

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

## **FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA**

**DISEÑO DE UNA JUNTA EMPERNADA TRABAJANDO A FATIGA**

**COMPONENTE: SIMULACIÓN DE UNA JUNTA EMPERNADA**

**TRABAJANDO A FATIGA**

**TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR PRESENTADO COMO  
REQUISITO PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO MECÁNICO**

**CHRISTOER RENÉ SEGURA ROYAL**

**christoper.segura@epn.edu.ec**

**DIRECTOR: Ing. MARIO GERMÁN GRANJA RAMÍREZ, MSc.**

**mario.granja@epn.edu.ec**

**DMQ, enero 2024**

## **CERTIFICACIONES**

Yo, **Christoper René Segura Royal** declaro que el trabajo de integración curricular aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

---

**Christoper René Segura Royal**

Certifico que el presente trabajo de integración curricular fue desarrollado por **Christoper René Segura Royal**, bajo mi supervisión.

---

**Ing. Mario Germán Granja Ramírez, MSc.**

**DIRECTOR**

## **DECLARACIÓN DE AUTORÍA**

A través de la presente declaración, afirmamos que el trabajo de integración curricular aquí descrito, así como el (los) producto(s) resultante(s) del mismo, son públicos y estarán a disposición de la comunidad a través del repositorio institucional de la Escuela Politécnica Nacional; sin embargo, la titularidad de los derechos patrimoniales nos corresponde a los autores que hemos contribuido en el desarrollo del presente trabajo; observando para el efecto las disposiciones establecidas por el órgano competente en propiedad intelectual, la normativa interna y demás normas.

---

**Christoper René Segura Royal**

---

**Ing. Mario Germán Granja Ramírez, MSc.**

**DIRECTOR**

## DEDICATORIA

A mi amado padre, René Segura, cuya sabiduría y amor infinito han sido mi guía constante. Tus enseñanzas han sido faro en mis días oscuros, y tu apoyo inquebrantable ha sido mi mayor fortaleza. Este logro es tuyo tanto como mío.

A mi querida madre, Patricia Royal, fuente inagotable de cariño y sacrificio. Tu dedicación y paciencia han sido el motor que me impulsa a alcanzar mis metas. Este trabajo es un tributo a tu amor incondicional y a la luz que has traído a mi vida.

A mi hermano, Eibrahik Segura, compañero de travesías y confidente. Juntos hemos enfrentado desafíos, celebrado victorias y compartido risas inolvidables. Tu apoyo constante ha sido mi roca, y este logro también es tuyo.

A mis amigos, quienes han sido mi red de seguridad y alegría. Gracias por cada risa compartida, cada consejo sincero y cada momento de camaradería. Este trabajo refleja no solo mi esfuerzo, sino también la influencia positiva que cada uno de ustedes ha tenido en mi vida.

A todos ustedes, mi familia y amigos, dedico este trabajo final de graduación con profundo agradecimiento. Su amor, aliento y comprensión han sido mi mayor impulso en este viaje. Aquí está el fruto de nuestro esfuerzo conjunto, un testimonio de la importancia de la unidad y el apoyo en el camino hacia el éxito.

## **AGRADECIMIENTO**

A la distinguida Escuela Politécnica Nacional, expresar mi sincero agradecimiento a la por brindarme la oportunidad de embarcarme en este emocionante viaje académico. Los años que pasé aquí fueron fundamentales para mi crecimiento personal y profesional. Agradezco a la universidad por proporcionar un entorno estimulante, recursos excepcionales y la plataforma para explorar y desarrollar mis habilidades.

A mi estimado tutor de proyecto, Mario Granja, mi más profundo agradecimiento por su orientación, apoyo y dedicación a lo largo de este proyecto. Su experiencia y sabiduría han sido la brújula que ha guiado mis esfuerzos. Gracias por su paciencia, sus valiosas sugerencias y por inspirarme a superar mis límites. Este logro no habría sido posible sin su mentoría experta. Aprecio sinceramente el impacto positivo que ha tenido en mi educación y en mi desarrollo como profesional.

# ÍNDICE DE CONTENIDO

CERTIFICACIONES .....	I
DECLARACIÓN DE AUTORÍA .....	II
DEDICATORIA .....	III
AGRADECIMIENTO .....	IV
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	V
RESUMEN .....	IX
ABSTRACT.....	X
1 INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Objetivo general.....	2
1.2 Objetivos específicos .....	2
1.3 Alcance .....	2
1.4 Marco teórico .....	2
1.4.1 Juntas Empernadas.....	2
2 METODOLOGÍA.....	5
2.1 Análisis de la junta empernada.....	6
2.1.1 Geometría de la junta empernada.....	7
2.1.2 Rigideces de la junta empernada.....	8
2.1.3 Resistencia del perno.....	12
2.1.4 Carga externa.....	12
2.1.5 Diseño de juntas empernadas a fatiga.....	16
2.2 Síntesis de la junta empernada .....	16
2.2.1 Junta empernada con empaque, .....	17
2.2.2 Junta empernada sin empaque, Alternativa 2.....	18
2.2.3 Junta empernada sin empaque y con cuello, Alternativa 3.....	18
2.3 Diseño de materialización de la junta empernada... ..	19
2.3.1 Diseño de Junta empernada con empaque, Alternativa 1.....	19
2.3.1.1 Configuración geométrica de la junta empernada.....	19
2.3.1.2 Materiales de los componentes de la junta empernada .....	20
2.3.1.3 Análisis funcional de la junta empernada .....	20
2.3.1.4 Análisis de cargas de la junta empernada .....	21
2.3.1.5 Análisis de esfuerzos de la junta empernada .....	22

2.3.1.6	Modelo matemático.....	22
2.3.2	Diseño de Junta empernada sin empaque, Alternativa 2.....	24
2.3.2.1	Configuración geométrica de la junta empernada.....	25
2.3.2.2	Materiales de los componentes de la junta empernada.....	25
2.3.2.3	Análisis funcional de la junta empernada.....	26
2.3.2.4	Análisis de cargas de la junta empernada .....	26
2.3.2.5	Análisis de esfuerzos de la junta empernada .....	26
2.3.2.6	Modelo matemático .....	26
2.3.3	Diseño de Junta empernada sin empaque y con cuello, Alternativa 3..	27
2.3.3.1	Configuración geométrica de la junta empernada.....	27
2.3.3.2	Materiales de los componentes de la junta empernada.....	28
2.3.3.3	Análisis funcional de la junta empernada .....	28
2.3.3.4	Análisis de cargas de la junta empernada .....	29
2.3.3.5	Análisis de esfuerzos de la junta empernada .....	29
2.3.3.6	Modelo matemático .....	30
2.4	Evaluación de la junta empernada .....	30
2.4.1	Cálculo del porcentaje de distribución y factor de seguridad de la alternativa .....	32
2.4.2	Cálculo del porcentaje de distribución y factor de seguridad de la alternativa 2.....	38
2.4.3	Cálculo del porcentaje de distribución y factor de seguridad de la alternativa 3.....	44
2.5	Diseño aceptado de la junta empernada .....	50
2.6	Simulación de la junta empernada.....	51
3	RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	52
3.1	Resultados .....	52
3.1.1	Resultados de la junta empernada con empaque, Alternativa 1.....	52
3.1.2	Resultados de la junta empernada sin empaque, Alternativa 2.....	53
3.1.3	Resultados de la junta empernada sin empaque y con cuello, Alternativa 3.....	54
3.2	Conclusiones .....	55
3.3	Recomendaciones .....	56
4	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	57
5	ANEXOS .....	58

## ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1.1 Tabla de tracción en el perno.....	4
Fig. 1.2 Tipos de tuercas. ....	4
Fig. 2.1 Diseño de juntas empernadas a fatiga. ....	6
Fig. 2.2 Junta empernada. ....	7
Fig. 2.3 Geometría de una junta empernada.....	7
Fig. 2.4. Elasticidad del perno.....	9
Fig. 2.5. Compresión de un elemento representado con un tronco de cono hueco.....	11
Fig. 2.6. Junta empernada con precarga y carga externa.....	12
Fig. 2.7. Distribución de cargas en el perno.....	13
Fig. 2.8. Distribución de cargas en las piezas.....	14
Fig. 2.9 Diagrama Representativo del Comportamiento de una junta atornillada.....	18
Fig. 2.10. Alternativa 1. ....	17
Fig. 2.11. Alternativa 2.....	19
Fig. 2.12. Alternativa 3.....	19
Fig. 2.13. Geometría de la alternativa 1.....	19
Fig. 2.14. Troncos de cono para la alternativa 1.....	21
Fig. 2.15. Diagrama de Goodman.....	22
Fig. 2.16. Geometría de la alternativa 2.....	24
Fig. 2.17. Troncos de cono para la alternativa 2.....	26
Fig. 2.18. Geometría de la alternativa 3.....	27
Fig. 2.19. Troncos de cono para la alternativa 3.....	29
Fig. 2.20. Diseño aceptado de junta empernada.....	51



## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1. Descripción de pernos. ....	3
Tabla 1.2. Tipos de roscas.....	5
Tabla 2.1. Materiales de la junta empernada 1.....	20
Tabla 2.2. Materiales de la junta empernada 2.....	25
Tabla 2.3. Materiales de la junta empernada 3.....	26
Tabla 2.4. Parámetros geométricos del perno.....	30
Tabla 2.5. Parámetros geométricos de las piezas.....	30
Tabla 2.6. Parámetros funcionales de la junta. ....	31
Tabla 2.7. Parámetros de material de la junta.....	31
Tabla 2.8. Propiedades geométricas, mecánicas y funcionales del perno en una junta empernada con empaque trabajando a fatiga.....	37
Tabla 2.9 Propiedades geométricas, mecánicas y funcionales de las piezas en una junta empernada con empaque trabajando a fatiga, alternativa 1.....	38
Tabla 2.10 Propiedades geométricas, mecánicas y funcionales del perno en una junta empernada sin empaque trabajando a fatiga, alternativa 2.....	43
Tabla 2.11 Propiedades geométricas, mecánicas y funcionales de las piezas en una junta empernada sin empaque trabajando a fatiga, alternativa 2.....	44
Tabla 2.12 Propiedades geométricas, mecánicas y funcionales del perno en una junta empernada sin empaque y con cuello trabajando a fatiga, alternativa 3.....	49
Tabla 2.13 Propiedades geométricas, mecánicas y funcionales de las piezas en una junta empernada sin empaque y con cuello trabajando a fatiga, alternativa 3.....	50
Tabla 2.14. Especificaciones técnicas de la junta empernada aceptada.....	51
Tabla 3.1. Parámetros de diseño de la alternativa 1 de junta empernada.....	52
Tabla 3.2. Parámetros de diseño de la alternativa 2 de junta empernada.....	53
Tabla 3.3. Parámetros de diseño de la alternativa 3 de junta empernada.....	54

## RESUMEN

El proyecto está enfocado en la simulación de una junta empernada trabajando a fatiga con una distribución de cargas variables, es decir, que mientras mayor es la carga aplicada en las piezas, el perno debe absorber menos carga, este debería ser el funcionamiento para una junta empernada con una vida útil alta

Se inicia con la respectiva consulta bibliográfica acerca de los elementos de estudio en diferentes máquinas, libros de diseño, así como las características que estos elementos deben cumplir. Para esto se realiza un análisis de especificaciones técnicas, prestaciones que presentan para con esto llegará una síntesis acerca del diseño que se analizará y las respectivas ecuaciones a utilizar para el cálculo de sus parámetros. Con la previa investigación se elegirá la plataforma en la cual se realizará la respectiva simulación de diferentes alternativas de la pieza estudiada, para esto se estudiará además el cambio de geometría, material de la pieza y diferentes tipos de elementos relevantes del caso.

Una vez obtenidas las ecuaciones se procederá con la simulación de cada opción presentada y mediante la comparación de cada una de estas se elegirá la mejor prestación que garantizará que el perno quede aliviado y con una mayor vida útil para la aplicación del mismo

**PALABRAS CLAVE:** Junta empernada, Simulación, Piezas, Perno, Distribución de carga, Vida útil

## **ABSTRACT**

The project is focused on the simulation of a bolted joint working under fatigue with a variable load distribution, that is, the greater the load applied to the pieces, the bolt must absorb less load, this should be the operation for a joint bolted with high service life

It begins with the respective bibliographic consultation about the study elements in different machines, design books, as well as the characteristics that these elements must meet. For this, an analysis of the technical specifications is carried out, the features they present, in order to achieve a synthesis of the design that will be analyzed and the respective equations to be used to calculate its parameters. With the previous investigation, the platform will be chosen on which the respective simulation of different alternatives of the studied part will be carried out. For this, the change in geometry, material of the part and different types of relevant elements of the case will also be studied.

Once the equations have been obtained, we will proceed with the simulation of each option presented and by comparing each of these, the best feature will be chosen that will guarantee that the bolt is lightened and has a longer useful life for its application.

**KEYWORDS:** Bolted Joint, Simulation, Parts, Bolt, Load Distribution, Service Life

# 1 DESCRIPCIÓN DEL COMPONENTE DESARROLLADO

## INTRODUCCION

En el fascinante mundo de la ingeniería mecánica, las juntas empernadas juegan un papel crucial en la integridad estructural y la funcionalidad de diversos componentes. Las juntas empernadas son elementos fundamentales en la construcción de estructuras mecánicas y civiles, utilizadas para unir dos o más componentes mediante el uso de pernos y tuercas. Estas juntas desempeñan un papel crucial en la transmisión de fuerzas, la resistencia a la vibración y la capacidad de carga de una estructura [1] [2]. Aquí hay algunos aspectos clave sobre las juntas empernadas: elementos constituyentes (pernos y piezas), materiales utilizados, carga y resistencia, precarga, entre otros elementos. Este proyecto se adentra en el análisis y simulación de tres alternativas de juntas empernadas, con el objetivo de identificar la opción más eficiente y efectiva para aplicaciones específicas. El campo de aplicación de juntas empernadas es amplio, sin embargo, se puede mencionar algunas de ellas como: estructuras metálicas, construcciones, equipos mecánicos, equipos de transporte, tuberías, entre otras. [1]

Cada alternativa representa un enfoque único en términos de diseño, materiales y métodos de fijación. A través de un proceso de evaluación, se buscará determinar mediante cálculos los diferentes parámetros que se tendrá de cada uno, así como sus diferentes características según su configuración. Estas características afectaran directamente en su durabilidad y en su viabilidad ya que cada configuración será muy diferente una de otra en sus características y en su confiabilidad. [3]

Este proyecto no solo aspira a destacar las características técnicas de cada alternativa, sino también a proporcionar una visión integral de cómo estas juntas empernadas pueden optimizar la eficiencia y seguridad en una variedad de aplicaciones. Al final de este estudio, se espera obtener una clara comprensión de cuál de las tres opciones se posiciona como la elección óptima para satisfacer los requerimientos específicos del proyecto, estos resultados pueden ser útiles para mejorar la selección de materiales de juntas empernadas y para definir procedimientos adecuados de instalación y mantenimiento. Además, pueden contribuir a la mejora de la seguridad en el uso de equipos mecánicos y en la prevención de fallas catastróficas en sistemas críticos. [1]

### 1.1 Objetivo general

Simular una junta empernada trabajando a fatiga.

## **1.2 Objetivos específicos**

- Investigar y analizar los parámetros de simulación de juntas empernadas trabajando a fatiga.
- Establecer las especificaciones técnicas de juntas empernadas.
- Determinar las ecuaciones matemáticas de la junta empernada.
- Simular los diseños preliminares de juntas empernadas.
- Seleccionar el mejor diseño de junta empernada.

## **1.3 Alcance**

El proyecto a desarrollarse es limitado a la simulación de una junta empernada con cargas variables, o lo que es lo mismo, trabajando a fatiga de manera que se considere cambios en las especificaciones para mejorar la distribución de la carga para que la mayor parte de la misma vaya a la pieza y que con esto el perno quede más aliviado para mejorar la vida útil del elemento. Con ayuda a la simulación se podrá tener una mejor aproximación a lo que se busca y que ayudará a la comprensión del tema.

## **1.4 Marco teórico**

### **1.4.1 Juntas Empernadas**

Las conexiones usadas con tornillos, remaches o pasadores efectúan la función de transmitir cargas entre dos o más elementos por lo que se sujeta a diferentes análisis y consideraciones de diseño. Un perno es un pasador de metal con cabeza formada en un extremo y el vástago roscado en el otro, para recibir una tuerca. Los pernos estructurales pueden clasificarse de acuerdo con las siguientes características: tipo de vástago –sin acabar o maquinado; material y resistencia –acero estructural ordinario o de alta resistencia; forma de la cabeza y de la tuerca –cuadrada o hexagonal, normal o pesada; paso y tipo de la rosca-estándar fina o gruesa. [2]

### **Análisis de Fatiga**

El taller presenta conexiones de sus elementos estructurales a base de vigas y columnas. Tornillos, antes de realizar su cálculo y diseño, se realiza un análisis de los mismos fatiga de los sujetadores para evitar fallas debido a cargas cíclicas aplicadas. [4]

Los principales factores asociados con las fallas por fatiga se pueden resumir de la siguiente manera:

Una gran cantidad de cambios de carga, una amplia gama de fluctuaciones de voltaje, una carga alta en la extremidad con un área de carga baja durante carga cíclica, concentraciones de tensiones locales debido a detalles de construcción y fabricación.

Las variables en cargas repetitivas son: tipo de estructura y carga, esfuerzos máximos, mínimos esfuerzos, frecuencia del ciclo de estrés y continuidad del carga. No se instalan suspensiones sobre los elementos estructurales del taller. [5]

Método de elevación, que son condiciones de diseño para que no se produzcan cargas.

Además del propio peso, no se producen fluctuaciones de tensión en el elemento ni en las uniones atornilladas. No existen muchos procesos para la fabricación y montaje de los elementos. [2]

### **Tipos de pernos**

De acuerdo con ASTM, los pernos usados en juntas estructurales están incluidos en unas de las siguientes 3 calidades: A307, A325 y A490.

Cada estructura es una colección de partes o elementos individuales que deben estar conectados de alguna manera, generalmente en los extremos. En este tema nos ocuparemos principalmente de tornillos, en particular pernos de alta resistencia. [6] [7]

**Tabla 1.1.** Descripción y factores de resistencia de pernos [6] [7]

<b>Descripción del sujetador</b>	<b>Coefficiente de resistencia</b>	<b>Resistencia nominal [MPa]</b>
Pernos A307	0.75	310(a)
Pernos A325	0.75	620(b)
Pernos A490	0.75	780(b)

Nota: (a) Únicamente para cargas estáticas

(b) Para cargas de fatiga

Los pernos de alta resistencia tienen diámetros entre 1/2" a 1 1/2". Los diámetros más usados en construcción de edificios son 3/4" y 7/8", mientras los tamaños más comunes en diseño de puentes son 7/8" y 1". [1]

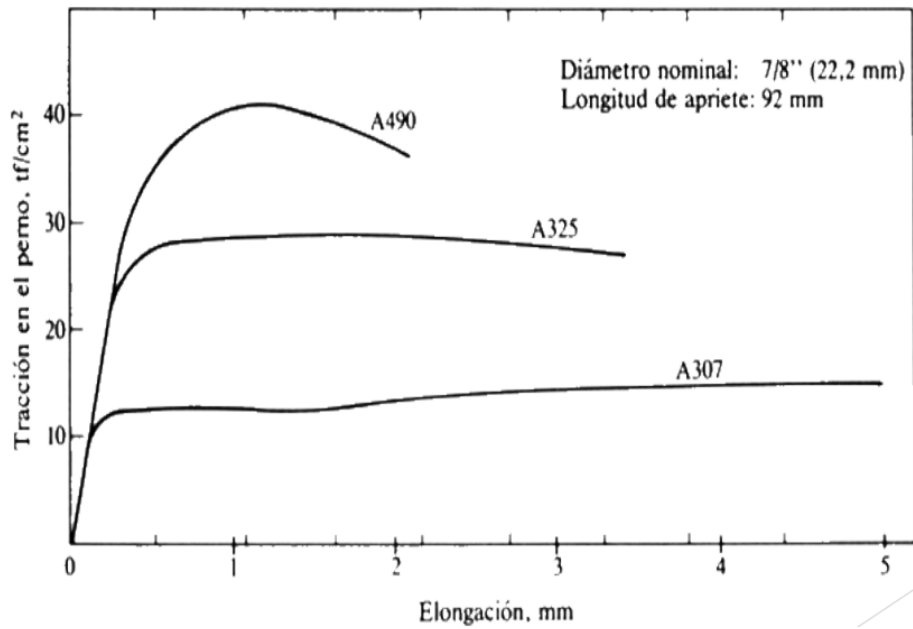


Fig. 1.1 Tracción vs elongación en el perno [1]

### Tipos de tuercas

Dependiendo del uso que se va a dar al elemento roscado se tiene diferentes tipos de tuercas y arandelas las cuales se listan a continuación [1]:



Fig. 1.2 Tipos de tuercas más utilizadas[8]

### Tipos de roscas

Las roscas se diseñan con la norma American National Unified para aplicaciones de elementos estandarizados, según lo requerido pueden tener crestas cuadradas o

redondas. Así mismo suelen ser fabricadas acorde a la ley de mano derecha para montaje y desmontaje para mayor facilidad a nivel mundial. [1]

Para esto se especifican las siguientes roscas:

**Tabla 1.2.** Tipos de roscas unificadas y métricas [1] [9]

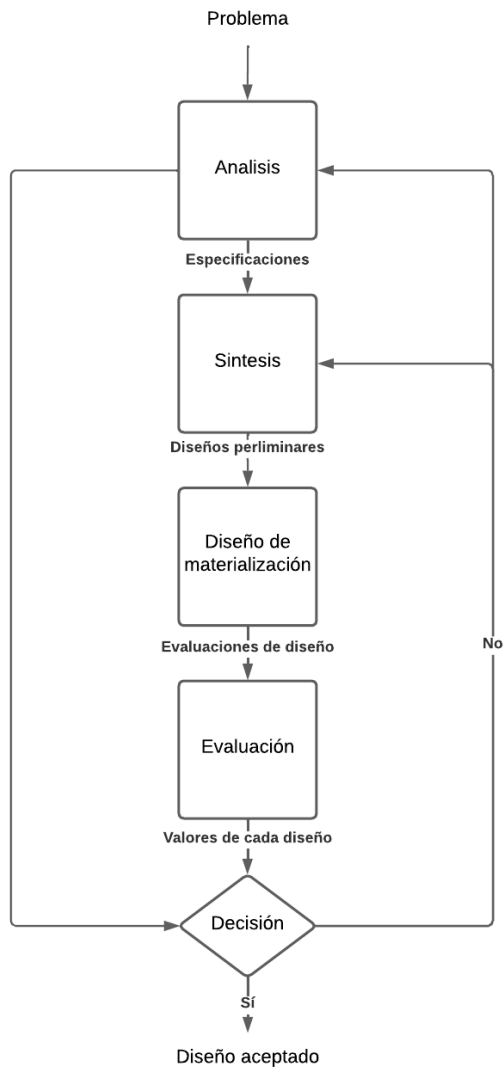
Roscas Unificadas		Roscas Métricas
UNC	Rosca gruesa	Serie de paso grueso
UNF	Rosca fina	Serie de paso fino
UNEF	Rosca extrafina	Serie de paso extrafino

## 2 METODOLOGÍA

En el capítulo se explicarán las diferentes etapas en el diseño de una junta empernada basado en el ciclo básico de Riba el cual será utilizado para realizar un análisis geométrico, elástico, funcional y de criterios de falla para el elemento de estudio que estamos realizando, de esta manera se obtendrán las especificaciones técnicas necesarias para el desarrollo del proyecto. Con esto realizado se procederá a la evaluación de cada diseño y con esto seleccionar el mejor de esos con el cual se obtenga una mejor distribución de carga.

El diagrama de flujo a utilizarse se encuentra en la figura 2.1 para mayor detalle

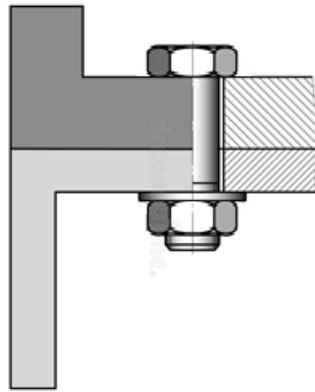




**Fig. 2.1** Diseño de juntas empernadas a fatiga [10]

## 2.1 Análisis de la junta empernada

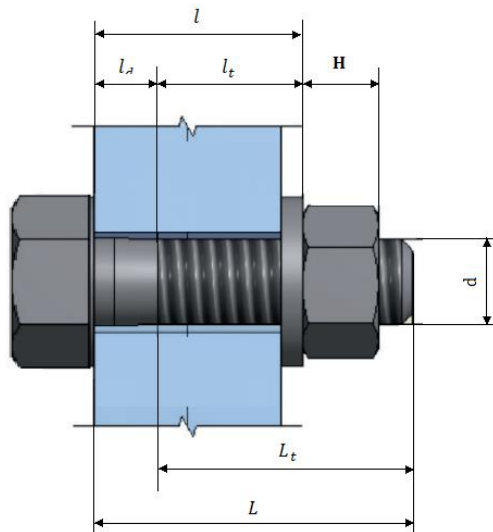
En la siguiente parte se expondrá el análisis de una junta empernada tradicional trabajando en cargas variables con ayuda de los libros de Shigley, 8va edición. Se tendrá en cuenta que la junta se encuentra con cargas aplicadas de manera axial respecto al perno, por lo cual serán tratadas como cargas de tracción como se muestra en la siguiente figura



**Fig. 2.2** Análisis de junta empernada [11]

Para mejorar el entendimiento de cada uno de los parámetros involucrados en el diseño de una junta empernada, el análisis se divide en etapas como: geometría, rigidez del perno y de las piezas, resistencia del perno, carga externa, constante de distribución, funcionalidad y criterios de falla por fatiga

## 2.2 Geometría de la junta empernada



**Fig. 2.3** Geometría de una junta empernada [12]

En la figura 2.3 se muestra la geometría de una junta empernada tradicional de tal cual se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$L = l_d + L_t \quad (2-1)$$

$$l = l_d + l_t \quad (2-2)$$

$$L_t = \begin{cases} 2d + \frac{1}{4}in, & L \leq 6in \\ 2d + \frac{1}{2}in, & L > 6in \end{cases} \quad (2-3)$$

$$L_T = \begin{cases} 2d + 6mm, & L \leq 125mm, d \leq 48mm \\ 2d + 12mm, & 125mm < L \leq 200mm \\ 2d + 25mm, & L > 200 \end{cases} \quad (2-4)$$

$$l_t = l - l_d \quad (2-5)$$

$$l_d = L' - L_T \quad (2-6)$$

$$A_d = \frac{\pi d^2}{4} \quad (2-7)$$

La ecuación (2-8) es usada para el cálculo del área del diámetro mayor de perno, pero se utilizarán tablas que serán útiles para distintos pernos ya sean de roscas unificadas o métricas

$$A_t = \frac{\pi \left( \frac{d_p + d_r}{2} \right)^2}{4} \quad (2-8)$$

Donde:

$L$ : Longitud total del perno.

$L_T$ : Longitud total roscada.

$H$ : Altura de la tuerca.

$l_d$ : Longitud de la parte útil sin rosca.

$l_t$ : Longitud de la parte útil roscada.

$A_d$ : Área de la parte sin rosca.

$A_t$ : Área del diámetro mayor del perno.

$d$ : Diámetro mayor de la rosca del perno.

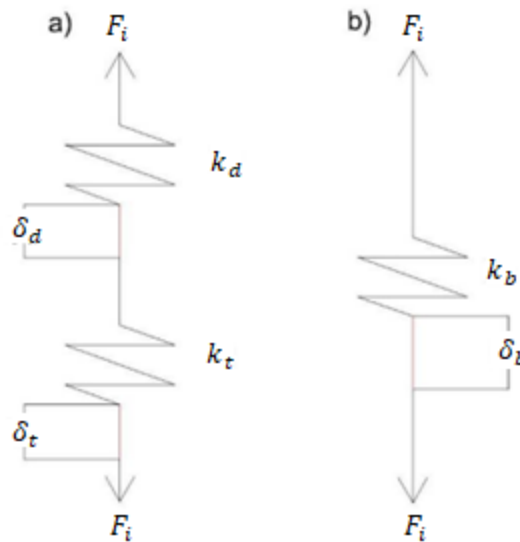
$d_p$ : Diámetro de paso de la rosca del perno.

$d_r$ : Diámetro menor (o de raíz) de la rosca del perno

## 2.1.2 Rigideces de la junta empernada

### Rigidez del perno

Le perno suele ser ajustado por la tuerca la cual produce una fuerza de sujeción que lo deforma elásticamente a las partes roscada y no roscada. Por esto el perno presenta un comportamiento similar a un resorte



**Fig. 2.4.** Resistencia equivalente de la elasticidad del perno. [13]

Con respecto a la figura 2.4 se obtiene la ecuación (2-9) dado que la elongación del perno es igual a la suma de las elongaciones de la parte roscada y no roscada.

$$\delta_b = \delta_d + \delta_t \quad (2-9)$$

Según la ley de Hooke la elongación se encuentra con la siguiente ecuación

$$\delta = \frac{Fl}{AE} \quad (2-10)$$

Donde:

$\delta$ : Elongación.

$F$ : Fuerza.

$l$ : Longitud inicial.

$A$ : Área.

$E$ : Módulo de Young.

La constante del resorte  $k$  está dada por la ecuación (2-11) cuando se trabaja con cargas axiales.

$$k = \frac{AE}{l} \quad (2-11)$$

Remplazando la ecuación (2-11) en la ecuación (2-10) se obtiene la elongación en función de la fuerza y de la constante del resorte como se indica en la ecuación 2.12.

$$\delta = \frac{F}{k} \quad (2-12)$$

Para calcular la rigidez del perno se reemplaza las elongaciones del perno  $\delta_b$ , la parte no roscada  $\delta_d$  y la parte roscada  $\delta_t$ , en la ecuación (2-9) obteniendo la ecuación (2-13)

$$\frac{F_i}{k_b} = \frac{F_i}{k_d} + \frac{F_i}{k_t} \quad (2-13)$$

Dado que la precarga o fuerza de sujeción en el perno, la parte roscada y no roscada es la misma se obtiene la ecuación (2-14) en donde la rigidez del perno es igual a la rigidez de dos resortes en serie.

$$\frac{1}{k_b} = \frac{1}{k_d} + \frac{1}{k_t} \quad (2-14)$$

Las rigideces de la parte no roscada y roscada se expresan mediante las siguientes ecuaciones, respectivamente.

$$K_d = \frac{EA_d}{l_d}; k_t = \frac{EA_t}{l_t} \quad (2-15)$$

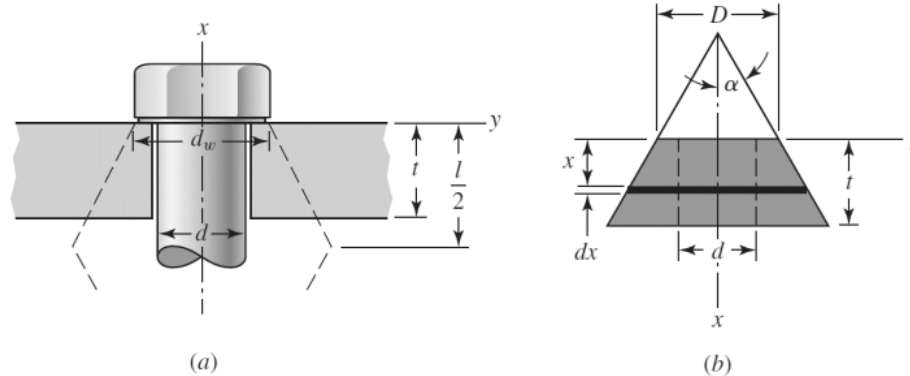
Remplazando  $k_d$  y  $k_t$  en la ecuación (2-14) se obtiene la rigidez efectiva estimada del perno en la zona de sujeción.

$$k_b = \frac{A_d A_t E}{A_t l_d + A_d l_t} \quad (2-16)$$

### Rigidez de las piezas

Las piezas se comprimen en el área de sujeción cuando las mismas son expuestas a cargas extremas de tracción, estas suelen tener un comportamiento similar a una serie de resortes comprimidos. La rigidez de las piezas se puede medir con ayuda del criterio de resortes a compresión en serie obteniendo la relación total como se demuestra a continuación:

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_i} \quad (2-17)$$



**Fig 2.5.** Compresión de un elemento representado con un tronco de cono hueco. [13]

Con ayuda de la figura 2.5 se determina que la elongación del elemento está dada en función del espesor y la carga externa P como se muestra en la siguiente ecuación

$$d\delta = \frac{Pdx}{EA} \quad (2-18)$$

El área del elemento está dada por:

$$A = \pi \left( x \tan \alpha + \frac{D+d}{2} \right) \left( x \tan \alpha + \frac{D-d}{2} \right) \quad (2-19)$$

Sustituyendo la ecuación (2-19) en la ecuación (2-18) y realizando la integración desde un espesor 0 hasta un espesor t, mediante tablas se obtiene la constante para un elemento como se indica en la siguiente ecuación:

$$k = \frac{P}{\delta} = \frac{\pi E d t \tan \alpha}{\ln \frac{(2t \tan \alpha + D - d)(D + d)}{(2t \tan \alpha + D + d)(D - d)}} \quad (2-20)$$

La ecuación (2-20) se debe utilizar para calcular la rigidez de cada elemento por separado para luego ser sustituidas en la ecuación (2-17) y así obtener el valor de  $km$ . Además, se debe tener en cuenta que el ángulo  $\alpha$  puede estar en el siguiente intervalo  $25^\circ \leq \alpha \leq 33^\circ$  según Osgood, pero en el presente trabajo se va a utilizar un ángulo  $\alpha$  de  $30^\circ$  siguiendo la recomendación de Shigley.

Remplazando el ángulo  $\alpha$  de  $30^\circ$  en la ecuación (2-20) la rigidez del elemento es la siguiente:

$$k = \frac{0.5774 \pi E d}{\ln \frac{(1.155t + D - d)(D + d)}{(1.155t + D + d)(D - d)}} \quad (2-21)$$

En el caso de tener piezas con el mismo módulo de Young y con troncos con espaldas simétricas se puede utilizar la ecuación (2-22) para calcular la rigidez de las piezas de manera directa considerando que  $km = k/2$ ,  $l = 2t$  y  $dw = 1.5d$ , donde  $dw$  es el diámetro de la cara de la arandela.

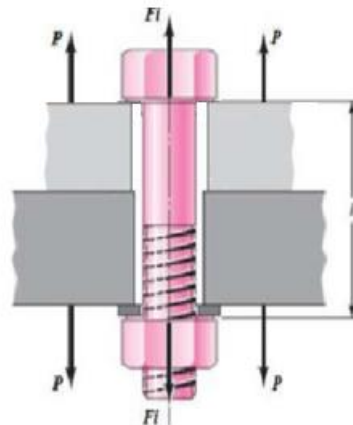
$$k_m = \frac{0.5774\pi E d}{2 \ln\left(5 \frac{0.5774l + 0.5d}{0.5774l + 2.5d}\right)} \quad (2-22)$$

### 2.1.3 Resistencia del perno

La resistencia mínima o máxima que puede soportar un perno sin deformarse de manera permanente se muestra en los anexos III, IV y V. estos valores son sumamente necesarios para realizar los cálculos de precarga  $F_i$  que son necesarios para las diferentes alternativas de juntas empernadas.

### 2.1.4 Carga externa

Se debe considerar además lo que sucede cuando una junta empernada tiene aplicada una carga externa  $P$  de tracción variable, siempre asumiendo una precarga  $F_i$  que debió ser aplicada como se muestra en la figura



**Fig. 2.6.** Junta empernada con precarga y carga externa [14]

La carga externa  $P$  afecta tanto al perno como a las piezas provocando una elongación que se relaciona con la rigidez del perno o de las piezas respectivamente como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\delta = \frac{P_b}{k_b} \quad y \quad \delta = \frac{P_m}{k_m} \quad (2-23)$$

Dado que las elongaciones son las mismas se puede obtener la siguiente ecuación:

$$P_m = P_b \frac{k_b}{k_m} \quad (2-24)$$

Considerando que la carga externa total  $P = P_b + P_m$  y reemplazando en la ecuación 2.24 se tiene:

$$P_b = \frac{k_b P}{k_b + k_m} \quad (2-25)$$

En donde:

$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m} \quad (2-26)$$

C es la denominación de la rigidez de unión, de manera que la carga externa del perno y de las piezas se pueden expresar en función de C dando como resultado:

$$P_b = CP \quad (2-27)$$

$$P_m = (1 - C)P \quad (2-28)$$

La fuerza resultante del perno y de las piezas se expresan de la siguiente manera:



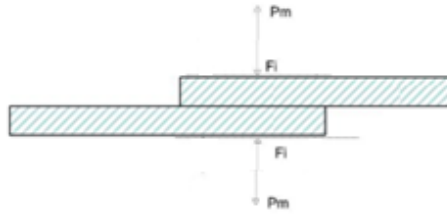
**Fig. 2.7.** Distribución de cargas en el perno [13]

De acuerdo con la figura 2.7 la fuerza resultante en el perno es:



$$F_b = P_b + F_i = CP + F_i \quad (2-29)$$

De acuerdo con la figura 2.8 la fuerza resultante en las piezas es:



**Fig. 2.8.** Distribución de cargas en las piezas (Fuente: Propia)

$$F_m = P_m - F_i = (1 - C)P - F_i \quad (2-30)$$

Donde:

$\delta$ : Elongación.

$P_b$ : Porcentaje de la carga externa sobre el perno.

$P_m$ : Porcentaje de la carga externa sobre las piezas.

$P$ : Carga externa.

### 2.1.5 Diseño de junta emperrada

Se debe considerar también que la carga externa a la fatiga  $P$  va desde un valor mínimo de cero hasta un valor máximo de manera que las cargas e el perno pueden ser máximas o mínimas como se muestra en las siguientes ecuaciones

$$F_{bmax} = F_i + CP_{max} \quad (2-31)$$

$$F_{bmin} = F_i + CP_{min} \quad (2-32)$$

Donde:

$P_{m\acute{a}x}$ : Carga externa máxima.

$P_{m\acute{i}n}$ : Carga externa mínima.

$F_i$ : Precarga.

$F_{bm\acute{a}x}$ : Carga máxima sobre el perno.

$F_{bm\acute{i}n}$ : Carga mínima sobre el perno.

$C$ : Constante de rigidez de la junta empernada.

En base a máximos y mínimos se obtienen las siguientes ecuaciones

Fuerza de amplitud sobre el perno

$$\begin{aligned}
 F_{ba} &= \frac{F_{bmax} - F_{bmin}}{2} \\
 F_{ba} &= \frac{F_i + c * P_{max}}{2} - \frac{F_i + c * P_{min}}{2} \\
 F_{ba} &= \frac{C(P_{m\acute{a}x} - P_{m\acute{i}n})}{2} \tag{2-33}
 \end{aligned}$$

Fuerza media sobre el perno

$$\begin{aligned}
 F_{bm} &= \frac{F_{bmax} + F_{bmin}}{2} \\
 F_{ba} &= \frac{F_i + C * P_{max}}{2} + \frac{F_i + C * P_{min}}{2} \\
 F_{ba} &= F_i + \frac{C(P_{m\acute{a}x} + P_{m\acute{i}n})}{2} \tag{2-34}
 \end{aligned}$$

Esfuerzo amplitud sobre el perno

$$\begin{aligned}
 \sigma_{ba} &= \frac{F_{ba}}{A_t} \\
 \sigma_{ba} &= \frac{C(P_{m\acute{a}x} - P_{m\acute{i}n})}{2A_t} \tag{2-35}
 \end{aligned}$$

Esfuerzo medio sobre el perno

$$\begin{aligned}
 \sigma_{bm} &= \frac{F_{bm}}{A_t} \\
 \sigma_{bm} &= \frac{F_i + \frac{C(P_{m\acute{a}x} + P_{m\acute{i}n})}{2}}{A_t} \\
 \sigma_{bm} &= \frac{F_i}{A_t} + \frac{C(P_{m\acute{a}x} + P_{m\acute{i}n})}{2A_t} \tag{2-36}
 \end{aligned}$$

Utilizando el criterio de falla a la fatiga de la recta de resistencia de Goodman se tiene:

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{ult}} = 1 \tag{2-37}$$

Remplazando la resistencia amplitud  $S_a = n\sigma_a$  y la resistencia media del perno  $S_m = n\sigma_m$  en la ecuación (2-37) se obtiene la ecuación (2-38).

$$\frac{\sigma_{ba}}{S_e} + \frac{\sigma_{bm}}{S_{ult}} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{\frac{C(P_{m\acute{a}x} - P_{m\acute{i}n})}{2A_t}}{S_e} + \frac{\frac{F_i}{A_t} + \frac{C(P_{m\acute{a}x} + P_{m\acute{i}n})}{2A_t}}{S_{ult}} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{C(P_{m\acute{a}x} - P_{m\acute{i}n})}{2A_t S_e} + \frac{F_i}{A_t S_{ult}} + \frac{C(P_{m\acute{a}x} + P_{m\acute{i}n})}{2A_t S_{ult}} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{nC(P_{m\acute{a}x} - P_{m\acute{i}n})}{2A_t S_e} + \frac{F_i}{A_t S_{ult}} + \frac{nC(P_{m\acute{a}x} + P_{m\acute{i}n})}{2A_t S_{ult}} = 1 \quad (2-38)$$

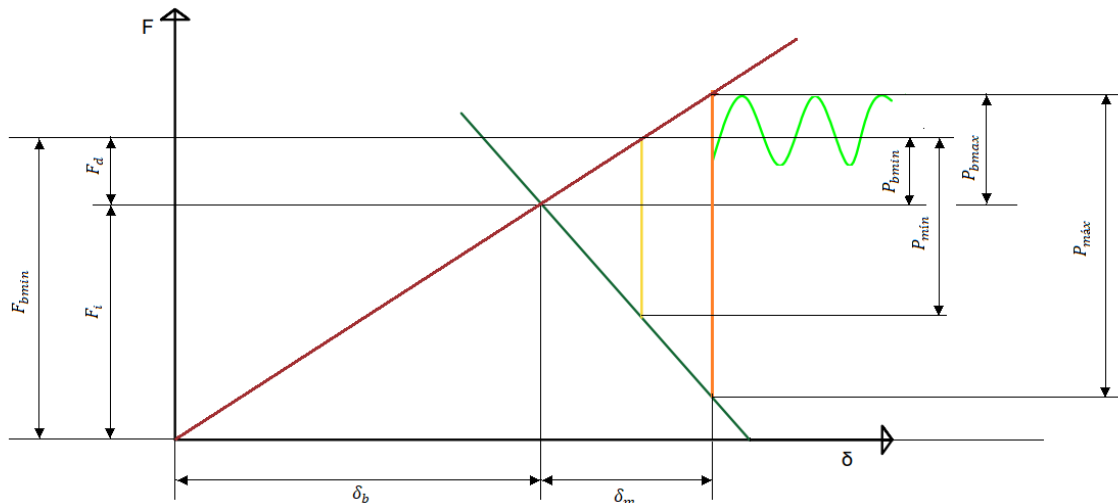
Donde:

$n$ : Factor de seguridad.

$S_e$ : Resistencia a la fatiga del perno.

$S_{ult}$ : Resistencia última a la tracción del perno.

En este tipo de elementos se pueden apreciar de mejor manera en el grafico representativo del comportamiento del comportamiento de una junta empernada o mejor conocido como el grafico de fuerza vs deformación que se cita a continuación



**Fig. 2.9** Diagrama Representativo del Comportamiento de una junta atornillada (Fuente: Propia)

De la Gráfica se puede observar que la carga externa se reparte en una cantidad al tornillo, y la otra a las piezas de sujeción. Entonces el delta de deformación debido a la carga externa se puede calcular en función de las rigideces calculadas para el tornillo, y para las placas

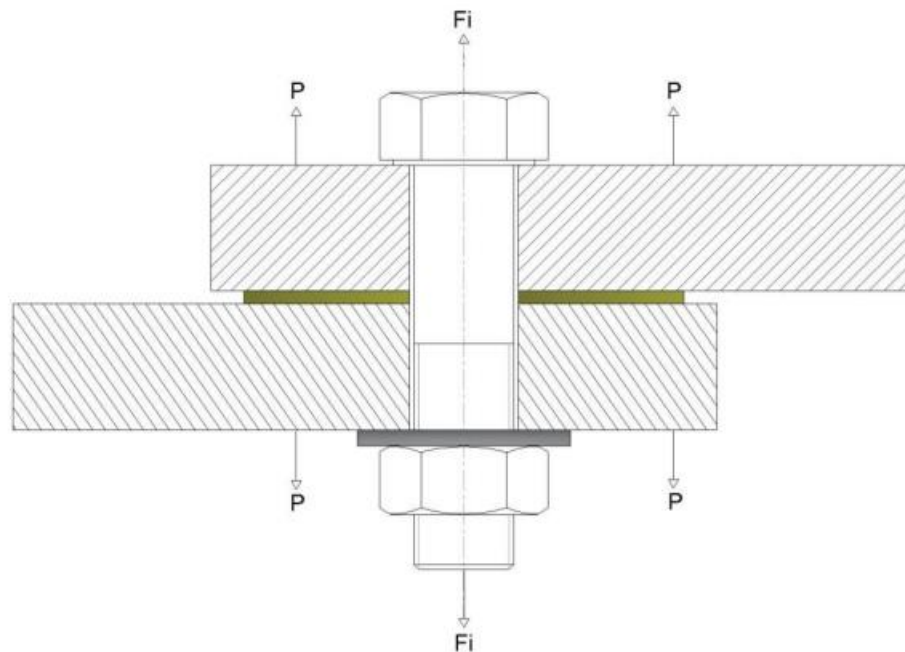
## 2.2 Síntesis de la junta empernada

Para este apartado se van a tomar en cuenta distintas alternativas para juntas empernadas, se toma en cuenta un análisis general de especificaciones tales como material, geometría, procesos de fabricación, entre otros criterios. Se tiene que mencionar de igual manera cada diseño se asume que no existen cargas debidas a momento, cargas cortantes y que solo se encuentran trabajando con cargas de tracción variables que actúan de manera axial. Las especificaciones técnicas similares para que al momento de obtener el modelo matemático y realizar cálculos correspondientes sean similares para con esto evaluar, comparar y obtener el diseño más óptimo.

A continuación, se detallan tres modelos o alternativas:

### 2.2.1 Junta empernada con empaque, Alternativa 1

El modelo mostrado se conforma de un perno hexagonal de una rosca métrica de clase 8.8, un empaque de cobre dentro de la zona de compresión, una pieza de acero A36, una pieza de fundición ASTM 25 y una tuerca hexagonal regular conjuntamente con una arandela ordinaria



**Fig. 2.10.** Junta empernada con empaque, Alternativa 1. [13]

### 2.2.2 Junta empernada sin empaque, Alternativa 2

El modelo que se muestra en la figura 2.11 está conformado por un perno hexagonal de rosca métrica de clase 8.8, una pieza de acero A36, una pieza de fundición ASTM 25 y una tuerca hexagonal regular conjuntamente con una arandela regular. En este diseño ya no existe empaque en la zona de compresión ya que se desea mejorar la distribución de carga.

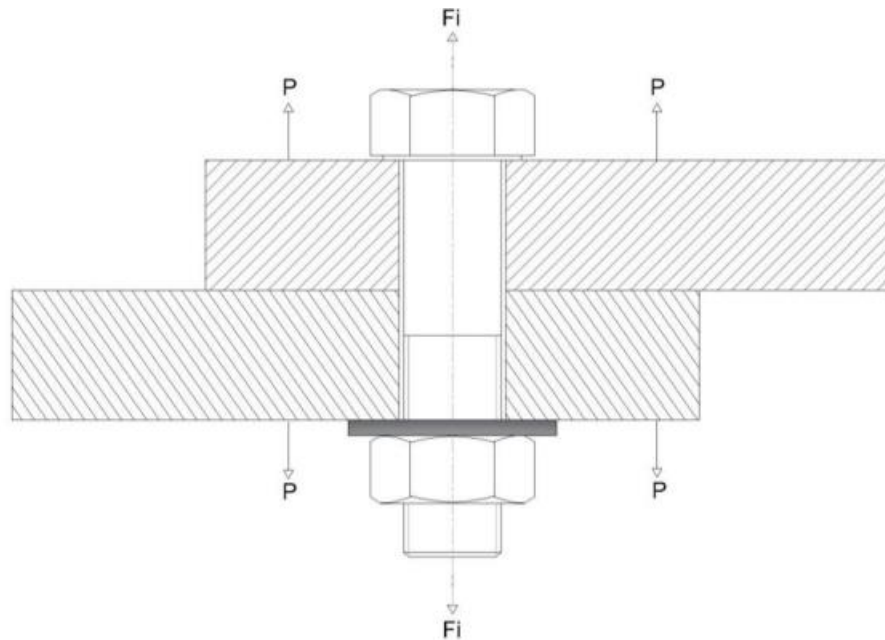


Fig. 2.11. Junta empernada sin empaque, Alternativa 2. [13]

### 2.2.3 Junta empernada sin empaque y con cuello, Alternativa 3

El modelo que se muestra en la figura 2.12 está conformado por un perno hexagonal de rosca métrica de clase 8.8, una pieza de acero A36, una pieza de fundición ASTM 25 y una tuerca hexagonal regular conjuntamente con una arandela regular. En este diseño se tiene una modificación en la geometría de las piezas generando una ceja en los extremos y se elimina el empaque en la zona de compresión para mejorar la distribución de carga.

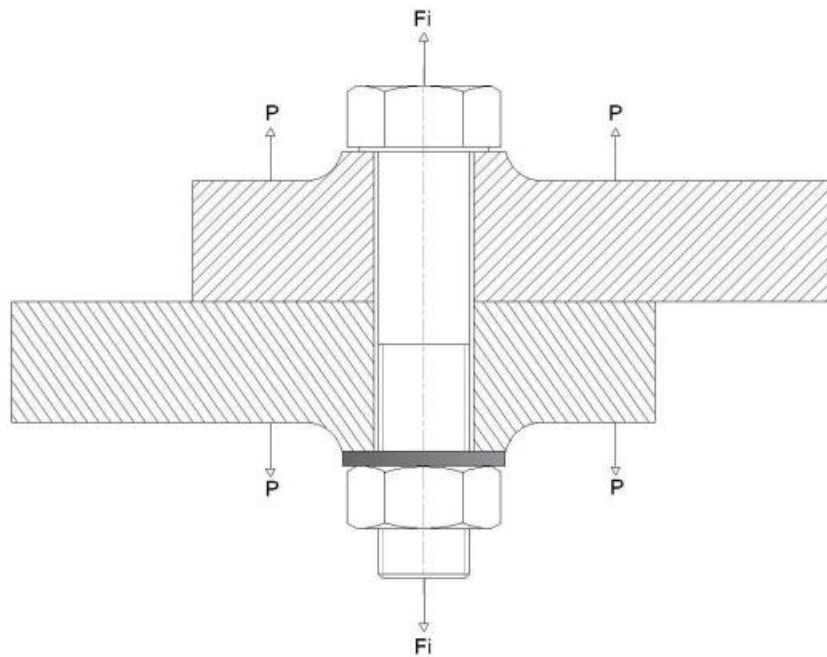


Fig. 2.12. Junta empernada sin empaque y con cuello, Alternativa 3. [13]

## 2.3 Diseño de materialización de la junta empernada

### 2.3.1 Diseño de Junta empernada con empaque, Alternativa 1

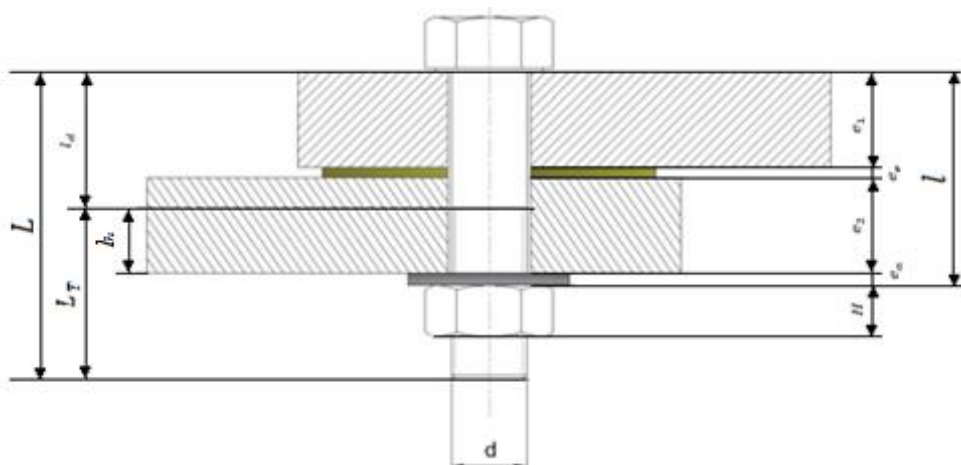


Fig. 2.13. Geometría de la Junta empernada con empaque, alternativa 1. [13]

#### 2.3.1.1 Configuración geométrica de la junta empernada

Tomando en cuenta el ítem 2.1 y la geometría mostrada en la figura 2.13 se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$l = e_1 + e_e + e_2 + \dots + e_a \quad (2-39)$$

$$L = l + H + 6mm \quad (2-40)$$

Donde:

$l$ : Longitud de agarre.

$L$ : Longitud comercial del perno.

$L_T$ : Longitud total roscada.

$H$ : Altura de la tuerca.

$e_1$ : Espesor de la pieza 1.

$e_e$ : Espesor del empaque.

$e_2$ : Espesor de la pieza 2

$e_a$ : Espesor de la arandela.

Las ecuaciones para calcular la longitud total roscada dentro del agarre, longitud total no roscada dentro del agarre, área roscada y área no roscada son las mismas del ítem 2.1

### 2.3.1.2 Materiales de los componentes de la junta empernada

En la modelación de la junta empernada mostrada en la figura 2.12 se van a utilizar distintos materiales para cada elemento como se muestra en la tabla 2.1.

Tabla 2.1. Materiales de la junta empernada de la alternativa 1.

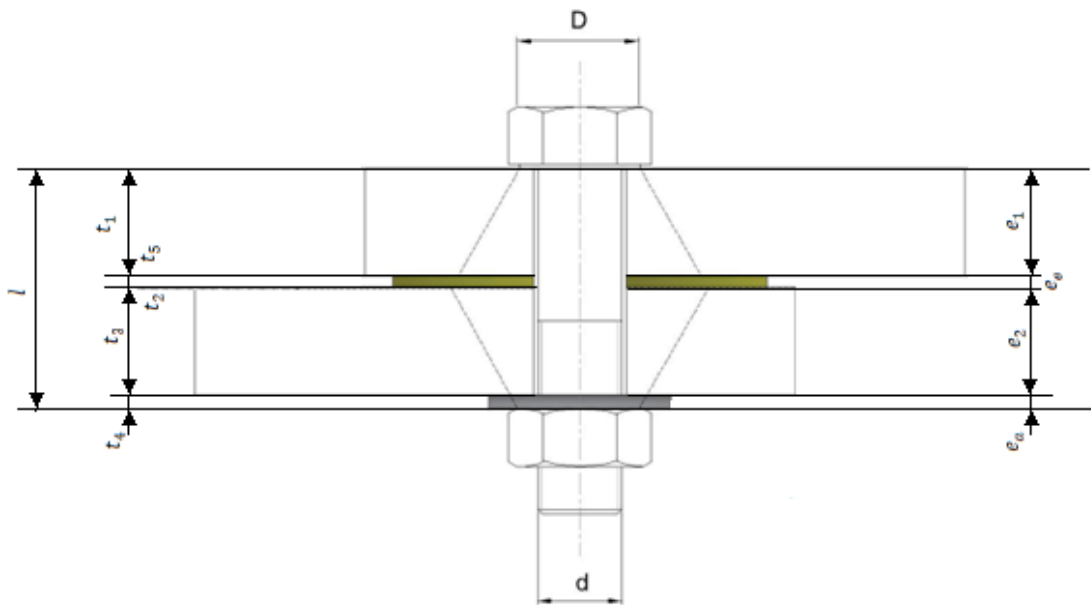
Elemento	Material	Dimensiones [mm]
Perno	Acero Clase 8.8	$d = 6$
Pieza 1	Acero A36	$e_1 = 6$
Empaque	Cobre	$e_e = 1$
Pieza 2	Fundición ASTM 25	$e_2 = 6$
Arandela	Acero	6R
Tuerca	Acero	Hexagonal Regular

### 2.3.1.3 Análisis funcional de la junta empernada

La junta empernada 1 está conformada por 5 troncos de cono (resortes conectados en serie), de manera que se debe calcular la rigidez de cada uno de los elementos que se encuentran dentro de ésta zona que es conocida como la zona de compresión como se muestra en la figura 2.13.

En la figura 2.13 se puede observar 1 tronco en la pieza 1, 1 tronco en el empaque, 2 troncos en la pieza 2 y 1 tronco en la arandela.

Tomando en cuenta el ítem 2.1 y los criterios de diseño de juntas emperradas, la ecuación para calcular la constante de recuperación elástica del perno se muestra en la ecuación (2-16) y para el cálculo de la rigidez de los elementos que se encuentran dentro de la zona de compresión se lo debe realizar de manera similar para cada uno utilizando la ecuación (2-17) y (2-21).



**Fig. 2.14.** Troncos de cono para la alternativa 1 de la junta emperrada. [13]

Con respecto a la figura 2.14 se puede definir los espesores y diámetros de cada tronco de cono para facilitar los cálculos en el ítem 2.4 como se muestra a continuación:

Tronco 1:  $t_1 = e_1$ ;  $D_1 = 1.5d$

Tronco 5:  $t_5 = e_e$ ;  $D_5 = D_1 + 2t_1 \tan \alpha$

Tronco 2:  $t_2 = l/2 - e_1 - e_e$ ;  $D_2 = D_5 + 2t_5 \tan \alpha$

Tronco 3:  $t_3 = l/2 - e_a$ ;  $D_3 = D_4 + 2t_4 \tan \alpha$

Tronco 4:  $t_4 = e_a$ ;  $D_4 = 1.5d$

### 2.3.1.4 Análisis de cargas de la junta emperrada

Conocidas las fuerzas mínima y máxima que actúan sobre el perno se puede calcular las fuerzas amplitud y promedio que actúan sobre el mismo y tomando en cuenta el ítem 2.1 se obtiene la ecuación (2-33) y la ecuación (2-34) respectivamente.



### 2.3.1.5 Análisis de esfuerzos de la junta empernada

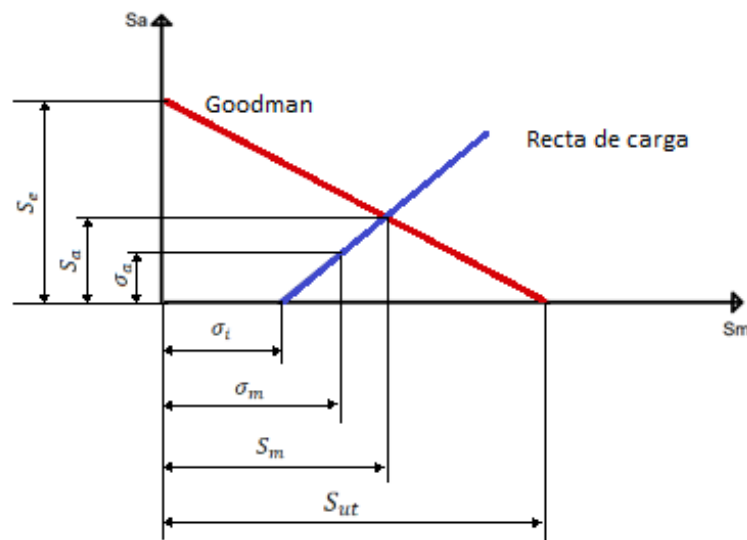
Conocidas las fuerzas amplitud y promedio se puede calcular los esfuerzos amplitud y promedio que actúan sobre el perno y tomando en cuenta el ítem 2.1 se obtiene la ecuación (2-35) y la ecuación (2-36) respectivamente.

### 2.3.1.6 Modelo matemático

Aplicando el criterio a la fatiga de Goodman y sustituyendo el esfuerzo promedio y medio que actúan sobre el perno se obtiene la siguiente ecuación que viene a ser el modelo matemático para el diseño preliminar 1.

$$\frac{nC(P_{m\acute{a}x}-P_{m\acute{i}n})}{2A_tS_e} + \frac{F_i}{A_tS_{ult}} + \frac{nC(P_{m\acute{a}x}+P_{m\acute{i}n})}{2A_tS_{ult}} = 1 \quad (2-41)$$

Para este modelo se va a trabajar con el criterio de Goodman para las cargas que presentara el perno, para ello se utilizara el siguiente diagrama:



**Fig. 2.15.** Diagrama de Goodman  
(Fuente: Propia)

Para lo siguiente se va a trabajar con la siguiente formula

$$\frac{\sigma_c}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \quad (2-42)$$

En donde se tiene que:

$$\sigma_a = \frac{c}{2A_t} (P_{m\acute{a}x} - P_{m\acute{i}n}) \quad (2-43)$$

$$\sigma_m = \sigma_i + \frac{c}{2A_t} (P_{m\acute{a}x} + P_{m\acute{i}n}) \quad (2-44)$$

Según la figura 2.16 se puede definir la pendiente de la recta de carga como:

$$r = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} - \sigma_i \quad (2-45)$$

Esta pendiente puede calcularse de otra manera como es:

$$r = \frac{S_a}{S_m - \sigma_i} \quad (2-46)$$

En donde se tiene:

$$S_m = \frac{S_a + r\sigma_i}{r}$$

$$S_m = \sigma_i + \frac{S_a}{r} \quad (2-47)$$

Con esto se reemplazan los valores en la recta de resistencia de Goodman:

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1$$

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{\sigma_i + \frac{S_a}{r}}{S_{ut}} = 1$$

$$S_a \left( \frac{1}{S_e} + \frac{1}{rS_{ut}} \right) = 1 - \frac{\sigma_i}{S_{ut}}$$

$$S_a = \frac{S_e(S_{ut} - \sigma_i)}{S_{ut} + \frac{S_e}{r}} \quad (2-48)$$

Esto se va a reemplazar en la ecuación de factor de seguridad:

$$n = \frac{S_a}{\sigma_a} \quad (2-49)$$

$$n = \frac{S_e(S_{ut} - \sigma_i)}{\left( S_{ut} + \frac{S_e}{r} \right) \sigma_a} \quad (2-50)$$

Con esto se podrá calcular el factor de seguridad teniendo en cuenta que la carga mínima no siempre va a tener un valor de cero.

### 2.3.2 Diseño de Junta empernada sin empaque, Alternativa 2

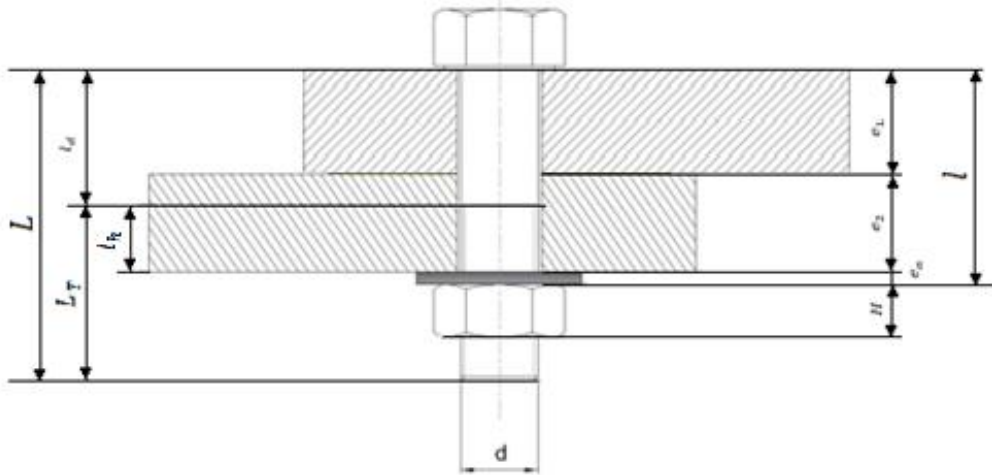


Fig. 2.16. Geometría de la alternativa 2 de junta empernada. [13]

#### 2.3.2.1 Configuración geométrica de la junta empernada

Tomando en cuenta el ítem 2.1 y la geometría mostrada en la figura (2-15) se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$l = e_1 + e_2 + e_a \quad (2-51)$$

$$L = l + H + 6mm \quad (2-52)$$

Donde:

$l$ : Longitud de agarre.

$L$ : Longitud comercial del perno.

$L_T$ : Longitud total roscada.

$H$ : Altura de la tuerca.

$e_1$ : Espesor de la pieza 1.

$e_2$ : Espesor de la pieza 2.

$e_a$ : Espesor de la arandela.

Las ecuaciones para calcular la longitud total roscada dentro del agarre, longitud total no roscada dentro del agarre, área roscada y área no roscada son las mismas del ítem 2.1.

### 2.3.2.2 Materiales de los componentes de la junta empernada

En la modelación de la junta empernada mostrada en la figura 2.15 se van a utilizar distintos materiales para cada elemento como se muestra en la tabla 2.2.

Tabla 2.2. Materiales de la junta empernada de la alternativa 2.

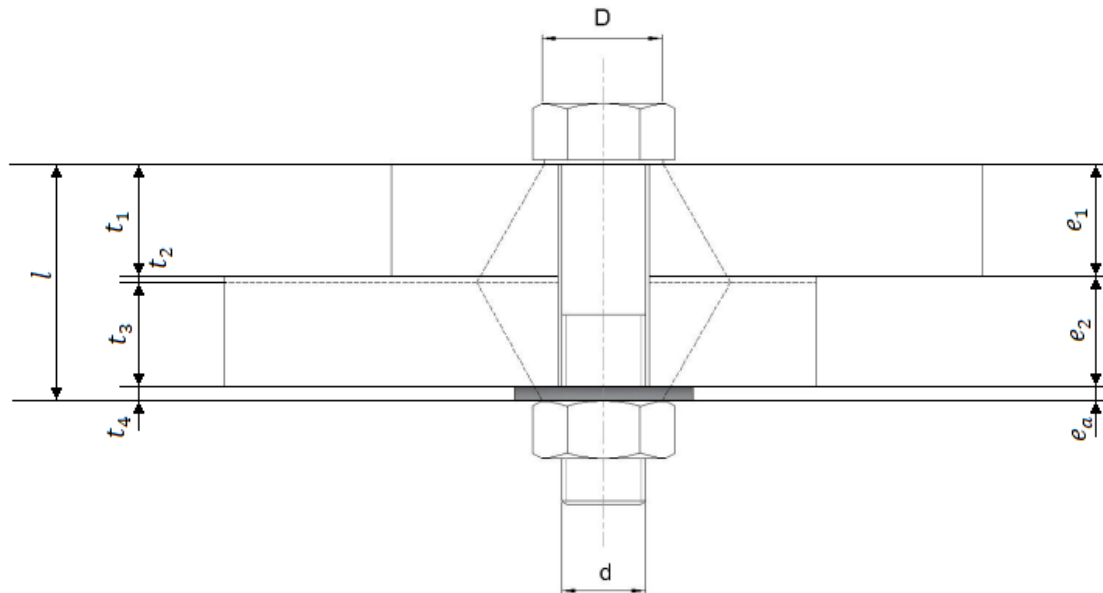
Elemento	Material	Dimensiones [mm]
Perno	Acero Clase 8.8	$d = 6$
Pieza 1	Acero A36	$e_1 = 6$
Pieza 2	Fundición ASTM 25	$e_2 = 6$
Arandela	Acero	6R
Tuerca	Acero	Hexagonal Regular

### 2.3.2.3 Análisis funcional de la junta empernada

La junta empernada 2 está conformada por 4 troncos de cono (resortes conectados en serie), de manera que se debe calcular la rigidez de cada uno de los elementos que se encuentran dentro de ésta zona que es conocida como la zona de compresión como se muestra en la figura 2.16.

En la figura 2.16 se puede observar 1 tronco en la pieza 1, 2 troncos en la pieza 2 y 1 tronco en la arandela.

Tomando en cuenta el ítem 2.1 y los criterios de diseño de juntas empernadas, la ecuación para calcular la constante de recuperación elástica del perno se muestra en la ecuación (2-16) y para el cálculo de la rigidez de los elementos que se encuentran dentro de la zona de compresión se lo debe realizar de manera similar para cada uno utilizando la ecuación (2-17) y (2-21).



**Fig. 2.17.** Troncos de cono para la alternativa 2 de la junta empernada. [13]

Con respecto a la figura 2.16 se puede definir los espesores y diámetros de cada tronco de cono para facilitar los cálculos en el ítem 2.4. La numeración va desde el 1 al 4 empezando por el tronco de cono superior hasta el inferior, entonces se tiene lo siguiente:

Tronco 1:  $t_1 = e_1$ ;  $D_1 = 1.5d$

Tronco 2:  $t_2 = l/2 - e_1$ ;  $D_2 = D_1 + 2t_1 \tan \alpha$

Tronco 3:  $t_3 = l - l/2 - e_a$ ;  $D_3 = D_4 + 2t_4 \tan \alpha$

Tronco 4:  $t_4 = e_a$ ;  $D_4 = 1.5d$

### 2.3.2.4 Análisis de cargas de la junta empernada

Conocidas las fuerzas mínima y máxima que actúan sobre el perno se puede calcular las fuerzas amplitud y promedio que actúan sobre el mismo y tomando en cuenta el ítem 2.1 se obtiene la ecuación (2-33) y la ecuación (2-34) respectivamente.

### 2.3.2.5 Análisis de esfuerzos de la junta empernada

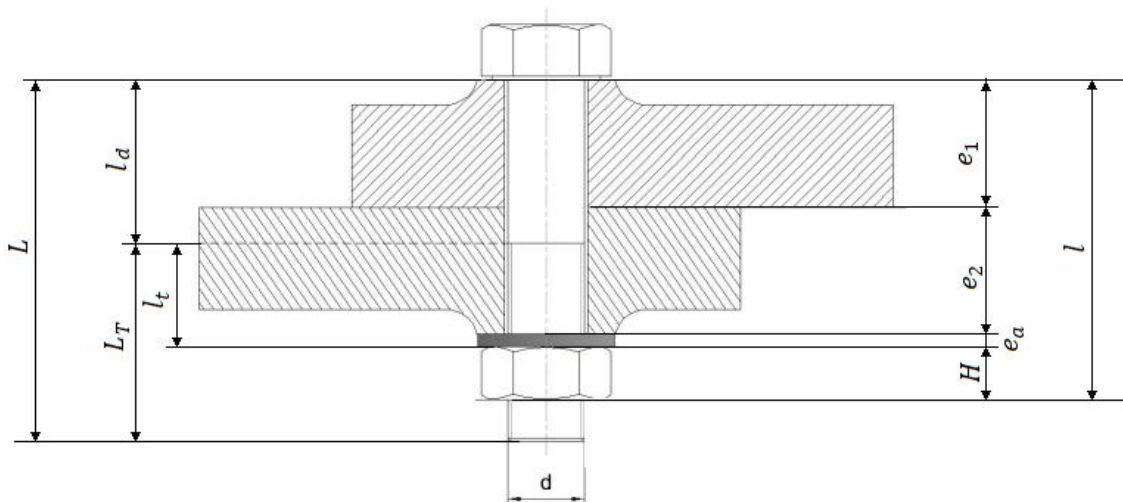
Conocidas las fuerzas amplitud y promedio se puede calcular los esfuerzos amplitud y promedio que actúan sobre el perno y tomando en cuenta el ítem 2.1 se obtiene la ecuación (2-35) y la ecuación (2-36) respectivamente.

### 2.3.2.6 Modelo matemático

Aplicando el criterio a la fatiga de Goodman y sustituyendo el esfuerzo promedio y medio que actúan sobre el perno se obtiene la siguiente ecuación que viene a ser el modelo matemático para el diseño preliminar 2.

$$\frac{nC(P_{m\acute{a}x}-P_{m\acute{i}n})}{2A_tS_e} + \frac{F_i}{A_tS_{ult}} + \frac{nC(P_{m\acute{a}x}+P_{m\acute{i}n})}{2A_tS_{ult}} = 1 \quad (2-53)$$

### 2.3.3 Diseño de Junta empernada sin empaque y con cuello, Alternativa 3



**Fig. 2.18.** Geometría de la alternativa 3 de la junta empernada. [13]

#### 2.3.3.1 Configuración geométrica de la junta empernada

Tomando en cuenta el ítem 2.1 y la geometría mostrada en la figura 2.17 se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$l = e_1 + e_2 + e_a \quad (2-54)$$

$$L = l + H + 6mm \quad (2-55)$$

Donde:

$l$ : Longitud de agarre.

$L$ : Longitud comercial del perno.

$L_T$ : Longitud total roscada.

$H$ : Altura de la tuerca.

$e_1$ : Espesor de la pieza 1.

$e_2$ : Espesor de la pieza 2.

$e_a$ : Espesor de la arandela.

Las ecuaciones para calcular la longitud total roscada dentro del agarre, longitud total no roscada dentro del agarre, área roscada y área no roscada son las mismas del ítem 2.1

### 2.3.3.2 Materiales de los componentes de la junta empernada

En la modelación de la junta empernada mostrada en la figura 2.16 se van a utilizar distintos materiales para cada elemento como se muestra en la tabla 2.3.

Tabla 2.3. Materiales de la junta empernada de la alternativa 3.

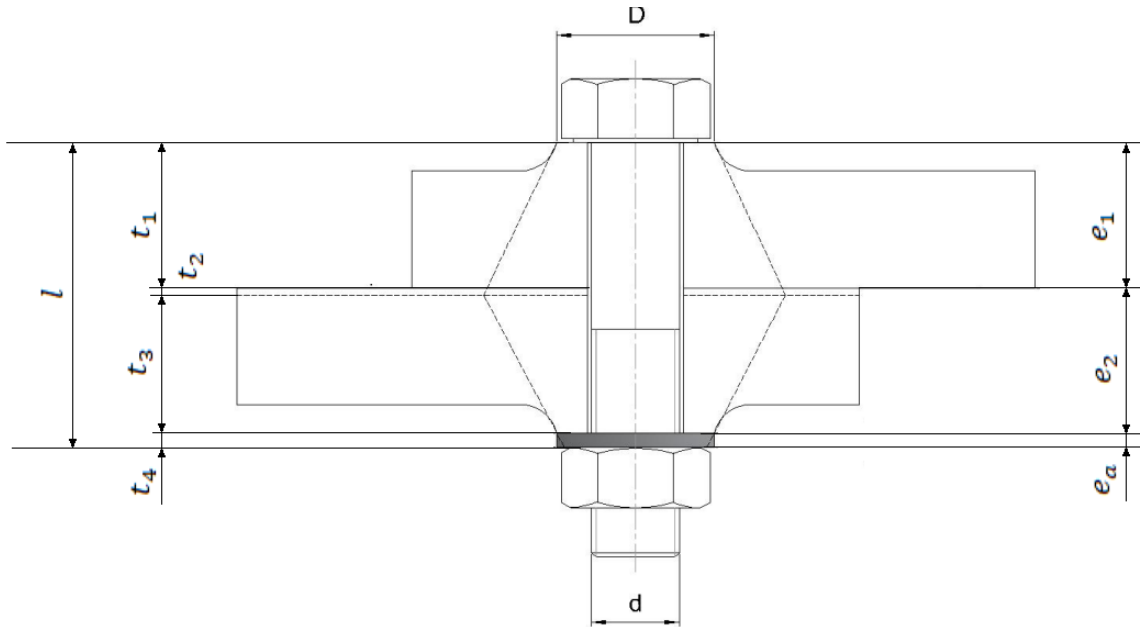
Elemento	Material	Dimensiones [mm]
Perno	Acero Clase 8.8	$d = 6$
Pieza 1	Acero A36	$e_1 = 6$
Pieza 2	Fundición ASTM 25	$e_2 = 6$
Arandela	Acero	6R
Tuerca	Acero	Hexagonal Regular
Diámetro de cuello de ceja		$D = 1,5 d + 2$

### 2.3.3.3 Análisis funcional de la junta empernada

La junta empernada 3 está conformada por 4 troncos de cono (resortes conectados en serie), de manera que se debe calcular la rigidez de cada uno de los elementos que se encuentran dentro de ésta zona que es conocida como la zona de compresión como se muestra en la figura 2.18.

En la figura 2.18 se puede observar 1 tronco en la pieza 1, 2 troncos en la pieza 2 y 1 tronco en la arandela.

Tomando en cuenta el ítem 2.1 y los criterios de diseño de juntas empernadas, la ecuación para calcular la constante de recuperación elástica del perno se muestra en la ecuación (2-16) y para el cálculo de la rigidez de los elementos que se encuentran dentro de la zona de compresión se lo debe realizar de manera similar para cada uno utilizando la ecuación (2-17) y (2-21).



**Fig. 2.19.** Troncos de cono para la alternativa 3 de la junta emperrada. [13]

Con respecto a la figura 2.18 se puede definir los espesores y diámetros de cada tronco de cono para facilitar los cálculos en el ítem 2.4. La numeración va desde el 1 al 4 empezando por el tronco de cono superior hasta el inferior, entonces se tiene lo siguiente:

Tronco 1:  $t_1 = e_1$ ;  $D_1 = 1.5d + 2 \text{ mm}$

Tronco 2:  $t_2 = l/2 - e_1$ ;  $D_2 = D_1 + 2t_1 \tan \alpha$

Tronco 3:  $t_3 = l - l/2 - e_a$ ;  $D_3 = D_4 + 2t_4 \tan \alpha$

Tronco 4:  $t_4 = e_a$ ;  $D_4 = 1.5d + 2 \text{ mm}$

#### **2.3.3.4 Análisis de cargas de la junta emperrada**

Conocidas las fuerzas mínima y máxima que actúan sobre el perno se puede calcular las fuerzas amplitud y promedio que actúan sobre el mismo y tomando en cuenta el ítem 2.1 se obtiene la ecuación (2-33) y la ecuación (2-34) respectivamente.

#### **2.3.3.5 Análisis de esfuerzos de la junta emperrada**

Conocidas las fuerzas amplitud y promedio se puede calcular los esfuerzos amplitud y promedio que actúan sobre el perno y tomando en cuenta el ítem 2.1 se obtiene la ecuación (2-35) y la ecuación (2-36) respectivamente.



### 2.3.3.6 Modelo matemático

Aplicando el criterio a la fatiga de Goodman y sustituyendo el esfuerzo promedio y medio que actúan sobre el perno se obtiene la siguiente ecuación que viene a ser el modelo matemático para el diseño preliminar 3.

$$\frac{nC(P_{m\acute{a}x}-P_{m\acute{i}n})}{2A_tS_e} + \frac{F_i}{A_tS_{ult}} + \frac{nC(P_{m\acute{a}x}+P_{m\acute{i}n})}{2A_tS_{ult}} = 1 \quad (2-56)$$

## 2.4 Evaluación de la junta empernada

En esta sección se evaluará cada alternativa de diseño de juntas empernadas asumiendo un grupo de datos prácticos con el propósito de demostrar que la distribución de carga en el perno y las piezas puede variar realizándose pequeños cambios en las especificaciones técnicas. Los parámetros de diseño a obtenerse en esta sección son de carácter geométrico, funcional y material como se muestra en las siguientes tablas:

Tabla 2.4. Parámetros geométricos del perno.

Parámetros Geométricos del perno	Símbolo	Unidad
Diámetro del perno	$d$	$mm$
Longitud comercial del perno	$L$	$mm$
Longitud de agarre	$l$	$mm$
Longitud total roscada dentro del agarre	$l_t$	$mm$
Longitud total sin rosca dentro del agarre	$l_d$	$mm$
Longitud total roscada	$L_T$	$mm$
Área de la parte roscada	$A_t$	$mm^2$
Área de la parte sin roscar	$A_d$	$mm^2$
Espesor de la arandela	$e_a$	$mm$
Espesor de la tuerca	$H$	$mm$

Tabla 2.5. Parámetros geométricos de las piezas.

Parámetros Geométricos de las piezas	Símbolo	Unidad
Angulo de cono	$\alpha$	Grados
Espesor de pieza 1	$e_1$	$mm$
Espesor de empaque	$e_e$	$mm$
Espesor de pieza 2	$e_2$	$mm$
Espesor de cono 1	$t_1$	$mm$
Diámetro de cono 1	$D_1$	$mm$

Espesor de cono 2	$t_2$	<i>mm</i>
Diámetro de cono 2	$D_2$	<i>mm</i>
Espesor de cono 3	$t_3$	<i>mm</i>
Diámetro de cono 3	$D_3$	<i>mm</i>
Espesor de cono 4	$t_4$	<i>mm</i>
Diámetro de cono 4	$D_4$	<i>mm</i>
Espesor de cono 5	$t_5$	<i>mm</i>
Diámetro de cono 5	$D_5$	<i>mm</i>

Tabla 2.6. Parámetros funcionales de la junta.

Parámetros funcionales de la junta	Símbolo	Unidad
Factor de uso	$\xi$	<i>N/A</i>
Carga externa máxima	$P_{m\acute{a}x}$	<i>N</i>
Carga externa mínima	$P_{m\acute{i}n}$	<i>N</i>
Precarga	$F_i$	<i>N</i>
Fuerza máxima del perno	$F_{bmax}$	<i>N</i>
Fuerza mínima del perno	$F_{bmin}$	<i>N</i>
Fuerza amplitud del perno	$F_{ba}$	<i>N</i>
Fuerza promedio del perno	$F_{bm}$	<i>N</i>
Esfuerzo de amplitud	$\sigma_{ba}$	<i>MPa</i>
Esfuerzo medio	$\sigma_{bm}$	<i>MPa</i>
Esfuerzo inicial	$\sigma_i$	<i>MPa</i>
Contraste de rigidez de la junta	$C$	<i>N/A</i>
Factor de seguridad	$n$	<i>N/A</i>

Tabla 2.7. Parámetros de material de la junta.

Parámetros del material	Símbolo	Unidad
Rigidez del perno	$k_b$	<i>N/mm</i>
Rigidez de las piezas	$k_m$	<i>N/mm</i>
Módulo de Young de la pieza 1	$E_1$	<i>GPa</i>
Módulo de Young del empaque	$E_e$	<i>GPa</i>
Módulo de Young de la pieza 2	$E_2$	<i>GPa</i>
Módulo de Young de la arandela	$E_a$	<i>GPa</i>
Resistencia mínima a la tensión del perno	$S_{ut}$	<i>MPa</i>
Resistencia de prueba mínima del perno	$S_p$	<i>MPa</i>
Resistencia a la fatiga del perno	$S_e$	<i>MPa</i>

Las unidades de los cálculos que se muestran a continuación ya están previamente transformadas y se encuentran en el Sistema Internacional de Unidades SI.

### 2.4.1 Cálculo del porcentaje de distribución y factor de seguridad de la alternativa 1

Tomando en cuenta la junta empernada de la figura 2.14 se asume un grupo de datos para calcular la constante de rigidez de la junta y el factor de seguridad, los datos son los siguientes: perno hexagonal M6 x 1 mm clase 8.8; pieza 1 de acero con módulo de elasticidad  $E_1 = 207 \text{ GPa}$  y un espesor  $e_1 = 6 \text{ mm}$ ; empaque de cobre con módulo de elasticidad  $E_e = 119 \text{ GPa}$  y un espesor  $e_e = 1 \text{ mm}$ ; pieza 2 de fundición con módulo de elasticidad  $E_2 = 79.3 \text{ GPa}$  y un espesor  $e_2 = 6 \text{ mm}$ ; arandela de acero tipo R con un espesor  $e_a = 1.75 \text{ mm}$  (ANEXO VIII) y una tuerca de acero hexagonal regular con una altura  $H = 5.2 \text{ mm}$  (ANEXO VI). Además, la junta se encuentra trabajando bajo cargas de tracción variable con un valor de  $P_{\min} = 0 \text{ N}$  y  $P_{\max} = 6000 \text{ N}$ .

La longitud total roscada del perno para la junta 1 se calcula con la ecuación 2.3 dando como resultado lo siguiente:

$$L_T = 2d + 6\text{mm}$$

$$L_T = 2(6) + 6\text{mm}$$

$$L_T = 18 \text{ mm}$$

La longitud de agarre se calcula con la ecuación (2-39)

$$l = e_1 + e_e + e_2 + e_a$$

$$l = 6 + 1 + 6 + 1.75\text{mm}$$

$$l = 14.8 \text{ mm}$$

La longitud comercial del perno se calcula con la ecuación (2-40)

$$L = l + H + 6\text{mm}$$

$$L = 14.8 + 5.2 + 6\text{mm}$$

$$L = 26\text{mm} \sim 28\text{mm}$$

La longitud total sin rosca dentro del agarre se calcula con la ecuación (2-6)

$$l_d = L - L_T$$

$$l_d = 26 - 18\text{mm}$$

$$l_d = 10 \text{ mm}$$

La longitud total roscada dentro del agarre se calcula con la ecuación (2-5)

$$l_t = l - l_d$$

$$l_t = 14.8 - 10 \text{ mm}$$

$$l_t = 4.8 \text{ mm}$$

El área de la parte sin rosca se calcula con la ecuación (2-7)

$$A_d = \pi d^2 / 4$$

$$A_d = \frac{\pi(6)^2}{4} \text{ mm}^2$$

$$A_d = 28.274 \text{ mm}^2$$

El área de la parte roscada se obtiene del ANEXO I para un perno de rosca métrica M6 de clase 8.8.

$$A_t = 20.123 \text{ mm}^2$$

La rigidez efectiva estimada del perno en la zona de sujeción se calcula con la ecuación (2-16)

$$k_b = \frac{A_d A_t E}{A_t l_d + A_d l_t}$$

$$k_b = \frac{28.274 * 20.123 * 207 \text{ mm}^2 \text{ GPa}}{20.12 * 10 + 28.274 * 4.8 \text{ mm}^3}$$

$$k_b = 351 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Para calcular la rigidez de cada tronco de cono se debe utilizar la ecuación (2-21), utilizando los diámetros y espesores mostrados en el ítem 2.3.1.3.

Para el tronco 1 se tiene:  $t_1 = e_1 = 6 \text{ mm}$ ,  $D_1 = 1.5d = 1.5(6) = 9 \text{ mm}$  y  $E = 207 \times 10^3 \text{ MPa}$ , reemplazando estos valores en la ecuación (2-21) se obtiene:

$$k = \frac{0.5774\pi E d}{\ln \frac{(1.155t + D - d)(D + d)}{(1.155t + D + d)(D - d)}}$$

$$k = \frac{0.5774\pi(207000)(6)}{\ln \frac{(1.155 * 6 + 9 - 6)(9 + 6)}{(1.155 * 6 + 9 + 6)(9 - 6)}}$$

$$k_1 = 2757085.76 \frac{N}{mm}$$

Para el tronco 5 se tiene:  $t_5 = e_e = 1 \text{ mm}$ ,  $D_5 = D_1 + 2t_1 * \tan\alpha = 9 + 2(6) * \tan(30^\circ) = 15.93 \text{ mm}$  y  $E = 3.8 \text{ MPa}$ , reemplazando estos valores en la ecuación (2-21) se obtiene:

$$k = \frac{0.5774\pi(3.8)(6)}{\ln \frac{(1.155 * 1 + 15.93 - 6)(15.93 + 6)}{(1.155 * 1 + 15.93 + 6)(15.93 - 6)}}$$

$$k_5 = 704.33 \frac{N}{mm}$$

Para el tronco 2 se tiene:  $t_2 = l_2 - e_1 - e_e = 14.75 - 6 - 1 = 0.375 \text{ mm}$ ,  $D_2 = D_5 + 2t_5 * \tan\alpha = 15.93 + 2(1) \tan(30^\circ) = 17.08 \text{ mm}$  y  $E = 79.3 \times 10^3 \text{ MPa}$ , reemplazando estos valores en la ecuación (2-21) se obtiene:

$$k = \frac{0.5774\pi(79.3 * 1000)(6)}{\ln \frac{(1.155 * 0.375 + 17.08 - 6)(17.08 + 6)}{(1.155 * 0.375 + 17.08 + 6)(17.08 - 6)}}$$

$$k_2 = 43708812.87 \frac{N}{mm}$$

Para el tronco 3 se tiene:  $t_3 = l/2 - e_a = 14.75/2 - 1.75 = 5.25 \text{ mm}$ ,  $D_3 = D_4 + 2t_4 * \tan\alpha = 9 + 2(1.75) \tan(30^\circ) = 11.02 \text{ mm}$  y  $E = 79.3 \times 10^3 \text{ MPa}$ , reemplazando estos valores en la ecuación (2-21) se obtiene:

$$k = \frac{0.5774\pi(79.3 * 1000)(6)}{\ln \frac{(1.155 * 5.25 + 11.02 - 6)(11.02 + 6)}{(1.155 * 5.25 + 11.02 + 6)(11.02 - 6)}}$$

$$k_3 = 1771356.48 \frac{N}{mm}$$

Para el tronco 4 se tiene:  $t_4 = e_a = 1.75 \text{ mm}$ ,  $D_4 = 1.5d = 1.5(6) = 9 \text{ mm}$  y  $E = 207 \times 10^3 \text{ MPa}$ , reemplazando estos valores en la ecuación (2-21) se obtiene:

$$k = \frac{0.5774\pi(207 * 1000)(6)}{\ln \frac{(1.155 * 1.75 + 9 - 6)(9 + 6)}{(1.155 * 1.75 + 9 + 6)(9 - 6)}}$$

$$k_4 = 5796753.34 \frac{N}{mm}$$

La rigidez total estimada de las piezas se calcula remplazando todas las rigideces en la ecuación (2-17),

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_i}$$

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{2757085.76} + \frac{1}{704.33} + \frac{1}{43708812.87} + \frac{1}{1771356.48} + \frac{1}{5796753.34}$$

$$k_m = 703.78 \frac{N}{mm}$$

La constante de rigidez de la junta empernada se calcula con la ecuación (2-26),

$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m}$$

$$C = \frac{351010.50}{351010.50 + 703.78}$$

$$C = 0.998$$

Para calcular el factor de seguridad se debe calcular el valor de la precarga  $F_i$  con las siguientes ecuaciones:

$$F_i = 0.75F_p$$

$$F_p = A_t S_p$$

Para un perno hexagonal de rosca métrica M6 de clase 8.8 se tiene un factor de resistencia de prueba  $S_p = 600 \text{ MPa}$  (ANEXO V).

$$F_p = (20.123)(600) \text{ N}$$

$$F_p = 12072 \text{ N}$$

$$F_i = 0.75(12072) \text{ N}$$

$$F_i = 9055.4 \text{ N}$$

El factor de seguridad se debe despejar de la ecuación (2-41) dando como resultado lo siguiente:

$$n = \frac{1 - \frac{F_i}{A_t S_{ult}}}{\frac{C(P_{m\acute{a}x} - P_{m\acute{i}n})}{2A_t S_e} + \frac{C(P_{m\acute{a}x} + P_{m\acute{i}n})}{2A_t S_{ult}}}$$

Al remplazar  $S_{ut} = 830 \text{ MPa}$  (ANEXO V) y  $S_e = 129 \text{ MPa}$  (ANEXO X) se obtiene el factor de seguridad.

$$n = \frac{1 - \frac{9055.4 \text{ N}}{(20.12 \text{ mm}^2)(830 \text{ MPa})}}{\frac{0.998(6000 - 0)}{2(20.12 \text{ mm}^2)(129 \text{ MPa})} + \frac{0.998(6000 + 0)}{2(20.12 \text{ mm}^2)(830 \text{ MPa})}}$$

$$n = 0.34$$

Tabla 2.8. Propiedades geométricas, mecánicas y funcionales del perno en una junta empernada con empaque trabajando a fatiga.

	Concepto	Simbolo	Cantidad	Unidad	Ecuacion-fuente (Shigley, 2018)	
Geometría	Diametro	d	6.00	[mm]	diametro del perno d=3/8	
	Espesor 1	e <sub>1</sub>	6.00	[mm]	dato inicial	
	Espesor empaque	e <sub>e</sub>	1.00	[mm]	dato de empaque de caucho	
	Espesor 2	e <sub>2</sub>	6.00	[mm]	dato inicial	
	Espesor Arandela	e <sub>a</sub>	1.75	[mm]	espesor arandela 6R A-31, p 1046	
	Altura tuerca	H	5.20	[mm]	altura de tuerca hexagonal regular A-31, p 1046	
	Agarre	l	14.75	[mm]	$l = e_1 + e_e + e_2 + \dots + e_a$	
	Mitad del agarre	l/2	7.38	[mm]	l/2	
	Longitud calculada	L	25.95	[mm]	$L = l + H + 6mm$	
	Longitud comercial	L	28.00	[mm]	L= 22 , A-17 p 1026 comercial	
	Longitud de rosca total	L <sub>t</sub>	18.00	[mm]	Longitud roscada pg 470 LT=2d+6mm	
	Longitud no roscada	l <sub>d</sub>	10.00	[mm]	$l_d = L - L_T$	
	Longitud rosca	l <sub>r</sub>	4.75	[mm]	longitud parte roscada	
	Area no roscada	A <sub>d</sub>	28.27	[mm]	$A_d = \pi d^2 / 4$	
	Area roscada	A <sub>t</sub>	20.12	[mm]	T 8-2, p 407 At=20.123	
Materiales	Métrico 8.8 rosca gruesa	S <sub>ut</sub>	830	[MPa]	Metrico 8.8	
		S <sub>yt</sub>	660	[MPa]	T 8-9, p 426	
		S <sub>p</sub>	600	[MPa]	T 8-9, p 426	
		S <sub>e</sub>	129	[MPa]	T 8-9, p 428	
	Modulo de Young	E <sub>b</sub>	207000	[MPa]	Eb del acero	
Perno	Constante de perno	k <sub>b</sub>	351010.50	[N/mm]	$k_b = \frac{A_d A_t E}{A_d l_t + A_t l_d}$	
	% de distribucion de carga	C	0.998	[]	$C = \frac{k_b}{k_b + k_m}$	
	Factor de uso	ξ	0.75	[]	E 8-31, p 435	
	Carga maxima	P <sub>max</sub>	6000	[N]	dato inicial	
	Carga minima	P <sub>min</sub>	0	[N]	dato inicial	
	Precarga	F <sub>i</sub>	9055.35	[N]	F <sub>i</sub> =ξ*S <sub>p</sub> *A <sub>t</sub>	
	Fuerza max. Perno	F <sub>bmax</sub>	15043.34406	[N]	F <sub>bmax</sub> =F <sub>i</sub> +C*P <sub>max</sub>	
	Fuerza min. Perno	F <sub>bmin</sub>	9055.35	[N]	F <sub>bmin</sub> =F <sub>i</sub> +C*P <sub>min</sub>	
	Fuerza media	F <sub>m</sub>	12049.34703	[N]	F <sub>m</sub> =F <sub>i</sub> +(C/2)*(P <sub>min</sub> +P <sub>max</sub> )	
	Fuerza ampl. Perno	F <sub>a</sub>	2993.99703	[N]	F <sub>a</sub> =(C/2)*(P <sub>max</sub> -P <sub>min</sub> )	
	Esfuerzo inicial	σ <sub>i</sub>	450	[MPa]	σ <sub>i</sub> =F <sub>i</sub> *A <sub>t</sub>	
	Esfuerzo amplitud	σ <sub>a</sub>	148.78	[MPa]	σ <sub>a</sub> =(C/(2A <sub>t</sub> ))(P <sub>max</sub> -P <sub>min</sub> )	
	Esfuerzo medio	σ <sub>m</sub>	598.78	[MPa]	σ <sub>m</sub> =(σ <sub>i</sub> +σ <sub>a</sub> )	
	Funcional	Pendiente de recta	r	1	[]	$r = \frac{P_{max} - P_{min}}{P_{max} + P_{min}}$
		n, Goodman	n	0.34	[]	$n = \frac{1 - \frac{F_i}{A_t S_{ut}}}{\frac{C(P_{max} - P_{min})}{2A_t S_e} + \frac{C(P_{max} + P_{min})}{2A_t S_{ut}}}$
n, Sodemberg		n	0.23	[]	$n = \frac{S_e(S_{ut} - \sigma_i)}{\sigma_a(S_y + \frac{S_e}{r})}$ $n = \frac{1 - \frac{\sigma_i}{S_{ut}}}{\frac{C}{2A_t} \left( \frac{P_{max} - P_{min}}{S_e} + \frac{P_{max} + P_{min}}{S_{yt}} \right)}$	
n, ASTM; A <sub>t</sub> =20.12		n	0.52	[]	$A_t = \sqrt{\left( \frac{nC}{2S_e} (P_{max} - P_{min}) \right)^2 + \left( \frac{F_i}{S_{yt}} + \frac{nC}{2S_{yt}} (P_{max} + P_{min}) \right)^2}$	



Tabla 2.9 Propiedades geométricas, mecánicas y funcionales de las piezas en una junta emperrada con empaque trabajando a fatiga, alternativa 1.

		Concepto	Simbolo	Cantidad	Unidad	Ecuacion-fuente (Shigley, 2018)
Piezas	Geometría	Angulo de cono	$\alpha$	30.00	Grados	0.5236
		Espesor de cono	$t_1$	6.00	[mm]	$t_1=e_1$
		Diametro de cono	$D_1$	9.00	[mm]	$D_1 = 1.5*d$
		Espesor cono 5	$t_5$	1.00	[mm]	$T_5=e_e$
		Diametro cono 5	$D_5$	15.93	[mm]	$D_5=D_1*2*t_1*\tan(\alpha)$
		Espesor cono 2	$t_2$	0.38	[mm]	$t_2=(l/2)-(t_1+t_5)$
		Diametro cono 2	$D_2$	17.08	[mm]	$D_2=D_1+2(t_1+t_5)\tan(\alpha)$
		Espesor cono 3	$t_3$	5.25	[mm]	$t_3=l/2-t_2-t_4$
		Diametro cono 3	$D_3$	11.02	[mm]	$D_3=1.5*d+2*t_4*\tan(\alpha)$
		Espesor cono 4	$t_4$	1.75	[mm]	$t_4=e_e$
	Diametro cono 4	$D_4$	9.00	[mm]	$D_4=1.5*d$	
	Materiales	E pieza 1	$E_1$	207000	[MPa]	E1 del acero
		<b>E empaque</b>	$E_e$	<b>3.8</b>	<b>[MPa]</b>	<b>Ee del empaque de caucho</b>
		E pieza 2	$E_2$	79300	[MPa]	E2 ASTM 25
	Funcional	E arandela	$E_a$	207000	[MPa]	Ea acero
		Constante elastica 1	$k_1$	2757085.76	[N/mm]	k1 acero
		Constante elastica 5	$k_5$	704.33	[N/mm]	k5 cobre
		Constante elastica 2	$k_2$	43708812.87	[N/mm]	k2 ASTM 25
		Constante elastica 3	$k_3$	1771356.48	[N/mm]	k3 ASTM 26
Constante elastica 4		$k_4$	5796753.34	[N/mm]	K4 acero	
	Constante elastica pieza	$k_m$	703.78	[N/mm]	$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_i}$	

## 2.4.2 Cálculo del porcentaje de distribución y factor de seguridad de la alternativa 2

Tomando en cuenta la junta emperrada de la figura 2.16 se asume un grupo de datos para calcular la constante de rigidez de la junta y el factor de seguridad, los datos son los siguientes: perno hexagonal M6 x 1 mm clase 8.8; pieza 1 de acero con módulo de elasticidad  $E_1 = 207 \text{ GPa}$  y un espesor  $e_1 = 6 \text{ mm}$ ; pieza 2 de fundición con módulo de elasticidad  $E_2 = 79.3 \text{ Gpa}$  y un espesor  $e_2 = 6 \text{ mm}$ ; y una tuerca de acero hexagonal regular con una altura  $H = 5.2 \text{ mm}$  (ANEXO VI). Además, la junta se encuentra trabajando bajo cargas de tracción variable con un valor de  $P_{\min} = 0 \text{ N}$  y  $P_{\max} = 6000 \text{ N}$ . La longitud total roscada del perno para la junta 2 se calcula con la ecuación 2.3 dando como resultado lo siguiente:

$$L_T = 2d + 6mm$$

$$L_T = 2(6) + 6mm$$

$$L_T = 18 \text{ mm}$$

La longitud de agarre se calcula con la ecuación (2-42),

$$l = e_1 + e_2 + e_a$$

$$l = 6 + 6 + 1.75 \text{ mm}$$

$$l = 13.8 \text{ mm}$$

La longitud comercial del perno se calcula con la ecuación (2-43),

$$L = l + H + 6mm$$

$$L = 13.8 + 5.2 + 6mm$$

$$L = 25 \text{ mm}$$

La longitud total sin rosca dentro del agarre se calcula con la ecuación (2-6),

$$l_d = L - L_T$$

$$l_d = 25 - 18mm$$

$$l_d = 7 \text{ mm}$$

La longitud total roscada dentro del agarre se calcula con la ecuación (2-5),

$$l_t = l - l_d$$

$$l_t = 12 - 5.2 \text{ mm}$$

$$l_t = 6.8 \text{ mm}$$

El área de la parte sin rosca se calcula con la ecuación (2-7),

$$A_d = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$A_d = \frac{\pi(6)^2}{4} \text{ mm}^2$$

$$A_d = 28.274 \text{ mm}^2$$

El área de la parte roscada se obtiene del ANEXO I para un perno de rosca métrica M6 de clase 8.8.

$$A_t = 20.123 \text{ mm}^2$$

La rigidez efectiva estimada del perno en la zona de sujeción se calcula con la ecuación (2-16),

$$k_b = \frac{A_d A_t E}{A_t l_d + A_d l_t}$$

$$k_b = \frac{28.274 * 20.123 * 207 * 1000 \text{ mm}^2 \text{MPa}}{20.12 * 7 + 28.274 * 6.8 \text{ mm}^3}$$

$$k_b = 383310.57 \frac{N}{\text{mm}}$$

Para calcular la rigidez de cada tronco de cono se debe utilizar la ecuación (2-21), utilizando los diámetros y espesores mostrados en el ítem 2.3.2.3. Para el tronco 1 se tiene:  $t_1 = e_1 = 6 \text{ mm}$ ,  $D_1 = 1.5d = 1.5(6) = 9 \text{ mm}$  y  $E = 207 \times 10^3 \text{ MPa}$ , reemplazando estos valores en la ecuación (2-21) se obtiene:

$$k = \frac{0.5774\pi E d}{\ln \frac{(1.155t + D - d)(D + d)}{(1.155t + D + d)(D - d)}}$$

$$k = \frac{0.5774\pi(207000)(6)}{\ln \frac{(1.155 * 6 + 9 - 6)(9 + 6)}{(1.155 * 6 + 9 + 6)(9 - 6)}}$$

$$k_1 = 2757085.76 \frac{N}{\text{mm}}$$

Para el tronco 2 se tiene:  $t_2 = l/2 - e_1 = 13.75/2 - 6 = 0.875 \text{ mm}$ ,  $D_2 = D_1 + 2e_1 * \tan\alpha = 9 + 2(6) \tan(30^\circ) = 15.93 \text{ mm}$  y  $E = 79.3 \times 10^3 \text{ MPa}$ , reemplazando estos valores en la ecuación (2-21) se obtiene:

$$k = \frac{0.5774\pi(79300)(6)}{\ln \frac{(1.155 * 0.875 + 15.93 - 6)(15.93 + 6)}{(1.155 * 0.875 + 15.93 + 6)(15.93 - 6)}}$$

$$k_2 = 16635635.65 \frac{N}{\text{mm}}$$

Para el tronco 3 se tiene:  $t_3 = l/2 - e_a = 13.75/2 - 1.75 = 5.15 \text{ mm}$ ,  $D_3 = D_4 + 2t_4 * \tan\alpha = 9 + 2(1.75) \tan(30^\circ) = 11.021 \text{ mm}$  y  $E = 79.3 \times 10^3 \text{ MPa}$ , reemplazando estos valores en la ecuación (2-21) se obtiene:

$$k = \frac{0.5774\pi(79300)(6)}{\ln \frac{(1.155 * 5.15 + 11.021 - 6)(11.021 + 6)}{(1.155 * 5.15 + 11.021 + 6)(11.021 - 6)}}$$

$$k_3 = 2014029.80 \frac{N}{\text{mm}}$$

Para el tronco 4 se tiene:  $t_4 = e_a = 1.75 \text{ mm}$ ,  $D_4 = 1.5d = 1.5(6) = 9 \text{ mm}$  y  $E = 207 \times 10^3 \text{ MPa}$ , reemplazando estos valores en la ecuación (2-21) se obtiene:

$$k = \frac{0.5774\pi(207000)(6)}{\ln \frac{(1.155 * 1.75 + 9 - 6)(9 + 6)}{(1.155 * 1.75 + 9 + 6)(9 - 6)}}$$

$$k_1 = 5796753.34 \frac{N}{mm}$$

La rigidez total estimada de las piezas se calcula reemplazando todas las rigideces en la ecuación (2-17),

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_i}$$

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{2757085.76} + \frac{1}{16635635.65} + \frac{1}{2014029.80} + \frac{1}{5796753.34}$$

$$k_m = 915884.21 \frac{N}{mm}$$

La constante de rigidez de la junta empernada se calcula con la ecuación (2-26),

$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m}$$

$$C = \frac{383310.57}{383310.57 + 915884.21}$$

$$C = 0.295$$

Para calcular el factor de seguridad se debe calcular el valor de la precarga  $F_i$  con las siguientes ecuaciones:

$$F_i = 0.75F_p$$

$$F_p = A_t S_p$$

Para un perno hexagonal de rosca métrica M6 de clase 8.8 se tiene un factor de resistencia de prueba  $S_p = 600 \text{ MPa}$  (ANEXO V).

$$F_p = (20.123)(600) \text{ N}$$

$$F_p = 12072 \text{ N}$$

$$F_i = 0.75(12072) \text{ N}$$

$$F_i = 9055.4 \text{ N}$$

El factor de seguridad se debe despejar de la ecuación (2-41) dando como resultado lo siguiente:

$$n = \frac{1 - \frac{F_i}{A_t S_{ult}}}{\frac{C(P_{m\acute{a}x} - P_{m\acute{i}n})}{2A_t S_e} + \frac{C(P_{m\acute{a}x} + P_{m\acute{i}n})}{2A_t S_{ult}}}$$

Al remplazar  $S_{ut} = 830 \text{ MPa}$  (ANEXO V) y  $S_e = 129 \text{ MPa}$  (ANEXO X) se obtiene el factor de seguridad.

$$n = \frac{1 - \frac{9055.4 \text{ N}}{(20.12 \text{ mm}^2)(830 \text{ MPa})}}{\frac{0.295(6000 - 0)}{2(20.12 \text{ mm}^2)(129 \text{ MPa})} + \frac{0.295(6000 - 0)}{2(20.12 \text{ mm}^2)(830 \text{ MPa})}}$$

$$n = 1.16$$

Tabla 2.10 Propiedades geométricas, mecánicas y funcionales del perno en una junta empernada sin empaque trabajando a fatiga, alternativa 2

	Concepto	Simbolo	Cantidad	Unidad	Ecuacion-fuente (Shigley, 2018)	
Geometría	Diametro	d	6.00	[mm]	diametro del perno d=3/8	
	Espesor 1	e <sub>1</sub>	6.00	[mm]	dato inicial	
	Espesor empaque	e <sub>e</sub>	0.00	[mm]	no hay empaque	
	Espesor 2	e <sub>2</sub>	6.00	[mm]	dato inicial	
	Espesor Arandela	e <sub>a</sub>	1.75	[mm]	espesor arandela 6R A-31, p 1046	
	Altura tuerca	H	5.20	[mm]	altura de tuerca hexagonal regular A-31, p 1046	
	Agarre	l	13.75	[mm]	$l = e_1 + e_e + e_2 + \dots + e_a$	
	Mitad del agarre	l/2	6.88	[mm]	l/2	
	Longitud calculada	L	24.95	[mm]	$L = l + H + 6mm$	
	Longitud comercial	L	28.00	[mm]	L= 22 , A-17 p 1026 comercial	
	Longitud de rosca total	L <sub>t</sub>	18.00	[mm]	Longitud roscada pg 470 LT=2d+6mm	
	Longitud no roscada	l <sub>d</sub>	10.00	[mm]	$l_d = L - L_T$	
	Longitud rosca	l <sub>r</sub>	3.75	[mm]	longitud parte roscada	
	Area no roscada	A <sub>d</sub>	28.27	[mm]	$A_d = \pi d^2 / 4$	
	Area roscada	A <sub>t</sub>	20.12	[mm]	T 8-2, p 407 At=20.123	
Materiales	Métrico 8.8 rosca gruesa	S <sub>ut</sub>	830	[MPa]	Metrico 8.8	
		S <sub>yt</sub>	660	[MPa]	T 8-9, p 426	
		S <sub>p</sub>	600	[MPa]	T 8-9, p 426	
		S <sub>e</sub>	129	[MPa]	T 8-9, p 428	
	Modulo de Young	E <sub>b</sub>	207000	[MPa]	Eb del acero	
Perno	Constante de perno	k <sub>b</sub>	383310.57	[N/mm]	$k_b = \frac{A_d A_t E}{A_d l_t + A_t l_d}$	
	% de distribucion de carga	C	0.295	[]	$C = \frac{k_b}{k_b + k_m}$	
	Factor de uso	ξ	0.75	[]	E 8-31, p 435	
	Carga maxima	P <sub>max</sub>	6000	[N]	dato inicial	
	Carga minima	P <sub>min</sub>	0	[N]	dato inicial	
	Precarga	F <sub>i</sub>	9055.35	[N]	F <sub>i</sub> =ξ*S <sub>p</sub> *A <sub>t</sub>	
	Fuerza max. Perno	F <sub>bmax</sub>	10825.57218	[N]	F <sub>bmax</sub> =F <sub>i</sub> +C*P <sub>max</sub>	
	Fuerza min. Perno	F <sub>bmin</sub>	9055.35	[N]	F <sub>bmin</sub> =F <sub>i</sub> +C*P <sub>min</sub>	
	Fuerza media	F <sub>m</sub>	9940.461088	[N]	F <sub>m</sub> =F <sub>i</sub> +(C/2)*(P <sub>min</sub> +P <sub>max</sub> )	
	Fuerza ampl. Perno	F <sub>a</sub>	885.1110877	[N]	F <sub>a</sub> =(C/2)*(P <sub>max</sub> -P <sub>min</sub> )	
	Esfuerzo inicial	σ <sub>i</sub>	450	[MPa]	σ <sub>i</sub> =F <sub>i</sub> *A <sub>t</sub>	
	Esfuerzo amplitud	σ <sub>a</sub>	43.99	[MPa]	σ <sub>a</sub> =(C/(2A <sub>t</sub> ))*(P <sub>max</sub> -P <sub>min</sub> )	
	Esfuerzo medio	σ <sub>m</sub>	493.99	[MPa]	σ <sub>m</sub> =(σ <sub>i</sub> +σ <sub>a</sub> )	
	Funcional	Pendiente de recta	r	1	[]	$r = \frac{P_{max} - P_{min}}{P_{max} + P_{min}}$
		n, Goodman	n	1.16	[]	$n = \frac{1 - \frac{F_i}{A_t S_{ut}}}{\frac{C(P_{max} - P_{min})}{2A_t S_e} + \frac{C(P_{max} + P_{min})}{2A_t S_{ut}}}$
n, Sodemberg		n	0.78	[]	$n = \frac{S_e(S_{ut} - \sigma_i)}{\sigma_a(S_y + \frac{S_e}{r})} \quad n = \frac{1 - \frac{\sigma_i}{S_{ut}}}{\frac{C}{2A_t} \left( \frac{P_{max} - P_{min}}{S_e} + \frac{P_{max} + P_{min}}{S_{yt}} \right)}$	
n, ASTM; A <sub>t</sub> =20.12		n	1.76	[]	$A_t = \sqrt{\left( \frac{nC}{2S_e} (P_{max} - P_{min}) \right)^2 + \left( \frac{F_i}{S_{yt}} + \frac{nC}{2S_{yt}} (P_{max} + P_{min}) \right)^2}$	

Tabla 2.11 Propiedades geométricas, mecánicas y funcionales de las piezas en una junta empernada sin empaque trabajando a fatiga, alternativa 2.

		Concepto	Simbolo	Cantidad	Unidad	Ecuacion-fuente (Shigley, 2018)
Piezas	Geometría	Angulo de cono	$\alpha$	30.00	Grados	0.5236
		Espesor de cono	$t_1$	6.00	[mm]	$t_1=e_1$
		Diametro de cono	$D_1$	9.00	[mm]	$D_1 = 1.5*d$
		Espesor cono 5	$t_5$	0.00	[mm]	$T_5=e_e$
		Diametro cono 5	$D_5$	15.93	[mm]	$D_5=D_1*2*t_1*\tan(\alpha)$
		Espesor cono 2	$t_2$	0.87	[mm]	$t_2=(l/2)-(t_1+t_5)$
		Diametro cono 2	$D_2$	15.93	[mm]	$D_2=D_1+2(t_1+t_5)\tan(\alpha)$
		Espesor cono 3	$t_3$	4.25	[mm]	$t_3=l/2-t_2-t_4$
		Diametro cono 3	$D_3$	11.02	[mm]	$D_3=1.5*d+2*t_4*\tan(\alpha)$
		Espesor cono 4	$t_4$	1.75	[mm]	$t_4=e_e$
	Diametro cono 4	$D_4$	9.00	[mm]	$D_4=1.5*d$	
	Materiales	E pieza 1	$E_1$	207000	[MPa]	E1 del acero
		<b>E empaque</b>	$E_e$	<b>3.8</b>	<b>[MPa]</b>	<b>Ee del empaque de caucho</b>
		E pieza 2	$E_2$	79300	[MPa]	E2 ASTM 25
		E arandela	$E_a$	207000	[MPa]	Ea acero
	Funcional	Constante elastica 1	$k_1$	2757085.76	[N/mm]	k1 acero
		Constante elastica 5	$k_5$	64963937.85	[N/mm]	<b>k5 tiende al infinito</b>
		Constante elastica 2	$k_2$	16635635.65	[N/mm]	k2 ASTM 25 sin empaque
		Constante elastica 3	$k_3$	2014029.80	[N/mm]	k3 ASTM 26
Constante elastica 4		$k_4$	5796753.34	[N/mm]	K4 acero	
	Constante elastica pieza	$k_m$	915884.21	[N/mm]	$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_i}$	

### 2.4.3 Cálculo del porcentaje de distribución y factor de seguridad de la alternativa 3

Tomando en cuenta la junta empernada de la figura 2.17 se asume un grupo de datos para calcular la constante de rigidez de la junta y el factor de seguridad, los datos son los siguientes: perno hexagonal M6 x 1 mm clase 8.8; pieza 1 de acero con módulo de elasticidad  $E_1 = 207 \text{ GPa}$  y un espesor  $e_1 = 6 \text{ mm}$ ; pieza 2 de fundición con módulo de elasticidad  $E_2 = 79.3 \text{ Gpa}$  y un espesor  $e_2 = 6 \text{ mm}$ ; arandela de acero tipo R con un espesor  $e_a = 1.75 \text{ mm}$  (ANEXO VIII); una tuerca de acero hexagonal regular con una altura  $H = 5.2 \text{ mm}$  (ANEXO VI) y un diámetro  $D = 1.5d + 2 \text{ mm}$ . Además, la junta se encuentra trabajando bajo cargas de tracción variable con un valor de  $P_{\min} = 0 \text{ N}$  y  $P_{\max} = 6000 \text{ N}$ .

La longitud total roscada del perno para la junta 3 se calcula con la ecuación (2-3) dando como resultado lo siguiente:

$$L_T = 2d + 6\text{mm}$$

$$L_T = 2(6) + 6\text{mm}$$

$$L_T = 18 \text{ mm}$$

La longitud de agarre se calcula con la ecuación (2-42),

$$l = e_1 + e_2 + e_a$$

$$l = 6 + 6 + 1.75 \text{ mm}$$

$$l = 13.8 \text{ mm}$$

La longitud comercial del perno se calcula con la ecuación (2-43),

$$L = l + H + 6 \text{ mm}$$

$$L = 13.8 + 5.2 + 6 \text{ mm}$$

$$L = 25 \text{ mm}$$

La longitud total sin rosca dentro del agarre se calcula con la ecuación (2-6),

$$l_d = L - L_T$$

$$l_d = 25 - 18 \text{ mm}$$

$$l_d = 7 \text{ mm}$$

La longitud total roscada dentro del agarre se calcula con la ecuación (2-5),

$$l_t = l - l_d$$

$$l_t = 13.8 - 7 \text{ mm}$$

$$l_t = 6.8 \text{ mm}$$

El área de la parte sin rosca se calcula con la ecuación (2-7),

$$A_d = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$A_d = \frac{\pi(6)^2}{4} \text{ mm}^2$$

$$A_d = 28.274 \text{ mm}^2$$

El área de la parte roscada se obtiene del ANEXO I para un perno de rosca métrica M6 de clase 8.8.

$$A_t = 20.123 \text{ mm}^2$$

La rigidez efectiva estimada del perno en la zona de sujeción se calcula con la ecuación (2-16),

$$k_b = \frac{A_d A_t E}{A_t l_d + A_d l_t}$$



$$k_b = \frac{28.274 * 20.123 * 207000 \text{ mm}^2 \text{MPa}}{20.12 * 7 + 28.274 * 6.8 \text{ mm}^3}$$

$$k_b = 383310.57 \frac{N}{\text{mm}}$$

Para calcular la rigidez de cada tronco de cono se debe utilizar la ecuación (2-21), utilizando los diámetros y espesores mostrados en el ítem 2.3.2.3.

Para el tronco 1 se tiene:  $t_1 = e_1 = 6 \text{ mm}$ ,  $D_1 = 1.5d + 2 \text{ mm} = 1.5(6) + 2 = 11 \text{ mm}$  y  $E = 207 \times 10^3 \text{ MPa}$ , reemplazando estos valores en la ecuación (2-21) se obtiene:

$$k = \frac{0.5774\pi Ed}{\ln \frac{(1.155t + D - d)(D + d)}{(1.155t + D + d)(D - d)}}$$

$$k = \frac{0.5774\pi(207000)(6)}{\ln \frac{(1.155 * 6 + 11 - 6)(11 + 6)}{(1.155 * 6 + 11 + 6)(11 - 6)}}$$

$$k_1 = 4269354.03 \frac{N}{\text{mm}}$$

Para el tronco 2 se tiene:  $t_2 = l/2 - e_1 = 13.75/2 - 6 = 0.875 \text{ mm}$ ,  $D_2 = D_1 + 2 * e_1 * \tan \alpha = 11 + 2(6) \tan(30^\circ) = 17.93 \text{ mm}$  y  $E = 79.3 \times 10^3 \text{ MPa}$ , reemplazando estos valores en la ecuación (2-21) se obtiene:

$$k = \frac{0.5774\pi(79300)(6)}{\ln \frac{(1.155 * 0.875 + 17.93 - 6)(17.93 + 6)}{(1.155 * 0.875 + 17.93 + 6)(17.93 - 6)}}$$

$$k_2 = 21599301.08 \frac{N}{\text{mm}}$$

Para el tronco 3 se tiene:  $t_3 = l/2 - e_a = 13.8/2 - 1.75 = 5.15 \text{ mm}$ ,  $D_3 = D_4 + 2 * t_4 * \tan \alpha = 11 + 2(1.75) \tan(30^\circ) = 13.021 \text{ mm}$  y  $E = 79.3 \times 10^3 \text{ MPa}$ , reemplazando estos valores en la ecuación (2-21) se obtiene:

$$k = \frac{0.5774\pi(79300)(6)}{\ln \frac{(1.155 * 5.15 + 13.021 - 6)(13.021 + 6)}{(1.155 * 5.15 + 13.021 + 6)(13.021 - 6)}}$$

$$k_3 = 2871531.35 \frac{N}{\text{mm}}$$

Para el tronco 4 se tiene:  $t_4 = e_a = 1.75 \text{ mm}$ ,  $D_4 = 1.5d + 2 \text{ mm} = 1.5(6) + 2 = 11 \text{ mm}$  y  $E = 207 \times 10^3 \text{ MPa}$ , reemplazando estos valores en la ecuación (2-21) se obtiene:

$$k = \frac{0.5774\pi(207000)(6)}{\ln \frac{(1.155 * 1.75 + 11 - 6)(11 + 6)}{(1.155 * 1.75 + 11 + 6)(11 - 6)}}$$

$$k_4 = 5796753.34 \frac{N}{mm}$$

La rigidez total estimada de las piezas se calcula reemplazando todas las rigideces en la ecuación (2-17),

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_i}$$

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{4269354.03} + \frac{1}{21599301.08} + \frac{1}{2871531.35} + \frac{1}{5796753.34}$$

$$k_m = 915884.21 \frac{N}{mm}$$

La constante de rigidez de la junta empernada se calcula con la ecuación (2-26),

$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m}$$

$$C = \frac{383310.57}{383310.57 + 915884.21}$$

$$C = 0.235$$

Para calcular el factor de seguridad se debe calcular el valor de la precarga  $F_i$  con las siguientes ecuaciones:

$$F_i = 0.75F_p$$

$$F_p = A_t S_p$$

Para un perno hexagonal de rosca métrica M6 de clase 8.8 se tiene un factor de resistencia de prueba  $S_p = 600 \text{ MPa}$  (ANEXO V).

$$F_p = (20.123)(600) \text{ N}$$

$$F_p = 12072 \text{ N}$$

$$F_i = 0.75(12072) \text{ N}$$

$$F_i = 9055.4 \text{ N}$$

El factor de seguridad se debe despejar de la ecuación (2-41) dando como resultado lo siguiente:

$$n = \frac{1 - \frac{F_i}{A_t S_{ult}}}{\frac{C(P_{m\acute{a}x} - P_{m\acute{i}n})}{2A_t S_e} + \frac{C(P_{m\acute{a}x} + P_{m\acute{i}n})}{2A_t S_{ult}}}$$

Al remplazar  $S_{ut} = 830 \text{ MPa}$  (ANEXO V) y  $S_e = 129 \text{ MPa}$  (ANEXO X) se obtiene el factor de seguridad.

$$n = \frac{1 - \frac{9055.4 \text{ N}}{(20.12 \text{ mm}^2)(830 \text{ MPa})}}{\frac{0.235(6000 - 0)}{2(20.12 \text{ mm}^2)(129 \text{ MPa})} + \frac{0.235(6000 - 0)}{2(20.12 \text{ mm}^2)(830 \text{ MPa})}}$$

$$n = 1.46$$

Tabla 2.12 Propiedades geométricas, mecánicas y funcionales del perno en una junta empernada sin empaque y con cuello trabajando a fatiga, alternativa 3

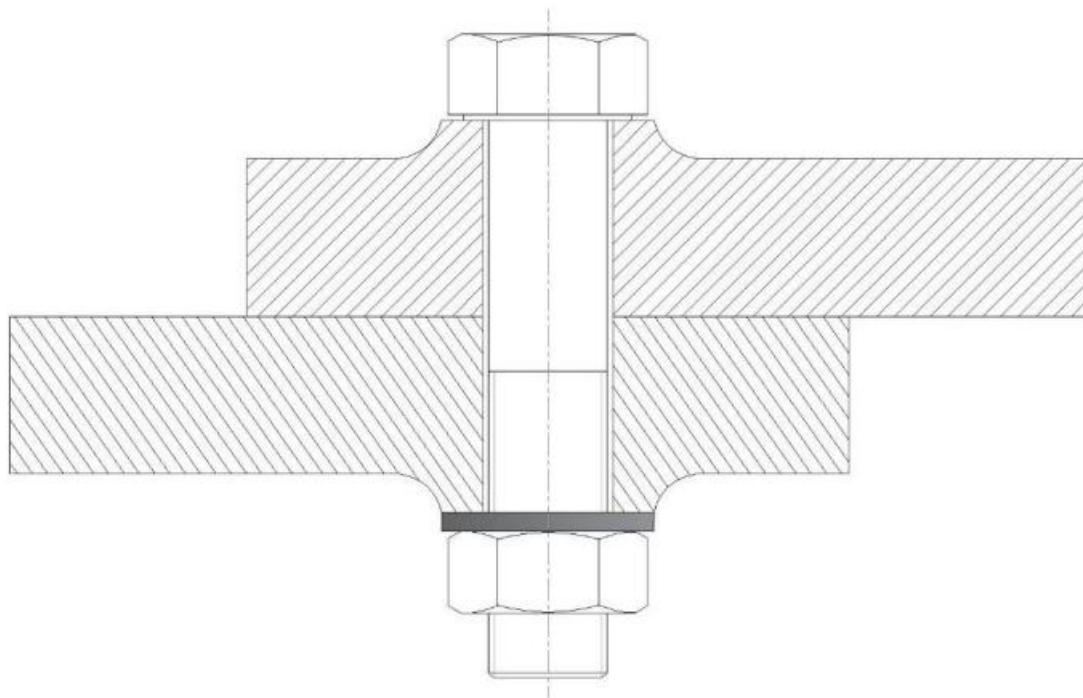
	Concepto	Simbolo	Cantidad	Unidad	Ecuacion-fuente (Shigley, 2018)	
Geometría	Diametro	d	6.00	[mm]	diametro del perno d=3/8	
	Espesor 1	e <sub>1</sub>	6.00	[mm]	dato inicial	
	Espesor empaque	e <sub>e</sub>	0.00	[mm]	no hay empaque	
	Espesor 2	e <sub>2</sub>	6.00	[mm]	dato inicial	
	Espesor Arandela	e <sub>a</sub>	1.75	[mm]	espesor arandela 6R A-31, p 1046	
	Altura tuerca	H	5.20	[mm]	altura de tuerca hexagonal regular A-31, p 1046	
	Agarre	l	13.75	[mm]	$l = e_1 + e_e + e_2 + \dots + e_n$	
	Mitad del agarre	l/2	6.88	[mm]	l/2	
	Longitud calculada	L	24.95	[mm]	$L = l + H + 6mm$	
	Longitud comercial	L	28.00	[mm]	L= 22 , A-17 p 1026 comercial	
	Longitud de rosca total	L <sub>t</sub>	18.00	[mm]	Longitud roscada pg 470 LT=2d+6mm	
	Longitud no roscada	l <sub>d</sub>	10.00	[mm]	$l_d = L - L_T$	
	Longitud rosca	l <sub>r</sub>	3.75	[mm]	longitud parte roscada	
	Area no roscada	A <sub>d</sub>	28.27	[mm]	$A_d = \pi d^2 / 4$	
	Area roscada	A <sub>t</sub>	20.12	[mm]	T 8-2, p 407 At=20.123	
Materiales	Métrico 8.8 rosca gruesa	S <sub>ut</sub>	830	[MPa]	Metrico 8.8	
		S <sub>yt</sub>	660	[MPa]	T 8-9, p 426	
		S <sub>p</sub>	600	[MPa]	T 8-9, p 426	
		S <sub>e</sub>	129	[MPa]	T 8-9, p 428	
	Modulo de Young	E <sub>b</sub>	207000	[MPa]	Eb del acero	
Perno	Constante de perno	k <sub>b</sub>	383310.57	[N/mm]	$k_b = \frac{A_d A_t E}{A_d l_t + A_t l_d}$	
	% de distribucion de carga	C	0.235	[ ]	$C = \frac{k_b}{k_b + k_m}$	
	Factor de uso	ξ	0.75	[ ]	E 8-31, p 435	
	Carga maxima	P <sub>max</sub>	6000	[N]	dato inicial	
	Carga minima	P <sub>min</sub>	0	[N]	dato inicial	
	Precarga	F <sub>i</sub>	9055.35	[N]	F <sub>i</sub> =ξ*S <sub>p</sub> *A <sub>t</sub>	
	Fuerza max. Perno	F <sub>bmax</sub>	10465.17535	[N]	F <sub>bmax</sub> =F <sub>i</sub> +C*P <sub>max</sub>	
	Fuerza min. Perno	F <sub>bmin</sub>	9055.35	[N]	F <sub>bmin</sub> =F <sub>i</sub> +C*P <sub>min</sub>	
	Fuerza media	F <sub>m</sub>	9760.262677	[N]	F <sub>m</sub> =F <sub>i</sub> +(C/2)*(P <sub>min</sub> +P <sub>max</sub> )	
	Fuerza ampl. Perno	F <sub>a</sub>	704.9126774	[N]	F <sub>a</sub> =C/2*(P <sub>max</sub> -P <sub>min</sub> )	
	Esfuerzo inicial	σ <sub>i</sub>	450	[MPa]	σ <sub>i</sub> =F <sub>i</sub> *A <sub>t</sub>	
	Esfuerzo amplitud	σ <sub>a</sub>	35.03	[MPa]	σ <sub>a</sub> =(C/(2A <sub>t</sub> ))(P <sub>max</sub> -P <sub>min</sub> )	
	Esfuerzo medio	σ <sub>m</sub>	485.03	[MPa]	σ <sub>m</sub> =(σ <sub>i</sub> +σ <sub>a</sub> )	
	Funcional	Pendiente de recta	r	1	[ ]	$r = \frac{P_{max} - P_{min}}{P_{max} + P_{min}}$
		n, Goodman	n	1.46	[ ]	$n = \frac{1 - \frac{F_i}{A_t S_{ut}}}{\frac{C(P_{max} - P_{min})}{2A_t S_e} + \frac{C(P_{max} + P_{min})}{2A_t S_{ut}}}$
n, Sodemberg		n	0.98	[ ]	$n = \frac{S_e(S_{ut} - \sigma_i)}{\sigma_a(S_y + \frac{S_e}{r})} \quad n = \frac{1 - \frac{\sigma_i}{S_{ut}}}{\frac{C}{2A_t} \left( \frac{P_{max} - P_{min}}{S_e} + \frac{P_{max} + P_{min}}{S_{yt}} \right)}$	
n, ASTM; A <sub>t</sub> =20.12		n	2.2	[ ]	$A_t = \sqrt{\left( \frac{nC}{2S_e} (P_{max} - P_{min}) \right)^2 + \left( \frac{F_i}{S_{yt}} + \frac{nC}{2S_{yt}} (P_{max} + P_{min}) \right)^2}$	

Tabla 2.13 Propiedades geométricas, mecánicas y funcionales de las piezas en una junta empernada sin empaque y con cuello trabajando a fatiga, alternativa 3.

		Concepto	Simbolo	Cantidad	Unidad	Ecuacion-fuente (Shigley, 2018)
Piezas	Geometría	Angulo de cono	$\alpha$	30.00	Grados	0.5236
		Espesor de cono	$t_1$	6.00	[mm]	$t_1=e_1$
		Diametro de cono	$D_1$	11.00	[mm]	$D_1=1.5*d+2$
		Espesor cono 5	$t_5$	0.00	[mm]	$T_5=e_e$
		Diametro cono 5	$D_5$	17.93	[mm]	$D_5=D_1*2*t_1*\tan(\alpha)$
		Espesor cono 2	$t_2$	0.87	[mm]	$t_2=(l/2)-(t_1+t_5)$
		Diametro cono 2	$D_2$	17.93	[mm]	$D_2=D_1+2(t_1+t_5)\tan(\alpha)$
		Espesor cono 3	$t_3$	4.25	[mm]	$t_3=l/2-t_2-t_4$
		Diametro cono 3	$D_3$	13.02	[mm]	$D_3=1.5*d+2*t_4*\tan(\alpha)$
		Espesor cono 4	$t_4$	1.75	[mm]	$t_4=e_e$
	Diametro cono 4	$D_4$	9.00	[mm]	$D_4=1.5*d$	
	Materiales	E pieza 1	$E_1$	207000	[MPa]	E1 del acero
		E empaque	$E_e$	3.8	[MPa]	Ee del empaque de caucho
		E pieza 2	$E_2$	79300	[MPa]	E2 ASTM 25
		E arandela	$E_a$	207000	[MPa]	Ea acero
	Funcional	Constante elastica 1	$k_1$	4269354.03	[N/mm]	k1 acero
		Constante elastica 5	$k_5$	85169422.50	[N/mm]	k5 tiende al infinito
		Constante elastica 2	$k_2$	21599301.08	[N/mm]	k2 ASTM 25 sin empaque
		Constante elastica 3	$k_3$	2871531.35	[N/mm]	k3 ASTM 26
		Constante elastica 4	$k_4$	5796753.34	[N/mm]	K4 acero
Constante elastica pieza		$k_m$	1248000.29	[N/mm]	$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_i}$	

## 2.5 Diseño aceptado de la junta empernada

En base a la evaluación y análisis realizado a cada diseño de junta empernada se logró identificar que la alternativa 1 es un diseño deficiente ya que contiene un empaque dentro de la zona de compresión el mismo que ablanda la junta dando así valores de constante de distribución  $C = 0.30$  y un factor de seguridad  $n = 1.02$ , por otra parte en la alternativa 2 se mejoró la distribución de carga ya que se eliminó el empaque dando como resultado una constante de distribución pero el hecho de eliminar la arandela hizo que nos diera como resultado valores más cercanos a la alternativa numero 1  $C = 0.30$  y un factor de seguridad  $n = 1.02$ . La alternativa 3 es la mejor ya que no contiene empaque dentro de la zona de compresión y se incrementó el área de compresión mediante un desbaste en las piezas para generar una ceja en cada extremo, lo cual indica que es el mejor diseño con parámetros ideales que hacen que la junta empernada trabaje bajo condiciones de cargas variables en el tiempo en un rango establecido, con una distribución de carga óptima. Al tener una constante de rigidez  $C = 0.21$ , significa que la mayor parte de la carga externa se dirige a las piezas y el perno recibe la menor carga con un factor de seguridad  $n = 1.67$ . El diseño aceptado de la junta empernada se muestra en la figura 2.18



**Fig. 2.20.** Diseño aceptado de junta empernada, alternativa 3. [13]

Las especificaciones técnicas de la junta empernada mostrada en la figura (2-18) se muestran en la siguiente tabla 2.8:

Tabla 2.14. Especificaciones técnicas de la junta empernada aceptada.

Elemento	Material	Tipo	Dimensiones [mm]
Perno	Acero De Clase 8,8	M6x1mm Serie De Paso Grueso	D = 6
Pieza 1	Acero	A36	6
Pieza 2	Fundición	ASTM 25	6
Arandela	Acero	6R	1,75
Tuerca	Acero	Hexagonal Regular	5,2
	Diámetro De Cuello De Ceja		D = 1.5 D + 2

## 2.6 Simulación de juntas empernadas

Para la simulación se va a utilizar el software de Microsoft Excel para emplear los modelos matemáticos que se han consultado mediante el ingreso de fórmulas, dividiendo las mismas en diferentes tópicos como las propiedades de los materiales, de las piezas, así como distintos datos como propiedades geométricas de los mismos.

Se va a trabajar con diferentes criterios de factor de seguridad como son Goodman o Soderberg. Para esto se planteará el problema según cada caso que vaya a analizarse, la importancia de este apartado es que crear un programa en el cual simplemente ingresando

un dato inicial como en nuestro caso es el diámetro inicial el cálculo será automatizado según las necesidades que se presenten, dándonos con esto los valores más importantes como son el porcentaje de distribución de carga así como el factor de seguridad donde según esta información podemos determinar la alternativa más eficiente para el caso que se está analizando.

Se eligió el programa ya que Excel puede utilizarse para resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones mediante el uso de funciones de búsqueda de objetivos o utilizando métodos numéricos en combinación con iteraciones

### 3 RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 3.1 Resultados

##### 3.1.1 Resultados de la junta empernada con empaque, Alternativa 1

Se muestran los resultados de la primera alternativa en la tabla 3.1

**Tabla 3.1.** Parámetros de diseño de la alternativa 1 de junta empernada

Parámetros de diseño	Valor	Unidad
Longitud total del perno (L)	28	mm
Longitud total de agarre (l)	14.75	mm
Longitud total roscada dentro del agarre (lt)	4.8	mm
Longitud total sin rosca dentro del agarre (ld)	10	mm
Longitud total roscada (LT)	18	mm
Área de la parte roscada (At)	20.123	mm <sup>2</sup>
Área de la parte sin roscar (Ad)	28.274	mm <sup>2</sup>
Rigidez del perno (kb)	351	N/mm
Rigidez de las piezas (km)	856.19	N/mm
Constante de rigidez de la junta (C)	0.29	N/A
Factor de seguridad (n)	10	N/A
Precarga (Fi)	9055.4	N

La distribución de la carga externa cae en el perno y las piezas, se calcula con la ecuación (2-27) y (2-28) respectivamente con una carga externa máxima  $P_{\text{máx}} = 6$  [kN] y la constante de rigidez  $C = 0.3$

$$P_b = CP_{m\acute{a}x}$$

$$P_b = 0.29 * 6 \text{ kN}$$

$$P_b = 1.74 \text{ kN}$$

$$P_m = (1 - C)P_{m\acute{a}x}$$

$$P_m = (1 - 0.3) * 6 \text{ kN}$$

$$P_m = 4.26 \text{ kN}$$

### 3.1.2 Resultados de la junta empernada sin empaque, Alternativa 2

Se muestran los resultados de la primera alternativa en la tabla 3.2

**Tabla 3.2.** Parámetros de diseño de la alternativa 2 de junta empernada

Parámetros de diseño	Valor	Unidad
Longitud total del perno (L)	24.95	mm
Longitud total de agarre (l)	13.75	mm
Longitud total roscada dentro del agarre (lt)	6.8	mm
Longitud total sin rosca dentro del agarre (ld)	6.95	mm
Longitud total roscada (LT)	18	mm
Área de la parte roscada (At)	20.123	mm <sup>2</sup>
Área de la parte sin roscar (Ad)	28.274	mm <sup>2</sup>
Rigidez del perno (kb)	354.62	N/mm
Rigidez de las piezas (km)	915.88	N/mm
Constante de rigidez de la junta (C)	0.28	N/A
Factor de seguridad (n)	1.23	N/A
Precarga (Fi)	9055.4	N

La distribución de la carga externa cae en el perno y las piezas, se calcula con la ecuación (2-27) y (2-28) respectivamente con una carga externa máxima  $P_{m\acute{a}x} = 6 \text{ [kN]}$  y la constante de rigidez  $C = 0.28$

$$P_b = CP_{m\acute{a}x}$$

$$P_b = 0.28 * 6 \text{ kN}$$

$$P_b = 1.68 \text{ kN}$$

$$P_m = (1 - C)P_{m\acute{a}x}$$



$$P_m = (1 - 0.28) * 6 \text{ kN}$$

$$P_m = 4.32 \text{ kN}$$

### 3.1.3 Resultados de la junta empernada sin empaque y con cuello, Alternativa 3

Se muestran los resultados de la primera alternativa en la tabla 3.3

**Tabla 3.3.** Parámetros de diseño de la alternativa 3 de junta empernada

Parámetros de diseño	Valor	Unidad
Longitud total del perno (L)	25	mm
Longitud total de agarre (l)	13.8	mm
Longitud total roscada dentro del agarre (lt)	6.8	mm
Longitud total sin rosca dentro del agarre (ld)	7	mm
Longitud total roscada (LT)	18	mm
Área de la parte roscada (At)	20.123	mm <sup>2</sup>
Área de la parte sin roscar (Ad)	28.274	mm <sup>2</sup>
Rigidez del perno (kb)	355.05	N/mm
Rigidez de las piezas (km)	1370.67	N/mm
Constante de rigidez de la junta (C)	0.21	N/A
Factor de seguridad (n)	1.67	N/A
Precarga (Fi)	9055.4	N

La distribución de la carga externa cae en el perno y las piezas, se calcula con la ecuación (2-27) y (2-28) respectivamente con una carga externa máxima  $P_{m\acute{a}x} = 6 \text{ [kN]}$  y la constante de rigidez  $C = 0.21$

$$P_b = CP_{m\acute{a}x}$$

$$P_b = 0.21 * 6 \text{ kN}$$

$$P_b = 1.26 \text{ kN}$$

$$P_m = (1 - C)P_{m\acute{a}x}$$

$$P_m = (1 - 0.21) * 6 \text{ kN}$$

$$P_m = 4.74 \text{ kN}$$

Donde:

$P_b$ : Carga externa que absorbe el perno.

$P_m$ : Carga externa que absorben las piezas.

$C$ : Constante de rigidez de la junta empernada.

$P_{m\acute{a}x}$ : Carga externa de tracci3n variable.

### 3.2 Discusi3n

En los tres dise1os presentados se encuentran valores bastante similares respecto a los parámetros de dise1o que el cambio de las especificaciones en más bien pequeño, pero a la vez es lo suficientemente importante como para cambiar la relaci3n de distribuci3n de la carga, así como el factor de seguridad lo cual es lo que nos va a determinar si la junta empernada va a funcionar de una manera adecuada.

Una vez realizados los respectivos cálculos y comparándolos unos con otros se llega a la conclusi3n de que la mejor opci3n es la alternativa número tres con unos valores calculados de  $C = 0.21$  y  $n = 1.67$ , los mismos que son ideales según las recomendaciones de Shigley. Se debe considerar además que se trabajara con cargas variables que van desde un rango de  $P_{min} = 0 \text{ KN}$  hasta  $P_{m\acute{a}x} = 6 \text{ KN}$ .

Con un valor de una constante de rigidez bajo se tiene que la distribuci3n de carga externa es óptima ya que se absorbe en las piezas gracias a que presentan más rigidez en su material, longitud del perno y el área de compresi3n ya que se tiene un aumento de 2 mm, además de la eliminaci3n del empaque.

Con el valor del factor de seguridad alto es óptimo para el trabajo para condiciones de carga externa variable lo cual es lo que se buscaba con este trabajo.

Finalmente, se pudo evidenciar que en el dise1o aceptado se mejor3 la distribuci3n de la carga en la junta empernada ya que se obtuvo un valor de carga externa que va hacia el perno de 1.26 KN mientras que la carga externa que va hacia las piezas es de 4.74 KN.

### 3.1 Conclusiones

Se logró identificar los parámetros más relevantes para este proyecto que fueron de carácter geométrico entre los cuales se encuentran el diámetro del perno, longitud, área roscada, espesor de piezas entre otros, otros parámetros son los funcionales como la carga externa, precarga, esfuerzos, constantes de rigidez, etc., y por ultimo son los parámetros

del material que son la rigidez de perno y piezas, módulos de Young, entre otros. Con estos datos se puede llegar a comparar las diferentes propiedades que nos ofrece cada alternativa

Se encontró que las características de las diferentes alternativas de juntas empernadas las variaciones de cada una de las configuraciones dan una variación de la distribución de carga en la junta empernada

Se logró, mediante el análisis de los parámetros de diseño de juntas empernadas, determinar las ecuaciones matemáticas que permiten el dimensionamiento de los parámetros más relevantes de la junta. Las ecuaciones más relevantes son acerca de la constante de rigidez de la junta y el factor de seguridad.

Se logró, mediante la simulación en Excel, crear un programa en el cual se puede evaluar los modelos matemáticos previamente consultados, esto haciendo que los cálculos de los parámetros previamente nombrados sean evaluados de una manera más sencilla simplemente con el ingreso de un dato que en este caso es el diámetro

Se constató que efectivamente la presencia de un empaque es bastante perjudicial para la aplicación de cargas a fatiga en la junta empernada ya que de todas las alternativas nos dio un factor de seguridad bastante inferior lo que indicaba que la junta en si no serviría para este tipo de aplicación.

### **3.2 Recomendaciones**

Realizar un estudio de juntas empernadas a fondo para familiarizarse con todos los elementos que conforman la misma, así como los diferentes parámetros y modelos matemáticos que pueden llegar a ser evaluados.

Hay que tener presente la presencia de una prueba mínima que presentan los pernos para estimar un valor de precarga para con esto no sobrepasar los límites al momento de aplicar una carga externa

El diseño final debe trabajar bajo cargas externas variables, gracias a esto los materiales usados deben tener un módulo de Young bastante alto para con esto aspirar una alta vida útil

## 4 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] R. G. Budynas, Diseño en Ingeniería Mecánica de Shingley, New York: McGraw-Hill, 2015.
- [2] E. Guadalupe, «Diseño de la estructura metálica de un taller automotriz desmontable para la planta de mantenimiento del bloque 15 petroamazonas,» Escuela Politécnica Nacional, Quito, 2013.
- [3] R. Norton, Design of machinery, New York: McGraw-Hill, 2020.
- [4] J. Escacena, «La fatiga,» Universidad de Sevilla, Sevilla.
- [5] R. Avilés, Análisis de Fatiga en Máquinas, Thomson, 2005.
- [6] J. C. Alvarado, Estudio de las conexiones emperradas para el, Piura, 2014.
- [7] L. Velarde, «Juntas emperradas de acero,» 2018. [En línea]. Available: <https://es.scribd.com/presentation/384615954/Juntas-Emperradas#>.
- [8] Liceos U de Santiago, «Pernos, roscas, tornillos, dureza.,» Universidad Santiago de Chile, Santiago de Chile.
- [9] S. Pusda, «Juntas emperradas a tracción,» 2018.
- [10] C. Riba, Diseño concurrente, Primera ed. Barcelona, 2002.
- [11] A. Zam, «Dreamstime,» Dreamstime, 2000-2024. [En línea]. Available: <https://es.dreamstime.com/ilustración-conjunta-con-bloqueo-conexión-en-negrita-de-la-productos-metálicos-image269520524>.
- [12] D. Quesada, «Método simplificado para el cálculo del factor de,» Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica, 2016.
- [13] J. Portilla, «Diseño de una junta emperrada a fatiga,» EPN, Quito, Ecuador, 2023.
- [14] K. Chinin, «Juntas atornilladas y sus aplicaciones en uniones sometidas a cargas externas,» 2015.
- [15] B. R. Hunt, A Guide to MATLAB for Beginners and Experienced Users, New York: Cambridge University Press, 2001.
- [16] D. B. Marghitu, Mechanisms and Robots Analysis with MATLAB, Londres: Springer-Verlag, 2009.
- [17] R. Juvinall, Fundamentals of Machine Component Design, New York: Wiley, 2017.

## 5 ANEXOS

ANEXO I. Diámetros y áreas de roscas métricas de paso grueso y fino según Shigley 8va edición.

Diámetro mayor nominal $d$ , mm	Serie de paso grueso			Serie de paso fino		
	Paso $p$ , mm	Área de esfuerzo de tensión $A_t$ , mm <sup>2</sup>	Área del diámetro menor $A_r$ , mm <sup>2</sup>	Paso $p$ , mm	Área de esfuerzo de tensión $A_t$ , mm <sup>2</sup>	Área del diámetro menor $A_r$ , mm <sup>2</sup>
1.6	0.35	1.27	1.07			
2	0.40	2.07	1.79			
2.5	0.45	3.39	2.98			
3	0.5	5.03	4.47			
3.5	0.6	6.78	6.00			
4	0.7	8.78	7.75			
5	0.8	14.2	12.7			
6	1	20.1	17.9			
8	1.25	36.6	32.8	1	39.2	36.0
10	1.5	58.0	52.3	1.25	61.2	56.3
12	1.75	84.3	76.3	1.25	92.1	86.0
14	2	115	104	1.5	125	116
16	2	157	144	1.5	167	157
20	2.5	245	225	1.5	272	259
24	3	353	324	2	384	365
30	3.5	561	519	2	621	596
36	4	817	759	2	915	884
42	4.5	1 120	1 050	2	1 260	1 230
48	5	1 470	1 380	2	1 670	1 630
56	5.5	2 030	1 910	2	2 300	2 250
64	6	2 680	2 520	2	3 030	2 980
72	6	3 460	3 280	2	3 860	3 800
80	6	4 340	4 140	1.5	4 850	4 800
90	6	5 590	5 360	2	6 100	6 020
100	6	6 990	6 740	2	7 560	7 470
110				2	9 180	9 080









\*Las ecuaciones y los datos utilizados para elaborar esta tabla se obtuvieron de la norma ANSI B1.1-1974 y B18.3.1-1978. El diámetro menor se determinó mediante la ecuación  $d_r = d - 1.226869p$ , y el diámetro de paso a partir de  $d_p = d - 0.649519p$ . La media del diámetro de paso y el diámetro menor se usaron para calcular el área de esfuerzo de tensión.

ANEXO II. Diámetros y áreas de roscas unificadas de tornillo UNC y UNF\* según Shigley 8va edición.










Designación de tamaño	Diámetro nominal pulg	Serie gruesa-UNC			Serie fina-UNF		
		Roscas por pulgada, N	Área de esfuerzo de tensión $A_t$ , pulg <sup>2</sup>	Área del diámetro menor $A_r$ , pulg <sup>2</sup>	Roscas por pulgada, N	Área de esfuerzo de tensión $A_t$ , pulg <sup>2</sup>	Área del diámetro menor $A_r$ , pulg <sup>2</sup>
0	0.0600				80	0.001 80	0.001 51
1	0.0730	64	0.002 63	0.002 18	72	0.002 78	0.002 37
2	0.0860	56	0.003 70	0.003 10	64	0.003 94	0.003 39
3	0.0990	48	0.004 87	0.004 06	56	0.005 23	0.004 51
4	0.1120	40	0.006 04	0.004 96	48	0.006 61	0.005 66
5	0.1250	40	0.007 96	0.006 72	44	0.008 80	0.007 16
6	0.1380	32	0.009 09	0.007 45	40	0.010 15	0.008 74
8	0.1640	32	0.014 0	0.011 96	36	0.014 74	0.012 85
10	0.1900	24	0.017 5	0.014 50	32	0.020 0	0.017 5
12	0.2160	24	0.024 2	0.020 6	28	0.025 8	0.022 6
14	0.2500	20	0.031 8	0.026 9	28	0.036 4	0.032 6
16	0.3125	18	0.052 4	0.045 4	24	0.058 0	0.052 4
18	0.3750	16	0.077 5	0.067 8	24	0.087 8	0.080 9
20	0.4375	14	0.106 3	0.093 3	20	0.118 7	0.109 0
22	0.5000	13	0.141 9	0.125 7	20	0.159 9	0.148 6
24	0.5625	12	0.182	0.162	18	0.203	0.189
27	0.6250	11	0.226	0.202	18	0.256	0.240
30	0.7500	10	0.334	0.302	16	0.373	0.351
36	0.8750	9	0.462	0.419	14	0.509	0.480
44	1.0000	8	0.606	0.551	12	0.663	0.625
1 1/2	1.2500	7	0.969	0.890	12	1.073	1.024
1 1/2	1.5000	6	1.405	1.294	12	1.581	1.521

\*Esta tabla se compiló de la norma ANSI B1.1-1974. El diámetro menor se determinó mediante la ecuación  $d_1 = d - 1.299 038p$  y el diámetro de paso o partir de  $d_2 = d - 0.649 519p$ . Para calcular el área de esfuerzo de tensión se usaron la media del diámetro de paso y el diámetro menor.

Anexo III. Especificaciones SAE para pernos de acero según Shigley 8va edición.








Grado SAE núm.	Intervalo de tamaños, inclusive, pulg	Resistencia de prueba mínima,* kpsi	Resistencia mínima a la tensión,* kpsi	Resistencia mínima a la fluencia,* kpsi	Material	Marca en la cabeza
1	$\frac{1}{4}$ - $1\frac{1}{2}$	33	60	36	Acero de bajo o medio carbono	
2	$\frac{1}{4}$ - $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{8}$ - $1\frac{1}{2}$	55	74	57	Acero de bajo o medio carbono	
		33	60	36		
4	$\frac{1}{4}$ - $1\frac{1}{2}$	65	115	100	Acero de medio carbono, estirado en frío	
5	$\frac{1}{4}$ -1 $1\frac{1}{8}$ - $1\frac{1}{2}$	85	120	92	Acero de medio carbono, T y R	
		74	105	81		
5.2	$\frac{1}{4}$ -1	85	120	92	Acero martensítico de bajo carbono, T y R	
7	$\frac{1}{4}$ - $1\frac{1}{2}$	105	133	115	Acero de aleación de medio carbono, T y R	
8	$\frac{1}{4}$ - $1\frac{1}{2}$	120	150	130	Acero de aleación de medio carbono T y R	
8.2	$\frac{1}{4}$ -1	120	150	130	Acero martensítico de bajo carbono, T y R	

Anexo IV. Especificaciones ASTM para pernos de acero según Shigley 8va edición.

Designación ASTM núm.	Intervalo de tamaños, inclusive, pulg	Resistencia de prueba mínima,* kpsi	Resistencia mínima a la tensión,* kpsi	Resistencia mínima a la fluencia,* kpsi	Material	Marca en la cabeza
A307	$\frac{1}{4}$ - $1\frac{1}{2}$	33	60	36	Acero de bajo carbono	
A325, tipo 1	$\frac{1}{2}$ -1 $1\frac{1}{8}$ - $1\frac{1}{2}$	85 74	120 105	92 81	Acero de medio carbono, T y R	
A325, tipo 2	$\frac{1}{2}$ -1 $1\frac{1}{8}$ - $1\frac{1}{2}$	85 74	120 105	92 81	Acero martensítico de bajo carbono, T y R	
A325, tipo 3	$\frac{1}{2}$ -1 $1\frac{1}{8}$ - $1\frac{1}{2}$	85 74	120 105	92 81	Acero no temperizado, T y R	
A354, grado BC	$\frac{1}{4}$ - $2\frac{1}{2}$ $2\frac{3}{4}$ -4	105 95	125 115	109 99	Acero aleado, T y R	
A354, grado BD	$\frac{1}{4}$ -4	120	150	130	Acero aleado, T y R	
A449	$\frac{1}{4}$ -1 $1\frac{1}{8}$ - $1\frac{1}{2}$ $1\frac{3}{4}$ -3	85 74 55	120 105 90	92 81 58	Acero de medio carbono, T y R	
A490, tipo 1	$\frac{1}{2}$ - $1\frac{1}{2}$	120	150	130	Acero aleado, T y R	
A490, tipo 3	$\frac{1}{2}$ - $1\frac{1}{2}$	120	150	130	Acero no temperizado, T y R	



Anexo V. Clases métricas para pernos, tornillos y birlos de acero según Shigley 8va edición.

Clase de propiedad	Intervalo de tamaños, inclusive	Resistencia de prueba mínima, <sup>†</sup> MPa	Resistencia mínima a la tensión, <sup>†</sup> MPa	Resistencia mínima a la fluencia, <sup>†</sup> MPa	Material	Marca en la cabeza
4.6	M5-M36	225	400	240	Acero de bajo o medio carbono	
4.8	M1.6-M16	310	420	340	Acero de bajo o medio carbono	
5.8	M5-M24	380	520	420	Acero de bajo o medio carbono	
8.8	M16-M36	600	830	660	Acero de medio carbono, T y R	
9.8	M1.6-M16	650	900	720	Acero de medio carbono, T y R	
10.9	M5-M36	830	1 040	940	Acero martensítico de bajo carbono, T y R	
12.9	M1.6-M36	970	1 220	1 100	Acero aleado, T y R	

Anexo VI. Dimensiones de tuercas hexagonales según Shigley 8va edición.

Tamaño nominal, pulg	Altura H			
	Ancho W	Hexagonal regular	Gruesa o ranurada	Contra-tuerca
$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{7}{32}$	$\frac{9}{32}$	$\frac{5}{32}$
$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{17}{64}$	$\frac{21}{64}$	$\frac{3}{16}$
$\frac{3}{8}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{21}{64}$	$\frac{13}{32}$	$\frac{7}{32}$
$\frac{7}{16}$	$\frac{11}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{29}{64}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{5}{16}$
$\frac{9}{16}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{31}{64}$	$\frac{39}{64}$	$\frac{5}{16}$
$\frac{5}{8}$	$\frac{15}{16}$	$\frac{35}{64}$	$\frac{23}{32}$	$\frac{3}{8}$
$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{8}$	$\frac{41}{64}$	$\frac{13}{16}$	$\frac{27}{64}$
$\frac{7}{8}$	$1\frac{5}{16}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{29}{32}$	$\frac{31}{64}$
1	$1\frac{1}{2}$	$\frac{55}{64}$	1	$\frac{35}{64}$
$1\frac{1}{8}$	$1\frac{11}{16}$	$\frac{31}{32}$	$1\frac{5}{32}$	$\frac{39}{64}$
$1\frac{1}{4}$	$1\frac{7}{8}$	$1\frac{1}{16}$	$1\frac{1}{4}$	$\frac{23}{32}$
$1\frac{3}{8}$	$2\frac{1}{16}$	$1\frac{11}{64}$	$1\frac{3}{8}$	$\frac{25}{32}$
$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	$1\frac{9}{32}$	$1\frac{1}{2}$	$\frac{27}{32}$

Tamaño nominal, mm				
M5	8	4.7	5.1	2.7
M6	10	5.2	5.7	3.2
M8	13	6.8	7.5	4.0
M10	16	8.4	9.3	5.0
M12	18	10.8	12.0	6.0
M14	21	12.8	14.1	7.0
M16	24	14.8	16.4	8.0
M20	30	18.0	20.3	10.0
M24	36	21.5	23.9	12.0
M30	46	25.6	28.6	15.0
M36	55	31.0	34.7	18.0

Anexo VII. Dimensiones en pulgadas de arandelas simples estándar americano según Shigley 8va edición.

Tamaño del sujetador	Tamaño de la arandela	Diámetro		Espesor
		DI	DE	
#6	0.138	0.156	0.375	0.049
#8	0.164	0.188	0.438	0.049
#10	0.190	0.219	0.500	0.049
#12	0.216	0.250	0.562	0.065
$\frac{1}{4}$ N	0.250	0.281	0.625	0.065
$\frac{1}{4}$ W	0.250	0.312	0.734	0.065
$\frac{5}{16}$ N	0.312	0.344	0.688	0.065
$\frac{5}{16}$ W	0.312	0.375	0.875	0.083
$\frac{3}{8}$ N	0.375	0.406	0.812	0.065
$\frac{3}{8}$ W	0.375	0.438	1.000	0.083
$\frac{7}{16}$ N	0.438	0.469	0.922	0.065
$\frac{7}{16}$ W	0.438	0.500	1.250	0.083
$\frac{1}{2}$ N	0.500	0.531	1.062	0.095
$\frac{1}{2}$ W	0.500	0.562	1.375	0.109
$\frac{9}{16}$ N	0.562	0.594	1.156	0.095
$\frac{9}{16}$ W	0.562	0.625	1.469	0.109
$\frac{5}{8}$ N	0.625	0.656	1.312	0.095
$\frac{5}{8}$ W	0.625	0.688	1.750	0.134
$\frac{3}{4}$ N	0.750	0.812	1.469	0.134
$\frac{3}{4}$ W	0.750	0.812	2.000	0.148
$\frac{7}{8}$ N	0.875	0.938	1.750	0.134
$\frac{7}{8}$ W	0.875	0.938	2.250	0.165
1 N	1.000	1.062	2.000	0.134
1 W	1.000	1.062	2.500	0.165
$1\frac{1}{8}$ N	1.125	1.250	2.250	0.134
$1\frac{1}{8}$ W	1.125	1.250	2.750	0.165
$1\frac{1}{4}$ N	1.250	1.375	2.500	0.165
$1\frac{1}{4}$ W	1.250	1.375	3.000	0.165
$1\frac{3}{4}$ N	1.375	1.500	2.750	0.165
$1\frac{3}{4}$ W	1.375	1.500	3.250	0.180
1 1/2 N	1.500	1.625	3.000	0.165
1 1/2 W	1.500	1.625	3.500	0.180
1 3/4 N	1.625	1.750	3.750	0.180
1 3/4 W	1.750	1.875	4.000	0.180
2 N	1.875	2.000	4.250	0.180
2 W	2.000	2.125	4.500	0.180
$2\frac{1}{4}$ N	2.250	2.375	4.750	0.220
$2\frac{1}{2}$ N	2.500	2.625	5.000	0.238
$2\frac{3}{4}$ N	2.750	2.875	5.250	0.259
3 N	3.000	3.125	5.500	0.284

Anexo VIII. Dimensiones en milímetros de arandelas métricas simples según Shigley 8va edición.

Tamaño de la arandela*	DI mínimo	DE máximo	Espesor máximo	Tamaño de la arandela*	DI mínimo	DE máximo	Espesor máximo
1.6 N	1.95	4.00	0.70	10 N	10.85	20.00	2.30
1.6 R	1.95	5.00	0.70	10 R	10.85	28.00	2.80
1.6 W	1.95	6.00	0.90	10 W	10.85	39.00	3.50
2 N	2.50	5.00	0.90	12 N	13.30	25.40	2.80
2 R	2.50	6.00	0.90	12 R	13.30	34.00	3.50
2 W	2.50	8.00	0.90	12 W	13.30	44.00	3.50
2.5 N	3.00	6.00	0.90	14 N	15.25	28.00	2.80
2.5 R	3.00	8.00	0.90	14 R	15.25	39.00	3.50
2.5 W	3.00	10.00	1.20	14 W	15.25	50.00	4.00
3 N	3.50	7.00	0.90	16 N	17.25	32.00	3.50
3 R	3.50	10.00	1.20	16 R	17.25	44.00	4.00
3 W	3.50	12.00	1.40	16 W	17.25	56.00	4.60
3.5 N	4.00	9.00	1.20	20 N	21.80	39.00	4.00
3.5 R	4.00	10.00	1.40	20 R	21.80	50.00	4.60
3.5 W	4.00	15.00	1.75	20 W	21.80	66.00	5.10
4 N	4.70	10.00	1.20	24 N	25.60	44.00	4.60
4 R	4.70	12.00	1.40	24 R	25.60	56.00	5.10
4 W	4.70	16.00	2.30	24 W	25.60	72.00	5.60
5 N	5.50	11.00	1.40	30 N	32.40	56.00	5.10
5 R	5.50	15.00	1.75	30 R	32.40	72.00	5.60
5 W	5.50	20.00	2.30	30 W	32.40	90.00	6.40
6 N	6.65	13.00	1.75	36 N	38.30	66.00	5.60
6 R	6.65	18.80	1.75	36 R	38.30	90.00	6.40
6 W	6.65	25.40	2.30	36 W	38.30	110.00	8.50
8 N	8.90	18.80	2.30				
8 R	8.90	25.40	2.30				
8 W	8.90	32.00	2.80				

Anexo IX. Constantes físicas de materiales según Shigley 8va edición.

<i>Material</i>	<i>Módulo de elasticidad E</i>		<i>Módulo de rigidez G</i>		<i>Relación de Poisson <math>\nu</math></i>	<i>Peso unitario w</i>		
	<i>Mpsi</i>	<i>GPa</i>	<i>Mpsi</i>	<i>GPa</i>		<i>lb/pulg<sup>3</sup></i>	<i>lb/ft<sup>3</sup></i>	<i>kN/m<sup>3</sup></i>
Aluminio (todas las aleaciones)	10.3	71.0	3.80	26.2	0.334	0.098	169	26.6
Cobro al berilo	18.0	124.0	7.0	48.3	0.285	0.297	513	80.6
Latón	15.4	106.0	5.82	40.1	0.324	0.309	534	83.8
Acero al carbono	30.0	207.0	11.5	79.3	0.292	0.282	487	76.5
Fundición de hierro (gris)	14.5	100.0	6.0	41.4	0.211	0.260	450	70.6
Cobro	17.2	119.0	6.49	44.7	0.326	0.322	556	87.3
Abeto Douglas	1.6	11.0	0.6	4.1	0.33	0.016	28	4.3
Vidrio	6.7	46.2	2.7	18.6	0.245	0.094	162	25.4
Inconel	31.0	214.0	11.0	75.8	0.290	0.307	530	83.3
Plomo	5.3	36.5	1.9	13.1	0.425	0.411	710	111.5
Magnesio	6.5	44.8	2.4	16.5	0.350	0.065	112	17.6
Molibdeno	48.0	331.0	17.0	117.0	0.307	0.368	636	100.0
Metal Monel	26.0	179.0	9.5	65.5	0.320	0.319	551	86.6
Níquel plata	18.5	127.0	7.0	48.3	0.322	0.316	546	85.8
Acero al níquel	30.0	207.0	11.5	79.3	0.291	0.280	484	76.0
Bronce fosforado	16.1	111.0	6.0	41.4	0.349	0.295	510	80.1
Acero inoxidable (18-8)	27.6	190.0	10.6	73.1	0.305	0.280	484	76.0

Anexo X. Resistencias a la fatiga de pernos y tornillos según Shigley 8va edición.

<b>Grado o clase</b>	<b>Intervalo de tamaños</b>	<b>Resistencia a la fatiga</b>
SAE 5	$\frac{1}{4}$ -1 pulg	18.6 kpsi
	$1\frac{1}{8}$ - $1\frac{1}{2}$ pulg	16.3 kpsi
SAE 7	$\frac{1}{4}$ - $1\frac{1}{2}$ pulg	20.6 kpsi
SAE 8	$\frac{1}{4}$ - $1\frac{1}{2}$ pulg	23.2 kpsi
ISO 8.8	M16-M36	129 MPa
ISO 9.8	M1.6-M16	140 MPa
ISO 10.9	M5-M36	162 MPa
ISO 12.9	M1.6-M36	190 MPa