

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y  
ELECTRÓNICA**

**PLANIFICACIÓN ÓPTIMA DE LA EXPANSIÓN DE SISTEMAS DE  
TRANSMISIÓN CON RESTRICCIONES DE SEGURIDAD**

**ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN HEURÍSTICA A**

**TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR PRESENTADO COMO  
REQUISITO PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO ELÉCTRICO**

**MARIO ALEXANDER JINEZ ZÚÑIGA**

**mario.jinez@epn.edu.ec**

**DIRECTOR: MSc. WALTER ALBERTO VARGAS CONTRERAS**

**walter.vargas@epn.edu.ec**

**DMQ, Abril 2024**

## **CERTIFICACIONES**

Yo, MARIO ALEXANDER JINEZ ZÚÑIGA declaro que el trabajo de integración curricular aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

---

**MARIO ALEXANDER JINEZ ZÚÑIGA**

Certifico que el presente trabajo de integración curricular fue desarrollado por Mario Alexander Jinez Zúñiga, bajo mi supervisión.

---

**WALTER ALBERTO VARGAS CONTRERAS**  
**DIRECTOR**

## **DECLARACIÓN DE AUTORÍA**

A través de la presente declaración, afirmamos que el trabajo de integración curricular aquí descrito, así como el (los) producto(s) resultante(s) del mismo, son públicos y estarán a disposición de la comunidad a través del repositorio institucional de la Escuela Politécnica Nacional; sin embargo, la titularidad de los derechos patrimoniales nos corresponde a los autores que hemos contribuido en el desarrollo del presente trabajo; observando para el efecto las disposiciones establecidas por el órgano competente en propiedad intelectual, la normativa interna y demás normas.

MARIO ALEXANDER JINEZ ZÚÑIGA

ING. WALTER ALBERTO VARGAS CONTRERAS MSC.

## DEDICATORIA

*A Dios, mi guía constante en este viaje lleno de desafíos y logros.*

*A mis amados padres, Mario y Marilú, cuyo incansable esfuerzo y sacrificio son la esencia  
misma de mis logros.*

*A mis queridos hermanos y a toda mi familia, quienes han sido pilares inquebrantables en  
cada etapa de mi vida.*

*Agradezco de corazón a cada uno de ustedes por formar parte esencial de mi vida y  
desempeñar un papel crucial en la conclusión de mis estudios universitarios. Mi aprecio,  
afecto y respeto hacia ustedes no tienen límites.*

## AGRADECIMIENTO

*Quiero expresar mi más grande agradecimiento,*

*A mis queridos padres y hermanos, les agradezco sinceramente por su apoyo incondicional, sabios consejos y amor constante. Su respaldo ha sido mi principal fuente de inspiración y fortaleza, permitiéndome alcanzar mis sueños y metas. Este logro no solo es mérito propio, sino también de ustedes. Su apoyo ha sido un faro en los buenos y malos momentos, y estoy agradecido por tenerlos a mi lado.*

*A mi familia, por cada palabra de aliento y apoyo que han compartido a lo largo de mi formación personal y profesional.*

*A cada persona que ha influido en mi camino, ya sea con sus palabras alentadoras, desafíos que me han fortalecido o risas compartidas. Mi corazón se llena de gratitud hacia aquellos que han dejado su huella en mi vida.*

*A la Escuela Politécnica Nacional y a la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica por brindarme la oportunidad de cursar mis estudios. Agradezco profundamente a cada docente que fue parte de mi formación, por su dedicación y compromiso con la enseñanza.*

*A mi tutor, Ing. Walter Vargas por su constante ayuda, ideas y sugerencias. Sin su apoyo, este trabajo no habría sido posible. Su orientación ha sido esencial y ha dejado una marca importante en mi desarrollo académico.*

# CONTENIDO

<b>Resumen</b>	<b>1</b>
<b>Abstract</b>	<b>2</b>
<b>1 INTRODUCCIÓN</b>	<b>3</b>
1.1 OBJETIVO GENERAL . . . . .	4
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS . . . . .	4
1.3 ALCANCE . . . . .	5
1.4 MARCO TEÓRICO . . . . .	6
1.4.1 Sistema de Transmisión (Generalidades) . . . . .	6
1.4.2 Flujos de Potencia . . . . .	7
1.4.2.1 Clasificación de barras en un Sistema Eléctrico de Potencia	8
1.4.2.2 Flujo de potencia AC . . . . .	8
1.4.2.3 Flujo de potencia DC . . . . .	9
1.4.2.4 Diferencias entre flujos de potencia AC y DC . . . . .	10
1.4.2.5 Justificación del uso del modelo de red DC . . . . .	10
1.4.3 Confiabilidad en los Sistemas Eléctricos de Potencia . . . . .	11
1.4.3.1 Criterio de Seguridad N-1 . . . . .	11
1.4.3.2 Deslastre de Carga . . . . .	12
1.4.4 Flujo Óptimo de Potencia (OPF) . . . . .	13
1.4.4.1 Flujo Óptimo de Potencia DC (DCOPF) . . . . .	13
1.4.4.2 Flujo Óptimo de Potencia DC con Restricciones de Seguridad (SCDCOPF) . . . . .	13
1.4.5 Planificación de la Expansión del Sistema de Transmisión (NTEP) . .	14
1.4.5.1 Planificación de la Expansión del Sistema de Transmisión Considerando Restricciones de Seguridad . . . . .	15
1.4.6 Programación Lineal Entero Mixta (MILP) . . . . .	16
1.4.7 Algoritmos Evolutivos . . . . .	17
<b>2 METODOLOGÍA</b>	<b>18</b>
2.1 Formulación Matemática . . . . .	19
2.1.1 Formulación Matricial de la Matriz de Admitancia (Ybarra) . . . . .	19

2.1.1.1	Formulación Matricial de la Ybarra para modelo de red DC . . . . .	22
2.1.2	Formulación Matricial del Flujo Óptimo de Potencia DC ( DCOPF) . . . . .	23
2.1.2.1	Función Objetivo . . . . .	23
2.1.2.2	Restricciones de Igualdad . . . . .	24
2.1.2.3	Restricciones de Desigualdad . . . . .	25
2.1.2.4	Límites de Variables . . . . .	26
2.1.3	Formulación Matricial del Flujo Óptimo de Potencia DC con Restricciones de Seguridad (SCDCOPF) . . . . .	27
2.1.3.1	Función Objetivo . . . . .	27
2.1.3.2	Restricciones de Igualdad . . . . .	29
2.1.3.3	Restricciones de Desigualdad . . . . .	32
2.1.3.4	Límites de Variables . . . . .	36
2.1.4	Formulación Matemática del Problema de Planificación de la Expansión del Sistema de Transmisión(NTEP) . . . . .	38
2.1.4.1	Función Objetivo . . . . .	38
2.1.4.2	Restricciones de igualdad . . . . .	38
2.1.4.3	Restricciones de desigualdad . . . . .	39
2.1.4.4	Límites de Variables . . . . .	39
2.1.5	Formulación Matricial del Problema de Planificación de la Expansión del Sistema de Transmisión Considerando Restricciones de Seguridad . . . . .	40
2.1.5.1	Modificación de la Formulación de la Matriz Ybarra . . . . .	40
2.1.5.2	Función Objetivo . . . . .	41
2.1.5.3	Restricciones de Igualdad . . . . .	42
2.1.5.4	Restricciones de Desigualdad . . . . .	42
2.1.5.5	Límites de Variables . . . . .	42
2.2	Descripción de la Herramienta de Optimización Desarrollada . . . . .	42
2.2.1	Planificación de la Expansión de Sistemas de Transmisión Considerando Restricciones de Seguridad . . . . .	42
2.2.2	Modelación del Problema SCDCOPF . . . . .	44
2.2.3	Modelación del Problema NTEP . . . . .	46
2.2.4	Algoritmo de Optimización por Enjambre de Partículas Evolutivas (EP-SO) . . . . .	48
<b>3</b>	<b>RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b>	<b>52</b>
3.1	Aplicación a la red de Garver de 6 barras . . . . .	52
3.1.1	Caso 1: Configuración base, sin redespacho y sin restricciones de seguridad . . . . .	53

3.1.2	Caso 2: Configuración base, sin redespacho y con restricciones de seguridad . . . . .	55
3.1.3	Caso 3: Configuración base, con redespacho y sin restricciones de seguridad . . . . .	57
3.1.4	Caso 4: Configuración base, con redespacho y con restricciones de seguridad . . . . .	59
3.2	Aplicación al sistema IEEE de 24 barras . . . . .	61
3.2.1	Caso 1: Configuración base, con redespacho y sin restricciones de seguridad . . . . .	63
3.2.2	Caso 2: Configuración base sin posibles ramas nuevas, con redespacho y con restricciones de seguridad . . . . .	64
3.2.3	Caso 3: Configuración base con posibles ramas nuevas, con redespacho y con restricciones de seguridad . . . . .	66
<b>4</b>	<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	<b>69</b>
4.1	CONCLUSIONES . . . . .	69
4.2	RECOMENDACIONES . . . . .	70
<b>5</b>	<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>72</b>
<b>6</b>	<b>ANEXOS</b>	<b>I</b>

## RESUMEN

En este trabajo de integración curricular se plantea desarrollar una herramienta de optimización en el lenguaje de programación Python para resolver de manera óptima la expansión del sistema de transmisión, cumpliendo con restricciones de seguridad.

En casos en el que ante una contingencia el sistema no pueda operar de forma segura, la herramienta considerará una desconexión selectiva de carga como variable binaria interna del problema de optimización, determinando la mínima cantidad de carga a deslastrar para que cumpla las restricciones.

Se utilizará un modelo de red DC para el análisis del sistema de transmisión debido a su simplicidad y eficiencia computacional, sin embargo, se ajustará el modelo a la realidad operativa de un sistema eléctrico, en donde a la demanda se la modelará con varios alimentadores en una misma barra. Se resolverá el problema no lineal mediante el algoritmo de Optimización por Enjambre de Partículas Evolutivas (EPSO por sus siglas en inglés) y para cada plan de expansión propuesto, se resolverá el problema del flujo óptimo de potencia con restricciones de seguridad (SCDCOPF por sus siglas en inglés) utilizando programación lineal entera mixta (MILP por sus siglas en inglés).

La metodología y herramienta propuesta se validó en los sistemas de Garver y de 24 barras del IEEE, obteniendo un plan de expansión óptimo y seguro que cumple el criterio de seguridad N-1. Los resultados fueron contrastados con algoritmos heurísticos por algoritmos genéticos (GA) y algoritmo de mapeo de media varianza (MVMO), que fueron desarrollados como componentes de este proyecto.

**PALABRAS CLAVE:** deslastre de carga, enjambre de partículas, expansión del sistema de transmisión, restricciones de seguridad

## ABSTRACT

In this degree Work, the development of an optimization tool in the Python programming language is proposed to optimally solve the expansion of the transmission system, complying with security constraints.

In cases where the system cannot operate safely due to a contingency, the tool will consider a selective load shedding as an internal binary variable of the optimization problem, determining the minimum amount of load to shed so that it meets the restrictions.

A DC power flow model will be used for the transmission system analysis due to its simplicity and computational efficiency. However, the model will be adjusted to the operational reality of an electric power system, where the demand will be modeled with several feeders on the same bus. The non-linear problem will be solved using the Evolutionary Particle Swarm Optimization (EPSO) algorithm and for each proposed expansion plan, the Security Constrained Optimal Power Flow (SCDCOPF) problem will be solved using Mixed Integer Linear Programming (MILP).

The proposed methodology and tool was validated on the Garver and IEEE 24 bus test systems, obtaining an optimal and safe expansion plan that meets the N-1 criterion. The results were contrasted with heuristic algorithms of Genetic Algorithms (GA) and Mean Variance Mapping Optimization (MVMO) algorithm, which were developed as components of this project.

**KEYWORDS:** load shedding, Particle Swarm, security constraints, transmission system expansion

# 1 INTRODUCCIÓN

Los sistemas eléctricos de potencia (SEP), al ser sistemas complejos conformados por varios componentes enfrentan desafíos constantes, como es el crecimiento constante de la demanda, lo que provoca sobrecargas y cortes de energía, generando pérdidas económicas. Para resolver estos problemas, es clave planificar la expansión del sistema de transmisión considerando criterios de seguridad y factores múltiples, garantizando así un suministro confiable y rentable a través de una red robusta que satisfaga las necesidades futuras de demanda y generación.

En el problema de la planificación de la expansión del sistema de transmisión, se busca garantizar que exista un equilibrio de potencia en cada barra que conforma el SEP, evitando exceder los límites máximos del flujo de potencia que circula por las líneas y-o transformadores tanto en condiciones normales como en condiciones donde el sistema sufre algún tipo de contingencias, la planificación debe encontrar el equilibrio más adecuado entre construir nuevas líneas de transmisión o transformadores, actualizar las existentes y sobre todo encontrar su ubicación más óptima para poder maximizar la capacidad de transporte, minimizando los costos de inversión y operación, pero cumpliendo con criterios de seguridad y con las respectivas regulaciones existentes, es por tal motivo que la planificación de la expansión presenta dificultades, una de ellas es que existe un inmenso número de posibles soluciones (posibles obras a incorporar), con lo cual se complica la búsqueda de un plan (o solución global) óptimo [1].

Para el análisis del sistema de transmisión, se hará uso del modelo de red de corriente continua (DC) debido a su simplicidad de modelación y eficiencia computacional, sin embargo, se ajustará el modelo a la realidad operativa de un sistema eléctrico.

El plan de expansión óptimo se obtiene minimizando los costos de inversión y operación, además, al agregar criterios de seguridad a la formulación matemática, el problema se puede descomponer en dos problemas embebidos, el uno que hace referencia al despacho de

potencia al mínimo costo que se obtiene mediante flujo óptimo de potencia con restricciones de seguridad (SCDCOPF por sus siglas en inglés) y el otro relacionado con el problema NTEP por sus siglas en inglés (Network Transmission Expansion Planning).

En el presente trabajo, se propone abordar el desafiante problema no lineal del NTEP mediante el uso del avanzado algoritmo de Optimización por Enjambre de Partículas Evolutivas, conocido como EPSO. Este enfoque ofrece una estrategia heurística eficaz para encontrar soluciones de alta calidad en la planificación de la expansión del sistema de transmisión. Posteriormente, para cada plan de expansión propuesto por el algoritmo EPSO, se abordará la resolución del problema del SCDCOPF mediante el uso de la programación lineal entera mixta (MILP).

La implementación de la herramienta de optimización propuesta en este trabajo se lleva a cabo en el lenguaje de programación Python. Esta elección se debe a que Python proporciona una forma fácil y flexible de formular modelos de programación lineal entera mixta (MILP) a través de sus diferentes librerías, lo cual resulta beneficioso para abordar el problema del flujo óptimo de potencia en corriente continua (DC) considerando restricciones de seguridad.

## **1.1 OBJETIVO GENERAL**

Desarrollar una herramienta computacional para resolver de manera óptima la expansión de sistemas de transmisión considerando restricciones de seguridad utilizando el algoritmo heurístico EPSO en el lenguaje de programación Python, con el fin de obtener un plan de expansión seguro y al mínimo costo.

## **1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

1. Realizar una investigación exhaustiva referente a propuestas para la planificación óptima de la expansión de sistemas de transmisión considerando restricciones de seguridad.
2. Investigar el estado del arte referente a algoritmos de optimización heurística para su implementación en el lenguaje Python.

3. Desarrollar la formulación matemática del problema de planificación óptima de la expansión del sistema de transmisión con restricciones de seguridad.
4. Implementar el algoritmo de optimización heurística EPSO, para resolver el problema de expansión del sistema de transmisión.
5. Desarrollar la formulación matemática que permita resolver el problema lineal de SCD-COPF para cada plan de expansión generado por el EPSO, empleando programación lineal entero mixta (MILP) haciendo uso del lenguaje de programación Python y sus respectivos solvers.
6. Evaluar la metodología y la herramienta de optimización desarrollada en el sistema de 6 barras de Garver, así como en otros sistemas de prueba del IEEE que se consideren relevantes.

### **1.3 ALCANCE**

Después de llevar a cabo una exhaustiva investigación bibliográfica sobre las propuestas existentes para la planificación óptima de la expansión de sistemas de transmisión considerando restricciones de seguridad, se dará paso a la etapa de formulación matemática de cada componente del problema de planificación, esta fase implicará analizar y comprender en detalle los diferentes aspectos involucrados en la expansión del sistema considerando los criterios de seguridad N-1.

Una vez desarrollada la formulación matemática, se llevará a cabo la implementación del algoritmo heurístico EPSO para resolver el problema no lineal del NTEP.

Después se procederá al desarrollo de la herramienta de optimización que permita la resolución del problema lineal SCD-COPF para cada plan de expansión que genere el EPSO, este proceso implicará utilizar un solver específico del lenguaje de programación Python, que permitirá encontrar la solución óptima y segura del problema.

Se llevará a cabo la prueba de la metodología y herramienta propuesta en el sistema de 6 barras de Garver, así como en otros sistemas de prueba del IEEE que se consideren relevantes, estas pruebas tendrán como objetivo validar el funcionamiento de la metodología y la efectividad de la herramienta desarrollada, se utilizarán datos y escenarios reales para evaluar la capacidad de la herramienta de optimización para generar planes de expansión

óptimos y seguros en diferentes topologías de sistemas de transmisión.

## 1.4 MARCO TEÓRICO

### 1.4.1 Sistema de Transmisión (Generalidades)

El sistema de transmisión esta conformado por toda la infraestructura eléctrica necesaria para transportar la electricidad desde las plantas de generación hacia los grandes centros de consumo, donde los usuarios utilizan la energía eléctrica. Normalmente la distancia existente entre las centrales eléctricas y los centros de consumo suele ser considerable, por lo que es necesario una red extensa y robusta de infraestructura de transmisión para superar las distancias mencionadas. La eficiencia en la transmisión de grandes cantidades de energía eléctrica se logra utilizando la transmisión en alto voltaje, lo que permite minimizar la corriente mientras se mantiene la potencia que se transmite lo que implica que también se reducen las pérdidas durante la transmisión. En el Sistema Nacional Interconectado (SNI) existen tres niveles de alto voltaje: 138, 230 y 500 kV [2].

El sistema de transmisión está conformado por líneas de transmisión, subestaciones y transformadores los cuales se ubican en las subestaciones junto a los respectivos elementos de medición, protección, etc.

- ❑ **Líneas de Transmisión:** Están conformadas por los conductores montados sobre torres de transmisión que se encargan de transportar la electricidad a altos voltajes, estos conductores generalmente son de aluminio reforzado y son previamente diseñados, de tal manera que puedan soportar esfuerzos mecánicos existentes [2].
- ❑ **Subestaciones:** Sitios destinados para cumplir ciertas funciones, como la modificación de niveles de voltaje, distribución de corriente, contiene el equipo necesario para tareas de medición, monitoreo, protección del sistema de transmisión. En un sistema de potencia (SEP), las subestaciones representan los nodos de la red [2].
- ❑ **Transformadores de Potencia:** Es el componente más importante ya que es el encargado de aumentar o disminuir el voltaje de la red de transmisión a través de su acoplamiento de devanados, son dispositivos de alto costo debido al espacio físico que ocupan ya que manejan grandes cantidades de energía [2].

## 1.4.2 Flujos de Potencia

A lo largo de décadas, se ha investigado extensamente sobre los métodos de flujos de potencia, aunque el método de Gauss-Seidel fue uno de los primeros en implementarse, las investigaciones indican que el método de Newton Raphson es más eficiente, de hecho, es el método preferido en la actualidad, sin embargo, se han desarrollado varias variantes al método de Newton Raphson mejorando así la convergencia y acelerando su cálculo [3].

El estudio de flujos de potencia es una evaluación en estado estable que tiene como objetivo fundamental determinar las magnitudes y fases de los voltajes en cada barra de una red eléctrica, para posteriormente mediante el modelo de la red calcular las corrientes y flujos de potencia activa y reactiva bajo ciertas condiciones de carga. Este proceso se lleva a cabo al resolver un conjunto de ecuaciones no lineales que describen la inyección de potencia en la red. La cantidad de ecuaciones necesarias varía de acuerdo con el número de barras presentes en la red que está siendo analizada [3].

Para cualquier barra de la red las ecuaciones mencionadas pueden definirse matricialmente como [4]:

$$S_{barra} = P + jQ = [V] \cdot I_{barra}^* \quad (1.1)$$

$$S_{barra} = [V] \cdot Y_{barra}^* \cdot V^* \quad (1.2)$$

Donde:

$I_{barra}$  : Matriz de inyección de corriente en cada barra  $i$ .

$Y_{barra}$  : Matriz de admitancias.

$[V]$  : Matriz de voltaje en cada barra  $i$ .

Para poder resolver el sistema de ecuaciones no lineales dadas por (1.2), se requieren dos condiciones esenciales. Primero, al menos un nodo debe tener valores de potencia activa y reactiva no predefinidos, además, es importante destacar que en cada barra sin potencia reactiva especificada se debe conocer el valor del voltaje, y viceversa. La otra condición es la necesidad de establecer una barra de referencia para el ángulo del voltaje.

### 1.4.2.1 Clasificación de barras en un Sistema Eléctrico de Potencia

La clasificación de barras en un SEP es esencial para analizar y diseñar la red de transmisión, este proceso proporciona información clave sobre como cada punto en la red contribuye al flujo de potencia y a la estabilidad del sistema. Los tipos de barras, como PV, PQ y  $V\theta$  (Slack), serán explorados en detalle para comprender su función específica [5].

Según las variables especificadas, se categorizan las barras tal como se muestra en la tabla 1.1 [5].

**Tabla 1.1:** Clasificación de barras en un sistema eléctrico de potencia [5].

Tipo	Características	Variables Conocidas	Variables a Calcular
PV	<input type="checkbox"/> Generación presente <input type="checkbox"/> Control de Voltaje mediante Q	$P_{Gi}, V_i$	$Q_{Gi}, \theta_i$
PQ	<input type="checkbox"/> No hay Generación	$P_{Di}, Q_{Di}$	$V_i, \theta_i$
Slack	<input type="checkbox"/> Barra de Referencia <input type="checkbox"/> Permite controlar voltaje	$V_i, \theta_i$	$P_{Gi}, Q_{Gi}$

### 1.4.2.2 Flujo de potencia AC

El análisis de flujo de potencia AC se centra en evaluar y determinar la distribución de potencia activa y reactiva en una red eléctrica de corriente alterna. Este método de cálculo de flujos de potencia utiliza notaciones simplificadas como diagramas unifilares. En este análisis, se asume que el sistema está en equilibrio y el objetivo es calcular con precisión tanto la magnitud como el ángulo de la tensión en todas las barras de la red analizada para ciertas condiciones específicas de generación y demanda [3].

El problema de flujo de potencia AC involucra el uso de ecuaciones no lineales, especialmente en términos de la potencia activa y reactiva de cada barra de la red. Por lo tanto, para resolver el sistema de ecuaciones, es necesario utilizar técnicas iterativas como el método de Newton-Raphson o el método de Gauss-Seidel lo cual implica más esfuerzo computacional.

Las ecuaciones matriciales del balance de potencia en un flujo AC se definen a partir de [4]:

$$\Delta S = S_{calculada} - S_{esperada} = 0 \quad (1.3)$$

$$\Delta S = S_{barra} - (C_g S_g - C_d S_d) = 0 \quad (1.4)$$

Donde:

Las matrices  $C_g$  y  $C_d$  se definen como su  $(i, j)$ ésimo elemento igual a 1 si el elemento (Generador, carga, shunt)  $j$  esta localizado en la barra  $i$  y 0 de otro manera [4].

Las ecuaciones esenciales del flujo de potencia AC se obtienen al descomponer la ecuación (1.4) en sus componentes real e imaginaria [4].

$$\Delta P = Re\{\Delta S\} = 0 \quad (1.5)$$

$$\Delta Q = Im\{\Delta S\} = 0 \quad (1.6)$$

### 1.4.2.3 Flujo de potencia DC

El flujo de potencia DC es un estudio simplificado empleado para evaluar la transmisión de potencia en redes de corriente continua. Este enfoque se basa en la linealización de las ecuaciones del flujo de potencia AC con el objetivo de minimizar el esfuerzo computacional necesario para realizar un análisis de flujo de potencia completo. Al asumir una red de CC balanceada, el flujo de potencia DC proporciona una aproximación eficaz para la planificación y operación de sistemas de energía en condiciones estables [6].

Sin embargo, es importante destacar que esta simplificación no captura completamente los efectos de la corriente alterna, por lo tanto, es más adecuada para aplicaciones en las que estas consideraciones pueden ser pasadas por alto sin sacrificar significativamente la precisión del análisis como es el caso del proyecto en estudio.

Las simplificaciones que se realizan en el flujo de potencia DC son [6]:

- Las resistencias de las líneas son insignificantes en comparación con las reactancias de las líneas ( $R_L \ll X_L$ ), por lo que se desprecian.

- ❑ Magnitud de voltaje constante en todas las barras (1 p.u).
- ❑ Linealización de los términos de seno y coseno:  $\cos(\theta_{ij}) \approx 1$  ,  $\sin(\theta_{ij}) \approx \theta_{ij}$ .
- ❑ Se desprecia el flujo de potencia reactiva (1.6).

#### 1.4.2.4 Diferencias entre flujos de potencia AC y DC

En la tabla se proporciona una visión general de las diferencias clave entre los métodos de flujo de potencia AC y DC, destacando las características distintivas de cada enfoque [2], [7].

**Tabla 1.2:** Diferencias entre Métodos de Flujo de Potencia AC y DC [2], [7].

<b>Característica</b>	<b>Flujo AC</b>	<b>Flujo DC</b>
<b>Modelo de Red</b>	Considera la naturaleza no lineal de la corriente alterna.	Simplificación asumiendo una red de CC balanceada.
<b>Ecuaciones</b>	Emplea ecuaciones no lineales y complejas.	Linealiza las ecuaciones del flujo de potencia AC.
<b>Precisión</b>	Ofrece una representación más precisa de los fenómenos AC.	No captura completamente los efectos de la corriente alterna.
<b>Aplicaciones</b>	Análisis detallados de sistemas de energía.	Estudios de planificación y operación.
<b>Métodos de Solución</b>	Métodos iterativos.	Cálculos lineales.
<b>Requerimiento Computacional</b>	Mayor.	Menor.

#### 1.4.2.5 Justificación del uso del modelo de red DC

El modelo de red de corriente continua (DC) se justifica en estudios de planificación de la expansión del sistema de transmisión debido a su eficiencia computacional y capacidad para proporcionar resultados aceptables en situaciones específicas. En este contexto, la simplificación inherente del flujo de potencia DC permite analizar sistemas eléctricos a gran escala con una carga computacional significativamente menor en comparación con el flujo de potencia AC [1].

Esta elección estratégica se traduce en una mayor eficiencia en la toma de decisiones y en la optimización de la expansión del sistema de transmisión en términos de tiempo y

rendimiento. Por lo tanto, la precisión sacrificada mediante las simplificaciones del modelo DC es compensada por beneficios significativos en velocidad computacional, aunque se reconoce que el plan resultante puede no ser óptimo y se necesita una evaluación más detallada en etapas posteriores del proceso de planificación [1].

### **1.4.3 Confiabilidad en los Sistemas Eléctricos de Potencia**

La confiabilidad de los Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP) se centra en la capacidad del sistema para proporcionar de manera constante y estable la energía necesaria a los consumidores, cumpliendo con los estándares de calidad establecidos en las regulaciones del país. Mantener niveles apropiados de confiabilidad en el sistema eléctrico es esencial, ya que tiene implicaciones económicas, contribuye a la seguridad del sistema y afecta directamente la calidad del servicio [8].

La Corporación de Confiabilidad Eléctrica de América del Norte (NERC) define la confiabilidad del sistema eléctrico en dos aspectos clave [8].

- ❑ En primer lugar, la “adecuación” se refiere a garantizar recursos suficientes para proporcionar a los usuarios un suministro de energía permanente sin interrupciones cumpliendo con niveles de voltaje y frecuencia adecuados [8].
- ❑ En segundo lugar, la “seguridad” aborda la capacidad del sistema eléctrico para soportar contingencias inesperadas, como es el caso de las fallas o pérdidas de elementos de la red de forma imprevista [8].

#### **1.4.3.1 Criterio de Seguridad N-1**

Un sistema de potencia opera de manera segura cuando existen márgenes de seguridad óptimos para soportar cualquier tipo de perturbación que se presente en la red. Idealmente, dicho margen de seguridad mencionado se lo debería determinar y monitorear en tiempo real. Sin embargo, debido al tamaño y complejidad de los sistemas de potencia, esto se lo realiza utilizando modelos simplificados, o en muchos casos no se lleva a cabo [9].

En cambio, se hace uso de diversos criterios de seguridad para poder asegurar que los márgenes de seguridad sean adecuados, uno de estos es el criterio N-1, el cual fue establecido

después del colapso en el noreste de Estados Unidos en 1965. Este criterio simplemente establece que el sistema eléctrico debe ser capaz de soportar la pérdida o desconexión de cualquiera de sus componentes, ya sea un línea de transmisión, un transformador de potencia o un generador sin poner en riesgo la operación del sistema y cumpliendo con todos los límites técnicos como es el caso de niveles de tensión, frecuencia, cargabilidad, entre otros [9].

Este criterio, con ciertas modificaciones, se emplea a nivel mundial en la operación de los Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP). En algunos sistemas que requieren un margen de seguridad más amplio, se utiliza el criterio N-2, y también se contempla de manera general el criterio N-K, que evalúa la capacidad del sistema para soportar la pérdida simultánea de varios de sus componentes. Sin embargo, en nuestro país, nos regimos por el criterio N-1 establecido en las respectivas regulaciones existentes. Cumplir con estos criterios no solo es crucial para prevenir colapsos y garantizar la confiabilidad operativa, sino que también es fundamental para abordar los desafíos actuales en la planificación y operación de los SEP [9].

#### **1.4.3.2 Deslastre de Carga**

El deslastre de carga ocurre cuando la demanda total de energía eléctrica supera significativamente la cantidad generada por las centrales de generación. Sin el deslastre de carga, los interruptores de sobrecarga de los generadores se dispararían automáticamente para evitar daños graves y, como consecuencia, el colapso del sistema [10].

En términos generales, el deslastre de carga también puede implicar la retirada casi inmediata de ciertas cargas del sistema para mantener operativa la parte restante del sistema. Esta reducción de carga se realiza en respuesta a una contingencia o perturbación en el sistema. Sin embargo, realizar esta acción puede tener varios efectos negativos como es el caso de las pérdidas económicas, además, de las repercusiones sociales de los usuarios. [10].

Por tal motivo, el deslastre de carga debería considerarse como la última opción para los operadores de los SEP debido a los efectos negativos mencionados. Si bien la prioridad es mantener la estabilidad del sistema y evitar colapsos, se debe buscar alternativas para equilibrar la generación y la carga antes de recurrir a medidas que afecten directamente

a los usuarios y a la economía en general. Aquí la importancia de realizar estudios de planificación de la expansión de la red.

#### **1.4.4 Flujo Óptimo de Potencia (OPF)**

El flujo óptimo de potencia busca encontrar el despacho de una cantidad de generadores para cubrir la totalidad de la demanda, teniendo en cuenta ciertas restricciones del sistema eléctrico y haciéndolo al menor costo posible. La solución general de un OPF consiste en minimizar o maximizar una función objetivo que puede tomar diferentes formas, dependiendo del propósito que se tenga, como por ejemplo optimizar el costo del despacho. Además, dicha función objetivo se encuentra sujeta a restricciones tanto de igualdad como de desigualdad [11].

##### **1.4.4.1 Flujo Óptimo de Potencia DC (DCOPF)**

El problema del flujo óptimo de potencia DC (DCOPF) aborda el OPF mediante una simplificación en el modelo de la red, la cual consiste en ignorar las pérdidas y linealizar las ecuaciones del flujo de potencia, como se mencionó anteriormente. Es importante señalar que para resolver el problema del DCOPF se utilizan técnicas de programación, como la lineal o la cuadrática. Al emplear la programación lineal, tanto la función objetivo como sus restricciones deben ser lineales. Este enfoque resulta crucial en la optimización del despacho eléctrico, permitiendo una planificación más eficiente y confiable de la infraestructura eléctrica [11].

##### **1.4.4.2 Flujo Óptimo de Potencia DC con Restricciones de Seguridad (SCDCOPF)**

El flujo óptimo de potencia DC con restricciones de seguridad (SCDCOPF) es un concepto crucial en la planificación de sistemas de energía eléctrica. Para obtener este flujo óptimo, se emplea un enfoque que modela un flujo óptimo de potencia (OPF), teniendo en cuenta diversas restricciones de la red [1].

Estas restricciones abarcan la cargabilidad de líneas de transmisión y transformadores ba-

jo condiciones normales de funcionamiento, así como el criterio de seguridad (N-1), que implica considerar las condiciones de contingencia, adicionalmente, se debe considerar el concepto de deslastre de carga [11].

En el pasado, los estudios iniciales de SCDCOPF asumían la introducción secuencial de contingencias, lo cual presentaba limitaciones al no garantizar la obtención de una solución óptima, ya que esta dependía del orden en el que se realizaban las contingencias. Por tanto, para alcanzar un despacho óptimo y seguro de la energía, es imperativo considerar simultáneamente todas las contingencias posibles. Este enfoque integral se logra al incluir flujos de potencia postcontingencia acoplados en la formulación del problema [11].

#### **1.4.5 Planificación de la Expansión del Sistema de Transmisión (NTEP)**

La expansión de la red surge debido al crecimiento constante de la demanda, lo que ocasiona que la capacidad actual de transporte ya no sea la adecuada. Esta situación pone en peligro la seguridad y confiabilidad del SEP lo que puede ocasionar que exista desconexiones de carga en la red. Para abordar este desafío, se hace necesario incorporar nuevos corredores de transporte de energía, permitiendo simultáneamente la entrada de fuentes de generación adicionales [12].

El problema de Planificación de la Expansión de Transmisión (NTEP) es un proceso clave para determinar el plan óptimo de expansión del sistema de transmisión. En este trabajo, se emplea un enfoque estático a largo plazo, que implica resolver el problema de expansión para un momento específico. Este método utiliza el conocimiento previo del plan de generación y el crecimiento de la demanda, agilizando la búsqueda de soluciones con menor carga computacional, especialmente útil en redes de transmisión extensas con numerosos elementos a incorporar.

Además de definir el horizonte de planificación, se selecciona el modelo de red, optando por el modelo de red de corriente continua (DC), como mencionado previamente. La obtención del plan de expansión óptimo implica la minimización de la función objetivo, que en este caso corresponde a los costos totales, integrando los costos de operación del despacho y la inversión en la expansión de la red [12].

En el proceso de planificación del NTEP, se destacan dos aspectos principales: la formu-

lación del problema mediante un modelo matemático y la elección del método de optimización. En cuanto a los métodos de solución, se distinguen entre los matemáticos, que modelan todas las condiciones del problema y buscan la solución óptima, y los heurísticos, que ofrecen enfoques más flexibles y eficientes, siendo particularmente útiles en problemas no lineales y no convexos, como el NTEP [12].

#### **1.4.5.1 Planificación de la Expansión del Sistema de Transmisión Considerando Restricciones de Seguridad**

La planificación de la expansión del sistema de transmisión que ha sido objeto de una extensa investigación es la planificación básica. En esta modalidad, no se toman en cuenta restricciones de seguridad, lo que implica que el plan óptimo resultante no considera el criterio de seguridad (contingencias N-1). En consecuencia, el plan de expansión obtenido no es seguro [13].

En el contexto de la planificación, el criterio de seguridad N-1 es crucial, ya que establece que el sistema de transmisión debe expandirse de manera que, si se retirara una línea por cualquier motivo, el sistema resultante debería seguir funcionando de manera adecuada. Esto garantiza que la infraestructura futura del sistema de transmisión asegure un suministro de energía confiable, de calidad y seguro, todo ello a un costo mínimo [13].

En el ámbito del problema NTEP, el análisis de seguridad en estado estacionario busca lograr el equilibrio de potencia en cada nodo de la red sin exceder la capacidad de flujo máximo por las líneas de transmisión conocido como cargabilidad, tanto en condiciones normales de operación como en contingencias. Cuando se consideran las restricciones de seguridad, el plan de expansión óptimo se obtiene al minimizar la función de costos. Esta función incluye costos operativos (despacho), costos de inversión y costos de energía no suministrada, relacionada con el deslastre de carga [12], [14].

La resolución del problema de NTEP con restricciones de seguridad puede realizarse de manera conjunta mediante el uso de algoritmos heurísticos. Sin embargo, esta aproximación amplía el espacio de búsqueda, afecta la eficiencia computacional y aumenta el tiempo debido al incremento en el número de variables, como el número de líneas a construir, el despacho de generadores y la variable de deslastre de carga.

Por lo tanto, en este trabajo se ha considerado descomponer el problema de NTEP con

restricciones de seguridad en dos problemas embebidos. Uno se refiere al despacho de potencia al mínimo costo, obtenido mediante el flujo óptimo de potencia con restricciones de seguridad (SCDCOPF). El otro está relacionado con el problema NTEP. Esta descomposición propone resolver el problema no lineal del NTEP mediante la optimización heurística, específicamente el algoritmo de optimización por enjambre de partículas evolutivas (EPSO). Posteriormente, para cada plan de expansión propuesto por dicho algoritmo, se resolverá el problema de SCDCOPF utilizando programación lineal entera mixta (MILP). Este enfoque reduce el espacio de búsqueda del algoritmo heurístico, disminuyendo así los requisitos computacionales y el tiempo de convergencia.

### 1.4.6 Programación Lineal Entero Mixta (MILP)

El problema MILP, o Programación Lineal Entera Mixta, se clasifica como un tipo de problema de programación lineal en el que ciertas variables toman valores enteros. Específicamente, cuando todas estas variables enteras son de tipo binario, el problema se etiqueta como Programación Lineal Entera Mixta de (0-1). En el abordaje de un problema de MILP, es esencial tener en cuenta la complejidad intrínseca de las variables enteras [15].

La inclusión de variables enteras, especialmente aquellas restringidas a valores binarios, añade un nivel de complejidad sustancial al problema. Este factor tiene un impacto significativo en la eficiencia computacional, ya que las soluciones óptimas deben ser encontradas dentro de un conjunto discreto de valores. La naturaleza discreta de estas variables plantea desafíos adicionales en la formulación del modelo, ya que se debe reflejar de manera precisa y efectiva esta característica en la representación matemática del problema [15].

Un problema de MILP se formula de la siguiente manera [15]:

$$\text{Min} : Z = f^T x \quad (1.7)$$

Sujeto a:

$$A_{eq}x = b_{eq} \quad (1.8)$$

$$Ax \leq b \quad (1.9)$$

$$LB \leq x \leq UB \quad (1.10)$$

Donde:

$f, x, b, b_{eq}, LB, UB$  son vectores y  $A, A_{eq}$  son matrices.

$f^T$ : Función objetivo de tipo lineal.

$x$ : Vector de variables ( pueden ser discretas o continuas).

$LB$ : Límite inferior.

$UB$ : Límite superior.

## 1.4.7 Algoritmos Evolutivos

Los algoritmos evolutivos son técnicas utilizadas para la optimización global, las cuales son capaces de afrontar problemas complejos de manera eficiente. Se basan en la evolución natural, lo cual les permite explorar el espacio de búsqueda para obtener un óptimo global. Evolucionan una población de manera iterativa mediante la selección, mutación y cruce, con el objetivo de encontrar la solución óptima para un problema en específico [6].

Una operación común es generar aleatoriamente un conjunto inicial de soluciones, llamado población. Posteriormente, para cada solución encontrada se procede a evaluarla mediante una función objetivo, luego se selecciona la mejor solución y se aplica operadores evolutivos como es el caso de la mutación y cruce para así explorar mejor el espacio de búsqueda y generar una nueva población con soluciones candidatas. Este procedimiento se repite de manera iterativa, de esta manera, la población mejora cada vez que se avanza en las iteraciones, acercándose cada vez más al óptimo global del problema [6].

El algoritmo de optimización por enjambre de partículas evolutivas (EPSO), se caracteriza porque hace uso de estrategias evolutivas en conjunto con el algoritmo de optimización por enjambre de partículas (PSO). EPSO a diferencia del PSO, modela tanto el comportamiento de partículas, como la evolución de pesos, los cuales afectan en el movimiento de las partículas dentro del espacio de búsqueda. Destaca por su autoadaptación, ajustando automáticamente parámetros y comportamientos a medida que resuelve problemas, reflejando cierta inteligencia en su algoritmo [16].

## 2 METODOLOGÍA

En el presente capítulo nos enfocamos en el detallado desarrollo de la formulación matemática abordando de manera integral el problema de la planificación óptima de la expansión de sistemas de transmisión. Este análisis matemático comprende la formulación tanto de la matriz de admitancia ( $Y_{\text{barra}}$ ) como del flujo óptimo de potencia DC con deslastre de carga, el flujo óptimo de potencia DC con restricciones de seguridad, y finalmente, la formulación matricial específica para la planificación de la expansión con restricciones de seguridad.

Posteriormente, se presenta la explicación de la herramienta de optimización propuesta, la cual se deriva directamente de las formulaciones matriciales previamente detalladas. Este enfoque cuantitativo tiene como objetivo obtener como componente teórico la formulación matemática en conjunto con el componente práctico, la herramienta desarrollada. Dentro de esta explicación, se detallan los algoritmos empleados para resolver el problema del SCDCOPF, así como la implementación del algoritmo de optimización por enjambre de partículas evolutivas (EPSO) para resolver el problema NTEP.

El enfoque del presente trabajo es de tipo exploratorio ya que busca comprender a detalle el problema de planificación a través de su fundamento matemático antes de llevar a cabo su respectiva modelación. Además, se clasifica como experimental debido a la necesidad esencial de llevar a cabo la implementación del modelo haciendo uso del lenguaje de programación Python.

## 2.1 FORMULACIÓN MATEMÁTICA

### 2.1.1 Formulación Matricial de la Matriz de Admitancia (Ybarra)

Antes de abordar la formulación matricial del flujo óptimo de potencia DC con la consideración de deslastre de carga, resulta imperativo presentar la formulación matricial de la matriz de admitancia que se hace uso en este trabajo. Para llevar a cabo este proceso, iniciamos con el modelo matricial de rama, el cual se exhibe en la figura 2.1 [4].

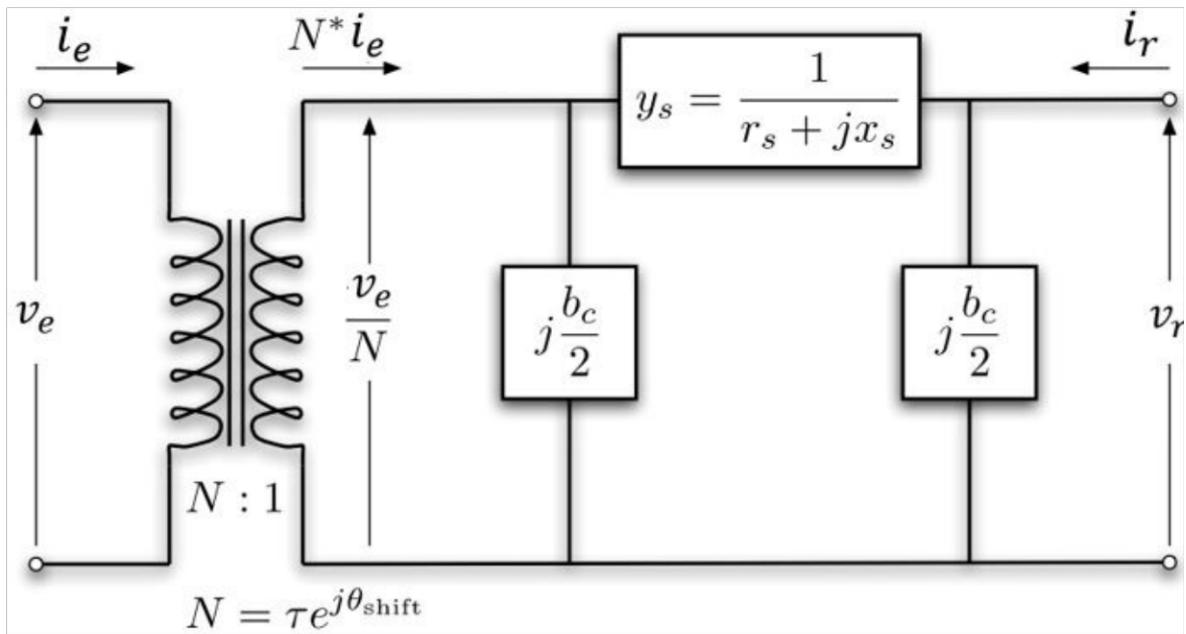


Figura 2.1: Modelo de rama [4].

Las corrientes de envío  $i_e$  y de recibo  $i_r$  en los extremos de la rama, se pueden expresar en función de la matriz de admitancia de rama y los voltajes terminales  $v_e$  y  $v_r$  de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} i_e \\ i_r \end{bmatrix} = Y_{rama} \begin{bmatrix} v_e \\ v_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{ee} & y_{er} \\ y_{re} & y_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_e \\ v_r \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Con el propósito de obtener las ecuaciones matriciales correspondientes a la expresión (2.1), se inicia con la consideración de la figura 2.1, de la cual se deducen las siguientes expresiones matemáticas:

$$i_{y_s} = y_s \left( \frac{v_e}{N} - v_r \right) = \frac{y_s}{N} v_e - y_s v_r \quad (2.2)$$

$$i_{bc_e} = j \frac{b_c}{2} \left( \frac{v_e}{N} \right) = j \frac{b_c}{2N} v_e \quad (2.3)$$

$$i_{bc_r} = j \frac{b_c}{2} v_r \quad (2.4)$$

Al emplear la Ley de Corrientes de Kirchhoff (LCK), se obtiene:

$$N i_e = i_{y_s} + i_{bc_e} \quad (2.5)$$

$$i_r = i_{bc_r} - i_{y_s} \quad (2.6)$$

Reemplazando las ecuaciones (2.2) y (2.3) en la ecuación (2.5) y las ecuaciones (2.4) y (2.2) en (2.6) respectivamente, se obtiene:

$$i_e = \frac{(y_s + j \frac{b_c}{2})}{N^2} v_e - \frac{y_s}{N} v_r \quad (2.7)$$

$$i_r = -\frac{y_s}{N} v_e + (y_s + j \frac{b_c}{2}) v_r \quad (2.8)$$

Las ecuaciones (2.7) y (2.8) pueden ser formuladas de manera matricial de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} i_e \\ i_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y_s + j \frac{b_c}{2}}{N^2} & -\frac{y_s}{N} \\ -\frac{y_s}{N} & y_s + j \frac{b_c}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_e \\ v_r \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Con:

$$N = \tau e^{j\theta_{shift}} \quad (2.10)$$

Donde:

$\tau$  : Magnitud del tap del transformador.

$\theta_{shift}$  : Ángulo del tap del transformador.

A partir de la ecuación (2.9) se deduce que la matriz de admitancia de rama es:

$$Y_{rama} = \begin{bmatrix} y_{ee} & y_{er} \\ y_{re} & y_{rr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y_s + j \frac{b_c}{2}}{\tau^2} & -\frac{y_s}{N} \\ -\frac{y_s}{N} & y_s + j \frac{b_c}{2} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Generalizando la matriz de admitancia de rama para  $nl$  ramas, se tiene:

$$Y_{rama}^i = \begin{bmatrix} y_{ee}^i & y_{er}^i \\ y_{re}^i & y_{rr}^i \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Con:

$$Y_{ee} = \begin{bmatrix} y_{ee}^1 & \cdots & y_{ee}^{nl} \end{bmatrix}^T \quad (2.13)$$

$$Y_{er} = \begin{bmatrix} y_{er}^1 & \cdots & y_{er}^{nl} \end{bmatrix}^T \quad (2.14)$$

$$Y_{re} = \begin{bmatrix} y_{re}^1 & \cdots & y_{re}^{nl} \end{bmatrix}^T \quad (2.15)$$

$$Y_{rr} = \begin{bmatrix} y_{rr}^1 & \cdots & y_{rr}^{nl} \end{bmatrix}^T \quad (2.16)$$

Para obtener la matriz  $Y_{barra}$  se tiene que:

$$Y_e = [Y_{ee}]C_e + [Y_{er}]C_r \quad (2.17)$$

$$Y_r = [Y_{re}]C_e + [Y_{rr}]C_r \quad (2.18)$$

$$Y_{barra} = C_e^T Y_e + C_r^T Y_r + [C_s^T Y_{sh}] \quad (2.19)$$

Con:  $Y_{sh} = [G_s + jB_s]_{nb \times 1}$

La matriz dispersa de conexión  $C_s$  ( $ns \times nb$ ) se define de tal manera que su elemento  $(i, j)$ ésimo es igual a 1 si el shunt  $j$  está ubicado en la barra  $i$  y 0 de lo contrario. Por otro lado, las matrices dispersas de conexión  $C_e$  ( $nl \times nb$ ) y  $C_r$  ( $nl \times nb$ ), utilizadas en la construcción de las matrices de admitancias del sistema, se definen de la siguiente manera: El elemento  $(i, j)$ ésimo de  $C_e$  y el elemento  $(i, k)$ ésimo de  $C_r$  son iguales a 1, mientras que todos los demás elementos de  $C_e$  y  $C_r$  son 0.

Donde:

$nb$ : Número de barras de la red.

$nl$ : Número de ramas de la red.

$ns$ : Número de shunts de la red.

$e$ : Vector de barras de envío.

$r$ : Vector de barras de recibo.

### 2.1.1.1 Formulación Matricial de la Ybarra para modelo de red DC

Como se señaló previamente en el capítulo anterior, al emplear el modelo de red DC, se introducen ciertas simplificaciones en comparación con el modelo de corriente alterna (AC). Estas modificaciones conllevan a simplificaciones en la matriz de admitancia del sistema, y a continuación, se presentan algunas de estas simplificaciones.

La primera simplificación se efectúa en la admitancia serie de la rama, dado que la resistencia es nula.

$$y_{s_{nlx1}} = 1/.x_{s_{(nl \times 1)}} \quad (2.20)$$

Por otro lado, a las capacitancias de las línea también se les asigna un valor de cero. En consecuencia, se obtiene:

$$b_{c_{nlx1}} = [0]_{(nl \times 1)} \quad (2.21)$$

En cuanto al tap de los transformadores, se considera su magnitud como 1 y su ángulo toma un valor de cero.

$$\tau = [1]_{(nl \times 1)} \quad (2.22)$$

$$\theta_{shift} = [0]_{(nl \times 1)} \quad (2.23)$$

Por lo tanto, la ecuación (2.10) se simplifica de la siguiente manera:

$$N = \tau = [1]_{(nl \times 1)} \quad (2.24)$$

De esta manera, la ecuación (2.11) se simplifica a:

$$Y_{rama} = \begin{bmatrix} y_{ee} & y_{er} \\ y_{re} & y_{rr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_s & -\frac{y_s}{N} \\ -\frac{y_s}{N} & y_s \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Posteriormente, el modelo de red DC desprecia los capacitores shunt, por lo tanto:

$$Y_{sh} = [0]_{(nb \times 1)} \quad (2.26)$$

Finalmente, para obtener la matriz  $Y_{barras}$ , la ecuación (2.19) se simplifica y se expresa como:

$$Y_{barras} = C_e^T Y_e + C_r^T Y_r \quad (2.27)$$

## 2.1.2 Formulación Matricial del Flujo Óptimo de Potencia DC (DCOPF)

A continuación, se expone la formulación matricial del flujo óptimo de potencia DC teniendo en cuenta el deslastre de carga, donde se aborda como un problema de optimización lineal entero mixto (MILP). Esta consideración es de gran importancia, ya que posteriormente, al considerar contingencias N-1, no existe una solución matemática al problema de optimización al no tener en cuenta la opción de deslastre de carga, esto se evidencia en el ejemplo ilustrativo presentado en el Anexo I en la página II.

### 2.1.2.1 Función Objetivo

La función a minimizar en este problema corresponde al costo del despacho de potencia, para ello en base a la ecuación (1.7) se tiene que:

$$f_{(nx \times 1)} = \begin{bmatrix} K_{cost} W_{g(n_g \times 1)} \\ 0_{(n_b \times 1)} \\ K_{des} [W_\lambda]_{(nd \times nd)} P_{d(nd \times 1)} \end{bmatrix}_{(nx \times 1)} \quad (2.28)$$

La matriz de variables del problema de optimización se define como:

$$x_{(nx \times 1)} = \begin{bmatrix} P_{g(n_g \times 1)} \\ \theta_{(n_b \times 1)} \\ \lambda_{(nd \times 1)} \end{bmatrix}_{(nx \times 1) = (n_g + n_b + nd) \times 1} \quad (2.29)$$

Finalmente, la función objetivo es:

$$f^T x = \left[ K_{cost} W_g^T \quad \cdots \quad 0_{(1 \times nb)}^T \quad \cdots \quad K_{des} ([W_\lambda] P_d)^T \right]_{(1 \times nx)} \begin{bmatrix} P_{g(n_g \times 1)} \\ \theta_{(nb \times 1)} \\ \lambda_{(nd \times 1)} \end{bmatrix}_{(nx \times 1)} \quad (2.30)$$

$$Min : f^T x = (K_{cost} W_g^T P_g) + (K_{des} ([W_\lambda] P_d)^T \lambda) \quad (2.31)$$

Donde:

$K_{cost}$ : Factor para el costo de despacho de generación.

$W_g$ : Vector de costos de despacho de generación en \$/MWh.

$P_g$ : Vector de despacho de generación en MW.

$K_{des}$ : Factor de penalización para el costo de deslastre de carga.

$W_\lambda$ : Vector de costos de deslastre de carga en \$/MWh.

$P_d$ : Vector de potencia de la demanda en MW.

$\lambda$ : Deslastre de carga en pu.

$ng$ : Número de generadores.

$nb$ : Número de barras.

$nd$ : Número de cargas.

$nx$ : Número total de variables en el sistema.

### 2.1.2.2 Restricciones de Igualdad

La restricción de igualdad se define a través de la restricción de balance de potencia en cada barra del sistema. En consecuencia, se expresa de la siguiente manera:

$$P_{esp} = P_{cal} \quad (2.32)$$

$$C_g^T P_g - C_d^T P_d (1 - \lambda) = B\theta \quad (2.33)$$

$$C_g^T P_g - B\theta + C_d^T P_d \lambda = C_d^T P_d \quad (2.34)$$

Escribiendo de forma matricial  $A_{eq}x = b_{eq}$  se tiene:

$$\left[ \begin{array}{c|c|c} C_g^T & -B & C_d^T [P_d] \end{array} \right]_{(nb \times nx)} \begin{bmatrix} P_{g(n \times 1)} \\ \theta_{(nb \times 1)} \\ \lambda_{(nd \times 1)} \end{bmatrix}_{(nx \times 1)} = C_d^T P_{d(nd \times 1)} \quad (2.35)$$

Donde:

$B = -I_{mag}(Y_{barra})$ : Matriz de susceptancias de enlace entre barras.

$C_g$ : Matriz de conectividad de generadores.

$C_d$ : Matriz de conectividad de cargas.

### 2.1.2.3 Restricciones de Desigualdad

□ Restricción de Flujo de Potencia a través de cada rama

$$-\overline{f_{ij}}_{(nl \times 1)} \leq S_{(nl \times nb)} \theta_{(nb \times 1)} \leq \overline{f_{ij}}_{(nl \times 1)} \quad (2.36)$$

La desigualdad anterior puede descomponerse en dos partes:

$$S_{(nl \times nb)} \theta_{(nb \times 1)} \leq \overline{f_{ij}}_{(nl \times 1)} \quad (2.37)$$

$$-S_{(nl \times nb)} \theta_{(nb \times 1)} \leq \overline{f_{ij}}_{(nl \times 1)} \quad (2.38)$$

En términos matriciales, la expresión es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} S\theta \\ \hline -S\theta \end{bmatrix}_{(2nl \times 1)} \leq \begin{bmatrix} \overline{f_{ij}} \\ \hline \overline{f_{ij}} \end{bmatrix}_{(2nl \times 1)} \quad (2.39)$$

Expresando la formulación de manera matricial, se obtiene la representación  $Ax \leq b$ .

$$\begin{bmatrix} 0_{(nl \times ng)} & \vdots & S_{(nl \times nb)} & \vdots & 0_{(nl \times nd)} \\ \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ 0_{(nl \times ng)} & \vdots & -S_{(nl \times nb)} & \vdots & 0_{(nl \times nd)} \end{bmatrix}_{(2nl \times nx)} \begin{bmatrix} P_{g(ng \times 1)} \\ \theta_{(nb \times 1)} \\ \lambda_{(nd \times 1)} \end{bmatrix}_{(nx \times 1)} \leq \begin{bmatrix} \overline{f_{ij}(nl \times 1)} \\ \dots \\ \underline{f_{ij}(nl \times 1)} \end{bmatrix}_{(2nl \times 1)} \quad (2.40)$$

Donde:

$S = -I_{mag}(Y_e)$ : Flujo de potencia desde la barra  $i$  hasta la barra  $j$  en MW.

$\overline{f_{ij}}$ : Máximo flujo de potencia desde la barra  $i$  hasta la barra  $j$  en MW.

#### 2.1.2.4 Límites de Variables

Los límites de las variables, de acuerdo con la ecuación (2.29) se expresan de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \underline{P}_{g(ng \times 1)} \\ -\pi_{(nb \times 1)} \\ \underline{\lambda}_{(nd \times 1)} \end{bmatrix}_{(nx \times 1)} \leq \begin{bmatrix} P_{g(ng \times 1)} \\ -\theta_{(nb \times 1)} \\ \lambda_{(nd \times 1)} \end{bmatrix}_{(nx \times 1)} \leq \begin{bmatrix} \overline{P}_{g(ng \times 1)} \\ -\pi_{(nb \times 1)} \\ \overline{\lambda}_{(nd \times 1)} \end{bmatrix}_{(nx \times 1)} \quad (2.41)$$

Para la barra de referencia se tiene que:

$$0 \leq \theta_{slack} \leq 0 \quad (2.42)$$

Donde:

$\underline{P}_g$ : Potencia de generación mínima en MW.

$\overline{P}_g$ : Potencia de generación máxima en MW.

$\underline{\lambda}$ : Deslastre de carga mínimo en pu.

$\overline{\lambda}$ : Deslastre de carga máximo en pu.

$\theta_{slack}$ : Ángulo del voltaje de la barra de referencia en rad.

## 2.1.3 Formulación Matricial del Flujo Óptimo de Potencia DC con Restricciones de Seguridad (SCDCOPF)

Al incorporar restricciones de seguridad en el problema del flujo óptimo de potencia DC, se introduce el concepto del criterio N-1. Como resultado, la formulación presentada en la sección anterior experimenta las siguientes modificaciones:

### 2.1.3.1 Función Objetivo

La función a minimizar en este problema está asociada al costo del despacho de potencia. Para abordar contingencias, se generaliza la ecuación (2.28) de la siguiente manera:

$$f = \begin{bmatrix} K_{cost} W_{g_{(ng \times 1)}}^0 \\ K_{cost} W_{g_{(ng \times 1)}}^1 \\ \vdots \\ K_{cost} W_{g_{(ng \times 1)}}^{n_{cont}} \\ \\ 0_{(nb \times 1)}^0 \\ 0_{(nb \times 1)}^1 \\ \vdots \\ 0_{(nb \times 1)}^{n_{cont}} \\ \\ K_{des} [W_{\lambda}]_{(nd \times nd)} P_{d(nd \times 1)}^0 \\ K_{des} [W_{\lambda}]_{(nd \times nd)} P_{d(nd \times 1)}^1 \\ \vdots \\ K_{des} [W_{\lambda}]_{(nd \times nd)} P_{d(nd \times 1)}^{n_{cont}} \end{bmatrix}_{(ng+nb+nd)(1+n_{cont}) \times 1} \quad (2.43)$$

Generalizando la ecuación (2.28) correspondiente a la matriz de variables del problema de optimización se obtiene:

$$x = \begin{bmatrix} P_{g(n_g \times 1)}^0 \\ P_{g(n_g \times 1)}^1 \\ \vdots \\ P_{g(n_g \times 1)}^{n_{cont}} \\ \\ \theta_{(nb \times 1)}^0 \\ \theta_{(nb \times 1)}^1 \\ \vdots \\ \theta_{(nb \times 1)}^{n_{cont}} \\ \\ \lambda_{(nd \times 1)}^0 \\ \lambda_{(nd \times 1)}^1 \\ \vdots \\ \lambda_{(nd \times 1)}^{n_{cont}} \end{bmatrix}_{(ng+nb+nd)(1+n_{cont}) \times 1} \quad (2.44)$$

Finalmente, la función objetivo es:

$$\begin{aligned} Min : f^T x = & K_{cost} (W_g^T P_g^0 + W_g^T P_g^1 + \dots + W_g^T P_g^{n_{cont}}) + \\ & K_{des} \left( ([W_\lambda] P_d)^T \lambda^0 + ([W_\lambda] P_d)^T \lambda^1 + \dots + ([W_\lambda] P_d)^T \lambda^{n_{cont}} \right) \end{aligned} \quad (2.45)$$

Donde:

$K_{cost}$ : Factor para el costo de despacho de generación.

$W_g$ : Vector de costos de despacho de generación en \$/MWh.

$P_g^0$ : Vector de despacho de generación para el caso base(sin contingencias) en MW.

$P_g^{n_{cont}}$ : Vector de despacho de generación para la contingencia final en MW.

$K_{des}$ : Factor de penalización para el costo de deslastre de carga.

$W_\lambda$ : Vector de costos de deslastre de carga en \$/MWh.

$P_d$ : Vector de potencia de la demanda en MW.

$\lambda^0$ : Vector de deslastre de carga para el caso base(sin contingencias) en pu.

$\lambda^{n_{cont}}$ : Vector de deslastre de carga para la contingencia final en pu.

$ng$ : Número de generadores.

$nb$ : Número de barras.

$nd$ : Número de cargas.

$n_{cont}$ : Número total de contingencias.

### 2.1.3.2 Restricciones de Igualdad

Las restricciones de igualdad se definen a partir de la ecuación (2.34), de tal manera que generalizando dicha ecuación para el número total de contingencias se tiene:

$$\begin{aligned}
 C_g^T P_g^0 - B^0 \theta^0 + C_d^T P_d \lambda^0 &= C_d^T P_d \\
 C_g^T P_g^1 - B^1 \theta^1 + C_d^T P_d \lambda^1 &= C_d^T P_d \\
 &\vdots \\
 C_g^T P_g^{n_{cont}} - B^{n_{cont}} \theta^{n_{cont}} + C_d^T P_d \lambda^{n_{cont}} &= C_d^T P_d
 \end{aligned} \tag{2.46}$$

Para generalizar la ecuación (2.35) considerando contingencias, en primer lugar se desarrolla la formulación de la matriz  $A_{eq}$ , para ello:

$$\begin{aligned}
 \text{Caso Base} &\rightarrow \left[ C_g^T (nb \times ng)^0 \quad 0_{(nb \times ng)^1} \quad 0_{(nb \times ng)} \quad \dots \quad 0_{(nb \times ng)^{n_{cont}}} \right]_{nb \times ng(1+n_{cont})} \\
 \text{Contingencia}^1 &\rightarrow \left[ 0_{(nb \times ng)^0} \quad C_g^T (nb \times ng)^1 \quad 0_{(nb \times ng)} \quad \dots \quad 0_{(nb \times ng)^{n_{cont}}} \right]_{nb \times ng(1+n_{cont})} \\
 &\vdots \\
 \text{Contingencia}^{n_{cont}} &\rightarrow \left[ 0_{(nb \times ng)^0} \quad 0_{(nb \times ng)^1} \quad \dots \quad 0_{(nb \times ng)} \quad C_g^T (nb \times ng)^{n_{cont}} \right]_{nb \times ng(1+n_{cont})}
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

Entonces, la matriz  $C_{g_{comp}}^T$  es:

$$\left[ \begin{array}{ccccc}
 C_g^T (nb \times ng) & 0_{(nb \times ng)} & 0_{(nb \times ng)} & \dots & 0_{(nb \times ng)} \\
 0_{(nb \times ng)} & C_g^T (nb \times ng) & 0_{(nb \times ng)} & \dots & 0_{(nb \times ng)} \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 0_{(nb \times ng)} & 0_{(nb \times ng)} & \dots & 0_{(nb \times ng)} & C_g^T (nb \times ng)
 \end{array} \right]_{nb(1+n_{cont}) \times ng(1+n_{cont})} \tag{2.48}$$

Por otro lado:

$$\begin{aligned}
\text{Caso base} &\rightarrow \left[ -B^0_{(nb \times nb)}{}^0 \quad 0_{(nb \times nb)}{}^1 \quad 0_{(nb \times nb)} \quad \dots \quad 0_{(nb \times nb)}{}^{n_{cont}} \right]_{nb \times nb(1+n_{cont})} \\
\text{Contingencia}^1 &\rightarrow \left[ 0_{(nb \times nb)}{}^0 \quad -B^1_{(nb \times nb)}{}^1 \quad 0_{(nb \times nb)} \quad \dots \quad 0_{(nb \times nb)}{}^{n_{cont}} \right]_{nb \times nb(1+n_{cont})} \\
&\vdots \\
\text{Contingencia}^{n_{cont}} &\rightarrow \left[ 0_{(nb \times nb)}{}^0 \quad 0_{(nb \times nb)} q \quad \dots \quad 0_{(nb \times nb)} \quad -B^{n_{cont}}_{(nb \times nb)}{}^{n_{cont}} \right]_{nb \times nb(1+n_{cont})}
\end{aligned} \tag{2.49}$$

Entonces, la matriz  $-B_{comp}$  es:

$$\left[ \begin{array}{ccccc}
-B^0_{(nb \times nb)} & 0_{(nb \times nb)} & 0_{(nb \times nb)} & \dots & 0_{(nb \times nb)} \\
0_{(nb \times nb)} & -B^1_{(nb \times nb)} & 0_{(nb \times nb)} & \dots & 0_{(nb \times nb)} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
0_{(nb \times nb)} & 0_{(nb \times nb)} & \dots & 0_{(nb \times nb)} & -B^{n_{cont}}_{(nb \times nb)}
\end{array} \right]_{nb(1+n_{cont}) \times nb(1+n_{cont})} \tag{2.50}$$

Finalmente:

$$\begin{aligned}
\text{Caso base} &\rightarrow \left[ (C_d^T[P_d])_{(nb \times nd)}{}^0 \quad 0_{(nb \times nd)}{}^1 \quad 0_{(nb \times nd)} \quad \dots \quad 0_{(nb \times nd)}{}^{n_{cont}} \right]_{nb \times nd(1+n_{cont})} \\
\text{Contingencia}^1 &\rightarrow \left[ 0_{(nb \times nd)}{}^0 \quad (C_d^T[P_d])_{(nb \times nd)}{}^1 \quad 0_{(nb \times nd)} \quad \dots \quad 0_{(nb \times nd)}{}^{n_{cont}} \right]_{nb \times nd(1+n_{cont})} \\
&\vdots \\
\text{Contingencia}^{n_{cont}} &\rightarrow \left[ 0_{(nb \times nd)}{}^0 \quad 0_{(nb \times nd)}{}^1 \quad \dots \quad 0_{(nb \times nd)} \quad (C_d^T[P_d])_{(nb \times nd)}{}^{n_{cont}} \right]_{nb \times nd(1+n_{cont})}
\end{aligned} \tag{2.51}$$

Entonces, la matriz  $(C_d^T[P_d])_{comp}$  es:

$$\left[ \begin{array}{ccccc}
(C_d^T[P_d])_{(nb \times nd)} & 0_{(nb \times nd)} & 0_{(nb \times nd)} & \dots & 0_{(nb \times nd)} \\
0_{(nb \times nd)} & (C_d^T[P_d])_{(nb \times nd)} & 0_{(nb \times nd)} & \dots & 0_{(nb \times nd)} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
0_{(nb \times nd)} & 0_{(nb \times nd)} & \dots & 0_{(nb \times nd)} & (C_d^T[P_d])_{(nb \times nd)}
\end{array} \right]_{nb \times nd(1+n_{cont})} \tag{2.52}$$

Así, la matriz  $A_{eq}$  es:

$$A_{eq} = \left[ C_{g_{comp}}^T \quad \left| \quad -B_{comp} \quad \left| \quad (C_d^T[P_d])_{comp} \right. \right. \right]_{nb(1+n_{cont}) \times (ng+nb+nd)(1+n_{cont})} \tag{2.53}$$

Por otro lado, el vector  $b_{eq}$  se formula de la siguiente manera:

$$b_{eq} = \begin{bmatrix} \left( C_d^T P_d \right)_{(nb \times 1)}^0 \\ \left( C_d^T P_d \right)_{(nb \times 1)}^1 \\ \vdots \\ \left( C_d^T P_d \right)_{nb \times 1}^{n_{cont}} \end{bmatrix}_{nb(1+n_{cont}) \times 1} \quad (2.54)$$

Finalmente, las restricciones de igualdad se pueden expresar como:

$$\left[ C_{g_{comp}}^T \mid -B_{comp} \mid (C_d^T P_d)_{comp} \right] \begin{bmatrix} P_{g(n_g \times 1)}^0 \\ P_{g(n_g \times 1)}^1 \\ \vdots \\ P_{g(n_g \times 1)}^{n_{cont}} \\ \theta_{(nb \times 1)}^0 \\ \theta_{(nb \times 1)}^1 \\ \vdots \\ \theta_{(nb \times 1)}^{n_{cont}} \\ \lambda_{(nd \times 1)}^0 \\ \lambda_{(nd \times 1)}^1 \\ \vdots \\ \lambda_{(nd \times 1)}^{n_{cont}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (C_d^T P_d)_{(nb \times 1)}^0 \\ (C_d^T P_d)_{(nb \times 1)}^1 \\ \vdots \\ (C_d^T P_d)_{nb \times 1}^{n_{cont}} \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Donde:

$B^0$ : Matriz de susceptancias de enlace entre barras para el caso base.

$B^{n_{cont}}$ : Matriz de susceptancias de enlace entre barras para la contingencia final.

$\theta^0$ : Vector del ángulo del voltaje en las barras para el caso base.

$\theta^{n_{cont}}$ : Vector del ángulo del voltaje en las barras para la contingencia final.

$C_g$ : Matriz de conectividad de generadores.

$C_d$ : Matriz de conectividad de cargas.

### 2.1.3.3 Restricciones de Desigualdad

□ Restricción de Flujo de Potencia a través de cada rama

Las restricciones de desigualdad se definen a partir de la ecuación (2.36), de tal manera que generalizando dicha ecuación para el número total de contingencias se tiene:

$$\begin{aligned}
 -\overline{f_{ij}}_{(nl \times 1)}^0 &\leq S_{(nl \times nb)}^0 \theta_{(nb \times 1)}^0 \leq \overline{f_{ij}}_{(nl \times 1)}^0 \\
 -\overline{f_{ij}}_{(nl \times 1)}^1 &\leq S_{(nl \times nb)}^1 \theta_{(nb \times 1)}^1 \leq \overline{f_{ij}}_{(nl \times 1)}^1 \\
 &\vdots \\
 -\overline{f_{ij}}_{(nl \times 1)}^{n_{cont}} &\leq S_{(nl \times nb)}^{n_{cont}} \theta_{(nb \times 1)}^{n_{cont}} \leq \overline{f_{ij}}_{(nl \times 1)}^{n_{cont}}
 \end{aligned} \tag{2.56}$$

Las desigualdades anteriores pueden descomponerse en dos partes, de tal modo que las ecuaciones (2.37) y (2.38), se generalizan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 S_{(nl \times nb)}^0 \theta_{(nb \times 1)}^0 &\leq \overline{f_{ij}}_{(nl \times 1)}^0 \\
 S_{(nl \times nb)}^1 \theta_{(nb \times 1)}^1 &\leq \overline{f_{ij}}_{(nl \times 1)}^1 \\
 &\vdots \\
 S_{(nl \times nb)}^{n_{cont}} \theta_{(nb \times 1)}^{n_{cont}} &\leq \overline{f_{ij}}_{(nl \times 1)}^{n_{cont}}
 \end{aligned} \tag{2.57}$$

$$\begin{aligned}
 -S_{(nl \times nb)}^0 \theta_{(nb \times 1)}^0 &\leq \overline{f_{ij}}_{(nl \times 1)}^0 \\
 -S_{(nl \times nb)}^1 \theta_{(nb \times 1)}^1 &\leq \overline{f_{ij}}_{(nl \times 1)}^1 \\
 &\vdots \\
 -S_{(nl \times nb)}^{n_{cont}} \theta_{(nb \times 1)}^{n_{cont}} &\leq \overline{f_{ij}}_{(nl \times 1)}^{n_{cont}}
 \end{aligned} \tag{2.58}$$

Adicionalmente, se añaden las siguientes restricciones de desigualdad correspondientes a la variación de la potencia de generación.

$$\begin{aligned}
 -\overline{\Delta P}_{(ng \times 1)} &\leq P_{g(ng \times 1)}^1 - P_{g(ng \times 1)}^0 \leq \overline{\Delta P}_{(ng \times 1)} \\
 -\overline{\Delta P}_{(ng \times 1)} &\leq P_{g(ng \times 1)}^2 - P_{g(ng \times 1)}^0 \leq \overline{\Delta P}_{(ng \times 1)} \\
 &\vdots \\
 -\overline{\Delta P}_{(ng \times 1)} &\leq P_{g(ng \times 1)}^{n_{cont}} - P_{g(ng \times 1)}^0 \leq \overline{\Delta P}_{(ng \times 1)}
 \end{aligned} \tag{2.59}$$

Del mismo modo, la ecuación (2.59) se puede dividir en dos inecuaciones de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 P_{g(n_g \times 1)}^1 - P_{g(n_g \times 1)}^0 &\leq \overline{\Delta P}_{(n_g \times 1)} \\
 P_{g(n_g \times 1)}^2 - P_{g(n_g \times 1)}^0 &\leq \overline{\Delta P}_{(n_g \times 1)} \\
 &\vdots \\
 P_{g(n_g \times 1)}^{n_{cont}} - P_{g(n_g \times 1)}^0 &\leq \overline{\Delta P}_{(n_g \times 1)}
 \end{aligned} \tag{2.60}$$

$$\begin{aligned}
 P_{g(n_g \times 1)}^0 - P_{g(n_g \times 1)}^1 &\leq \overline{\Delta P}_{(n_g \times 1)} \\
 P_{g(n_g \times 1)}^0 - P_{g(n_g \times 1)}^2 &\leq \overline{\Delta P}_{(n_g \times 1)} \\
 &\vdots \\
 P_{g(n_g \times 1)}^0 - P_{g(n_g \times 1)}^{n_{cont}} &\leq \overline{\Delta P}_{(n_g \times 1)}
 \end{aligned} \tag{2.61}$$

Donde:

$$\overline{\Delta P} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{(n_g \times 1)} \tag{2.62}$$

El valor de  $\overline{\Delta P}$  para el generador de la barra de referencia es:

$$\Delta P_{slack} = \infty \tag{2.63}$$

Una vez generalizadas las restricciones de desigualdad al considerar contingencias, es posible formularlas de manera matricial, para ello se tiene lo siguiente:

□ Formulación matriz A

La matriz A se define como:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{bmatrix}_{[2n_l(1+n_{cont})+2n_g(n_{cont})] \times [(n_g+n_l+nd)(1+n_{cont})]} \tag{2.64}$$

Donde cada elemento de la matriz A se define como:

□ Formulación matriz  $A_{11}$

$$A_{11} = \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ n_{cont} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0_{(nl \times ng)}^0 & 0_{(nl \times ng)}^1 & \cdots & 0_{(nl \times ng)}^{n_{cont}} \\ 0_{(nl \times ng)}^0 & 0_{(nl \times ng)}^1 & \cdots & 0_{(nl \times ng)}^{n_{cont}} \\ 0_{(nl \times ng)} & 0_{(nl \times ng)} & \cdots & 0_{(nl \times ng)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{(nl \times ng)} & 0_{(nl \times ng)} & \cdots & 0_{(nl \times ng)} \\ 0_{(nl \times ng)} & 0_{(nl \times ng)} & \cdots & 0_{(nl \times ng)} \end{bmatrix}_{2nl(1+n_{cont}) \times ng(1+n_{cont})} \quad (2.65)$$

□ Formulación matriz  $A_{12}$

$$A_{12} = \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ n_{cont} \end{matrix} \begin{bmatrix} S_{(nl \times nb)}^0 & 0_{(nl \times nb)}^1 & 0_{(nl \times nb)} & \cdots & 0_{(nl \times nb)} & 0_{(nl \times nb)}^{n_{cont}} \\ -S_{nl \times nb}^0 & 0_{(nl \times nb)}^1 & 0_{(nl \times nb)} & \cdots & 0_{(nl \times nb)} & 0_{(nl \times nb)}^{n_{cont}} \\ 0_{(nl \times nb)}^0 & S_{nl \times nb}^1 & 0_{(nl \times nb)} & \cdots & 0_{(nl \times nb)} & 0_{(nl \times nb)}^{n_{cont}} \\ 0_{(nl \times nb)}^0 & -S_{nl \times nb}^1 & 0_{(nl \times nb)} & \cdots & 0_{(nl \times nb)} & 0_{(nl \times nb)}^{n_{cont}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0_{(nl \times nb)}^0 & 0_{(nl \times nb)}^1 & 0_{(nl \times nb)} & \cdots & 0_{(nl \times nb)} & S_{nl \times nb}^{n_{cont}} \\ 0_{(nl \times nb)}^0 & 0_{(nl \times nb)}^1 & 0_{(nl \times nb)} & \cdots & 0_{(nl \times nb)} & -S_{nl \times nb}^{n_{cont}} \end{bmatrix}_{2nl(1+n_{cont}) \times nb(1+n_{cont})} \quad (2.66)$$

□ Formulación matriz  $A_{13}$

$$A_{13} = \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ n_{cont} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0_{(nl \times nd)}^0 & 0_{(nl \times nd)}^1 & \cdots & 0_{(nl \times nd)}^{n_{cont}} \\ 0_{(nl \times nd)}^0 & 0_{(nl \times nd)}^1 & \cdots & 0_{(nl \times nd)}^{n_{cont}} \\ 0_{(nl \times nd)} & 0_{(nl \times nd)} & \cdots & 0_{(nl \times nd)} \\ 0_{(nl \times nd)} & 0_{(nl \times nd)} & \cdots & 0_{(nl \times nd)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{(nl \times nd)} & 0_{(nl \times nd)} & \cdots & 0_{(nl \times nd)} \\ 0_{(nl \times nd)} & 0_{(nl \times nd)} & \cdots & 0_{(nl \times nd)} \end{bmatrix}_{2nl(1+n_{cont}) \times nd(1+n_{cont})} \quad (2.67)$$

□ Formulación matriz  $A_{21}$

$$A_{21} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ n_{cont} \end{matrix} \begin{bmatrix} -I_{(ng \times ng)}^0 & I_{(ng \times ng)}^1 & 0_{(ng \times ng)} & \cdots & 0_{(ng \times ng)} & 0_{(ng \times ng)}^{n_{cont}} \\ I_{(ng \times ng)}^0 & -I_{(ng \times ng)}^1 & 0_{(ng \times ng)} & \cdots & 0_{(ng \times ng)} & 0_{(ng \times ng)}^{n_{cont}} \\ -I_{(ng \times ng)}^0 & 0_{(ng \times ng)}^1 & I_{(ng \times ng)}^2 & \cdots & 0_{(ng \times ng)} & 0_{(ng \times ng)}^{n_{cont}} \\ I_{(ng \times ng)}^0 & 0_{(ng \times ng)}^1 & -I_{(ng \times ng)}^2 & \cdots & 0_{(ng \times ng)} & 0_{(ng \times ng)}^{n_{cont}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -I_{(ng \times ng)}^0 & 0_{(ng \times ng)}^1 & 0_{(ng \times ng)} & \cdots & 0_{(ng \times ng)} & I_{(ng \times ng)}^{n_{cont}} \\ I_{(ng \times ng)}^0 & 0_{(ng \times ng)}^1 & 0_{(ng \times ng)} & \cdots & 0_{(ng \times ng)} & -I_{(ng \times ng)}^{n_{cont}} \end{bmatrix}_{2ng(n_{cont}) \times ng(1+n_{cont})} \quad (2.68)$$

□ Formulación matriz  $A_{22}$

$$A_{22} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ n_{cont} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0_{(ng \times nl)}^0 & 0_{(ng \times nl)}^1 & \cdots & 0_{(ng \times nl)}^{n_{cont}} \\ 0_{(ng \times nl)} & 0_{(ng \times nl)} & \cdots & 0_{(ng \times nl)} \\ 0_{(ng \times nl)} & 0_{(ng \times nl)} & \cdots & 0_{(ng \times nl)} \\ 0_{(ng \times nl)} & 0_{(ng \times nl)} & \cdots & 0_{(ng \times nl)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0_{(ng \times nl)} & 0_{(ng \times nl)} & \cdots & 0_{(ng \times nl)} \\ 0_{(ng \times nl)} & 0_{(ng \times nl)} & \cdots & 0_{(ng \times nl)} \end{bmatrix}_{2ng(n_{cont}) \times nl(1+n_{cont})} \quad (2.69)$$

□ Formulación matriz  $A_{23}$

$$A_{23} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ n_{cont} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0_{(ng \times nd)}^0 & 0_{(ng \times nd)}^1 & \cdots & 0_{(ng \times nd)}^{n_{cont}} \\ 0_{(ng \times nd)} & 0_{(ng \times nd)} & \cdots & 0_{(ng \times nd)} \\ 0_{(ng \times nd)} & 0_{(ng \times nd)} & \cdots & 0_{(ng \times nd)} \\ 0_{(ng \times nd)} & 0_{(ng \times nd)} & \cdots & 0_{(ng \times nd)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0_{(ng \times nd)} & 0_{(ng \times nd)} & \cdots & 0_{(ng \times nd)} \\ 0_{(ng \times nd)} & 0_{(ng \times nd)} & \cdots & 0_{(ng \times nd)} \end{bmatrix}_{2ng(n_{cont}) \times nd(1+n_{cont})} \quad (2.70)$$

Por otro lado, el vector  $b$  se formula de la siguiente manera:

$$b = \begin{bmatrix} \overline{f_{ij}^0}_{(nl \times 1)} \\ \overline{f_{ij}^0}_{(nl \times 1)} \\ \overline{f_{ij}^1}_{(nl \times 1)} \\ \overline{f_{ij}^1}_{(nl \times 1)} \\ \vdots \\ \overline{f_{ij}^{n_{cont}}}_{(nl \times 1)} \\ \overline{f_{ij}^{n_{cont}}}_{(nl \times 1)} \\ \overline{\Delta P}_{(ng \times 1)}^0 \\ \overline{\Delta P}_{(ng \times 1)}^0 \\ \overline{\Delta P}_{(ng \times 1)}^1 \\ \overline{\Delta P}_{(ng \times 1)}^1 \\ \vdots \\ \overline{\Delta P}_{(ng \times 1)}^{n_{cont}} \\ \overline{\Delta P}_{(ng \times 1)}^{n_{cont}} \end{bmatrix}_{[2nl(1+n_{cont})+2ng(n_{cont})] \times 1} \quad (2.71)$$

Donde:

$S^0$ : Matriz de flujo de potencia en la rama  $i - j$  para el caso base en MW.

$S^{n_{cont}}$ : Matriz de flujo de potencia en la rama  $i - j$  para la contingencia final en MW.

$\overline{f_{ij}^0}$ : Matriz de flujo máximo en la rama  $i - j$  para el caso base en MW.

$\overline{f_{ij}^{n_{cont}}}$ : Matriz de flujo máximo en la rama  $i - j$  para la contingencia final en MW.

$I$ : Matriz identidad.

$\overline{\Delta P}$ : Matriz de variación de potencia de generación.

#### 2.1.3.4 Límites de Variables

Los límites de las variables, de acuerdo con la ecuación (2.44) se expresan de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \underline{P}_{g(n_g \times 1)}^0 \\ \underline{P}_{g(n_g \times 1)}^1 \\ \vdots \\ \underline{P}_{g(n_g \times 1)}^{n_{cont}} \\ -\pi_{(nb \times 1)}^0 \\ -\pi_{(nb \times 1)}^1 \\ \vdots \\ -\pi_{(nb \times 1)}^{n_{cont}} \\ \underline{\lambda}_{(nd \times 1)}^0 \\ \underline{\lambda}_{(nd \times 1)}^1 \\ \vdots \\ \underline{\lambda}_{(nd \times 1)}^{n_{cont}} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} P_{g(n_g \times 1)}^0 \\ P_{g(n_g \times 1)}^1 \\ \vdots \\ P_{g(n_g \times 1)}^{n_{cont}} \\ \theta_{(nb \times 1)}^0 \\ \theta_{(nb \times 1)}^1 \\ \vdots \\ \theta_{(nb \times 1)}^{n_{cont}} \\ \lambda_{(nd \times 1)}^0 \\ \lambda_{(nd \times 1)}^1 \\ \vdots \\ \lambda_{(nd \times 1)}^{n_{cont}} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \overline{P}_{g(n_g \times 1)}^0 \\ \overline{P}_{g(n_g \times 1)}^1 \\ \vdots \\ \overline{P}_{g(n_g \times 1)}^{n_{cont}} \\ \pi_{(nb \times 1)}^0 \\ \pi_{(nb \times 1)}^1 \\ \vdots \\ \pi_{(nb \times 1)}^{n_{cont}} \\ \overline{\lambda}_{(nd \times 1)}^0 \\ \overline{\lambda}_{(nd \times 1)}^1 \\ \vdots \\ \overline{\lambda}_{(nd \times 1)}^{n_{cont}} \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

Para la barra de referencia se tiene que:

$$\begin{aligned}
0 &\leq \theta_{slack}^0 \leq 0 \\
0 &\leq \theta_{slack}^1 \leq 0 \\
&\vdots \\
0 &\leq \theta_{slack}^{n_{cont}} \leq 0
\end{aligned} \quad (2.73)$$

Donde:

$\underline{P}_g^0$ : Potencia de generación mínima para el caso base en MW.

$\underline{P}_g^{n_{cont}}$ : Potencia de generación mínima para la contingencia final en MW.

$\overline{P}_g^0$ : Potencia de generación máxima para el caso base en MW.

$\overline{P}_g^{n_{cont}}$ : Potencia de generación máxima para la contingencia final en MW.

$\underline{\lambda}^0$ : Deslastre de carga mínimo para el caso base en pu.

$\underline{\lambda}^{n_{cont}}$ : Deslastre de carga mínimo para la contingencia final en pu.

$\overline{\lambda}^0$ : Deslastre de carga máximo para el caso base en pu.

$\bar{\lambda}^{n_{cont}}$ : Deslastre de carga máximo para la contingencia final en pu.

$\theta_{slack}^0$ : Ángulo del voltaje de la barra de referencia para el caso base en rad.

$\theta_{slack}^{n_{cont}}$ : Ángulo del voltaje de la barra de referencia para la contingencia final en rad.

## 2.1.4 Formulación Matemática del Problema de Planificación de la Expansión del Sistema de Transmisión(NTEP)

A continuación, se presenta la formulación clásica del problema de planificación de la expansión sin considerar restricciones de seguridad [6].

### 2.1.4.1 Función Objetivo

$$\min Z = \sum_{(i,j) \in \Omega_c} c_{ij} \cdot n_{ij} + \alpha \sum_i r_i \quad (2.74)$$

Donde:

$c_{ij}$ : Costo del circuito de la rama  $i - j$  en \$.

$n_{ij}$ : Número de circuitos añadidos en la rama  $i - j$ , donde  $n_{ij} \in \text{enteros}$ .

$\alpha$ : Factor de penalización por deslastre de carga en \$/MW.

$r_i$ : Deslastre de carga o generación artificial en el nodo  $i$  en MW.

### 2.1.4.2 Restricciones de igualdad

Las restricciones de igualdad se definen a partir de la ecuación de balance de potencia en las barras y la ecuación del flujo de potencia DC a través de las ramas.

$$A \cdot f + g + r = d \quad (2.75)$$

$$f_{ij} - b_{ij} (n_{ij0} + n_{ij}) (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad (2.76)$$

Donde:

$A$ : Matriz de incidencia nodal.

$f$ : Vector de flujos de potencia en MW.

$g$ : Vector de elementos de generación  $g_i$  en MW.

$d$ : Vector de elementos de demanda  $d_i$  en MW.

$f_{ij}$ : Flujo de potencia en la rama  $i - j$  en MW.

$b_{ij}$ : Susceptancia de la rama  $i - j$  en pu.

$n_{ij_0}$ : Número de circuitos en la rama  $i - j$  en el caso base.

$\theta_i$ : Ángulo del voltaje en la barra  $i$  en rad.

$\theta_j$ : Ángulo del voltaje en la barra  $j$  en rad.

### 2.1.4.3 Restricciones de desigualdad

Las restricciones de desigualdad se definen a partir del flujo máximo que puede circular por cada grupo de ramas en la dirección  $i - j$ .

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij_0} + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \quad (2.77)$$

Donde:

$\bar{f}_{ij}$ : Flujo de potencia máximo en la rama  $i - j$  en MW.

### 2.1.4.4 Límites de Variables

Los límites de las variables representan las restricciones operativas.

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (2.78)$$

$$0 \leq r \leq \bar{d} \quad (2.79)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad (2.80)$$

$$-\bar{\theta}_{ij} \leq \theta_{ij} \leq \bar{\theta}_{ij} \quad (2.81)$$

$$0 \leq \theta_{slack} \leq 0 \quad (2.82)$$

Donde:

$\bar{g}$ : Vector de elementos de máxima generación  $g_i$  en MW.

$\bar{d}$ : Vector de elementos de máximo deslastre de carga  $d_i$  en pu.

$\bar{n}_{ij}$ : Número máximo de ramas que se pueden adicionar.

$\bar{\theta}_{ij}$ : Ángulos máximos del voltaje en las barras en rad.

$\theta_{ij}$ : Ángulos mínimos del voltaje en las barras en rad.

## 2.1.5 Formulación Matricial del Problema de Planificación de la Expansión del Sistema de Transmisión Considerando Restricciones de Seguridad

En el presente trabajo de titulación la formulación del problema NTEP se diferencia de la formulación matemática clásica desarrollada en la sección 2.1.4 en que se considera la variable  $n_{ij}$  correspondiente al número de circuitos en cada rama  $i - j$  en la formulación de la matriz  $Y_{barra}$ , con el objetivo de preservar la estructura y modelación para que se pueda usar las expresiones desarrolladas en la sección 2.1.3 correspondiente al flujo óptimo de potencia DC considerando restricciones de seguridad, de esta manera se logra que las restricciones de igualdad y desigualdad del problema NTEP se encuentren embebidas en el problema de SCDCOPF.

### 2.1.5.1 Modificación de la Formulación de la Matriz Ybarra

Al considerar la variable del número de circuitos en cada rama, las ecuaciones (2.17), (2.18) y (2.19) se modifican de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} Y_e^{new} &= [n_{ij}][Y_{ee}]C_e + [n_{ij}][Y_{er}]C_r \\ Y_e^{new} &= [n_{ij}]([Y_{ee}]C_e + [Y_{er}]C_r) \\ Y_e^{new} &= [n_{ij}]Y_e \end{aligned} \quad (2.83)$$

$$\begin{aligned}
Y_r^{new} &= [n_{ij}][Y_{re}]C_e + [n_{ij}][Y_{rr}]C_r \\
Y_r^{new} &= [n_{ij}] ([Y_{re}]C_e + [Y_{rr}]C_r) \\
Y_r^{new} &= [n_{ij}]Y_r
\end{aligned} \tag{2.84}$$

$$\begin{aligned}
Y_{barra}^{new} &= C_e^T [n_{ij}]Y_e + C_r^T [n_{ij}]Y_r \\
Y_{barra}^{new} &= C_e^T Y_e^{new} + C_r^T Y_r^{new}
\end{aligned} \tag{2.85}$$

Del mismo modo las matrices B y S utilizadas en la formulación de las restricciones de igualdad y desigualdad del problema de SCDCOPF expuesto en la sección 2.1.3, se modifican de la siguiente manera:

$$B^{new} = -Imag(Y_{barra}^{new}) \tag{2.86}$$

$$S^{new} = -Imag(Y_e^{new}) \tag{2.87}$$

Una vez realizadas las respectivas modificaciones al considerar el número de circuitos en cada rama, el problema de optimización a resolver es el siguiente:

### 2.1.5.2 Función Objetivo

La función objetivo se obtiene al sumar el costo de inversión del plan de expansión mas un factor de penalización por el costo de energía no suministrada.

$$min Z = C^T_{(1 \times nl)} (n_{ij} - n_{ij}^0)_{(nl \times 1)} + \alpha \cdot C_{ENS} \tag{2.88}$$

Donde:

$C$ : Vector de costos de construcción de los circuitos de la rama  $i - j$  en \$.

$n_{ij}$ : Número de circuitos en cada rama  $i - j$ .

$n_{ij}^0$ : Número de circuitos en cada rama  $i - j$  en la topología inicial.

$\alpha$ : Factor de penalización asociado al deslastre de carga.

$C_{ENS}$ : Costo de la energía no suministrada en \$.

### 2.1.5.3 Restricciones de Igualdad

Como ya se mencionó anteriormente, las restricciones de igualdad correspondientes al balance de potencia en cada nodo y al flujo de potencia DC a través de cada rama se encuentran incorporadas dentro del problema del flujo óptimo de potencia DC considerando restricciones de seguridad.

### 2.1.5.4 Restricciones de Desigualdad

Las restricciones de desigualdad correspondientes al flujo máximo que puede circular por cada grupo de ramas en la dirección  $i - j$  se encuentran incorporadas dentro del problema del flujo óptimo de potencia DC considerando restricciones de seguridad.

### 2.1.5.5 Límites de Variables

La única variable en este problema de optimización es el número de circuitos en cada rama; por lo tanto, los límites se definen como:

$$\underline{n}_{ij(nl \times 1)} \leq n_{ij(nl \times 1)} \leq \overline{n}_{ij(nl \times 1)} \quad (2.89)$$

Donde:

$\overline{n}_{ij}$ : Vector del número máximo de circuitos en cada rama.

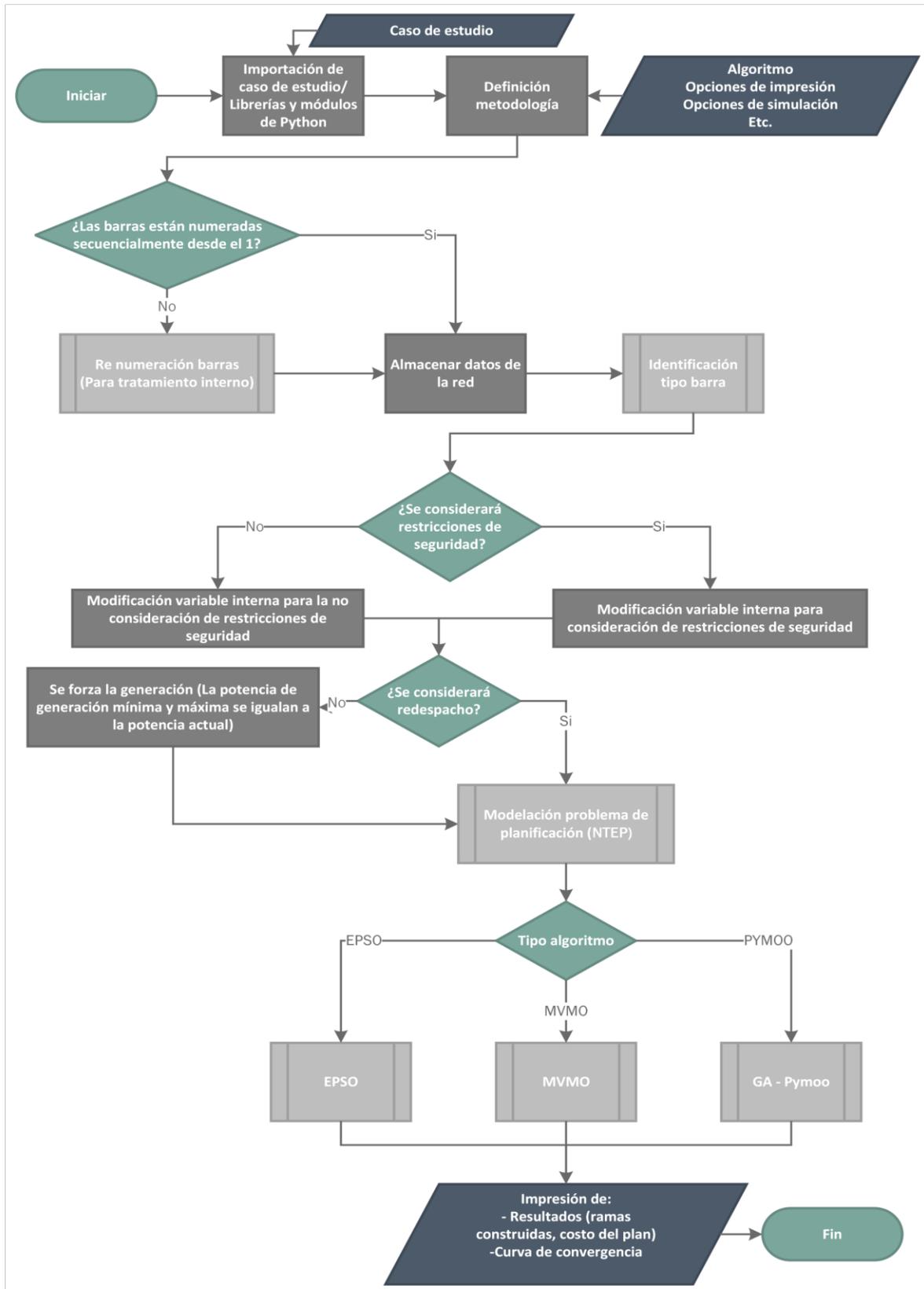
$\underline{n}_{ij}$ : Vector del número mínimo de circuitos en cada rama.

## 2.2 DESCRIPCIÓN DE LA HERRAMIENTA DE OPTIMIZACIÓN

### 2.2.1 Planificación de la Expansión de Sistemas de Transmisión Considerando Restricciones de Seguridad

A continuación, se presenta el macrodiagrama de flujo de la herramienta de optimización para el problema de la planificación óptima de la expansión de sistemas de transmisión

considerando restricciones de seguridad.



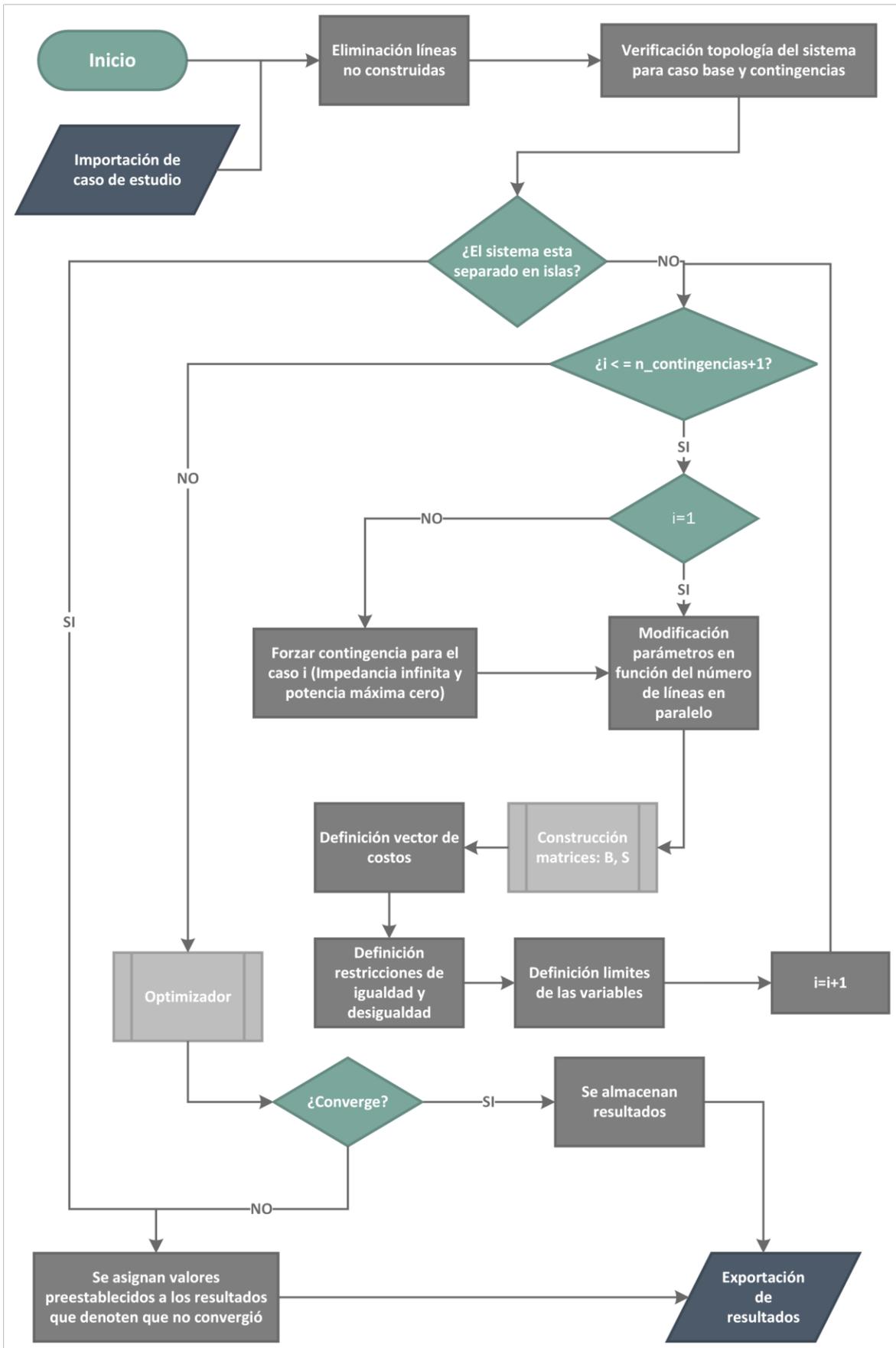
**Figura 2.2:** Diagrama de Flujo de la Planificación de la Expansión Considerando Restricciones de Seguridad.

Como se aprecia en la figura 2.2, la rutina computacional de la herramienta de optimización desarrollada en Python se estructura de la siguiente manera.

1. En una primera instancia se importan los datos del caso de estudio, así como las librerías y módulos de Python necesarios para la ejecución de la herramienta de optimización propuesta.
2. Se define las opciones de simulación, lo cual implica seleccionar el algoritmo de solución del problema de SCDCOPF, opciones de impresión, opción de redespacho, opción de considerar restricciones de seguridad, entre otras.
3. Se realiza la reenumeración interna de las barras de la red eléctrica de estudio, en esta función también se eliminan los componentes de la red que se encuentran fuera de servicio.
4. Posteriormente, se almacenan los datos de la red actualizados y se identifica los tipos de barras de la red eléctrica de estudio.
5. Se ajusta la variable interna para la consideración o no de las restricciones de seguridad, dependiendo de la opción seleccionada por el usuario.
6. Se adapta la variable de generación dependiendo de la elección del usuario para la consideración o no del redespacho en la red eléctrica de estudio.
7. Se realiza la modelación del problema de planificación de la expansión de sistemas de transmisión (NTEP) en base a la formulación matemática previamente descrita.
8. Se aborda el problema de optimización mediante la aplicación del algoritmo EPSO y se compara los resultados con el algoritmo MVMO desarrollado en el otro componente del trabajo de titulación y con el algoritmo genético de la librería PYMOO de Python.
9. Finalmente, se realiza la impresión de resultados, los cuales abarcan información relevante de los circuitos adicionados en cada rama, el costo asociado al plan de expansión, curva de convergencia del algoritmo heurístico, entre otros.

## **2.2.2 Modelación del Problema SCDCOPF**

A continuación, se presenta el macrodiagrama de flujo correspondiente a la modelación del problema del flujo óptimo de potencia DC con restricciones de seguridad.



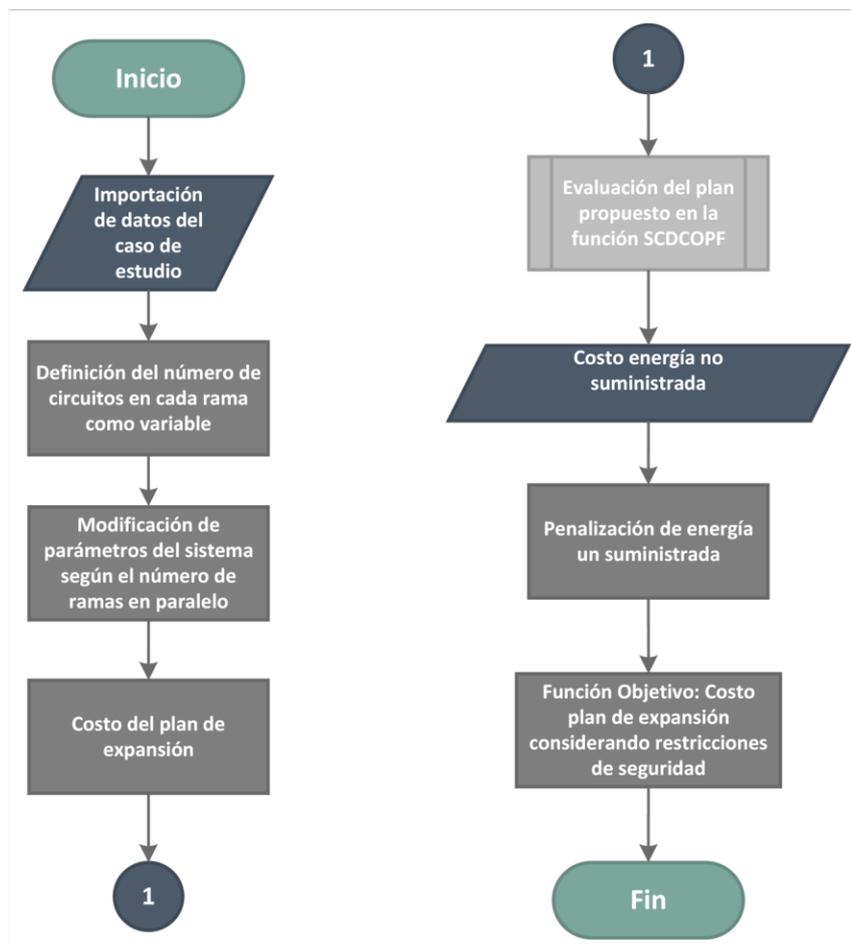
**Figura 2.3:** Diagrama de Flujo de la Modelación del Problema SCDCOFF.

Como se aprecia en la figura 2.3, la rutina computacional de la modelación del problema SCDCOPF desarrollado en Python se estructura de la siguiente manera.

1. En una primera instancia se importan los datos de la red eléctrica de prueba y se eliminan las líneas no construidas.
2. Se verifica la topología del sistema tanto para el caso base como para una de las contingencias. En situaciones donde el sistema se encuentre separado en islas, se asignan valores preestablecidos a los resultados con el objetivo de descartar el plan de expansión propuesto.
3. Una vez iniciado el bucle que abarca todas las contingencias, el primer caso a analizar es el caso base. Posteriormente, para cada contingencia, se fuerza el valor de la impedancia de la rama a un valor infinito y la potencia máxima a un valor de cero. Después, se procede a modificar los parámetros en función del número de ramas en paralelo.
4. Posteriormente, se obtiene la matriz B y S para cada contingencia.
5. Se define el vector de costos, restricciones de igualdad, desigualdad y límites de las variables involucradas en el problema de optimización.
6. Una vez finalizado el bucle que abarca las contingencias, se obtiene la solución del problema de optimización mediante el uso del optimizador "linprog" perteneciente a la librería `scipy.optimize`, o el solver `ipopt` de `pyomo`, ambos integrados en Python. Estos optimizadores permiten la resolución de problemas de programación lineal entero mixta.
7. Finalmente, se almacenan y se exportan los resultados obtenidos.

### **2.2.3 Modelación del Problema NTEP**

A continuación, se presenta el macrodiagrama de flujo correspondiente a la modelación del problema NTEP, específicamente a la modelación de la función objetivo.



**Figura 2.4:** Diagrama de Flujo de la Modelación del Problema NTEP.

Como se aprecia en la figura 2.4, la rutina computacional de la modelación del problema NTEP desarrollado en Python se estructura de la siguiente manera.

1. En una primera instancia, se procede a la importación de los datos de la red eléctrica de estudio.
2. Posteriormente se define el número de circuitos en cada rama como la variable del problema de optimización.
3. Se modifican los parámetros del sistema según el número de ramas en paralelo y se obtiene el costo del plan de expansión.
4. Se realiza la evaluación del plan de expansión propuesto mediante la función del flujo óptimo de potencia DC considerando restricciones de seguridad en base a la formulación matemática y la modelación previamente descrita. Se obtiene el costo de la energía no suministrada asociada al deslastre de carga y se le aplica una penaliza-

ción con un factor elevado.

5. Finalmente, se obtiene el valor de la función objetivo a minimizar utilizando el algoritmo EPSO. Esta función esta conformada por el costo del plan de expansión más el costo de la energía no suministrada.

## 2.2.4 Algoritmo de Optimización por Enjambre de Partículas Evolutivas (EPSO)

EPSO es un algoritmo de optimización meta-heurístico, el cual se basa en un conjunto de partículas las cuales van evolucionando en un determinado espacio de búsqueda, intentando encontrar un punto óptimo en dicho espacio, cabe recalcar que, a diferencia del algoritmo PSO, la evolución se da en el comportamiento de las partículas, así como en los pesos que están relacionados directamente con el movimiento de las partículas a medida que se va avanzando en el espacio de búsqueda definido, una ventaja importante de este algoritmo es que, es un método auto-adaptativo, lo que le permite ajustar de manera automática sus parámetros en respuesta a la manera en que va progresando la solución del problema planteado [16].

Se debe tener en cuenta que para cada iteración ejecutada se genera un conjunto de soluciones, denominadas partículas. Basándonos en este principio, se describe el funcionamiento del algoritmo EPSO [16].

1. Inicialización de Partículas: Cada partícula está definida por una posición en todo el espacio de búsqueda  $X_i$  y su velocidad correspondiente  $V_i$ : En este caso  $X_i$  representa la variable  $n$  correspondiente al número de circuitos en cada rama, por ende, en una primera instancia se inicializan tanto la posición como la velocidad de las partículas con valores aleatorios entre 0-1.
2. Mejor posición global  $b_g$ : En el transcurso de las iteraciones, existe al menos una partícula que posee la mejor posición global en todo el espacio de búsqueda definido, por tal motivo la población de partículas reconoce esta posición  $b_g$  por lo que las partículas tienden a moverse en dicha dirección, adicionalmente, cada partícula es atraída a su mejor posición anterior  $b_i$ .
3. Reproducción y Evolución: A lo largo de las iteraciones las partículas se reproducen y

van evolucionando, siguiendo los siguientes pasos:

- a) Mutación: Se aplica una regla de mutación a los parámetros estratégicos  $w_i$  denominados pesos, los cuales afectan el movimiento de cada partícula.
- b) Reproducción: Se genera un sucesor a partir de cada partícula de acuerdo con la regla de reproducción de las partículas.
- c) Evaluación: Cada sucesor generado se evalúa con la función objetivo.
- d) Selección: Mediante cualquier proceso de selección, se eligen a las mejores partículas para formar una nueva generación.

La regla de movimiento de las partículas es:

$$X_i^{k+1} = X_i^k + V_i^{k+1} \quad (2.90)$$

$$V_i^{k+1} = w_{i1}^* V_i + w_{i2}^* (b_i - X_i^k) + w_{i3}^* (b_g^* - X_i^k) P \quad (2.91)$$

Donde:

$b_i$ : Mejor punto encontrado por la partícula  $i$ .

$b_g$ : Mejor punto global encontrado por todo el enjambre de partículas.

$X_i^k$ : Posición de la partícula  $i$  en la iteración  $k$ .

$V_i^k$ : Velocidad de la partícula  $i$  en la iteración  $k$ .

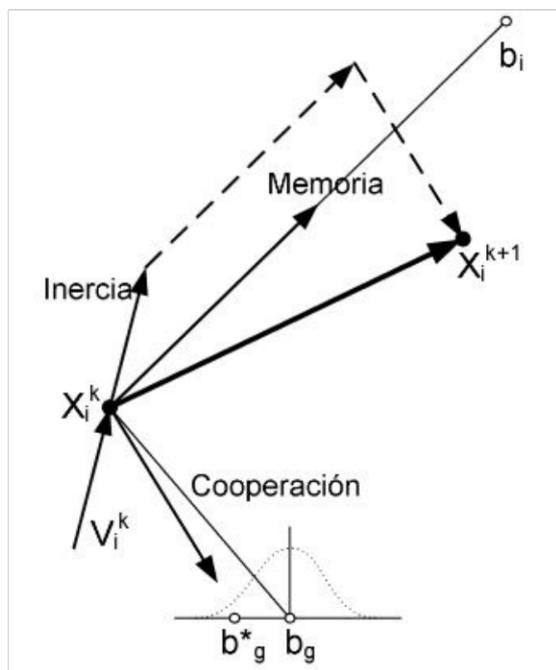
$w_{i1}^*$ : Peso mutado del término inercia.

$w_{i2}^*$ : Peso mutado del término memoria.

$w_{i3}^*$ : Peso mutado del término cooperación.

$P$ : Factor de comunicación.

A continuación en la figura 2.5 se ilustra la regla de movimiento de las partículas, en donde, el termino inercia favorece a que la partícula se mueve en la misma dirección que tiene, por otro lado, el termino memoria hace referencia a que la partícula es atraída a su mejor posición previa y el tercer termino cooperación, hace referencia a que la partícula es atraída por la mejor posición global encontrada por todo el enjambre [16].



**Figura 2.5:** Regla de movimiento de las partículas [16].

Por otro lado, en cuanto a la regla de mutación que afecta tanto a los pesos como a la mejor solución global se define como [16]:

$$w_{ik}^* = w_{ik} [1 + \tau N(0, 1)] \quad (2.92)$$

Donde:

$N(0, 1)$ : Variable aleatoria con distribución normal, de media 0 y varianza 1.

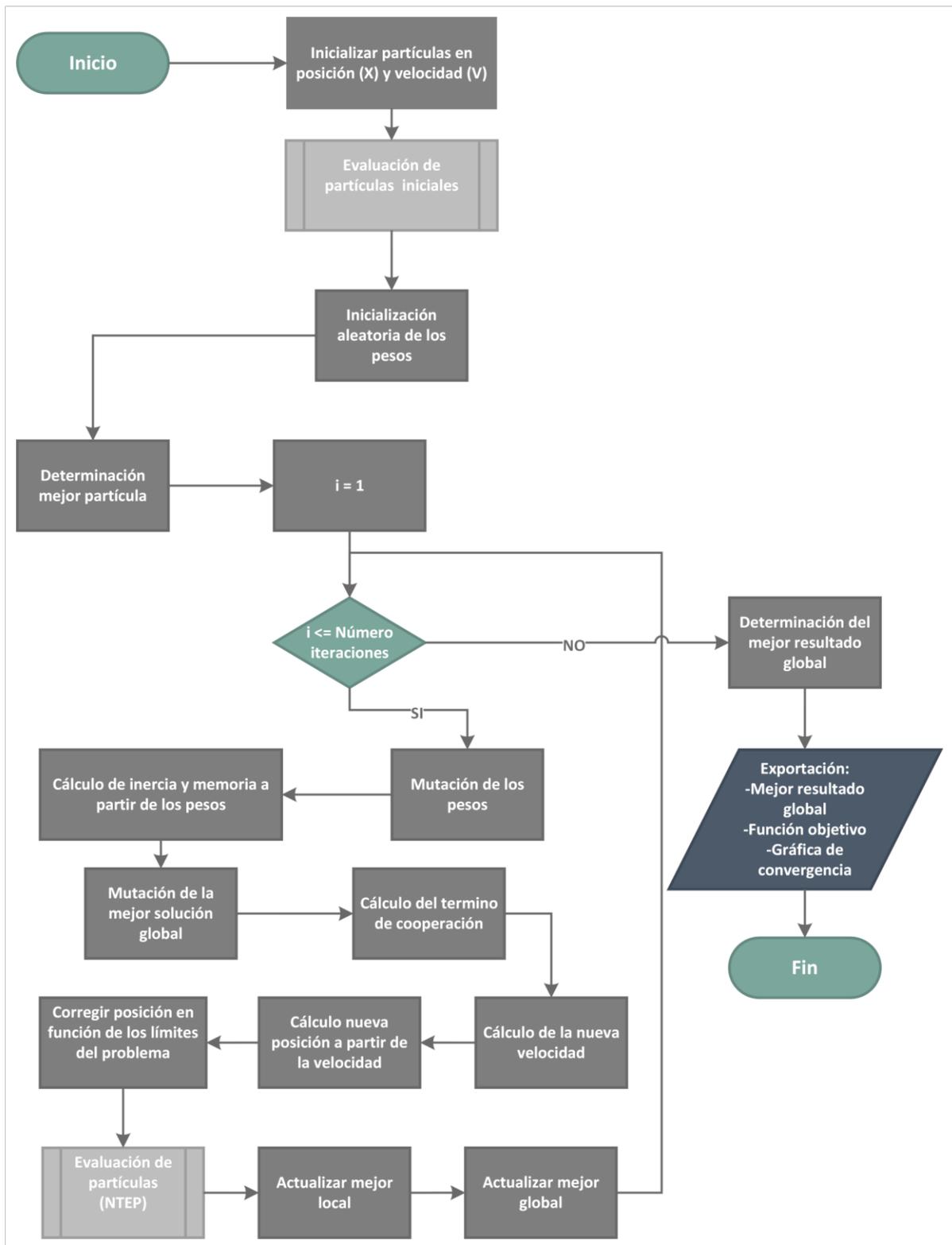
$\tau$ : Parámetro de aprendizaje para controlar la amplitud de las mutaciones.

La mejor solución global aplicada la regla de mutación es [16]:

$$b_g^* = b_g + w_{i4}^* N(0, 1) \quad (2.93)$$

Finalmente, el factor de comunicación  $P$  se utiliza para introducir un sorteo estocástico en la comunicación de las partículas, en este caso contiene variables binarias de valor 1 con probabilidad  $p$  y 0 con probabilidad  $(1 - p)$ , en donde el parámetro  $p$  se fija de tal forma que controle el paso de la información dentro del enjambre de partículas [16].

A continuación, se presenta el diagrama de flujo que describe el funcionamiento del algoritmo EPSO implementado en Python.



**Figura 2.6:** Diagrama de Flujo del Algoritmo EPSO.

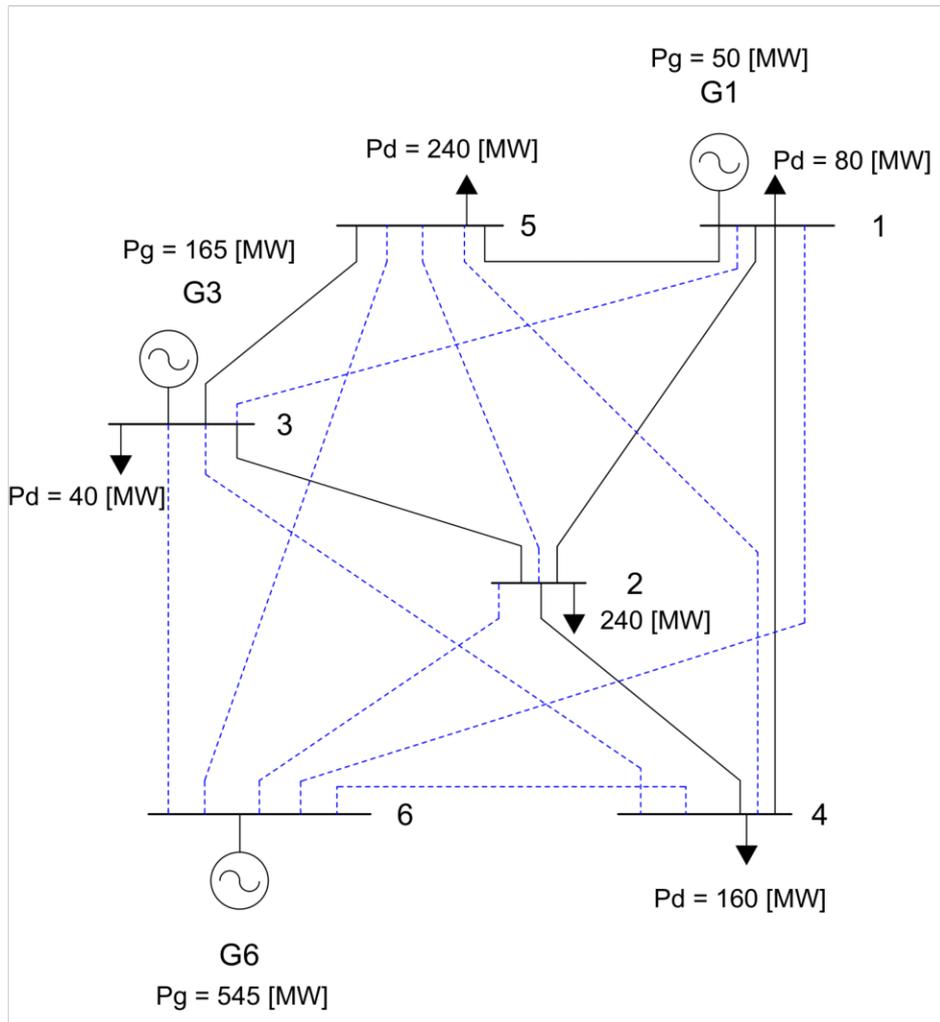
## **3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

En el siguiente capítulo, se presenta la validación de la herramienta de optimización implementada. Con el propósito de evaluar su eficacia y desempeño, se ha seleccionado dos sistemas eléctricos de prueba que son muy utilizados en la literatura para el análisis de la planificación de la expansión de sistemas de transmisión. Estas redes eléctricas de prueba son la Red de Garver y la Red de 24 barras IEEE. Para verificar los resultados obtenidos a través del algoritmo heurístico desarrollado, se comparan los resultados con los obtenidos mediante el algoritmo genético (GA) proveniente de la librería PYMOO de Python.

### **3.1 APLICACIÓN A LA RED DE GARVER DE 6 BARRAS**

La Red de Garver está constituida por 6 barras, 15 ramas y una demanda total de 760 MW. La topología inicial de la red junto con las posibles líneas a construirse se presenta en la figura 3.1 y los datos de la red fueron adquiridos de [17]. y se presentan en el Anexo II en la página 6. Además, es importante mencionar que para este problema de optimización se considera un número máximo de 4 circuitos en cada rama. En el contexto de este estudio, se analizan los siguientes casos.

1. Caso 1: Configuración base, sin redespacho y sin restricciones de seguridad.
2. Caso 2: Configuración base, sin redespacho y con restricciones de seguridad.
3. Caso 3: Configuración base, con redespacho y sin restricciones de seguridad.
4. Caso 4: Configuración base, con redespacho y con restricciones de seguridad.



**Figura 3.1:** Topología inicial del sistema de Garver junto con las posibles líneas a construirse.

Los resultados para cada caso mencionado fueron obtenidos tanto con el algoritmo EPSO como con el algoritmo genético (GA) de la librería PYMOO. Estos resultados se han validado en comparación con los obtenidos por: I. Silva, M. J. Rider, R. Romero, A. Garcia y C. Murari en [13].

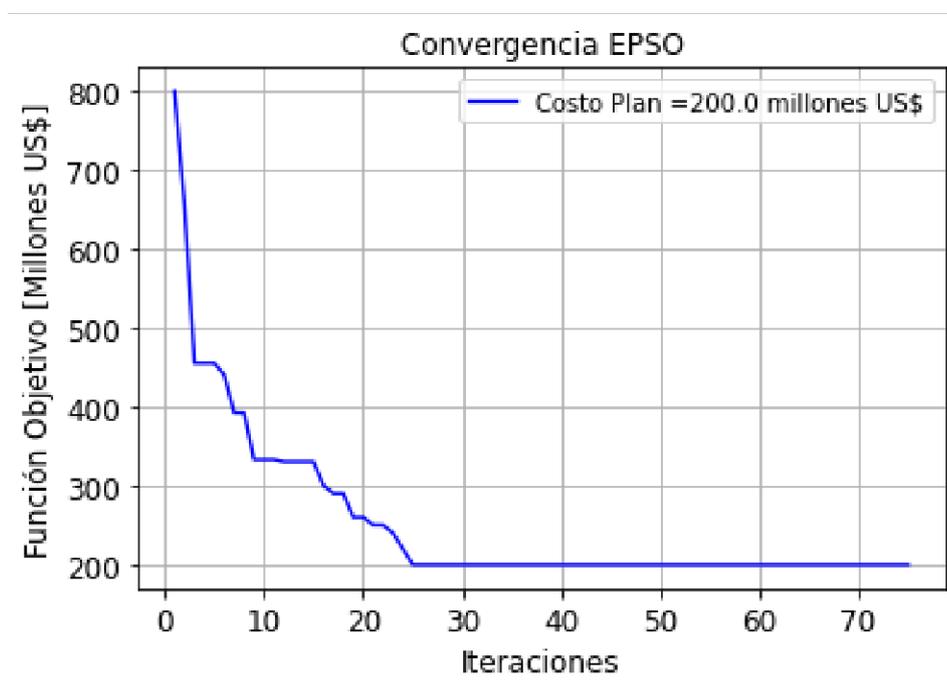
### 3.1.1 Caso 1: Configuración base, sin redespacho y sin restricciones de seguridad

La solución óptima al problema de planificación de la expansión sin considerar redespacho y sin restricciones de seguridad es igual a US\$200,000 y se obtiene agregando las líneas mostradas en la tabla 3.1 a la topología base.

**Tabla 3.1:** Resumen del Plan de Expansión para el Caso 1.

Resumen Plan de Expansión			
Rama i-j	Circuitos Añadidos	Costo Unitario (Millones US\$)	Costo Total (Millones US\$)
3 - 5	1	20	20
2 - 6	4	30	120
4 - 6	2	30	60
<b>Total:</b>			200

En la figura 3.2 se presenta la curva de convergencia del algoritmo EPSO, evidenciando su convergencia en la iteración 25. Este resultado se obtiene al considerar una población de 50 partículas, lo que equivale a realizar 1,250 evaluaciones de la función objetivo. Por otro lado, en la figura 6.5 del Anexo III, se presenta la curva de convergencia del algoritmo genético. En esta gráfica se observa su convergencia en la iteración 32, pero se requiere una población de 80 partículas, lo que equivale a realizar 2,480 evaluaciones de la función objetivo. De esta manera se resalta la eficiencia del algoritmo EPSO al proporcionar una solución de manera más efectiva ya que requiere de una menor población para su convergencia, reduciendo así el esfuerzo computacional.



**Figura 3.2:** Curva de Convergencia del Algoritmo EPSO para el Caso 1.

En la figura 3.3 se presenta la topología de la red correspondiente a este plan de expansión. Además, se presenta la distribución de los flujos obtenidos mediante la herramienta computacional desarrollada.

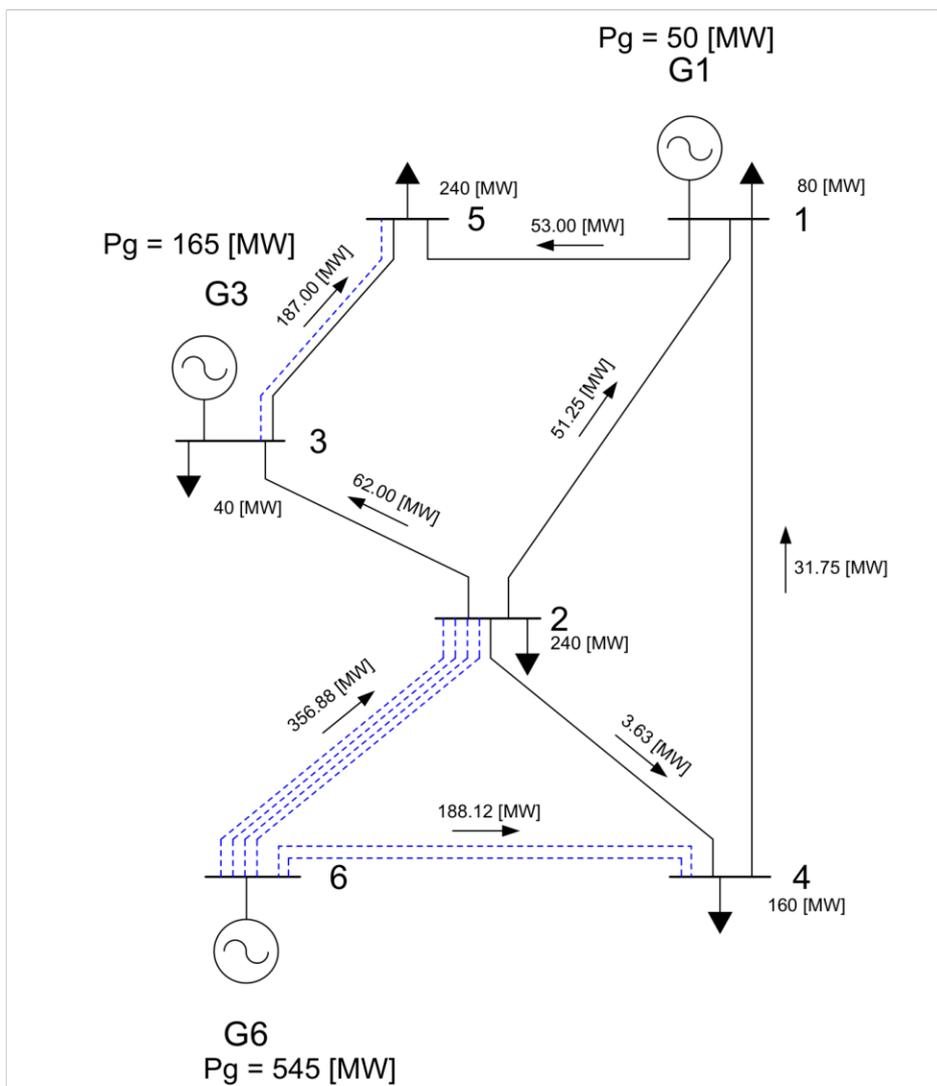


Figura 3.3: Plan óptimo del sistema Garver sin redespacho y sin restricciones de seguridad.

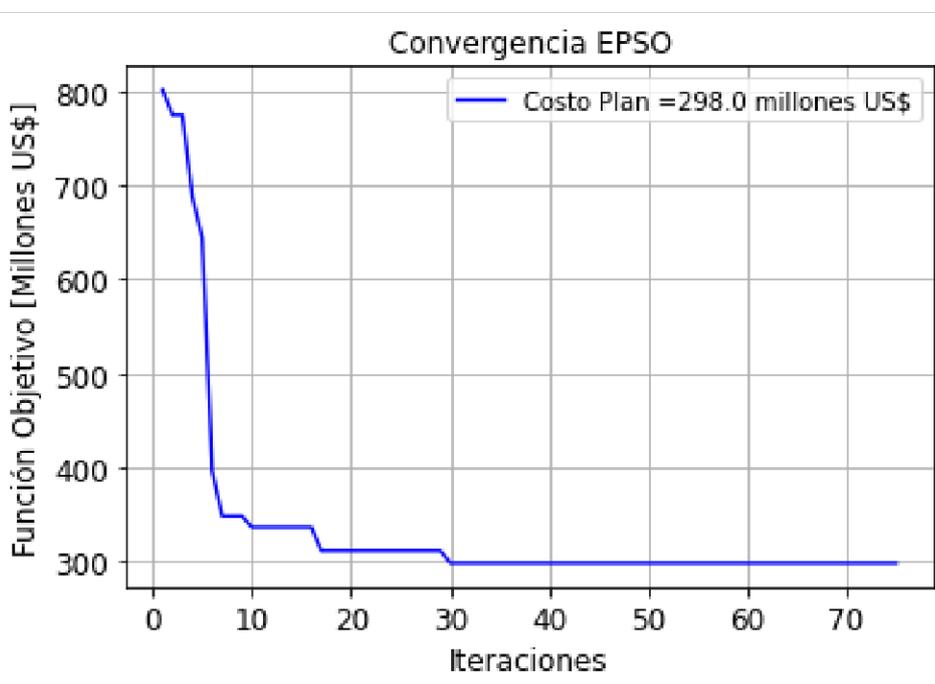
### 3.1.2 Caso 2: Configuración base, sin redespacho y con restricciones de seguridad

La solución óptima al problema de planificación de la expansión sin considerar redespacho y con restricciones de seguridad, asciende a US\$298,000. Este resultado se obtiene agregando las líneas mostradas en la tabla 3.2 a la topología base. Es importante mencionar que el costo adicional de este plan se debe a la consideración de restricciones de seguridad, no obstante, se garantiza que este plan, al sufrir contingencias N-1, no supera los límites técnicos (cargabilidad) y no realiza deslastre de carga.

**Tabla 3.2:** Resumen del Plan de Expansión para el Caso 2.

Resumen Plan de Expansión			
Rama i-j	Circuitos Añadidos	Costo Unitario (Millones US\$)	Costo Total (Millones US\$)
3 - 5	2	20	40
2 - 6	4	30	120
3 - 6	1	48	48
4 - 6	3	30	90
<b>Total:</b>			298

En la figura 3.4 se presenta la curva de convergencia del algoritmo EPSO, evidenciando su convergencia en la iteración 30. Este resultado se obtiene al considerar una población de 50 partículas, lo que equivale a realizar 1,500 evaluaciones de la función objetivo, sin embargo, el esfuerzo computacional es mayor en comparación con el caso 1 debido al incremento de la dificultad del problema de optimización al considerar restricciones de seguridad. Por otro lado, en la figura 6.6 del Anexo III, se presenta la curva de convergencia del algoritmo genético. En esta gráfica se observa su convergencia en la iteración 29, pero se requiere una población de 80 partículas, lo que equivale a realizar 2,320 evaluaciones de la función objetivo.



**Figura 3.4:** Curva de Convergencia del Algoritmo EPSO para el Caso 2.

En la figura 3.5 se presenta la topología de la red correspondiente a este plan de expansión. Además, se presenta la distribución de los flujos obtenidos mediante la herramienta computacional desarrollada.

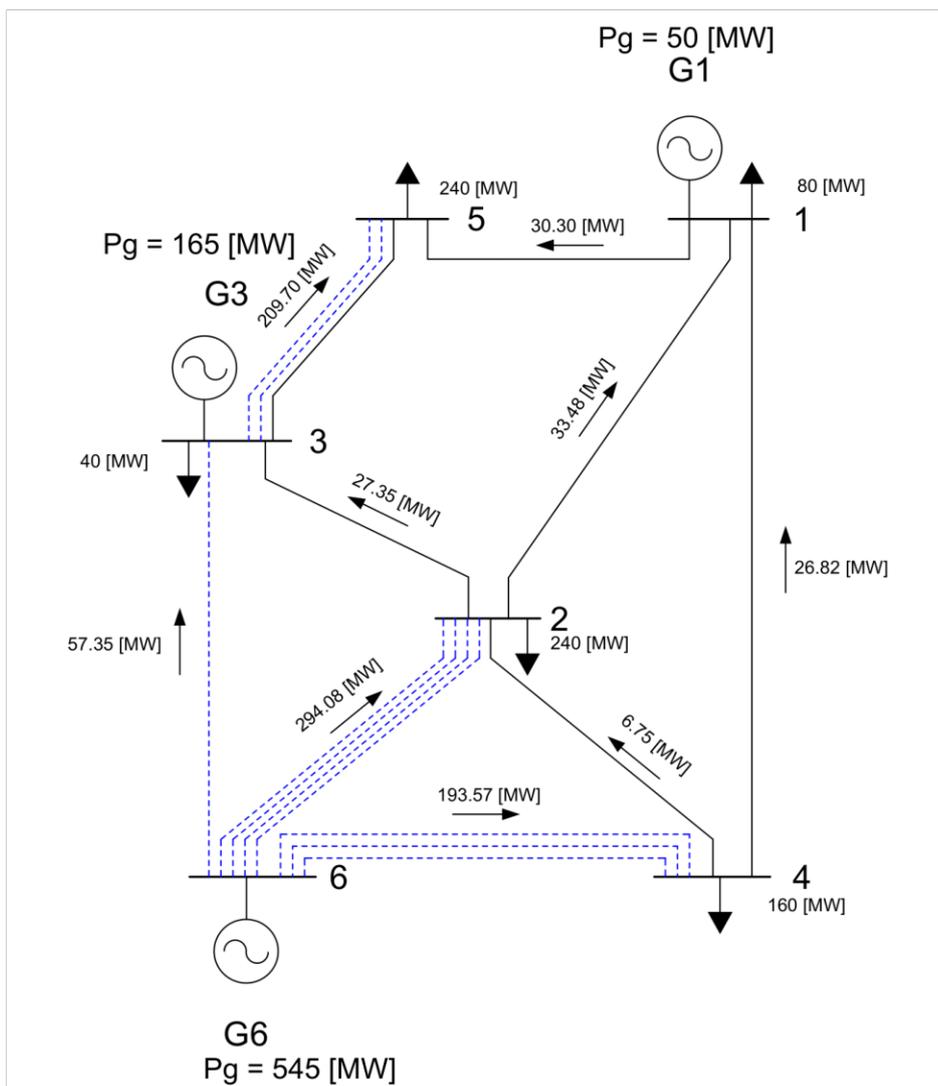


Figura 3.5: Plan óptimo del sistema Garver sin redespacho y con restricciones de seguridad.

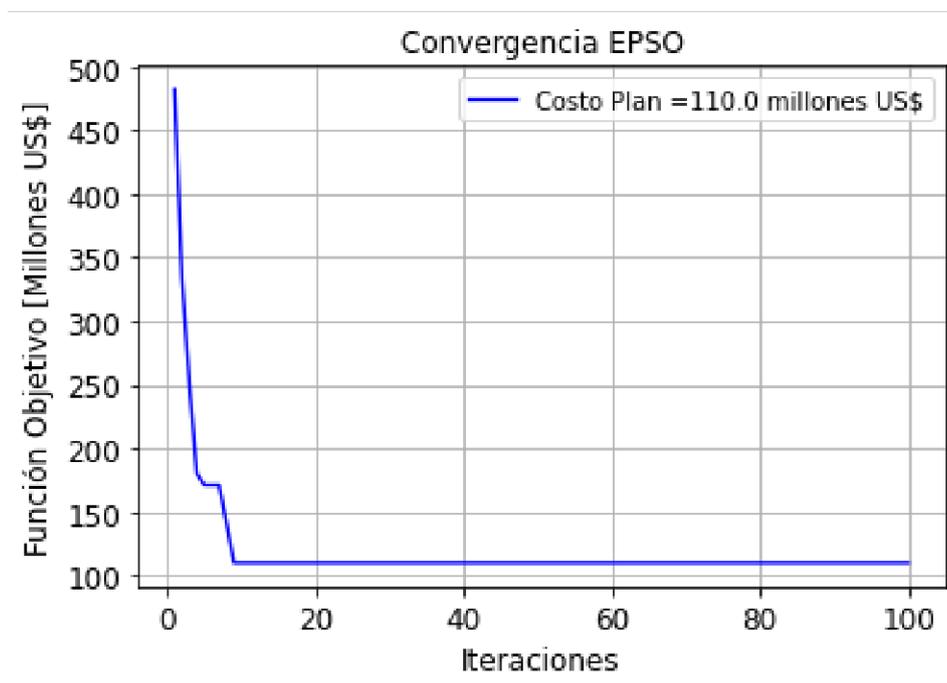
### 3.1.3 Caso 3: Configuración base, con redespacho y sin restricciones de seguridad

Cuando existe la posibilidad de reprogramar la generación, la solución óptima al problema de planificación de la expansión sin considerar restricciones de seguridad es igual a US\$110,000 y se obtiene agregando las líneas mostradas en la tabla 3.3 a la topología base.

**Tabla 3.3:** Resumen del Plan de Expansión para el Caso 3.

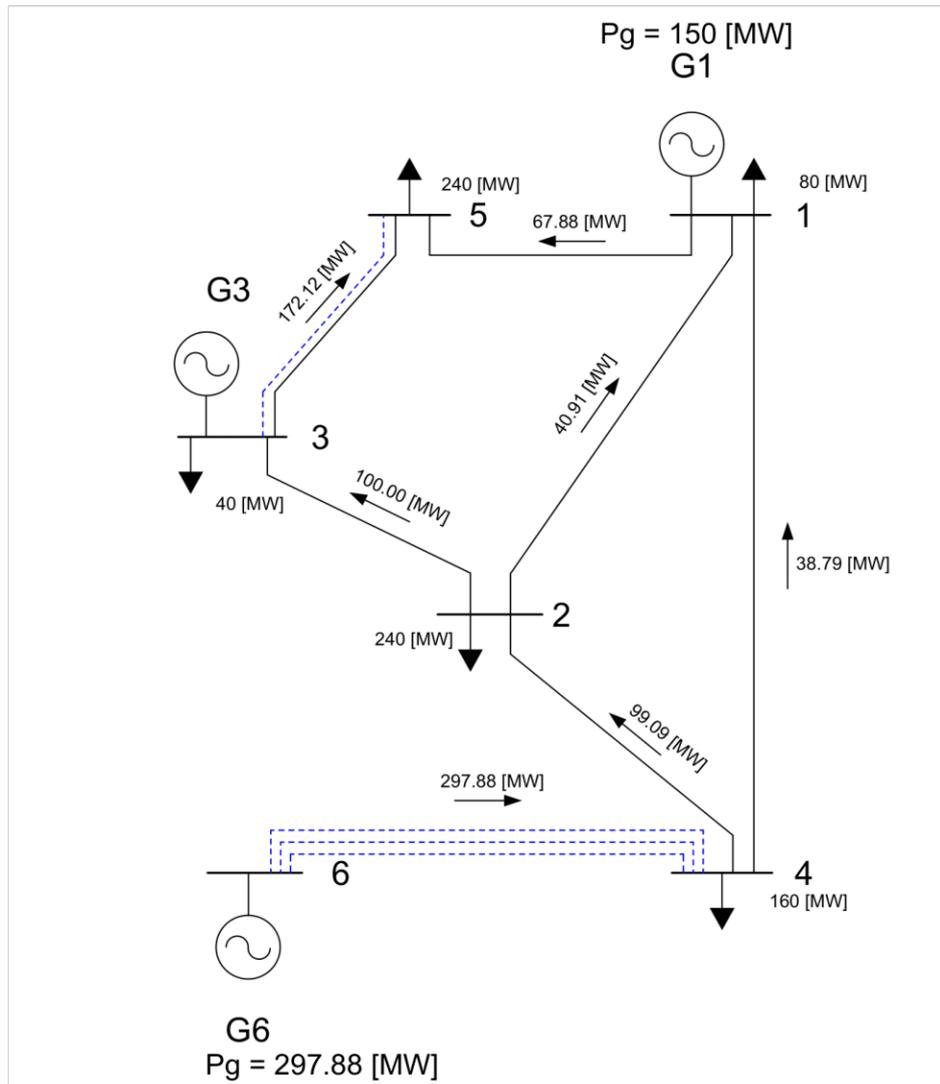
Resumen Plan de Expansión			
Rama i-j	Circuitos Añadidos	Costo Unitario (Millones US\$)	Costo Total (Millones US\$)
3 - 5	1	20	20
4 - 6	3	30	90
Total:			110

En la figura 3.6 se presenta la curva de convergencia del algoritmo EPSO, evidenciando su convergencia en la iteración 11. Este resultado se obtiene al considerar una población de 50 partículas, lo que equivale a realizar 550 evaluaciones de la función objetivo. Además, el esfuerzo computacional es menor en comparación con el caso 1 debido a que existe la posibilidad de reprogramar el despacho de los generadores. Por otro lado, en la figura 6.7 del Anexo III, se presenta la curva de convergencia del algoritmo genético. En esta gráfica se observa su convergencia en la iteración 58, a pesar de la simplicidad del problema, debido a que el algoritmo se estancó en un óptimo local. Se utilizó una población de 80 partículas, lo que implica realizar 4,640 evaluaciones de la función objetivo.



**Figura 3.6:** Curva de Convergencia del Algoritmo EPSO para el Caso 3.

En la figura 3.7 se presenta la topología de la red correspondiente a este plan de expansión. Además, se presenta la distribución de los flujos obtenidos mediante la herramienta computacional desarrollada.



**Figura 3.7:** Plan óptimo del sistema Garver con redespacho y sin restricciones de seguridad.

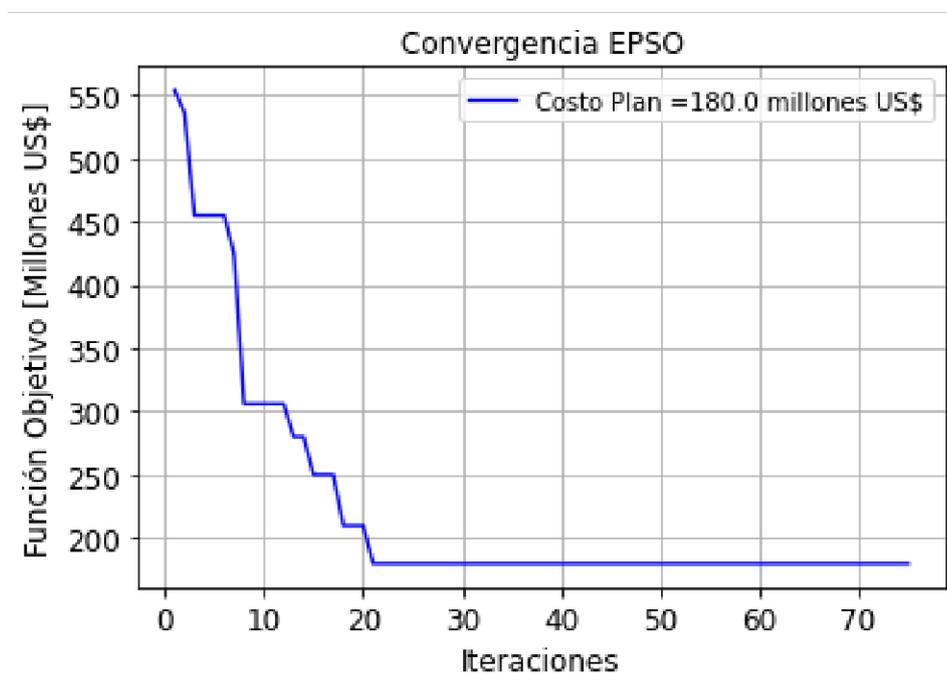
### 3.1.4 Caso 4: Configuración base, con redespacho y con restricciones de seguridad

La solución óptima al problema de planificación de la expansión, considerando la reprogramación del despacho de los generadores y con restricciones de seguridad, asciende a US\$180,000. Este resultado se obtiene agregando las líneas mostradas en la tabla 3.4 a la topología base. El costo adicional de este plan se debe a la consideración de restricciones de seguridad, no obstante, se garantiza que este plan, al sufrir contingencias N-1, no supera los límites técnicos y no realiza deslastre de carga. Por otro lado, en comparación con el caso 2 donde no se considera redespacho, el costo en este plan es inferior.

**Tabla 3.4:** Resumen del Plan de Expansión para el Caso 4.

Resumen Plan de Expansión			
Rama i-j	Circuitos Añadidos	Costo Unitario (Millones US\$)	Costo Total (Millones US\$)
2 - 3	1	20	20
3 - 5	2	20	40
2 - 6	1	30	30
4 - 6	3	30	90
<b>Total:</b>			180

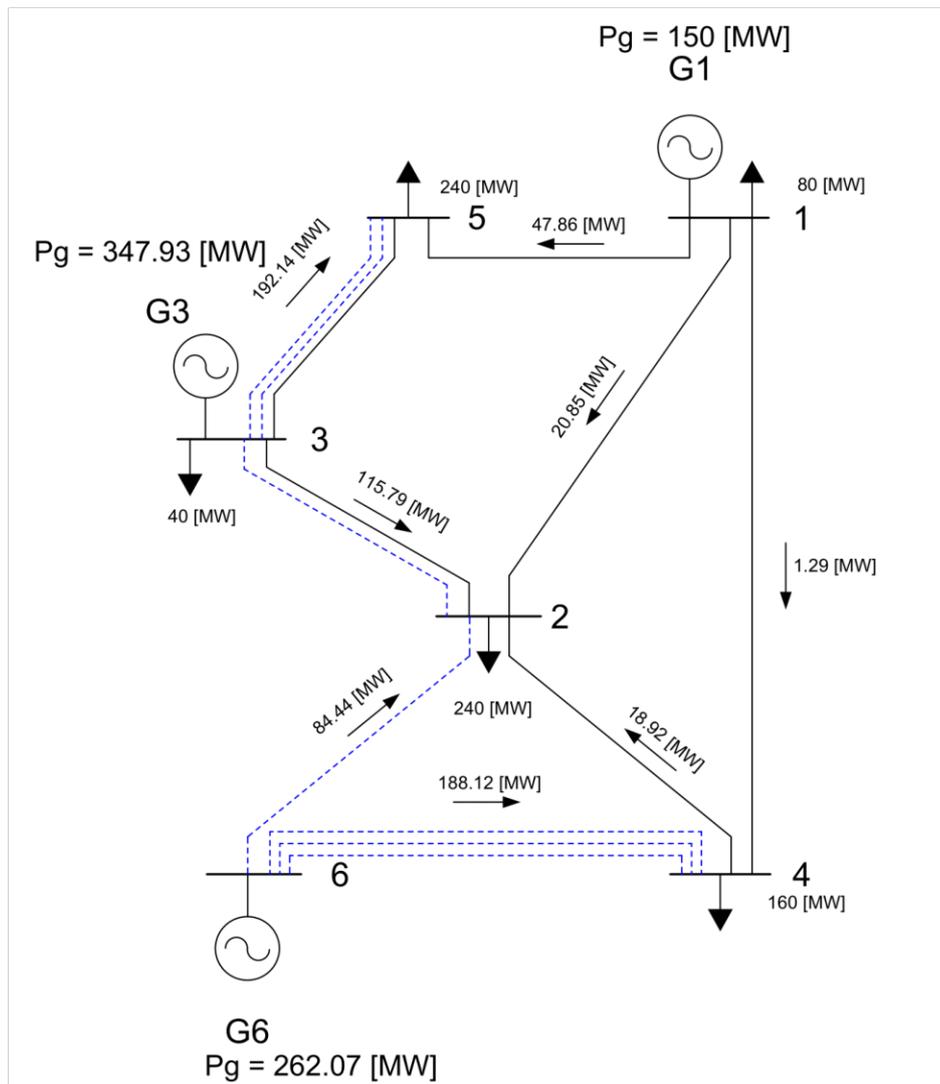
En la figura 3.8 se presenta la curva de convergencia del algoritmo EPSO, evidenciando su convergencia en la iteración 22. Este resultado se obtiene al considerar una población de 50 partículas, lo que equivale a realizar 1,100 evaluaciones de la función objetivo, sin embargo, el esfuerzo computacional se ve incrementado debido a la mayor complejidad del problema de optimización al considerar restricciones de seguridad. Por otro lado, en la figura 6.8 del Anexo III, se presenta la curva de convergencia correspondiente al algoritmo genético. En esta gráfica se observa su convergencia en la iteración 15, aunque se requiere una población de 80 partículas, lo que equivale a realizar 1200 evaluaciones de la función objetivo.



**Figura 3.8:** Curva de Convergencia del Algoritmo EPSO para el Caso 4.

En la figura 3.9 se presenta la topología de la red correspondiente a este plan de expansión. Además, se presenta la distribución de los flujos obtenidos mediante la herramienta

computacional desarrollada.



**Figura 3.9:** Plan óptimo del sistema Garver con redespatcho y con restricciones de seguridad.

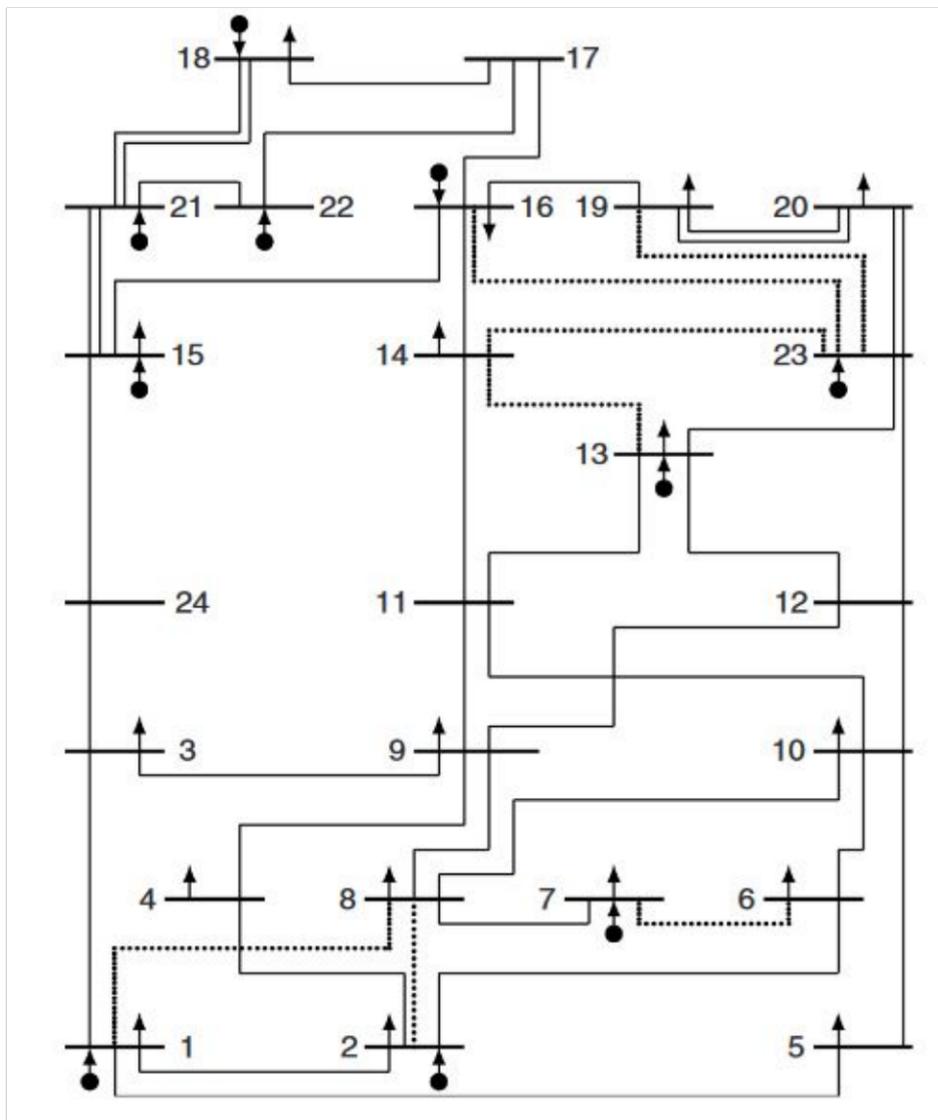
Finalmente, en el Anexo IV en la página 6 se presentan los resultados obtenidos a través de la herramienta desarrollada para cada caso presentado anteriormente, abarcando los flujos por las líneas, cargabilidad, ángulo de voltaje en las barras, etc.

### 3.2 APLICACIÓN AL SISTEMA IEEE DE 24 BARRAS

Esta red eléctrica está constituida por 24 barras, 41 ramas y una demanda total de 8,550 MW. La topología inicial de la red junto con las posibles ramas a construirse se presenta en la figura 3.10. Por otro lado, los datos de la red fueron adquiridos de [17]. y se presentan en el Anexo V en la página 6. Además, es importante mencionar que para este problema de

optimización se considera un número máximo de 3 circuitos en cada rama. En el contexto de este estudio, se analizan los siguientes casos.

1. Caso 1: Configuración base, con redespacho y sin restricciones de seguridad.
2. Caso 2: Configuración base sin posibles ramas nuevas, con redespacho y con restricciones de seguridad.
3. Caso 3: Configuración base con posibles ramas nuevas, con redespacho y con restricciones de seguridad.



**Figura 3.10:** Sistema de prueba IEEE de 24 barras.

### 3.2.1 Caso 1: Configuración base, con redespacho y sin restricciones de seguridad

Cuando existe la posibilidad de reprogramar la generación, la solución óptima al problema de planificación de la expansión sin considerar restricciones de seguridad es igual a US\$152,000 y se obtiene agregando las líneas mostradas en la tabla 3.5 a la topología base. Este resultado se ha validado en comparación con el obtenido por: I. Silva, M. J. Rider, R. Romero, A. Garcia y C. Murari en [13].

**Tabla 3.5:** Resumen del Plan de Expansión para el Caso 1.

<b>Resumen Plan de Expansión</b>			
<b>Rama i-j</b>	<b>Circuitos Añadidos</b>	<b>Costo Unitario (Millones US\$)</b>	<b>Costo Total (Millones US\$)</b>
6 - 10	1	16	16
7 - 8	2	16	32
10 - 12	1	50	50
14 - 16	1	54	54
<b>Total:</b>			152

En la figura 3.11 se presenta la curva de convergencia del algoritmo EPSO, evidenciando su convergencia en la iteración 64. Este resultado se obtiene al considerar una población de 50 partículas, lo que equivale a realizar 3,200 evaluaciones de la función objetivo. Además, a pesar de que existe la posibilidad de reprogramar el despacho de los generadores, el esfuerzo computacional es mayor debido al tamaño de la red de estudio.

Por otro lado, en la figura 6.9 del Anexo VI, se presenta la curva de convergencia del algoritmo genético. En esta gráfica se observa su convergencia en la iteración 18, aunque necesitó de una población de 80 partículas, lo que implica realizar 3,600 evaluaciones de la función objetivo.

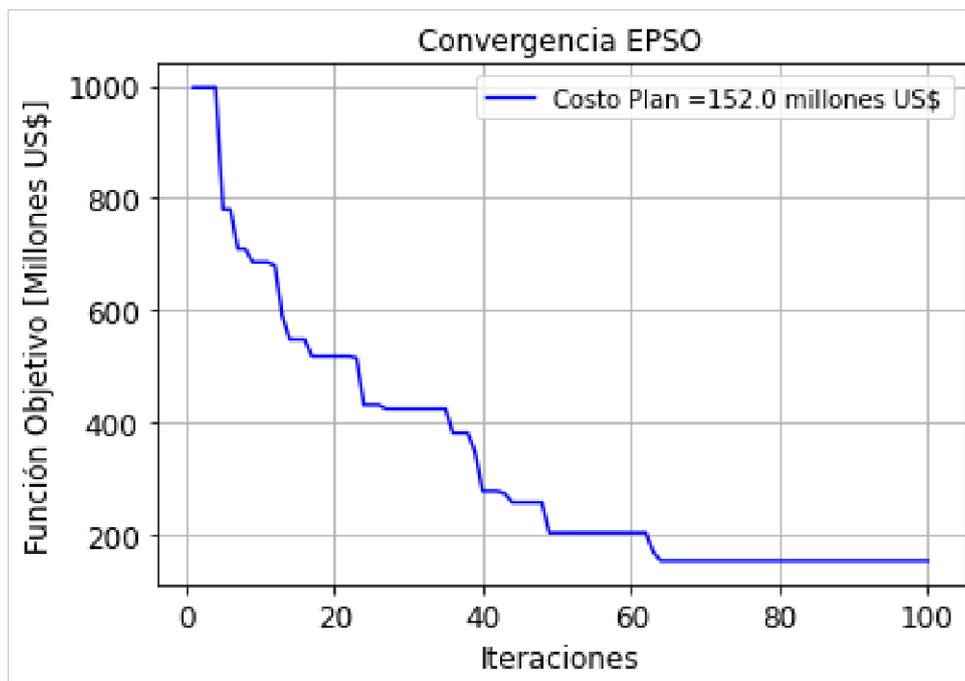


Figura 3.11: Curva de Convergencia del Algoritmo EPSO para el Caso 1.

### 3.2.2 Caso 2: Configuración base sin posibles ramas nuevas, con redespacho y con restricciones de seguridad

Para este caso de estudio no se han considerado posibles líneas nuevas a construirse ya que se ha optado por añadir nuevos circuitos a las ramas ya existentes, esto con el objetivo de reducir la complejidad al problema de optimización, debido a la extensión de la red de estudio.

La solución óptima al problema de planificación de la expansión, considerando la reprogramación del despacho de los generadores y con restricciones de seguridad de este sistema, utilizando la metodología propuesta en este trabajo de titulación, asciende a un valor de inversión de US\$637,000. Este resultado se obtiene agregando las líneas mostradas en la tabla 3.6 a la topología base. El costo adicional de este plan se debe a la consideración de restricciones de seguridad, no obstante, se garantiza que este plan, al sufrir contingencias N-1, no supera los límites técnicos y no realiza deslastre de carga.

Cabe recalcar que este valor obtenido difiere del resultado obtenido por: I. Silva, M. J. Rider, R. Romero, A. Garcia y C. Murari en [13], ya que el plan de expansión presentado por dichos autores no es un plan seguro ya que realiza deslastre de carga. Sin embargo, el

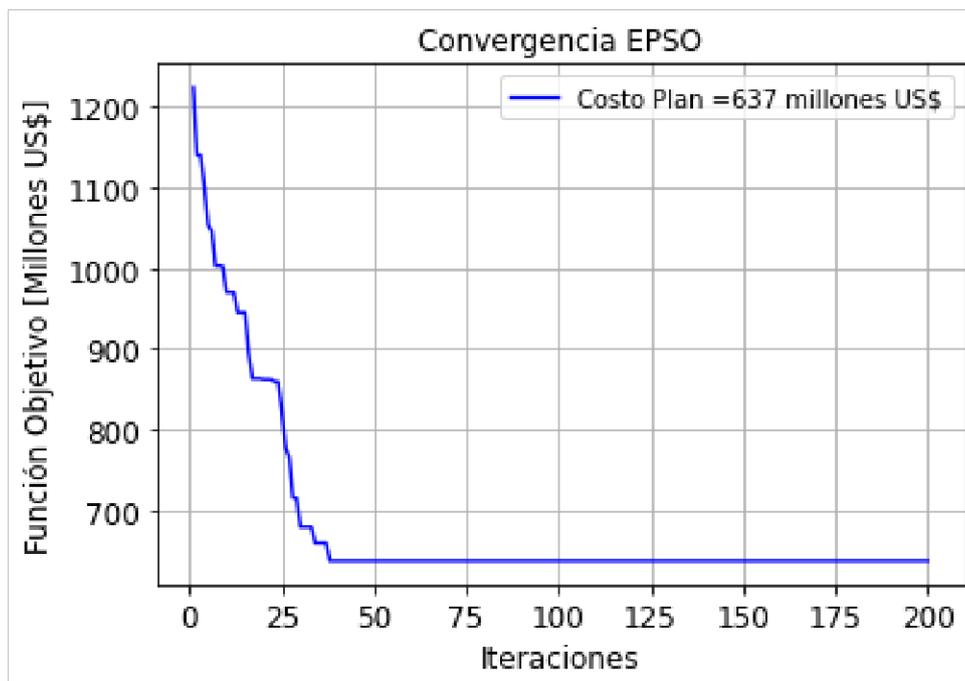
plan de expansión obtenido mediante el algoritmo EPSO, se valida con el resultado obtenido mediante el algoritmo MVMO desarrollado por el otro componente del trabajo de titulación.

**Tabla 3.6:** Resumen del Plan de Expansión para el Caso 2.

<b>Resumen Plan de Expansión</b>			
<b>Rama i-j</b>	<b>Circuitos Añadidos</b>	<b>Costo Unitario (Millones US\$)</b>	<b>Costo Total (Millones US\$)</b>
1 - 5	1	22	22
2 - 4	1	33	33
3 - 9	2	31	62
6 - 10	2	16	32
7 - 8	2	16	32
9 - 12	1	50	50
10 - 12	2	50	100
12 - 13	2	66	132
14 - 16	2	54	108
16 - 17	1	36	36
20 - 23	1	30	30
<b>Total:</b>			<b>637</b>

En la figura 3.12 se presenta la curva de convergencia del algoritmo EPSO, evidenciando su convergencia en la iteración 38. Este resultado se obtiene al considerar una población de 500 partículas, lo que equivale a realizar 19,000 evaluaciones de la función objetivo. Además, a pesar de que existe la posibilidad de reprogramar el despacho de los generadores, se optó por esta gran cantidad de partículas debido al tamaño de la red de estudio, que presenta múltiples óptimos locales, por ende para obtener el óptimo global se requiere de un mayor esfuerzo computacional.

En contraste, en el caso del algoritmo genético de la librería PYMOO, se observa una mejor respuesta en la curva de convergencia mostrada en la figura 6.10 del Anexo VI, ya que este algoritmo permite una mayor variabilidad de sus parámetros, lo que contribuye a una convergencia más rápida. Es importante señalar que se requirió una población de 350 partículas, lo que equivale a realizar 10,850 evaluaciones de la función objetivo, ya que su convergencia se dio en la iteración 31.



**Figura 3.12:** Curva de Convergencia del Algoritmo EPSO para el Caso 2.

### **3.2.3 Caso 3: Configuración base con posibles ramas nuevas, con redespacho y con restricciones de seguridad**

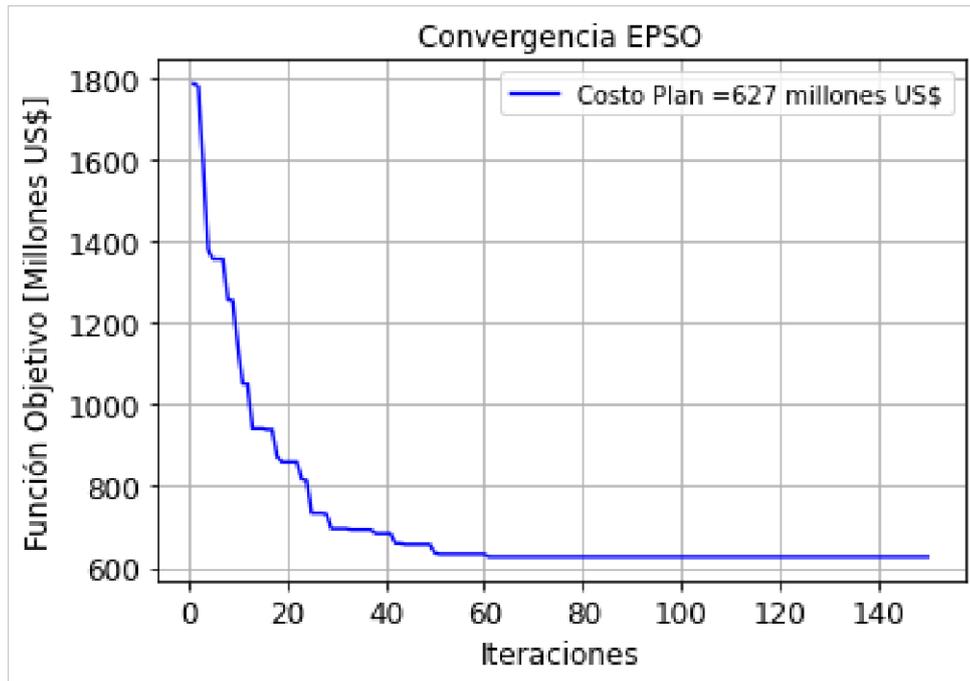
La solución óptima al problema de planificación de la expansión, considerando la reprogramación del despacho de los generadores y con restricciones de seguridad de este sistema, utilizando la metodología propuesta en este trabajo de titulación, tiene un valor de inversión de US\$627,000. Este resultado se obtiene agregando las líneas mostradas en la tabla 3.7 a la topología base. El costo asociado a este plan de expansión resulta inferior al del caso 2, ya que en este escenario se toman en cuenta las posibles ramas nuevas que podrían construirse en el sistema. Esto implica una mayor diversidad de opciones de solución, lo que conduce a una disminución del costo de inversión.

**Tabla 3.7:** Resumen del Plan de Expansión para el Caso 3.

<b>Resumen Plan de Expansión</b>			
<b>Rama i-j</b>	<b>Circuitos Añadidos</b>	<b>Costo Unitario (Millones US\$)</b>	<b>Costo Total (Millones US\$)</b>
1 - 5	1	22	22
3 - 9	2	31	62
4 - 9	1	27	27
6 - 10	2	16	32
7 - 8	2	16	32
9 - 12	1	50	50
10 - 11	1	50	50
10 - 12	1	50	50
11 - 13	1	66	66
12 - 13	1	66	66
14 - 16	1	54	54
14 - 23	1	36	86
20 - 23	1	30	30
<b>Total:</b>			<b>627</b>

En la figura 3.13 se presenta la curva de convergencia del algoritmo EPSO, evidenciando su convergencia en la iteración 65. Este resultado se obtiene al considerar una población de 300 partículas, lo que equivale a realizar 19,500 evaluaciones de la función objetivo. Además, a pesar de que existe la posibilidad de reprogramar el despacho de los generadores, se optó por esta gran cantidad de partículas debido al tamaño de la red de estudio, ya que en este caso se consideran las posibles ramas nuevas a construirse, por ende el problema de optimización presenta múltiples óptimos locales, lo que conlleva a necesitar un mayor esfuerzo computacional para obtener el óptimo global.

En contraste, en el caso del algoritmo genético de la librería PYMOO, se observa una respuesta similar en la curva de convergencia mostrada en la figura 6.11 del Anexo VI. Es importante señalar que se requirió una población de 200 partículas, lo que equivale a realizar 22,600 evaluaciones de la función objetivo, ya que su convergencia se dio en la iteración 113.



**Figura 3.13:** Curva de Convergencia del Algoritmo EPSO para el Caso 3.

Finalmente, en el Anexo VII en la página 6 se presentan los resultados obtenidos para cada caso de estudio a través de la herramienta desarrollada, abarcando información detallada sobre los flujos por las líneas, cargabilidad, ángulo de voltaje en las barras, entre otros aspectos importantes.

## 4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 4.1 CONCLUSIONES

- ❑ La consideración de restricciones de seguridad en la planificación de la expansión adquiere una importancia crucial. A diferencia de otros trabajos que pasan por alto este aspecto, el enfoque planteado en este trabajo reconoce que la prioridad no solo reside en el aspecto económico, sino también en garantizar la seguridad del SEP ante posibles contingencias. La consideración de criterios de seguridad se vuelve fundamental para evitar sobrecargas de los componentes del SEP y prevenir posibles colapsos del sistema, tanto en condiciones normales como en situaciones de contingencias. De esta manera no solo se contribuye a la seguridad operativa de la red eléctrica, sino que también se asegurara un suministro confiable y permanente.
- ❑ La distinción de este trabajo de integración curricular radica en el enfoque matricial adoptado para abordar de manera exhaustiva la formulación matemática del problema de planificación de la expansión de sistemas de transmisión. El enfoque matricial adoptado no solo refleja una representación estructurada, sino que a la vez destaca por su capacidad para optimizar tiempos de ejecución, permitiendo así obtener soluciones de manera más rápida.
- ❑ El Flujo Óptimo de Potencia DC con restricciones de seguridad (SCDCOPF) emerge como una herramienta fundamental en la planificación de la expansión de sistemas de transmisión. Este enfoque es esencial ya que esta herramienta lleva a cabo la programación del despacho de las unidades de generación del SEP, minimizando los costos asociados, mientras considera en la optimización restricciones técnicas, operativas y de seguridad, garantizando así el cumplimiento del criterio N-1.
- ❑ Se abordó de manera eficaz la complejidad del problema NTEP mediante la descomposición en dos etapas. Primero, se generaron diversos planes de expansión mediante

el algoritmo EPSO, seguido por la resolución del problema del SCDCOPF para cada plan de expansión utilizando programación lineal entero mixta (MILP). Cabe recalcar que todo el análisis se llevó a cabo utilizando el modelo de red DC debido a su simplicidad de modelación y eficiencia computacional, lo que permitió una aproximación efectiva a la complejidad del problema de planificación.

- ❑ La herramienta de optimización propuesta ha demostrado ser eficiente al abordar satisfactoriamente el problema de la planificación de la expansión de sistemas de transmisión considerando restricciones de seguridad a través del criterio N-1 utilizado en el país, esto ha permitido obtener propuestas de expansión que no solo son óptimas desde el punto de vista económico, sino también seguras, garantizando así un suministro de energía confiable a través de una red robusta.
- ❑ La aplicación del algoritmo meta-heurístico EPSO en el contexto del problema de planificación de la expansión de sistemas de transmisión (NTEP) ha demostrado una eficiencia destacada. La regla de movimiento de las partículas durante la búsqueda del óptimo global confieren precisión y robustez al algoritmo. Este enfoque, basado en estrategias evolutivas, destaca la viabilidad y eficacia del algoritmo en la resolución del problema NTEP, brindando así contribuciones importantes al campo de la optimización en los sistemas eléctricos de potencia.

## 4.2 RECOMENDACIONES

- ❑ Se recomienda realizar la formulación y simulación de la planificación dinámica de la expansión de sistemas de transmisión considerando restricciones de seguridad haciendo uso del algoritmo meta-heurístico EPSO. Se sugiere seguir la metodología de formulación matricial planteada en este trabajo al resolver dicho problema de optimización.
- ❑ Se recomienda continuar la misma línea de investigación, ampliando el alcance mediante la exploración con un mayor número de partículas y de iteraciones, así como la variación de los parámetros de aprendizaje del algoritmo EPSO, con el objetivo de evaluar la posibilidad de obtener mejores soluciones globales, especialmente, al aplicar el algoritmo en sistemas de prueba más extensos.
- ❑ Se sugiere complementar la herramienta de optimización desarrollada mediante la

incorporación del modelo de red en corriente alterna (AC). Esto permitiría un análisis más completo, facilitando la verificación del cumplimiento de los límites de voltajes en el sistema.

## 5 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] J. Barros y D. Barros, «Transmission network expansion static planning considering security constraints via African Buffalo Algorithm,» *ITEGAM- Journal of Engineering and Technology for Industrial Applications (ITEGAM-JETIA)*, vol. 8, ene. de 2022. DOI: 10.5935/jetia.v8i33.796.
- [2] P. A. Marín Minda, «Elaboración de un modelo de planificación dinámica para la expansión óptima de redes de transmisión de energía eléctrica en sistemas de generación hidrotérmica,» bachelorThesis, EPN, Quito, sep. de 2018. dirección: <http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/19779> (visitado 11-12-2023).
- [3] S. J. Oliva Henríquez, «Compatibilidad de Métodos de Cálculo de Flujos AC y DC en Sistemas de Potencia,» bachelorThesis, Universidad de Chile, ene. de 2008. dirección: <https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/103257>.
- [4] R. D. Zimmerman y C. E. Murillo-Sánchez, «Matpower: User's Manual,» en oct. de 2020, págs. 28-29. DOI: 10.5281/zenodo.4074122. dirección: <https://matpower.org/docs/MATPOWER-manual-7.1.pdf>.
- [5] M. Ferran Aymamí y F. Aymamí, «Power flow tool for active distribution grids and flexibility analysis,» Tesis doct., UPC, Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona, Departament d'Enginyeria Elèctrica, mayo de 2021. dirección: <http://hdl.handle.net/2117/345308>.
- [6] B. O. Nuques Ochoa, «Espansión óptima del sistema nacional de transmisión del Ecuador utilizando algoritmos evolutivos.,» bachelorThesis, EPN, Quito, sep. de 2008. dirección: <http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/876> (visitado 12-12-2023).
- [7] E. D. Kenneth Van den Bergh y W. D'haeseleer, «DC power flow in unit commitment models,» *TME Working Paper - Energy and Environment*, mayo de 2014.
- [8] M. Galeela, «Reliability Evaluation of Electric Power Systems Integrating Smart Grid Solutions,» Tesis doct., University of Manchester, dic. de 2019. dirección: <https://>

// research . manchester . ac . uk / en / studentTheses / 9f6a6ff9 - 836f - 40c5 - 80a2 - 4689beae6bc6.

- [9] M. Zima, «Contributions to security of electric power systems,» Tesis doct., ETH Zürich, 2006. dirección: <https://doi.org/10.3929/ethz-a-005206370>.
- [10] C. U. Ling, «Analytical hierarchy approach for load shedding scheme: a case study based on the Johor System.,» masterThesis, Universiti Tun Hussein Onn Malaysia., abr. de 2012. dirección: <http://eprints.uthm.edu.my/id/eprint/2269> (visitado 12-12-2023).
- [11] J. M. L. Lezama y L. A. G. Pareja, «Flujo de Potencia Óptimo con Restricciones de Seguridad Usando el Método de Punto Interior,» 2008. dirección: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:170644546>.
- [12] J. Vaes, «Optimal Transmission Expansion Planning.,» masterThesis, Ecole polytechnique de Louvain, 2017. dirección: <http://hdl.handle.net/2078.1/thesis:12931>.
- [13] I. Silva, M. J. Rider, R. Romero, A. Garcia y C. Murari, «Transmission network expansion planning with security constraints,» *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings-*, vol. 152, págs. 828-836, dic. de 2005. DOI: 10.1049/ip-gtd:20045217.
- [14] S. P. Torres, R. A. de Araujo, C. A. Castro y J. Pissolato, «Security constrained transmission expansion planning for smart transmission grids based on the AC network model,» en *2014 IEEE PES Transmission Distribution Conference and Exposition - Latin America (PES TD-LA)*, 2014, págs. 1-6. DOI: 10.1109/TDC-LA.2014.6955263.
- [15] W. G. Yugcha Quinatoa, «Desarrollo de un modelo de optimización para la expansión del sistema de transmisión considerando criterios de confiabilidad.,» bachelorThesis, Universidad Técnica de Cotopaxi (UTC), 2022. dirección: <http://repositorio.utc.edu.ec/handle/27000/8800>.
- [16] V. Miranda, H. Keko y Á. Jaramillo Duque, «EPSO: Evolutionary particle swarms,» en jul. de 2007, vol. 66, págs. 139-167. DOI: 10.1007/978-3-540-72377-6\_6.
- [17] J. A. Sánchez Rodríguez, «Planificación estática de la red eléctrica de transporte mediante algoritmos genéticos,» Tesis doct., Universidad de Oviedo, 2013. dirección: <http://hdl.handle.net/10651/51190>.

## **6 ANEXOS**

ANEXO I. Importancia de la formulación matemática del SCDCOPF considerando deslastre de carga.

ANEXO II. Datos del sistema de Garver de 6 barras.

ANEXO III. Curvas de convergencia del algoritmo genético para cada caso de estudio aplicado a la red de Garver.

ANEXO IV. Resultados obtenidos mediante la herramienta de optimización desarrollada, para cada caso de estudio aplicado a la red de Garver.

ANEXO V. Datos del sistema IEEE de 24 barras.

ANEXO VI. Curvas de convergencia del algoritmo genético para cada caso de estudio aplicado al sistema IEEE de 24 barras.

ANEXO VII. Resultados obtenidos mediante la herramienta de optimización desarrollada, para cada caso de estudio aplicado al sistema IEEE de 24 barras.