

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y
ELECTRÓNICA**

**MODELOS MATEMÁTICOS DE LA MÁQUINA SINCRÓNICA –
IMPLEMENTACIÓN DIGITAL PARA USO EN HERRAMIENTAS
COMPUTACIONALES**

**IMPLEMENTACIÓN DIGITAL DE MODELOS MATEMÁTICOS DE
MÁQUINA SINCRÓNICA: IEEE ID 2.1 E IEEE ID 1.1 TWO-AXIS
MODEL.**

**TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR PRESENTADO COMO
REQUISITO PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO ELÉCTRICO**

MIGUEL ÁNGEL CHÁVEZ CHÁVEZ

miguel.chavez@epn.edu.ec

DIRECTOR: PhD. HUGO NEPTALÍ ARCOS MARTÍNEZ

hugo.arcos@epn.edu.ec

DMQ, Abril 2024

CERTIFICACIONES

Yo, Miguel Ángel Chávez Chávez declaro que el trabajo de integración curricular aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

MIGUEL ÁNGEL CHÁVEZ CHÁVEZ

Certifico que el presente trabajo de integración curricular fue desarrollado por Miguel Ángel Chávez Chávez, bajo mi supervisión.

PhD. HUGO NEPTALÍ ARCOS MARTÍNEZ
DIRECTOR

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

A través de la presente declaración, afirmamos que el trabajo de integración curricular aquí descrito, así como el (los) producto(s) resultante(s) del mismo, son públicos y estarán a disposición de la comunidad a través del repositorio institucional de la Escuela Politécnica Nacional; sin embargo, la titularidad de los derechos patrimoniales nos corresponde a los autores que hemos contribuido en el desarrollo del presente trabajo; observando para el efecto las disposiciones establecidas por el órgano competente en propiedad intelectual, la normativa interna y demás normas.

MIGUEL ÁNGEL CHÁVEZ CHÁVEZ

HUGO NEPTALÍ ARCOS MARTÍNEZ

DEDICATORIA

A mis padres Jaime y Soledad por ser mi soporte e inspiración para ser mejor cada día.

*A mis abuelas María del Carmen y Nancy por amarme y apoyarme incondicionalmente en
todo lo que necesité.*

A mis abuelos Germán y Jaime por siempre estar pendientes de mi futuro.

A mi tío Xavier por ser mi amigo y siempre estar dispuesto a regalarme un buen consejo.

*A mis tías Tatiana y Evelyn por ser mis referentes e inspirarme a ser la vara más
alta.*

AGRADECIMIENTO

En este punto de mi vida, muchas personas me han brindado su apoyo e inspiración para culminar esta etapa estudiantil la cual me ha llenado de mucho aprendizaje y gratas experiencias.

Quiero agradecer especialmente a mi madre Soledad por ser mi referencia y no permitirme rendirme en las épocas difíciles, por siempre empujarme a conseguir mis objetivos a toda costa, a mi padre Jaime por siempre acompañarme a pesar de todos los problemas, por brindarme todo su amor y ser un vivo ejemplo de superación.

A mis queridos amigos, Kevin y Jonathan por acompañarme en esta travesía desde el día cero, por seguir a mi lado y por creer en mí, a Erick por ser mi primer amigo en la universidad el cual siempre ha demostrado su lealtad y nobleza durante todo este tiempo, a Fabricio, Andrés, Mateo, Sol, Gabriel y Freddy por hacer esta carrera más llevadera gracias a su compañía, a Moisés por haberme ayudado desinteresadamente siempre que necesité ayuda al estudiar.

A mis profesores de diferentes etapas de la carrera Edgar Haro, Esteban Guevara y Mauricio Soria por haber sembrado en mí tanto conocimiento y haberme inspirado con su gusto y pasión por enseñar.

Finalmente, deseo agradecer al Dr. Hugo Arcos por haber brindado su guía y apoyo para culminar este proyecto de la mejor manera posible.

ÍNDICE DE CONTENIDO

CERTIFICACIONES	I
DECLARACIÓN DE AUTORÍA	II
DEDICATORIA	III
AGRADECIMIENTO	IV
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	V
RESUMEN	VII
ABSTRACT	VIII
1 DESCRIPCIÓN DEL COMPONENTE DESARROLLADO	1
1.1 Objetivo general	2
1.2 Objetivos específicos	2
1.3 Alcance	3
1.4 Marco teórico	4
2 METODOLOGÍA.....	40
2.1 Voltaje de la barra infinita y transformada de Park	40
2.2 Implementación del modelo de estados IEEE 2.1 excluyendo el devanado G 41	
2.3 Implementación del modelo de estados IEEE 1.1 excluyendo los efectos subtransitorios de la máquina	46
2.4 Voltajes de eje directo y de eje de cuadratura	47
2.5 Potencia activa y reactiva.....	48
2.6 Voltajes y corrientes en [PU]	49
2.7 Voltaje y corrientes trifásicas en terminales de la máquina	49
2.8 Inicialización de parámetros	50
2.9 Tiempo de simulación	52
2.10 Comparación de resultados entre Matlab y PowerFactory	53
2.11 Programación en Python.....	55
3 RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	56
3.1 Resultados	56
3.2 Conclusiones	67
3.3 Recomendaciones	67
4 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	67
5 ANEXOS	70

5.1	ANEXO I. Sistema Generador-barra infinita implementado en Matlab para el modelo IEEE 2.1	70
5.2	ANEXO II. Diagrama de bloques de las ecuaciones de estado del modelo IEEE 2.1	71
5.3	ANEXO III. Sistema Generador-barra infinita implementado en Matlab para el modelo IEEE 2.1	72
5.4	ANEXO IV. Diagrama de bloques de las ecuaciones de estado del modelo IEEE 1.1	73
5.5	ANEXO V. Código de implementación en Matlab y diagrama de bloques en Simulink del modelo IEEE 2.1 (Anexo digital)	74
5.6	ANEXO VI. Código de implementación en Matlab y diagrama de bloques en Simulink del modelo IEEE 1.1 (Anexo digital)	74
5.7	ANEXO VII. Código de implementación en Python del modelo IEEE 2.1 (Anexo digital).....	74
5.8	ANEXO VIII. Código de implementación en Python del modelo IEEE 1.1 (Anexo digital).....	74

RESUMEN

Este trabajo de integración curricular inicia con una etapa teórica la cual abarca la modelación matemática de la máquina síncrona, la línea de transmisión y la barra infinita en base a la investigación de diferentes fuentes bibliográficas, esto para definir los diferentes sistemas de ecuaciones diferenciales que rigen el comportamiento del sistema generador-barra infinita.

La segunda etapa corresponde a la implementación de los sistemas de ecuaciones de los modelos IEEE 2.1 e IEEE 1.1 en Matlab/Simulink, este software permite la implementación de los modelos en diagramas de bloque, por otro lado, el script asociado a estos diagramas se conforma por la definición de parámetros de la máquina, inicialización de variables, flujo de potencia y visualización de resultados ante una variación en el torque mecánico de la máquina, con esto es posible observar la estabilidad del sistema ante dicha perturbación. Las señales que se estudiarán son: voltaje en terminales, corriente, velocidad y ángulo de la máquina.

Con los resultados obtenidos de Matlab se realiza la comparación de la misma simulación elaborada en PowerFactory, para ejecutar este paso se utilizan los parámetros del modelo de generador 210 MVA GT. Esto sirve para corroborar que la implementación haya sido la correcta.

Finalmente, en la última fase, en base al código desarrollado en Matlab se realiza la implementación de los mismos modelos en Python con el objetivo de analizar las diferencias entre los resultados de ambos programas. Esta etapa sirve para definir que software es más eficiente al momento de implementar cierto modelo de máquina síncrona.

PALABRAS CLAVE: Diagramas de bloque, estabilidad, concatenaciones de flujo, voltaje, torque, modelo de máquina.

ABSTRACT

This curricular integration work begins with a theoretical stage which covers the mathematic modeling of the synchronous machine, transmission line and the infinite bus based on the research from different bibliographic sources, this to define the different systems of differential equations that govern the behavior of the generator-infinite bus system.

The second stage corresponds to the implementation of the equations systems of the IEEE 2.1 and IEEE 1.1 models in Matlab/Simulink, this software allows the implementation of these models in block diagrams, on the other hand, the associated script to these diagrams is conformed by the definition of machine parameters, initialization of variables, power flow and visualization of results in the event of a mechanical torque variation of the machine based on this it is possible to observe the system stability with this disturbance. The signals that will be studied are terminal voltage, current, speed and angle of the machine.

With the results obtained from Matlab, the comparison of the same simulation which is implemented in PowerFactory is carried out. For this step, the parameters of the 210 MVA GT generator model are used. This helps out to confirm that the implementation has been correct.

Finally, on the last phase, from the Matlab developed code, the implementation of the same models in Python is carried out to analyze the difference between the results of both programs. This stage is used to define the most efficient software to implement a certain synchronous machine model.

KEYWORDS: block diagrams, stability, flux leakages, voltage, torque, machine model.

1 DESCRIPCIÓN DEL COMPONENTE DESARROLLADO

Las principales partes de la máquina síncrona son el estator que es esencialmente un cilindro hueco que posee ranuras longitudinales en las que se coloca el devanado de armadura, estos devanados transportan la corriente que el generador suministrará la carga. Por otro lado, el rotor es la parte de la máquina que se monta sobre un eje y gira dentro del estator, el devanado del rotor es conocido como devanado de campo y este es alimentado con corriente continua. Debido a la corriente en el devanado de campo se crea una fuerza magnetomotriz de una gran intensidad la cual se combina con la fuerza magnetomotriz producida por las corrientes en el devanado de armadura así el flujo resultante del entre hierro induce voltajes en el devanado de armadura y se obtiene el par electromagnético entre el estator y el rotor [1].

La máquina síncrona opera como un generador de corriente gracias a que el rotor a través de una turbina o una máquina primo motriz es impulsado y de esta manera es posible transformar energía cinética en energía eléctrica.

El generador síncrono es un elemento muy importante en el sistema eléctrico de potencia (SEP) es por esto que es necesario estudiar su comportamiento en estado dinámico para realizar una correcta modelación del generador para los diferentes estudios que se realizarán en este proyecto.

El análisis dinámico del generador es importante al momento de estudiar fallas en el SEP ya que este equipo en régimen transitorio se comporta de una forma totalmente diferente al estado estacionario, para esto se establecen diferentes sistemas de ecuaciones diferenciales los cuales provienen de transformadas matemáticas para llevar las variables del estator a ser estudiadas en un mismo sistema de referencia ligado al rotor del generador.

Un generador muy pocas veces alimenta solo a una carga, por lo general se conecta a un sistema de potencia el cual se denomina barra infinita, este sistema ideal es tan grande que no existen variaciones de voltaje, frecuencia y las potencias tanto activas como reactivas son inmutables respecto a la magnitud de este sistema [2].

Un generador se une a una barra infinita cuando su potencia es muy pequeña en relación a varios generadores de la red esto conlleva a que no existe un cambio en los parámetros de la red infinita a pesar de hacer ajustes en el generador. La barra infinita debe ser capaz tanto de suministrar como de absorber potencias según las necesidades del generador [2].

Un modelo de máquina sincrónica es válido según el grado de acercamiento que se obtiene respecto al fenómeno real que intenta representar, sin embargo, el grado de utilidad del mismo depende del propósito de uso que tenga, debido a esto es posible asumir que mientras más detallado sea el modelo más complejo de implementar será, pero los resultados obtenidos serán muy cercanos a valores reales. Por otro lado, la implementación de un modelo simplificado es mucho más fácil, aunque los resultados no sean igual de exactos que los del modelo complejo, pero dependiendo la aplicación estos resultados pueden tomarse como válidos [3].

El modelo que se usa para representar a la máquina sincrónica dependerá de la importancia de la máquina. Si el generador se encuentra bastante apartado de la falla existirá un pequeño cambio en la dinámica del SEP lo cual permite usar modelos simplificados [4].

El modelo 2.1 es apropiado para describir a la máquina de polos salientes debido a que en esta máquina existe un pequeño flujo en el eje “q” generado por los efectos de las corrientes de Eddy en el rotor [5].

El modelo 1.1 describe a la máquina de rotor cilíndrico y toma en cuenta los efectos transitorios mientras los subtransitorios son despreciados. Los efectos transitorios son dominados por los circuitos del rotor, además se asume que las variaciones de concatenaciones de flujo tanto en el eje “d” como en el eje “q” son despreciables [5]. Este proyecto permitirá realizar un estudio de las diferentes variables eléctricas que rigen al sistema generador-barra infinita y se podrá analizar tanto la estabilidad como la respuesta dinámica del sistema a través del uso de gráficas y métodos numéricos los cuales serán de ayuda para resolver los sistemas de ecuaciones diferenciales de cada modelo tanto en Python como en Simulink.

1.1 Objetivo general

Realizar la implementación tanto en Simulink de Matlab como en Python de los modelos matemáticos IEEE 2.1 e IEEE 1.1 del generador sincrónico, para analizar el comportamiento de las máquinas simuladas en el sistema generador-barra infinita y se realizará la comparación de resultados brindados por ambos softwares.

1.2 Objetivos específicos

1. Realizar una revisión bibliográfica sobre la modelación matemática de generadores sincrónicos en el ámbito de sistemas eléctricos de potencia.

2. Estructurar en diagrama de bloques de tipo Simulink y programar en Python los modelos matemáticos IEEE 2.1 e IEEE 1.1 y realizar simulaciones dinámicas del comportamiento del generador sincrónico en modelos de prueba generador – barra infinita.
3. Comparar los resultados obtenidos entre sí (Simulink y Python) y con los resultados de los demás componentes del proyecto; establecer ventajas y desventajas de trabajar con los diferentes modelos y concluir al respecto.

1.3 Alcance

En la etapa inicial, se llevará a cabo un proceso de revisión bibliográfica con el objetivo comprender la modelación de la máquina sincrónica en contextos de estudios de estabilidad. Esta fase permitirá establecer un marco teórico sólido y adecuado como base para el trabajo.

En la etapa subsiguiente, se procederá con la implementación práctica del proyecto. Esto implicará el desarrollo de un código de programación en Python que incorporará modelos matemáticos precisos del generador sincrónico. Paralelamente, se llevará a cabo la creación de diagramas de bloques en Simulink. Estos diagramas permitirán la visualización y puesta en marcha de los modelos matemáticos de la máquina sincrónica.

En la tercera etapa del proceso, se realizarán simulaciones que simularán diversos eventos y condiciones, con el fin de observar el comportamiento de los dos sistemas correspondientes a los modelos IEEE 2.1 e IEEE 1.1. Estas simulaciones proporcionarán una comprensión profunda de cómo los modelos se desempeñan en diferentes escenarios y ayudarán a identificar posibles áreas de mejora.

Posteriormente, se llevará a cabo un análisis riguroso de los resultados obtenidos. Esto implicará la comparación detallada de los resultados de las simulaciones realizadas en Simulink y Python, lo que permitirá evaluar la precisión y coherencia de los dos enfoques de implementación. Además, se compararán estos resultados con los obtenidos de otros modelos utilizados en el proyecto en busca de correlaciones y divergencias.

Finalmente, se procederá a la fase de conclusión y redacción del documento del Trabajo de Integración Curricular. Aquí, se presentarán las conclusiones derivadas del análisis de resultados, destacando las fortalezas y limitaciones de los enfoques implementados. Este documento final encapsulará todo el proceso, desde el planteamiento teórico hasta las conclusiones prácticas, y será el testimonio del esfuerzo y conocimiento adquirido a lo largo del proyecto de investigación y desarrollo.

1.4 Marco teórico

1.4.1 El generador sincrónico

El generador sincrónico es una máquina eléctrica que convierte la energía mecánica en energía eléctrica y se destaca principalmente por su vínculo directo entre la frecuencia del voltaje, la corriente y la velocidad de giro del rotor. Este equipo funciona en base a la ley de Faraday la cual establece que si un conductor está expuesto a un campo magnético variable en el tiempo este poseerá un voltaje inducido en sus terminales.

Mecánicamente el generador está constituido por un estator el cual es la parte fija en el cual se ubica el devanado de armadura y por un rotor la cual es la parte móvil en el cual se encuentra ubicado el devanado de campo.

El devanado de armadura es el grupo de bobinas en el cual se induce el voltaje alterno, estas bobinas se encuentran en un núcleo de acero para poder recibir la mayor cantidad de flujo magnético, pero debido al flujo magnético que circula por el núcleo se inducen corrientes parásitas las cuales causan pérdidas. Los generadores trifásicos se caracterizan por tener un bobinado de armadura por cada fase y estos pueden estar conectados ya sea en delta o en estrella.

El devanado de campo necesita de corriente continua para generar un campo magnético constante, debido al movimiento del rotor es complicado alimentar a este devanado directamente así que es necesario hacerlo mediante un sistema constituido por anillos rozantes y escobillas, esto permite que ingrese la corriente continua desde una fuente externa.

1.4.2 Modelación matemática del generador sincrónico

Para la modelación se asume que la máquina sincrónica posee 3 devanados en el estator, un devanado de campo, 2 devanados de amortiguamiento y un devanado de amortiguamiento equivalente. Estos 7 devanados se encuentran magnéticamente acoplados y este acoplamiento magnético es función de la posición angular del rotor, de esta forma las concatenaciones de flujo de cada devanado también son una función de la posición angular del rotor. El voltaje instantáneo en cualquiera de los devanados es.

$$v = \pm \sum r_i \pm \sum \dot{\lambda} \quad (1.1)$$

Dónde:

v : Voltaje instantáneo en los terminales de cualquier devanado

r : resistencia del devanado

i : corriente

$\dot{\lambda}$: variación de las concatenaciones de flujo respecto a la posición del rotor

1.4.2.1 Ecuaciones de concatenación de flujo

Debido a que la máquina estudiada posee 7 bobinas mutuamente acopladas es posible formar una ecuación de concatenaciones de flujo en función de las inductancias mutuas y auto inductancias se debe tomar en cuenta que en las máquinas de rotor cilíndrico presentan un flujo a través del eje de cuadratura producido por los efectos de las corrientes de Eddy en el rotor en periodos transitorios. De esta forma:

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \lambda_F \\ \lambda_G \\ \lambda_D \\ \lambda_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{aF} & L_{aG} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bF} & L_{bG} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cF} & L_{cG} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{Fa} & L_{Fb} & L_{Fc} & L_{FF} & L_{FG} & L_{FD} & L_{FQ} \\ L_{Ga} & L_{Gb} & L_{Gc} & L_{GF} & L_{GG} & L_{GD} & L_{GQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{DF} & L_{DG} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & L_{QF} & L_{QG} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_F \\ i_G \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Donde los elementos de la diagonal principal representan autoinductancias y el resto de las entradas de la matriz representan inductancias mutuas.

Las autoinductancias del estator vienen dadas por:

$$\begin{aligned} L_{aa} &= L_s + L_m \cos(2\theta) [H] \\ L_{bb} &= L_s + L_m \cos\left(2\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right) [H] \\ L_{cc} &= L_s + L_m \cos\left(2\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)\right) [H] \end{aligned} \quad (1.3)$$

Donde $L_s > L_m$ y L_s y L_m son constantes.

Las inductancias mutuas del estator son:

$$\begin{aligned} L_{ab} &= L_{ba} = -M_s - L_m \cos\left(2\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)\right) [H] \\ L_{bc} &= L_{cb} = -M_s - L_m \cos\left(2\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)\right) [H] \\ L_{ca} &= L_{ac} = -M_s - L_m \cos\left(2\left(\theta + \frac{5\pi}{6}\right)\right) [H] \end{aligned} \quad (1.4)$$

Las autoinductancias mutuas del rotor vienen dadas por:

$$\begin{aligned}
L_{FD} &= L_{DF} = M_R [H] \\
L_{FQ} &= L_{QF} = 0 [H] \\
L_{GF} &= L_{FG} = 0 [H] \\
L_{GD} &= L_{DG} = 0 [H]
\end{aligned} \tag{1.5}$$

Las inductancias mutuas entre el rotor y el estator son:

$$\begin{aligned}
L_{aF} &= L_{Fa} = M_F \cos(\theta) [H] \\
L_{bF} &= L_{Fb} = M_F \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) [H] \\
L_{cF} &= L_{Fc} = M_F \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) [H]
\end{aligned} \tag{1.6}$$

Para los devanados de fase y devanados G

$$\begin{aligned}
L_{aG} &= L_{Ga} = M_G \sin(\theta) [H] \\
L_{bG} &= L_{Gb} = M_G \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) [H] \\
L_{cG} &= L_{Gc} = M_G \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) [H]
\end{aligned} \tag{1.7}$$

Para los devanados de fase y amortiguamiento D

$$L_{aD} = L_{Da} = M_D \cos(\theta) [H]$$

Finalmente, la relación entre los devanados de fase y los devanados de amortiguamiento Q son

$$\begin{aligned}
L_{aQ} &= L_{Qa} = M_G \sin(\theta) [H] \\
L_{bQ} &= L_{Qb} = M_G \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) [H] \\
L_{cQ} &= L_{Qc} = M_G \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) [H]
\end{aligned} \tag{1.9}$$

Los signos de estas expresiones dependerán de las direcciones de corriente y orientación de las bobinas.

1.4.2.2 Transformada de Park

La transformada de Park realizar una simplificación del modelo matemático de la máquina sincrónica debido a la transformación adecuada de ciertas variables tales como corrientes, voltajes o concatenaciones de flujo, estas nuevas cantidades se obtienen de la proyección

de las variables actuales en 3 ejes uno sobre el eje directo del devanado del rotor, otro sobre el eje de cuadratura del devanado de campo y el tercero sobre un eje estacionario.

Esta transformada se define como:

$$P = \sqrt{\frac{2}{3}} * \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin(\theta) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Las corrientes de los ejes de cuadratura i_q y eje directo i_d se definen de la siguiente forma:

$$i_q = \frac{2}{3} \left[i_a \sin(\theta) + i_b \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_c \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \quad (1.11)$$

$$i_d = \frac{2}{3} \left[i_a \cos(\theta) + i_b \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_c \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \quad (1.12)$$

Donde i_a , i_b e i_c son las corrientes del sistema en el sistema de referencia inicial.

La transformada de Park convierte las cantidades del estator (fases A, B y C) en nuevas variables en un marco de referencia en movimiento con el rotor. Utiliza 3 variables: corrientes del eje directo, del eje de cuadratura y la corriente de secuencia cero.

Por definición se tiene

$$i_{0dq} = P * i_{abc} \quad (1.13)$$

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} * \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin(\theta) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Donde:

i_{0dq} , i_{abc} : Vectores de corrientes

P : Matriz de transformación de Park

De la misma manera, es posible obtener expresiones similares para el voltaje y las concatenaciones de flujo.

1.4.2.3 Transformación de inductancias

El beneficio de llevar estas cantidades del sistema de referencia trifásico al sistema 0dq es la eliminación de los coeficientes variables en el tiempo representados por las funciones seno y coseno.

Aplicando la transformada de Park se tiene el siguiente resultado:

$$\begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_F \\ \lambda_G \\ \lambda_D \\ \lambda_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 & kM_F & 0 & kM_D & 0 \\ 0 & 0 & L_q & 0 & M_G & 0 & kM_Q \\ 0 & kM_F & 0 & L_F & 0 & M_R & 0 \\ 0 & 0 & kM_G & 0 & L_G & 0 & M_Y \\ 0 & kM_D & 0 & M_R & 0 & L_D & 0 \\ 0 & 0 & kM_Q & 0 & M_Y & 0 & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \\ i_F \\ i_G \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \left[\frac{Wb}{vuelta} \right] \quad (1.15)$$

Se definen las siguientes constantes:

$$\begin{aligned} L_d &= L_s + M_s + \frac{3}{2}L_m [H] \\ L_q &= L_s + M_s - \frac{3}{2}L_m [H] \\ L_0 &= L_s - 2M_s [H] \end{aligned} \quad (1.16)$$

λ_d representa las concatenaciones de flujo centradas en el eje d , mientras que λ_q representa las concatenaciones de flujo en el eje q , por otro lado λ_0 se encuentra totalmente desacoplado de los términos anteriores.

Debido a que esta matriz es simétrica es posible tener un circuito equivalente por fase.

1.4.2.4 Ecuaciones de voltaje

Estas ecuaciones pueden ser expresadas de manera similar a (1) y se asume que las corrientes de los devanados del estator tienen dirección positiva saliendo de los terminales del generador, así:

$$\begin{bmatrix} V_{abc} \\ V_{FGDQ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_{abc} & 0 \\ 0 & R_{FGDQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abc} \\ i_{FGDQ} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{abc} \\ \dot{\lambda}_{FGDQ} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_n \\ 0 \end{bmatrix} [V] \quad (1.17)$$

Donde v_n representa el voltaje de neutro y es una contribución al voltaje del estator V_{abc} .

Es necesario aplicar la transformada de Park porque es difícil resolver esta expresión debido a que es variable en el tiempo, de esta manera si se tiene condiciones balanceadas no existirá la componente de secuencia cero en el sistema y los nuevos voltajes serán

$$\begin{bmatrix} V_{0dq} \\ V_{FGDQ} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & R_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{dq} \\ i_{FGDQ} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{dq} \\ \dot{\lambda}_{FGDQ} \end{bmatrix} [V] \quad (1.18)$$

Con

$$S = \begin{bmatrix} -\omega\lambda_q \\ \omega\lambda_d \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Donde R representa las resistencias de los ejes d y q , R_R las resistencias F , G , D y Q por otro lado, S es la componente de voltajes por velocidad (speed voltages).

1.4.2.5 Formulación de ecuaciones de estado

Este proyecto utilizará las concatenaciones de flujo como variables de estado, de esta forma es posible establecer estas ecuaciones en función de las corrientes e inductancias del sistema, entonces:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{0dq} \\ \lambda_{FGdq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{0dq} & L_m \\ L_m' & L_{FGDQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{0dq} \\ i_{FGdq} \end{bmatrix} \left[\frac{Wb}{vuelta} \right] \quad (1.20)$$

Donde L_m' es la matriz transpuesta de L_m por otro lado, la matriz de inductancias es contante debido a esto es posible escribir $\dot{\lambda} = Li'$ y la variación de concatenaciones de flujo se comporta exactamente igual a las inductancias pasivas. Teniendo en cuenta estas consideraciones se tiene el siguiente resultado:

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_d \\ -v_F \\ v_D = 0 \\ v_q \\ v_G = 0 \\ v_Q = 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r + 3r_N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 & \omega L_q & \omega kM_G & \omega kM_Q \\ 0 & 0 & r_F & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega L_d & -\omega kM_F & -\omega kM_D & r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_G \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

$$- \begin{bmatrix} L_0 + 3L_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & kM_F & kM_D & \omega L_q & \omega kM_G & \omega kM_Q \\ 0 & M_F & L_F & M_R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & kM_D & M_R & L_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_Q & kM_G & kM_Q \\ 0 & 0 & 0 & 0 & kM_Q & M_Y & L_Q \\ 0 & 0 & 0 & 0 & kM_G & L_G & M_Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i'_0 \\ i'_d \\ i'_F \\ i'_D \\ i'_q \\ i'_G \\ i'_Q \end{bmatrix}$$

Esta ecuación presenta información importante es posible observar que el voltaje de secuencia cero depende tanto de i_0 como de i'_0 . Esta ecuación puede ser resuelta independientemente de las seis restantes debido a que las condiciones iniciales en i_0 ya han sido dadas. Las ecuaciones restantes son similares a aquellas que aparecen en la red pasiva a excepción de la presencia de los términos de voltaje asociados a la velocidad, estos valores consisten en ωL_i y $\omega\lambda$ aparecen de una forma asimétrica y distinguen esta

ecuación de aquellos términos de la red pasiva, por otro lado, es posible observar que todos los términos de la matriz son constantes exceptuando los que poseen velocidad angular ω .

1.4.3 Transformación de valores a “por unidad”

Los valores que se pueden obtener en las ecuaciones presentadas anteriormente no son convenientes de usar, una de las dificultades es el rango de valores que se tiene en el estator y el rotor, mientras los valores de voltaje en el estator se encuentran en el rango de los kilovoltios el voltaje de campo son mucho menores. Este problema puede ser resuelto mediante la normalización de ecuaciones en un valor base conveniente y llevándolos a [PU].

1.4.3.1 Bases para el estator

Las variables $v_d, v_q, i_d, i_q, \lambda_d$ y λ_q son consideradas variables del estator porque se relacionan directamente con las cantidades de fase a-b-c a través de la transformada de Park. Usando el subíndice B para denominar base y el subíndice R para denominar nominal se escogen los siguientes valores base para el estator:

Sean

$S_B = S_R$: Potencia nominal del estator por fase [VA rms]

$V_B = V_R$: Voltaje nominal de fase [V rms]

$\omega_B = \omega_R$: Velocidad nominal del generador [Rad/s]

Así los valores base para el resto de las variables son

$$\begin{aligned}
 I_B &= \frac{S_R}{V_R} [A \text{ rms}] \\
 R_B &= \frac{V_R}{I_R} [\Omega] \\
 t_B &= \frac{1}{\omega_R} [s] \\
 L_B &= \frac{V_R}{I_R \omega_R} [H] \\
 \lambda_B &= \frac{V_R}{\omega_R} = L_B I_B \left[\frac{Wb}{\text{vuelta}} \right]
 \end{aligned} \tag{1.22}$$

1.4.3.2 Bases para el rotor

Cuando se trabaja con circuitos acoplados electromagnéticamente y deben ser normalizados es necesario escoger la misma base de potencia aparente [VA] y tiempo [s] en cada parte del circuito. La elección de una base de tiempo igual a través de todas las partes de un circuito con acoplamiento magnético es una restricción importante.

La elección de un tiempo base común obliga a los VA base a ser iguales en todo el circuito y también obliga al valor base de impedancia mutua a ser la media geométrica de los valores base de las autoinductancias.

Se definen las inductancias base de cada circuito como:

$$\begin{aligned} L_{md} &\triangleq L_d - \ell_d [H] & L_{mq} &\triangleq L_q - \ell_q [H] \\ L_{mF} &\triangleq L_F - \ell_F [H] & L_{mQ} &\triangleq L_Q - \ell_Q [H] \\ L_{mG} &\triangleq L_G - \ell_G [H] & L_{mD} &\triangleq L_D - \ell_D [H] \end{aligned} \quad (1.23)$$

Donde ℓ representa la inductancia de dispersión de cada circuito.

Por otro lado, se definen las siguientes constantes para cada circuito:

$$\begin{aligned} k_F &\triangleq \frac{M_R}{kM_D} & k_G &\triangleq \frac{L_{mG}}{kM_G} \\ k_D &\triangleq \frac{M_R}{kM_F} & k_Q &\triangleq \frac{L_{mQ}}{kM_Q} \end{aligned} \quad (1.24)$$

Con el análisis y desarrollo matemático respectivo se tiene los siguientes valores de resistencias y autoinductancias:

$$\begin{aligned} R_{FB} &= k_F^2 R_B [\Omega] & R_{DB} &= k_D^2 R_B [\Omega] & R_{GB} &= k_G^2 R_B [\Omega] & R_{QB} &= k_Q^2 R_B [\Omega] \\ L_{FB} &= k_F^2 L_B [H] & L_{DB} &= k_D^2 L_B [H] & L_{GB} &= k_G^2 L_B [H] & L_{QB} &= k_Q^2 L_B [H] \end{aligned} \quad (1.25)$$

Por otro lado, los valores de inductancias mutuas son:

$$\begin{aligned} M_{FB} &= k_F L_B [H] & M_{DB} &= k_D L_B [H] & M_{GB} &= k_G L_B [H] & M_{QB} &= k_Q L_B [H] \\ M_{RB} &= k_F k_D L_B [H] & M_{YB} &= k_G k_Q L_B [H] \end{aligned} \quad (1.26)$$

1.4.4 Normalización de ecuaciones de voltaje

La normalización de ecuaciones de voltaje simplifica cálculos y análisis. Al elegir valores base, todas las magnitudes se expresan en relación con esos valores adimensionales. Se usa "pu" para indicar normalización, permitiendo comparar sistemas eléctricos fácilmente.

Para un análisis más simple, se estudia la máquina bajo condiciones balanceadas, esto implica que la componente de secuencia cero será nula tomando en cuenta esta consideración y realizando el proceso matemático respectivo se obtiene la siguiente matriz de voltajes.

$$\begin{bmatrix} v_d \\ -v_F \\ 0 \\ v_q \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & \omega L_q & \omega kM_G & \omega kM_Q \\ 0 & r_F & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_D & 0 & 0 & 0 \\ -\omega L_d & -\omega kM_F & -\omega kM_D & r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_G \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

$$- \begin{bmatrix} L_d & kM_F & kM_D & 0 & 0 & 0 \\ kM_F & L_F & M_R & 0 & 0 & 0 \\ kM_D & M_R & L_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_q & kM_G & kM_Q \\ 0 & 0 & 0 & kM_G & L_G & M_Y \\ 0 & 0 & 0 & kM_Q & M_Y & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i'_d \\ i'_F \\ i'_D \\ i'_q \\ i'_G \\ i'_Q \end{bmatrix}$$

Expresando (27) de manera simplificada se tiene

$$v = -(R + \omega N)i - Li' [PU] \quad (1.28)$$

Donde R es la matriz de resistencias que es diagonal y sus términos son constantes, N es la matriz de inductancias asociadas a los voltajes por velocidad y L es una matriz simétrica de inductancias.

1.4.5 Normalización de ecuaciones de torque

Es necesario la inclusión de la ecuación de oscilación al sistema debido a toma en cuenta las variaciones tanto de posición como de velocidad angular del rotor, esto sirve para realizar un análisis más completo del sistema.

$$\frac{2H}{\omega_B} \dot{\omega} = T_m - T_e - T_D [PU] \quad (1.29)$$

Donde:

ω : Velocidad angular de la máquina expresada en [rad/s]

$\dot{\omega}$: Derivada de la velocidad angular respecto al tiempo

T_a : Torque acelerante [PU]

T_m : Torque mecánico [PU]

T_e : Torque electromagnético [PU]

T_D : Torque de amortiguamiento [PU]

H: Inercia del generador [s]

1.4.6 Torque y potencia

En el sistema de referencia original la potencia del sistema se calcula como:

$$p_{abc} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (1.30)$$

Es posible notar que en el sistema de referencia 0dq esta se calcula de manera análoga así:

$$p_{0dq} = v_0 i_0 + v_d i_d + v_q i_q \quad (1.31)$$

Gracias a este resultado es posible notar que la potencia es invariante sin importar el sistema de referencia.

Reemplazando (18) en (30) se tiene la potencia del sistema expresada en función de corrientes y concatenaciones de flujo, entonces:

$$p_{0dq} = (i_d \dot{\lambda}_d + i_q \dot{\lambda}_q) + (i_q \lambda_d - i_d \lambda_q) \omega_s - r(i_d^2 + i_q^2) \quad (1.32)$$

Por otro lado, el torque eléctrico puede ser calculado como la derivada parcial de la potencia respecto a la velocidad, de esta manera:

$$T_e = \frac{\partial p_{0dq}}{\partial \omega_s} = (i_q \lambda_d - i_d \lambda_q) \quad (1.33)$$

A partir de (15) es posible expresar el torque en función de las concatenaciones de flujo tanto del eje directo como del eje de cuadratura.

$$T_e = [L_d i_q \quad kM_F i_q \quad kM_D i_q \quad -L_q i_d \quad -kM_G \quad -kM_Q i_d] \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_G \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

Debido a este cambio en el torque es posible reescribir la ecuación de oscilación de la siguiente manera:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{T_m}{2H\omega_s} + \left[\begin{array}{cccccc} -\frac{L_d i_q}{6H\omega_s} & -\frac{kM_F i_q}{6H\omega_s} & -\frac{kM_D i_q}{6H\omega_s} & \frac{L_q i_d}{6H\omega_s} & \frac{kM_G}{6H\omega_s} & \frac{kM_Q i_d}{6H\omega_s} \\ & & & & & -\frac{D}{6H\omega_s} \end{array} \right] \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_G \\ i_Q \\ \omega \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

Es necesario tomar en cuenta que

$$\dot{\delta} = \omega_s - 1 \text{ [PU]} \quad (1.36)$$

Despejando la variación de corriente respecto al tiempo en (27) y armando un sistema de ecuaciones con (33) y (34) se tiene el siguiente resultado:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}' \\ \dot{\omega} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-L_d i_q}{6H\omega_s} & \frac{-kM_F i_q}{6H\omega_s} & \frac{-L^{-1} \mathbf{R}_\omega}{6H\omega_s} & \frac{L_q i_d}{6H\omega_s} & \frac{kM_G}{6H\omega_s} & \frac{kM_Q i_d}{6H\omega_s} & \frac{\mathbf{0}}{6H\omega_s} & \frac{D}{6H\omega_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i} \\ \omega \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -L^{-1} \mathbf{v} \\ T_m \\ 2H\omega_s \\ -1 \end{bmatrix} \quad (1.37)$$

Esta ecuación matricial posee la forma deseada en variables de estado, pero se debe notar que (36) es no lineal debido a (34). Por otro lado, las entradas de esta ecuación son el voltaje y el torque mecánico.

1.4.7 Circuito equivalente de la máquina sincrónica

Gracias a trabajar con un circuito balanceado es posible eliminar la componente cero del sistema así, por (15) las concatenaciones de flujo serán:

$$\begin{aligned} \lambda_d &= [(L_d - l_d) + l_d]i_d + kM_F i_F + kM_D i_D \\ \lambda_F &= kM_F i_d + [(L_F - l_F) + l_F]i_F + M_R i_D \\ \lambda_D &= kM_D i_d + M_R i_F + [(L_D - l_D) + l_D]i_D \\ \lambda_q &= [(L_q - l_q) + l_q]i_q + kM_G i_G + kM_Q i_Q \\ \lambda_G &= kM_G i_q + [(L_G - l_G) + l_G]i_G + M_Y i_Q \\ \lambda_Q &= kM_Q i_q + M_Y i_G + [(L_Q - l_Q) + l_Q]i_Q \end{aligned} \quad (1.38)$$

Si $i_F = i_D = 0$ y las concatenaciones de flujo que serán mutuamente acopladas entre circuitos $\lambda_d - \ell_d i_d = (L_d - \ell_d)i_d$, $L_d - \ell_d$ se define como la inductancia de magnetización L_{md} , así las concatenaciones de flujo mutuamente acopladas al resto de circuitos del eje d será $L_{md}i_d$. Las concatenaciones de flujo en los circuitos D y F están dadas en este caso particular por $\lambda_F = kM_F i_d$ y $\lambda_D = kM_D i_d$. A partir de la elección de la corriente base del rotor, para brindar un flujo mutuo igual, los valores en por unidad de λ_F , λ_D y $L_{md}i_d$ deben ser iguales, por lo tanto, los valores en por unidad de L_{md} , kM_F y kM_D son iguales.

Para el resto de las cantidades del eje d se tiene se define la variable L_{AD} cuyo valor es:

$$L_{AD} = kM_F = kM_D = M_R = L_d - \ell_d \text{ [PU]} \quad (1.39)$$

Similarmente, para el eje q se tiene L_{AQ}

$$L_{AQ} = kM_G = kM_Q = M_Y = L_q - \ell_q \text{ [PU]} \quad (1.40)$$

Si en cada circuito las concatenaciones de flujo en [PU] son restadas, las concatenaciones remanentes serán iguales para todos los circuitos acoplados a este eje. Así:

$$\lambda_{AD} = \lambda_d - \ell_d i_d = \lambda_F - \ell_F i_F = \lambda_D - \ell_D i_D \text{ [PU]} \quad (1.41)$$

$$\lambda_{AD} = (L_d - \ell_d) i_d + k M_F i_F + k M_D i_D = L_{AD} (i_d + i_F + i_D) \text{ [PU]} \quad (1.42)$$

Análogamente, las concatenaciones de flujo mutuas para el eje q son

$$\lambda_{AQ} = (L_q - \ell_q) i_q + k M_G i_G + k M_Q i_Q = L_{AQ} (i_q + i_G + i_Q) \text{ [PU]} \quad (1.43)$$

Para analizar los voltajes tanto en el eje directo como en el de cuadratura se tienen los siguientes circuitos equivalentes

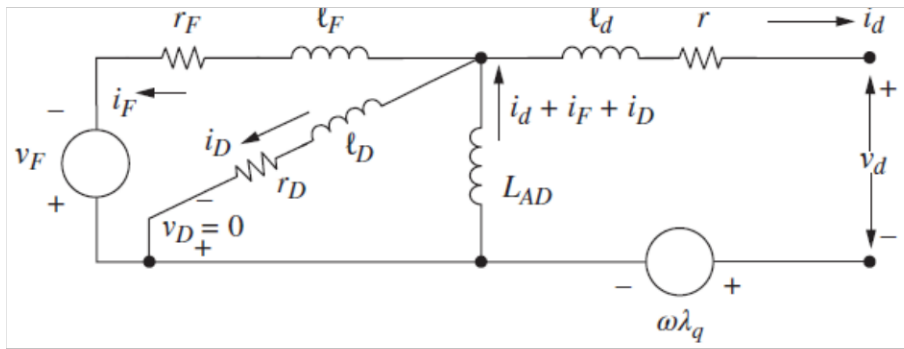


Fig. 1 Circuito equivalente de eje directo [1].

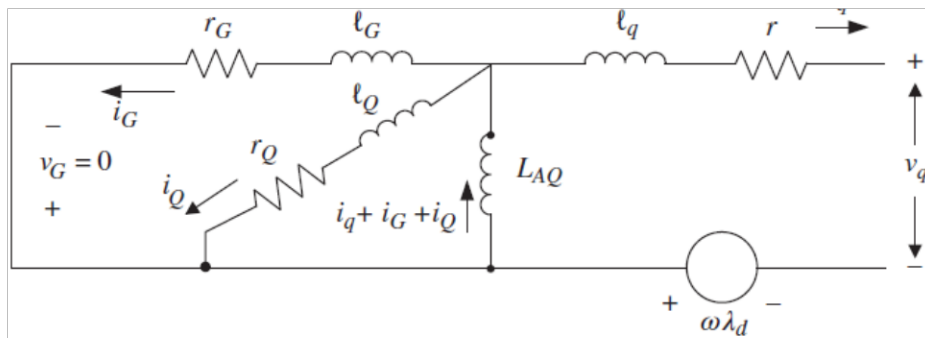


Fig. 2 Circuito equivalente de eje de cuadratura [1].

De las figuras mostradas se tienen los siguientes voltajes para los circuitos del eje d y del eje q respectivamente

$$v_d = -r i_d - \ell_d i'_d - L_{AD} (i'_d + i'_F + i'_D) - \omega \lambda_q \quad (1.44)$$

$$-v_F = -r_F i_F - \ell_F i'_F - L_{AD} (i'_d + i'_F + i'_D) \quad (1.45)$$

$$v_D = -r_D i_D - \ell_D i'_D - L_{AD} (i'_d + i'_F + i'_D) = 0 \quad (1.46)$$

$$v_q = -r i_q - \ell_q i'_q - L_{AQ} (i'_q + i'_G + i'_Q) - \omega \lambda_d \quad (1.47)$$

$$v_G = -r_G i_G - \ell_G i'_G - L_{AQ} (i'_q + i'_G + i'_Q) \quad (1.48)$$

$$v_D = -r_Q i_Q - \ell_Q i'_Q - L_{AQ}(i'_q + i'_G + i'_Q) = 0 \quad (1.49)$$

1.4.8 Modelo de espacio de estado para concatenaciones de flujo

Es este modelo de espacio de estado las variables de estado son las concatenaciones de flujo de los respectivos circuitos del eje d como del eje q. A partir de (48) se tienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{1}{\ell_d} (\lambda_d - \lambda_{AD}) \\ i_F &= \frac{1}{\ell_F} (\lambda_F - \lambda_{AD}) \\ i_D &= \frac{1}{\ell_D} (\lambda_D - \lambda_{AD}) \end{aligned} \quad (1.50)$$

Ahora se define la siguiente expresión:

$$\frac{1}{L_{MD}} = \frac{1}{L_{AD}} + \frac{1}{\ell_d} + \frac{1}{\ell_F} + \frac{1}{\ell_D} \quad (1.51)$$

De esta manera:

$$\lambda_{AD} = \frac{L_{MD}}{\ell_d} \lambda_d + \frac{L_{MD}}{\ell_F} \lambda_F + \frac{L_{MD}}{\ell_D} \lambda_D \quad (1.52)$$

Paralelamente se define:

$$\frac{1}{L_{MQ}} = \frac{1}{L_{AQ}} + \frac{1}{\ell_q} + \frac{1}{\ell_G} + \frac{1}{\ell_Q} \quad (1.53)$$

Las corrientes en el eje q están dadas por:

$$\begin{aligned} i_q &= \frac{1}{\ell_q} (\lambda_q - \lambda_{AQ}) \\ i_G &= \frac{1}{\ell_G} (\lambda_G - \lambda_{AQ}) \\ i_Q &= \frac{1}{\ell_Q} (\lambda_Q - \lambda_{AQ}) \end{aligned} \quad (1.54)$$

Así:

$$\lambda_{AQ} = \frac{L_{MQ}}{\ell_q} \lambda_q + \frac{L_{MQ}}{\ell_G} \lambda_G + \frac{L_{MQ}}{\ell_Q} \lambda_Q \quad (1.55)$$

Escribiendo (50) y (54) de forma matricial se obtiene:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_Q \\ i_G \\ i_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\ell_d} & 0 & 0 & -\frac{1}{\ell_d} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\ell_F} & 0 & -\frac{1}{\ell_F} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\ell_D} & \frac{1}{\ell_D} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\ell_q} & 0 & 0 & -\frac{1}{\ell_q} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\ell_G} & 0 & -\frac{1}{\ell_G} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\ell_Q} & -\frac{1}{\ell_Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_F \\ \lambda_D \\ \lambda_{AD} \\ \lambda_q \\ \lambda_G \\ \lambda_Q \\ \lambda_{AQ} \end{bmatrix} \quad (1.56)$$

1.4.8.1 Ecuaciones de voltaje

Las ecuaciones de voltaje para el eje d se derivan de (26) así:

$$v_d = -r i_d - \dot{\lambda}_d - \omega \lambda_q \quad (1.57)$$

Utilizando (56) y reemplazando en (57), se tiene:

$$\dot{\lambda}_d = -\frac{r}{\ell_d} \lambda_d + \frac{r}{\ell_d} \lambda_{AD} - \omega \lambda_q - v_d \quad (1.58)$$

De manera similar, para el circuito F se tiene:

$$-v_F = -r_F i_F - \dot{\lambda}_F \quad (1.59)$$

Sustituyendo i_F en despejando $\dot{\lambda}_F$ se tiene:

$$\dot{\lambda}_F = -\frac{r_F}{\ell_F} \lambda_F + \frac{r_F}{\ell_F} \lambda_{AD} - (-v_F) \quad (1.60)$$

Repetiendo el mismo proceso para el circuito D:

$$\dot{\lambda}_D = -\frac{r_D}{\ell_D} \lambda_D + \frac{r_D}{\ell_D} \lambda_{AD} \quad (1.61)$$

Para obtener las variables del eje q es necesario repetir el mismo procedimiento, así:

$$\dot{\lambda}_q = -\frac{r}{\ell_q} \lambda_q + \frac{r}{\ell_q} \lambda_{AQ} + \omega \lambda_d - v_q \quad (1.62)$$

$$\dot{\lambda}_G = -\frac{r_G}{\ell_Q} \lambda_Q + \frac{r_G}{\ell_Q} \lambda_{AQ} \quad (1.63)$$

$$\dot{\lambda}_Q = -\frac{r_Q}{\ell_Q} \lambda_Q + \frac{r_Q}{\ell_Q} \lambda_{AQ} \quad (1.64)$$

Es posible observar que en las ecuaciones anteriores aparecen λ_{AD} y λ_{AQ} . Esta forma de ecuaciones es muy valiosa ya que es posible incluir la saturación del generador ya que L_{AD}

y L_{AQ} son las únicas inductancias que causan saturación. Si se desea despreciar la saturación tanto λ_{AD} como λ_{AQ} pueden ser eliminados.

1.4.8.2 Ecuación de torque

Se define el torque eléctrico como:

$$T_{e\phi} = i_q \lambda_d - i_d \lambda_q \quad (1.65)$$

Si se reemplazan las corrientes de (56) en (65) se obtiene:

$$T_{e\phi} = -\frac{1}{\ell_q} \lambda_d \lambda_{AQ} + \frac{1}{\ell_d} \lambda_q \lambda_{AD} + \left(\frac{1}{\ell_q} - \frac{1}{\ell_d} \right) \lambda_d \lambda_q \quad (1.66)$$

Por otro lado, al saber que $\ell_d = \ell_q$ se tiene una nueva ecuación electromecánica para la variación de la velocidad angular (ecuación de oscilación) la cual está dada por:

$$\dot{\omega} = -\left(\frac{\lambda_{AD}}{\ell_d 3\tau_j} \right) \lambda_q + \left(\frac{\lambda_{AQ}}{\ell_q 3\tau_j} \right) \lambda_d - \left(\frac{D}{\tau_j} \right) \omega + \frac{T_m}{\tau_j} \quad (1.67)$$

Donde τ_j es una constante de tiempo la cual viene dada por:

$$\tau_j = 2H\omega_B \quad (1.68)$$

1.4.9 Ecuaciones de la máquina sincrónica despreciando la saturación

Al momento en que la saturación es despreciada las inductancias L_{AD} y L_{AQ} son constantes y esto implica que L_{MD} y L_{MQ} también serán constantes. Por otro lado, las concatenaciones de flujo de magnetización λ_{AD} y λ_{AQ} tendrán relaciones constantes en las variables de estado dadas en (59) y (60). Es posible eliminar λ_{AD} y λ_{AQ} de las ecuaciones de la máquina, de esta forma se forma la siguiente matriz que representa al nuevo modelo de espacio de estado.

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_d \\ \dot{\lambda}_F \\ \dot{\lambda}_D \\ \dot{\lambda}_q \\ \dot{\lambda}_G \\ \dot{\lambda}_Q \\ \dot{\omega} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} \\
& = \begin{bmatrix} -\frac{r}{\ell_d} \left(1 - \frac{L_{MD}}{\ell_d}\right) & \frac{r}{\ell_d} \frac{L_{MD}}{\ell_F} & \frac{r}{\ell_d} \frac{L_{MD}}{\ell_D} & -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{r_F}{\ell_F} \frac{L_{MD}}{\ell_d} & -\frac{r_F}{\ell_F} \left(1 - \frac{L_{MD}}{\ell_F}\right) & \frac{r_F}{\ell_F} \frac{L_{MD}}{\ell_D} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{r_D}{\ell_D} \frac{L_{MD}}{\ell_d} & \frac{r_D}{\ell_D} \frac{L_{MD}}{\ell_F} & -\frac{r_D}{\ell_D} \left(1 - \frac{L_{MD}}{\ell_D}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega & 0 & 0 & -\frac{r}{\ell_q} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{\ell_q}\right) & \frac{r}{\ell_q} \frac{L_{MQ}}{\ell_G} & \frac{r}{\ell_q} \frac{L_{MQ}}{\ell_Q} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{r_G}{\ell_G} \frac{L_{MQ}}{\ell_q} & -\frac{r_G}{\ell_G} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{\ell_G}\right) & \frac{r_G}{\ell_G} \frac{L_{MQ}}{\ell_Q} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{r_Q}{\ell_Q} \frac{L_{MQ}}{\ell_q} & \frac{r_Q}{\ell_Q} \frac{L_{MQ}}{\ell_G} & -\frac{r_Q}{\ell_Q} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{\ell_Q}\right) & 0 & 0 \\ -\frac{L_{MD}}{3\tau_j \ell_d^2} \lambda_q & -\frac{L_{MD}}{3\tau_j \ell_d \ell_F} \lambda_q & -\frac{L_{MD}}{3\tau_j \ell_d \ell_D} \lambda_q & \frac{L_{MQ}}{3\tau_j \ell_q^2} \lambda_d & \frac{L_{MQ}}{3\tau_j \ell_q \ell_G} \lambda_d & \frac{L_{MQ}}{3\tau_j \ell_q \ell_Q} \lambda_d & -\frac{D}{\tau_j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_G \\ i_Q \\ \omega \\ \delta \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} -v_d \\ -v_F \\ 0 \\ -v_q \\ 0 \\ 0 \\ Tm \\ \tau_j \\ -1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{1.69}$$

El sistema descrito en (69) no es completo debido a que los voltajes v_d y v_q son funciones de las corrientes y serán dependientes de la carga externa conectada. La matriz 8x8 que aparece contiene variables de estado en varios términos, pero esta forma matricial de la ecuación del sistema no es adecuada para una solución debido a la naturaleza no lineal del sistema.

1.4.9.1 Ecuaciones de la máquina síncrona considerando la saturación

Para modelar de una mejor manera el sistema deseado es necesario incluir la saturación de la máquina tomando en cuenta que las inductancias λ_{AD} y λ_{AQ} serán afectadas por un factor de saturación.

De esta manera

$$L_{AD} = K_s L_{AD0} \tag{1.70}$$

$$L_{AQ} = L_{AQ0}$$

Donde L_{AD0} y L_{AQ0} representan a las inductancias sin saturar y K_s es el factor de saturación el cual es dependiente de λ_{AD} .

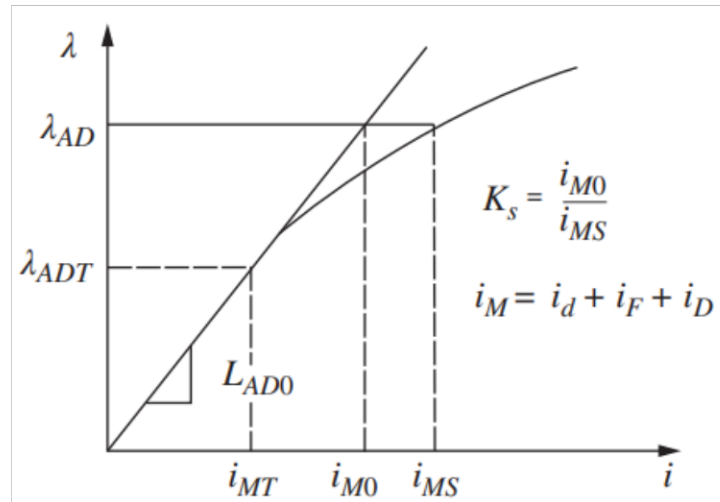


Fig. 3 Curva de saturación del eje directo [1].

En (70) es posible notar que la saturación solo afecta a la inductancia de magnetización del eje d con un factor determinado con la curva de saturación de la máquina mientras que la inductancia del eje q se mantiene igual.

De la figura 3 es posible notar que la corriente de magnetización con saturación es la suma de la corriente de magnetización sin saturación y un incremento de corriente los cuales están dados por:

$$i_{MS} = i_{M\Delta} + i_{M0} \quad (1.71)$$

$$i_{M\Delta} = A_S e^{B_S(\lambda_{AD} - \lambda_{ADT})} \quad (1.72)$$

Donde:

λ_{ADT} : Concatenaciones de flujo umbral del eje directo

A_S y B_S : Constantes de la curva de saturación

1.4.10 Inductancias transitorias y subtransitorias

Si todos los circuitos del rotor son cortocircuitados y los voltajes trifásicos balanceados son aplicados repentinamente en los terminales del estator, el flujo del eje d dependerá inicialmente de las inductancias subtransitorias y después de unos cuantos ciclos dependerá de las inductancias transitorias.

1.4.10.1 Inductancias subtransitorias

La inductancia subtransitoria es definida como la concatenación de flujo inicial del estator en [pu] de la corriente del estator, con todos los circuitos del rotor cortocircuitados y previamente desenergizados, por definición se tiene

$$\lambda_d = L_d'' i_d \quad (1.73)$$

Donde L_d'' es la reactancia subtransitoria del eje d, y haciendo uso de (39)

$$L_d'' = L_d - \frac{L_D + L_F - 2L_{AD}}{\frac{L_F L_D}{L_{AD}^2} - 1} \quad (1.74)$$

Análogamente, se tiene el siguiente resultado para la inductancia subtransitoria del eje q

$$L_q'' = L_q - \frac{L_G + L_Q - 2L_{AQ}}{\frac{L_G L_Q}{L_{AQ}^2} - 1} \quad (1.75)$$

1.4.10.2 Inductancias transitorias

Si el voltaje trifásico se aplica a la máquina y esta no posee devanados de amortiguamiento a $t = 0^+$ se tiene el siguiente resultado:

$$\lambda_d = L_d' i_d \quad (1.76)$$

Donde L_d' es la inductancia transitoria del eje d así:

$$L_d' = L_d - \frac{L_{AD}^2}{L_F} \quad (1.77)$$

Realizando un análisis similar para el eje q se tiene

$$L_q' = L_q - \frac{L_{AQ}^2}{L_G} \quad (1.78)$$

1.4.11 Constantes de tiempo

Para este análisis, inicialmente se tienen los circuitos del estator abiertos. Considerando que el voltaje en el campo está modelado por una función paso, las ecuaciones de voltaje están dadas por:

$$r_F i_F + \dot{\lambda}_F = V_F u(t) \quad r_D i_D + \dot{\lambda}_D = 0 \quad (1.79)$$

Teniendo en cuenta que la corriente $i_d = 0$ las concatenaciones de flujo son

$$\lambda_D = L_D i_D + M_R i_F \quad \lambda_F = L_F i_F + M_R i_D \quad (1.80)$$

Realizando el debido análisis matemática, a partir de las ecuaciones (79) y (80) se tiene:

$$\tau''_{d0} = \frac{L_D - \frac{M_R^2}{L_F}}{r_D} \quad (1.81)$$

Si no existe el devanado amortiguador, es posible mostrar que la corriente de campo se ve afectada solo por los parámetros del circuito de campo, es decir:

$$r_F i_F + L_F i'_F = V_F u(t) \quad (1.82)$$

La constante de tiempo transitoria en el eje d viene dada por:

$$\tau'_{d0} = \frac{L_F}{r_F} \quad (1.83)$$

Por otro lado, si el estator está cortocircuitado las correspondientes constantes de tiempo del eje d vienen dadas por:

$$\tau''_d = \frac{\tau''_{d0} L''_d}{L'_d} \quad (1.84)$$

$$\tau'_d = \frac{\tau'_{d0} L'_d}{L_d} \quad (1.85)$$

Realizando un análisis similar para el eje q de una máquina de rotor cilíndrico se tiene que las constantes de tiempo son:

$$\tau''_{q0} = \frac{L_Q - \frac{M_Y^2}{L_G}}{r_Q} \quad \tau'_{q0} = \frac{L_Q}{r_Q} \quad (1.86)$$

$$\tau''_q = \tau''_{q0} \frac{L''_q}{L'_q} \quad \tau'_q = \tau'_{q0} \frac{L'_q}{L_q} \quad (1.87)$$

Por otro lado, si se tiene una máquina de polos salientes las constantes de tiempo serán:

$$\tau''_{q0} = \frac{L_Q}{r_Q} \quad \tau''_q = \tau''_{q0} \frac{L''_q}{L'_q} \quad (1.88)$$

1.4.12 Máquina sincrónica conectada a una barra infinita

La figura 4 representa la conexión del generador sincrónico con la barra infinita a través de una línea de transmisión de resistencia R_e e inductancia L_e .

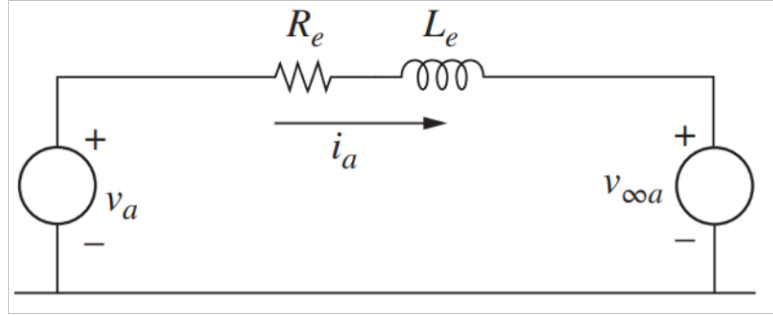


Fig. 4 Generador conectado a una barra infinita [1].

Los voltajes y corrientes mostrados para una sola fase (A) se muestran sin considerar el acoplamiento mutuo entre fases, de esta forma:

$$v_{abc} = v_{\infty abc} + R_e i_{abc} + L_e i'_{abc} \quad (1.89)$$

Asumiendo que el voltaje $v_{\infty abc}$ es balanceado en sus tres fases es posible expresarlo de la siguiente manera:

$$v_{\infty abc} = \sqrt{2}V_{\infty} \begin{bmatrix} \cos(\omega_R t + \alpha) \\ \cos(\omega_R t + \alpha - 120^\circ) \\ \cos(\omega_R t + \alpha + 120^\circ) \end{bmatrix} \quad (1.90)$$

Donde V_{∞} es la magnitud rms del voltaje de fase.

Aplicando la transformada de Park a (89) y (90) respectivamente se tiene:

$$v_{0dq} = P v_{abc} = P v_{\infty abc} + R_e i_{0dq} + L_e P i'_{abc} \quad (1.91)$$

$$v_{\infty 0dq} = P v_{\infty abc} = \sqrt{3}V_{\infty} \begin{bmatrix} 0 \\ -\sin(\delta + \alpha) \\ \cos(\delta + \alpha) \end{bmatrix} \quad (1.92)$$

Desarrollando el término $P i'_{abc}$ a partir de la definición de la transformada de Park $i_{0dq} = P i_{abc}$ al aplicar la derivada a esta expresión es posible reescribir (91) de la siguiente forma:

$$v_{\infty 0dq} = \sqrt{3}V_{\infty} \begin{bmatrix} 0 \\ -\sin(\delta + \alpha) \\ \cos(\delta + \alpha) \end{bmatrix} + R_e i_{0dq} + L_e i'_{0dq} - \omega L_e \begin{bmatrix} 0 \\ -i_q \\ i_d \end{bmatrix} [V] \text{ O } [PU] \quad (1.93)$$

Esta expresión brinda una limitante entre el voltaje en terminales del generador y la corriente del generador para un ángulo de torque δ dado. Es posible observar la presencia de términos no lineales en esta ecuación el primero está dado por el término de voltaje por velocidad $\omega L_e i$ y por la presencia de las funciones trigonométricas.

1.4.13 Modelo de concatenaciones de flujo del sistema generador barra infinita

El modelo completo en variables de estado viene dado por la siguiente expresión:

$$T\dot{x} = Cx + D \quad (1.94)$$

Donde:

$$T = \begin{bmatrix} 1 + \frac{L_e}{\ell_d} \left(1 - \frac{L_{MD}}{\ell_d}\right) & -\frac{L_e L_{MD}}{\ell_d \ell_F} & -\frac{L_e L_{MD}}{\ell_d \ell_D} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 + \frac{L_e}{\ell_q} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{\ell_q}\right) & -\frac{L_e L_{MQ}}{\ell_q \ell_G} & -\frac{L_e L_{MQ}}{\ell_q \ell_Q} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.95)$$

$$C = \omega \begin{bmatrix} -\frac{\hat{R}}{\ell_d} \left(1 - \frac{L_{MD}}{\ell_d}\right) & \frac{\hat{R} L_{MD}}{\ell_d \ell_F} & \frac{\hat{R} L_{MD}}{\ell_d \ell_D} & -\omega \left[1 + \frac{L_e}{\ell_q} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{\ell_q}\right)\right] & \frac{\omega L_e L_{MQ}}{\ell_q \ell_F} & \frac{\omega L_e L_{MQ}}{\ell_q \ell_Q} & 0 & 0 \\ \frac{r_F L_{MD}}{\ell_F \ell_d} & -\frac{r_F}{\ell_F} \left(1 - \frac{L_{MD}}{\ell_F}\right) & \frac{r_F L_{MD}}{\ell_F \ell_D} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{r_D L_{MD}}{\ell_D \ell_d} & \frac{r_D L_{MD}}{\ell_D \ell_F} & -\frac{r_D}{\ell_D} \left(1 - \frac{L_{MD}}{\ell_D}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega \left[1 + \frac{L_e}{\ell_d} \left(1 - \frac{L_{MD}}{\ell_d}\right)\right] & -\frac{\omega L_e L_{MD}}{\ell_d \ell_F} & -\frac{\omega L_e L_{MD}}{\ell_d \ell_D} & -\frac{\hat{R}}{\ell_q} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{\ell_q}\right) & \frac{\hat{R} L_{MQ}}{\ell_q \ell_G} & \frac{\hat{R} L_{MQ}}{\ell_q \ell_Q} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{r_G L_{MQ}}{\ell_G \ell_q} & -\frac{r_G}{\ell_G} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{\ell_G}\right) & \frac{r_G L_{MQ}}{\ell_G \ell_Q} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{r_Q L_{MQ}}{\ell_Q \ell_q} & \frac{r_Q L_{MQ}}{\ell_Q \ell_G} & -\frac{r_Q}{\ell_Q} \left(1 - \frac{L_{MQ}}{\ell_Q}\right) & 0 & 0 \\ -\frac{L_{MD}}{3\tau_j \ell_d^2} \lambda_q & -\frac{L_{MD}}{3\tau_j \ell_d \ell_F} \lambda_q & -\frac{L_{MD}}{3\tau_j \ell_d \ell_D} \lambda_q & -\frac{L_{MQ}}{3\tau_j \ell_q^2} \lambda_d & -\frac{L_{MQ}}{3\tau_j \ell_G \ell_q} \lambda_d & -\frac{L_{MQ}}{3\tau_j \ell_q \ell_Q} \lambda_d & -\frac{D}{\tau_j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.96)$$

$$D = \begin{bmatrix} \sqrt{3}V_\infty \sin(\delta - \alpha) \\ v_F \\ 0 \\ -\sqrt{3}V_\infty \cos(\delta - \alpha) \\ 0 \\ 0 \\ T_m/\tau_j \\ -1 \end{bmatrix} \quad (1.97)$$

1.4.14 Modelos simplificados de la máquina sincrónica

En estudios de estabilidad se busca la respuesta de una gran cantidad de máquinas ante una falla y si se desea realizar una descripción matemática completa del sistema es netamente necesario aplicar simplificaciones para disminuir el nivel de complejidad. Usualmente las máquinas que se encuentran en la ubicación más cercana en la que se dio la falla son modeladas a detalle mientras que el resto son descritas por modelos simplificados. La simplificación depende de la ubicación de la máquina respecto a la falla y del tipo de falla analizada.

1.4.14.1 Modelo completo excluyendo el devanado G (IEEE 2.1)

Este modelo es apropiado para la máquina de polos salientes debido a que en esta máquina existe un pequeño flujo en el eje q el cual es producido por el efecto de las corrientes de Eddy en el rotor. En comparación con el modelo completo, este modelo utiliza las ecuaciones (58), (60), (61), (62), (64) y (36), pero excluye la ecuación (63) la cual representa la ecuación de estado del devanado G. Por otro lado, para tomar en cuenta la saturación hace uso de las ecuaciones (51), (52), (55) y (53) sin embargo; las expresiones (55 y (53) deben ser modificadas de la siguiente manera debido a que no se toma en cuenta los efectos del devanado G.

$$\lambda_{AQ} = \frac{L_{MQ}}{\ell_q} \lambda_q + \frac{L_{MQ}}{\ell_Q} \lambda_Q \quad (1.55')$$

$$\frac{1}{L_{MQ}} = \frac{1}{L_{AQ}} + \frac{1}{\ell_q} + \frac{1}{\ell_Q} \quad (1.53')$$

A partir de las ecuaciones (94), (95), (96), (97) se tiene el siguiente conjunto de ecuaciones que modelan al sistema sin el devanado G.

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_d \\ \dot{\lambda}_f \\ \dot{\lambda}_D \\ \dot{\lambda}_q \\ \dot{\lambda}_Q \\ \dot{\omega} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1} \left[R\ell_d \left(\frac{L_{MD}}{\ell_d} - 1 \right) + \frac{L_{MD}^2 L_e r_D}{\ell_d^2} + \frac{L_{MD}^2 L_e r_f}{\ell_e^2} \right] & \frac{1}{\sigma_1} \left[\frac{L_{MD} R \ell_d}{\ell_e} + \frac{L_{MD} L_e \ell_f r_D \left(\frac{L_{MD}}{\ell_f} - 1 \right)}{\ell_e^2} + \frac{L_{MD}^2 L_e \ell_f r_D}{\ell_e^2 \ell_f} \right] & \frac{1}{\sigma_1} \left[\frac{L_{MD} R \ell_d}{\ell_e} + \frac{L_{MD} L_e \ell_f r_D \left(\frac{L_{MD}}{\ell_f} - 1 \right)}{\ell_e^2} + \frac{L_{MD}^2 L_e \ell_f r_D}{\ell_e^2 \ell_f} \right] & \frac{1}{\sigma_1} \omega \ell_D^2 \left[\frac{L_e \left(\frac{L_{MQ}}{\ell_e} - 1 \right)}{\ell_e} \right] & \frac{L_{MD} L_e \omega \ell_e^2}{\sigma_1 \ell_e \ell_Q} & 0 & 0 \\ \frac{L_{MD} r_D}{\ell_f \ell_e} & \frac{r_D \left(\frac{L_{MD}}{\ell_f} - 1 \right)}{\ell_f \ell_e} & \frac{L_{MD} r_D}{\ell_f \ell_e} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{L_{MD} r_D}{\ell_e \ell_f} & \frac{L_{MD} r_D}{\ell_e \ell_f} & \frac{r_D \left(\frac{L_{MD}}{\ell_f} - 1 \right)}{\ell_e \ell_f} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\sigma_2} \omega \ell_d^2 \left[\frac{L_e \left(\frac{L_{MD}}{\ell_d} - 1 \right)}{\ell_d} \right] & -\frac{\sigma_3}{\ell_e \ell_f \sigma_2} & -\frac{\sigma_3}{\ell_e \ell_f \sigma_2} & \frac{1}{\sigma_2} \left[R\ell_d \left(\frac{L_{MQ}}{\ell_d} - 1 \right) + \frac{L_{MD}^2 L_e r_D}{\ell_d^2} \right] & \frac{1}{\sigma_2} \left[\frac{L_{MD} R \ell_d}{\ell_Q} + \frac{L_{MD} L_e \ell_f r_D \left(\frac{L_{MQ}}{\ell_f} - 1 \right)}{\ell_Q^2} \right] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{r_D \left(\frac{L_{MD}}{\ell_f} - 1 \right)}{\ell_Q \ell_f} & 0 & 0 \\ -\frac{L_{MD}}{3\tau_f \ell_d^2} \lambda_q & -\frac{L_{MD}}{3\tau_f \ell_e \ell_d} \lambda_q & -\frac{L_{MD}}{3\tau_f \ell_e \ell_d} \lambda_q & \frac{L_{MD}}{3\tau_f \ell_e^2} \lambda_d & \frac{L_{MD}}{3\tau_f \ell_e \ell_Q} \lambda_d & -\frac{D}{\tau_f} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_f \\ \lambda_D \\ \lambda_q \\ \lambda_Q \\ \omega \\ \delta \end{bmatrix} \quad (1.98)$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{L_{MD} L_e \ell_e v_f}{\ell_f \sigma_1} - \sqrt{3} V_e \ell_e^2 \sin(\alpha - \delta) \\ v_f \\ 0 \\ \frac{\sqrt{3} V_e \ell_e^2 \cos(\alpha - \delta)}{\ell_e^2 + L_e \ell_e - L_{MD} L_e} \\ 0 \\ \frac{T_m}{\tau_f} \\ -1 \end{bmatrix}$$

Donde:

$$\sigma_1 = \ell_d^2 + L_e \ell_d - L_{MD} L_e$$

$$\sigma_2 = \ell_q^2 + L_e \ell_q - L_{MQ} L_e$$

$$\sigma_3 = L_{MD} L_e \omega \ell_q^2$$

1.4.14.2 Modelo de dos ejes para la máquina de rotor cilíndrico despreciando las variaciones de concatenaciones de flujo λ_d y λ_q (IEEE 1.1)

Este modelo se caracteriza por considerar los efectos transitorios y despreciar a los subtransitorios. Los efectos transitorios son dominados por los circuitos del rotor, los cuales son el circuito de campo en el eje d y un circuito equivalente del eje q el cual está formado por el circuito G. En este modelo se realiza una suposición adicional y es que en las ecuaciones de voltaje del estator los términos $\dot{\lambda}_d$ y $\dot{\lambda}_q$ son despreciables en comparación con los términos de voltajes por velocidad y que $\omega \cong \omega_R = 1$ [pu].

Así, esta máquina poseerá dos circuitos en el estator y dos circuitos en el rotor, sin embargo, el número de ecuaciones diferenciales que describen a estos circuitos se reducen a dos debido a que $\dot{\lambda}_d$ y $\dot{\lambda}_q$ son despreciados en las ecuaciones de voltaje del estator.

Las concatenaciones de flujo transitorias del estator son definidas por:

$$\lambda'_d = \lambda_d - L'_d i_d \quad \lambda'_q = \lambda_q - L'_q i_q \quad (1.99)$$

Y los voltajes correspondientes a los ejes d y q son:

$$e'_d = -\omega_R \lambda'_q \quad e'_q = \omega_R \lambda'_d \quad (1.100)$$

A partir de la figura 5 se obtienen las siguientes ecuaciones:

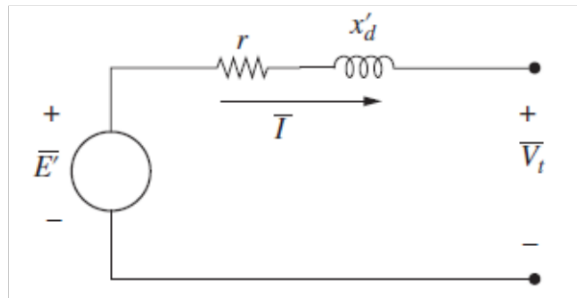


Fig. 5 Circuito equivalente transitorio de un generador.

$$v_d = -r i_d - \omega_R L'_q i_q + e'_d \quad v_q = -r i_q + \omega_R L'_d i_d + e'_q \quad (1.101)$$

Expresando los voltajes internos de los ejes d y q en función de las reactancias transitorias se tiene:

$$e'_d = v_d + r i_d + x'_d i_q + (x'_q - x'_d) i_q \quad (1.102)$$

$$e'_q = v_q + r i_q - x'_d i_d \quad (1.103)$$

Teniendo en cuenta que el término $(x'_q - x'_d)$ usualmente es pequeño el voltaje interno en el eje d se puede expresar como:

$$e'_d = v_d + r i_d + x'_d i_q \quad (1.104)$$

Los voltajes e'_d y e'_q son las componentes d y q del voltaje e' detrás de una reactancia transitoria.

Se debe tener en cuenta que e' corresponde a las concatenaciones de flujo transitorias de la máquina y este voltaje no es constante y cambiará debido a la variación de las concatenaciones de flujo en los circuitos de los ejes d y q del rotor.

Las ecuaciones de concatenaciones de flujo de este modelo son las siguientes:

$$\lambda_d = L_d i_d + L_{AD} i_F \quad [PU] \quad \lambda_F = L_{AD} i_d + L_F i_F \quad [PU] \quad (1.105)$$

Se define:

$$\frac{L_{AD} \lambda_F}{L_F} = \sqrt{3} E'_q \quad [PU] \quad (1.106)$$

Eliminando i_F y usando las ecuaciones (77) y (106) se obtiene:

$$\lambda_d - \sqrt{3} E'_q = L'_d i_d \quad [PU] \quad (1.107)$$

Similarmente, para el eje q:

$$\lambda_q = L_q i_q + L_{AQ} i_G \quad [PU] \quad \lambda_G = L_{AQ} i_q + L_G i_G \quad [PU] \quad (1.108)$$

Si se elimina la corriente i_G se tiene el siguiente resultado:

$$\lambda_q - \frac{L_{AQ}}{L_G} \lambda_G = \left(L_q - \frac{L_{AQ}^2}{L_G} \right) i_q \quad [PU] \quad (1.109)$$

De (78):

$$L'_q = L_q - \frac{L_{AQ}^2}{L_G} \quad [PU] \quad (1.110)$$

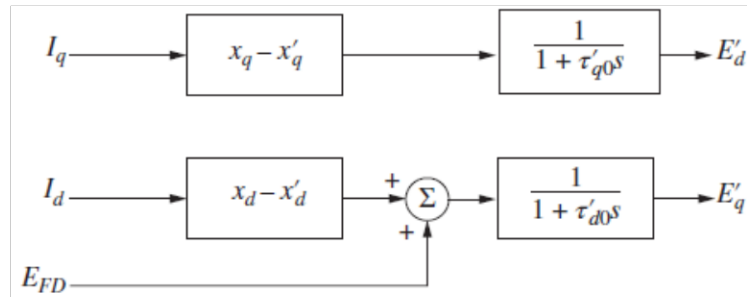


Fig. 6 Representación en diagrama de bloques del modelo de dos ejes IEEE 1.1.

Reemplazando (110) en (100), el resultado de (87) y luego el resultado de (88) con $\omega = 1$ se obtiene:

$$e'_d = \sqrt{3}E'_d = -\frac{L_{AQ}}{L_G} \lambda_G [PU] \quad (1.111)$$

Ahora es necesario definir:

$$\begin{aligned} \sqrt{3}E &= e_q = L_{AD}i_F [PU] \\ \sqrt{3}E_d &= e_d = -L_{AQ}i_G [PU] \\ \sqrt{3}I_d &= i_d [PU] \\ \sqrt{3}I_q &= i_q [PU] \end{aligned} \quad (1.112)$$

A partir de esto es posible mostrar que:

$$E + x_d I_d = E'_q + x'_d I_d \quad E_d - x_q I_q = E'_d - x'_q I_q \quad (1.113)$$

Utilizando la ecuación de voltaje del circuito G y utilizando la relación de λ_G de la ecuación (108) y su derivada, con (112) y la expresión del lado derecho en (113), su derivada y la expresión de L'_d , se tiene que:

$$\tau'_{q0} \dot{E}'_d = -E_d - (x_q - x'_q) I_q \quad (1.114)$$

Similarmente, realizando el proceso análogo utilizando la ecuación de voltaje campo y las relaciones de concatenaciones de flujo y derivadas correspondientes se obtiene:

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{\tau'_{d0}} (E_{FD} - E) \quad (1.115)$$

Las ecuaciones (114), (115) y (113) pueden ser representadas mediante el diagrama de bloques de la figura 6. Finalmente, para completar el sistema descrito, el torque eléctrico para este modelo será:

$$T_e = E'_d I_d + E'_q I_q - (L'_q - L'_d) I_q I_d \quad (1.116)$$

Las ecuaciones faltantes del sistema están dadas por:

$$\tau_j \dot{\omega} = T_m - D\omega - [E'_d I_d + E'_q I_q - (L'_q - L'_d) I_q I_d] \quad (1.117)$$

$$\dot{\delta} = \omega - 1$$

El diagrama de bloques de (117) se muestra en la figura 7.

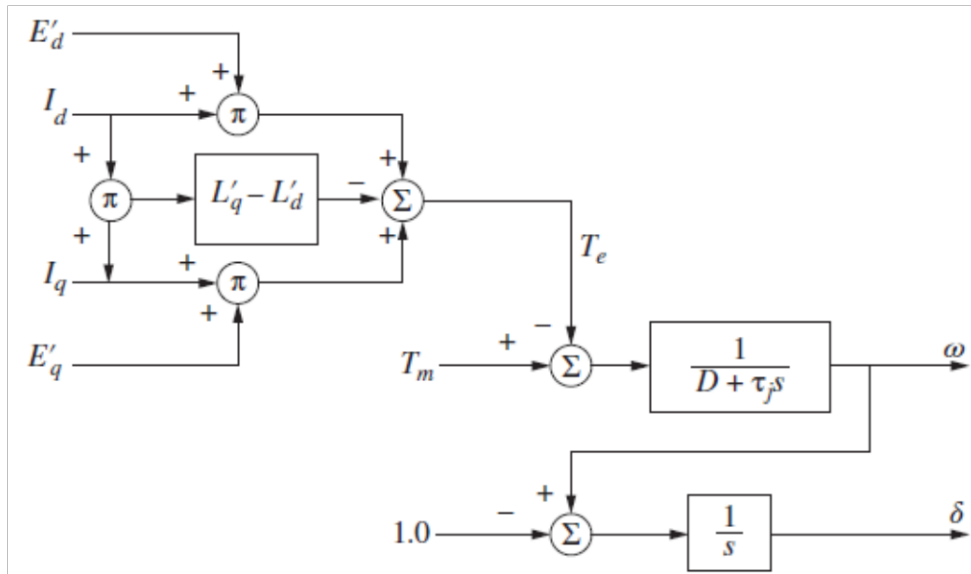


Fig. 7. Representación en diagrama de bloques de (117).

Finalmente, de la combinación de las figuras 6 y 7 se obtiene el diagrama de bloques completo para el modelo. Así:

$$E = E'_q - (x_d - x'_d)I_d + E_\Delta \quad (1.118)$$

Donde E_Δ representa el incremento de voltaje correspondiente al incremento de la corriente de campo afectada por la saturación.

1.4.15 Simulación de máquinas sincrónicas

En esta sección del capítulo, se exploran aspectos prácticos al emplear diversos modelos matemáticos de la máquina sincrónica para análisis de estabilidad. Entre estos, se considera la obtención de condiciones iniciales, derivación de parámetros basada en datos y construcción de modelos de simulación.

En estudios dinámicos, es esencial conocer las condiciones iniciales del sistema, incluyendo corrientes, flujos y fuerza electromotriz (FEM) en los distintos circuitos de la máquina. El número de estos circuitos dependerá del modelo seleccionado para el análisis. Además, la posición inicial del rotor en relación con el sistema de referencia debe estar plenamente definida. Estos valores deben extraerse de los datos disponibles en los terminales de la máquina.

1.4.15.1 Ecuaciones de estado estable y diagramas fasoriales

En condiciones estacionarias de operación, las ecuaciones diferenciales no son necesarias, ya que las variables son constantes o siguen patrones sinusoidales en el tiempo. En tal contexto, las ecuaciones fasoriales resultan más adecuadas para describir

la máquina. Comúnmente, se supone que la máquina está en estado estacionario antes de una perturbación. El análisis de estabilidad evalúa cómo el sistema responde ante una perturbación. Las ecuaciones fasoriales se utilizan para determinar las condiciones iniciales previas a una perturbación.

En estado estacionario, no hay variaciones en las corrientes, por lo tanto:

$$i'_d = i'_F = i'_D = i'_q = i'_G = i'_Q = 0 \quad (1.119)$$

Utilizando la relación de voltajes a-b-c con voltajes 0-d-q, gracias a la transformada de Park se tiene que el voltaje de la fase A será:

$$v_a = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[-(ri_d + \omega L_q i_q) \cos\left(\omega_R t + \delta + \frac{\pi}{2}\right) + (ri_q + \omega L_d i_d + kM_F \omega i_F) \sin\left(\omega_R t + \delta + \frac{\pi}{2}\right) \right] \quad (1.120)$$

En estado estable la velocidad angular es constante y el producto entre ωL pueden ser denotados como reactancias, es decir:

$$\omega L_d = x_d \quad \omega L_q = x_q \quad (1.121)$$

Se define:

$$\omega_R M_F i_F = \sqrt{2} E \quad (1.122)$$

Donde E representa la FEM equivalente del estator correspondiente a i_F , el factor $\sqrt{2}$ indica que se está trabajando con valores rms. De esta forma se define el fasor de voltaje \bar{V}_a .

Denotando $j = 1 \angle \frac{\pi}{2}$ se tiene:

$$\bar{V}_a = -r \left(\frac{i_d}{\sqrt{3}} \angle \delta + j + \frac{i_q}{\sqrt{3}} \angle \delta \right) - j x_q \frac{i_q}{\sqrt{3}} \angle \delta + x_d \frac{i_d}{\sqrt{3}} \angle \delta + E \angle \delta \quad (1.123)$$

Es posible notar que V_a y E son voltajes rms del estator en pu mientras que las corrientes de los ejes son corrientes continuas obtenidas a través de la transformada de Park, debido a esta transformación aparece el término $\frac{1}{\sqrt{3}}$. De esta manera, para simplificar la notación se definen las corrientes rms de eje directo y de eje de cuadratura como:

$$I_d = \frac{i_d}{\sqrt{3}} \quad I_q = \frac{i_q}{\sqrt{3}} \quad (1.124)$$

De esta forma:

$$\bar{E} = \bar{V}_a = r \bar{I}_a + j x_q \bar{I}_q + j x_d \bar{I}_d \quad (1.125)$$

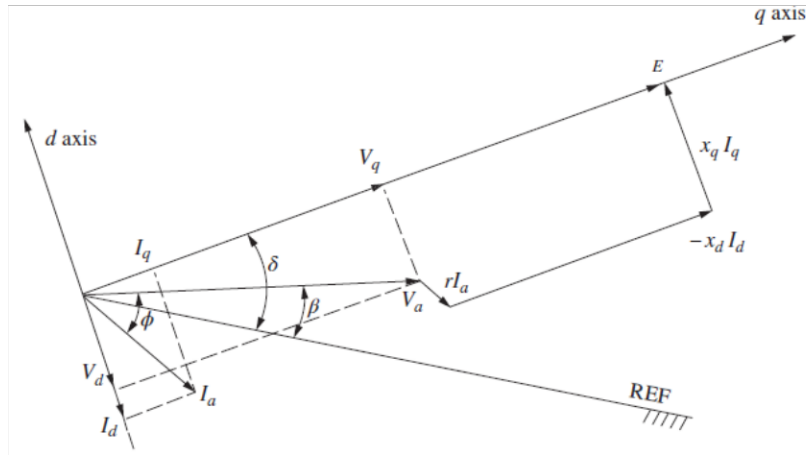


Fig. 8 Diagrama fasorial de (125)

Debido a que I_d es numéricamente negativa para el caso ilustrado en la figura 8. Para obtener los valores voltajes v_d y v_q , se calculan los voltajes del estator equivalentes

$$V_d = \frac{v_d}{\sqrt{3}} = -rI_d - x_q I_q \quad V_q = \frac{v_q}{\sqrt{3}} = -rI_q + x_d I_d + E \quad (1.126)$$

Si la posición del eje q no es conocida, pero se tiene información de los valores terminales de la máquina, la construcción del diagrama fasorial requiere una manipulación de (126).

En este nuevo procedimiento se asume que V_a , I_a y el ángulo del factor de potencia son valores conocidos.

Analíticamente se tiene lo siguiente:

$$\bar{E} = \bar{V}_a + r\bar{I}_a + jx_q\bar{I}_q + jx_d\bar{I}_d - jx_q\bar{I}_d + jx_q\bar{I}_d \quad (1.127)$$

Agrupando términos semejantes se tiene:

$$\bar{E} = \bar{V}_a + r\bar{I}_a + jx_q(\bar{I}_q + \bar{I}_d) + j\bar{I}_d(x_d - x_q) \quad (1.128)$$

$$\bar{E} = \bar{E}_{qa} + j\bar{I}_d(x_d - x_q)$$

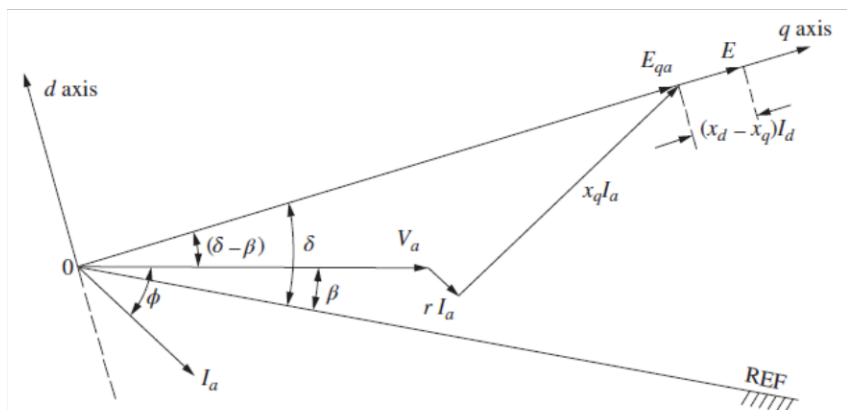


Fig. 9 Localización del eje q a partir de valores conocidos de voltaje y corriente en terminales de la máquina.

1.4.15.2 Máquina conectada a una barra infinita a través de una línea de transmisión

Para resolver de mejor manera la obtención de parámetros en estado estable es necesario resolver el problema de la máquina conectada a una barra infinita mediante una línea de transmisión, aunque este problema es mucho más simple que los existentes hoy en día, es muy bueno para hallar los datos deseados de cualquier máquina.

Las ecuaciones diferenciales de este sistema vienen dadas por (105), debido a que se trabaja en estado estable las derivadas de (105) son nulas, entonces

$$v_d = -\sqrt{3}V_\infty \sin(\delta - \alpha) + R_e i_d + \omega L_e i_q \quad (1.129)$$

$$v_q = \sqrt{3}V_\infty \cos(\delta - \alpha) + R_e i_q + \omega L_e i_d$$

Donde $X_e = \omega L_e$ las ecuaciones presentadas en (129) representan a las componentes tanto en los ejes d como q y su descripción fasorial se muestra en la figura 9 donde el fasor que representa a la barra infinita \bar{V}_∞ está dado por:

$$\bar{V}_\infty = V_{\infty q} + jV_{\infty d} + V_\infty \cos(\delta - \alpha) - V_\infty \sin(\delta - \alpha) \quad (1.130)$$

Por otro lado, del diagrama fasorial se tiene:

$$E = V_\infty \cos(\delta - \alpha) + (r + R_e)I_q - (x_d + X_e)I_d \quad (1.131)$$

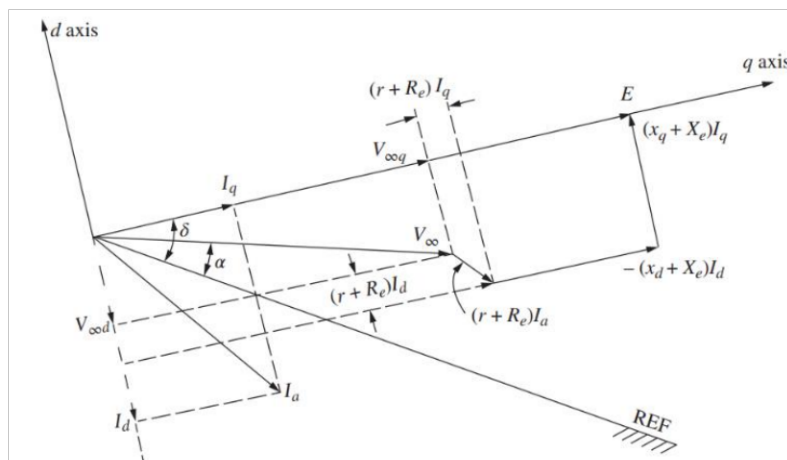


Fig. 10 Diagrama fasorial de la máquina [1]

1.4.16 Determinación de condiciones de estado estacionario

Los datos limitantes comúnmente son el voltaje en terminales V_a , la corriente I_a y el factor de potencia del sistema F_p . Al asumir que estos son datos conocidos es posible descomponer la corriente en sus componentes se tiene:

$$\bar{I}_a = I_r + jI_x \quad (1.132)$$

$$F_p = \cos(\phi) \quad (1.133)$$

Donde, ϕ es el ángulo de desfase entre el voltaje y la corriente. Así:

$$I_r = \bar{I}_a \cos(\phi) \quad I_x = -I_a \sin(\phi) \quad (1.134)$$

Se define la componente del voltaje en el eje q como:

$$\bar{E}_{qa} \triangleq (V_a - x_q I_x + r I_r) + j(x_q I_r + r I_x) \quad (1.135)$$

El ángulo entre el eje q y el voltaje en terminales viene dado por:

$$\delta - \beta = \tan^{-1} \left[\frac{(x_q I_r + r I_x)}{(V_a + r I_r - x_q I_x)} \right] \quad (1.136)$$

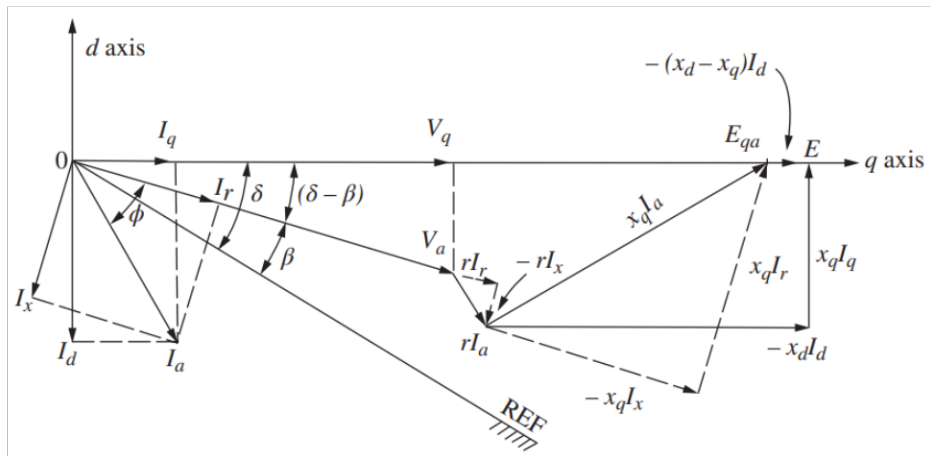


Fig. 11 Diagrama fasorial de la máquina en estado estacionario [1]

Del diagrama fasorial es posible obtener los siguientes voltajes y corrientes del sistema

$$V_d = -V_a \sin(\delta - \beta) \quad V_q = -V_a \cos(\delta - \beta) \quad (1.137)$$

$$I_d = -I_a \sin(\delta - \beta + \phi) \quad I_q = -I_a \cos(\delta - \beta + \phi) \quad (1.138)$$

Una vez determinados estos valores principales es posible obtener las corrientes y las concatenaciones de una manera más fácil en la máquina sincrónica.

En el caso de estar conectada a una barra infinita, el voltaje de esta se obtiene restando las caídas de voltaje al voltaje terminal de la máquina. Si se conocen las condiciones límite

en la barra infinita, la posición del eje q se determina de manera similar. Luego, se pueden calcular las corrientes y voltajes de los ejes directo y de cuadratura, así como el voltaje en terminales.

1.4.17 Simulación digital de máquinas sincrónicas

Debido al avance y mejoras de las computadoras actuales es posible resolver grandes cantidades de ecuaciones diferenciales las cuales pueden representar modelos de la máquina sincrónica mucho más precisos y detallados los cuales sirven en estudios dinámicos. En estos días la mayoría de los modelos utilizados para estudios de estabilidad a gran escala son los que se basan en la representación de los ejes directo y de cuadratura de la máquina sincrónica.

Todas las simulaciones deben resolver ecuaciones diferenciales de forma discreta y estas deben ser resueltas en cada intervalo de tiempo Δt establecido. De manera general si se tiene un modelo de espacio de estado $\dot{x} = f(x, u, t)$ se tiene:

$$x(t) = \int_0^t \dot{x}(\tau) d\tau = \int_0^t f(x, u, t) d\tau \quad (1.139)$$

$$x(k\Delta t) = \int_0^{k\Delta t} f(x, u, k\Delta t) d\tau = \int_0^{(k-1)\Delta t} f(x, u, k\Delta t) d\tau + \int_{(k-1)\Delta t}^{k\Delta t} f(x, u, k\Delta t) d\tau \quad (1.140)$$

Donde (137) representa la solución del modelo en tiempo continuo y (138) la solución en tiempo discreto, pero es posible observar que para hallar el siguiente valor de un intervalo se necesita conocer el valor del paso anterior, por lo tanto:

$$\Delta x(k\Delta t) = \int_{(k-1)\Delta t}^{k\Delta t} f(x, u, k\Delta t) d\tau \quad (1.141)$$

El siguiente diagrama de flujos muestra de mejor manera el proceso para programar un algoritmo el cual resuelva las ecuaciones diferenciales que modelan a la máquina sincrónica.

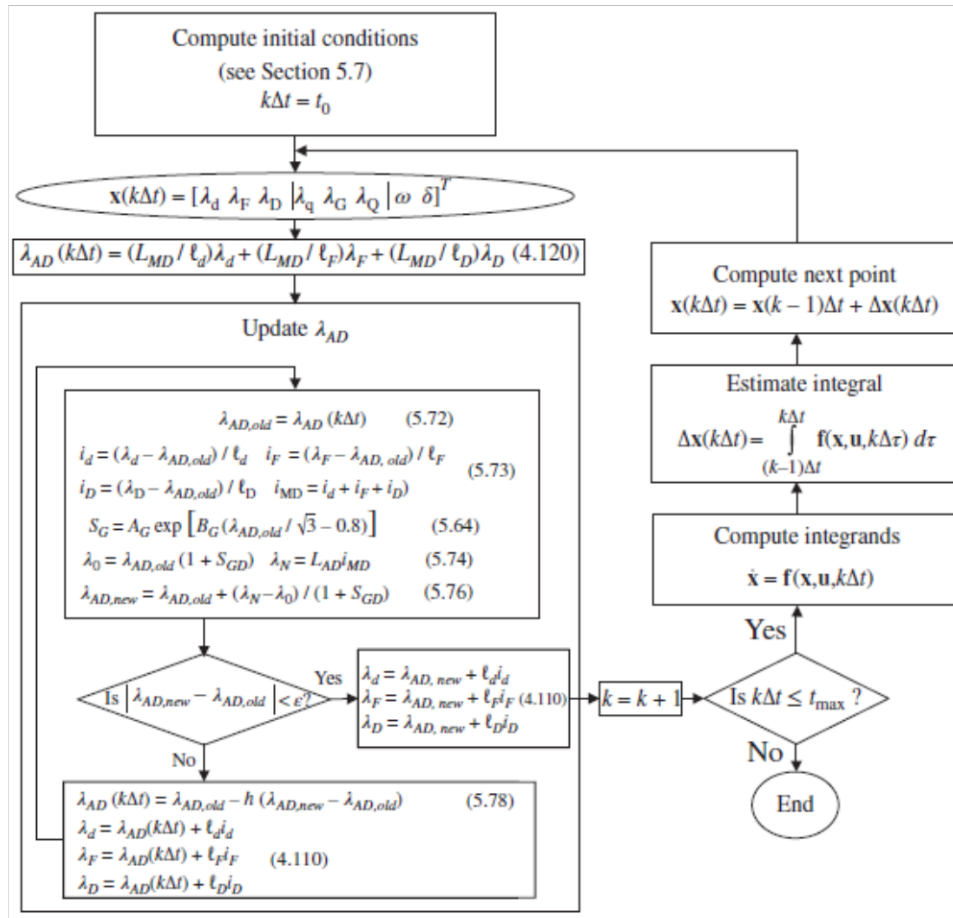


Fig. 12 Diagrama de flujos para la integración digital [1].

Para poder aplicar este algoritmo es necesario conocer las condiciones iniciales del sistema para actualizar los valores necesitados mediante la integración numérica. El diagrama de flujos es bastante útil debido a que muestra los pasos para resolver los sistemas de ecuaciones, muestra el proceso de obtención de condiciones iniciales y la estimación del valor de la integral y muestra el cálculo del siguiente paso, además muestra la modelación de la saturación de la máquina.

1.4.17.1 Cálculo digital de la saturación

Uno de los principales problemas al momento de analizar el comportamiento de la máquina sincrónica es la determinación de la saturación del sistema. Para modelar la saturación se toma en cuenta el efecto de esto solo en el eje directo mediante un factor de saturación el cual puede ser aplicado tanto a máquinas de polos salientes como de rotor cilíndrico, pero teniendo en cuenta diferentes consideraciones.

El valor de λ_{AD} es dependiente de las corrientes i_d , i_F e i_D y de la inductancia L_{AD} , con estos valores se procede a la integración y actualización de estos datos con el propósito

de estimar la saturación. Esto implica calcular su magnitud en un punto específico de la curva de saturación, utilizando tablas, aproximaciones polinómicas o exponenciales. Se considera que no hay saturación por debajo de un cierto umbral, y se normalizan los valores para su análisis.

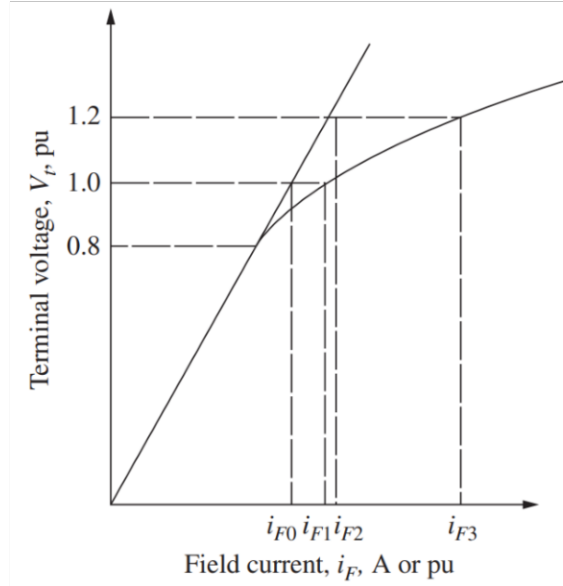


Fig. 13 Estimación de la saturación como una función exponencial [1].

Los valores normalizados de la curva de saturación pueden ser calculados como:

$$S_{G1} = \frac{i_{F1} - i_{F0}}{i_{F0}} \quad S_{G2} = \frac{i_{F3} - i_{F2}}{i_{F2}} = \frac{i_{F3} - 1.2 i_{F0}}{1.2 i_{F0}} \quad (1.142)$$

La ecuación de saturación asumiendo que se tiene un circuito abierto viene dada por:

$$S_G = A_G e^{B_G \left(\frac{\lambda_{AD}}{\sqrt{3}} - V_L \right)} \quad (1.143)$$

Este resultado es interesante debido a que $\lambda_{AD} = (i_d + i_F + i_D)L_{AD}$ y L_{AD} es la única inductancia que causa una saturación apreciable.

Si se tienen los valores de S_{G1} y S_{G2} estos pueden ser reemplazados en (142) para hallar las constantes A_G y B_G de la ecuación. Realizando este proceso se tienen los siguientes valores para las constantes:

$$A_G = \frac{S_{G1}^2}{1.2 S_{G2}} \quad B_G = 5 \ln \left(\frac{1.2 S_{G2}}{S_{G1}} \right) \quad (1.144)$$

La función S_G es siempre positiva y cumple con los valores definidos S_{G1} y S_{G2} en $V_t = 1.0$ y $V_t = 1.2$ respectivamente. Una consideración importante es que la saturación es nula para $V_t < 0.8$ [PU], de esta manera, es posible definir la saturación para cualquier nivel de voltaje así:

$$S_G = \frac{i_{F1} - ki_{F0}}{ki_{F0}} \quad (1.145)$$

Donde, i_F es la corriente de campo requerida para producir un voltaje en terminales de circuito abierto incluyendo el efecto de la saturación. Si el entrehierro posee una resistencia R el voltaje en terminales será $V_t = Rki_{F0}$, partiendo de (165) se tiene:

$$S_G(V_t) = \frac{Ri_{F1} - Rki_{F0}}{Rki_{F0}} = \frac{Ri_F - V_t}{V_t} \quad (1.146)$$

De esta forma, se tiene la siguiente ecuación no lineal:

$$V_t = Ri_F - V_t S_G(V_t) \quad (1.147)$$

Donde Ri_F es el voltaje de línea en el entrehierro asociado a la corriente de campo i_F . La saturación causa una disminución en el voltaje en terminales, representada por $V_t S_G$, donde S_G es una función de V_t .

Es posible expresar la saturación en términos del voltaje en terminales si los voltajes en circuito abierto hallados en el entrehierro $V_{t0}, V_{t1}, V_{t2}, V_{t3}$ corresponden a las corrientes $i_{F0}, i_{F1}, i_{F2}, i_{F3}$, de esta manera:

$$S_{G1} = \frac{i_{F1} - i_{F0}}{i_{F0}} = \frac{V_{t1} - V_{t0}}{V_{t0}} \quad S_{G2} = \frac{i_{F3} - i_{F2}}{i_{F2}} = \frac{V_{t3} - V_{t2}}{V_{t2}} = \frac{V_{t3} - 1.2V_{t0}}{1.2V_{t0}} \quad (1.148)$$

1.4.17.2 Actualización de λ_{AD}

Como se mencionó anteriormente es necesario actualizar valores para realizar cada proceso de integración, así, en esta sección se presenta el proceso iterativo para la actualización de λ_{AD} .

1. Estimación preliminar de λ_{AD}

Este valor es dado por las condiciones iniciales del sistema, para los siguientes pasos la estimación es:

$$\lambda_{AD,old} = \lambda_{AD}(k\Delta t) \quad (1.149)$$

2. Cálculo de las nuevas corrientes a partir de las ecuaciones:

$$\begin{aligned} i_d &= (\lambda_d - \lambda_{AD,old})\ell_d & i_F &= (\lambda_F - \lambda_{AD,old})\ell_F \\ i_D &= (\lambda_D - \lambda_{AD,old})\ell_D & i_{MD} &= i_d + i_F + i_D \end{aligned} \quad (1.150)$$

Los valores de estas nuevas corrientes no son exactos debido a que se utiliza $\lambda_{AD,old}$ y es el valor utilizado en la iteración anterior, pero es posible hallar el valor correcto al cambiar ligeramente el valor estimado de λ_{AD} hasta que i_{MD} coincida

con λ_{AD} en la curva de saturación, o hasta que los puntos A y B en la curva coincidan.

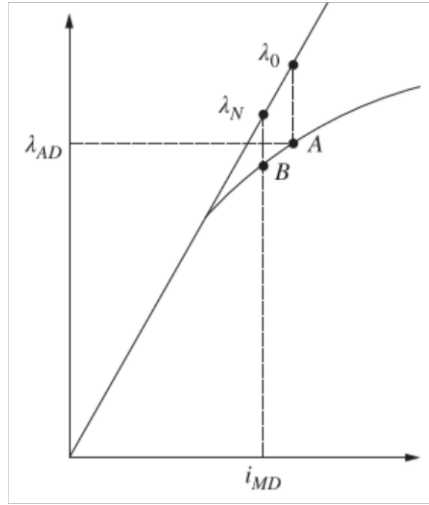


Fig. 14 Curva de saturación para la inductancia de magnetización L_{AD} [1].

3. Estimación de $\lambda_{AD,new}$

En este paso se calcula la función de saturación $S_{GD} = f(\lambda_{AD})$ de forma usual utilizando (165), después se calcula λ_0 y λ_N definidas en la figura 14, de esta forma:

$$\lambda_0 = \lambda_{AD,old}(1 + S_{GD}) \qquad \lambda_N = L_{AD}i_{MD} \qquad (1.151)$$

Así, el error medido en la línea del entrehierro es $\lambda_E = \lambda_N - \lambda_0$, y el error medido en la curva de saturación es aproximadamente:

$$\lambda_{\Delta} = \frac{\lambda_N - \lambda_0}{1 + S_{GD}} \qquad (1.152)$$

Ahora se define la nueva inductancia de magnetización $\lambda_{AD,new} = \lambda_{AD,old} + \lambda_{\Delta}$ como:

$$\lambda_{AD,new} = \lambda_{AD,old} + \frac{\lambda_N - \lambda_0}{1 + S_{GD}} = \frac{L_{AD}i_{MD}}{1 + S_{GD}} \qquad (1.153)$$

4. Comparación entre $\lambda_{AD,new}$ y $\lambda_{AD,old}$

Es necesario que la diferencia entre estos valores sea menor a una tolerancia ε la cual suele estar en el orden de 10^{-4} .

$$|\lambda_{AD,new} - \lambda_{AD,old}| < \varepsilon \qquad (1.154)$$

Si este valor no cumple con esta restricción se lo corrige así:

$$\lambda_{AD}(t) \leftarrow \lambda_{AD,old} - h(\lambda_{AD,new} - \lambda_{AD,old}) \qquad (1.155)$$

Donde h es un número lo suficientemente pequeño para evitar excederse, generalmente $h=0.01$. Una vez realizada esta corrección el proceso se repite hasta cumplir con la tolerancia deseada, de esta manera se hallan las nuevas corrientes asociadas a cada valor nuevo de λ_{AD} .

2 METODOLOGÍA

2.1 Voltaje de la barra infinita y transformada de Park

Los modelos tratados en este trabajo comparten la misma implementación tanto para la barra infinita como para la transformada de Park. La implementación de ambos sistemas se detalla a continuación.

La barra infinita se caracteriza por poseer un voltaje constante tanto en módulo como en ángulo, de esta manera se implementa esta característica mediante el siguiente diagrama de bloques cuyas entradas son el valor del módulo y ángulo deseado y como salida se obtiene un voltaje trifásico invariante en el tiempo.

Al utilizar los bloques *Repeating sequence* tanto para el módulo de voltaje como el ángulo de desfase es posible crear diferentes casos de simulación en los que estas características puedan variar.

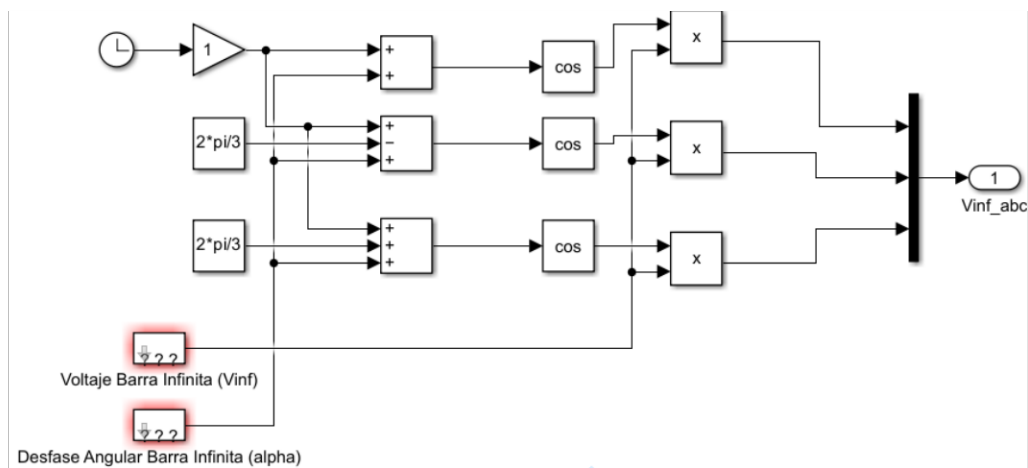


Figura 2.1. Diagrama de bloques voltaje trifásico de la barra infinita

Debido a que se necesita trabajar en el sistema de referencia dq0 es necesario transformar la señal trifásica de la barra infinita al sistema dq0. Haciendo uso de la ecuación (14) se construye el siguiente diagrama de bloques el cual representa a la transformada de Park:

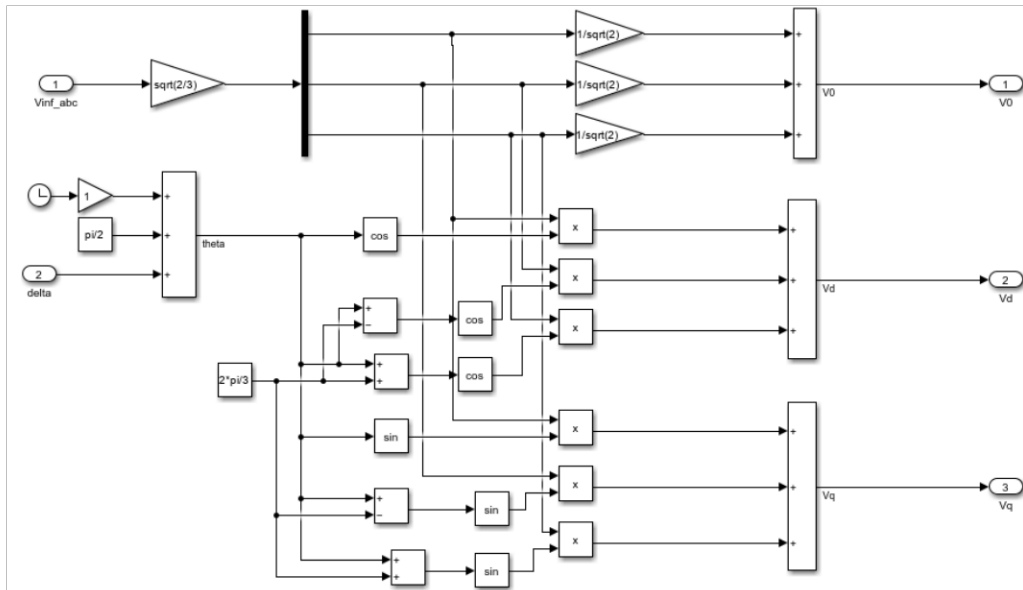


Figura 2.2. Diagrama de bloques Transformada de Park

2.2 Implementación del modelo de estados IEEE 2.1 excluyendo el devanado G

El modelo de estados 2.1 utiliza como entradas los voltajes dq0 de la barra infinita y posee siete subsistemas los cuales representan a las variables de estado, dos subsistemas de los que se obtienen las corrientes de eje directo y de cuadratura de la máquina y dos subsistemas de los que se obtienen los voltajes de eje directo y de cuadratura de los terminales de la máquina. Por otro lado, con las salidas de los diferentes subsistemas es posible ensamblar los diagramas de bloques que permiten obtener valores de potencia activa y reactiva de la máquina y voltaje interno generado.

2.2.1 Diagrama de bloques de las ecuaciones de estado

Como se indicó el modelo está conformado por siete ecuaciones diferenciales las cuales poseen como entradas las concatenaciones de flujo, velocidad del rotor, voltajes dq de la barra infinita y el voltaje de campo de la máquina. La particularidad de estos bloques es que necesitan la retroalimentación de las variables de estado para que cada uno de los subsistemas pueda integrar su propia salida y así obtener la variable correspondiente a cada ecuación. Se puede observar esta retroalimentación en ANEXOS.

Partiendo de la ecuación (94) se tienen los siguientes subsistemas que representan a cada una de las siete variables de estado de la máquina.

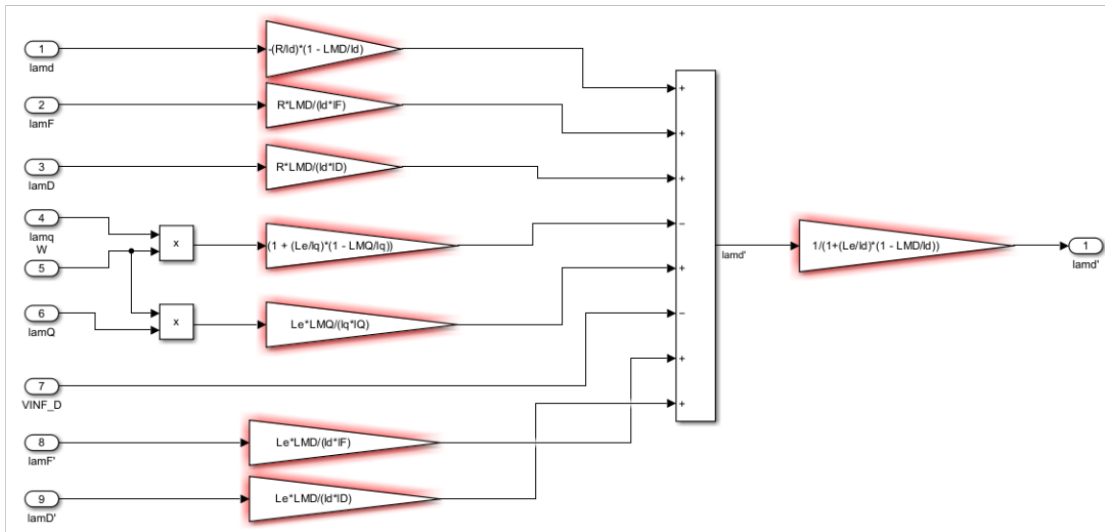


Figura 2.3. Diagrama de bloques λ_d

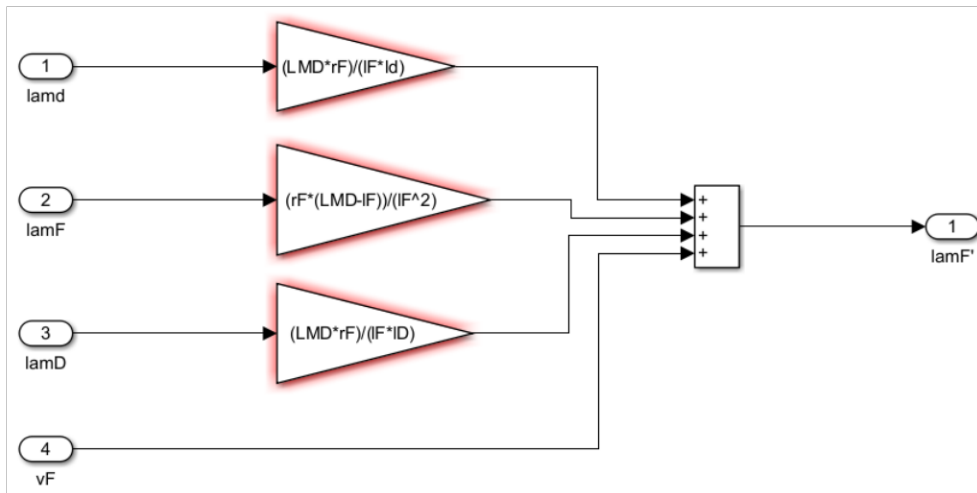


Figura 2.4. Diagrama de bloques λ_F

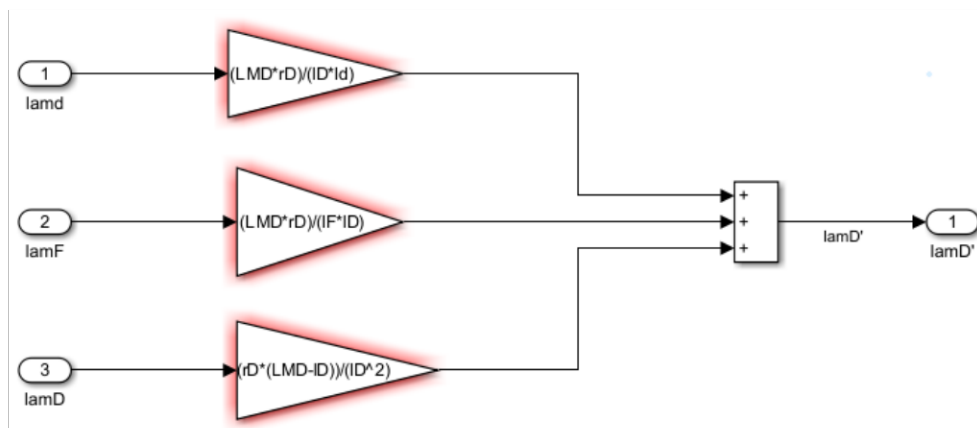


Figura 2.5. Diagrama de bloques λ_D

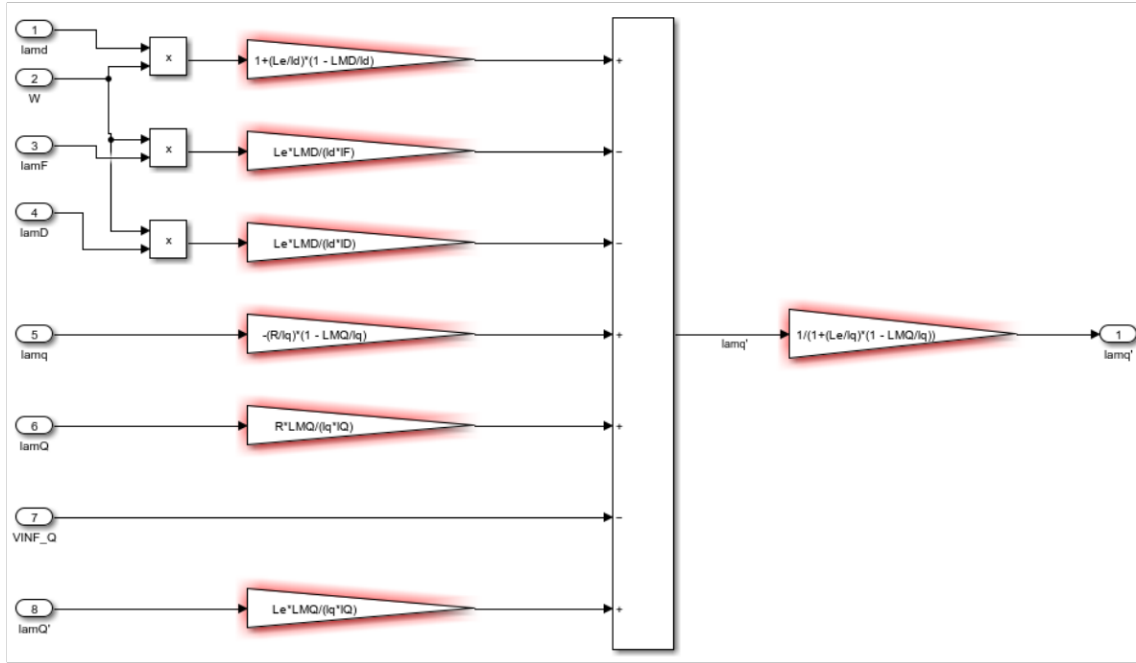


Figura 2.6. Diagrama de bloques λ_q

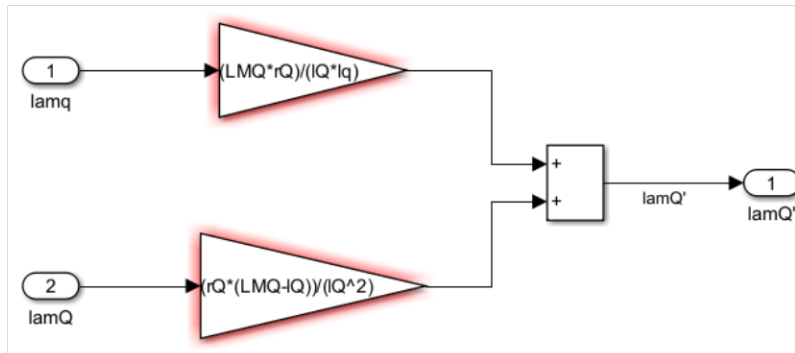


Figura 2.7. Diagrama de bloques λ_Q

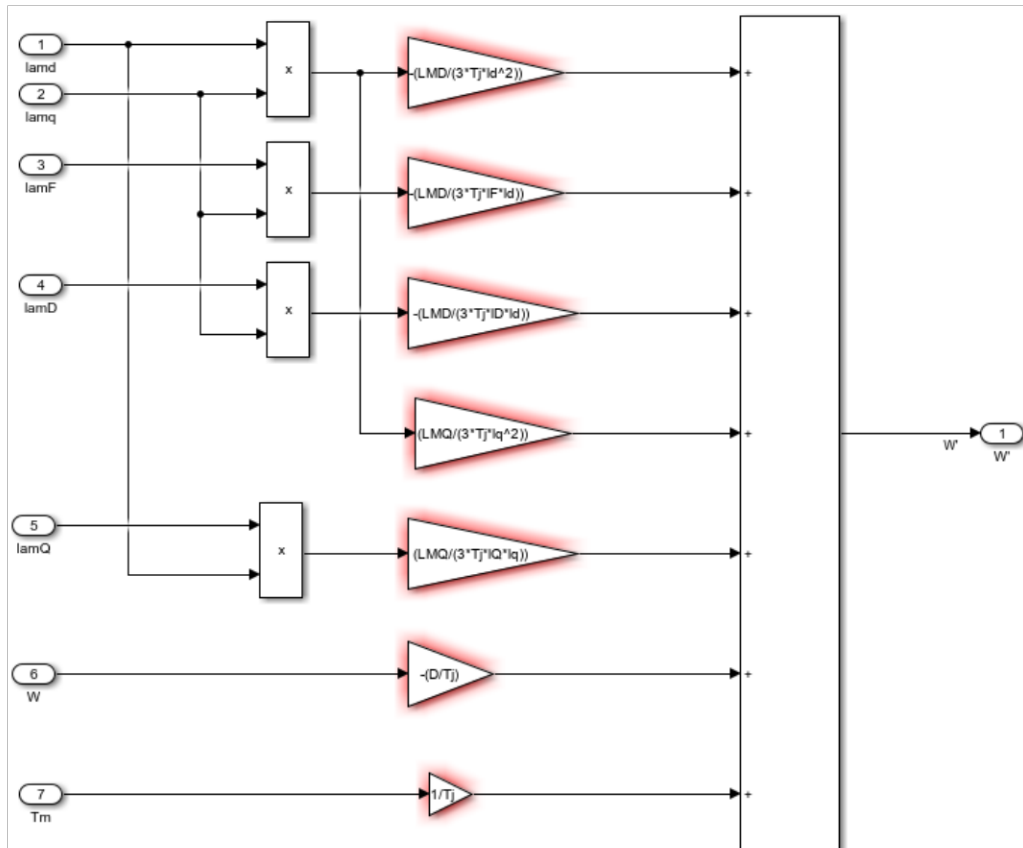


Figura 2.8. Diagrama de bloques Ecuación de oscilación.

2.2.2 Saturación de la máquina

Para un modelado más preciso del comportamiento de la máquina se debe considerar la saturación en el eje directo, esto implica que λ_d , λ_F y λ_D variarán sus valores dependiendo del voltaje en terminales de la máquina. El subsistema que modela este efecto tiene como entradas las concatenaciones de flujo resultantes de la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales del eje d, el paso de integración, el error tolerado, las constantes de la función de saturación calculadas en base a la ecuación (142) y las constantes necesarias para generar el efecto deseado.

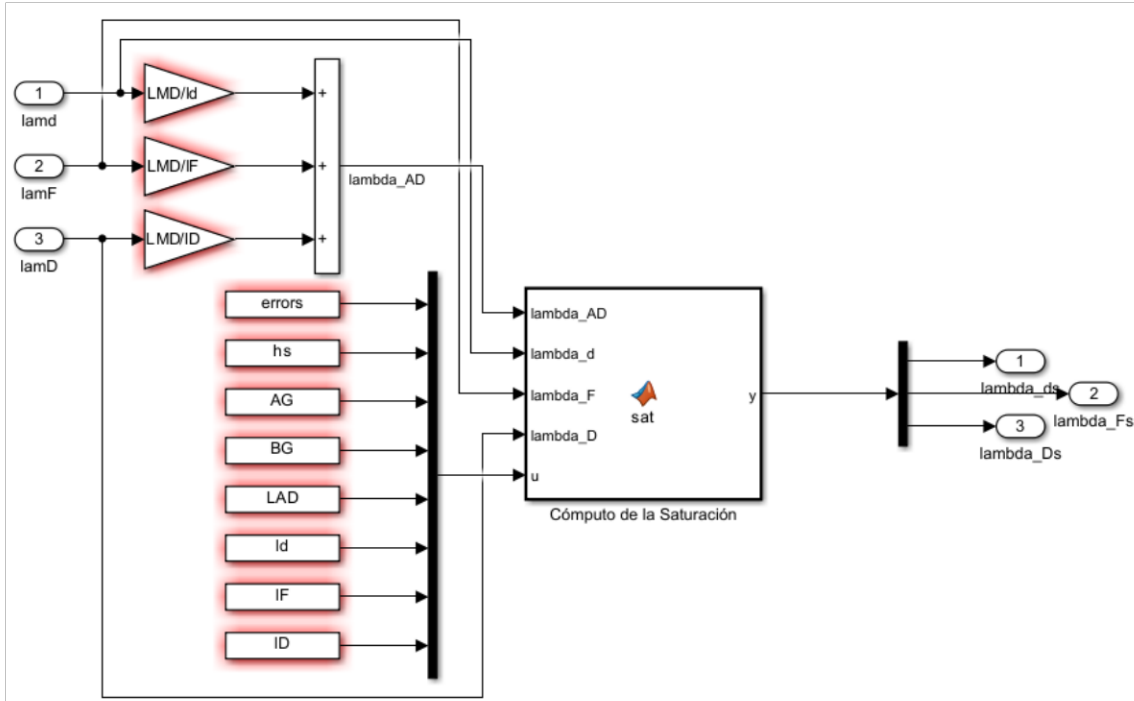


Figura 2.9. Diagrama de bloques saturación de la máquina.

2.2.3 Corriente de la máquina modelo IEEE 2.1

2.2.3.1 Corrientes de eje directo y de eje de cuadratura

Una vez considerada la saturación de la máquina las corrientes pueden ser calculadas relacionando las concatenaciones de flujo, las inductancias de dispersión y las inductancias de magnetización, haciendo uso de las ecuaciones (1.50) y (1.52) para la corriente de eje directo y las ecuaciones (1.54) y (1.55) para la corriente de eje de cuadratura se tiene los siguientes diagramas de bloques:

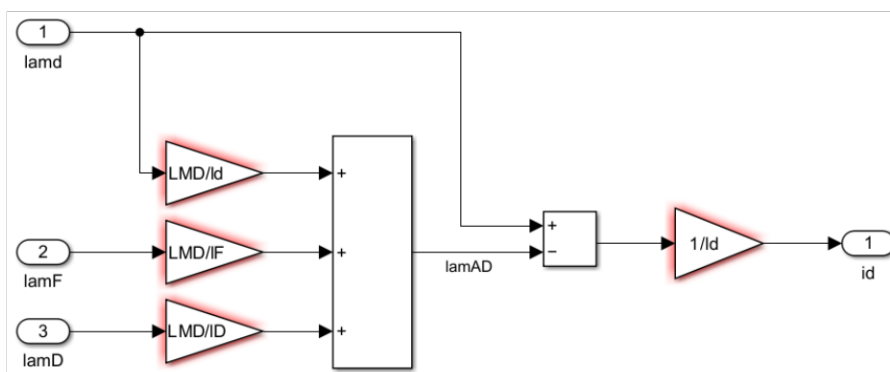


Figura 2.10. Diagrama de bloques corriente de eje directo.

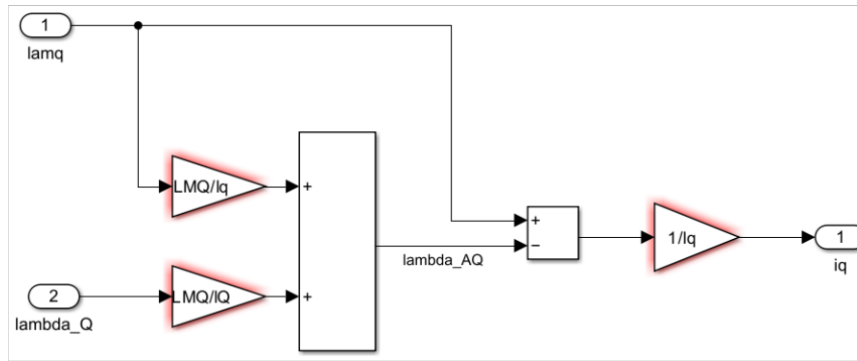


Figura 2.11. Diagrama de bloques corriente de eje de cuadratura.

2.3 Implementación del modelo de estados IEEE 1.1 excluyendo los efectos subtransitorios de la máquina

Este modelo se caracteriza por tener como variables de estado E'_q , E'_d , ω y δ , por otro lado, este modelo necesita a las corrientes d y q, el torque mecánico y el EFD. De esta manera:

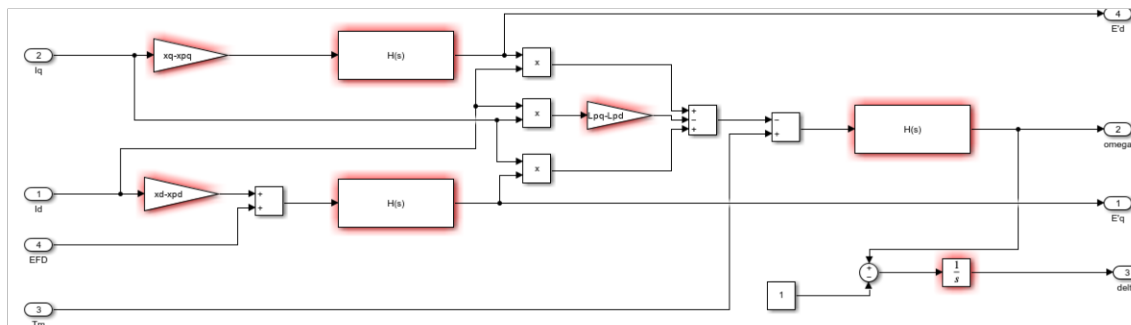


Figura 2.12. Diagrama de bloques modelo de estados del modelo IEEE 1.1.

2.3.1 Corriente de la máquina modelo IEEE 1.1

Las corrientes de la máquina se obtienen de manera diferente al modelo 2.1 debido a que no utiliza las concatenaciones de flujo, las ecuaciones que modelan a las corrientes del eje d y el eje q son representadas por (131).

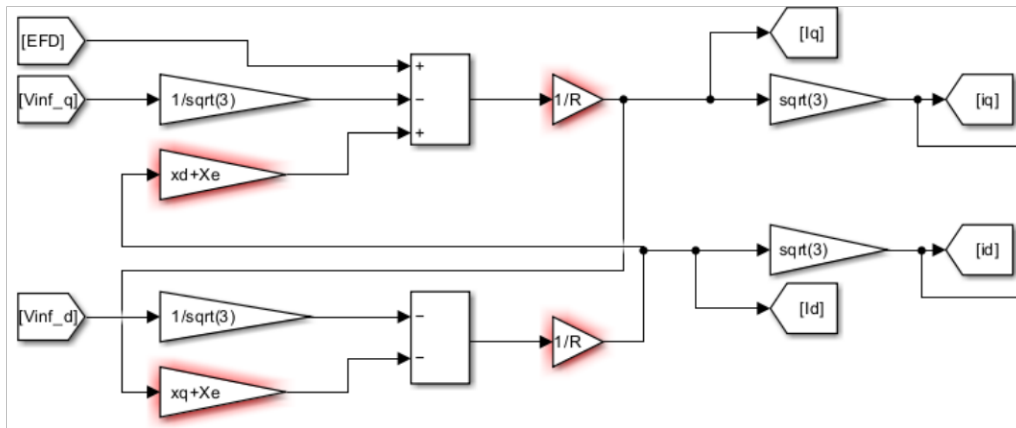


Figura 2.13. Diagrama de bloques Corrientes de eje directo y de cuadratura.

2.4 Voltajes de eje directo y de eje de cuadratura

Tanto el modelo IEEE 2.1 como el modelo IEEE 1.1 comparten las mismas ecuaciones para modelar los voltajes de eje directo y de cuadratura. Los diagramas de bloque para estos voltajes se construyen en base al sistema de ecuaciones (1.129), de esta forma:

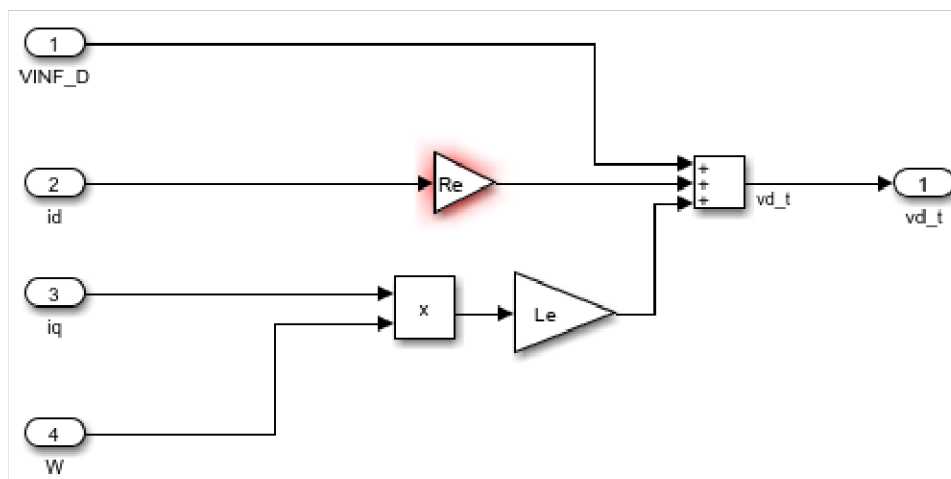


Figura 2.14. Diagrama de bloques voltaje de eje directo en terminales de la máquina.

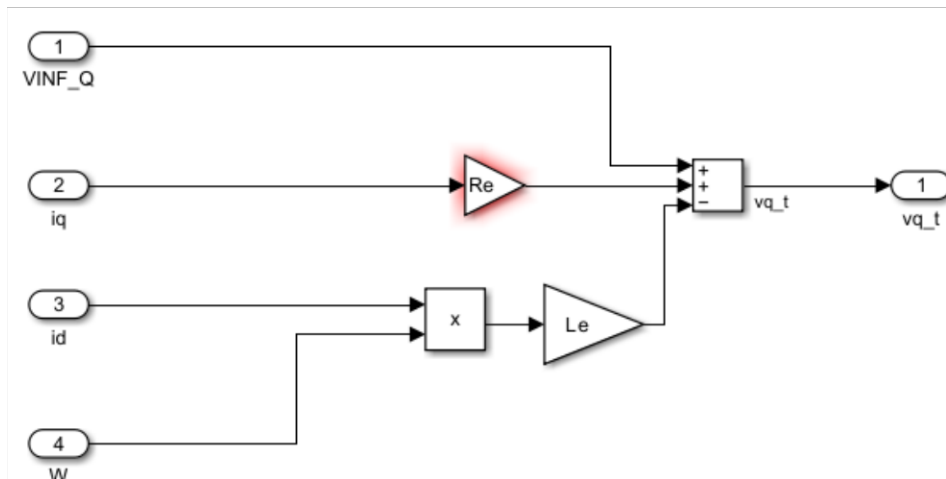


Figura 2.15. Diagrama de bloques voltaje de eje de cuadratura en terminales de la máquina.

2.5 Potencia activa y reactiva

Las potencias de la máquina son trifásicas, debido a esto es necesario dividir este valor para tres, de esta manera se visualizan los valores por fase de la máquina así

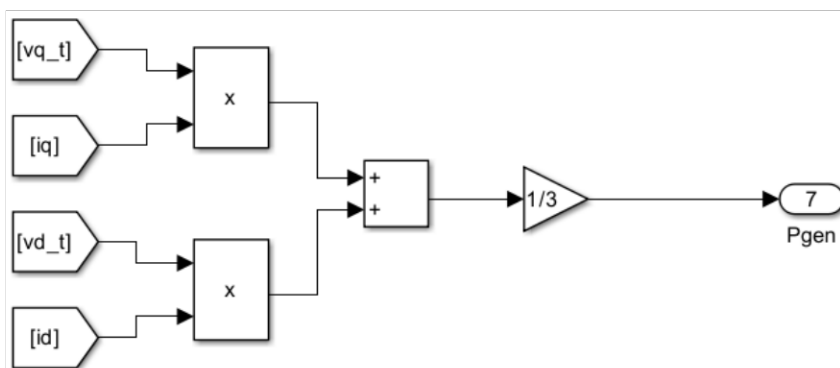


Figura 2.16. Diagrama de bloques potencia activa por fase de la máquina.

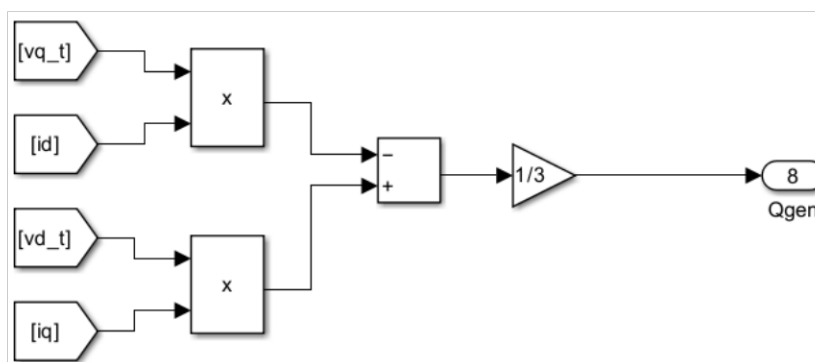


Figura 2.17. Diagrama de bloques potencia reactiva por fase de la máquina.

2.6 Voltajes y corrientes en [PU]

Una vez obtenidas las señales tanto de voltaje como de corriente en los ejes d y q es posible obtener los valores de las variables voltaje y corriente en por unidad teniendo en cuenta que este valor será la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los valores.

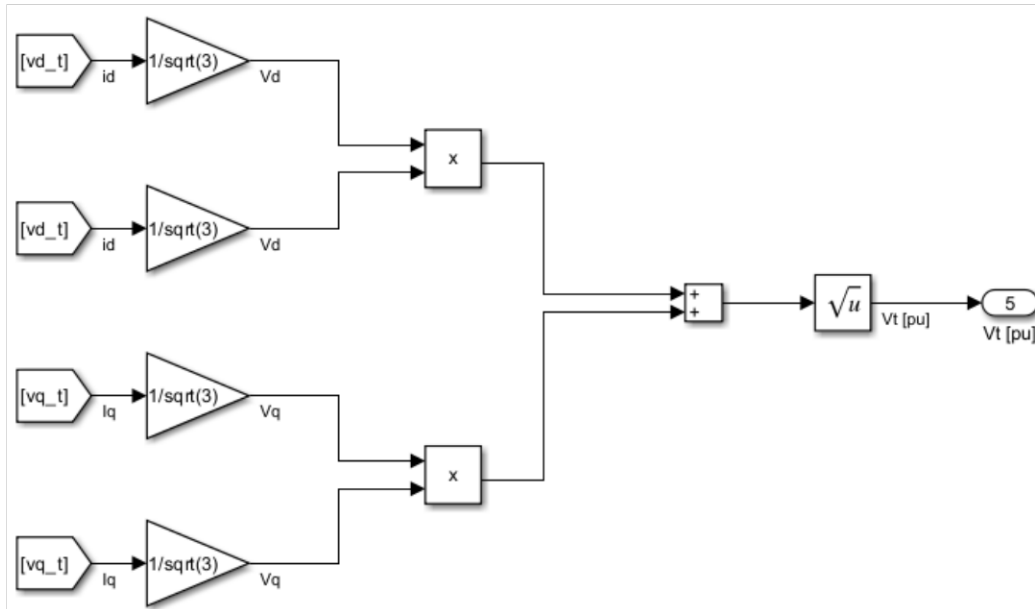


Figura 2.18. Diagrama de bloques voltaje en terminales [PU].

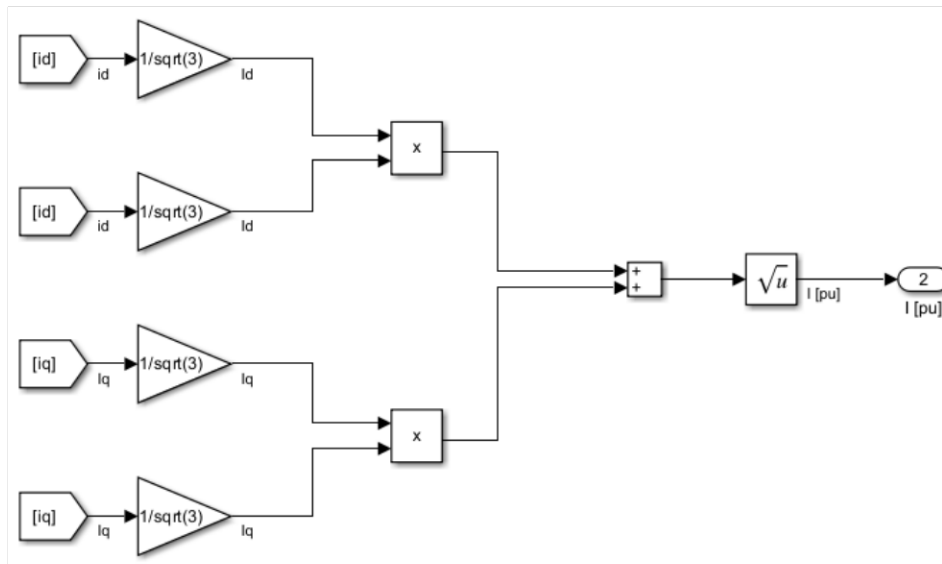


Figura 2.19. Diagrama de bloques corriente de la máquina en [PU].

2.7 Voltaje y corrientes trifásicas en terminales de la máquina

Durante todo este proceso se ha trabajado en el sistema de referencia dq0 gracias a su facilidad, pero es necesario regresar al sistema de referencia abc para observar el

comportamiento real. Para obtener este resultado es necesario aplicar la transformada inversa de Park a las señales. El diagrama de bloques es el siguiente:

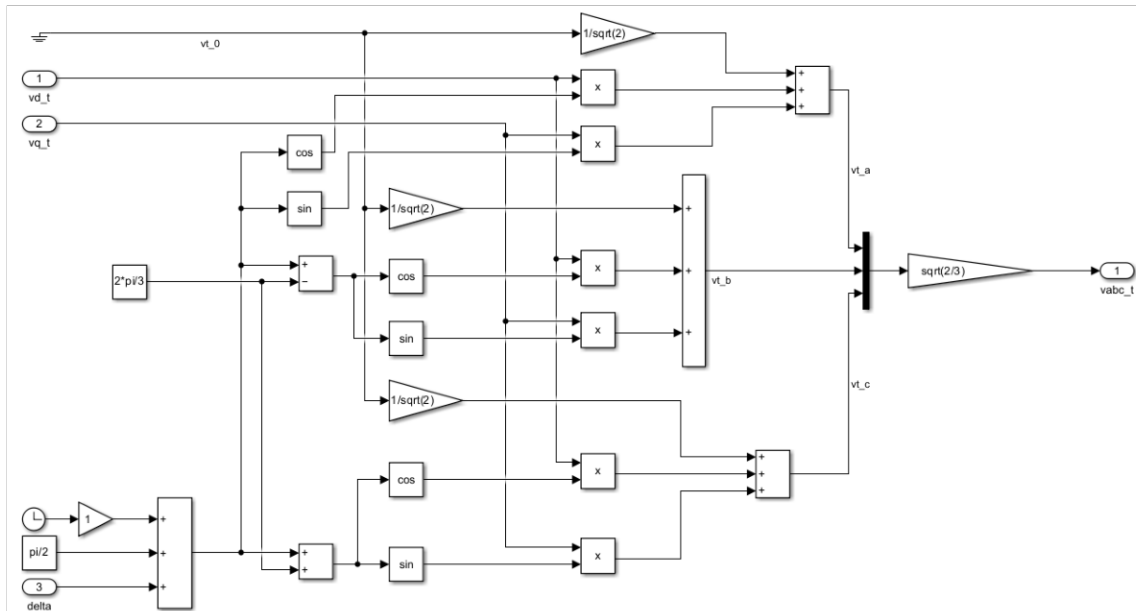


Figura 2.20. Diagrama de bloques voltaje trifásico en terminales.

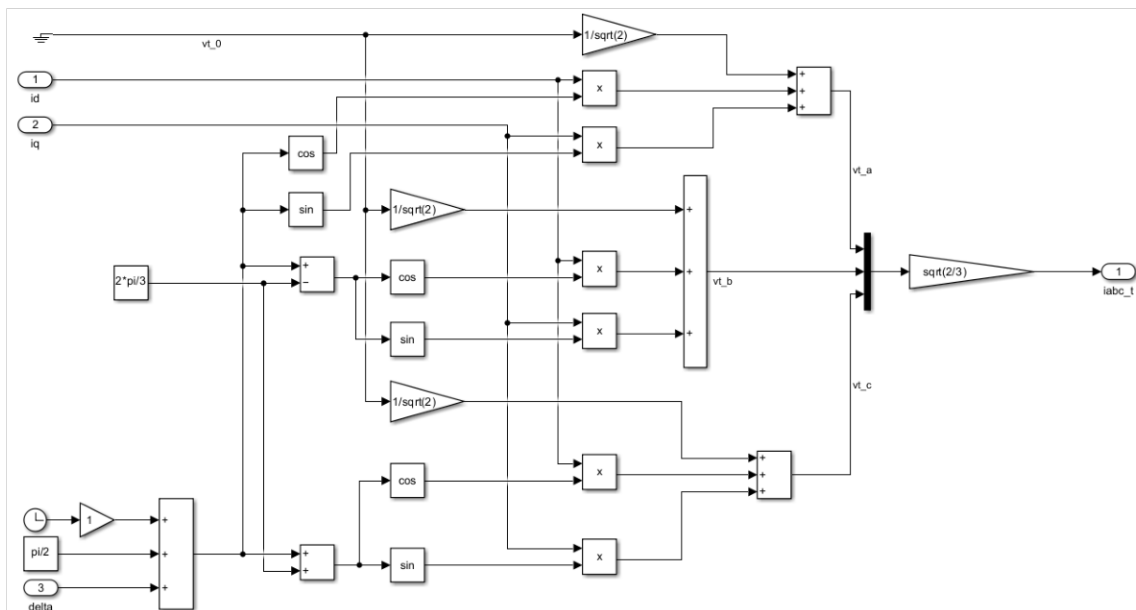


Figura 2.21. Diagrama de bloques corriente trifásica de la máquina.

2.8 Inicialización de parámetros

Una vez finalizada la construcción de los diagramas de bloques es necesario hallar la condición inicial de cada uno de los integradores de las variables de estado, para esto se debe realizar el cálculo del flujo de potencia del sistema generador barra infinita.

2.8.1 Flujo de potencia sistema generador-barra infinita

El sistema generador-barra infinita está conformado por la barra de interconexión entre el generador y la línea de transmisión y la barra de conexión entre la línea de transmisión y la barra infinita.

Debido a que se tiene un sistema bastante simple el flujo de potencia puede ser resuelto con la siguiente ecuación:

$$P_i = V_i * \sum_{j=1}^k V_j [G_{ij} \cos(\theta_{ij}) + B_{ij} \sin(\theta_{ij})] \quad (2.1)$$

Para utilizar (2.1) se define a la barra 1 como PV porque se dispone de datos de voltaje en terminales de la máquina y de la potencia que despacha el generador, por otro lado, la barra 2 se define como slack debido a que en esta se encuentra conectada la barra infinita la cual no cambiará su referencia, de esta manera desarrollando (2.1) para este caso específico se obtiene:

$$P_1 = V_1^2 * G_{11} + V_1 V_2 * [G_{12} \cos(\theta_1) + B_{12} \sin(\theta_1)] \quad (2.2)$$

Donde:

V_1 : Voltaje de la barra 1 (PV)

V_2 : Voltaje de la barra 2 (Slack)

G_{11}, G_{12} : Conductancias de la matriz de admitancias

B_{12} : Susceptancia de la matriz de admitancias

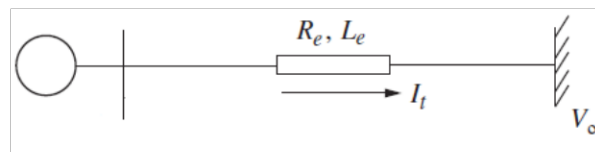


Figura 2.22. Sistema generador barra infinita.

2.8.2 Inicialización de variables de estado

2.8.2.1 Consideraciones para el modelo IEEE 2.1

Las variables de estado de este modelo son las concatenaciones de flujo de cada circuito y se calculan en base a la ecuación (1.38), es necesario tener en cuenta que en estado estable las corrientes de los devanados de amortiguamiento serán nulas, en tanto que para las concatenaciones de flujo mutuas de los ejes d y q se obtiene su valor inicial en base a (1.39), (1.42) y (1.40), (1.43) respectivamente, haciendo uso de estas consideraciones los valores iniciales estarán dados por:

$$\begin{aligned}
\lambda_d &= L_d i_d + k M_F i_F \\
\lambda_F &= k M_F i_d + L_F i_F \\
\lambda_D &= k M_D i_d + M_R i_F \\
\lambda_q &= L_q i_q \\
\lambda_Q &= k M_Q i_q \\
\lambda_{AD} &= k M_F (i_d + i_F) \\
\lambda_{AQ} &= k M_Q i_q
\end{aligned} \tag{2.3}$$

2.8.2.2 Consideraciones para el modelo IEEE 1.1

Este modelo hace uso de los valores iniciales de (2.3), excluyendo λ_D y λ_Q , requiriéndose determinar pero aparecen los valores iniciales de los voltajes internos generados E'_d y E'_q :

$$\begin{aligned}
\lambda_G &= k M_G i_q \\
E'_d &= -L_{AQ} * \frac{\lambda_G}{L_G * \sqrt{3}} \\
E'_q &= k M_F * \frac{\lambda_F}{L_F * \sqrt{3}}
\end{aligned} \tag{2.4}$$

2.9 Tiempo de simulación

Generalmente una vez que ya se tiene parametrizado todo lo necesario en cualquier modelo de Simulink, se corre la simulación y se obtiene los resultados requeridos, sin embargo, para la simulación de estos modelos se debe tener en cuenta que al trabajar con todos los parámetros en por unidad, el tiempo no será una excepción por lo tanto el tiempo de simulación deberá tener un valor en por unidad mas no en segundos, de esta manera se obtendrán valores coherentes en la simulación. Los cambios a realizar serán los siguientes:

- Dividir el tiempo de simulación para el tiempo base ya sea en el script o en el modelo de Simulink.
- Las líneas de código en las que se involucre el tiempo deben ser divididas para el tiempo base.
- Los bloques de transformaciones de Park deben dividir la constante W_r para el tiempo base.

- Al momento de graficar las señales exportadas al workspace se debe multiplicar por el tiempo base el vector tiempo para poder observar los parámetros deseados en segundos y no en por unidad.

2.10 Comparación de resultados entre Matlab y PowerFactory

Una vez finalizado el proceso de programación en Matlab e implementación del diagrama de bloques en Simulink se implementa el sistema generador-barra infinita en PowerFactory y se realiza la simulación con el modelo completo y el modelo clásico para realizar una comparación y corroborar que la programación realizada es correcta.

2.10.1 Modelo IEEE 2.1 y Modelo IEEE 1.1 vs Modelo estándar de PowerFactory

Debido a que el modelo IEEE 2.1 toma en cuenta varias condiciones como la saturación de la máquina, los devanados de amortiguamiento y corrientes parásitas, es necesario compararlo con el modelo estándar de Powerfactory para obtener resultados coherentes, de esta forma se comparan la velocidad de la máquina y el ángulo de máquina porque son las variables que más presentan oscilaciones durante el evento de variación de torque mecánico.

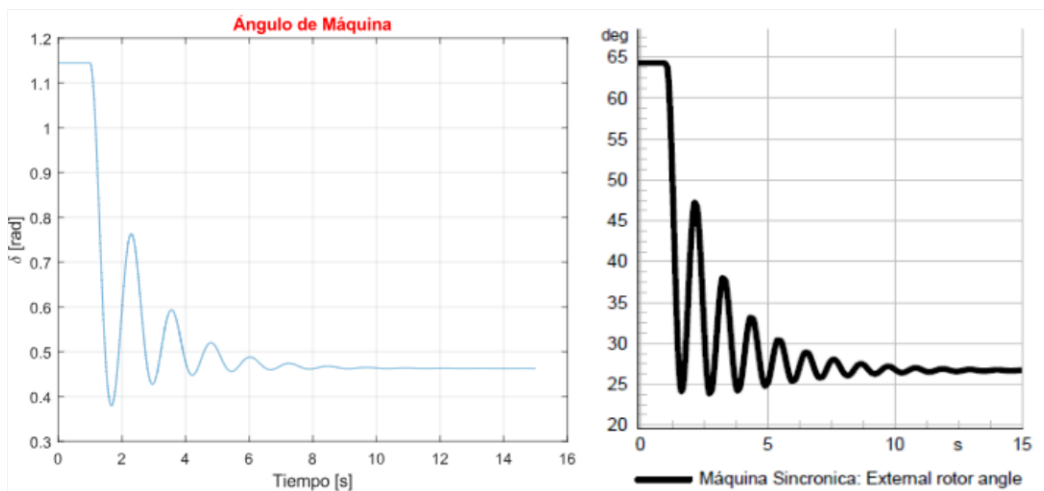


Figura 2.23. Ángulo de máquina del modelo 2.1 en Matlab y PowerFactory.

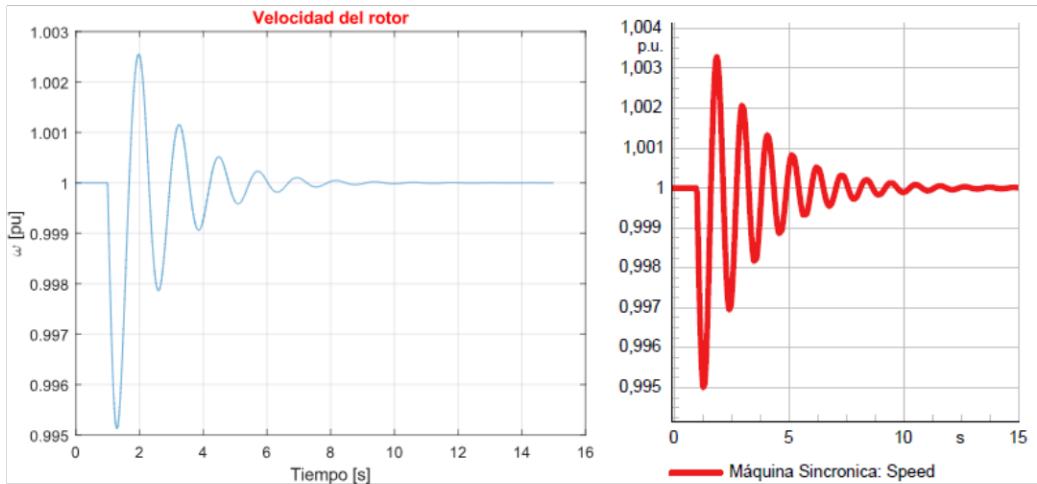


Figura 2.24. Velocidad del rotor del modelo 2.1 en Matlab y PowerFactory.

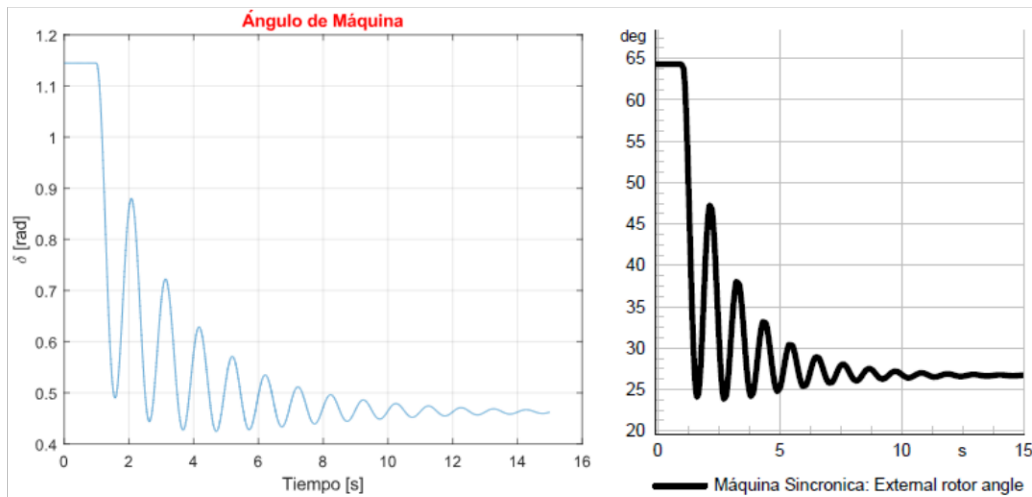


Figura 2.23. Ángulo de máquina del modelo 1.1 en Matlab y PowerFactory.

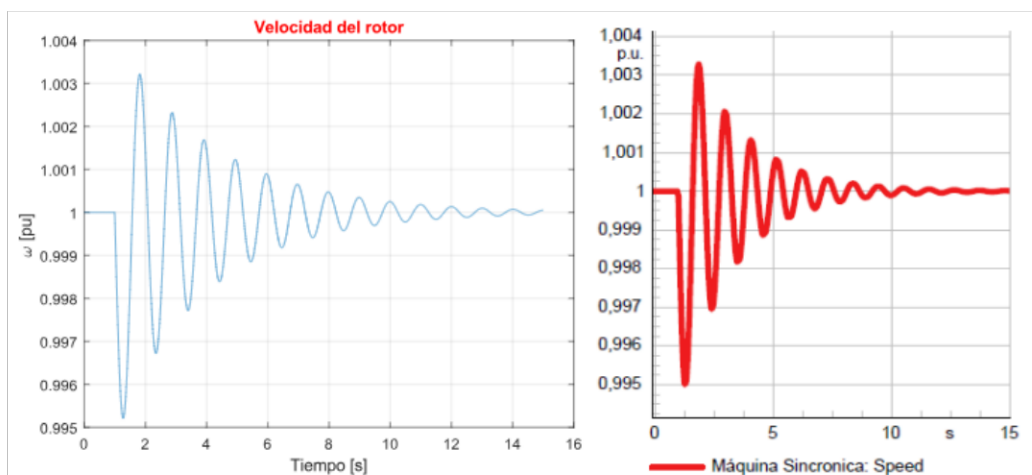


Figura 2.24. Velocidad del rotor del modelo 1.1 en Matlab y PowerFactory.

Una vez corroborados los resultados obtenidos es posible notar que se realizó una correcta programación de ambos modelos.

2.11 Programación en Python

Después de finalizar la implementación en Matlab es necesario implementar ambos modelos en Python, gracias a que ya se tiene el código en Matlab este puede ser reutilizado con algunas modificaciones como la definición de las ecuaciones matemáticas del modelo de espacio de estados y la saturación de la máquina, para obtener las gráficas requeridas es necesario utilizar el solver ODE45 para realizar la integración numérica de los sistemas de ecuaciones de cada modelo. En Python se hace uso de las siguientes librerías: math, numpy, scipy y matplotlib.

3 RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

3.1 Resultados

Las señales de alta importancia al momento de analizar la estabilidad de la máquina ante una perturbación son la velocidad del rotor, el ángulo de máquina, potencias activa y reactiva, voltaje en terminales, corriente de la máquina y FEM generada, sobre esta base, a continuación, se analizan y comparan dichas señales para cada modelo implementado.

3.1.1 Resultados modelo IEEE 2.1 en Matlab

Ante el evento de reducción del torque mecánico, el ángulo de máquina responde de una manera satisfactoria debido a que no presenta grandes oscilaciones y a partir de los 8 segundos se estabiliza en un valor de aproximadamente 0.48 radianes. La velocidad de la máquina no se ve afectada de una manera notoria ya que en el periodo en que se estabiliza el generador este parámetro permanece relativamente igual y después de la perturbación se mantiene el valor inicial. En el caso de la potencia activa, esta se encuentra ligada directamente al torque de la máquina y debido a esta condición disminuye, por otro lado, la potencia reactiva aumenta porque la máquina trata de mantener su nivel de voltaje. El voltaje en terminales aumenta gracias al incremento en la potencia reactiva, la FEM disminuye a un valor un poco menor a 1.5 [pu], pero luego se estabiliza en su valor inicial, por otro lado, la corriente se estabiliza, pero en un valor menor al inicial.

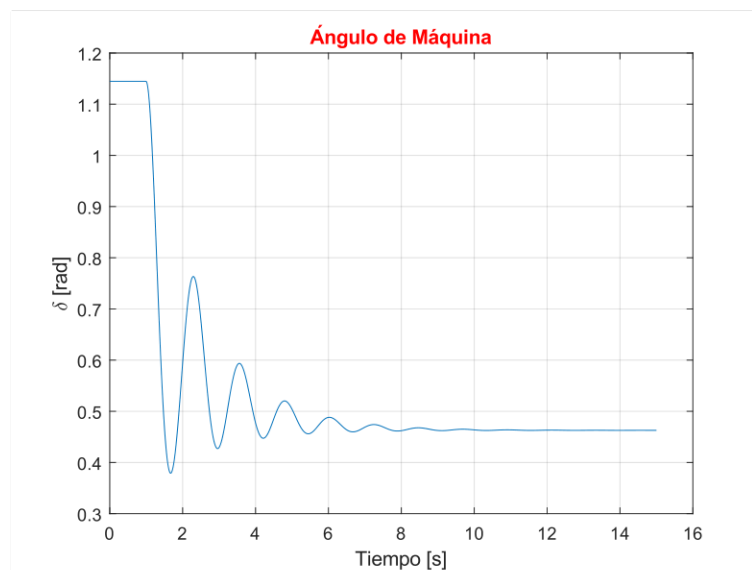


Figura 3.1. Ángulo de máquina del modelo 2.1 en Matlab

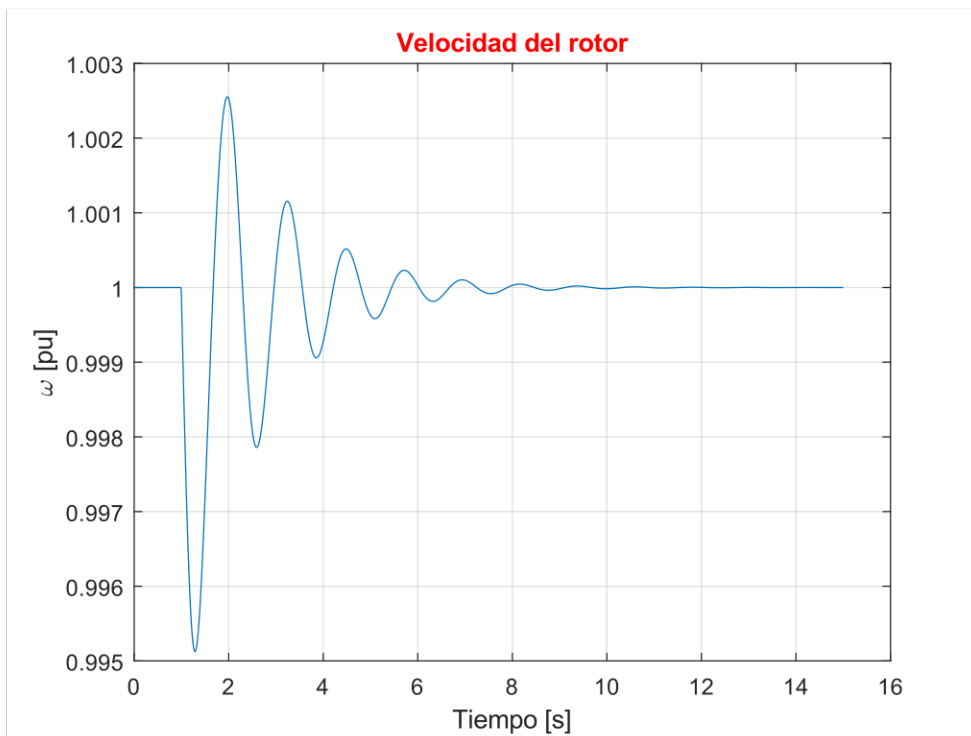


Figura 3.2. Velocidad del rotor del modelo 2.1 en Matlab

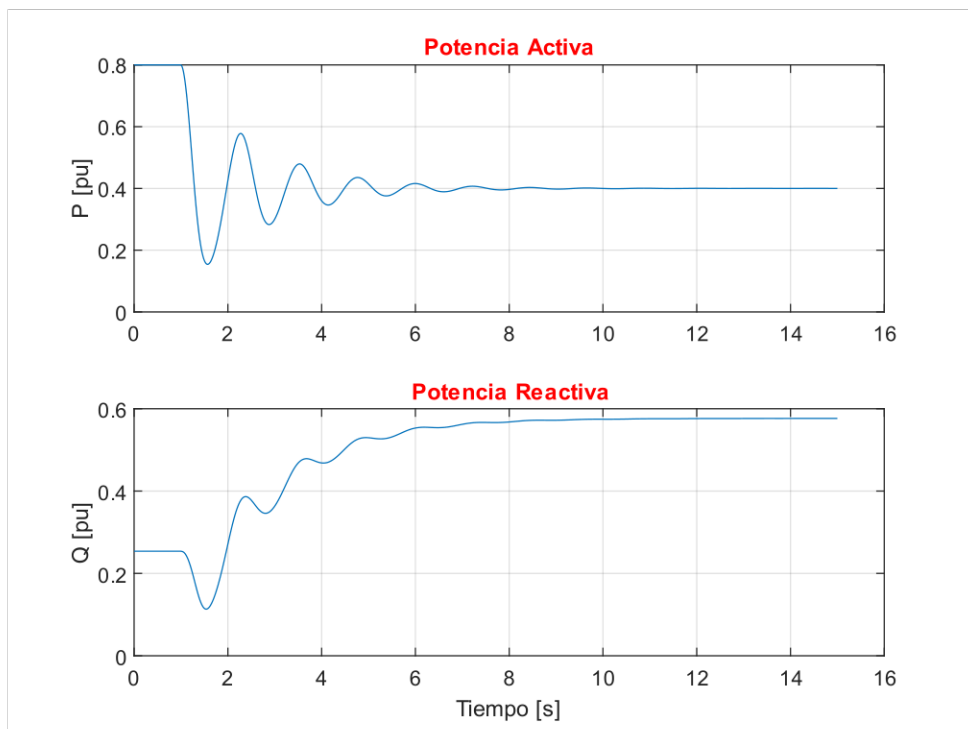


Figura 3.3. Potencia activa y reactiva del modelo 2.1 en Matlab

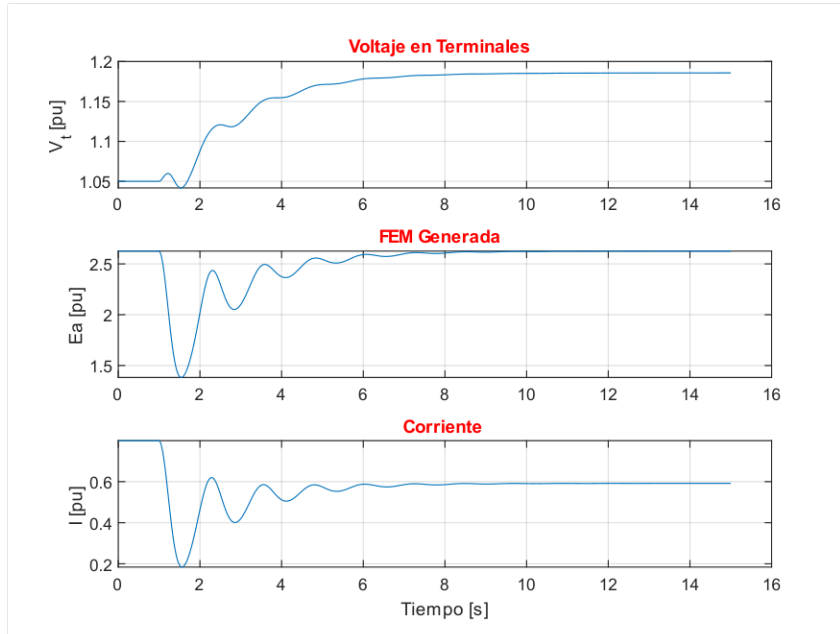


Figura 3.4. Voltaje, FEM y corriente en terminales del modelo 2.1 en Matlab

3.1.2 Resultados modelo IEEE 2.1 en Python

Es posible observar que los resultados obtenidos en Python no difieren respecto a la simulación en Matlab por lo que se puede asumir que los resultados son correctos.

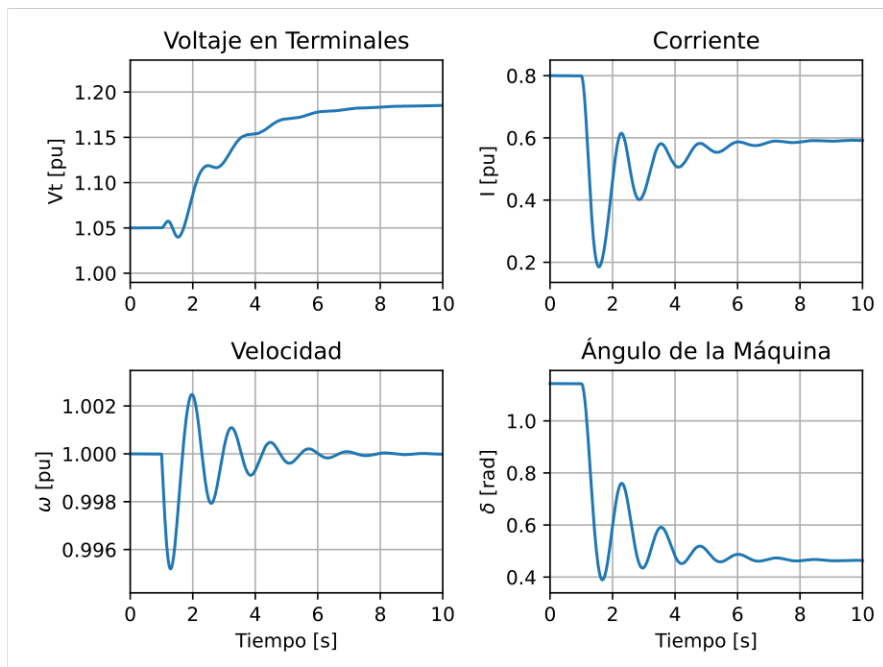


Figura 3.5. Voltaje, corriente en terminales, velocidad y ángulo de máquina del modelo 2.1 en Python

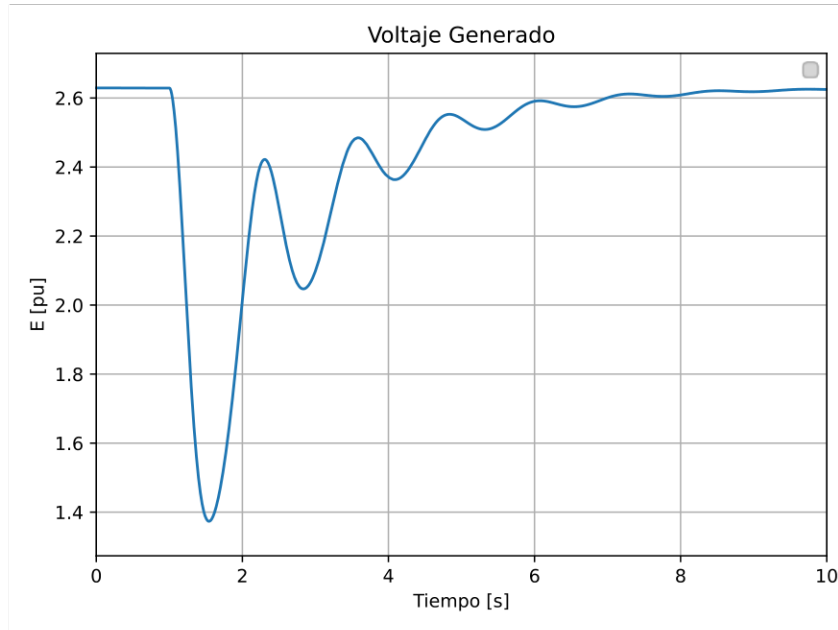


Figura 3.6. FEM del modelo 2.1 en Python

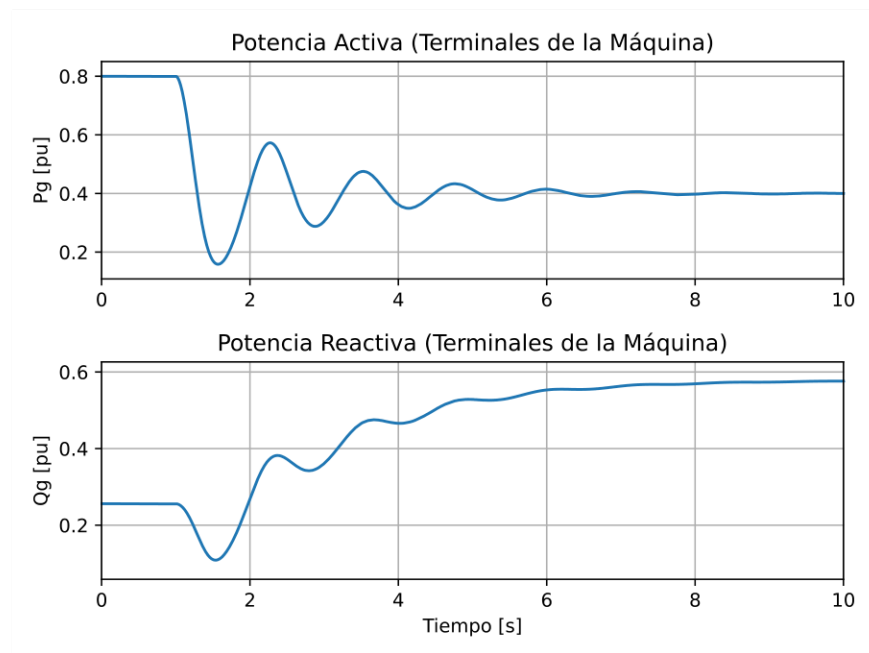


Figura 3.7. Potencia activa y reactiva del modelo 2.1 en Python

3.1.3 Resultados modelo IEEE 1.1 en Matlab

Este modelo de máquina tiene una respuesta muy similar al anterior, en todas las señales analizadas se estabiliza en los mismos valores, pero tarda más tiempo en estabilizarse. Las oscilaciones son amortiguadas y llegan a un nuevo estado estacionario alrededor de los 20 segundos después del evento de reducción de torque mecánico.

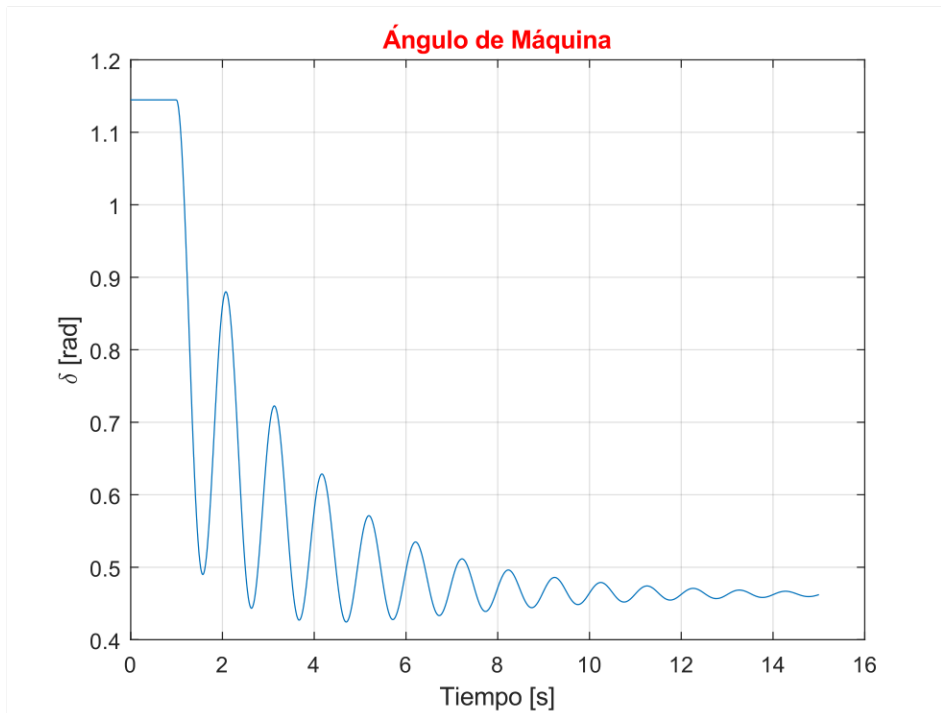


Figura 3.8. Ángulo de máquina del modelo 1.1 en Matlab

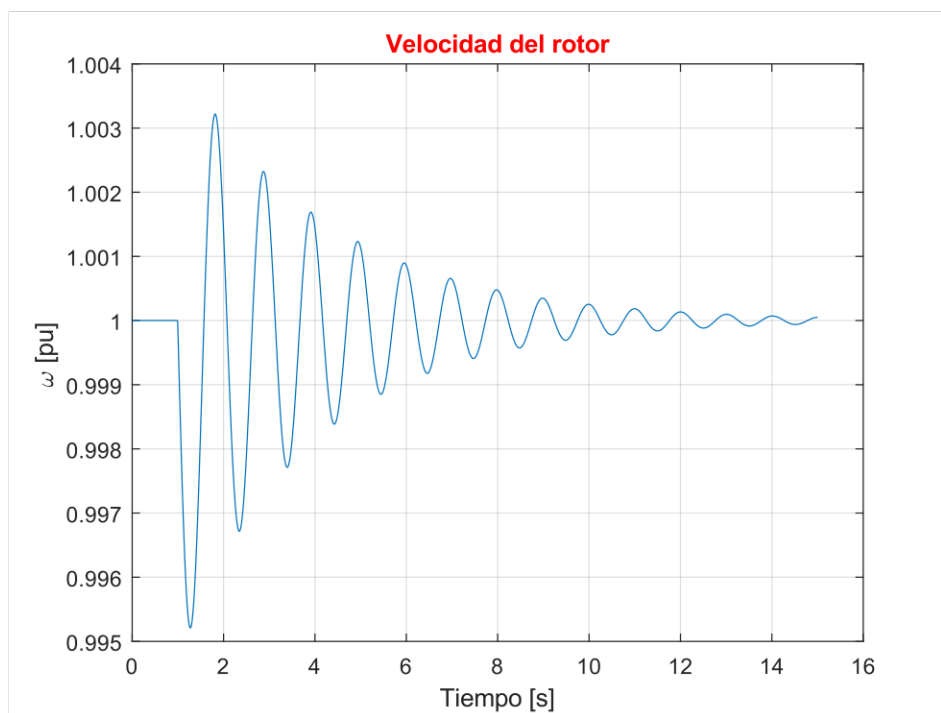


Figura 3.9. Velocidad del rotor del modelo 1.1 en Matlab

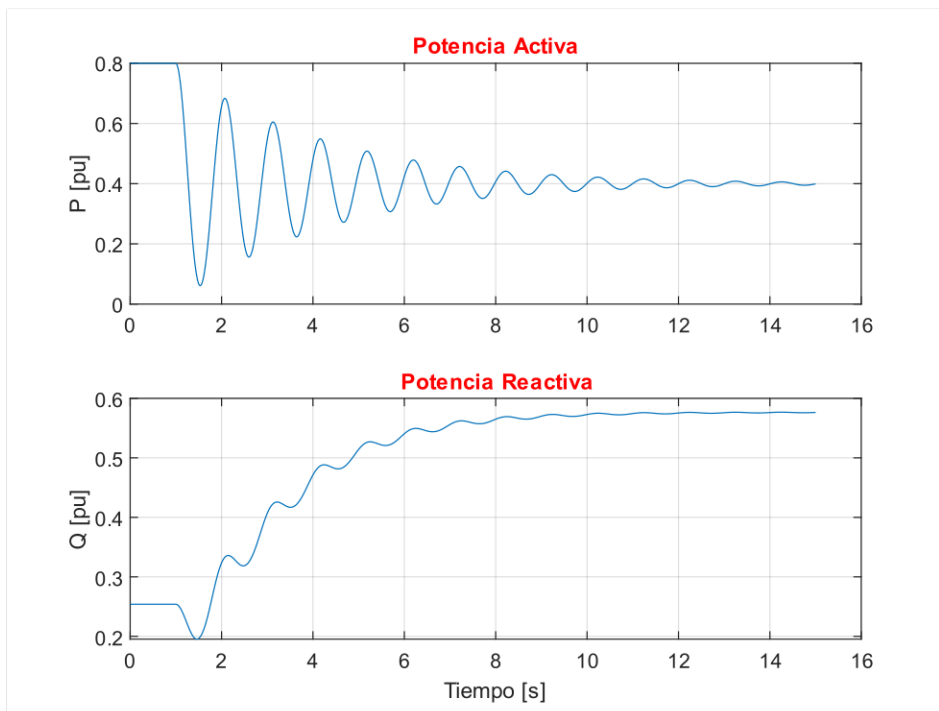


Figura 3.10. Potencia activa y reactiva del modelo 1.1 en Matlab

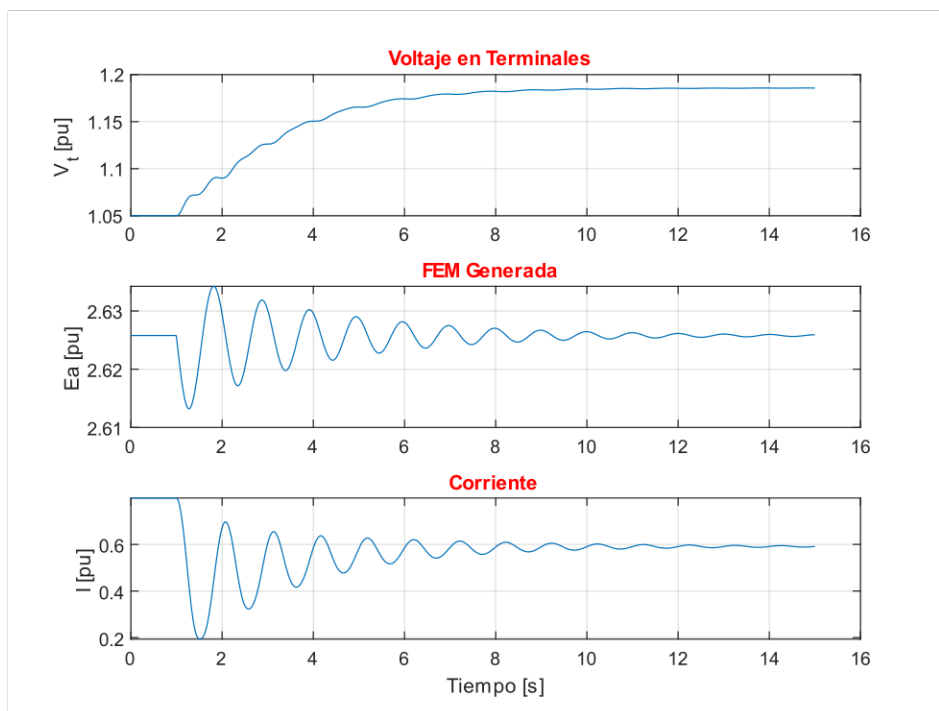


Figura 3.11. Voltaje, FEM y corriente en terminales del modelo 1.1 en Matlab

3.1.3 Resultados modelo IEEE 1.1 en Python

En la simulación en Python es posible ver con más detalle los valores entre los que oscila la FEM generada la cual prácticamente permanece en su mismo valor promedio todo el tiempo, se aprecia que los resultados son muy similares a los obtenidos en la implementación en Matlab.

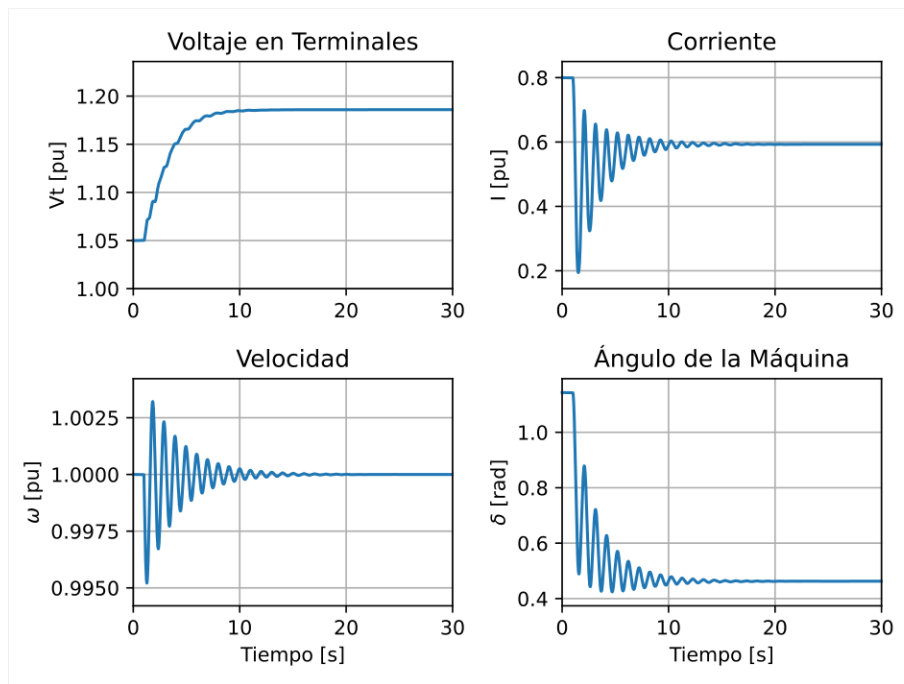


Figura 3.12. Voltaje, corriente en terminales, velocidad y ángulo de máquina del modelo 1.1 en Python

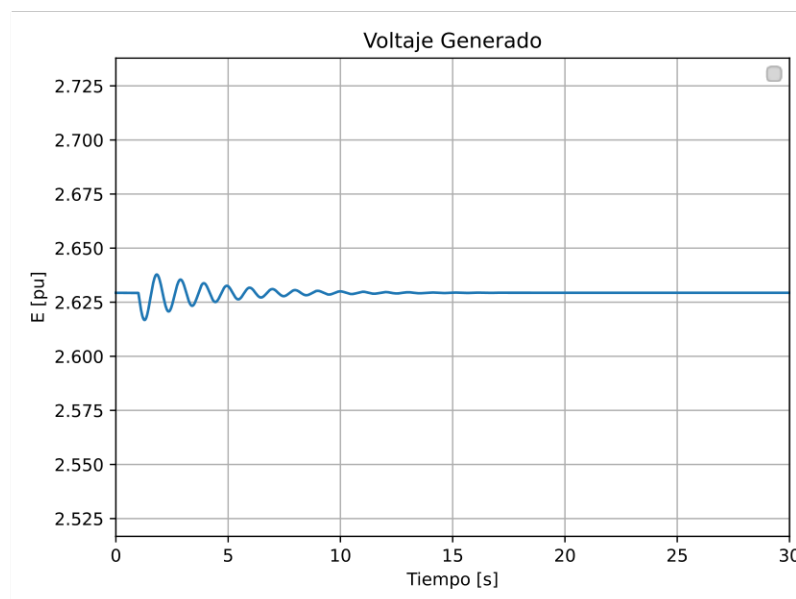


Figura 3.13. FEM del modelo 1.1 en Python

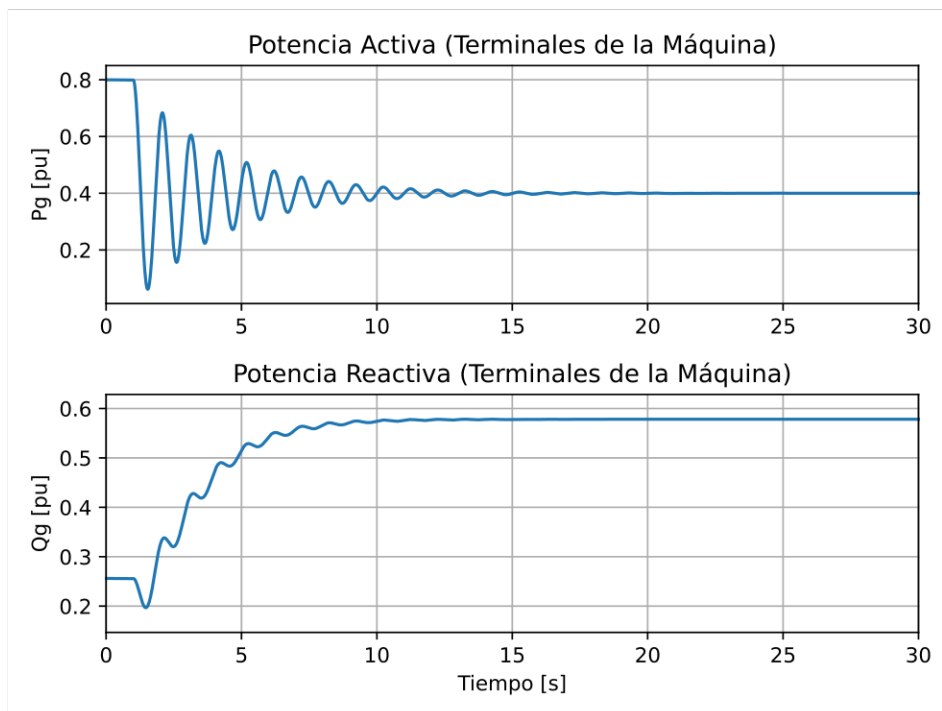


Figura 3.14. Potencia activa y reactiva del modelo 1.1 en Python

3.1.4 Comparación entre los modelos IEEE 2.1 e IEEE 1.1

Los dos modelos arrojan resultados bastante similares tanto en Matlab como en Python, pero cada uno tiene ciertas singularidades que deben ser analizadas. Al observar los resultados para la velocidad y el ángulo de máquina de ambos modelos, es posible notar que se estabilizan en el mismo valor, pero el modelo 2.1 tiende a estabilizarse más rápido que el modelo 1.1, el modelo 2.1 lo hace en un tiempo de alrededor de 10 segundos mientras que al modelo 1.1 le toma el doble de tiempo.

Por otro lado, las potencias activas tienen un comportamiento similar a los parámetros anteriores, pero en el modelo 2.1 se tiene un valor estable de 0.4 [pu] a los 8 segundos mientras que en el modelo 1.1 sigue oscilando hasta estabilizarse a los 20 segundos aproximadamente. Las potencias reactivas no difieren demasiado, la principal diferencia es la cantidad y la amplitud de las oscilaciones presentes en el modelo 1.1 las cuales son mayores.

El voltaje en terminales para ambos modelos tiene el mismo comportamiento y se estabiliza en un valor de 1.18 [pu] aproximadamente, las corrientes presentan el mismo comportamiento de la potencia activa en cada uno de sus modelos respectivamente y tienden a estabilizarse a los 8 segundos y a los 20 segundos respectivamente. Finalmente, existe una diferencia notoria en la fuerza electromotriz de cada máquina, en el modelo 2.1

esta variable presenta oscilaciones rápidas de gran amplitud, en la primera oscilación baja de 2.6 [pu] a un valor de 1.4 [pu] lo cual es significativo, pero se estabiliza de forma rápida a los 8 segundos, por otro lado, la FEM en el modelo 1.1 casi no se ve afectada por la perturbación ya que esta oscila entre 2.615 [pu] y 2.635 [pu], pero llega a su valor estable a los 20 [s].

3.1.6 Comparación del modelo IEEE 2.1 (Modelo completo sin devanado G) con los modelos IEEE 2.2 (Modelo completo) e IEEE 1.1 (máquina con rotor cilíndrico)

El comportamiento del modelo IEEE 2.1 respecto al IEEE 2.2 es muy similar ya que el modelo IEEE 2.1 excluye únicamente el devanado de corrientes parásitas, la diferencia más notoria es la forma de onda del voltaje en terminales del modelo IEEE 2.2 que casi no presenta oscilaciones, en el resto de señales no existen diferencias notorias dado que se tiene el mismo comportamiento y se estabilizan en tiempos iguales.

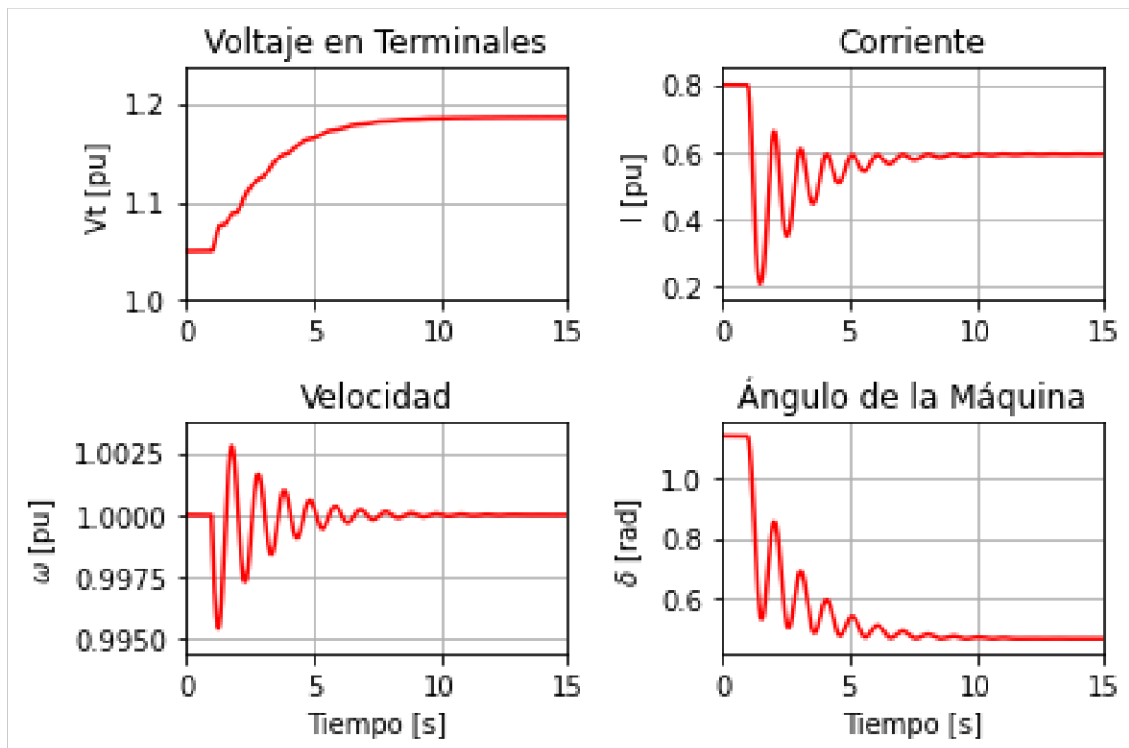


Figura 3.15. Voltaje, corriente en terminales, velocidad y ángulo de máquina del modelo 2.2 en Python

La diferencia entre el modelo IEEE 2.1 y el modelo IEEE 1.1 se presenta también en el voltaje en terminales, mientras el voltaje del modelo IEEE 2.1 crece paulatinamente hasta

1.18 [pu], en el modelo IEEE 1.1 este tiene un crecimiento bastante rápido y se estabiliza en un valor de 1.225 [pu]. Ambos modelos se estabilizan a los 10 segundos.

Analizando la corriente, la diferencia principal radica en el número de oscilaciones presentes, mientras que la corriente del modelo IEEE 2.1 se estabiliza a los 8 segundos, la corriente del modelo IEEE 1.1 lo hace a los 11 segundos aproximadamente.

Para el ángulo de máquina y la velocidad del rotor se tienen resultados similares, en el modelo IEEE 2.1 se presentan menos oscilaciones y se estabiliza en menos tiempo.

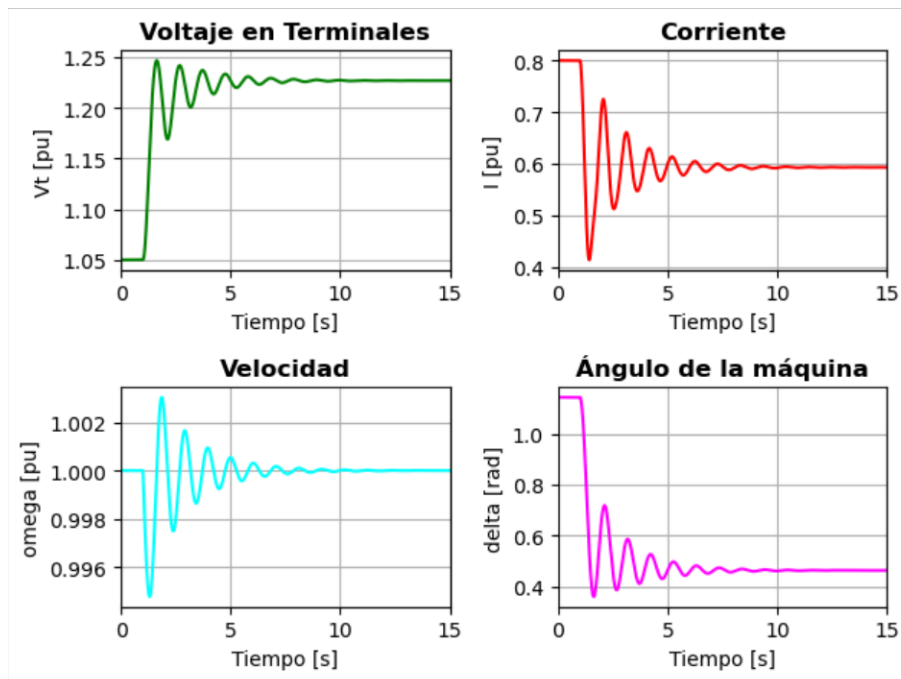


Figura 3.16. Voltaje, corriente en terminales, velocidad y ángulo de máquina del modelo 1.1 en Python

3.1.7 Comparación del modelo IEEE 1.1 (modelo de dos ejes) con los modelos IEEE 1.0 (máquina con rotor cilíndrico sin devanado G) e IEEE 0.0 (modelo clásico)

El modelo IEEE 1.1 presenta diferencias en las formas de onda de todas las variables analizadas respecto al modelo IEEE 0.0. La principal diferencia es la amplitud de las oscilaciones la cual es relativamente grande así como el tiempo de simulación establecido, mientras en el modelo IEEE 1.1 las señales se estabilizan a los 20 segundos, en el modelo IEEE 0.0 las oscilaciones se mantienen casi constantes y es necesario un tiempo de simulación significativo de observar el comportamiento hacia un posible nuevo estado estable.

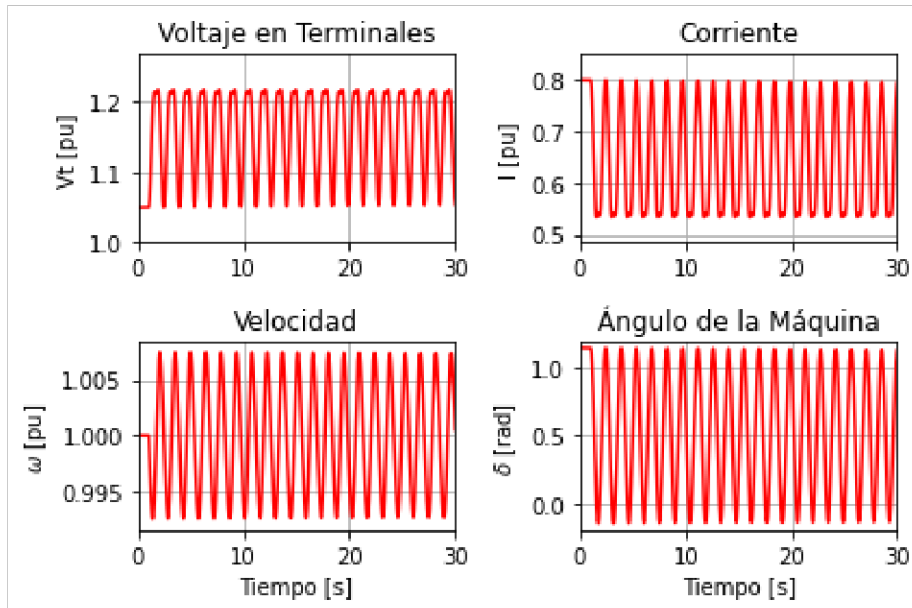


Figura 3.17. Voltaje, corriente en terminales, velocidad y ángulo de máquina del modelo 0.0 en Python

Comparando los resultados de los modelos IEEE 1.1 (modelo de dos ejes que excluye los efectos transitorios de los ejes d y q) e IEEE 1.0 (máquina con rotor cilíndrico sin devanado G) se establece que las oscilaciones en todas las variables son muchas, pero tienden a disminuir su amplitud de forma rápida en el transcurso del tiempo, es posible observar los valores a los que tienden en estado estable, pero de la misma manera toca esperar un periodo relativamente largo para llegar al estado estacionario de todas las variables.

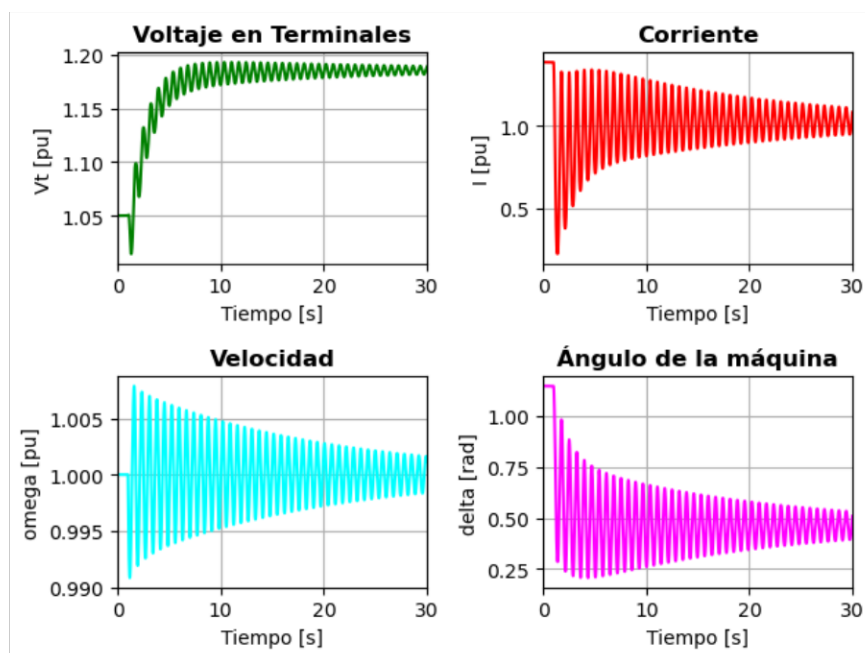


Figura 3.18. Voltaje, corriente en terminales, velocidad y ángulo de máquina del modelo 1.0 en Python

3.2 Conclusiones

- Los modelos de generador que poseen un modelado más minucioso son bastante eficientes para realizar estudios de estabilidad transitorio mientras los modelos más simples son eficientes al momento de realizar simulaciones en estado estacionario.
- Es mejor realizar la implementación en diagramas de bloque con los modelos menos complejos debido a que los sistemas creados no serán tan grandes, en tanto que la implementación en Python es muy útil para los modelos complejos ya que es más rápida de programar.
- En un sistema de potencia se debe utilizar un modelo completo para los generadores que aportan con más potencia al sistema mientras que las máquinas más pequeñas o insignificantes (desde el punto de vista de estabilidad) pueden ser modeladas con los modelos simplificados.
- Mientras más simplificado sea un modelo de generador este será más inexacto y no presentará una correcta estabilización sin importar que se simule un largo periodo de tiempo, esto se debe a que al no poseer devanados en el rotor no es posible realizar un amortiguamiento en las oscilaciones.

3.3 Recomendaciones

- Es necesario definir el tipo de estudio para escoger el modelo adecuado de generador del sistema.
- Para los generadores que utilizan el modelo completo se recomienda utilizar el modelo matricial de (1.94) sin despejar las derivadas de las variables de estado, esto sirve para implementar cada ecuación en el diagrama de bloques de una manera más fácil debido a que no es necesario el computo de matrices inversas para realizar el producto entre matrices y los bloques a implementar no serán complejos.

4 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

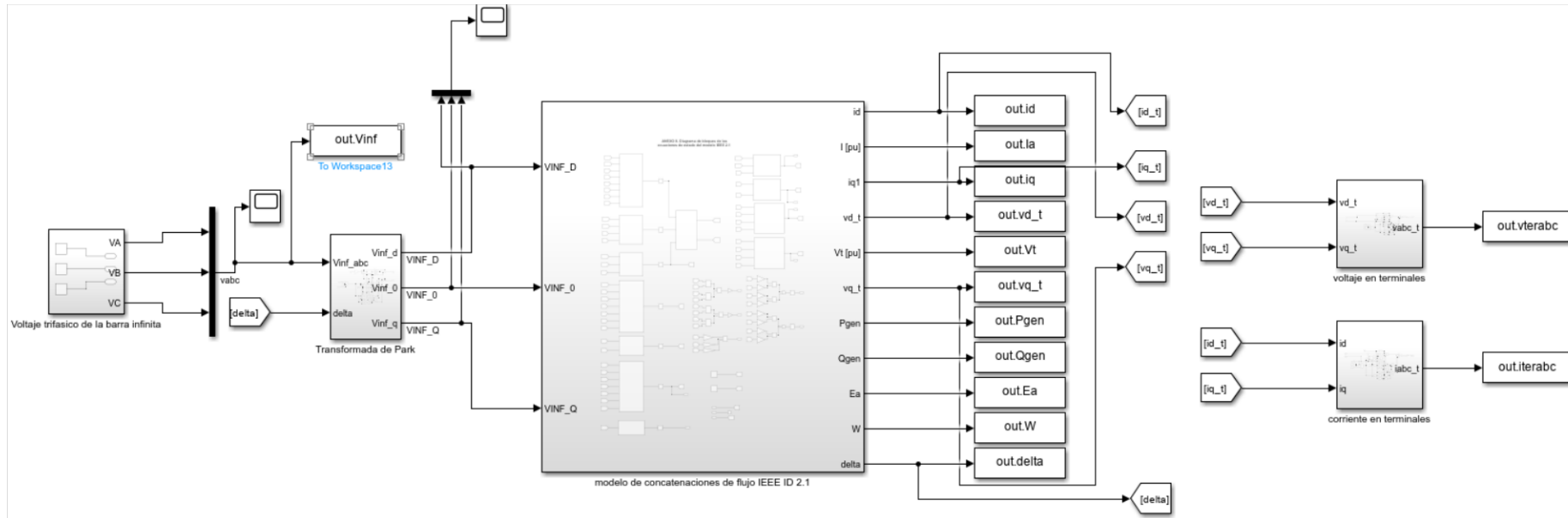
- [1] J. Grainger y W. Stevenson, Análisis de Sistemas de Potencia, México: McGraw Hill, 1996.

- [2] A. Anaguano y B. Mallitasig, Análisis de la transferencia de carga entre un generador y barra infinita mediante la utilización de un prototipo, Latacunga: Universidad Técnica de Cotopaxi, 2019.
- [3] R. Ramírez, Análisis y simulación del generador síncrono, Nuevo León: Universidad Autónoma de Nuevo León, 1988.
- [4] C. Aguilar y J. Hernandez, Análisis y Simulación de Estabilidad Transitoria en Sistemas Multimáquina, Ciudad Universitaria: Universidad del Salvador, 2019.
- [5] V. Vittal, J. McCalley, P. Anderson y A. Fouad, Power System Control and Stability, Hoboken, New Jersey.: IEEE Press, 2020.
- [6] I. Calero, Protección de Generadores Eléctricos Mediante Relés Microprocesados Multifuncionales, Quito, Ecuador: Escuela Politécnica Nacional EPN, 2008.
- [7] C.-M. Ong, Dynamic Simulation of Electric Machinery Using MatLab, New Jersey: Prentice Hall, 1998.
- [8] F. Cano, Análisis de Generadores Síncronos Ante Disturbios en el SEP, Nuevo León, México: Universidad Autónoma de Nuevo León, 2004.
- [9] P. Kundur, Power System Stability and Control, New York: McGraw-Hill, 1994.
- [10] MathWorks Help Center, «Implementar funciones de MATLAB en Simulink con bloques MATLAB Function,» [En línea]. Available: <https://la.mathworks.com/help/simulink/ug/what-is-a-matlab-function-block.html>. [Último acceso: 20 Noviembre 2023].
- [11] C. Young, «Equipment and System Modeling for Large-Scale Stability Studies,» IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vols. %1 de %2PAS-91, nº 1, pp. 99-109, 1972.
- [12] R. Ramírez, Análisis y Simulación del Generador Síncrono, Monterrey, Nuevo León: Universidad Autónoma de Nuevo León, 1988.
- [13] P. Dandeno, «Current Usage & Suggested Practices in Power System Stability Simulations For Synchronous Machines,» IEEE Transactions on Energy Conversion, Vols. %1 de %2EC-1,, nº 1, pp. 77-93, 1986.

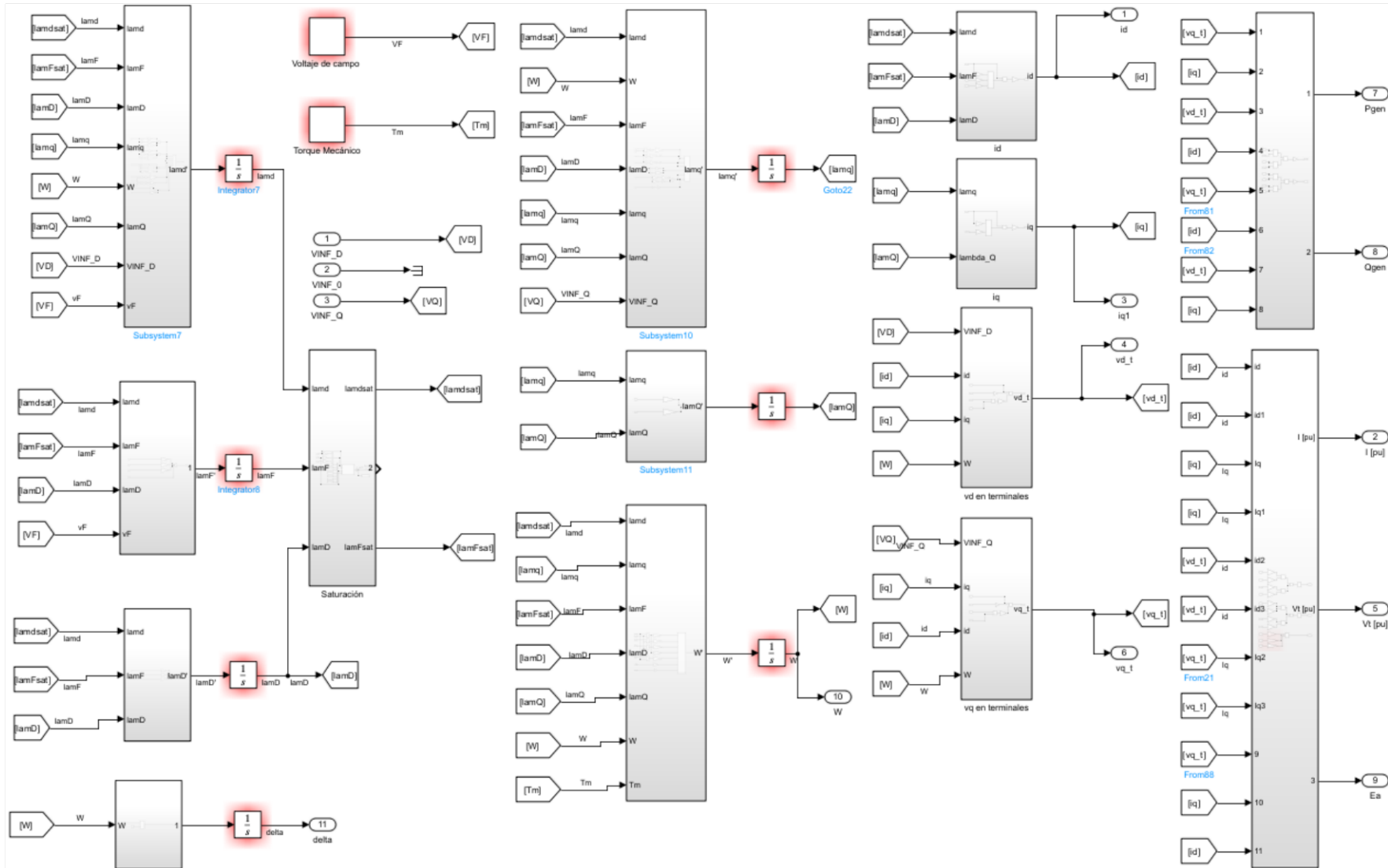
[14] MathWorks Help Center, «Solver,» 2006. [En línea]. Available: https://la.mathworks.com/help/simulink/gui/solver.html?searchHighlight=solver%20ode45&s_tid=srchtitle_support_results_1_solver%20ode45. [Último acceso: 26 Noviembre 2023].

5 ANEXOS

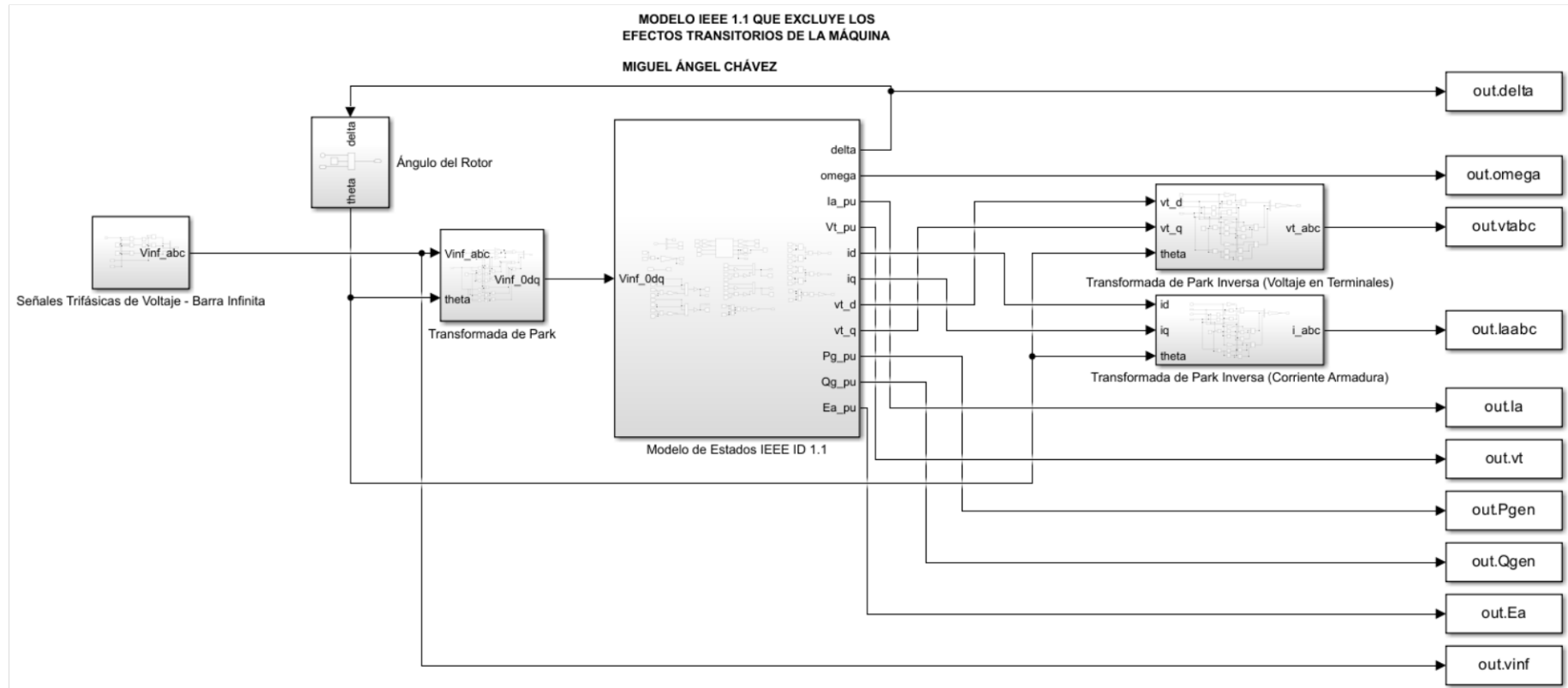
5.1 ANEXO I. Sistema Generador-barra infinita implementado en Matlab para el modelo IEEE 2.1



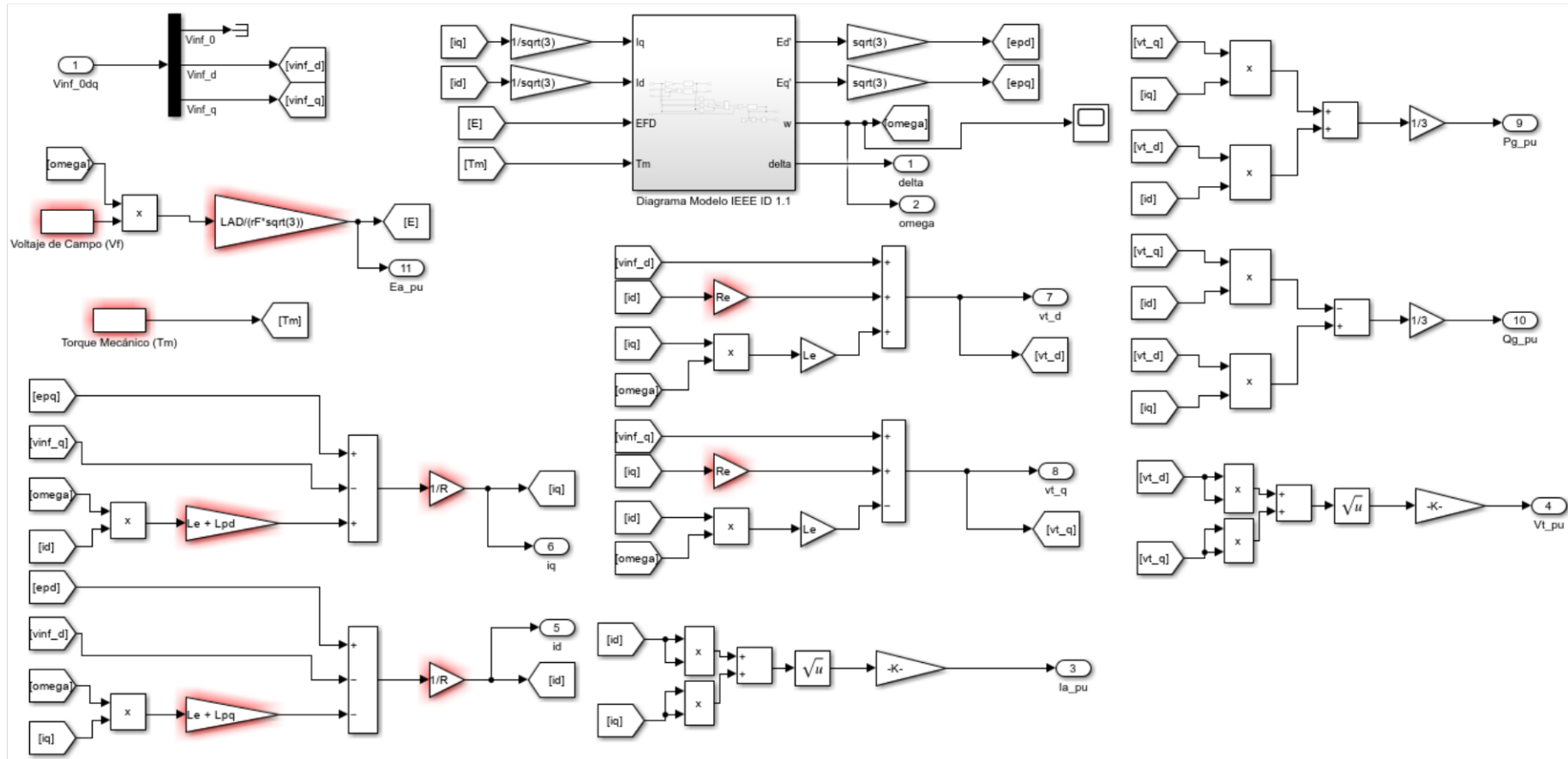
5.2 ANEXO II. Diagrama de bloques de las ecuaciones de estado del modelo IEEE 2.1



5.3 ANEXO III. Sistema Generador-barra infinita implementado en Matlab para el modelo IEEE 2.1



5.4 ANEXO IV. Diagrama de bloques de las ecuaciones de estado del modelo IEEE 1.1



- 5.5 ANEXO V. Código de implementación en Matlab y diagrama de bloques en Simulink del modelo IEEE 2.1 (Anexo digital)**
- 5.6 ANEXO VI. Código de implementación en Matlab y diagrama de bloques en Simulink del modelo IEEE 1.1 (Anexo digital)**
- 5.7 ANEXO VII. Código de implementación en Python del modelo IEEE 2.1 (Anexo digital)**
- 5.8 ANEXO VIII. Código de implementación en Python del modelo IEEE 1.1 (Anexo digital)**