivel de profundidad, de acuerdo con la Figura 2.2.

Al utilizar las condiciones en *TDP*, se obtiene:

$$c_7 = -\frac{1}{\delta} \quad y \quad c_8 = 0$$

Por su parte utilizar las condiciones en *vessel*:

$$\delta = \frac{1}{A} \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right)$$

$$L = \frac{1}{\delta} \operatorname{arctanh}(\sin \theta)$$

Por lo tanto, la solución general será:

$$y(x) = -\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\delta} \cosh (\delta x)$$

$$y(x) = \frac{1}{\delta} [\cosh (\delta x) - 1], \quad 0 \leq x \leq L$$

Ecuación 2.3. Solución específica Modelo 1.

De acuerdo con la Figura 2.2, las variables de entrada que se disponen para realizar el análisis estático bajo este modelo se especifican en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1. Datos para análisis estático Modelo 1.

Variable	Símbolo	Magnitud	Unidad
Altura superficie-fondo del mar	A	300	[m]
Ángulo del riser con la horizontal	θ	79.3	[° <i>grados sexagesimales</i>]
Módulo de Young del acero	E	2.1×10^{11}	[Pa]
Densidad del agua	ρ_{agua}	1025	[kg/m ³]
Densidad del acero	ρ_{acero}	7850	[kg/m ³]

Cálculos para modelación de catenaria

Para la modelación se calcula δ y la longitud horizontal L de la tubería, de acuerdo con las expresiones obtenidas:

$$\delta = \frac{1}{A} \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right) = \frac{1}{300} \left(\frac{1}{\cos(79.3^\circ)} - 1 \right) = 1.4619 \times 10^{-2} \text{ [m]}$$

$$L = \frac{1}{\delta} \operatorname{arctanh}(\sin \theta) = \frac{1}{1.4619 \times 10^{-2} \text{ m}} \operatorname{arctanh}(\sin(79.3^\circ)) = 161.995 \text{ [m]}$$

Luego, para el caso particular del riser a 300 [m] de profundidad, la ecuación es:

$$y(x) = \frac{1}{1.4619 \times 10^{-2}} [\cosh(1.4619 \times 10^{-2} x) - 1], \quad 0 \leq x \leq 162 \text{ [m]}$$

Lo que produce la forma de la catenaria de la Figura 2.3.

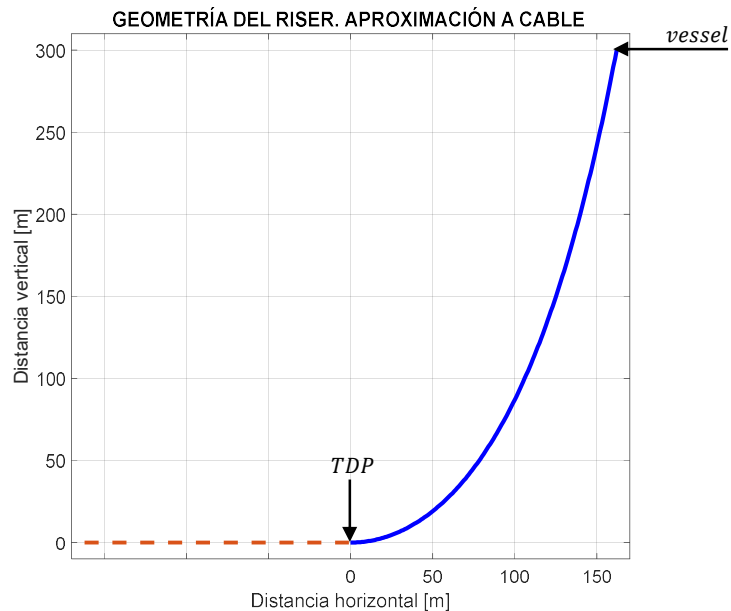


Figura 2.3. Modelación de catenaria Modelo 1.

desde el *BLE* hasta el fin del riser donde se acopla con el FPSO. Para el primer tramo se trabaja a la tubería como una viga y para el segundo se la aproxima a cable.

La inclusión del punto *BLE*, es una técnica matemática que se utiliza en tuberías submarinas para asegurar la continuidad del momento flector (Lenci & Callegari, 2005). Además, el modelo realiza la suposición de que el fondo marino es rígido, pero toma en cuenta la verdadera rigidez a flexión de la tubería. Su representación se muestra en la Figura 2.4 y en este trabajo se denominará Modelo 2.

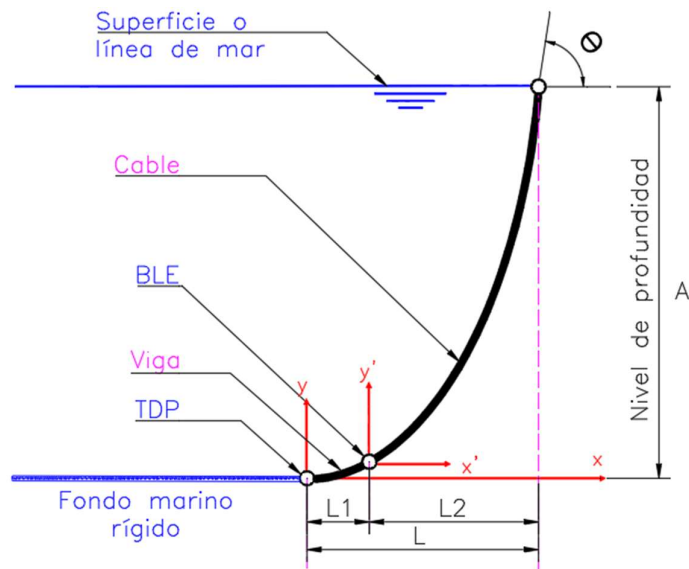


Figura 2.4. Esquema del modelo 2. (Fuente: Propia)

Primera parte de la tubería (L1)

Para el primer tramo se considera que, en la parte suspendida, después del *TDP*, los desplazamientos verticales son pequeños en un cierto tramo de longitud desconocida *L1*, por lo que la primera parte de la tubería se puede aproximar a una viga, que se modela con la Ecuación 2.5:

$$EIw_2''''(x) - Tw_2''(x) = p$$

Ecuación 2.5. EDO que modela la tubería en el tramo *L1*.

Donde:

$w_2(x)$: posición vertical.

EI : rigidez a flexión de la tubería, [Nm^2]

p : Peso sumergido, [N/m]

La solución general de la Ecuación 2.5 es:

$$w_2 = -\frac{p}{2T}x^2 + c_3 + c_4x + c_5 \sinh(\gamma x) + c_6 \cosh(\gamma x), \quad 0 \leq x \leq L_1,$$

Ecuación 2.6. Solución general a la primera parte de la tubería suspendida.

Donde:

$$\gamma = \sqrt{\frac{T}{EI}} \quad \left\{ \begin{array}{l} T: \text{Tensión en } L_1 \\ EI: \text{Rigidez a flexión la tubería} \end{array} \right.$$

Rigidez a flexión de la tubería

Es el producto entre el módulo de Young del acero y el momento de inercia de la tubería.

Este último se calcula con la ecuación:

$$I = \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{OD}{2} \right)^4 - \left(\frac{ID}{2} \right)^4 \right]$$

$$I = 5.5411 \times 10^4 \text{ [cm}^4\text{]} = 5.5411 \times 10^{-4} \text{ [m}^4\text{]}$$

Entonces la rigidez a flexión se obtiene:

$$EI = 2.1 \times 10^{11} \frac{N}{m^2} \cdot 5.5411 \times 10^{-4} m^4 = 1.1636 \times 10^8 \text{ [Nm}^2\text{]}$$

Segunda parte de la tubería (L2)

En la restante parte suspendida, la tubería se modela como cable, similar al Modelo 1 visto anteriormente, pero ajustando las condiciones de frontera al punto BLE.

$$y''(x) = \delta \cdot \sqrt{1 + [y'(x)]^2}$$

Ecuación 2.7. EDO que modelo la catenaria en L2.

La solución general de la ecuación es,

$$y(x) = c_7 + \frac{1}{\delta} \cosh(\delta x + c_8), \quad L_1 < x < L$$

Ecuación 2.8. Solución general a la segunda parte de la tubería suspendida.

Condiciones de borde y frontera de todo el modelo

Las variables de entrada que se debe tener para iniciar los cálculos con este modelo son:

EI, p, A y el ángulo θ , datos que se especificaron en la Tabla 2.1 y en resultados anteriores.

Las 10 incógnitas son $c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8, T, L_1, L_2, \delta$. Para determinar las incógnitas se usan las siguientes condiciones de frontera e iniciales en *TDP*, *BLE* y *vessel* (Lenci & Callegari, 2005).

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 TDP \left\{ \begin{array}{l}
 w_2(0) = 0, \\
 w_2'(0) = 0, \\
 M_2(0) = 0,
 \end{array} \right. \\
 \\
 BLE \left\{ \begin{array}{l}
 -w_2(L_1) = y(0), \\
 -w_2'(L_1) = y'(0), \\
 T = T(0), \\
 M_2(L_1) = M(0), \\
 S_2(L_1) = S(0),
 \end{array} \right. \\
 \\
 vessel \left\{ \begin{array}{l}
 y(L_2) = A, \\
 y'(L_2) = \tan \theta,
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

El problema algebraico 10x10 se resuelve bajo el siguiente procedimiento.

Usando las tres condiciones de frontera en *TDP*, se tiene:

$$c_3 = -c_6 \quad (1)$$

$$c_4 = -\gamma c_5 \quad (2)$$

$$c_6 = \frac{p \cdot EI}{T^2} \quad (3)$$

Las 5 condiciones en el *BLE* dan como resultado:

$$c_7 = -w_2(L_1) - \frac{1}{\delta} \cosh(c_8) \quad (4)$$

$$\sinh(c_8) = -w_2'(L_1), \quad o \text{ alternativamente} \quad \cosh(c_8) = \sqrt{1 + (w_2'(L_1))^2} \quad (5)$$

$$\delta = \frac{p}{T} \cosh(c_8) \quad (6)$$

$$w_2''(L_1) = \frac{\delta}{\cosh^2(c_8)} \quad (7)$$

$$w_2'''(L_1) = \frac{2\delta^2 \sinh(c_8)}{\cosh^4(c_8)} \quad (8)$$

Al utilizar las 2 condiciones en *vessel*, se tiene:

$$c_7 = A - \frac{1}{\delta \cdot \cos \theta} \quad (9)$$

$$\tan(\delta L_2) = \frac{-\sinh(c_8) + \cosh(c_8) \sin \theta}{\cosh(c_8) - \sinh(c_8) \sin \theta} \quad (10)$$

Solución del sistema 10 × 10

El proceso sistemático empieza por igualar las ecuaciones (4) y (9):

$$c_7 = c_7$$

$$-w_2(L_1) - \frac{1}{\delta} \cosh(c_8) = A - \frac{1}{\delta \cdot \cos \theta}$$

$$A - \frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{T}{p \cosh(c_8)} = -w_2(L_1) - \frac{T}{p} \quad (11)$$

Al tomar T de la ecuación (6) para reemplazar en (7) y (8), se consigue llegar al sistema de ecuaciones mostrado:

$$\left\{ \begin{array}{l} A - \frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{T}{p \cosh(c_8)} = -w_2(L_1) - \frac{T}{p} \end{array} \right. \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} w_2''(L_1) = -\frac{p}{T \cosh(c_8)} \end{array} \right. \quad (13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} w_2''' = \frac{2\delta^2 \sinh(c_8)}{T^2 \cdot \cosh^2(c_8)} \end{array} \right. \quad (14)$$

De la ecuación (13) se despeja $\cosh(c_8)$ para utilizar esa expresión en (12), obteniéndose:

$$A + \frac{1}{\cos(\theta)} \cdot \frac{T^2}{p^2} w_2''(L_1) = -w_2(L_1) - \frac{T}{p} \quad (15)$$

Que es una ecuación lineal para calcular c_5 , por lo que al reemplazar las derivadas se tiene la expresión:

$$c_5 = \frac{\frac{p}{2T} L_1^2 + \frac{pEI}{T^2} - \frac{pEI}{T^2} \cosh(\gamma L_1) + \frac{T}{\rho \cos \theta} - \frac{EI}{\rho \cos \theta} \gamma^2 \cosh(\gamma L_1) - A - \frac{T}{p}}{-\gamma L_1 + \sinh(\gamma L_1) + \frac{T^2}{\rho^2 \cos \theta} \gamma^2 \sinh(\gamma L_1)} \quad (16)$$

Se utiliza las expresiones de $\cosh(c_8)$ y $\sinh(c_8)$ de (5) para usar en (13) y (14) respectivamente, lo que da como resultado un sistema de dos ecuaciones que debe ser igualado a cero para obtener sus raíces:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_2''(L_1) \cdot \sqrt{1 + (w_2'(L_1))^2} + \frac{p}{T} = 0 \\ w_2'''(L_1) + 2w_2'(L_1)[w_2''(L_1)]^2 = 0 \end{array} \right.$$

Al reemplazar las derivadas de w_2 , el sistema final a resolver es:

$$\left\{ \begin{aligned} & \left[-\frac{p}{T} + C_5 \gamma^2 \sinh(\gamma L_1) + \frac{pEI}{T^2} \gamma^2 \cosh(\gamma L_1) \right] \cdot \sqrt{1 + \left(-\frac{p}{T} L_1 - \gamma C_5 + \gamma C_5 \cdot \cosh(\gamma L_1) + \frac{pEI}{T^2} \gamma \sinh(\gamma L_1) \right)^2} + \frac{T}{p} = 0 \\ & C_5 \gamma^3 \cosh(\gamma L_1) + \frac{pEI}{T^2} \gamma^3 \sinh(\gamma L_1) + \\ & 2 \left[-\frac{p}{T} L_1 - \gamma C_5 + \gamma C_5 \cosh(\gamma L_1) + \frac{pEI}{T^2} \gamma \sinh(\gamma L_1) \right] \left[-\frac{p}{T} + C_5 \gamma^2 \sinh(\gamma L_1) + \frac{pEI}{T^2} \gamma^2 \cosh(\gamma L_1) \right]^2 = 0 \end{aligned} \right.$$

Que son ecuaciones no lineales, cuyas 2 incógnitas son L_1 y T .

El sistema de ecuaciones tiene múltiples soluciones, de las cuales se debe escoger aquellas que tengan sentido físico con el problema analizado. A través del método numérico de Newton Raphson Multivariable, y método de aproximación se obtiene las respuestas para L_1 y T .

$$L_1 = 20.1774618 [m]$$

$$T = 139\,262.1503 [N] = 139.26 [kN]$$

Las soluciones de las restantes ocho incógnitas se calcularán en cascada a partir de lo obtenido. Se tienen entonces los valores expresados en la Tabla 2.3.

Tabla 2.3. Incógnitas obtenidas para Modelo 2.

Nº	Variable	Magnitud	Unidad
1	L_1	20.1775	[m]
2	T (en L_1)	139 262.15	[N]
3	C_3	-12.4487	[m]
4	C_4	0.7212	[sin dimensión]
5	C_5	-20.8465	[m]
6	C_6	12.4487	[m]
7	C_7	-68.904	[m]
8	C_8	0.1	[sin dimensión]
9	δ	0.015	[m]
10	L	155.357	[m]

Con los resultados de la Tabla 2.3, se puede expresar las dos partes de la tubería mediante las ecuaciones 2.6 y 2.8.

Primera parte de la tubería

$$w_2(x) = 7.44926 \times 10^{-3} x^2 - 12.4487 + 0.7212 - 20.8465 \sinh(0.0346x) + 12.4487 \cosh(0.0346x)$$

La Figura 2.5 grafica la ecuación obtenida para $0 \leq x \leq L_1$.

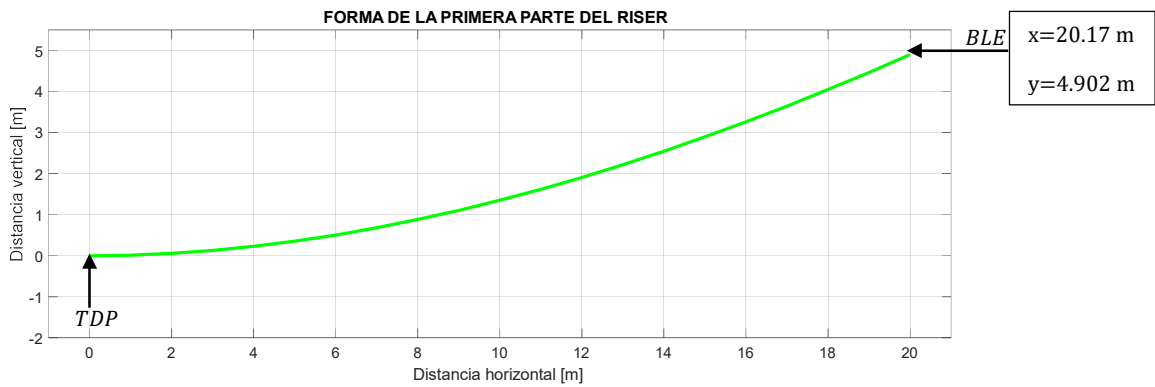


Figura 2.5. Forma de la primera parte L1.

Segunda parte de la tubería

$$y(x) = -68.904 + \frac{1}{0.015} \cosh(0.015x + 0.1)$$

La Figura n grafica la ecuación obtenida para $L1 \leq x \leq L$.

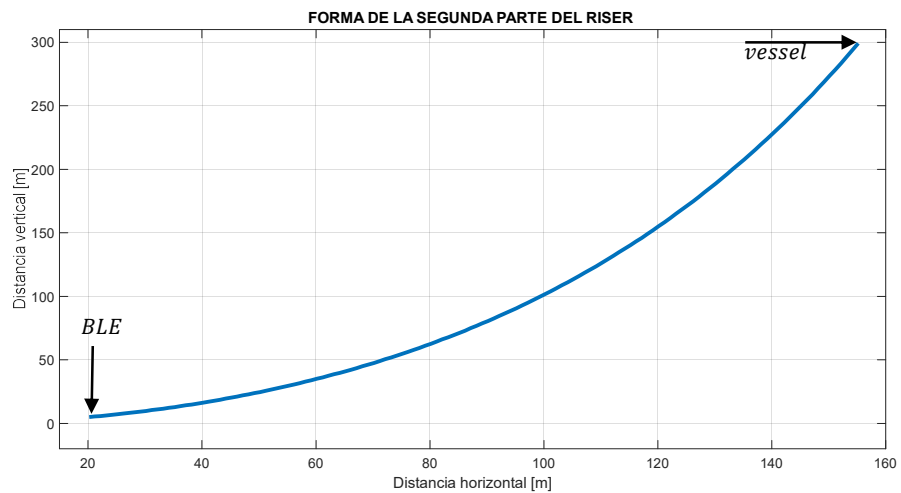


Figura 2.6. Forma de la segunda parte L2.

El Modelo 2 muestra a la catenaria con forma de “J” con una longitud horizontal de $L = 155.36 [m]$ para una profundidad de $300 [m]$. De acuerdo con el sistema coordenado escogido, el *TDP* se ubica en $0 [cm]$, el *BLE* a $20.17 [m]$ a una profundidad de $295.1 [m]$. La La geometría final del riser bajo el Modelo 2 se muestra en la Figura 2.7.

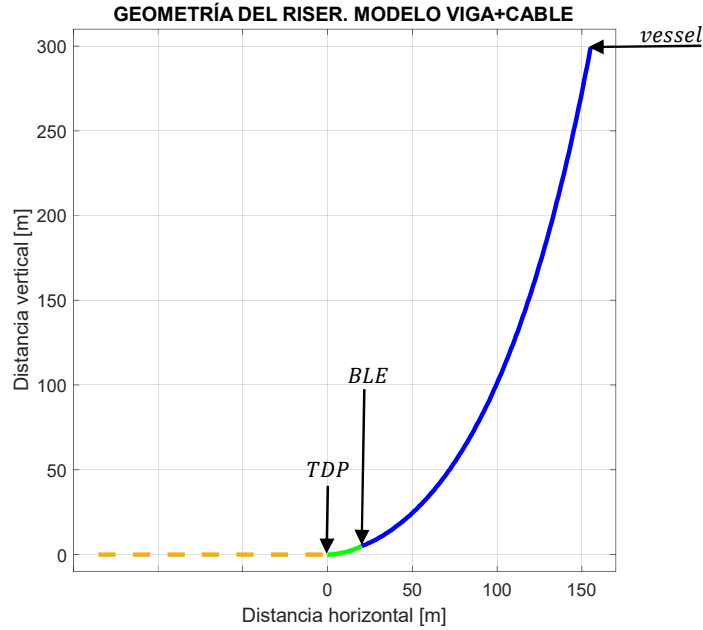


Figura 2.7. Forma del riser bajo el Modelo 2.

2.1.3. Cálculo de la tensión en la tubería

Para la determinación de la tensión en cualquier punto de la tubería, se considera el uso de la geometría del Modelo 1, con $L = 162$ [m]. En base a esto y de acuerdo con el sistema coordenado mostrado en la Figura 2.2, se obtiene la expresión que permite calcular la tensión en función de x (Ecuación 2.9).

$$T(x) = \frac{p}{\delta^2} \cdot y''(x)$$

Ecuación 2.9. Solución para la tensión resultante Modelo 1.

Al usar los datos del Modelo 1 en la Ecuación 2.9, se obtiene la expresión:

$$T(x) = \frac{p}{\delta} \cdot \cosh(\delta x)$$

Y para el caso particular de estudio:

$$T(x) = 1.41926196 \times 10^5 \cdot \cosh(0.014619x), \quad 0 \leq x \leq 162 \text{ [m]}$$

La resultante de la tensión en el touch down point tiene únicamente componente horizontal (T_H), mientras que en los demás puntos del riser, se tiene tanto componente horizontal, como vertical (T_V).

La gráfica de la tensión resultante se añade en el Anexo I, donde se obtiene que el valor mínimo se da en el punto de contacto con el fondo marino y es $T_H = 141.93 [kN]$, mientras que la tensión máxima se da en el punto superior o *vessel*, que también se denominará como *punto de sujeción* y alcanza el valor de $764.58 [kN]$.

2.1.4. Momento flector y Fuerza Cortante en la tubería

Se puede conseguir tener una aproximación al momento flector real, al utilizar la rigidez a flexión EI , mediante la Ecuación 2.10.

$$M(x) = EI k(x) = \frac{EI \cdot \delta^3}{[y''(x)]^2}$$

Ecuación 2.10. Momento flector para el Modelo 1.

Al sustituir la segunda derivada en la ecuación 2.10, se llega a la expresión:

$$M(x) = \frac{EI \cdot \delta^3}{\cosh^2(\delta x)}$$

Por lo tanto, para el caso con el que se trabaja a $300 m$ de profundidad, la expresión que indica el momento flector en función de x es:

$$M(x) = \frac{1.1636 \times 10^8 \cdot (0.014619^3)}{\cosh^2(0.014619x)}, \quad 0 \leq x \leq 162 [m]$$

Además, una expresión de interés en el análisis es el momento máximo, calculado con:

$$M_{m\acute{a}x} = M(0) = \frac{EI}{A} \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right)$$

La gráfica del momento flector se añade en el Anexo II, de donde se observa que el momento máximo alcanza la magnitud de $1701.22 [kN \cdot m]$ en $x = 0 m$ (*TDP*), mientras que el mínimo es $58.62 [kN \cdot m]$ en $x = 162 m$ (*punto sujeción*).

A partir de la Ecuación 2.10 se logra obtener una expresión para la fuerza cortante, al derivar el momento respecto a la longitud de arco S .

$$S(x) = \frac{dM}{ds} = \frac{dM}{dx} \frac{dx}{ds}$$

Bajo consideración de $\frac{dx}{ds} = [1 + (y')^2]^{-1/2}$,

$$S(x) = -2EI\delta^6 \frac{y'(x)}{[y''(x)]^4}$$

Al reemplazar las expresiones obtenidas anteriormente:

$$S(x) = -2EI\delta^2 \frac{\sinh(\delta x)}{\cosh^4(\delta x)}$$

Finalmente, para el caso estudiado en el trabajo:

$$S(x) = -4.9744 \times 10^4 \frac{\sinh(0.014619x)}{\cosh^4(0.014619x)}, \quad 0 \leq x \leq 162 [m]$$

En el Anexo III se encuentra la gráfica de la fuerza cortante en función de la distancia horizontal, la cual es una curva decreciente que alcanza su mínimo absoluto en $x = 38 [m]$ con un valor de $= -16.15 [kN]$.

Los cálculos en el análisis estático fueron realizados en base a la geometría del Modelo 1. Las características clave de este modelo, son la simplicidad al momento de expresar fórmulas y que las ecuaciones que proporciona resultados fiables. Este modelo es el punto de partida para modelos más sofisticados, y además será más preciso cuanto menor es la verdadera rigidez a flexión EI (Lenci & Callegari, 2005).

2.1.5. Esfuerzo normal estático

Obtenida la tensión resultante en la tubería, se puede calcular el esfuerzo normal a la que se verá sometida, considerando el área de su sección transversal, como se indica en la Ecuación 2.11.

$$\sigma_{estático} = \frac{T_V}{A_{sección}}$$

Ecuación 2.11. Esfuerzo normal para análisis estático.

Donde:

T_V : Componente vertical de la tensión

$A_{sección}$: Área transversal de la tubería de utilizada

Para lograr resultados fiables, la Ecuación 2.11 tiene validez desde el punto *BLE* hasta el *punto de sujeción*, dado que en el *TDP* la componente vertical de la tensión es nula.

De análisis anteriores se obtuvo que el punto *BLE* está ubicado a $20.17 [m]$ y que la longitud horizontal máxima de la catenaria, es decir el punto de sujeción se localiza a $162 [m]$.

Para calcular el componente vertical de la tensión se realiza el diagrama de cuerpo libre de una porción de tubería, según se indica en la Figura 2.8.

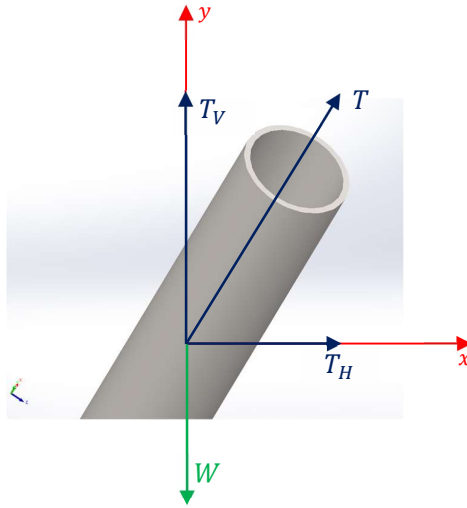


Figura 2.8. DCL de tubería en el punto de sujeción.

Luego, $T_V = T \cdot \sin(\theta)$.

El ángulo que forma la tensión con la horizontal es dependiente x y varía de acuerdo con la ecuación:

$$\theta = \arctan[y'(x)]$$

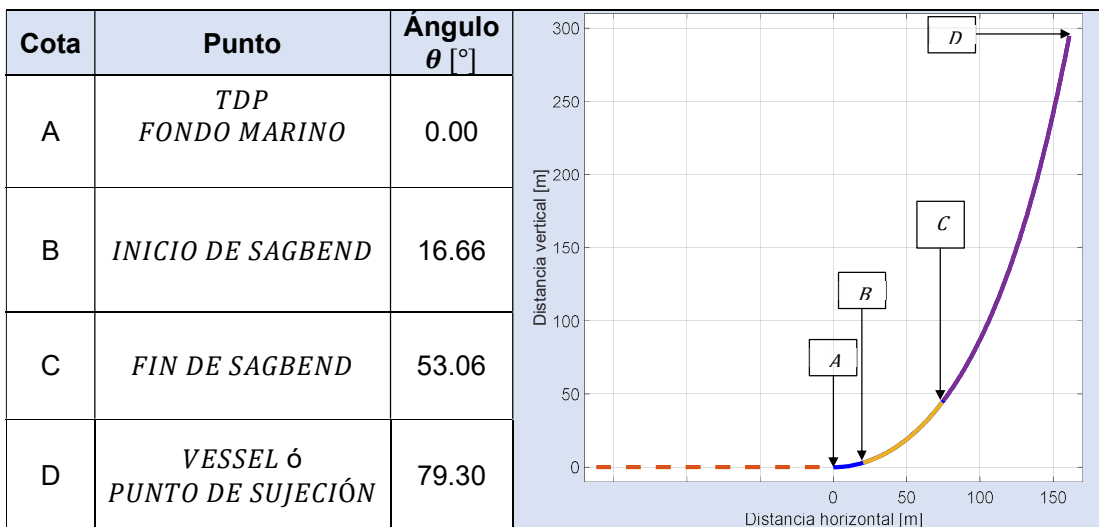
Ecuación 2.12. Ángulo de la pendiente.

Bajo uso del Modelo 1, se tiene:

$$\theta = \arctan[\sinh(\delta x)]$$

El análisis de esfuerzo normal estático se considera importante realizar en dos regiones: “sagbend” o región de curvatura y punto de sujeción, de acuerdo con la validez de la Ecuación 2.11. En la Tabla 2.4, se muestran los principales puntos del riser: zona de curvatura y punto de sujeción para los cuales se calculará el esfuerzo.

Tabla 2.4. Descripción de puntos de estudio para análisis estático.



Resulta importante destacar que la región de sagbend fue tomada de 20.17 a 75 [m] en distancia horizontal, lo que se representa de color amarillo en la figura de la tabla anterior.

Esfuerzo en función de distancia horizontal

Con las expresiones de la tensión vertical y el ángulo en función de x , se puede obtener la ecuación para el esfuerzo estático, a partir de la Ecuación 2.11.

$$\sigma_{estático} = \frac{\frac{p}{\delta} \cdot \cosh(\delta x) \cdot \sin\{\arctan[\sinh(\delta x)]\}}{A_{sección}}$$

Ecuación 2.13. Esfuerzo estático en la tubería.

Con los datos obtenidos con anterioridad, se llega a la ecuación y gráfica mostrada.

$$\sigma_{estático} = 4.668205 \times 10^6 \{ \cosh(0.014619x) \cdot \sin[\arctan(\sinh(0.014619x))] \},$$

$$20.17 \leq x \leq 162 [m]$$

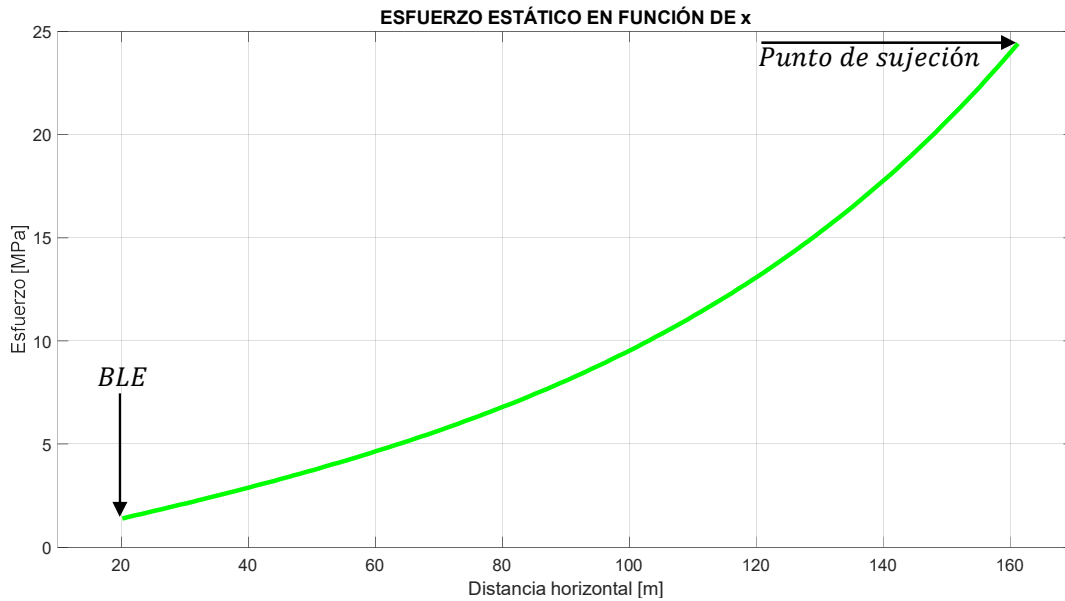


Figura 2.9. Esfuerzo estático en función de distancia horizontal.

A partir de la Figura 2.9, se observa que el valor máximo de esfuerzo para este análisis ocurre en el punto de sujeción, con 24.77 [MPa].

2.2. Análisis Cuasi- estático

En este apartado se incluye un análisis complementario que se caracteriza por la adición de aceleración vertical frecuencial al punto de sujeción del riser, para aproximar el comportamiento de fuerzas hidrodinámicas que experimenta la tubería submarina.

Las aceleraciones aplicadas dependerán de los diferentes estados de mar, lo que involucra parámetros como: altura de ola, dirección de estudio, frecuencia y demás consideraciones físicas explicadas en “Análisis cinemático de un FPSO” (Pazmiño Rivas , 2023).

En el trabajo referenciado se obtienen las aceleraciones del punto de sujeción para dos casos: sin adición del sistema pasivo de compensación de rolo al FPSO y con adición del mismo. La aceleración vertical que se toma corresponde a la aceleración en z , según el eje coordenado utilizado.

DCL del punto de sujeción

La Figura 2.10 muestra las fuerzas externas aplicadas a la porción de tubería. Al añadir aceleración a este punto, se generan fuerzas inerciales, cuya magnitud es igual al producto de dicha aceleración por la masa del riser.

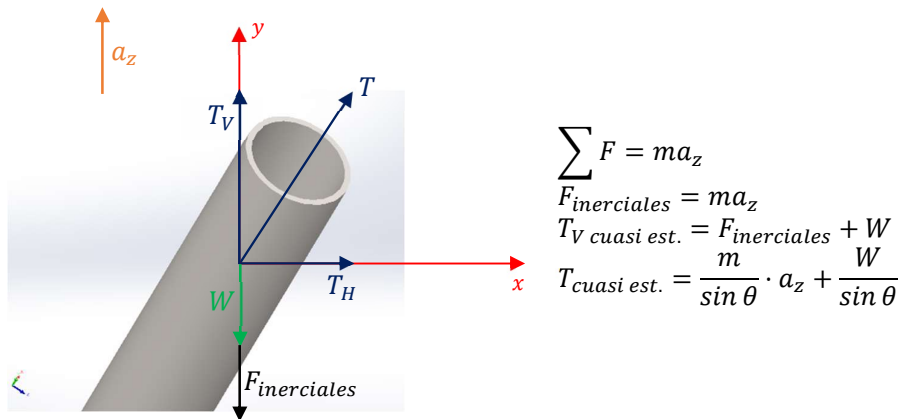


Figura 2.10. DCL de tubería en el punto de sujeción. Análisis cuasi- estático.

La tensión cuasi estática será dependiente de la aceleración que se modelará como una onda sinusoidal, a partir de los datos de aceleraciones para los 2 casos de estudio.

2.2.1. Caso 1: Sin adición del sistema pasivo de compensación de rolo

Para este caso, la simulación realizada en “Análisis cinemático de un FPSO” (Pazmiño Rivas , 2023), produce las aceleraciones de la Tabla 2.5.

Tabla 2.5. Aceleraciones en el eje z, dirección 90°, sin sistema de compensación de rolido

	Tp [s]	3.70	5.00	7.00	9.00	10.00	12.00	14.00	16.00
	fp [rad/s]	1.70	1.26	0.90	0.70	0.63	0.52	0.45	0.39
Hs [m]	1.00	0.0099	0.0111	0.0139	0.0654	0.1353	0.3295	0.3601	0.2478
	2.00	0.0262	0.0276	0.0350	0.1332	0.2731	0.6641	0.7239	0.4944
	3.00	0.0497	0.0508	0.0685	0.2072	0.4123	0.9706	1.0970	0.7441
	4.00	0.0866	0.3375	0.1108	0.2985	0.5653	1.2860	1.4540	0.9918
	5.00	0.1288	0.1310	0.1701	0.3685	0.7552	1.5950	1.8220	1.2680

Nota: Todas las medidas de aceleración en m/s^2 .

Modelación de la aceleración. Caso 1

En este estudio, la aceleración se modela bajo una onda cosenoidal, de amplitud a_{z_0} y argumento f_p , como lo indica la Ecuación 2.14.

$$a_z = a_{z_0} \cos(f_p \cdot t)$$

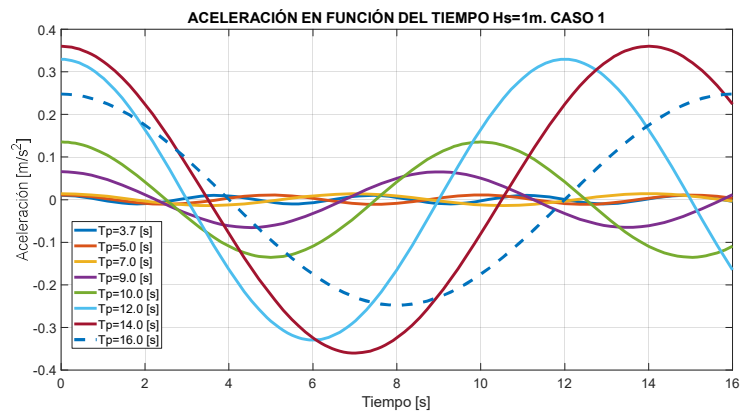
Ecuación 2.14. Expresión cosenoidal de la aceleración

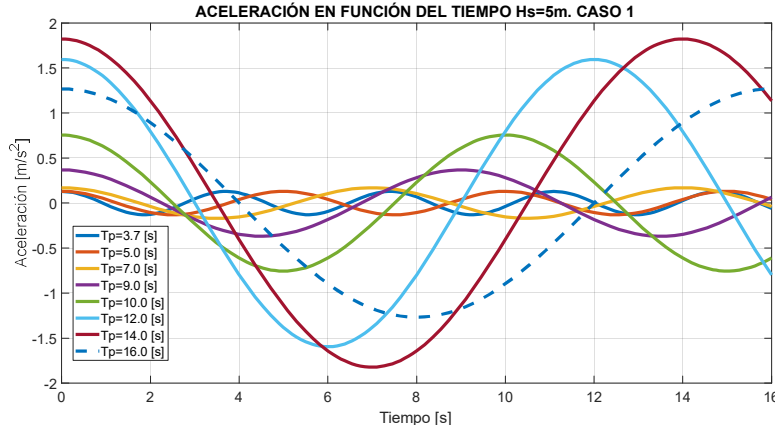
Para obtener las expresiones de las aceleraciones se usan los valores proporcionados en la Tabla 2.5, en la que se identifican los valores críticos de la aceleración: $0.0099 [m/s^2]$ y $1.8220 [m/s^2]$ a las alturas de ola de $1[m]$ y $5[m]$ respectivamente.

Se aplica la Ecuación 2.14 para mostrar las ondas de los 8 periodos a las alturas críticas junto con la representación gráfica.

Tabla 2.6. Aceleraciones a alturas críticas. Caso 1

ACELERACIÓN EN FUNCIÓN DEL TIEMPO. CASO 1	Hs=1 [m]		Hs=5 [m]	
	$a_z =$	$0.00994 \cos(1.69816 t)$	$a_z =$	$0.12880 \cos(1.6982 t)$
	$a_z =$	$0.01112 \cos(1.25664 t)$	$a_z =$	$0.13100 \cos(1.2566 t)$
	$a_z =$	$0.01389 \cos(0.8976 t)$	$a_z =$	$0.17010 \cos(0.8976 t)$
	$a_z =$	$0.06540 \cos(0.69813 t)$	$a_z =$	$0.36850 \cos(0.6981 t)$
	$a_z =$	$0.13530 \cos(0.62832 t)$	$a_z =$	$0.75520 \cos(0.6283 t)$
	$a_z =$	$0.32950 \cos(0.5236 t)$	$a_z =$	$1.59500 \cos(0.5236 t)$
	$a_z =$	$0.36010 \cos(0.4488 t)$	$a_z =$	$1.82200 \cos(0.4488 t)$
	$a_z =$	$0.24780 \cos(0.3927 t)$	$a_z =$	$1.26800 \cos(0.3927 t)$





Las figuras permiten identificar las ondas que presentan mayor amplitud y su comparación con las de los demás periodos. La modelación de las aceleraciones de las alturas de ola de 2,3 y 4 [m] se añaden en el Anexo IV.

Cálculo de la tensión cuasi estática. Caso 1

Para hallar la tensión dinámica en función del tiempo, a partir del análisis de la Figura 2.10, se necesita calcular previamente el peso de la tubería, que es el producto de la longitud de arco S y el peso sumergido $P_{sumergido}$.

$$W = P_{sumergido} \cdot S$$

Ecuación 2.15. Peso del riser flexible.

La longitud de arco de la tubería con el Modelo 1 del análisis estático es:

$$S = \frac{1}{\delta} \cdot \sinh(\delta L)$$

$$S = \frac{1}{0.014619 \text{ m}} \cdot \sinh(0.014619 \text{ m} \cdot 161.99 \text{ m}) = 361.99 \text{ [m]}$$

Luego, el peso del riser, según la Ecuación 2.15 es:

$$W = 2074.97 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 361.99 \text{ m} = 751\,118.4 \text{ [N]}$$

Además, $m = 76\,566.61 \text{ [kg]}$

Estos datos calculados más las expresiones de las aceleraciones obtenidas en el punto anterior, dan paso al cálculo de la tensión cuasi estática que según la Figura 2.10. es:

$$T_{cuasi \text{ est.}} = \frac{m}{\sin \theta} * a_z + \frac{W}{\sin \theta}$$

Ecuación 2.16. Tensión para análisis cuasi estático.

La Ecuación 2.16 es dependiente del ángulo formado con el eje de las abscisas, mismo que cambiará con la distancia horizontal de la catenaria. Basados en esto, se identifican los puntos de interés en el riser (Figura 2.11) para los cuales se determinará la tensión y el esfuerzo normal.

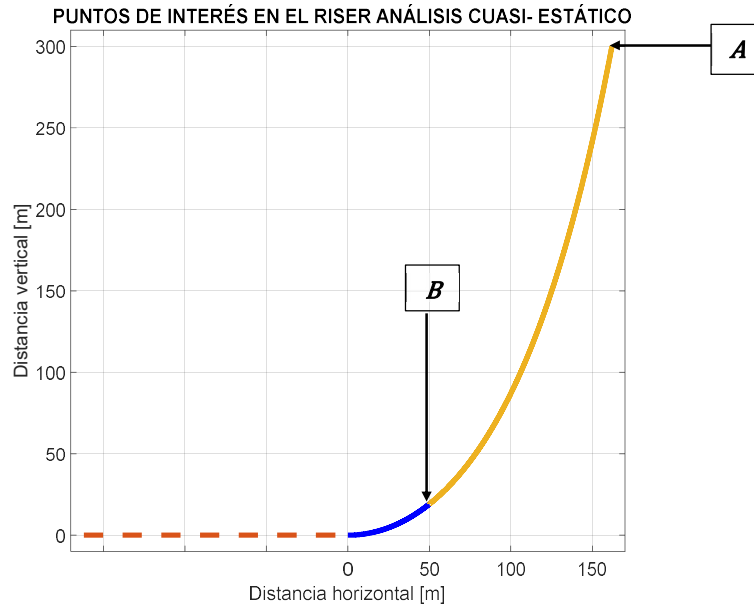


Figura 2.11. Identificación de puntos importantes.

Punto A: Punto de sujeción a la distancia horizontal de 162 [m].

Punto B: Región de curvatura a la distancia horizontal de 50 [m].

Luego, en base a la Ecuación 2.16, la tensión cuasi estática para ambos puntos se calcula con las expresiones de la Tabla 2.7.

Tabla 2.7. Tensión cuasi estática para puntos de análisis del riser

Punto A Sujeción	Punto B Curvatura
$\theta = 79.3^\circ$	$\theta = 38.58^\circ$
$T_{cuasi\ est.}(t) = 77\ 922.3 \cdot a_z(t) + 764\ 417.8 [N]$	$T_{cuasi\ est.}(t) = 122\ 767.9 \cdot a_z(t) + 1\ 204\ 353.4 [N]$

Como la tensión es dependiente de la aceleración, las expresiones resultantes tienen forma cosenoidal, como se presenta en el Anexo V, y con el comportamiento de las ondas idéntico al de las figuras de la Tabla 2.6.

Las ondas de la tensión cuasi estática se grafican y con el interés de conocer el esfuerzo máximo en los puntos A y B se obtienen los valores pico de las 80 ondas, que se tabulan en la Tabla 2.8.

Tabla 2.8. Tensión pico de las ondas Caso 1.

		TENSIÓN MÁXIMA. FPSO SIN SISTEMA DE COMPENSACIÓN								
		Tp [s]	3.7	5.0	7.0	9.0	10.0	12.0	14.0	16.0
		fp [rad/s]	1.7	1.26	0.9	0.7	0.63	0.52	0.45	0.39
PUNTO A	Hs [m]	1.00	765.192	765.284	765.500	769.514	774.960	790.093	792.473	783.727
		2.00	766.459	766.568	767.140	774.797	785.693	816.154	820.825	802.9430
		3.00	768.292	768.376	769.752	780.561	796.544	840.037	849.898	822.400
		4.00	771.163	790.674	773.052	787.675	808.467	864.619	877.650	841.701
		5.00	774.454	774.626	777.672	793.131	823.265	888.692	906.382	863.223
PUNTO B	Hs [m]	1.00	1205.57	1205.72	1206.06	1212.38	1220.96	1244.81	1248.56	1234.78
		2.00	1207.57	1207.74	1208.64	1220.71	1237.88	1285.88	1293.23	1265.05
		3.00	1210.46	1210.59	1212.76	1229.79	1254.97	1323.51	1339.03	1295.70
		4.00	1214.98	1245.79	1217.96	1241.00	1273.75	1362.23	1382.86	1326.11
		5.00	1220.17	1220.44	1225.24	1249.59	1297.07	1400.17	1428.04	1360.02

Nota: Todas las medidas de tensión en kN.

Los valores máximos de tensión para el punto de sujeción y curvatura se remarcan en la tabla.

Cálculo del esfuerzo cuasi estático. Caso 1

El esfuerzo normal en función del tiempo para los puntos de análisis de la Figura 2.11, es calculado del cociente de la tensión cuasi estática y el área transversal de la tubería, con $A_{sección} = 0.0304 [m^2]$, para tubería de 16 pulgadas de diámetro externo.

Las ondas resultantes del esfuerzo son cosenoidales cuyas expresiones se añaden en el Anexo VI. Además, los valores pico para las 8 frecuencias de las 5 alturas de ola de los puntos A y B se tabulan en la Tabla 2.9

Tabla 2.9. Esfuerzo pico de las ondas. Caso 1

		ESFUERZO MÁXIMO. FPSO SIN SISTEMA DE COMPENSACIÓN								
		Tp [s]	3.7	5.0	7.0	9.0	10.0	12.0	14.0	16.0
		fp [rad/s]	1.7	1.26	0.9	0.7	0.63	0.52	0.45	0.39
PUNTO A	Hs [m]	1.00	25.168	25.172	25.179	25.311	25.490	25.988	26.066	25.778
		2.00	25.210	25.214	25.233	25.484	25.843	26.845	26.998	26.410
		3.00	25.270	25.273	25.318	25.674	26.200	27.631	27.955	27.050
		4.00	25.365	26.008	25.427	25.908	26.592	28.439	28.870	27.685
		5.00	25.473	25.479	25.579	26.087	27.079	29.231	29.813	28.393
PUNTO B	Hs [m]	1.00	39.654	39.659	39.670	39.878	40.160	40.945	41.068	40.615
		2.00	39.720	39.725	39.755	40.152	40.717	42.296	42.537	41.610
		3.00	39.815	39.819	39.890	40.451	41.279	43.533	44.044	42.619
		4.00	39.964	40.977	40.061	40.819	41.897	44.807	45.485	43.619
		5.00	40.134	40.143	40.301	41.102	42.663	46.055	46.971	44.734

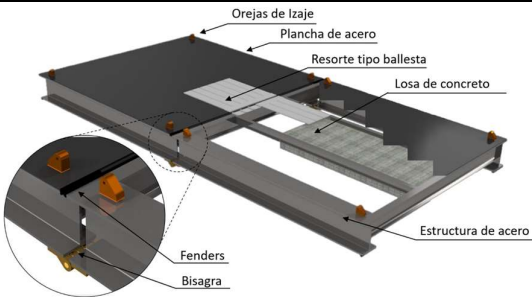
Nota: Todas las medidas de esfuerzo en MPa.

El esfuerzo normal máximo varía en el rango de 25.17 [MPa] a 29.81 [MPa] para el punto de sujeción y de 39.65 [MPa] a 46.97 [MPa] para la curvatura según la Tabla 2.9.

2.2.2. Caso 2: Adición del sistema pasivo de compensación de rolido

Para abarcar el Caso 2 del estudio cuasi-estático, se considera de igual manera la aceleración vertical en el punto superior del riser o punto de sujeción, pero esta vez con el acoplamiento del sistema pasivo de compensación de rolido de características presentadas en la Tabla 2.10.

Tabla 2.10. Principales propiedades físicas del sistema de compensación de rolido

Propiedad		Magnitud	Unidad	Imagen
Masa	Placa	725 748	[kg]	
	Placa+ masa añadida	1 370 000	[kg]	
Momento de inercia	I_{xx}	0.371345×10^8	[m ⁴]	
	I_{yy}	0.148104×10^8	[m ⁴]	
	I_{zz}	1.8495×10^8	[m ⁴]	
Dimensiones	36 × 18 × 1.125		[m]	
Material	Acero y concreto			

En el estudio del TIC “Análisis cinemático de un FPSO” (Pazmiño Rivas, 2023), se ejecuta la simulación de la unidad flotante junto con la placa para obtener los valores de las aceleraciones en el riser. Por lo tanto, la Tabla 2.11 recoge las magnitudes de aceleración para el Caso 2.

Tabla 2.11. Aceleraciones en el punto de sujeción, dirección 90°, con sistema de compensación

	3.70	5.00	7.00	9.00	10.00	12.00	14.00	16.00	
fp[rad/s]	1.70	1.26	0.90	0.70	0.63	0.52	0.45	0.39	
Hs [m]	1.00	0.01	0.0162	0.0255	0.027	0.06521	0.137	0.213	0.2133
	2.00	0.0236	0.03471	0.0499	0.05659	0.128	0.2148	0.263	0.3095
	3.00	0.0426	0.0565	0.075	0.0946	0.1798	0.3395	0.408	0.3699
	4.00	0.0663	0.0818	0.1019	0.1393	0.2132	0.5159	0.6327	0.4667
	5.00	0.07842	0.1107	0.1391	0.1864	0.2545	0.6941	0.9135	0.5963

Nota: Todas las medidas de aceleración en m/s².

Modelación de la aceleración. Caso 2

Con el uso de la Ecuación 2.14 la aceleración se modela bajo una onda cosenoidal de amplitud correspondiente a los valores de la Tabla 2.11. Los valores por destacar son

0.01 [m/s^2] y 0.9135 [m/s^2] que corresponden a la magnitud mínima y máxima de la aceleración que se manifiesta a las alturas de ola de 1 y 5 [m] respectivamente.

En base a esto, el comportamiento del conjunto de ondas para los diferentes periodos y a las alturas críticas señaladas se contempla en las figuras siguientes.

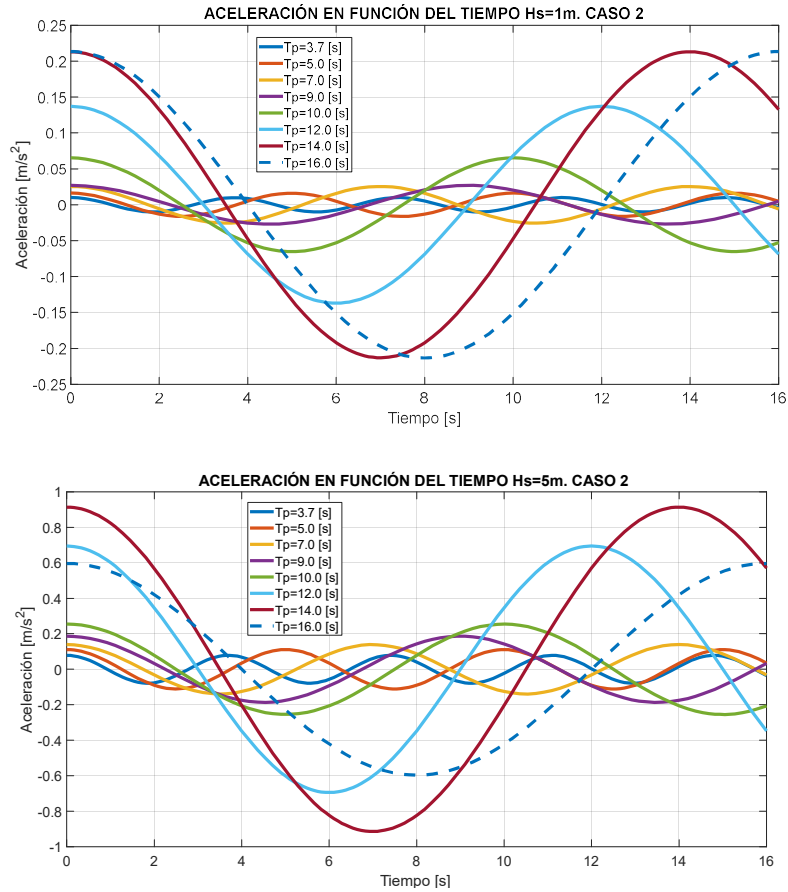


Figura 2.12. Aceleraciones para alturas críticas. Caso 2.

Las expresiones de aceleración en función del tiempo y sus gráficas para las alturas de ola restantes se encuentran en el Anexo VII.

Cálculo de la tensión cuasi estática. Caso 2

En las secciones de la tubería analizadas de acuerdo con la Figura 2.11, tanto la tensión como el esfuerzo normal cuasi estático se calculan con la misma metodología que el Caso 1. Para la tensión se utilizan las expresiones de la Tabla 2.7 en base a los datos de las aceleraciones de los 8 periodos para las 5 alturas de ola. Las expresiones cosenoidales se añaden en el Anexo VIII.

De igual manera en este análisis del FPSO con sistema de compensación, obtener los valores máximos de tensión en el riser son parámetros a tener en cuenta, por lo que, a cada una de las 80 ondas cosenoidales, se obtiene el valor pico que se tabula en la Tabla siguiente.

Tabla 2.12. Tensión pico de las ondas Caso 2.

		TENSIÓN MÁXIMA. FPSO+PLACA								
		Tp [s]	3.7	5.0	7.0	9.0	10.0	12.0	14.0	16.0
		fp [rad/s]	1.7	1.26	0.9	0.7	0.63	0.52	0.45	0.39
PUNTO A	Hs [m]	1.00	765.197	765.680	766.405	766.522	769.499	775.093	781.015	781.039
		2.00	766.257	767.122	768.306	768.827	774.392	781.156	784.911	788.535
		3.00	767.737	768.820	770.262	771.789	778.428	790.872	796.210	793.241
		4.00	769.584	770.792	772.358	775.272	781.031	804.618	813.719	800.784
		5.00	770.528	773.044	775.257	778.943	784.249	818.504	835.600	810.883
PUNTO B	Hs [m]	1.00	1205.581	1206.342	1207.484	1207.668	1212.359	1221.173	1230.503	1230.540
		2.00	1207.251	1208.615	1210.480	1211.301	1220.068	1230.724	1236.641	1242.350
		3.00	1209.583	1211.290	1213.561	1215.967	1226.427	1246.033	1254.443	1249.765
		4.00	1212.493	1214.396	1216.863	1221.455	1230.528	1267.689	1282.029	1261.649
		5.00	1213.981	1217.944	1221.430	1227.237	1235.598	1289.567	1316.502	1277.560

Nota: Todas las medidas de tensión en kN.

En el punto de sujeción a tensión cuasi estática máxima es de 835.6 [kN] y en la región de curvatura 1316.5 [kN] de acuerdo con la Tabla 2.12

Cálculo del esfuerzo cuasi estático. Caso 2

El proceso secuencial termina con el cálculo de esfuerzos normales, considerando el área transversal de la tubería empleada en el riser. A partir de esto, se obtiene las funciones dependientes del tiempo de la Tabla 2.13.

Tabla 2.13. Esfuerzo cuasi estático para puntos de análisis del riser

Punto A Sujeción	Punto B Curvatura
$\theta = 79.3^\circ$	$\theta = 38.58^\circ$
$\sigma_{cuasi\ est.}(t) = 2.5630 \cdot a_z(t) + 25.1433 [MPa]$	$\sigma_{cuasi\ est.}(t) = 4.0381 \cdot a_z(t) + 39.6137 [MPa]$

Las expresiones cosenoidales del esfuerzo para cada altura de ola y periodo, se especifica en el Anexo IX.

Interesados en evaluar cuales son las magnitudes máximas de esfuerzo que puede presentar el riser en el punto de sujeción y punto en la región de curvatura, a cada onda de las 80 ondas, se obtiene su valor pico, como se tabula en la Tabla 2.14.

Tabla 2.14. Esfuerzo pico de las ondas. Caso 2

		ESFUERZO CUASI ESTÁTICO MÁXIMO. FPSO+PLACA								
		Tp [s]	3.7	5.0	7.0	9.0	10.0	12.0	14.0	16.0
		fp [rad/s]	1.7	1.26	0.9	0.7	0.63	0.52	0.45	0.39
PUNTO A	Hs [m]	1.00	25.169	25.185	25.208	25.212	25.310	25.494	25.689	25.690
		2.00	25.203	25.232	25.271	25.288	25.471	25.694	25.817	25.936
		3.00	25.252	25.288	25.335	25.385	25.604	26.013	26.189	26.091
		4.00	25.313	25.353	25.404	25.500	25.689	26.465	26.765	26.339
		5.00	25.344	25.427	25.500	25.621	25.795	26.922	27.484	26.671
PUNTO B	Hs [m]	1.00	39.654	39.679	39.717	39.723	39.877	40.167	40.474	40.475
		2.00	39.709	39.754	39.815	39.843	40.131	40.481	40.676	40.864
		3.00	39.786	39.842	39.917	39.996	40.340	40.985	41.262	41.108
		4.00	39.882	39.944	40.025	40.176	40.475	41.697	42.169	41.499
		5.00	39.931	40.061	40.176	40.367	40.642	42.417	43.303	42.022

Nota: Todas las medidas de esfuerzo en MPa.

El esfuerzo varía entre 25.2 a 27.5 [MPa] para el punto de sujeción y para el punto de curvatura el rango es 39.6 a 43.3 [MPa] según la Tabla 2.14.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Esta sección se encarga de recoger todos los resultados que fueron obtenidos progresivamente de acuerdo con la Metodología seguida para el análisis estático y cuasi estático del riser con forma J de un FPSO.

3.1. Resultados análisis estático

Es importante destacar las condiciones a las cuales fue estudiado el riser y las propiedades de sus elementos constituyentes. En este Trabajo de Integración Curricular y sus componentes, se tomó a consideración un FPSO localizado en Campos Basin, en costas de Río de Janeiro y Espírito Santo, Brasil; dotado de un sistema de risers que transportan petróleo con un tipo de tubería SCR 16 inch OE. El nivel de profundidad desde el punto de sujeción del riser al fondo marino es de 300 [m]. Las características de la tubería y el resultado de demás variables calculadas se presentan en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Características del riser

Propiedades generales del riser			
Variable	Símbolo	Valor	Unidad
Tipo de tubería		<i>SCR 16 inch OE Tubería para exportación de petróleo</i>	
Grado del acero		X65	
Diámetro externo	(<i>OD</i>)	0.4064	[m]
Espesor de pared	(<i>t</i>)	0.0254	[m]
Diámetro interno	(<i>ID</i>)	0.3556	[m]
Área transversal	(<i>A_{sección}</i>)	0.0304	[m ²]
Peso sumergido	(<i>P_{sumergido}</i>)	2074.9	[N/m]
Momento de inercia de la tubería	(<i>I</i>)	5.5411×10^{-4}	[m ⁴]
Rigidez a flexión	(<i>EI</i>)	1.1636×10^8	[N · m ²]

Los datos de entrada de la Tabla 3.1 sirvieron para modelar la geometría de la tubería. Para este ítem, en el análisis estático se consideraron dos modelos.

- **Modelo 1: Aproximación a cable.** Desprecia *EI* y considera el fondo marino rígido.
- **Modelo 2: Aproximación a viga+ cable.** Divide a la tubería en dos tramos: desde el *TDP* hasta *BLE* (L1) y del *BLE* hasta el *punto de sujeción* (L2).

Ambos métodos para la descripción de la geometría de forma “J”, fueron modelados para la profundidad de 300 [m], por lo que la diferencia radica en la distancia horizontal que alcanzan, como se aprecia en la Figura 3.1.

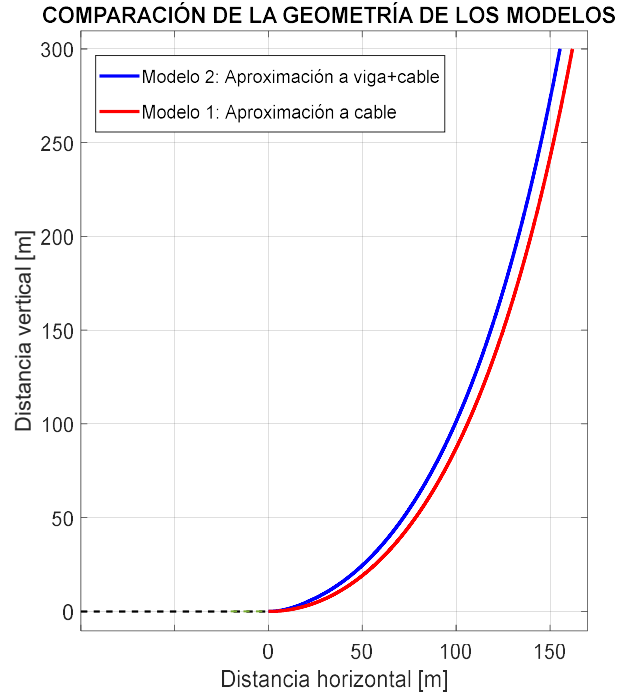


Figura 3.1. Geometría forma J para los dos modelos.

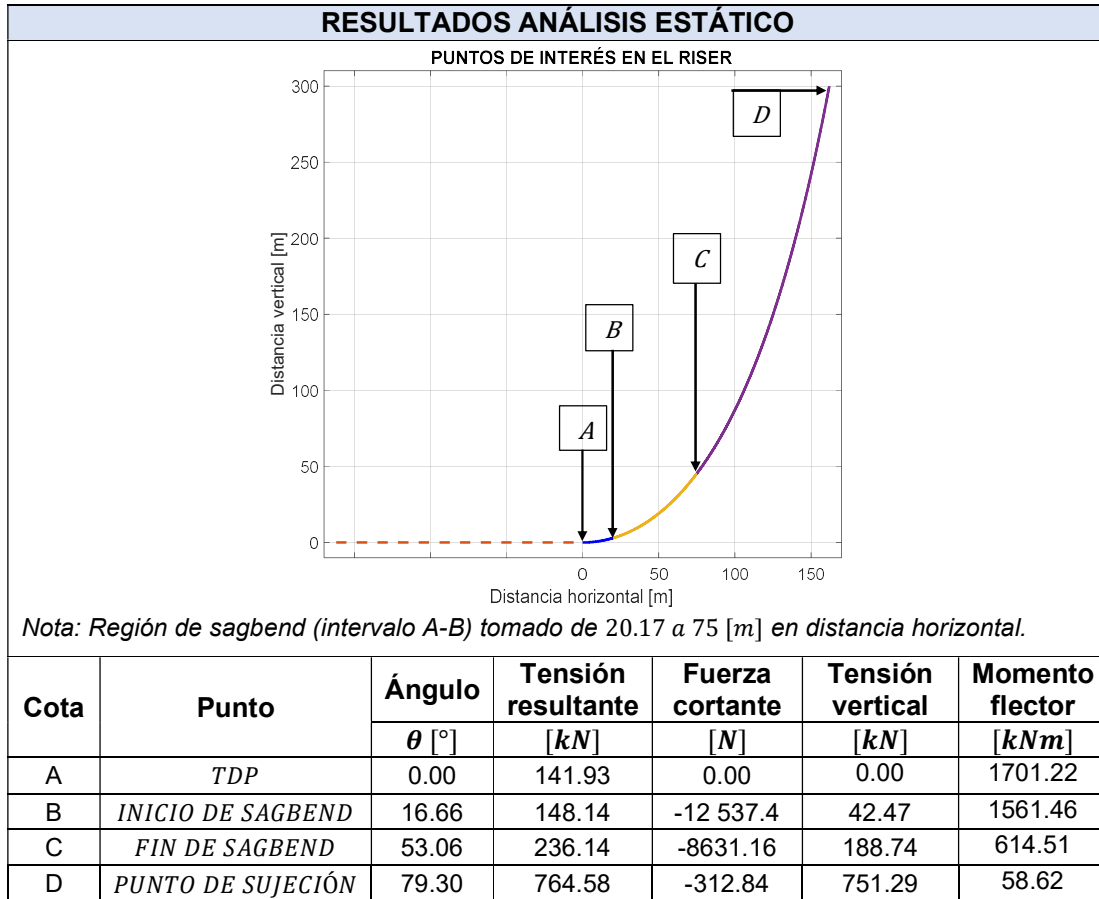
La Tabla 3.2 muestra los resultados de las longitudes horizontales (L_{TOTAL}) de cada método y el porcentaje de variación entre ambos.

Tabla 3.2. Distancia horizontal del riser para cada modelo.

MODELO 1	L_{TOTAL}		
	161.99 [m]		
MODELO 2	$L1$	$L2$	L_{TOTAL}
	20.1775 m	135.1825 m	155.36 m
	Variación		4.09 %

La distancia horizontal de mayor longitud es 162 [m] alcanzado con el Modelo 1, que difiere en un 4.09 % con el modelo restante. Es por tal motivo que se realizó el análisis estático bajo la geometría del modelo de aproximación a cable, donde se calculó la tensión, fuerza cortante y momento flector en los puntos de interés que señala la figura de la Tabla 3.3.

Tabla 3.3. Identificación de puntos importantes y resultados análisis estático.



Se observa que a medida que la distancia horizontal aumenta, la tensión resultante crece de 141.93 [kN] en el punto de contacto con el fondo marino hasta 764.58 [kN] en el punto de sujeción. Por su parte el momento flector decrece y alcanza su máximo en el TDP. La fuerza cortante arranca en cero y tiene comportamiento decreciente hasta alcanzar su mínimo absoluto y posterior al mismo creciente, como se muestra en la gráfica del Anexo III.

El esfuerzo normal estático que fue obtenido involucra la tensión vertical, el ángulo con el eje x y el área de la sección transversal, como se expresa en la Ecuación 2.13. De acuerdo con lo mencionado, la Figura 3.2 muestra el esfuerzo estático en la región de curvatura y el punto de sujeción.

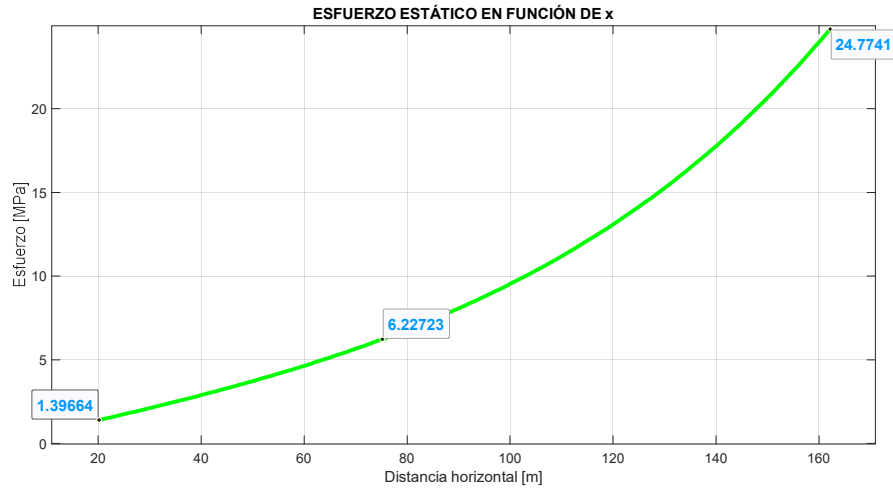


Figura 3.2. Resultados esfuerzo estático

En el inicio de la región de curvatura (punto B en la figura de la Tabla 3.3) el esfuerzo estático es 1.4 [MPa], valor que asciende a 6.23 [MPa] en el punto C y alcanza una magnitud máxima de 24.77 [MPa] en el punto de sujeción.

3.2. Resultados análisis cuasi-estático

Este estudio se caracterizó por incluir aceleración vertical en el punto de sujeción del riser. Los valores de aceleración que provienen de la simulación previamente realizada (Pazmiño Rivas , 2023) se usaron como datos de entrada para modelar funciones dependientes del tiempo, útiles para calcular tensiones y esfuerzos cuasi estáticos.

El análisis fue hecho en 2 puntos especificados en la Figura 3.3.

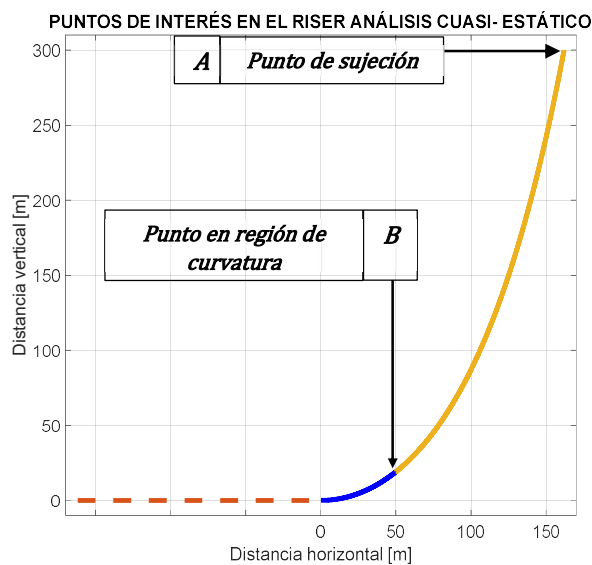


Figura 3.3. Identificación de puntos importantes para caso cuasi estático.

Para cada punto se calcula la tensión máxima obtenida del pico de la onda cosenoidal resultante, considerando dos casos:

➤ **Caso 1: Sin adición del sistema de compensación de rolido**

En las condiciones en el que el FPSO no posee el sistema de compensación, las tensiones máximas, tanto para el punto A como para el B, se representan gráficamente en la Figura 3.4.

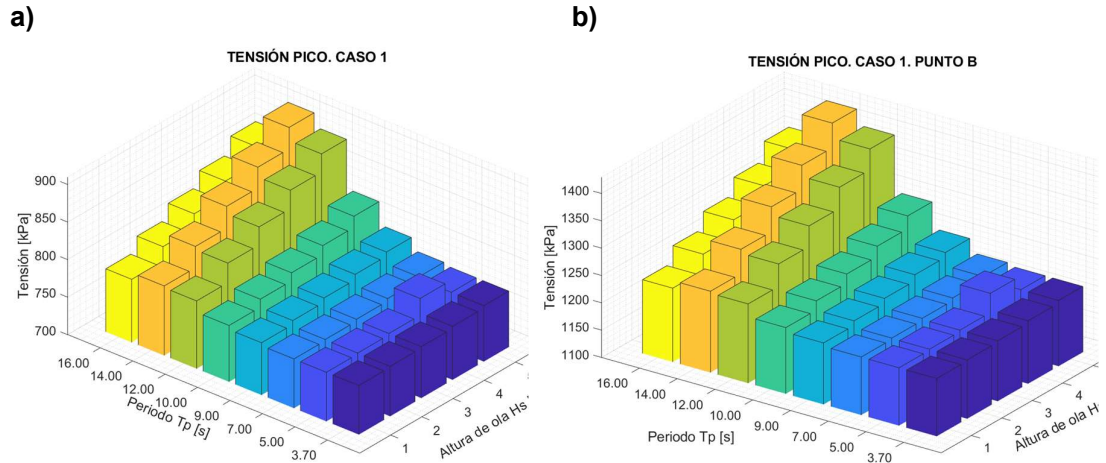


Figura 3.4. Resultados tensiones máximas: a) Punto de sujeción, b) Punto en región de curvatura

Mediante la Figura 3.4a se evidencia que, para el punto de sujeción, la tensión máxima tiene el valor de $906.4 [kPa]$, lo que ocurre en el periodo $T_p = 14 [s]$ y a altura de ola $H_s = 5 [m]$.

Comportamiento similar ocurre en el punto de curvatura, en donde la tensión máxima es de $1428.04 [kPa]$, que ocurre en el periodo de $14 [s]$ y a la altura de ola de $5 [m]$.

La diferencia entre las tensiones máximas entre el punto A y B es $\Delta_{tensión} = 521.64 [kPa]$.

A partir de lo mostrado se calculó los esfuerzos máximos, obteniéndose los resultados de la Figura 3.5.

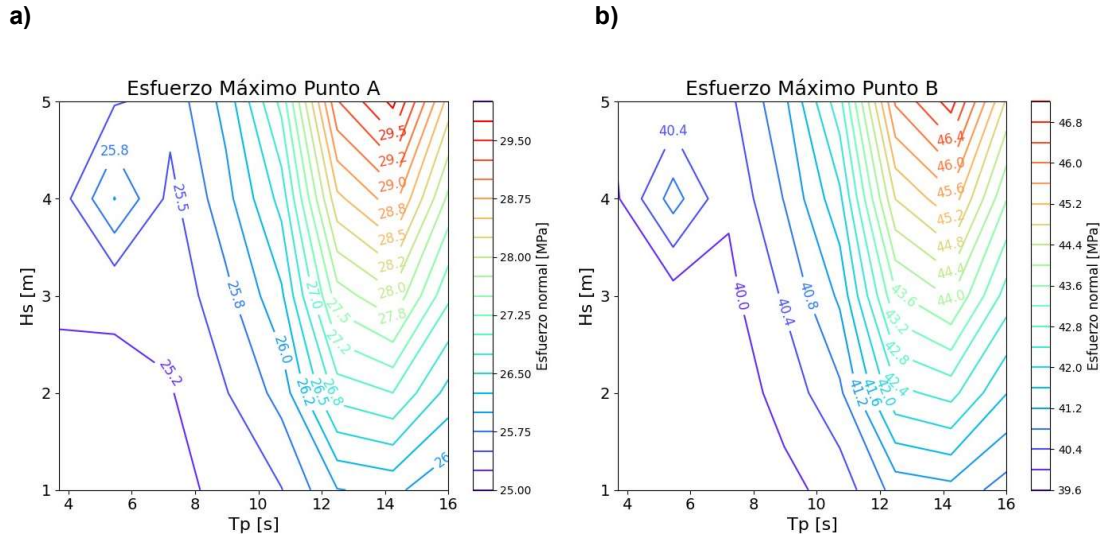


Figura 3.5. Resultados esfuerzos máximos: a) Punto de sujeción, b) Punto en región de curvatura

Se establece entonces que los valores de esfuerzos máximos, señalados en color rojo, para el punto de sujeción es de 29.75 [MPa] conforme la Figura 3.5a y para el punto en la región de curvatura alcanza los 46.8 [MPa], según lo indica la curva de nivel de la Figura 3.5b.

➤ **Caso 2: Con sistema pasivo de compensación de rolido**

Los esfuerzos máximos se consiguen a partir de la misma metodología de análisis, pero con los datos de aceleraciones importados de la simulación con sistema de compensación de rolido acoplado al FPSO realizado (Pazmiño Rivas , 2023). Basados en esto, las tensiones pico de las ondas cosenoidales que fueron obtenidas, para cada periodo y altura de ola estudiado, se representan en los siguientes diagramas de barras.

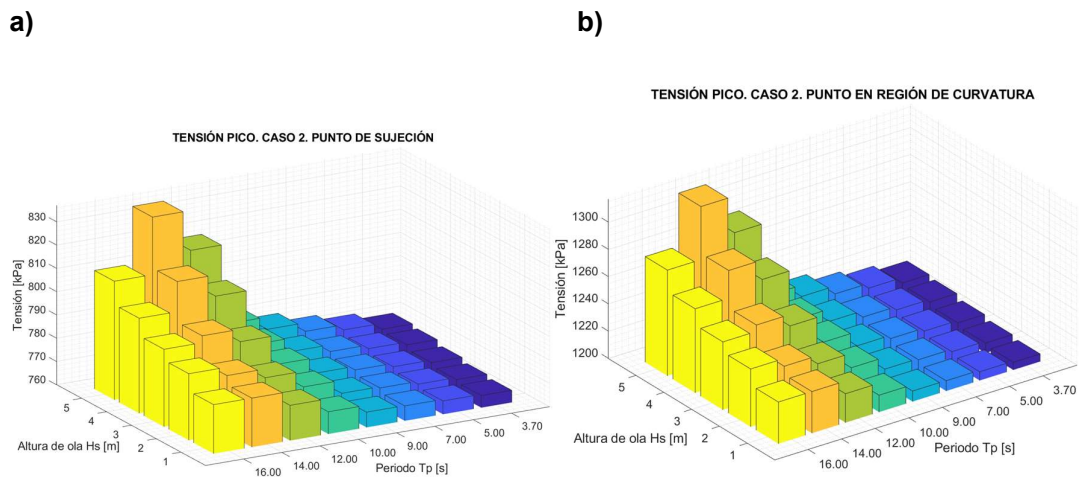


Figura 3.6. Resultados tensiones máximas: a) Punto de sujeción, b) Punto en región de curvatura

La Figura 3.6a resalta la barra de mayor altura a $H_s = 5 [m]$ y periodo $T_p = 14 [s]$ que representa la tensión máxima de $835.6 [kPa]$ para el punto de sujeción. Mientras que la Figura 3.6b para el punto en la curvatura, se tiene que la tensión máxima es de $1316.5 [kPa]$, al mismo H_s y T_p .

Posterior a lo señalado, se presenta las gráficas tipo curvas de nivel (Figura 3.7) en el que se representan los esfuerzos máximos obtenidos.

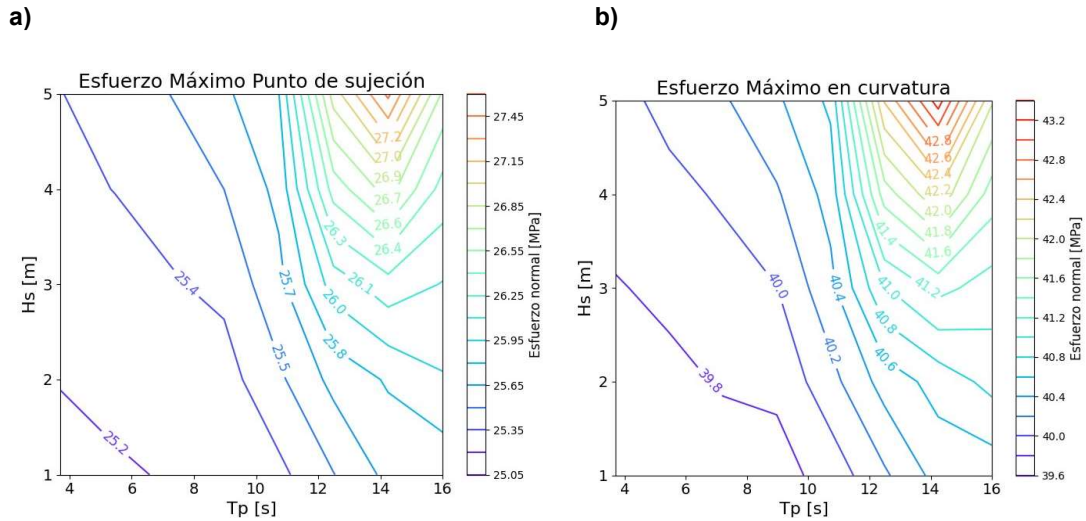


Figura 3.7. Resultados esfuerzos máximos: a) Punto de sujeción, b) Punto en región de curvatura

Las curvas color rojo son las magnitudes máximas del esfuerzo cuando se usa el sistema de compensación de roldo. En el punto de sujeción se alcanza $27.5 [MPa]$, mientras que en la curvatura se tiene $43.3 [MPa]$.

3.3. Resultados finales

El alcance de este TIC comprendió la obtención de las expresiones de los esfuerzos cíclicos y la identificación de las magnitudes máximas en los puntos de interés ya descritos, por lo que para hacer un contraste final se presenta la Tabla 3.4.

Tabla 3.4. Comparación Caso 1 y 2.

RESULTADOS DE ESFUERZO MÁXIMO			
Condición			
Punto de análisis	FPSO SIN PLACA	FPSO+PLACA	% Disminución
<i>PUNTO DE SUJECCIÓN</i>	29.81	27.48	8.48%
<i>PUNTO EN REGIÓN DE CURVATURA</i>	46.97	43.3	

Nota: Todas las medidas de esfuerzo en MPa.

Se nota que la adición del sistema pasivo de compensación de rolido en el FPSO ayuda a que el sistema de balcony risers, compuestos de tubería de exportación de petróleo de 16 pulgadas de diámetro externo, reduzcan el esfuerzo normal en un 8.48%, porcentaje que puede aumentar realizando consideraciones de diseño fundamentadas, como puede ser la selección de una tubería de menor diámetro, caso considerado en "Evaluación de daño por fatiga en ductos marinos" (Curay Cepeda, 2023).

4. CONCLUSIONES

- En este trabajo se realizó el estudio estático del sistema de risers de un FPSO en base a dos modelos analíticos: uno que considera la tubería como cable flexible y otro que la aproxima a viga en un primer tramo del riser y cable en el siguiente tramo.
- El riser que tiene una configuración en forma de “J”, fue diseñado para una profundidad de 300 [m] y una longitud horizontal desde el punto de contacto con el fondo marino hasta el punto de sujeción de 162 [m] para el modelo tipo cable y de 155.4 [m] para el modelo viga+cable.
- Con la geometría del primer modelo se realizó el análisis cuasi estático en dos puntos de interés: punto de sujeción y punto en la región de curvatura.
- Para el caso en el que no se incluye el sistema pasivo de compensación de rolo, la tensión en el punto de sujeción es de 906.4 [kN] y su correspondiente esfuerzo de 29.8 [MPa], mientras que en el punto de curvatura la tensión es 1428.1 [kN] y el valor de esfuerzo de 46.9 [MPa].
- Por su parte, al usar el sistema de compensación, la tensión en el punto de sujeción alcanza 835.6 [kN] y su correspondiente esfuerzo 27.4 [MPa], mientras que en el punto de región de curvatura el valor de tensión máxima es de 1316.5 [kN] y el esfuerzo de 43.3 [MPa].
- La reducción de esfuerzos en el punto de sujeción fue de 2.4 [MPa] y en el punto en la región de curvatura de 3.6 [MPa], lo que demuestra que el uso del sistema pasivo de compensación de rolo en el FPSO, menora en un 8.48% los esfuerzos en los risers.

5. RECOMENDACIONES

- El trabajo realizado abarcó el análisis estático desarrollado en torno al modelo que aproxima la tubería a cable, por lo tanto, se recomienda realizar el estudio con el modelo de aproximación a viga y cable, para contrastar los resultados obtenidos.

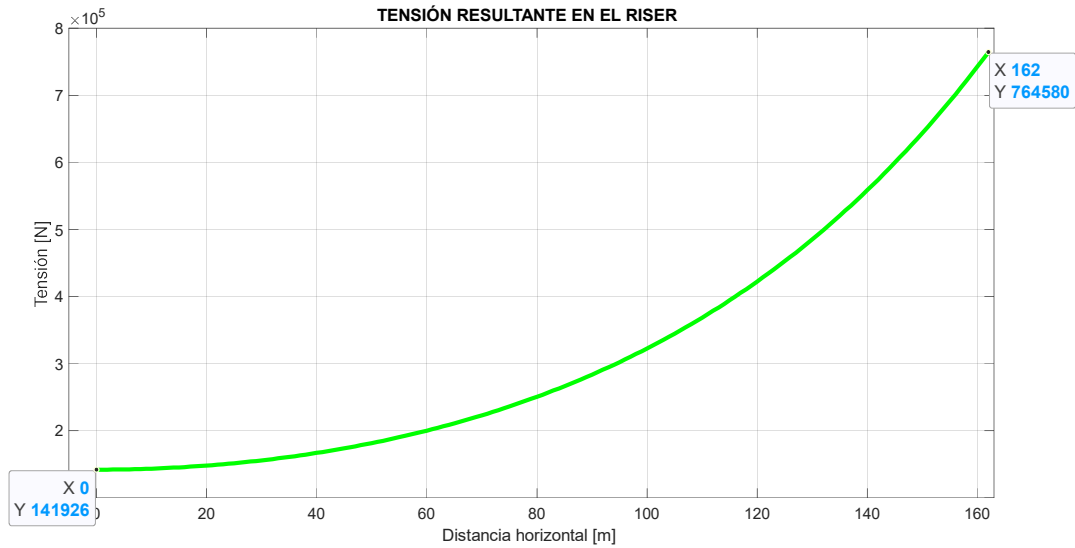
- Para obtener la geometría del riser bajo el modelo viga+ cable, se sugiere resolver el sistema de ecuaciones 10×10 mediante el método de cascada, además de utilizar el método de Newton Raphson multivariable en lenguajes de programación, para optimizar los cálculos iterativos.
- Es recomendable el uso de software especializado en el área tales como: OrcaFlex, Flexcom, o los códigos de software Riflex, Offpipe, como método de comprobación de los resultados obtenidos analíticamente y para realizar el análisis dinámico del riser.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

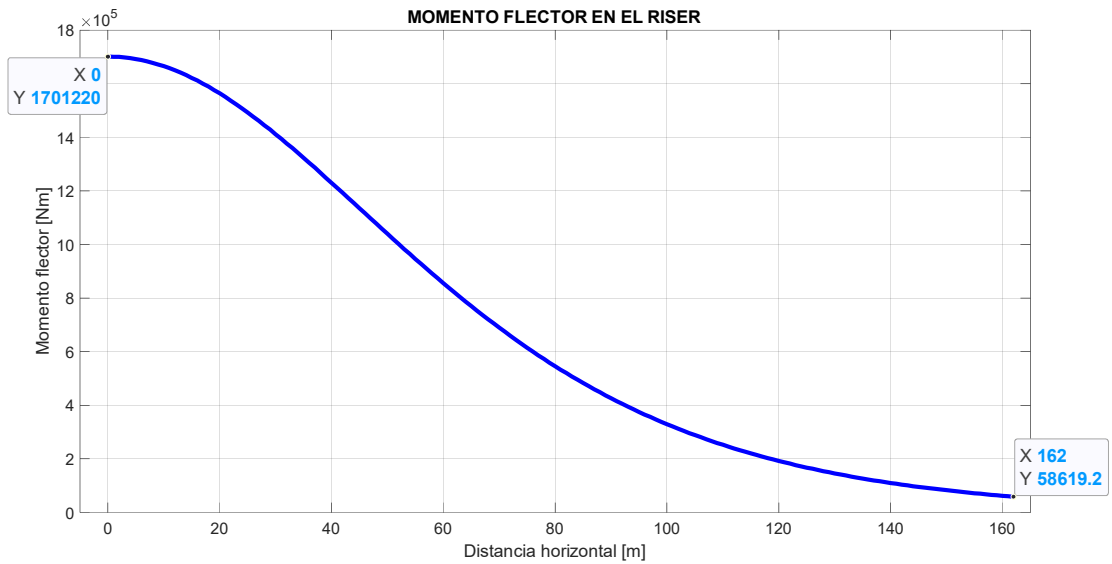
- American Petroleum Institute (API). (1998). *API RP 2RD. Design of Risers for Floating Production Systems (FPSs) and Tension-Leg Platforms (TLPs)*.
- American Petroleum Institute API. (2014). *Specification 17J. Specification for Unbonded Flexible Pipe*.
- Antal, S., Nagy, T., & Boros, A. (2003). *Improvement of Bonded Flexible Pipes according to New API Standard 17K*. In Offshore Technology Conference, Houston, Texas, May 2003.
- Carvajal, L. (2006). *Metodología de la Investigación Científica. Curso general y aplicado* (28 ed.). Santiago de Cali: U.S.C.
- Chen, J., Duan, M., & Li, Z. (Septiembre de 2011). *Mechanics of Deepwater Steel Catenary Riser*. Recuperado el 19 de Agosto de 2023, de https://www.researchgate.net/publication/221915904_Mechanics_of_Deepwater_Steel_Catenary_Riser
- Curay Cepeda, C. M. (2023). *Evaluación de daño por fatiga en ductos marinos*. Trabajo de Integración Curricular, Facultad de Ingeniería Mecánica. Escuela Politécnica Nacional, Quito.
- DNV Group. (2020). *DNV-ST-F201 Riser systems*.
- Keprate, A. (2014). *Appraisal of Riser Concepts for FPSO in Deepwater. Offshore Technology, Marine & Subsea Technology*.
- Lenci, S., & Callegari, M. (2005). *Simple analytical models for the J-lay problem*. Acta Mechanica. doi:10.1007/s00707-005-0239-x
- Pazmiño Rivas, R. (2023). *Análisis cinemático de un FPSO*. Trabajo de Integración Curricular, Facultad de Ingeniería Mecánica. Escuela Politécnica Nacional, Quito.
- Ribadeneira, B., Benalcázar, S., & Guachamín Acero, W. (2022). *Feasibility study of flopper stoppers as a passive roll compensation system for offshore construction vessels*. Facultad de Ingeniería Mecánica. Escuela Politécnica Nacional. doi:<https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2022.112380>
- Zambonino Soria, M. (2023). *Análisis estático y cuasi estático en ductos marinos*. Trabajo de Integración Curricular, Facultad de Ingeniería Mecánica. Escuela Politécnica Nacional, Quito.

7. ANEXOS

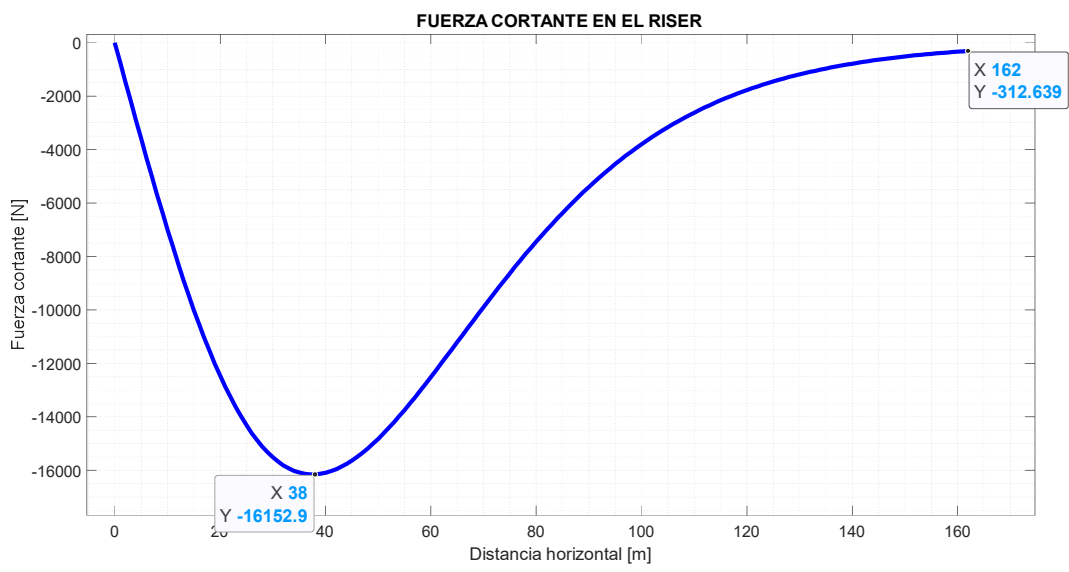
ANEXO I. TENSIÓN RESULTANTE EN FUNCIÓN DE DISTANCIA HORIZONTAL



ANEXO II. MOMENTO FLECTOR EN FUNCIÓN DE LA DISTANCIA HORIZONTAL



ANEXO III. FUERZA CORTANTE EN FUNCIÓN DE LA DISTANCIA HORIZONTAL



**ANEXO IV. EXPRESIONES DE ACELERACIÓN. CASO 1: SIN SISTEMA DE
COMPENSACIÓN DE ROLIDO**

ACELERACIÓN EN FUNCIÓN DEL TIEMPO. CASO 1	
Hs=1 [m]	Hs=4 [m]
$a_z = 0.00994 \cos(1.69816 t)$	$a_z = 0.08656 \cos(1.6982 t)$
$a_z = 0.01112 \cos(1.25664 t)$	$a_z = 0.33750 \cos(1.2566 t)$
$a_z = 0.01389 \cos(0.8976 t)$	$a_z = 0.11080 \cos(0.8976 t)$
$a_z = 0.06540 \cos(0.69813 t)$	$a_z = 0.29850 \cos(0.6981 t)$
$a_z = 0.13530 \cos(0.62832 t)$	$a_z = 0.56530 \cos(0.6283 t)$
$a_z = 0.32950 \cos(0.5236 t)$	$a_z = 1.28600 \cos(0.5236 t)$
$a_z = 0.36010 \cos(0.4488 t)$	$a_z = 1.45400 \cos(0.4488 t)$
$a_z = 0.24780 \cos(0.3927 t)$	$a_z = 0.99180 \cos(0.3927 t)$
Hs=2 [m]	Hs=5 [m]
$a_z = 0.02620 \cos(1.69816 t)$	$a_z = 0.12880 \cos(1.6982 t)$
$a_z = 0.02760 \cos(1.25664 t)$	$a_z = 0.13100 \cos(1.2566 t)$
$a_z = 0.03495 \cos(0.8976 t)$	$a_z = 0.17010 \cos(0.8976 t)$
$a_z = 0.13320 \cos(0.69813 t)$	$a_z = 0.36850 \cos(0.6981 t)$
$a_z = 0.27310 \cos(0.62832 t)$	$a_z = 0.75520 \cos(0.6283 t)$
$a_z = 0.66410 \cos(0.5236 t)$	$a_z = 1.59500 \cos(0.5236 t)$
$a_z = 0.72390 \cos(0.4488 t)$	$a_z = 1.82200 \cos(0.4488 t)$
$a_z = 0.49440 \cos(0.3927 t)$	$a_z = 1.26800 \cos(0.3927 t)$
Hs=3 [m]	
$a_z = 0.04972 \cos(1.69816 t)$	
$a_z = 0.05080 \cos(1.25664 t)$	
$a_z = 0.06846 \cos(0.8976 t)$	
$a_z = 0.20720 \cos(0.69813 t)$	
$a_z = 0.41230 \cos(0.62832 t)$	
$a_z = 0.97060 \cos(0.5236 t)$	
$a_z = 1.09700 \cos(0.4488 t)$	
$a_z = 0.74410 \cos(0.3927 t)$	

ANEXO V. TENSIÓN CUASI ESTÁTICA. CASO 1.

TENSIÓN CUASI ESTÁTICA. CASO 1												
PUNTO DE SUJECIÓN					PUNTO EN REGIÓN DE CURVATURA							
Hs=1m	774.15807	cos(1.6981582	t) +	764417.78	[N]	1219.6993	cos(1.6981582	t) +	1204353.4	[N]
	866.49599	cos(1.2566371	t) +	764417.78	[N]	1365.1793	cos(1.2566371	t) +	1204353.4	[N]
	1082.3408	cos(0.8975979	t) +	764417.78	[N]	1705.2465	cos(0.8975979	t) +	1204353.4	[N]
	5096.1185	cos(0.6981317	t) +	764417.78	[N]	8029.0224	cos(0.6981317	t) +	1204353.4	[N]
	10542.887	cos(0.6283185	t) +	764417.78	[N]	16610.5	cos(0.6283185	t) +	1204353.4	[N]
	25675.398	cos(0.5235988	t) +	764417.78	[N]	40452.032	cos(0.5235988	t) +	1204353.4	[N]
	28059.821	cos(0.448799	t) +	764417.78	[N]	44208.73	cos(0.448799	t) +	1204353.4	[N]
	19309.146	cos(0.3926991	t) +	764417.78	[N]	30421.892	cos(0.3926991	t) +	1204353.4	[N]
Hs=2m	2041.5643	cos(1.6981582	t) +	764417.78	[N]	3216.5197	cos(1.6981582	t) +	1204353.4	[N]
	2150.6555	cos(1.2566371	t) +	764417.78	[N]	3388.3948	cos(1.2566371	t) +	1204353.4	[N]
	2723.3844	cos(0.8975979	t) +	764417.78	[N]	4290.739	cos(0.8975979	t) +	1204353.4	[N]
	10379.251	cos(0.6981317	t) +	764417.78	[N]	16352.688	cos(0.6981317	t) +	1204353.4	[N]
	21280.581	cos(0.6283185	t) +	764417.78	[N]	33527.921	cos(0.6283185	t) +	1204353.4	[N]
	51748.2	cos(0.5235988	t) +	764417.78	[N]	81530.18	cos(0.5235988	t) +	1204353.4	[N]
	56407.954	cos(0.448799	t) +	764417.78	[N]	88871.702	cos(0.448799	t) +	1204353.4	[N]
	38524.786	cos(0.3926991	t) +	764417.78	[N]	60696.463	cos(0.3926991	t) +	1204353.4	[N]
Hs=3m	3874.2968	cos(1.6981582	t) +	764417.78	[N]	6104.0213	cos(1.6981582	t) +	1204353.4	[N]
	3958.4529	cos(1.2566371	t) +	764417.78	[N]	6236.6106	cos(1.2566371	t) +	1204353.4	[N]
	5334.5608	cos(0.8975979	t) +	764417.78	[N]	8404.6922	cos(0.8975979	t) +	1204353.4	[N]
	16145.501	cos(0.6981317	t) +	764417.78	[N]	25437.514	cos(0.6981317	t) +	1204353.4	[N]
	32127.365	cos(0.6283185	t) +	764417.78	[N]	50617.216	cos(0.6283185	t) +	1204353.4	[N]
	75631.386	cos(0.5235988	t) +	764417.78	[N]	119158.55	cos(0.5235988	t) +	1204353.4	[N]
	85480.765	cos(0.448799	t) +	764417.78	[N]	134676.41	cos(0.448799	t) +	1204353.4	[N]
	57981.985	cos(0.3926991	t) +	764417.78	[N]	91351.614	cos(0.3926991	t) +	1204353.4	[N]
Hs=4m	6744.9544	cos(1.6981582	t) +	764417.78	[N]	10626.792	cos(1.6981582	t) +	1204353.4	[N]
	26298.777	cos(1.2566371	t) +	764417.78	[N]	41434.175	cos(1.2566371	t) +	1204353.4	[N]
	8633.791	cos(0.8975979	t) +	764417.78	[N]	13602.686	cos(0.8975979	t) +	1204353.4	[N]
	23259.807	cos(0.6981317	t) +	764417.78	[N]	36646.226	cos(0.6981317	t) +	1204353.4	[N]
	44049.477	cos(0.6283185	t) +	764417.78	[N]	69400.709	cos(0.6283185	t) +	1204353.4	[N]
	100208.08	cos(0.5235988	t) +	764417.78	[N]	157879.55	cos(0.5235988	t) +	1204353.4	[N]
	113299.03	cos(0.448799	t) +	764417.78	[N]	178504.56	cos(0.448799	t) +	1204353.4	[N]
	77283.339	cos(0.3926991	t) +	764417.78	[N]	121761.23	cos(0.3926991	t) +	1204353.4	[N]
Hs=5m	10036.392	cos(1.6981582	t) +	764417.78	[N]	15812.509	cos(1.6981582	t) +	1204353.4	[N]
	10207.821	cos(1.2566371	t) +	764417.78	[N]	16082.598	cos(1.2566371	t) +	1204353.4	[N]
	13254.583	cos(0.8975979	t) +	764417.78	[N]	20882.824	cos(0.8975979	t) +	1204353.4	[N]
	28714.368	cos(0.6981317	t) +	764417.78	[N]	45239.981	cos(0.6981317	t) +	1204353.4	[N]
	58846.922	cos(0.6283185	t) +	764417.78	[N]	92714.338	cos(0.6283185	t) +	1204353.4	[N]
	124286.07	cos(0.5235988	t) +	764417.78	[N]	195814.84	cos(0.5235988	t) +	1204353.4	[N]
	141974.43	cos(0.448799	t) +	764417.78	[N]	223683.16	cos(0.448799	t) +	1204353.4	[N]
	98805.478	cos(0.3926991	t) +	764417.78	[N]	155669.73	cos(0.3926991	t) +	1204353.4	[N]

ANEXO VI. ESFUERZO CUASI ESTÁTICO. CASO 1.

ESFUERZO EN FUNCIÓN DEL TIEMPO								
PUNTO DE SUJECIÓN				PUNTO EN REGIÓN DE CURVATURA				
Hs=1m	25463.6747	cos(1.69816 t) +	25143296	[Pa]	40118.457	cos(1.698158 t) +	39613696	[Pa]
	28500.8619	cos(1.25664 t) +	25143296	[Pa]	44903.598	cos(1.256637 t) +	39613696	[Pa]
	35600.4471	cos(0.8976 t) +	25143296	[Pa]	56089.117	cos(0.897598 t) +	39613696	[Pa]
	167621.975	cos(0.69813 t) +	25143296	[Pa]	264091.31	cos(0.698132 t) +	39613696	[Pa]
	346777.573	cos(0.62832 t) +	25143296	[Pa]	546354.03	cos(0.628319 t) +	39613696	[Pa]
	844517.445	cos(0.5236 t) +	25143296	[Pa]	1330551.8	cos(0.523599 t) +	39613696	[Pa]
	922946.076	cos(0.4488 t) +	25143296	[Pa]	1454117.4	cos(0.448799 t) +	39613696	[Pa]
	635118.127	cos(0.3927 t) +	25143296	[Pa]	1000639.5	cos(0.392699 t) +	39613696	[Pa]
Hs=2m	67151.3113	cos(1.69816 t) +	25143296	[Pa]	105798.05	cos(1.698158 t) +	39613696	[Pa]
	70739.5493	cos(1.25664 t) +	25143296	[Pa]	111451.38	cos(1.256637 t) +	39613696	[Pa]
	89577.7988	cos(0.8976 t) +	25143296	[Pa]	141131.36	cos(0.897598 t) +	39613696	[Pa]
	341395.216	cos(0.69813 t) +	25143296	[Pa]	537874.03	cos(0.698132 t) +	39613696	[Pa]
	699962.714	cos(0.62832 t) +	25143296	[Pa]	1102803.3	cos(0.628319 t) +	39613696	[Pa]
	1702106.33	cos(0.5236 t) +	25143296	[Pa]	2681697.8	cos(0.523599 t) +	39613696	[Pa]
	1855375.35	cos(0.4488 t) +	25143296	[Pa]	2923175.8	cos(0.448799 t) +	39613696	[Pa]
	1267160.62	cos(0.3927 t) +	25143296	[Pa]	1996433.4	cos(0.392699 t) +	39613696	[Pa]
Hs=3m	127433.71	cos(1.69816 t) +	25143296	[Pa]	200774	cos(1.698158 t) +	39613696	[Pa]
	130201.779	cos(1.25664 t) +	25143296	[Pa]	205135.14	cos(1.256637 t) +	39613696	[Pa]
	175464.839	cos(0.8976 t) +	25143296	[Pa]	276447.87	cos(0.897598 t) +	39613696	[Pa]
	531059.225	cos(0.69813 t) +	25143296	[Pa]	836692.94	cos(0.698132 t) +	39613696	[Pa]
	1056736.09	cos(0.62832 t) +	25143296	[Pa]	1664905.9	cos(0.628319 t) +	39613696	[Pa]
	2487674.15	cos(0.5236 t) +	25143296	[Pa]	3919373.4	cos(0.523599 t) +	39613696	[Pa]
	2811640.78	cos(0.4488 t) +	25143296	[Pa]	4429788.4	cos(0.448799 t) +	39613696	[Pa]
	1907148.5	cos(0.3927 t) +	25143296	[Pa]	3004745.3	cos(0.392699 t) +	39613696	[Pa]
Hs=4m	221855.63	cos(1.69816 t) +	25143296	[Pa]	349537.36	cos(1.698158 t) +	39613696	[Pa]
	865021.662	cos(1.25664 t) +	25143296	[Pa]	1362856.5	cos(1.256637 t) +	39613696	[Pa]
	283983.408	cos(0.8976 t) +	25143296	[Pa]	447420.74	cos(0.897598 t) +	39613696	[Pa]
	765063.604	cos(0.69813 t) +	25143296	[Pa]	1205370.9	cos(0.698132 t) +	39613696	[Pa]
	1448879.25	cos(0.62832 t) +	25143296	[Pa]	2282734.2	cos(0.628319 t) +	39613696	[Pa]
	3296052.91	cos(0.5236 t) +	25143296	[Pa]	5192988	cos(0.523599 t) +	39613696	[Pa]
	3726641.47	cos(0.4488 t) +	25143296	[Pa]	5871387.7	cos(0.448799 t) +	39613696	[Pa]
	2542010.32	cos(0.3927 t) +	25143296	[Pa]	4004981	cos(0.392699 t) +	39613696	[Pa]
Hs=5m	330117.897	cos(1.69816 t) +	25143296	[Pa]	520106.42	cos(1.698158 t) +	39613696	[Pa]
	335756.556	cos(1.25664 t) +	25143296	[Pa]	528990.23	cos(1.256637 t) +	39613696	[Pa]
	435970.918	cos(0.8976 t) +	25143296	[Pa]	686879.68	cos(0.897598 t) +	39613696	[Pa]
	944475.504	cos(0.69813 t) +	25143296	[Pa]	1488037.4	cos(0.698132 t) +	39613696	[Pa]
	1935598.1	cos(0.62832 t) +	25143296	[Pa]	3049568.1	cos(0.628319 t) +	39613696	[Pa]
	4088028.3	cos(0.5236 t) +	25143296	[Pa]	6440758.9	cos(0.523599 t) +	39613696	[Pa]
	4669835.46	cos(0.4488 t) +	25143296	[Pa]	7357406.1	cos(0.448799 t) +	39613696	[Pa]
	3249918.42	cos(0.3927 t) +	25143296	[Pa]	5120302.4	cos(0.392699 t) +	39613696	[Pa]

**ANEXO VII. EXPRESIONES DE ACELERACIÓN. CASO 2: CON SISTEMA DE
COMPENSACIÓN DE ROLIDO**

ACELERACIÓN EN FUNCIÓN DEL TIEMPO. CASO 2			
Hs=1 [m]		Hs=4 [m]	
$a_z=$	0.01000 cos(1.69816 t)	$a_z=$	0.06630 cos(1.6982 t)
$a_z=$	0.01620 cos(1.25664 t)	$a_z=$	0.08180 cos(1.2566 t)
$a_z=$	0.02550 cos(0.8976 t)	$a_z=$	0.10190 cos(0.8976 t)
$a_z=$	0.02700 cos(0.69813 t)	$a_z=$	0.13930 cos(0.6981 t)
$a_z=$	0.06521 cos(0.62832 t)	$a_z=$	0.21320 cos(0.6283 t)
$a_z=$	0.13700 cos(0.5236 t)	$a_z=$	0.51590 cos(0.5236 t)
$a_z=$	0.21300 cos(0.4488 t)	$a_z=$	0.63270 cos(0.4488 t)
$a_z=$	0.21330 cos(0.3927 t)	$a_z=$	0.46670 cos(0.3927 t)
Hs=2 [m]		Hs=5 [m]	
$a_z=$	0.02360 cos(1.69816 t)	$a_z=$	0.07842 cos(1.6982 t)
$a_z=$	0.03471 cos(1.25664 t)	$a_z=$	0.11070 cos(1.2566 t)
$a_z=$	0.04990 cos(0.8976 t)	$a_z=$	0.13910 cos(0.8976 t)
$a_z=$	0.05659 cos(0.69813 t)	$a_z=$	0.18640 cos(0.6981 t)
$a_z=$	0.12800 cos(0.62832 t)	$a_z=$	0.25450 cos(0.6283 t)
$a_z=$	0.21480 cos(0.5236 t)	$a_z=$	0.69410 cos(0.5236 t)
$a_z=$	0.26300 cos(0.4488 t)	$a_z=$	0.91350 cos(0.4488 t)
$a_z=$	0.30950 cos(0.3927 t)	$a_z=$	0.59630 cos(0.3927 t)
Hs=3 [m]			
$a_z=$	0.04260 cos(1.69816 t)		
$a_z=$	0.05650 cos(1.25664 t)		
$a_z=$	0.07500 cos(0.8976 t)		
$a_z=$	0.09460 cos(0.69813 t)		
$a_z=$	0.17980 cos(0.62832 t)		
$a_z=$	0.33950 cos(0.5236 t)		
$a_z=$	0.40800 cos(0.4488 t)		
$a_z=$	0.36990 cos(0.3927 t)		

ANEXO VIII. TENSIÓN CUASI ESTÁTICA. CASO 2.

TENSIÓN CUASI ESTÁTICA. CASO 2									
PUNTO DE SUJECCIÓN					PUNTO EN REGIÓN DE CURVATURA				
Hs=1m	779.223015	cos(1.6981582 t) +	764417.78	[N]	1227.6793	cos(1.6981582 t) +	1204353.36	[N]	
	1262.34128	cos(1.2566371 t) +	764417.78	[N]	1988.8404	cos(1.2566371 t) +	1204353.36	[N]	
	1987.01869	cos(0.8975979 t) +	764417.78	[N]	3130.5821	cos(0.8975979 t) +	1204353.36	[N]	
	2103.90214	cos(0.6981317 t) +	764417.78	[N]	3314.734	cos(0.6981317 t) +	1204353.36	[N]	
	5081.31328	cos(0.6283185 t) +	764417.78	[N]	8005.6965	cos(0.6283185 t) +	1204353.36	[N]	
	10675.3553	cos(0.5235988 t) +	764417.78	[N]	16819.206	cos(0.5235988 t) +	1204353.36	[N]	
	16597.4502	cos(0.448799 t) +	764417.78	[N]	26149.568	cos(0.448799 t) +	1204353.36	[N]	
	16620.8269	cos(0.3926991 t) +	764417.78	[N]	26186.399	cos(0.3926991 t) +	1204353.36	[N]	
Hs=2m	1838.96632	cos(1.6981582 t) +	764417.78	[N]	2897.3231	cos(1.6981582 t) +	1204353.36	[N]	
	2704.68308	cos(1.2566371 t) +	764417.78	[N]	4261.2747	cos(1.2566371 t) +	1204353.36	[N]	
	3888.32284	cos(0.8975979 t) +	764417.78	[N]	6126.1195	cos(0.8975979 t) +	1204353.36	[N]	
	4409.62304	cos(0.6981317 t) +	764417.78	[N]	6947.4369	cos(0.6981317 t) +	1204353.36	[N]	
	9974.05459	cos(0.6283185 t) +	764417.78	[N]	15714.295	cos(0.6283185 t) +	1204353.36	[N]	
	16737.7104	cos(0.5235988 t) +	764417.78	[N]	26370.551	cos(0.5235988 t) +	1204353.36	[N]	
	20493.5653	cos(0.448799 t) +	764417.78	[N]	32287.965	cos(0.448799 t) +	1204353.36	[N]	
	24116.9523	cos(0.3926991 t) +	764417.78	[N]	37996.673	cos(0.3926991 t) +	1204353.36	[N]	
Hs=3m	3319.49004	cos(1.6981582 t) +	764417.78	[N]	5229.9137	cos(1.6981582 t) +	1204353.36	[N]	
	4402.61003	cos(1.2566371 t) +	764417.78	[N]	6936.3878	cos(1.2566371 t) +	1204353.36	[N]	
	5844.17261	cos(0.8975979 t) +	764417.78	[N]	9207.5945	cos(0.8975979 t) +	1204353.36	[N]	
	7371.44972	cos(0.6981317 t) +	764417.78	[N]	11613.846	cos(0.6981317 t) +	1204353.36	[N]	
	14010.4298	cos(0.6283185 t) +	764417.78	[N]	22073.673	cos(0.6283185 t) +	1204353.36	[N]	
	26454.6214	cos(0.5235988 t) +	764417.78	[N]	41679.711	cos(0.5235988 t) +	1204353.36	[N]	
	31792.299	cos(0.448799 t) +	764417.78	[N]	50089.314	cos(0.448799 t) +	1204353.36	[N]	
	28823.4593	cos(0.3926991 t) +	764417.78	[N]	45411.856	cos(0.3926991 t) +	1204353.36	[N]	
Hs=4m	5166.24859	cos(1.6981582 t) +	764417.78	[N]	8139.5135	cos(1.6981582 t) +	1204353.36	[N]	
	6374.04426	cos(1.2566371 t) +	764417.78	[N]	10042.416	cos(1.2566371 t) +	1204353.36	[N]	
	7940.28252	cos(0.8975979 t) +	764417.78	[N]	12510.052	cos(0.8975979 t) +	1204353.36	[N]	
	10854.5766	cos(0.6981317 t) +	764417.78	[N]	17101.572	cos(0.6981317 t) +	1204353.36	[N]	
	16613.0347	cos(0.6283185 t) +	764417.78	[N]	26174.122	cos(0.6283185 t) +	1204353.36	[N]	
	40200.1153	cos(0.5235988 t) +	764417.78	[N]	63335.973	cos(0.5235988 t) +	1204353.36	[N]	
	49301.4402	cos(0.448799 t) +	764417.78	[N]	77675.267	cos(0.448799 t) +	1204353.36	[N]	
	36366.3381	cos(0.3926991 t) +	764417.78	[N]	57295.791	cos(0.3926991 t) +	1204353.36	[N]	
Hs=5m	6110.66688	cos(1.6981582 t) +	764417.78	[N]	9627.4608	cos(1.6981582 t) +	1204353.36	[N]	
	8625.99877	cos(1.2566371 t) +	764417.78	[N]	13590.409	cos(1.2566371 t) +	1204353.36	[N]	
	10838.9921	cos(0.8975979 t) +	764417.78	[N]	17077.019	cos(0.8975979 t) +	1204353.36	[N]	
	14524.717	cos(0.6981317 t) +	764417.78	[N]	22883.941	cos(0.6981317 t) +	1204353.36	[N]	
	19831.2257	cos(0.6283185 t) +	764417.78	[N]	31244.437	cos(0.6283185 t) +	1204353.36	[N]	
	54085.8695	cos(0.5235988 t) +	764417.78	[N]	85213.218	cos(0.5235988 t) +	1204353.36	[N]	
	71182.0224	cos(0.448799 t) +	764417.78	[N]	112148.5	cos(0.448799 t) +	1204353.36	[N]	
	46465.0684	cos(0.3926991 t) +	764417.78	[N]	73206.514	cos(0.3926991 t) +	1204353.36	[N]	

ANEXO IX. ESFUERZO CUASI ESTÁTICO. CASO 2.

ESFUERZO CUASI ESTÁTICO. CASO 2									
PUNTO DE SUJECIÓN					PUNTO EN REGIÓN DE CURVATURA				
Hs=1m	25630.271	cos(1.6981582 t) +	25143296	[Pa]	40380.933	cos(1.6981582 t) +	39613696	[Pa]	
	41521.04	cos(1.2566371 t) +	25143296	[Pa]	65417.112	cos(1.2566371 t) +	39613696	[Pa]	
	65357.192	cos(0.8975979 t) +	25143296	[Pa]	102971.38	cos(0.8975979 t) +	39613696	[Pa]	
	69201.733	cos(0.6981317 t) +	25143296	[Pa]	109028.52	cos(0.6981317 t) +	39613696	[Pa]	
	167135	cos(0.6283185 t) +	25143296	[Pa]	263324.07	cos(0.6283185 t) +	39613696	[Pa]	
	351134.72	cos(0.5235988 t) +	25143296	[Pa]	553218.79	cos(0.5235988 t) +	39613696	[Pa]	
	545924.78	cos(0.448799 t) +	25143296	[Pa]	860113.88	cos(0.448799 t) +	39613696	[Pa]	
	546693.69	cos(0.3926991 t) +	25143296	[Pa]	861325.31	cos(0.3926991 t) +	39613696	[Pa]	
Hs=2m	60487.441	cos(1.6981582 t) +	25143296	[Pa]	95299.003	cos(1.6981582 t) +	39613696	[Pa]	
	88962.672	cos(1.2566371 t) +	25143296	[Pa]	140162.22	cos(1.2566371 t) +	39613696	[Pa]	
	127895.05	cos(0.8975979 t) +	25143296	[Pa]	201500.86	cos(0.8975979 t) +	39613696	[Pa]	
	145041.71	cos(0.6981317 t) +	25143296	[Pa]	228515.7	cos(0.6981317 t) +	39613696	[Pa]	
	328067.47	cos(0.6283185 t) +	25143296	[Pa]	516875.95	cos(0.6283185 t) +	39613696	[Pa]	
	550538.23	cos(0.5235988 t) +	25143296	[Pa]	867382.45	cos(0.5235988 t) +	39613696	[Pa]	
	674076.14	cos(0.448799 t) +	25143296	[Pa]	1062018.6	cos(0.448799 t) +	39613696	[Pa]	
	793256.9	cos(0.3926991 t) +	25143296	[Pa]	1249789.9	cos(0.3926991 t) +	39613696	[Pa]	
Hs=3m	109184.96	cos(1.6981582 t) +	25143296	[Pa]	172022.78	cos(1.6981582 t) +	39613696	[Pa]	
	144811.03	cos(1.2566371 t) +	25143296	[Pa]	228152.27	cos(1.2566371 t) +	39613696	[Pa]	
	192227.04	cos(0.8975979 t) +	25143296	[Pa]	302857	cos(0.8975979 t) +	39613696	[Pa]	
	242462.37	cos(0.6981317 t) +	25143296	[Pa]	382003.63	cos(0.6981317 t) +	39613696	[Pa]	
	460832.28	cos(0.6283185 t) +	25143296	[Pa]	726049.18	cos(0.6283185 t) +	39613696	[Pa]	
	870147.72	cos(0.5235988 t) +	25143296	[Pa]	1370932.7	cos(0.5235988 t) +	39613696	[Pa]	
	1045715.1	cos(0.448799 t) +	25143296	[Pa]	1647542.1	cos(0.448799 t) +	39613696	[Pa]	
	948063.74	cos(0.3926991 t) +	25143296	[Pa]	1493690.7	cos(0.3926991 t) +	39613696	[Pa]	
Hs=4m	169928.7	cos(1.6981582 t) +	25143296	[Pa]	267725.59	cos(1.6981582 t) +	39613696	[Pa]	
	209655.62	cos(1.2566371 t) +	25143296	[Pa]	330316.04	cos(1.2566371 t) +	39613696	[Pa]	
	261172.47	cos(0.8975979 t) +	25143296	[Pa]	411481.71	cos(0.8975979 t) +	39613696	[Pa]	
	357029.68	cos(0.6981317 t) +	25143296	[Pa]	562506.4	cos(0.6981317 t) +	39613696	[Pa]	
	546437.39	cos(0.6283185 t) +	25143296	[Pa]	860921.5	cos(0.6283185 t) +	39613696	[Pa]	
	1322265.7	cos(0.5235988 t) +	25143296	[Pa]	2083252.4	cos(0.5235988 t) +	39613696	[Pa]	
	1621627.3	cos(0.448799 t) +	25143296	[Pa]	2554901.7	cos(0.448799 t) +	39613696	[Pa]	
	1196164.8	cos(0.3926991 t) +	25143296	[Pa]	1884578.2	cos(0.3926991 t) +	39613696	[Pa]	
Hs=5m	200992.59	cos(1.6981582 t) +	25143296	[Pa]	316667.28	cos(1.6981582 t) +	39613696	[Pa]	
	283727.11	cos(1.2566371 t) +	25143296	[Pa]	447016.93	cos(1.2566371 t) +	39613696	[Pa]	
	356517.08	cos(0.8975979 t) +	25143296	[Pa]	561698.78	cos(0.8975979 t) +	39613696	[Pa]	
	477748.26	cos(0.6981317 t) +	25143296	[Pa]	752700.6	cos(0.6981317 t) +	39613696	[Pa]	
	652290.41	cos(0.6283185 t) +	25143296	[Pa]	1027694.8	cos(0.6283185 t) +	39613696	[Pa]	
	1778997.1	cos(0.5235988 t) +	25143296	[Pa]	2802840.6	cos(0.5235988 t) +	39613696	[Pa]	
	2341325.3	cos(0.448799 t) +	25143296	[Pa]	3688798.3	cos(0.448799 t) +	39613696	[Pa]	
	1528333.1	cos(0.3926991 t) +	25143296	[Pa]	2407915.1	cos(0.3926991 t) +	39613696	[Pa]	

