



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIAS

PLANIFICACIÓN ESTRATÉGICA DE LÍNEAS EN EL TRANSPORTE PÚBLICO DE CUENCA

MODELO PARA MAXIMIZAR EL NÚMERO DE PASAJEROS DIRECTOS EN EL SISTEMA DE TRANSPORTE PÚBLICO DE CUENCA

**TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR PRESENTADO COMO
REQUISITO PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO
MATEMÁTICO**

MILTON FABIÁN ENCARNACIÓN APOLO

milton.encarnacion@epn.edu.ec

DIRECTOR: MARÍA FERNANDA SALAZAR MONTENEGRO

fernanda.salazar@epn.edu.ec

DMQ, AGOSTO 2024

CERTIFICACIONES

Yo, MILTON FABIÁN ENCARNACIÓN APOLO, declaro que el trabajo de integración curricular aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

Milton Fabián Encarnación Apolo

Certifico que el presente trabajo de integración curricular fue desarrollado por Milton Fabián Encarnación Apolo, bajo mi supervisión.

María Fernanda Salazar Montenegro
DIRECTOR

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mí mismo.

Dedico estas páginas a cada pensamiento de duda que tuve, a mis miedos y a mis inseguridades, a todo lo que me impedía avanzar y a todo lo que dejé atrás.

Dedico esto a mi yo del pasado, a quien no creía en sí mismo, pero que ahora, aquí y feliz, ha cumplido varios sueños antes de lo que imaginaba, gracias a creer en su propia capacidad. Porque toqué fondo, pero logré salir adelante.

También dedico esto a mi yo futuro, que aún no sabe qué hará con su vida, pero que sabe que lo único que desea es ser feliz.

AGRADECIMIENTO

A mi familia, por su incondicional apoyo a lo largo de toda mi formación y por enseñarme que las familias, aunque imperfectas, son fundamentales.

A mi tutora de tesis, María Fernanda Salazar y a Luis Miguel Torres, cuyo invaluable apoyo hizo posible la realización de este trabajo.

A mis amigas, Poeth, Angie, Antonela, Mapau y Betsy, por estar siempre a mi lado en los buenos y malos momentos durante toda mi etapa universitaria. Gracias por ser mi apoyo incondicional y por ser la familia que elegí.

A todos los amigos que conocí en este camino, Emy, Melany, Andrea, Armando, Yoko, Debbie y Dario, quienes fueron un gran apoyo a lo largo de esta etapa.

A todos los profesores, tanto a los buenos como a los malos, por las enseñanzas que me brindaron sobre la carrera y la vida, y por guiarme en diversos aspectos personales y profesionales.

A ASOiMAT y su directiva, por darme la oportunidad de formar parte de su comunidad y por facilitarme el conocer a muchas personas en la universidad.

A todas las personas que me ayudaron y apoyaron para llegar hasta aquí, aunque no las haya mencionado, siempre las recordaré con mucho cariño.

Y finalmente, a mí mismo, por la constancia y determinación para concluir la carrera.

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

A través de la presente declaración, afirmamos que el trabajo de integración curricular aquí descrito, así como el(los) producto(s) resultante(s) del mismo, es(son) público(s) y estará(n) a disposición de la comunidad a través del repositorio institucional de la Escuela Politécnica Nacional; sin embargo, la titularidad de los derechos patrimoniales nos corresponde a los autores que hemos contribuido en el desarrollo del presente trabajo; observando para el efecto las disposiciones establecidas por el órgano competente en propiedad intelectual, la normativa interna y demás normas.

Milton Fabián Encarnación Apolo

María Fernanda Salazar Montenegro

RESUMEN

En este trabajo se aborda la planificación de líneas de transporte en el sistema de transporte público de Cuenca, Ecuador, con un enfoque específico en la maximización del número de pasajeros directos. A través del análisis del contexto de la ciudad de Cuenca, se busca optimizar las líneas de autobuses existentes en la ciudad con el fin de mejorar la calidad del servicio para los usuarios.

Se analiza detalladamente el modelo de maximización de pasajeros directos propuesto por Bussieck y se aplica a la realidad de Cuenca. Los modelos fueron resueltos mediante la utilización de LinTim con los solvers de Gurobi y Xpress sobre cinco instancias preparadas con datos reales de las compañías de transporte de la ciudad. Se realizan cuatro experimentos diferentes: el primero, sobre la variación de presupuesto; el segundo, una optimización multicriterio; el tercero, la relajación del modelo; y el cuarto, sobre la restricción de las frecuencias de las líneas. Se reportan los resultados computacionales y sus conclusiones.

Palabras clave: planificación del transporte público, optimización del transporte público, programación lineal entera, investigación de operaciones, planificación de líneas, maximización de pasajeros directos.

ABSTRACT

This paper focuses on planning of transportation lines in the public transportation system of Cuenca, Ecuador, with the aim of maximizing the number of direct passengers. By analyzing the city's context, we seek to optimize the existing bus routes to enhance the quality of service for users.

The direct passenger maximization model proposed by Bussieck is thoroughly examined and adapted to Cuenca's reality. We utilized Lin-Tim with Gurobi and Xpress solvers to solve the models on five instances prepared with real data from the city's transportation companies. Four different experiments were conducted: the first on budget variation, the second on multi-criteria optimization, the third on model relaxation, and the last on the restrictions of line frequencies. Computational results and conclusions are presented.

Keywords: public transportation planning, public transport optimization, linear integer programming, Operations Research, line planning, maximization of direct passengers.

Índice general

1. Introducción	1
2. Marco Teórico	4
3. Formulación del Modelo	14
3.1. Definiciones preliminares	14
3.2. Modelo con enfoque revisado de pasajeros directos (LOP) . .	16
3.3. Una relajación del modelo (LOP)	19
3.3.1. Preprocesamiento	21
3.3.2. Generación de restricciones	22
3.3.3. Volver al modelo (LOP)	23
4. Resultados Computacionales	25
4.1. Preparación de instancias	25
4.1.1. Construcción de la PTN	29
4.1.2. Construcción del reservorio de líneas	30
4.1.3. Creación de la matriz OD	31
4.1.4. Cuencana	33
4.1.5. Uncómetro	34
4.1.6. Cuencana-Uncómetro	34
4.1.7. Cuencana sobrecargado	35

4.1.8. Uncómetro sobrecargado	37
4.1.9. Resumen Instancias	37
4.2. Variación del presupuesto	38
4.2.1. Cuencana	38
4.2.2. Uncómetro	39
4.2.3. Cuencana-Uncómetro	41
4.2.4. Cuencana sobrecargado	41
4.2.5. Uncómetro sobrecargado	43
4.3. Optimización multicriterio	44
4.3.1. Cuencana	45
4.3.2. Uncómetro	46
4.3.3. Cuencana-Uncómetro	46
4.3.4. Cuencana sobrecargado	47
4.3.5. Uncómetro sobrecargado	47
4.4. Modelo Relajado	48
4.4.1. Uncómetro	48
4.4.2. Uncómetro sobrecargado	49
4.5. Restricción de las frecuencias de las líneas	49
4.5.1. Cuencana	50
4.5.2. Uncómetro	50
4.5.3. Cuencana-Uncómetro	51
4.5.4. Cuencana sobrecargado	51
4.5.5. Uncómetro sobrecargado	52
4.6. Resumen de resultados por instancia	53
5. Conclusiones y Recomendaciones	54
5.1. Conclusiones	54
5.1.1. Cuencana	55

5.1.2. Uncómetro	56
5.1.3. Cuencana-Uncómetro	56
5.1.4. Cuencana sobrecargado	57
5.1.5. Uncómetro sobrecargado	58
5.2. Recomendaciones	58
A. Anexo A	60
Bibliografía	67

Índice de figuras

4.1. Imagen error: secuencia inconsistente	28
4.2. Validaciones por día - Octubre 2023	31
4.3. Demanda estimada de pasajeros por compañía	32
4.4. PTN de la instancia Cuencana	34
4.5. PTN de la instancia Uncómetro	35
4.6. PTN de la instancia Cuencana-Uncómetro	36
4.7. PTN de la instancia Cuencana sobrecargado	36
4.8. PTN de la instancia Uncómetro sobrecargado	37
4.9. Relación presupuesto y pasajeros directos Cuencana	39
4.10. Relación presupuesto y pasajeros directos Uncómetro	40
4.11. Presupuesto y pasajeros directos Cuencana-Uncómetro	42
4.12. Presupuesto y pasajeros directos Cuencana sobrecargado	43
4.13. Presupuesto y pasajeros directos Uncómetro sobrecargado	44

Capítulo 1

Introducción

En las últimas décadas, las ciudades han experimentado diversos desafíos urbanos, uno de estos es la gestión del transporte público frente a un crecimiento demográfico constante. En este escenario, es importante encontrar soluciones para mejorar el sistema de transporte público a un sistema más ágil, eficiente y sostenible.

Las primeras soluciones son optar por incrementar la capacidad vial o el número de vehículos, por otro lado los usuarios prefieren adquirir vehículos para movilizarse de forma independiente. Sin embargo, estas soluciones pueden no ser accesibles para toda la población, además de aumentar las emisiones de CO₂, aumentar la contaminación auditiva, perturbar los entornos naturales y consumir más recursos naturales.

Es por esto que los municipios o alcaldías deben recurrir a otras formas de solucionar estos problemas como la optimización del diseño y operación del sistema de transporte público, las cuales se pueden abordar con la Investigación Operativa.

La optimización del transporte público es un problema complejo que se puede dividir en varias etapas: diseño de red, asignación de pasajeros, planificación de líneas, enrutamiento de pasajeros, calendarización de viajes, asignación de vehículos y asignación de tripulación. Cada una de estas etapas se puede resolver a largo o corto plazo.

Dentro de lo que se puede solventar y cambiar en un corto plazo es la

planificación de líneas, pues es mucho más sencillo cambiar esto cuando un sistema de transporte ya se encuentra en funcionamiento. El problema de planificación de líneas determina las líneas de transporte con sus respectivas frecuencias, lo que genera un plan de líneas.

Frente a todos los problemas de movilidad, la ciudad de Cuenca ha trabajado de manera proyectiva en las soluciones para ofrecer a sus habitantes un sistema más eficiente y accesible al elaborar el Plan de Movilidad y Espacios Públicos en el 2015 [13]. Con visión pionera en América Latina, diseñó un sistema de transporte basado en un tranvía que estructura la movilidad para sus 500.000 habitantes y que articula una red de transporte público con el resto de medios de transporte, como buses.

Este plan integra el espacio público con la movilidad, ya que de esta forma se pudo enfocar la visión del peatón como la estructura de la ciudad. Para esto, se recurrió a una nueva lectura del territorio y de patrones, para así poder geolocalizar el flujo de viajeros.

En el año 2017, el Consejo Cantonal de la ciudad de Cuenca aprobó la Ordenanza para la Aplicación del Sistema de Recaudo en el Transporte de Buses en Cuenca [14], que determinó el uso en su totalidad de la tarjeta que digitaliza el pago, convirtiéndose así en la primera ciudad en el Ecuador en contar con un sistema de pago integrado, lo cual trae muchos beneficios no solo a nivel económico, sino también a nivel de planificación, pues así se puede localizar la demanda de los pasajeros de manera más precisa.

Dada una red de transporte público, se puede realizar modelos de planificación de líneas cuyas soluciones se integren al Plan de Movilidad de Cuenca dentro del marco del Convenio Específico de Cooperación Interinstitucional entre el Gobierno Autónomo Descentralizado (GAD) de Cuenca y la Escuela Politécnica Nacional, con el fin de mejorar el sistema de transporte orientado a la calidad de los pasajeros.

En particular, en este trabajo se proponen modelos de planificación de líneas para maximizar el número de pasajeros directos, es decir, los pasajeros que no tienen que realizar transbordos, en el sistema de transporte público de Cuenca, con el objetivo de encontrar planes de líneas factibles que presenten una mejora en la red de transporte actual de au-

tobuses de la ciudad, beneficiando a los usuarios del servicio. Para lograr esto, se propone realizar una revisión bibliográfica, construir instancias basándose en información real, realizar pruebas computacionales y presentar conclusiones sobre las mismas.

El trabajo se estructura de la siguiente forma: en el [Capítulo 2](#) se realiza una revisión bibliográfica de trabajos previos sobre planificación del transporte público, en particular sobre la planificación de líneas y sobre como se ha abordado por diferentes autores el problema de maximización de pasajeros directos. En el [Capítulo 3](#) se detalla el modelo de maximización de pasajeros (LOP) propuesto por Bussieck (1998) [4] y una relajación del mismo (lop) que incluye preprocesamiento y generación de restricciones.

En el [Capítulo 4](#) se detalla como se preparó las instancias para su posterior experimentación en cuatro escenarios diferentes y los resultados obtenidos. Por último, el [Capítulo 5](#) presenta las conclusiones sobre cada instancia y las recomendaciones para futuros trabajos con el GAD de Cuenca.

Capítulo 2

Marco Teórico

En la actualidad los problemas de transporte público se han visto en aumento debido al incremento de la población y la creciente demanda en la movilidad. En un mundo globalizado donde todas las personas tienen que transportarse por motivos de viaje, estudios, trabajo, entre otras, es necesario un sistema eficiente de transporte dentro de una ciudad que tome en cuenta las necesidades de su población y al mismo tiempo beneficie a las compañías de transporte, por esto es indispensable que se mejoren los servicios de transporte conforme crece el sector urbano.

Schiewe (2020) [20] menciona que el problema de planificación de transporte público se divide secuencialmente en subproblemas tales como:

1. Diseño de red: se determina los enlaces y paradas que se deben incluir en la red de transporte, los cuales pueden ser representados como un grafo donde los enlaces son las aristas y los nodos las paradas. Además de las rutas fijas y la frecuencia de servicio disponibles para cada una.
2. Asignación de pasajeros: se determina la demanda en cada ruta, la cual usualmente viene dada por la matriz origen-destino. Esta matriz se puede estimar de varias formas, una de estas puede ser con base en censos de tráfico, otra forma es suponer algunas rutas de viaje probables y utilizar métodos estadísticos y de programación

para estimarla.

3. Planificación de líneas: se determina las líneas, es decir las paradas y conexiones, además de las frecuencias para estas; generando un plan de líneas.
4. Enrutamiento de pasajeros: se establece las rutas que toman los pasajeros dentro del plan de líneas.
5. Calendarización de viajes: se convierte la frecuencia de las líneas deseadas en un horario, es decir se fijan horas de llegada y salida para cada una. Para esto se toma en cuenta las restricciones operativas sobre el tiempo.
6. Asignación de vehículos: se asigna los vehículos requeridos para cada línea de operación, puesto que los vehículos son limitados al igual que su capacidad.
7. Asignación de la tripulación: se distribuyen los conductores y personal de apoyo a las diferentes líneas y vehículos necesarios para el funcionamiento de las rutas planificadas.

Según Bussieck (1998) [4], resolver el problema en etapas supone desventajas, pues el resultado óptimo de una etapa que usa como entrada el resultado de una anterior no necesariamente es un resultado óptimo global. Sin embargo, estas etapas vuelven al problema manejable y además reflejan la estructura interna de las empresas de transporte, ya que brindan una división de procedimientos estratégicos, tácticos y operativos.

Los procedimientos mencionados son introducidos por Anthony (1965) [1] y se describen como:

1. Procedimientos operativos: reflejan las actividades diarias y lo que puede cambiar en la ejecución de la planificación.
2. Procedimientos tácticos: son las adquisiciones de los recursos en un período de uno a cinco años.
3. Procedimientos estratégicos: tienen que ver con la asignación de los recursos en un período de cinco a quince años.

Para instancias pequeñas estos subproblemas generalmente se resuelven en conjunto para mejorar todos los aspectos del transporte público, pues cada subproblema tiene un enfoque para el usuario o para los costos operativos. Sin embargo, en problemas reales suelen resultar difíciles de resolver de forma integrada, por ser instancias muy grandes, pero se puede aplicar modelos de optimización para ciertas etapas. Es por esto que para el desarrollo de este trabajo se realizará un enfoque únicamente en la etapa de planificación de líneas.

El problema de planificación de líneas consiste en encontrar un conjunto de líneas en una red de transporte público (PTN) con su determinada frecuencia, que transporte una demanda que se pueda operar, sea conveniente para los pasajeros y tenga el menor costo (Schöbel, 2012) [21].

Bussieck (1998) [4] sugiere dividir este problema en las siguientes etapas:

1. Definición del suministro: se trata de definir los diferentes tipos de vehículos que suministrará la red de transporte, esto debido a que el mercado varía constantemente y las empresas deben ofrecer transportes que cumplan con las necesidades de los usuarios.
2. División del sistema: se divide la matriz origen-destino en las diferentes redes de suministro definidas en la etapa anterior.
3. Optimización de líneas: luego de descomponer las líneas en la etapa anterior, se resuelve el modelo planteado para optimizar las líneas.
4. Simulación y Valoración: con el plan de líneas generado y la matriz origen-destino se simula el comportamiento de los pasajeros, se puede ajustar los parámetros de cada etapa para valorar los resultados, por ello es importante que se proporcione un sistema interactivo, el cual se puede obtener mejorando los tiempos de resolución en la etapa de optimización de líneas, pues es la fase que más complicaciones presenta.

Según Borndorfer et al. (2008) [2] las primeras formulaciones del problema de planificación de líneas, se daban con la idea de ensamblar líneas

a partir de piezas más cortas, a través de un proceso iterativo. Por ejemplo, el método del *esqueleto* propuesto por Silman et al. (1974) [23], el cual elige puntos finales de las rutas y algunos nodos intermedios que se entrelazan por caminos más cortos de acuerdo a distancia o tiempo de viaje.

Wegel (1974) [25] propone por primera vez los requisitos de frecuencia de las líneas, los cuales representan el número mínimo y máximo de vehículos para atender al número de pasajeros que circulan por una conexión. El autor propone un modelo que calcula planos de líneas que maximizan el número de viajeros directos sujetos a los requisitos de frecuencia mencionados.

La forma de resolver estos problemas se basa en dos fases, la primera encuentra un conjunto de líneas y la segunda elige un plan de líneas que mejore el plan de transporte bajo ciertos criterios, del conjunto encontrado anteriormente. El enfoque descrito por Ceder y Wilson (1986) [8], genera líneas dentro de un factor de longitud de camino más corto mediante una enumeración; por otro lado, Mandl (1980) [12] propone una estrategia local de búsqueda para optimizar sobre el conjunto de líneas en la primera fase.

Dado que los modelos propuestos hasta ahora tienen desventajas como: no manejar redes de gran tamaño, no tomar en cuenta las limitaciones operativas, no tomar en cuenta restricciones no cuantitativas, entre otros, Ceder e Israeli (1992) [7] introducen un modelo cuadrático *set covering* que elige entre conexiones directas de destinos y conexiones de transbordo, además proponen una heurística para resolver el modelo.

Se puede hallar el conjunto de líneas que resuelva el problema de planificación con dos objetivos diferentes: minimizar los costos o ser lo mejor posible para el usuario. Dependiendo de la orientación del problema cada modelo tendrá diferentes restricciones y función objetivo.

Según Scholl (2006) [22], desde el enfoque para el usuario, el transporte debe ser confiable, económico, rápido y debe circular con una alta frecuencia desde su origen a su destino, además de no tener que realizar muchas transferencias. Una de las funciones objetivo comunes para este problema es la de maximizar el número de pasajeros directos. Este

caso particular es el que se estudia en este trabajo y su aplicación a una instancia real de la ciudad de Cuenca.

Los *pasajeros directos* son los que no necesitan transbordo para trasladarse desde su origen hasta su destino. Estos pasajeros son los que prefieren no cambiarse de transporte por comodidad; por ejemplo, en el caso de llevar equipaje muy pesado. Por esto, la solución de este problema debe proporcionar una conexión entre el origen y destino de tal forma que sea la ruta más corta y maximice la cantidad de este tipo de usuarios.

Para este problema se puede asumir que los pasajeros son parte de una flota homogénea; de no ser así se puede usar el procedimiento *system split* utilizado por Bouma y Oltrogge (1994) [3], el cual distribuye a los pasajeros en caminos de la red de transporte antes de que se conozcan las líneas, es decir dividir el problema en diferentes modos de transporte, por ejemplo, por niveles de velocidad, siempre y cuando sea posible.

Para este problema se debe tener una cota superior para el número de vehículos, es decir, no se debe superar la cantidad de vehículos disponibles. Además, no se debe superar el costo de funcionamiento de los mismos, lo cual se conoce como *restricción presupuestaria*.

El problema de maximizar el número de pasajeros directos se ha estudiado por varios autores. Patz (1925) [18] formula un primer modelo que determina el conjunto de líneas deseado mediante una penalización, la cual se calcula con respecto al número de asientos vacíos y al número de pasajeros que cambian a otra línea para llegar al destino. Este modelo se resuelve mediante un algoritmo que empieza con un conjunto de líneas que contiene una línea por cada entrada de la matriz origen-destino, las cuales se eliminan con respecto a la penalización mencionada.

Dienst (1978) [10] formula otro modelo de programación entero para maximizar los pasajeros directos, en el cual se asume capacidad infinita en los trenes, se realiza una relajación con respecto a las frecuencias, ya que se asume que la frecuencia máxima de cada conexión es unitaria, y se establece una solución con un enfoque *branch & bound*. En la metodología propuesta se construyen particiones de líneas añadiendo líneas sucesivamente, para luego añadir el siguiente nodo tal que la línea maximice el número actual de pasajeros directos. Este modelo se lo realizó

con el fin de ser fácil de resolver mediante el uso de una computadora, por lo que para instancias grandes puede resultar muy lento y detenerse después de cierto número de pasos. Es así, que el algoritmo tiene problemas ya que el mejor conjunto de líneas puede no ser viable si el algoritmo se detiene por tiempo o por alguna restricción en cada iteración. Además se desconoce la relación de la solución obtenida con la óptima.

Simonis (1981) [6] presenta un algoritmo que empieza con un conjunto de líneas vacío y añade líneas en los caminos más cortos maximizando el número de viajeros directos, y se detiene si los pasajeros encuentran un camino adecuado o se infringe la restricción presupuestaria.

En el trabajo de Sonntag (1979) [24] además de reducir los transbordos, se reduce el tiempo de viaje y se mejora el funcionamiento de las empresas de transporte, por ejemplo, al evitar los transportes competidores. El autor menciona que los enfoques convencionales son intuitivos o se plantean con restricciones fuertes, además que algunos autores solo permiten líneas en una red básica excluyendo una gran cantidad de líneas buenas y rentables, por lo que ningún método de los anteriores garantiza que todas las paradas de la región se incluyan en la solución, además que la capacidad no tiene ninguna restricción. La metodología propuesta en este trabajo es una heurística para obtener el conjunto de solución, la cual se basa en reglas de prioridad e intercambio en función del flujo de tráfico.

Por otro lado, Pape et al. (1995) [17] utilizan el procedimiento de doble conjunto para maximizar el número de pasajeros directos, y al mismo tiempo alcanzar el número mínimo de líneas definido por los nodos finales de la red. En este procedimiento al calcular el número de pasajeros directos se divide al conjunto de líneas posibles en dos, donde el primero contiene líneas de alto volumen de tráfico y el segundo contiene las de bajo volumen, de esta forma se reduce la complejidad del problema. Se termina encontrando la solución al basarse en algoritmos de caminos más cortos y conectando las líneas para maximizar los pasajeros directos.

La mayoría de modelos presentados anteriormente presentan problemas con las heurísticas, ya que la forma de evaluar las soluciones generadas es compararlas con soluciones de otros algoritmos para el modelo. Para solucionar este problema es conveniente calcular los límites supe-

rior e inferior de la solución óptima, que se pueden encontrar al resolver relajaciones del problema, lo cual se utilizará en los siguientes problemas.

Los siguientes modelos no necesitan asumir la capacidad infinita de los vehículos y añaden una restricción que asegura que los pasajeros directos sean transportados. El modelo propuesto por Bussieck et al. (1997) [5] para sistemas de trenes es un modelo lineal entero mixto, que necesita de una relajación para su resolución, pues las instancias utilizadas son de gran tamaño. Así, se relaja el problema asumiendo que el número máximo y mínimo de vehículos que circulan a través de cada conexión son iguales, además, utilizando planos cortantes adecuados se logra resolver el problema mixto con una buena aproximación al problema original en menos de 6 minutos. Los autores describen que el modelo es muy eficaz ya que se pueden admitir otras líneas posibles, considerar aumentar algunas restricciones operativas u otras funciones objetivo que tengan propósitos diferentes. Incluso, mencionan que se puede acelerar el algoritmo mediante una solución inicial *buena*, para lo que sería necesario una heurística eficiente.

Al modificar el modelo anterior añadiendo una restricción de presupuesto, Zimmermann et al. (1997) [26] proponen un modelo, que adicionalmente permite que el número máximo y mínimo de vehículos que circulan no sean necesariamente los mismos. Este modelo se resuelve mediante generación de columnas y desigualdades válidas, además se presentan resultados de ferrocarriles de Alemania, Suiza y Países Bajos. La principal ventaja en comparación con los modelos anteriores es el tiempo de solución para las instancias, ya que son relativamente rápidas y permite que se pueda trabajar de manera interactiva, es decir si los datos cambian, se pueden probar diferentes escenarios.

Por otra parte, Bussieck (1998) [4] propone un enfoque llamado *enfoque revisado de pasajeros directos*, en este trabajo primero descompone la red de transporte en tres diferentes: corta distancia, media distancia y larga distancia, esto dado que un pasajero que quiere realizar un viaje de larga distancia desde una ciudad pequeña a otra, debe viajar primero a otra ciudad intermedia, utilizar la red de larga distancia para viajar a una siguiente ciudad cerca de la ciudad de destino y volver a la red de

corta distancia. Por lo tanto, se puede encontrar la solución de forma independiente en las diferentes redes de transporte.

El autor parte del hecho de que los pasajeros tomarán el camino más corto y con esto obtiene la *carga de viaje* en cada conexión que se puede obtener mediante la suma de pasajeros que pasan por dicha conexión para todos los caminos de los nodos en la matriz origen-destino, y construye un primer modelo utilizando requisitos de frecuencia y restricciones de capacidad.

Con este modelo inicial, no resulta posible resolver problemas para conjuntos de líneas muy grandes en un tiempo razonable. Por esta razón, también se presenta una relajación de algunas restricciones relacionados con el problema de flujo *multiproducto*, una relajación lagrangiana y una relajación de integrabilidad, que ayudan a la resolución de problemas con instancias muy grandes, pues se reduce su tamaño de manera significativa. Sin embargo, la solución del problema relajado proporciona un conjunto de líneas que es factible pero el valor del número de pasajeros encontrado solo es un límite superior para la solución óptima. Además, para la resolución de la relajación se requiere de una inicialización correcta de los parámetros del algoritmo *branch & bound*, lo cual requiere de algunas pruebas y dependen de la instancia que se esté utilizando.

Así mismo, Bussieck utiliza varias técnicas de preprocesamiento, la primera se encarga de eliminar algunas restricciones del problema relajado, la siguiente técnica se enfoca en eliminar y agregar algunas variables, y la mejor técnica se basa en agregar variables para los pares de la matriz origen-destino. Estas técnicas ayudan en la reducción del problema y contribuyen a resolver los problemas con instancias muy grandes.

A continuación, el autor mejora la relajación del problema mediante desigualdades válidas o cortes a ciertas desigualdades del modelo, las cuales están enfocadas en eliminar soluciones fraccionarias. De esta forma se obtiene mejoras significativas llegando a resolver el problema en un tiempo computacional razonable.

Por último, para este modelo se menciona cómo la solución del problema relajado mejorado ayuda a encontrar la solución para el primer modelo planteado. Con esto se concluye que se puede resolver el modelo

en un tiempo razonable incluso para instancias muy grandes.

En la tesis de doctorado de Bussieck también se prueba que los problemas de planificación de líneas son *NP-difícil* si contienen las restricciones mínimas y máximas de frecuencia sobre las líneas, las cuales garantizan el nivel mínimo de servicio y las restricciones técnicas respectivamente. Sin embargo, existen casos especiales donde estos problemas se pueden resolver fácilmente: cuando la cantidad máxima de vehículos que circulan en una conexión es infinita o cuando todos los caminos en la red pueden ser líneas. Como estos casos son especiales y no muy realistas, en general, el problema que se va a abordar es *NP-difícil*, es por esto que se utilizan varias técnicas como: relajaciones, desigualdades válidas y preprocesamiento, para poder encontrar una solución para instancias muy grandes.

Dentro de este mismo trabajo se presenta el software *LOP* basado en la biblioteca *CPLEX* que implementa el modelo para pasajeros directos, obteniendo una solución factible y el rendimiento de la solución. Además, el programa proporciona una interfaz gráfica que indica el conjunto de líneas obtenido. Al final de su trabajo, Bussieck presenta extensiones del problema tales como:

1. Versión ponderada del problema: el problema de maximización de pasajeros y su relajación puede ser modificado en su función objetivos al dar mayor contribución a ciertos pasajeros, por ejemplo una contribución relacionada a la distancia entre el origen y destino.
2. Flexibilidad vs dureza: se menciona que el problema puede ser flexible al superar problemas como, por ejemplo, el tener un plan con demasiadas líneas, el cual se supera añadiendo una restricción. Y también el hecho de que el tiempo de solución aumenta lo cual indica la dureza de la sensibilidad en el modelo.
3. Problemas relacionados: este modelo puede ser útil para otros tipos de modelos de enrutamiento y diseño de líneas.
4. Planificación de líneas con generación de columnas retrasada: se desarrolla lo fundamental para implementar un algoritmo *branch-and-price* para casos particulares del modelo de pasajeros directos

relajado.

Por último, el trabajo realizado por Quak (2003) [19] sobre autobuses, desarrolla un algoritmo de dos etapas, en la primera construye las líneas y en la segunda las frecuencias, además de los horarios para las salidas. La diferencia con los demás modelos, es que construye las líneas desde cero sin tomarlas de un conjunto de líneas previamente dado. Este modelo además toma en cuenta otros objetivos como: minimizar el tiempo total de viaje y minimizar el tiempo medio de desvío de las solicitudes de los pasajeros.

Capítulo 3

Formulación del Modelo

3.1. Definiciones preliminares

Definición 1. Grafo (no dirigido). Un grafo $G = (V, E)$ consiste en un conjunto de nodos V y un conjunto de aristas $E \subset \{\{i, j\} : i, j \in V\}$. La arista $e = \{i, j\}$ conecta el nodo i y j , sin importar la dirección de la conexión, es decir $\{i, j\} = \{j, i\}$.

Definición 2. Grafo dirigido. Un grafo dirigido $G = (V, A)$ consiste en un conjunto de nodos V y un conjunto de arcos $A \subset V \times V$. El arco $a = (i, j)$ representa una conexión desde el nodo i al nodo j .

Definición 3. Camino. Un camino P en un grafo consiste en una lista de nodos y aristas $P = (v_1, e_1, v_2, e_2, \dots, e_{n-1}, v_n)$ tal que las aristas cumplen que $e_i = \{v_i, v_{i+1}\}$ para todo $i \in \{1, \dots, n-1\}$. También se escribe como $P = (e_1, e_2, \dots, e_{n-1})$ y además $v \in P, e \in P$ representan que el nodo o arista forma parte del camino.

Además, un camino se llama *simple* si cada nodo está contenido una sola vez en este.

Definición 4. Camino más corto. Dado un grafo dirigido o no dirigido $G = (V, E)$, y sea len_e la longitud de cada arista. Un camino más corto de s a t es un camino $P = (s, e_1, v_2, \dots, e_{n-1}, t)$ tal que la longitud del camino $len_P = \sum_{e \in P} len_e$ es mínima.

Definición 5. Red de transporte público (PTN). Una red de transporte público (PTN) es un grafo (V, E) , en el cual V son los nodos que representan las paradas o estaciones y E son las conexiones directas entre los nodos (vías). Las aristas E pueden ser dirigidas o no dirigidas según como sean las conexiones entre las paradas.

Definición 6. Matriz origen-destino (OD). Una matriz $OD = (OD_{u,v})_{u,v \in V}$ contiene el número de pasajeros que se transportan de u a v para cada par OD (u, v) . Se nota que $(u, v) \in OD$ para todo par OD tal que $OD_{u,v} > 0$.

Definición 7. Línea. Una línea l es un camino simple en la PTN, el cual representa la ruta por la que las unidades de transporte prestan su servicio, cada viaje por esta ruta será operado por un vehículo de principio a fin.

El costo c_l representa el costo de operar un viaje por la línea y la frecuencia f_l de una línea l indica la frecuencia con la que se ofrece el servicio en la línea l en un determinado tiempo.

Definición 8. Reservorio de líneas. (Pool de líneas). Un reservorio de líneas \mathcal{L}^0 es un conjunto de líneas que contiene las líneas posibles a ser operadas en una PTN.

Definición 9. Concepto de líneas. Un concepto de líneas $\mathcal{L} = (\mathcal{L}^0, f)$ es un reservorio de líneas con sus respectivas frecuencias f_l para cada $l \in \mathcal{L}^0$.

Para facilitar la notación se escribe que $l \in \mathcal{L}$ si $l \in \mathcal{L}^0$ y $f_l > 0$.

Definición 10. Concepto de líneas factible. Dada una PTN (V, E) donde para cada arista $e \in E$ su frecuencia, es decir las veces que transita un vehículo por esta, es acotada superior e inferiormente por f_e^{max} y f_e^{min} respectivamente, y sea \mathcal{L}^0 el reservorio de líneas. Un concepto de líneas $\mathcal{L} = (\mathcal{L}^0, f)$ es factible si para cada arista se cumple que:

$$f_e^{min} \leq \sum_{l \in \mathcal{L}^0: e \in l} f_l \leq f_e^{max}$$

Definición 11. Viajero directo. Dada una PTN (V, E) , un viajero directo es un pasajero que no tiene que realizar transferencias entre diferentes

líneas en su camino entre su origen u y su destino v , con $u, v \in V$.

3.2. Modelo con enfoque revisado de pasajeros directos (LOP)

En esta sección se presenta un modelo para la planificación de líneas basado en maximizar el número de pasajeros directos propuesto por Bus-sieck (1998) [4] y se resumen los principales resultados obtenidos.

El problema de maximizar el número de pasajeros directos se plantea como:

Problema 1. Dada una PTN (V, E) con cotas f_e^{max} y f_e^{min} para cada $e \in E$, un reservorio de líneas \mathcal{L}^0 y una matriz OD, se debe encontrar un concepto de línea $\mathcal{L} = (\mathcal{L}^0, f)$ factible que maximice el número de pasajeros directos en caminos más cortos.

El autor plantea que se puede resolver el problema relacionándolo con un problema entero *multiproducto* de diseño de red de flujo. Para ello, primero se realiza el supuesto de que la cota inferior de frecuencia para las líneas junto con la capacidad de los vehículos C proporcionan la capacidad suficiente para el volumen total de tráfico $ld(e)$ (número de pasajeros que utilizan la arista e), es decir que

$$f_e^{min} \cdot C \geq ld(e) \quad (3.1)$$

Ahora, se considera un concepto de líneas factible

$$\mathcal{L} = \{(l, f_l) : l \in \mathcal{L}' \subset \mathcal{L}^0, f_l \in \{1, \dots, \varphi_{max}^l\}\},$$

con $\varphi_{max}^l = \min_{e \in l} f_e^{max}$.

Es decir, un concepto de líneas con frecuencias acotadas por el mínimo de la cota máxima de las aristas en las líneas.

Además, se supone que se conoce los caminos más cortos $\mathcal{L}_{a,b} \subset \mathcal{L}^0$ para cada par (a, b) de la matriz OD y la capacidad C de los vehículos. Por lo tanto, si se considera una línea $(l, f_l) \in \mathcal{L}$, esta línea puede ser usada como una conexión directa para los pasajeros de los pares (a, b) de

la matriz OD con $l \in L_{a,b}$.

Para formular el modelo, se introduce la variable entera $y_{l,a,b} \in \mathbb{Z}^+$ que representa el número de pasajeros directos del par $(a,b) \in OD$ en la línea (l, f_l) . Los pasajeros del par $(a,b) \in OD$ usan una sección de $l_{a,b}$ de l , por lo que contribuyen a la carga de tráfico de la línea (l, f_l) solo en las aristas $e \in l_{a,b}$.

Trivialmente se tiene que el número de pasajeros directos del par $(a,b) \in OD$ están sujetos a la restricción:

$$\sum_{l \in \mathcal{L}_{a,b}} y_{l,a,b} \leq OD_{a,b} \quad (3.2)$$

En relación con el problema de flujo *multiproducto* estas restricciones representan las cotas de oferta y demanda de un producto (a,b)

Para cada línea $l \in \mathcal{L}^0$ se introduce una variable $x_l \in \mathbb{Z}^+$ que denota la frecuencia de la línea l en el concepto de líneas que se va a encontrar. Con esto, se debe cumplir con la capacidad de las líneas (l, x_l) dada por $C \cdot x_l$ para cada $e \in l$. Es decir que para cada arista $e \in l$ y todos los pares $(a,b) \in OD$ con $l \in \mathcal{L}_{a,b}$ y $e_{a,b}$, los pasajeros directos de la matriz OD en las líneas l están sujetos a la capacidad de la línea en la arista e . Así, se tiene la siguiente restricción:

$$\sum_{\substack{(a,b) \in OD \\ r \in \mathcal{L}_{a,b}, e \in l_{a,b}}} y_{l,a,b} \leq C \cdot x_l \quad (3.3)$$

En el problema de flujo *multiproducto* estas desigualdades describen las restricciones de capacidad, y la conservación de flujo esta implícita en las variables $y_{l,a,b}$, pues corresponden a los caminos que conectan a y b para el producto (a,b)

La función objetivo de maximizar el número de pasajeros directos para todos los pares OD y todas las líneas se puede formular por:

$$\max \sum_{(a,b) \in OD} \sum_{l \in \mathcal{L}_{a,b}} y_{l,a,b} \quad (3.4)$$

Por último, utilizando la restricción de concepto de líneas factible, se

tienen las siguientes desigualdades para cada $e \in E$:

$$f_e^{min} \leq \sum_{l \in \mathcal{L}^0: e \in l} x_l \leq f_e^{max} \quad (3.5)$$

Combinando las restricciones 3.2, 3.3, 3.4 y 3.5, se formula el modelo entero de la siguiente forma:

$$(LOP) \left\{ \begin{array}{l} \max \sum_{(a,b) \in OD} \sum_{l \in \mathcal{L}_{a,b}} y_{l,a,b} \\ \text{s.t.} \\ \sum_{l \in \mathcal{L}^0: e \in l} x_l \geq f_e^{min} \quad \forall e \in E, \\ \sum_{l \in \mathcal{L}^0: e \in l} x_l \leq f_e^{max} \quad \forall e \in E, \\ \sum_{l \in \mathcal{L}_{a,b}} y_{l,a,b} \leq OD_{a,b} \quad \forall (a,b) \in OD, \\ \sum_{\substack{(a,b) \in OD \\ r \in \mathcal{L}_{a,b}, e \in l_{a,b}}} y_{l,a,b} \leq C \cdot x_l \quad \forall l \in \mathcal{L}^0, \forall e \in l, \\ x_l \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall l \in \mathcal{L}^0, \\ y_{l,a,b} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall l \in \mathcal{L}_{a,b}, \forall (a,b) \in OD. \end{array} \right. \quad (3.6)$$

Dentro del trabajo del autor se menciona que los conjuntos de datos con los que trabaja proveen toda la información requerida para el modelo (LOP) 3.6, excepto el reservorio de líneas posibles \mathcal{L}^0 , pues su determinación depende de cada red de transporte y de sus restricciones operativas. Se puede utilizar las líneas en caminos más cortos cuando no se tiene más información relevante para encontrarlo.

Además, los datos utilizados por el autor representan un problema de gran tamaño que requiere mucho tiempo para ser resuelto, por lo que solo se presentan los resultados de las instancias más pequeñas, ya que el resto muestran un rendimiento insatisfactorio debido al alto consumo de tiempo para obtener un resultado.

Adicionalmente, el modelo puede incluir la restricción de presupuesto dada por:

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} c_l f_l \leq B \quad (3.7)$$

Donde el costo se calcula de la forma:

$$c_l = c_{fixed} + \sum_{e \in l} (c_{len} \cdot len_e + c_{edges}) + c_{vehicles},$$

donde c_{fixed} es el costo fijo para operar una línea, c_{length} el costo por cada unidad de longitud de la arista, c_{edges} el costo de operar por la arista y $c_{vehicles}$ el costo del vehículo que opera por la línea.

Al modelo (LOP) 3.6 incluida la restricción de presupuesto se nota como (LOPB)

Cabe aclarar, que se puede optimizar los pasajeros directos y el costo de las líneas al mismo tiempo, esto se conoce como *Optimización multicriterio*. Una de las técnicas más sencillas para abordar este problema es el método de sumas ponderadas, que propone combinar la función objetivo en una suma ponderada, para este caso la función objetivo estaría dada por:

$$max \quad w_1 \cdot \sum_{(a,b) \in OD} \sum_{l \in \mathcal{L}_{a,b}} y_{l,a,b} - w_2 \cdot \sum_{l \in \mathcal{L}} c_l f_l \quad (3.8)$$

donde $w_i \in (0, 1)$, $i = \{1, 2\}$, y $w_1 + w_2 = 1$

3.3. Una relajación del modelo (LOP)

Las relajaciones presentadas por el autor están relacionadas con los métodos de relajación para los problemas *multiproducto*.

La primera relajación es aplicada a las restricciones 3.3, al relajar:

$$\sum_{\substack{(a,b) \in OD \\ r \in \mathcal{L}_{a,b}, e \in l_{a,b}}} y_{l,a,b} \leq C \cdot x_l \quad \forall l \in \mathcal{L}^0, \forall e \in l$$

a

$$y_{l,a,b} \leq C \cdot x_l \quad \forall (a,b) \in OD, \forall l \in \mathcal{L}_{a,b} \quad (3.9)$$

De esta forma, se acota cada elemento de la sumatoria en lugar de la

suma, lo cual representa las restricciones de capacidad de las líneas en $\mathcal{L}_{a,b}$ para los pasajeros directos de un solo par (a,b) en OD .

Además, se puede unir todas las restricciones 3.9 de un par $(a,b) \in OD$ como:

$$\sum_{l \in \mathcal{L}_{a,b}} y_{l,a,b} \leq C \cdot \sum_{l \in \mathcal{L}_{a,b}} x_l \quad (3.10)$$

Así, las variables y de un par $(a,b) \in OD$ siempre están en la forma $\sum_{l \in \mathcal{L}_{a,b}} y_{l,a,b}$, por lo que se puede sustituir por una sola variable $y_{a,b}$ que representa el número de pasajeros directos en todas las líneas adecuadas. Así, el modelo relajado se formula como:

$$(lop) \left\{ \begin{array}{l} \max \sum_{(a,b) \in OD} y_{a,b} \\ \text{s.r.} \\ \sum_{l \in \mathcal{L}^0: e \in l} x_l \geq f_e^{min} \quad \forall e \in E, \\ \sum_{l \in \mathcal{L}^0: e \in l} x_l \leq f_e^{max} \quad \forall e \in E, \\ y_{a,b} \leq OD_{a,b} \quad \forall (a,b) \in OD, \\ y_{a,b} \leq C \cdot \sum_{l \in \mathcal{L}_{a,b}} x_l \quad \forall (a,b) \in OD, \\ x_l \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall l \in \mathcal{L}^0, \\ y_{a,b} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall (a,b) \in OD. \end{array} \right. \quad (3.11)$$

También, se puede relajar la integrabilidad de las variables $y_{a,b}$ a $y_{a,b} \in \mathbb{R}^+$, puesto que

$$y_{a,b} = \min \left\{ OD_{a,b}, C \cdot \sum_{l \in \mathcal{L}_{a,b}} x_l \right\},$$

y la integrabilidad de x , $OD_{a,b}$ y C implica la integrabilidad de $y_{a,b}$.

Al solucionar el modelo relajado (lop) 3.11 se obtiene un concepto de líneas factible, pero el valor objetivo es una cota superior para el número de pasajeros directos.

Por otro lado, al utilizar la relajación, el modelo reduce sustancialmente su tamaño y obtener su solución es más rápida incluso para instan-

cias grandes. Sin embargo, el autor menciona que para resolver el modelo (lop) se requiere de parámetros precisos para el algoritmo computacional implementado en *CPLEX*, lo que requiere de varios experimentos dependiendo de cada instancia.

3.3.1. Preprocesamiento

Para mejorar el modelo (lop) 3.11 el autor propone un preprocesamiento específico del problema.

La primera técnica elimina algunas restricciones de 3.5. Para esto, se asume que la PTN (V, E) contiene un camino $(v = u_0, u_1, \dots, u_{k-1}, u_k = w)$, así para cada arista $e = \{u_{i-1}u_i\}, i \in \{1, \dots, k\}$ se puede reemplazar las $2k$ restricciones por:

$$f_{v,w}^{min} := \max_{i \in \{1, \dots, k\}} f_{u_{i-1}u_i}^{min} \leq \sum_{l \in \mathcal{L}^0: e \in l} x_l \leq \min_{i \in \{1, \dots, k\}} f_{u_{i-1}u_i}^{max} =: f_{v,w}^{max}, \quad (3.12)$$

reduciendo así la cantidad de restricciones.

La siguiente técnica elimina algunas variables y . Al considerar un par $(a, b) \in OD$ con $\{a, b\} \in E$, se puede notar que si $OD_{a,b} \leq C \cdot f_{a,b}^{min}$ entonces $y_{a,b} = OD_{a,b}$, puesto que existe al menos $f_{a,b}^{min}$ vehículos para proporcionar una conexión directa para el par $(a, b) \in OD$. Además, si hay una línea de a a b en \mathcal{L}^0 , entonces $y_{a,b} = \min\{OD_{a,b}, C \cdot f_{a,b}^{max}\}$, ya que se puede incrementar la frecuencia de $l_{a,b}$ para alcanzar la capacidad suficiente para $y_{a,b}$. De esta forma, se puede eliminar esta variable $y_{a,b}$ del problema.

Asimismo, si $\{a, b\}$ es un arista en el camino $(v = u_0, u_1, \dots, u_{k-1}, u_k = w)$ que pertenece a \mathcal{L}^0 , similar a lo anterior se tiene que $y_{a,b} = \min\{OD_{a,b}, C \cdot f_{vw}^{max}\}$ en cualquier solución óptima, por lo que se puede eliminar esta variable $y_{a,b}$ del problema.

Del mismo modo, se puede eliminar variables correspondientes a los pares $(u_i, u_j) \in OD$ de un camino $(v = u_0, u_1, \dots, u_{k-1}, u_k = w)$, si $OD_{u_i, u_j} \leq f_{vw}^{min}$ o el camino pertenece a \mathcal{L}^0 .

Otra de las técnicas de preprocesamiento agrega variables y correspondientes a los pares OD (a_1, b_1) y (a_2, b_2) con $\mathcal{L}_{a_1, b_1} = \mathcal{L}_{a_2, b_2}$ y $l_{a_1, b_1} \cap l_{a_2, b_2} \neq \emptyset$ para cada $l \in \mathcal{L}_{a_1, b_1} = \mathcal{L}_{a_2, b_2}$. Esto ocurre para pares OD (a, b_1) y (a, b_2) donde

b_1 y b_2 pertenece a los nodos internos del camino ($v = u_0, u_1, \dots, u_{k-1}, u_k = w$). El autor discute y demuestra la influencia de esta agregación en el modelo (lop) y (LOP), concluyendo que reduce significativamente el tamaño del problema y se obtiene una relajación más cercana a (LOP).

3.3.2. Generación de restricciones

Las técnicas de generación de restricciones para mejorar el modelo (lop) 3.11, están basadas en desigualdades o cortes válidos.

Las primeras desigualdades válidas se relacionan con las variables x de las restricciones 3.5, las cuales se centran en eliminar soluciones fraccionarias. Para esto primero se definen: $\alpha_{E'}^l := |l \cap E'|$, $\alpha_{E'}^{max} = \max \{\alpha_{E'}^l | l \in \mathcal{L}^0\}$ y $\alpha_{E'}^{min} = \min \{\alpha_{E'}^l | l \in \mathcal{L}^0, \alpha_{E'}^l \geq 2\}$, con $E' \subset E$, y se prueba que las siguientes desigualdades son cortes válidos para (lop):

$$\sum_{l \in \mathcal{L}^0, \alpha_{E'}^l \geq 1} x_l \geq \left\lceil \frac{f_{E'}^{min}}{\alpha_{E'}^{max}} \right\rceil \quad (3.13)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}^0, \alpha_{E'}^l \geq 2} x_l \geq \left\lceil \frac{f_{E'}^{max}}{\alpha_{E'}^{min}} \right\rceil \quad (3.14)$$

Debido al número exponencial de estos cortes, se trata de generar y separarlos dinámicamente.

El segundo grupo de desigualdades válidas se obtiene al definir el conjunto de soluciones factibles como:

$$P = \{(x, y) | ay \leq b_1x + c_1, ay \leq b_2x + c_2, x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{R}\}$$

con $a, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \mathbb{R}$ y $b_1 > b_2$

Y se prueba que la desigualdad

$$ay \leq (\Delta + b_2)x \Leftrightarrow \Delta \lceil \eta \rceil + c_2 \quad (3.15)$$

es válida para P , con $\eta = \frac{c_2 - c_1}{b_1 - b_2}$ y $\Delta = \lceil \eta \rceil (b_2 \Leftrightarrow b_1) + c_2 \Leftrightarrow c_1$

Por lo tanto con $y = y_{a,b}$ y $x = \sum_{l \in \mathcal{L}_{a,b}} x_l$, y las desigualdades $y_{a,b} \leq OD_{a,b}$ y

$y_{a,b} \leq C \cdot \sum_{l \in \mathcal{L}_{a,b}^0} x_l$. Se tiene que la desigualdad:

$$y_{a,b} \leq \Delta \sum_{l \in \mathcal{L}_{a,b}} x_l \Leftrightarrow \left\lceil \frac{OD_{a,b}}{C} \right\rceil + OD_{a,b} \quad (3.16)$$

con $\Delta = \left\lceil \frac{OD_{a,b}}{C} \right\rceil C + OD_{a,b}$, es válida para (lop) 3.11

Al aplicar el preprocesamiento y los cortes se obtienen significativas mejoras y se obtiene soluciones óptimas en tiempos computacionales apropiados.

3.3.3. Volver al modelo (LOP)

Una solución óptima de (lop) proporciona un concepto de líneas factible (x^{lop}, y^{lop}) . Dado que este modelo se deriva del relajamiento de las restricciones 3.3, la solución óptima $1^T y^{lop}$ es una cota superior para $1^T y^{LOP}$ de la solución óptima (x^{LOP}, y^{LOP}) de (LOP).

Por otro lado, se busca encontrar el número de pasajeros directos sujeto a las restricciones fijando las variables x a las obtenidas en x^{lop} . Así se tiene el modelo:

$$(LOP^{x^{lop}}) \left\{ \begin{array}{l} z^{x^{lop}} = \max \sum_{(a,b) \in OD} \sum_{l \in \mathcal{L}^{x^{lop}}} y_{l,a,b} \\ \text{s.r.} \\ \sum_{l \in \mathcal{L}_{a,b} \cap \mathcal{L}^{x^{lop}}} y_{l,a,b} \leq OD_{a,b} \quad \forall (a,b) \in OD, \\ \sum_{\substack{(a,b) \in OD \\ l \in \mathcal{L}_{a,b} \cap \mathcal{L}^{x^{lop}}, e \in l_{a,b}}} y_{l,a,b} \leq C \cdot x_l^{lop} \quad \forall l \in \mathcal{L}^{x^{lop}}, \forall e \in l, \\ y_{l,a,b} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall l \in \mathcal{L}_{a,b} \cap \mathcal{L}^{x^{lop}}, \forall (a,b) \in OD. \end{array} \right. \quad (3.17)$$

Se puede notar que $|\mathcal{L}^{x^{lop}}| = \left| \left\{ l : x_l^{lop} > 0, l \in \mathcal{L}^0 \right\} \right| < |\mathcal{L}^0|$, y por lo tanto el problema es más pequeño que (LOP).

Dado que la solución óptima $z^{x^{lop}}$ de $(LOP^{x^{lop}})$ 3.17 es una solución factible para (LOP), proporciona una cota inferior para $1^T y^{LOP}$ de la solución óptima (x^{LOP}, y^{LOP}) . Por lo tanto se tiene que:

$$1^T y^{lop} \geq 1^T y^{LOP} \geq z^{x^{lop}}$$

Así, al obtener las cotas para las diferentes instancias, se obtienen *gaps* razonables para la solución del problema (LOP).

Capítulo 4

Resultados Computacionales

En este capítulo se presentan los resultados computacionales obtenidos al resolver el modelo (LOPB) y el modelo relajado (lop) para maximizar el número de pasajeros directos sobre 5 instancias reales obtenidas a través de información proporcionada por el GAD de Cuenca, para un horizonte de planificación de un día de operación.

Los experimentos fueron realizados en una máquina virtual con sistema operativo Debian GNU/Linux 12 (bookworm) con procesador Intel(R) Core(TM) i5-1035G1 CPU @ 1.00GHz y 8 GB de memoria RAM.

Para la solución de los modelos se utilizó el software de código abierto *LinTim* [16] junto con los solvers Gurobi 10.0.2, Xpress 9.2.0, y la documentación dada en [15].

4.1. Preparación de instancias

En esta sección se describe el proceso de obtención de las instancias sobre las que se realiza la experimentación.

El sistema de transporte de Cuenca está conformado por 29 líneas que son operadas por las siguientes compañías (operadoras): BAÑOS, CUENCANA, LANCOMTRI, RICAURTESA, SIT, TOMBAMBAMBA, UNCÓMETRO y URBA10. Por esto, para encontrar las instancias, se las procesó de manera que cada operadora sea una instancia.

La información proporcionada por el GAD de Cuenca consta de dos archivos, en el [Apéndice A](#) se encuentra un ejemplo de estos archivos. El primero cuenta con información de las líneas de transporte y el segundo con los registros de validación de las tarjetas de transporte público del mes de octubre del 2023. Para referirse a cada archivo se los denominará como *LÍNEAS* y *VALIDACIÓN*, respectivamente

Para el tratamiento de los datos se utilizó el lenguaje R, junto con el entorno RStudio, donde se desarrolló un código que genera todas las instancias.

El primer archivo de *LÍNEAS*, contiene variables que almacenan información acerca de las paradas de las líneas. A continuación, se describen las variables:

- **Latitud y Longitud:** Ubicación geográfica de la parada.
- **ID.LINEA:** Identificador único para cada línea.
- **LINEA:** Nombre de la línea.
- **COMPANIA:** Compañía que opera la línea.
- **SENTIDO:** Dirección de la línea.
- **SECUENCIA:** Orden de la parada en la línea.
- **ID-PARADA:** Identificador único para cada parada.
- **PARADA:** Nombre largo o común de la parada.
- **ID-PROX PA:** Identificador de la parada consecutiva.
- **PARADA2:** Nombre de la parada consecutiva.
- **Distancia:** Distancia entre la parada y la parada consecutiva.
- **Tiempo seg:** Tiempo en segundos entre la parada y la parada consecutiva.
- **Tiempo minutos:** Tiempo en minutos entre la parada y la parada consecutiva.

Previamente se depuró la información del archivo debido a la existencia de los siguientes errores:

1. Separación decimal: la separación de decimales original utiliza comas. Se cambió las comas por puntos para asegurar una lectura correcta de los datos, esta corrección se la realizó en R.
2. Longitudes y latitudes con mal formato: se cambió valores de latitud y longitud que no tenían comas. Este error solo se presentó en 2 casos, por lo que se realizó directamente en Excel.
3. Líneas en dirección contraria: se verificó que algunas líneas no consideraban el sentido adecuado para algunos arcos, pues en otras líneas se consideraba el mismo arco en otro sentido. Para su solución se intercambió el sentido de estas líneas, para el caso de las líneas que tenían como valor *Ida* por *RETORNO* y las líneas con el valor *Retorno* por *IDA*.
4. Líneas con paradas "NO EXISTA ESA PARADA": se consideraron tres casos:
 - En el primer caso, las paradas se solucionaron al reetiquetar con los ID de las paradas existentes con la misma longitud y latitud, y cambiar el nombre correspondiente.
 - El segundo grupo fue corregido al comparar con la información de las líneas encontrada en la página web de la Alcaldía de Cuenca [9]
 - Finalmente, las paradas que se no encontraron en los casos anteriores fueron removidas de la base de datos

Para todos estos cambios se tomó en cuenta la información del tiempo y distancia. La [Tabla 4.1](#) muestra el error que se presentaba en ciertas líneas.

5. Líneas con secuencia inconsistente: en algunas líneas se tienen paradas extra al ordenarlas secuencialmente, la [Figura 4.1](#) muestra un ejemplo de este error. Esto se solucionó comparando con la información encontrada en la página web mencionada en el numeral anterior.

ID-PARADA	PARADA	ID-PROX PA	PARADA2
4564	NO EXISTE ESA PARADA	611	HOSPITAL DEL NINO
611	HOSPITAL DEL NINO	543	ENTRADA AL COMPLEJO DEP.CUENCA
543	ENTRADA AL COMPLEJO DEP.CUENCA	4566	NO EXISTE ESA PARADA
4566	NO EXISTE ESA PARADA	4567	NO EXISTE ESA PARADA
4567	NO EXISTE ESA PARADA	549	ENTRADA AL COMPLEJO DEP.CUENCA
549	ENTRADA AL COMPLEJO DEP.CUENCA	618	HOSPITAL DEL NINO
618	HOSPITAL DEL NINO	4565	NO EXISTE ESA PARADA

Tabla 4.1: Tabla de ejemplo error: "NO EXISTE ESA PARADA"

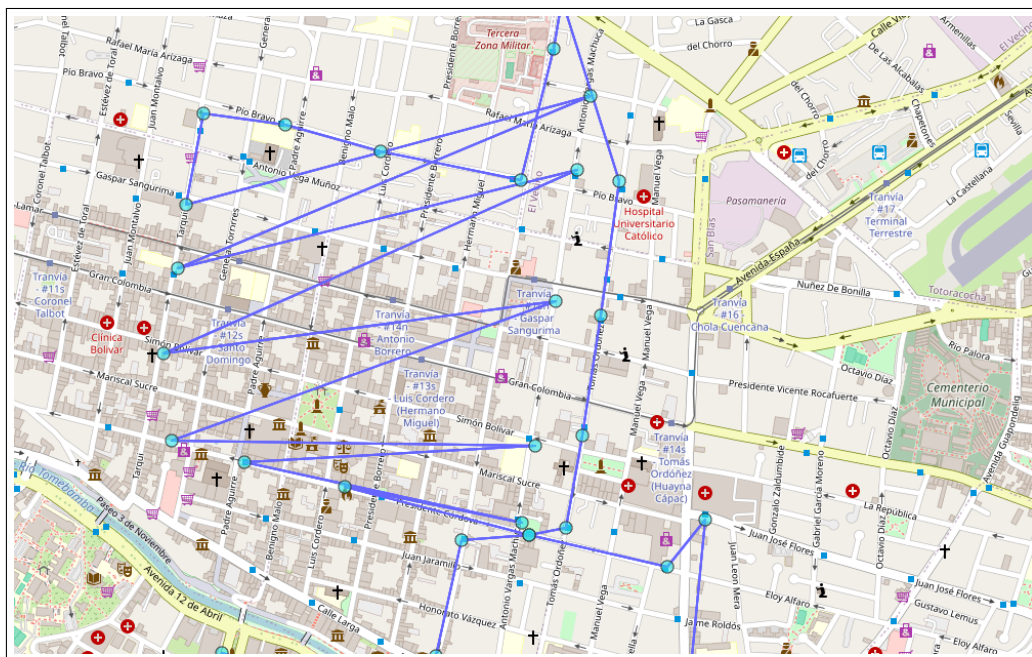


Figura 4.1: Imagen error: secuencia inconsistente

Fuente: Autor

6. Líneas con aristas sin conexión: el nodo final de la arista no era el nodo inicial de la siguiente arista, la [Tabla 4.2](#) muestra un ejemplo de esta situación. Para solucionar el problema, se restauró la conexión cambiando el nodo inicial por el final de la anterior arista.

SECUENCIA	ID-PARADA	PARADA	ID-PROX PA	PARADA2
51	1373	COMPLEJO BANCO CENTRAL	1293	URBANIZACION VALLE DE LOS RIOS
52	1293	URBANIZACION VALLE DE LOS RIOS	4118	URBANIZACION TERRANOVA
53	1224	REDONDEL PAN-AMERICANA NORTE	1173	HORMIAZUAY
54	1173	HORMIAZUAY	1112	ESCUELA CAZADORES DE LOS RIOS

Tabla 4.2: Tabla de ejemplo error: Líneas con aristas sin conexión

4.1.1. Construcción de la PTN

En primer lugar, se construyó la PTN de modo que los nodos sean las paradas, y exista una arista entre los nodos u y v , si hay al menos una línea que visita u y luego v .

Paradas

Para encontrar las paradas, se aplicó una transformación sobre la longitud y latitud de los datos, al multiplicar estos valores por el radio de la Tierra (6378 km) y restarlos por su valor mínimo. Esta transformación fue necesaria ya que LinTim reconoce los puntos en un plano y no en una esfera como estan dados.

Adicionalmente, se reetiquetó las ID de las paradas cuando se encontraban paradas con igual longitud y latitud. Posteriormente, dado que el software requiere un formato específico para el archivo de paradas, se modificó la ID con la longitud del conjunto de paradas y se guardó las ID originales en un diccionario. Finalmente, se exportó como el archivo `Stop.giv`.

Aristas

Para identificar el conjunto de aristas, se utilizó el mismo archivo con las paradas, paradas consecutivas, distancia y tiempo en segundos. Primero, se crearon dos columnas que corresponden a las cotas superiores

e inferiores de tiempo de viaje para cada arco. La cota superior se calculó como la función techo del tiempo en segundos al multiplicarlo por 0,75, mientras que la cota inferior se obtuvo al multiplicar por 1,25.

También, se reetiquetó las ID de las aristas que conectaban las mismas paradas y se dio el formato requerido por LinTim. Para ello, se cambió los ID de los nodos que se conectan por los que fueron guardados en el diccionario de las paradas, se cambió los ID de las aristas por la cantidad existente y se guardó este diccionario. Por último, se exportó las aristas como el archivo `Edge.giv`.

4.1.2. Construcción del reservorio de líneas

Para la construcción del reservorio de líneas, se considera que la PTN es dirigida y se filtra por la ID de línea según la compañía correspondiente. De acuerdo a la información proporcionada, se tiene el *SENTIDO* de la línea, por lo que las líneas procesadas se las tratará como dirigidas y como líneas diferentes para la *IDA* y el *RETORNO*, pues existen diferentes paradas para cada sentido.

De esta forma, se construyeron las líneas con los arcos consecutivos según el valor de *SECUENCIA*. Dado que el software también requiere que las enumeraciones de las líneas sean consecutivas, se reenumeró las líneas a partir de uno hasta la cantidad de líneas existentes. De esta forma, se exportó el archivo `Pool.giv`.

Para generar el costo de las líneas, se utilizó un algoritmo de LinTim detallado en [15], previamente definiendo el costo fijo de operar las líneas en 0,14 USD, el costo por kilómetro de 0,63 USD, el costo por recorrer las aristas en 0 USD y el costo de los vehículos 0 USD. Para justificar estos costos, se tomó como referencia la tesis de Cárdenas (2016) [11], donde calcula que el costo real por operación por kilómetro en el 2015 es de 0,55 USD y el costo fijo mensual es de 496,77 USD. Así, se utilizó la inflación de cada año hasta el 2024 para encontrar un valor más real, siendo estos de 0,63 USD y 562,43 USD. El costo fijo se dividió para 30 días y para un promedio de frecuencias al día. Así se obtuvo el archivo `Pool-Cost.giv`

Para generar las líneas adicionales que sobrecargan las instancias, se empleó un algoritmo de LinTim que crea un reservorio de líneas a partir

de la PTN especificando las paradas que pueden ser terminales en el archivo `Terminals.giv`. Se genera una gran cantidad de líneas, por lo que se seleccionaron líneas que tengan diferentes terminales de inicio y fin que cubran la mayor parte de la PTN.

4.1.3. Creación de la matriz OD

Por otro lado, para la creación de la matriz OD, se utilizó el archivo *VALIDACIÓN*, el cual contiene la información de *ID-PARADA*, *PARADA*, *ID.LINEA*, *LINEA* y *COMPANIA* para cada registro, además de la fecha y hora de validación. Luego se comparó la cantidad de registros por día, como se muestra en la [Figura 4.2](#).

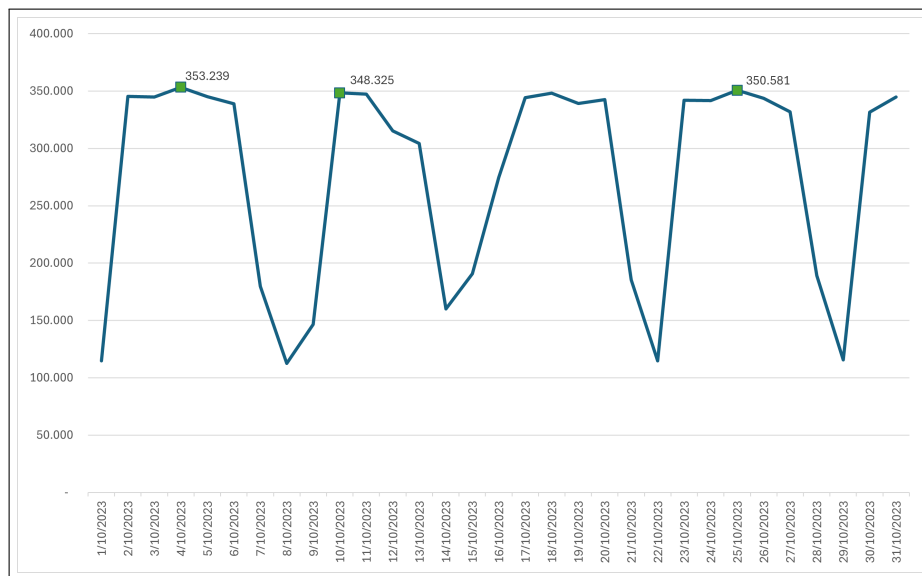


Figura 4.2: Validaciones por día - Octubre 2023

Fuente: Saltos J.

De esta forma se eligió únicamente los registros de los días 4, 10 y 25 de octubre, que corresponden a los días con mayor afluencia de pasajeros. Con esos registros se calculó el promedio de pasajeros transportados por las compañías en cada parada. Así, se obtuvo la demanda estimada, la cual se muestra en la [Figura 4.3](#).

Al utilizar el archivo `Stop.giv`, se añadió una nueva columna con el valor de la demanda para cada una de las paradas y se exportó en el archivo `Demand.giv`. Después, con un algoritmo de LinTim, se generó la

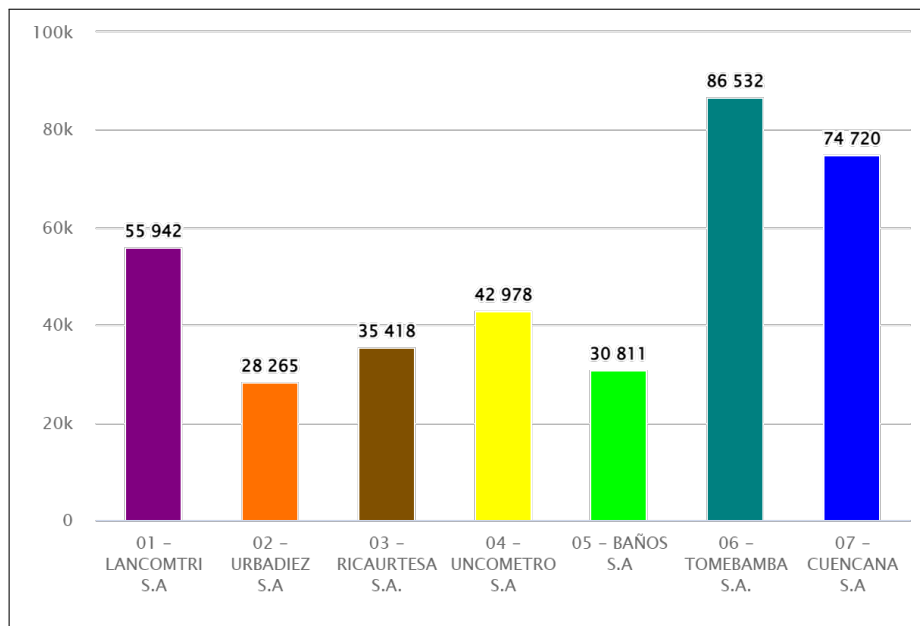


Figura 4.3: Demanda estimada de pasajeros por compañía

Fuente: Saltos J.

matriz OD correspondiente a la demanda para cada instancia. Este algoritmo se ejecuta creando caminos más cortos y asignando los pasajeros por las aristas correspondientes, para lo cual se necesitó configurar los siguientes parámetros:

- **od_use_network_distance; true:** define al tiempo de viaje como el factor en la distribución de los pasajeros en los caminos más cortos, a partir de los pares OD.
- **od_remove_uncovered_demand_points; false:** los nodos de demanda más alejados de las estaciones también se incluyen en el cálculo.
- **ptn_stop_waiting_time; 0.5:** el tiempo de espera de los vehículos en cada estación se asigna como medio minuto para el cálculo del camino más corto.

La cantidad de pasajeros en las matrices OD y los archivos Demand.giv tienen una diferencia ligera, esto debido a que el algoritmo contempla situaciones en las cuales los pasajeros deciden descender del vehículo que abordan, ya sea por el tiempo de espera o por equivocación

del medio de transporte. Además, cabe aclarar que en la base de datos de *VALIDACIÓN*, se presentan algunas paradas que no se encuentran en el archivo de *LÍNEAS*, por esto al momento de cruzar la información, se pierde cierta demanda.

Además, los algoritmos requieren de valores de carga sobre las aristas, las cuales se distribuyen a partir de la matriz *OD*. Estas cargas se calculan con un algoritmo de LinTim y sirven para encontrar la cota f_e^{min} como se indica en 3.1, mientras que la cota f_e^{max} se fijó como un valor que asegure la factibilidad del problema, en este caso 200 y para las instancias sobrecargadas 2000. La capacidad de los vehículos se asumió como 80 pasajeros, ya que según el Plan de Movilidad de Cuenca 2015-2025 [13] los diferentes buses operan con una capacidad promedio de 80 pasajeros entre sentados y parados.

Los algoritmos a los que se ha hecho referencia, que generan los archivos de la PTN y el problema en general, requieren la configuración de varios parámetros que se encuentran en los archivos *Config.cnf* y *Private – Config.cnf* como se detalla en [15]

Los datos de las instancias, el código para la generación de las mismas y los archivos auxiliares que necesita LinTim forman parte de este trabajo, y se entregan de forma digital.

A continuación se describen las instancias obtenidas:

4.1.4. Cuencana

Esta instancia está asociada a la *Compañía Cuencana de Transporte Urbano Comcuetu S.A.*, la cual es una red de transporte público dirigida que contiene 686 nodos, 695 aristas, 470596 pares OD y una demanda de 58795 pasajeros. El reservorio de líneas cuenta con 40 líneas (20 sin separar ida y retorno), las cuales se pueden visualizar en el esquema de la PTN en la [Figura 4.4](#), en donde cada línea se identifica con un color diferente.

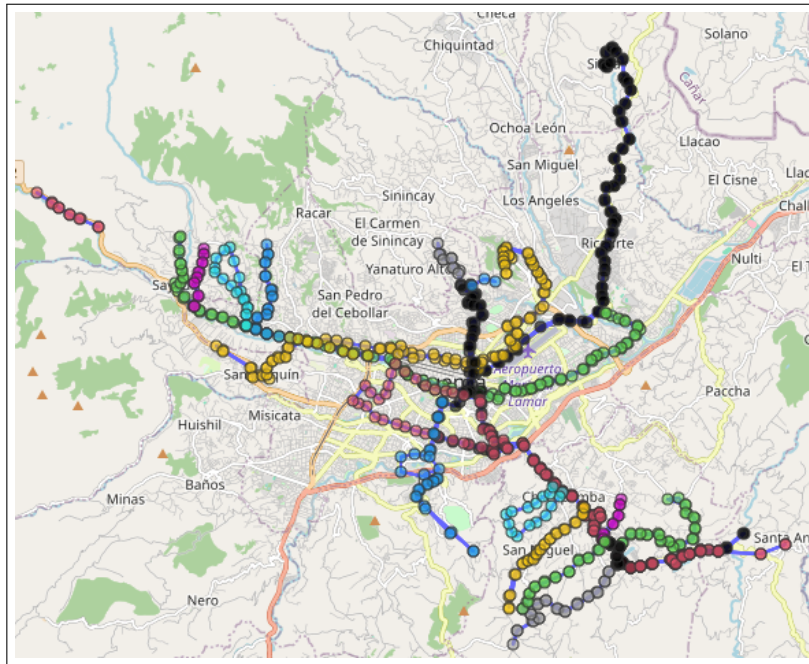


Figura 4.4: PTN de la instancia Cuencana

Fuente: Autor

4.1.5. Uncómetro

La segunda instancia corresponde a la compañía *Uncómetro S.A.*, la cual está relacionada a una red de transporte público dirigida, que contiene 285 nodos, 296 aristas, 81225 pares OD y una demanda de 37914 pasajeros. La [Figura 4.5](#) indica un esquema de la PTN junto con las 13 líneas (7 sin separar ida y retorno) del reservorio de líneas.

4.1.6. Cuencana-Uncómetro

La siguiente instancia se obtuvo al unir las dos instancias anteriores Cuencana y Uncómetro. De esta forma, se obtiene una red de transporte público dirigida con 910 nodos, 955 aristas, 828101 pares OD y una demanda de 96733 pasajeros. La [Figura 4.6](#) muestra la PTN junto con sus 53 líneas (27 sin separar ida y vuelta).

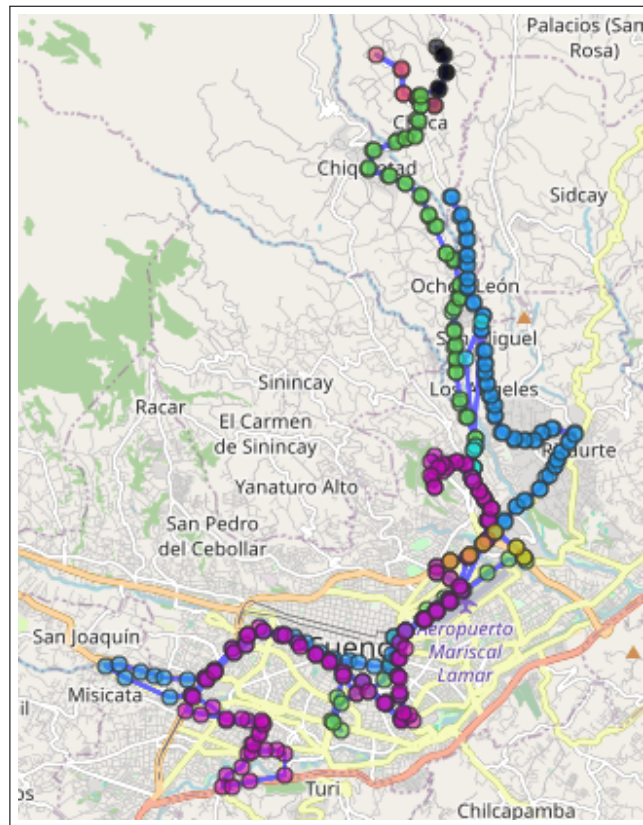


Figura 4.5: PTN de la instancia Uncómetro

Fuente: Autor

4.1.7. Cuencana sobrecargado

La sobrecarga de las instancias es útil para evaluar si el sistema de transporte es apto en condiciones de demanda extremas, y ayuda a una planificación a largo plazo en caso de tener un incremento de la misma.

Así, esta instancia se obtuvo mediante la modificación de la instancia real Cuencana. En primer lugar, se multiplicó la matriz OD por un factor de 10, lo que aumentó significativamente la demanda de pasajeros. Además, se agregaron 14 nuevas líneas al reservorio, las cuales cubren una gran parte de la PTN. De esta forma, la PTN es similar, con una demanda de 587950 pasajeros. El reservorio de líneas ahora cuenta con 54 líneas, como se muestra en el esquema de la PTN en la [Figura 4.7](#)

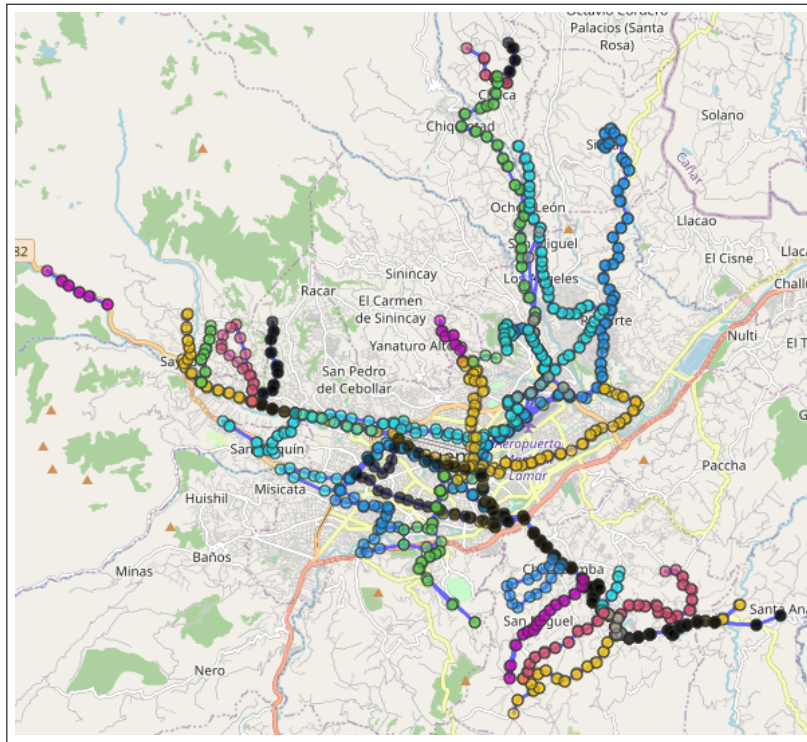


Figura 4.6: PTN de la instancia Cuencana-Uncómetro

Fuente: Autor

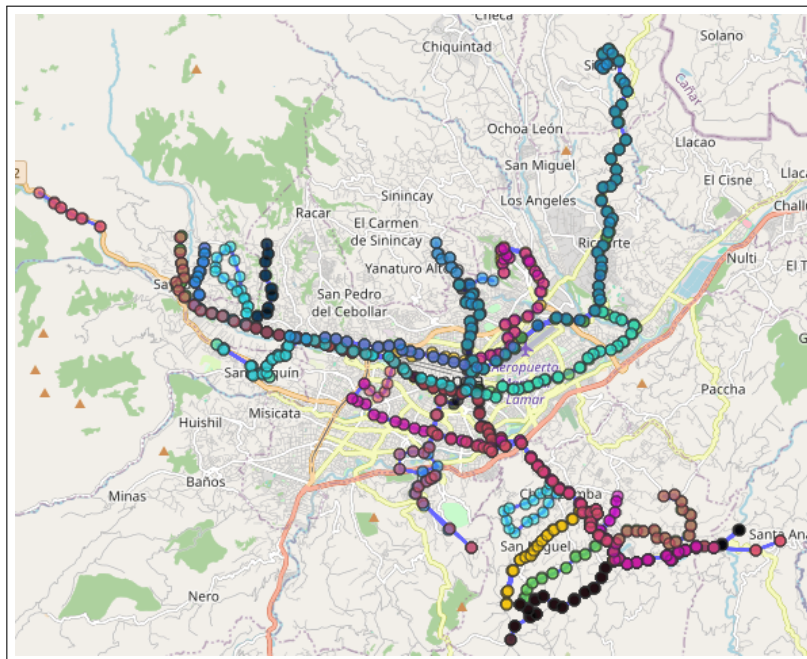


Figura 4.7: PTN de la instancia Cuencana sobrecargado

Fuente: Autor

4.1.8. Uncómetro sobrecargado

La última instancia se obtuvo de forma análoga a la instancia anterior, modificando la instancia real Uncómetro. Se multiplicó la matriz OD por 10 y se agregó cinco líneas al reservorio, que cubren gran parte de la PTN. Así, la demanda es de 379140 pasajero, y el reservorio de líneas contiene 18 líneas. La [Figura 4.8](#) muestra un esquema de la PTN junto con sus líneas.

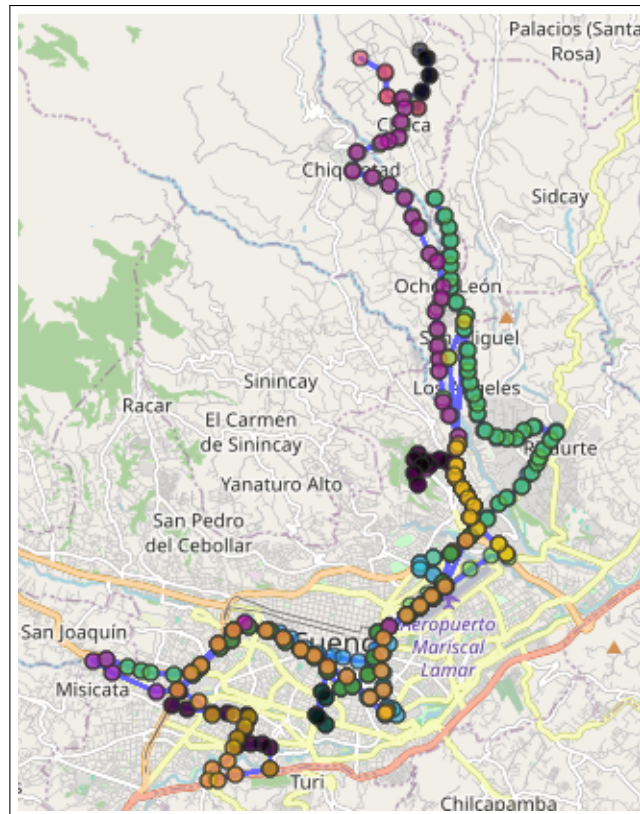


Figura 4.8: PTN de la instancia Uncómetro sobrecargado

Fuente: Autor

4.1.9. Resumen Instancias

La [Tabla 4.3](#) resume las características de la PTN y el reservorio de líneas de cada instancia.

Instancia	Nodos	Aristas	Líneas	Pares OD	Demanda
Cuencana	686	695	40	470596	58795
Uncómetro	285	296	13	81225	37914
Cuencana-Uncómetro	910	955	53	828101	96733
Cuencana sobrecargado	686	695	54	470596	587950
Uncómetro sobrecargado	285	296	18	81225	379140

Tabla 4.3: Resumen de las instancias

4.2. Variación del presupuesto

En este experimento, se investiga cómo el número de pasajeros directos se ve afectado por cambios en el presupuesto, tanto cuando aumenta como cuando disminuye, con el objetivo de encontrar un punto óptimo de presupuesto para alcanzar el máximo de pasajeros. Para ello, se prueba con 4 valores diferentes de presupuesto en el modelo (LOPB) y se muestra un diagrama de Pareto que ilustra las relaciones entre el presupuesto y el número de pasajeros directos; de esta forma se visualiza la influencia del presupuesto en el resultado.

4.2.1. Cuencana

El modelo (LOPB) asociado a esta instancia cuenta con 2280 variables y 4893 restricciones. Los valores de presupuesto considerados van desde el valor mínimo de 1076.51 USD que garantiza la factibilidad del modelo, hasta el valor de 5000 USD. En la [Tabla 4.4](#) se presenta los resultados para cada presupuesto.

Presupuesto	Valor objetivo	Costo	Mejor cota	Gap	Tiempo
1076.51	57789	1076.51	57789	0.00%	0.091s
1500	57789	1300.45	57789	0.00%	0.155s
2000	57789	1658.48	57789	0.00%	0.048s
5000	57789	1658.48	57789	0.00%	0.025s

Tabla 4.4: Resultados Cuencana con variaciones de presupuesto

Se puede observar que se alcanzan soluciones óptimas y los tiempos de solución son cortos para cualquier presupuesto asignado.

La [Figura 4.9](#) muestra la relación entre el presupuesto y los pasajeros directos. En este caso, dado que para cada presupuesto se alcanza la

misma cantidad de pasajeros los puntos que acumulan la cantidad de pasajeros presentan una relación lineal debido a la uniformidad de estos.

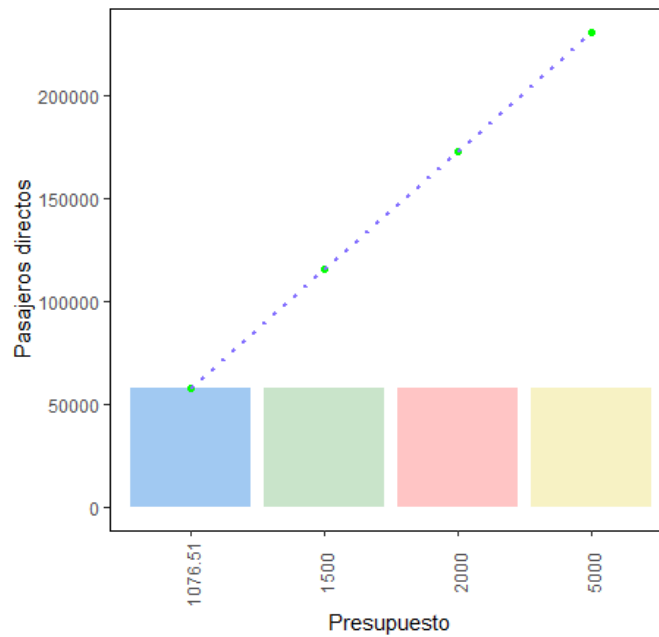


Figura 4.9: Relación presupuesto y pasajeros directos Cuencana

Fuente: Autor

Se observa que se alcanza la cantidad de 57789 pasajeros directos, independientemente del presupuesto asignado. Esto representa el 98,28 % de la demanda total.

Por otro lado, se ve que el costo de las líneas puede ir aumentando hasta alcanzar un máximo de 1658.48 USD, con la misma cantidad de pasajeros. Por esto, es claro que si el objetivo es únicamente de maximizar los pasajeros directos, se debería realizar con el menor presupuesto, ya que de lo contrario se estaría utilizando más dinero sin aumentar la cantidad de pasajeros directos que se movilizan en el sistema.

4.2.2. Uncómetro

Para esta instancia, el modelo consta de 1215 variables y 2720 restricciones. El valor del presupuesto varía entre el valor mínimo de factibilidad 777.97 USD y 2000 USD. La [Tabla 4.5](#) indica los resultados para cada presupuesto.

Presupuesto	Valor objetivo	Costo	Mejor cota	Gap	Tiempo
777.97	36407	777.97	36407	0.00 %	0.018s
900	36407	891.38	36407	0.00 %	0.019s
1000	36407	939.13	0.00 %	0.019s	
2000	36407	939.13	36407	0.00 %	0.018s

Tabla 4.5: Resultados Uncómetro con variaciones de presupuesto

Se puede ver que se alcanzan resultados óptimos en tiempos cortos para cualquier presupuesto.

La [Figura 4.10](#) indica la relación entre el presupuesto y los pasajeros directos, similar a la instancia anterior, se observa una relación lineal debido a la uniformidad de los pasajeros directos.

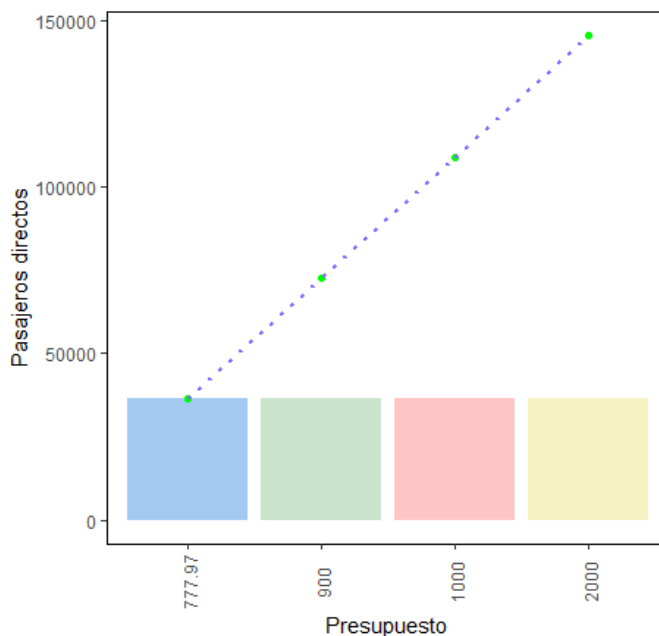


Figura 4.10: Relación presupuesto y pasajeros directos Uncómetro

Fuente: Autor

Se alcanza el máximo de 36407 pasajeros para cualquier valor de presupuesto. Esto representa el 96,03 % de la demanda total de pasajeros.

Además, se puede notar que el costo del plan de líneas aumenta desde el mínimo presupuesto hasta alcanzar un máximo de 929.13 USD. Análogo a la instancia anterior, a pesar de que el concepto de líneas tiene un mayor costo, se alcanza la misma cantidad de pasajeros directos. Por esto, se debería operar con el mínimo presupuesto si el objetivo es

beneficiar a los pasajeros al no realizar transferencias.

4.2.3. Cuencana-Uncómetro

La siguiente instancia se modela con 3277 variables y 8795 restricciones, se asignaron presupuestos desde 1964.81 USD, que era el mínimo que garantizaba factibilidad, hasta 5000 USD.

Los resultados de cada modelo con los diferentes presupuestos se pueden ver en la [Tabla 4.6](#). Se nota en esta que se encuentran soluciones factibles en un tiempo menor a un segundo.

Presupuesto	Valor objetivo	Costo	Mejor cota	Gap	Tiempo
1964.81	92135	1964.81	92135	0.00%	0.041s
2200	92135	2199.45	92135	0.00%	0.040s
2500	92135	2340.01	92135	0.00%	0.034s
5000	92135	3199.66	92135	0.00%	0.038s

Tabla 4.6: Resultados Cuencana-Uncómetro con variaciones de presupuesto

La relación entre el presupuesto y los pasajeros directos se muestra en la [Figura 4.11](#), de la misma forma que las instancias anteriores la uniformidad de los valores objetivos se representan en la línea recta graficada.

Se puede notar que el valor objetivo de 92135 pasajeros es constante para cualquier presupuesto que se asigne, estos pasajeros representan el 95,25% de la demanda total.

Por otro lado el costo del plan de líneas aumenta hasta alcanzar el máximo en 3199.66 USD, a pesar de lograr la misma cantidad de pasajeros directos. Es por esto que si se quiere maximizar el número de pasajeros directos se debería utilizar el presupuesto mínimo.

4.2.4. Cuencana sobrecargado

El modelo para la sobrecarga de la instancia Cuencana tiene 1600 variables y 3615 restricciones.

Los valores de presupuesto asignados varían de 9721.30 USD hasta 10009 USD, los resultados para los diferentes presupuestos se muestran

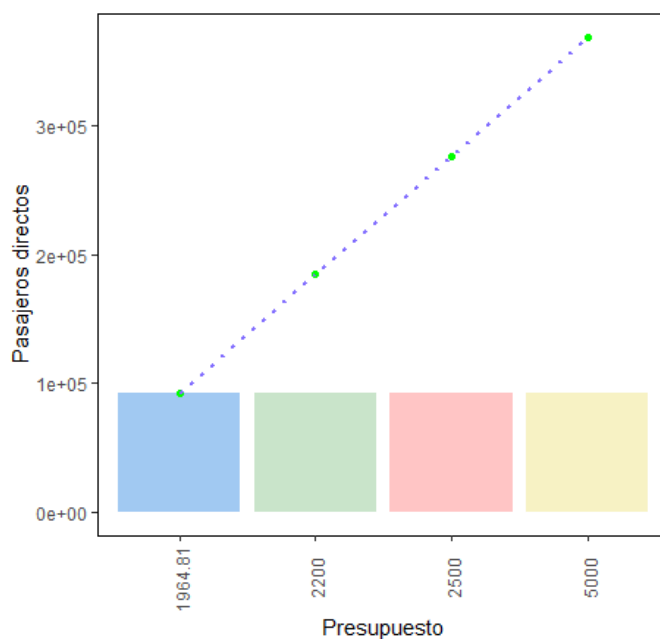


Figura 4.11: Presupuesto y pasajeros directos Cuencana-Uncómetro

Fuente: Autor

en la [Tabla 4.7](#).

Presupuesto	Valor objetivo	Costo	Mejor cota	Gap	Tiempo
9721.30	579750	9721.30	579750	0.00 %	0.112s
9800	580990	9798.04	581000	0.0017 %	0.223s
9900	580950	9899.90	581000	0.0086 %	0.227s
10009	581000	10008.29	581000	0.00 %	0.173s

Tabla 4.7: Resultados Cuencana sobrecargado con variaciones de presupuesto

Para identificar de mejor forma la relación entre el presupuesto y los pasajeros directos, se tiene la [Figura 4.12](#). Esto indica que parece haber una relación casi constante como en los anteriores casos, puesto que la diferencia en los valores objetivos no es tan significativa.

Sin embargo, más a detalle se puede notar que conforme se aumenta el presupuesto se aumenta el número de pasajeros directos desde 579750 hasta llegar a su máximo de 581000. Es decir se puede alcanzar una cobertura entre un 98,60 % a un 98,82 % de la demanda total.

Por otro lado, se puede notar que conforme se alcanza el máximo de pasajeros directos el costo aumenta. Es decir, que si se desea priorizar la calidad de los viajes desde el punto de vista de los pasajeros se debe

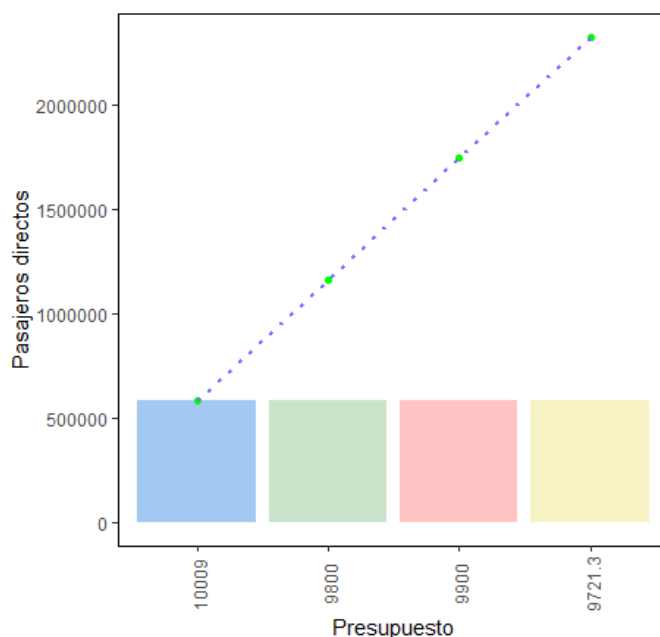


Figura 4.12: Presupuesto y pasajeros directos Cuencana sobrecargado

Fuente: Autor

asignar la mayor cantidad de presupuesto, en este caso 10009 USD, lo cual implica un aumento del 2,96 % del presupuesto mínimo.

4.2.5. Uncómetro sobrecargado

Para la última instancia, el modelo que se utilizó consta de 2243 variables y 2991 restricciones, para el cual se asignó presupuestos desde 7145.11 USD hasta 7235 USD. Los resultados para estos modelos se encuentran en la [Tabla 4.8](#).

Presupuesto	Valor objetivo	Costo	Tiempo	Mejor cota	Gap
7145.11	365590	7145.11	0.042s	365590	0.00 %
7180	366380	7177.81	0.057	366400	0.0055 %
7200	366566	7199.20	0.046	366602	0.0098 %
7235	366690	7234.92	0.735	366690	0.00 %

Tabla 4.8: Resultados Uncómetro sobrecargado con variaciones de presupuesto

La [Figura 4.13](#) muestra la relación entre el presupuesto y el valor objetivo para cada caso. La cual indica la uniformidad del valor objetivo, pues son muy similares.

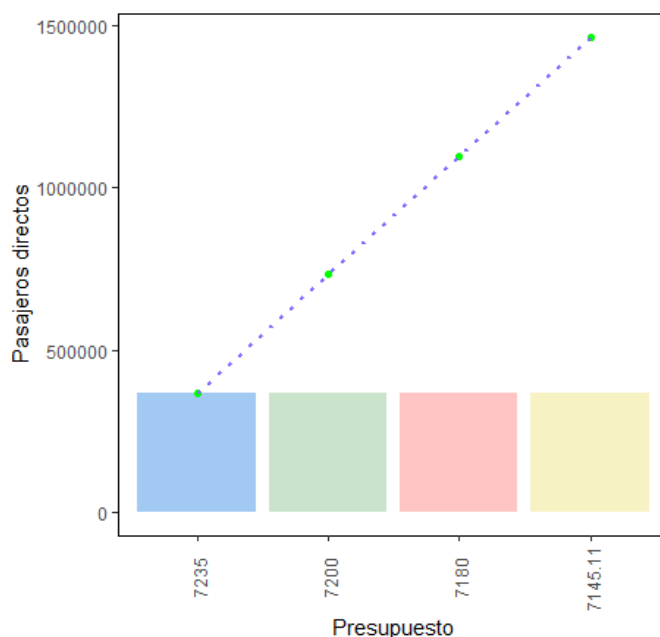


Figura 4.13: Presupuesto y pasajeros directos Uncómetro sobrecargado

Fuente: Autor

Se puede notar que el valor objetivo se encuentra alrededor de 365590 y 366690, es decir entre 96,43% hasta 96,72% de la demanda total de pasajeros.

Con el presupuesto más alto de 7235 USD, se logra obtener el valor más alto de pasajeros directos. Es así, que si se quiere maximizar esos pasajeros se debe asignar como mínimo el presupuesto de 7245 USD, lo cual implica un aumento del 1,26% del presupuesto mínimo.

4.3. Optimización multicriterio

En esta sección se incorpora el costo del plan de líneas en la función objetivo junto con el número de pasajeros directos como se describió en 3.8, ponderando el peso de cada criterio mediante pesos w_1 y w_2 , tales que $w_1 + w_2 = 1$, con $w_1, w_2 \in (0, 1)$.

Se utiliza 4 valores diferentes como coeficientes para la ponderación en la función objetivo. De esta forma, se busca identificar la combinación óptima de pesos que maximice el número de pasajeros y minimice el presupuesto.

El *factor* que se utiliza es la ponderación de los costos, mientras que la ponderación de los pasajeros directos es $1 - \text{factor}$. Los factores utilizados son: 0,50, 0,25, 0,10 y 0,90, de manera que se prueban tanto los casos en los que se da más peso a los pasajeros directos como aquellos en los que se da más peso al presupuesto.

Además, como solo se realiza un cambio en la función objetivo, todas las instancias cuentan con el mismo número de variables y restricciones.

4.3.1. Cuencana

Para este experimento, en la [Tabla 4.9](#) se muestra los resultados para los 4 factores.

Factor	Valor objetivo	Pasajeros Directos	Costo	Mejor cota	Gap	Tiempo
0.50	28356.2	57789	1076.51	28356.2	0.00%	0.513s
0.25	43072.62	57789	1076.51	43072.62	0.00%	0.884s
0.10	51900.9	57789	1092.30	51902.45	0.0030%	0.840s
0.90	4810.04	57789	1076.51	4810.04	0.00%	0.030s

Tabla 4.9: Resultados Cuencana multicriterio

Se puede ver que en todos los casos se alcanzan valores óptimos. El tiempo de ejecución se mantiene bajo un segundo cuando se da un peso de 0,9 al número de pasajeros directos y se observa que aumenta considerablemente cuando se generan otras combinaciones para los pesos. Sin embargo, se encuentra siempre bajo un segundo.

Para este caso, la función objetivo no tiene mucha interpretación, pues es una combinación lineal de costos y números de pasajeros, por lo que fue necesario desglosarla en las dos componentes.

Se puede notar que para 0,50, 0,25 y 0,90 factores se obtienen los mismos resultados, además de ser el resultado con menor presupuesto del primer experimento, donde se alcanzan 57789 pasajeros directos con un presupuesto de 1076.51 USD.

El único caso donde se tiene una ligera diferencia es cuando se le asigna un peso de 0,10 a los costos, obteniéndose la misma cantidad de pasajeros pero con un presupuesto un 1,47% más alto.

Esto sugiere que los factores óptimos son aquellos que no dan poca ponderación a los costos, ya que de otra forma se obtendrán planes con un costo más elevado.

4.3.2. Uncómetro

La [Tabla 4.10](#) resume los resultados para esta instancia.

Factor	Valor objetivo	Pasajeros Directos	Costo	Mejor cota	Gap	Tiempo
0.50	17814.5	36407	777.97	17814.5	0.00 %	0.084s
0.25	27110.8	36407	777.97	27110.8	0.00 %	0.024s
0.10	32688.5	36407	777.97	32688.5	0.00 %	0.029s
0.90	2940.53	36407	777.97	2940.53	0.00 %	0.040s

Tabla 4.10: Resultados Uncómetro multicriterio

Para estos factores los pasajeros y costos tienen el mismo valor, 37407 pasajeros directos y 777.97 USD. Estos resultados son los mismos que los obtenidos en el experimento de la sección anterior cuando el presupuesto asignado es el mínimo.

Así, para este caso los resultados son los mismos independientemente del factor utilizado.

4.3.3. Cuencana-Uncómetro

Los resultados de la instancia se presentan en la [Tabla 4.11](#)

Factor	Valor objetivo	Pasajeros Directos	Costo	Mejor cota	Gap	Tiempo
0.50	45085.1	92135	1964.81	45085.1	0.00 %	0.041s
0.25	68610	92135	1964.81	68610	0.00 %	0.046s
0.10	82724.2	92135	1972.70	82725.02	0.0010 %	0.040s
0.90	7445.17	92135	1964.81	7445.17	0.00 %	0.042s

Tabla 4.11: Resultados Cuencana-Uncómetro multicriterio

Se puede notar que al igual que la primera instancia los resultados son iguales para los factores de 0,50, 0,25 y 0,90, además de ser el resultado que coincide con el primer experimento cuando se restringe al mínimo presupuesto.

Los resultados varían cuando se da menor peso al costo del plan de líneas, siendo así que el costo se aumenta un 0,40 %, pero los pasajeros se mantienen. Por esto, se sugiere no asignar poco peso a los costos, ya que así se obtiene un plan más caro que transporta la misma cantidad de pasajeros.

4.3.4. Cuencana sobrecargado

La [Tabla 4.12](#) resume los resultados para cada factor utilizado en esta instancia.

Factor	Valor objetivo	Pasajeros Directos	Costo	Mejor cota	Gap	Tiempo
0.50	285601	580990	9788.80	285615.16	0.0051 %	0.126s
0.25	433295	580990	9788.80	433075.82	0.0028 %	0.129s
0.10	521912	580990	9788.80	521923.03	0.0021 %	0.123s
0.90	49303.1	580950	9768.78	49303.66	0.0012 %	0.193s

Tabla 4.12: Resultados Cuencana sobrecargado multicriterio

Para los tres primeros factores se tiene la misma respuesta de 580990 pasajeros y 9788.80 USD de costo del plan de líneas. Sin embargo, estas respuestas no coinciden con las obtenidas en el experimento anterior. Además, si se da más peso a los costos, estos disminuyen pero los pasajeros también disminuyen.

En este experimento no se logra obtener el máximo número de pasajeros posibles ni el mínimo de costos posibles, es por esto que el factor óptimo es el que asigne más peso a los pasajeros, es decir, el factor cero. Así se obtienen los resultados del primer experimento.

4.3.5. Uncómetro sobrecargado

Para la última instancia los resultados se pueden ver en la [Tabla 4.13](#)

Esta instancia es similar a la anterior, para tres factores se obtienen los mismos resultados, y se obtiene una respuesta diferente con costos más bajos, cuando se le asigna una mayor ponderación a los costos, lo que produce que los pasajeros también disminuyan.

Factor	Valor objetivo	Pasajeros Directos	Costo	Mejor cota	Gap	Tiempo
0.50	179726	366680	7228.16	179729.63	0.0021 %	0.057s
0.25	273203	366680	7228.16	273209.81	0.0025 %	0.065s
0.10	329289	366680	7228.16	329297.93	0.0027 %	0.062s
0.90	30181.30	366510	7188.50	30182.52	0.0039 %	0.056s

Tabla 4.13: Resultados Uncómetro sobrecargado multicriterio

Ninguno de los factores probados llegan a obtener el máximo posible, ni el costo mínimo como en el primer experimento. Por lo tanto, el factor óptimo es cero, así se maximizan los pasajeros con el menor presupuesto, previamente ajustado su presupuesto al mínimo.

4.4. Modelo Relajado

Para este experimento se utiliza el modelo (lop) para constatar las diferencias con el modelo (LOPB) del experimento de la [Sección 4.2](#).

Este experimento se realizó únicamente para las instancias *Uncómetro* y *Uncómetro sobrecargado*, pues por insuficiencia de memoria RAM no fue posible resolver las instancias de mayor tamaño: *Cuencana*, *Cuencana-Uncómetro* y *Cuencana sobrecargado*.

4.4.1. Uncómetro

Este modelo tiene 81238 variables, 81817 restricciones y no incluye la restricción de presupuesto. La solución se resume en la [Tabla 4.14](#).

Pasajeros Directos	Costo	Mejor cota	Gap	Tiempo
36660	828.25	36660	0.00 %	0.08s

Tabla 4.14: Resultados Uncómetro modelo relajado

En primer lugar, se puede notar que los 36660 pasajeros son superiores en 0,69 % a la cantidad del experimento con el modelo (LOPB), además que el costo no es el mínimo posible, pero tampoco es el máximo. En este caso, la solución obtenida por el modelo relajado es una mejor solución.

4.4.2. Uncómetro sobrecargado

Similar al caso anterior, se presenta la solución en la [Tabla 4.15](#). El modelo está formado por 81817 restricciones y 81243 variables.

Pasajeros Directos	Costo	Mejor cota	Gap	Tiempo
369210	7188.50	369210	0.00 %	0.06s

Tabla 4.15: Resultados Uncómetro modelo relajado

Se puede notar, que el valor óptimo obtenido es de 369210, es decir aumenta en un 0,68 % del obtenido en el primer experimento. La respuesta no es el mínimo costo posible, pero no llega a ser el máximo.

De esta forma, la solución del modelo relajado genera una mejor solución.

4.5. Restricción de las frecuencias de las líneas

En el último experimento, se restringe el número de posibles frecuencias y se las acota por una frecuencia máxima. Este experimento puede resultar práctico cuando se quiere simplificar la operatividad y eficiencia de los planes de líneas; además esto puede mejorar los sistemas de comunicación.

Para estos experimentos, se restringe el número de frecuencias a 2. De esta manera, un sistema binario podría resultar beneficioso, por ejemplo, para verificar cuando los autobuses completan su recorrido en una frecuencia determinada.

Los resultados de este experimento se van a contrastar con los obtenidos en los anteriores. Además, se debe notar que los modelos tendrán mayor cantidad de restricciones pues se aumentan la cota de las frecuencias y las desigualdades que garantizan que existan como máximo dos frecuencias. Para cada instancia se elegirán 4 valores de frecuencia máxima, garantizando la factibilidad del modelo.

4.5.1. Cuencana

Este modelo cuenta con 3306 variables y 5934 restricciones. La [Tabla 4.16](#) muestra los resultados para los diferentes valores de frecuencia máxima.

Máxima frecuencia	Pasajeros directos	Costo	Mejor cota	Gap	Tiempo
26	57789	4221.19	57789	0.00%	0.101s
25	57786	4363.05	57789	0.0052%	0.104s
24	57789	4051.43	57789	0.00%	0.111s
23	57789	4181.44	57789	0.00%	0.080s

Tabla 4.16: Resultados Cuencana restricción de frecuencias

Se puede constatar que el modelo llega a la misma solución óptima de pasajeros directos; sin embargo, la diferencia es que los costos aumentan, pues una frecuencia domina a las demás y la mayoría de líneas tomará ese valor.

Se puede notar además que para la cota de 25, los pasajeros directos disminuyen en tres unidades y el costo es el más alto de los cuatro casos. Esto se debe a que el modelo termina cuando alcanza un gap razonable, pues se puede notar que para este modelo no se alcanza el 0,00% como los otros, sin embargo, la mejor cota si el mismo valor objetivo que el resto de modelos.

4.5.2. Uncómetro

Para la siguiente instancia, el modelo cuenta con 1440 variables y 2942 restricciones. La [Tabla 4.17](#) contiene los resultados de este experimento.

Máxima frecuencia	Pasajeros directos	Costo	Mejor cota	Gap	Tiempo
17	36407	1525.16	36407	0.00%	0.036s
18	36407	1551.32	36407	0.00%	0.039s
19	36407	1652.90	36407	0.00%	0.043s
20	36407	1744.17	36407	0.00%	0.045s

Tabla 4.17: Resultados Uncómetro restricción de frecuencias

Similar a la instancia anterior, se alcanza el mismo valor de 36407 pasajeros directos, pero el costo de los planes de líneas son más altos que en los experimentos anteriores.

Para este caso, se puede notar que mientras más grande es la cota, el costo del plan de líneas aumenta. Esto es diferente a la instancia anterior, ya que en este caso los costos para las líneas son más uniformes, así crecerán de forma uniforme al aumentar frecuencias en diferentes líneas.

4.5.3. Cuencana-Uncómetro

El modelo para la instancia conjunta está formada por 4250 variables y 9803 restricciones. Los resultados de los modelos para cada restricción de frecuencias se encuentra detallada en la [Tabla 4.18](#).

Máxima frecuencia	Pasajeros directos	Costo	Mejor cota	Gap	Tiempo
19	92135	4969.79	92135	0.00%	0.121s
20	92135	4897.59	92135	0.00%	0.128s
21	92135	4807.04	92135	0.00%	0.200s
22	92135	4919.09	92135	0.00%	0.155s

Tabla 4.18: Resultados Cuencana-Uncómetro restricción de frecuencias

El valor máximo de los pasajeros que se obtiene es de 92135, lo cual concuerda con la respuesta obtenida en el primer experimento.

Por otro lado, el costo es mucho más alto que el obtenido anteriormente, y también se puede notar que no sigue una tendencia, es decir si se aumenta la cota, no aumentará el presupuesto del plan de líneas necesariamente. Esto sucede ya que las líneas de *Cuencana* tampoco presentaban una tendencia.

4.5.4. Cuencana sobrecargado

La primera instancia sobrecargada se resuelve con un modelo que contiene 11201 variables y 12108 restricciones.

Los valores de frecuencia máxima probados y sus resultados, se pueden ver en la [Tabla 4.19](#).

Máxima frecuencia	Pasajeros directos	Costo	Mejor cota	Gap	Tiempo
120	581000	19923.91	581000	0.00 %	2.512s
150	581000	17799.74	581000	0.00 %	2.751s
180	581000	19192.82	581000	0.00 %	6.934s
210	580990	19333.09	581000	0.0017 %	5.001s

Tabla 4.19: Resultados Cuencana sobrecargado restricción de frecuencias

En primer lugar, se nota que los tiempos de resolución ya son más grandes que las primeras instancias, esto debido al aumento de restricciones al problema.

También, se observa que se alcanza el óptimo del primer experimento en los tres primeros casos. Para el último caso, al aumentar la cota se tiene que el número de pasajeros disminuye. Se tiene también que no existe una relación clara con respecto al costo y la frecuencia máxima, ya que en algunos casos el costo aumenta y en otros disminuye.

4.5.5. Uncómetro sobrecargado

Esta instancia está conformada por 6025 variables y 6592 restricciones.

En este caso se varió la frecuencia máxima con una mayor diferencia entre 200 y 500, los resultados se encuentran resumidos en [Tabla 4.20](#).

Máxima frecuencia	Pasajeros directos	Costo	Mejor cota	Gap	Tiempo
200	366590	9690.09	366622	0.0087 %	25.083s
300	366590	9757.15	366590	0.00 %	43.776s
400	366590	9623.02	366590	0.00 %	85.389s
500	366590	9757.15	366590	0.00 %	15.517s

Tabla 4.20: Resultados Uncómetro sobrecargado restricción de frecuencias

Lo más relevante en este experimento se encuentra en los tiempos de resolución, que muestran un crecimiento importante con respecto a los experimentos anteriores, en este caso los tiempos llegan hasta más de un minuto. Esto debido a que se aumentan muchas restricciones que

incrementan la dificultad del problema.

Los pasajeros directos no alcanzan el óptimo obtenido en los modelos anteriores, al igual que el costo del plan de líneas es superior para todos los casos.

4.6. Resumen de resultados por instancia

En los problemas de planificación de líneas, el objetivo es determinar las líneas que serán utilizadas y las frecuencias con las que operarán durante un horizonte de planificación, que en este estudio se ha fijado en un día.

Si bien en las secciones anteriores se ha mostrado los resultados de cada experimento para cada instancia en cuanto a número de pasajeros directos y costos, es interesante observar el comportamiento de cada instancia, con su detalle de líneas y frecuencias, de acuerdo a cada experimento.

Debido a la extensión de las tablas, los resultados de líneas y frecuencias para las instancias Cuencana, Uncómetro, Cuencana-Uncómetro, Cuencana sobrecargado y Uncómetro sobrecargado se muestran en el [Apéndice A](#), en las tablas [Tabla A.3](#), [Tabla A.4](#), [Tabla A.5](#), [Tabla A.6](#) y [Tabla A.7](#), respectivamente.

Capítulo 5

Conclusiones y Recomendaciones

5.1. Conclusiones

De manera general se evidencia que:

- Los modelos de planificación de líneas propuestos permiten generar planes de transporte público para la ciudad de Cuenca, de acuerdo al objetivo de beneficiar a los usuarios del servicio, al maximizar el número de pasajeros que no realizan transferencias.
- El modelo (LOBP) en el experimento de variación de presupuesto ayuda a determinar los límites de presupuesto superior e inferior, y la influencia de este en la mejora del sistema para los usuarios del sistema de transporte.
- El modelo multicriterio proporciona respuestas similares al modelo con variación de presupuesto independientemente del factor que se le proporcione. Pues el valor de pasajeros directos llega a ser el mismo o incluso más bajo, solo se logra aumentar o disminuir el costo.
- El modelo relajado otorga un mayor número de pasajeros directos en las instancias que fueron posibles realizar los experimentos. Por lo que se recomienda elaborar estos experimentos en un computador con mayor capacidad de cálculo y memoria RAM.

- El modelo con restricción de frecuencias resulta útil dependiendo del contexto de la planificación, por ejemplo, si es posible operar cualquier cantidad de frecuencias o si está limitado por algún factor. Por lo que se necesita recabar más información sobre las necesidades y limitaciones en la planificación del transporte urbano de Cuenca.
- Las frecuencias obtenidas resultan muy bajas para ciertas líneas, esto se debe a dos factores principalmente: se pierde demanda al momento de integrar las dos bases de datos entregadas, pues ciertas paradas no existen en ambos archivos; el otro factor es el cálculo de la matriz OD, al solo contar con las validaciones al abordar de los pasajeros no se conoce con exactitud en qué parada los pasajeros desembarcan, de esta forma el cálculo de la matriz OD es una estimación del comportamiento de movilidad real de los usuarios.

Considerando los resultados de cada instancia, se pueden plantear las siguientes conclusiones específicas para cada una de ellas:

5.1.1. Cuencana

- El número máximo de pasajeros directos que se alcanza es de 57789, lo que equivale al 98,29% de la demanda de pasajeros. Para alcanzar este número de pasajeros se debe operar el plan de líneas con menor costo, en este caso 1076.51 USD, el cual corresponde al primer modelo del experimento de variación de presupuesto, pues los demás planes solo son más costosos y no incrementan ningún beneficio para los pasajeros.
- Dado este plan de líneas, se nota que no se asigna frecuencia para la línea *Tablón*, esto se debe a que no existe demanda registrada para las paradas de esta línea. Además esta línea es muy corta, pues solo cuenta con 3 paradas.
- Esta plan tampoco asigna frecuencia a la línea *Auquilula* en el sentido *IDA*, esto debido a que no se registra demanda en ese sentido. Esto también se debe a que en esta línea se registraron varias paradas con el nombre "NO EXISTE ESA PARADA" al momento de realizar los cambios algunas demandas se pierden.

- La línea 14 es la que cuenta con más frecuencia, esto debido a que tiene mayor demanda, pues es una línea que circula por la Avenida 10 de agosto, una de las principales avenidas de la ciudad y también por las afueras de la ciudad. Es decir, esta línea ingresa a personas que viven a las afueras de la ciudad hacia el centro y las regresa.
- El experimento de restricción de frecuencias indica que en caso de no poder utilizar varias frecuencias, la frecuencia máxima que logra el menor costo es de 24. Esto se debe a que la línea 14 es la de mayor demanda y necesita tener al menos una frecuencia de 23. Así el plan cuenta con dos frecuencias: 21 y 23.

5.1.2. Uncómetro

- El máximo número de pasajeros directos que se obtiene es de 36660, que corresponde al 96,69% de la demanda total para la instancia. Para alcanzar esto se debe operar el plan de líneas del modelo relajado, el cual no corresponde al plan más económico, sin embargo se busca encontrar la mayor cantidad de pasajeros directos.
- Este plan asigna frecuencias a todas las líneas, además la línea 7 es la que mayor frecuencia tiene, pues similar a la instancia anterior, circula por avenidas centrales de la ciudad como: Av. de las Américas y Av. 12 de Abril
- En las condiciones del experimento de restricción de frecuencias, la frecuencia máxima de 17, obtiene el plan menos costoso. Esto hace que solo exista la frecuencia de 17, dado que la línea con mayor demanda debe contar con al menos esta frecuencia.

5.1.3. Cuencana-Uncómetro

- El número máximo de pasajeros que se alcanza es de 92135, siendo esto el 95,25% de la demanda total. Este plan se debe operar con el primer plan de líneas del experimento de variación de presupuesto, pues es el más económico y alcanza el mismo número de pasajeros que el resto.

- En este plan la línea *Tablón* no tiene frecuencia asignada, como se mencionó en la instancia Cuencana, no existen frecuencias asignadas para sus paradas. Por otro lado, la línea *Auquilula* si presenta frecuencia, esto dado que las líneas presentan paradas en común y la demanda se distribuye en esta línea.
- Las líneas con mayor frecuencias son las líneas 7 y 14, las cuales corresponden a las de mayor frecuencia en las instancias por separado.
- A partir del experimento de restricción de frecuencias, se concluye que la frecuencia máxima de 21, proporciona el plan más económico para la misma cantidad de pasajeros directos. Así el plan solo tiene frecuencias de 21 y 13.

5.1.4. Cuencana sobrecargado

- La cantidad de pasajeros directos máxima es de 581000, que corresponde al 98,82% de la demanda sobrecargada. Para alcanzar estos pasajeros se debe operar con el cuarto modelo del experimento de variación de presupuesto, ya que es el menos costoso comparado con los demás experimentos.
- La línea 14 tiene la mayor frecuencia, al igual que el caso sin sobrecarga y la línea *Tablón* no cuenta con frecuencia.
- Algunas de las líneas creadas fueron asignadas con frecuencias significativas, de las cuales la de mayor frecuencia es bastante alta, esto sugiere que en caso de un aumento de demanda se deben crear algunas líneas para satisfacer de mejor manera la demanda.
- En el experimento de restricción de frecuencias, se logra alcanzar el máximo de pasajeros directos con el menor costo en el tercer modelo. Es decir, acotar las frecuencias por 180, asigna un plan con frecuencias de 117 y 46, que llega a ser el mejor y más económico.

5.1.5. Uncómetro sobrecargado

- Se alcanza un total de 369210 pasajeros, lo que representa un 97,38 % de la demanda total, con un costo cercano al más bajo. Para ello se debe operar con el plan de líneas del modelo relajado.
- La línea con mayor frecuencias para el plan es *Florida-Paluncay*, lo cual difiere con la instancia sin sobrecargar. Esto se debe a que las líneas creadas cuentan con frecuencia alta, por lo que los pasajeros que circulaban por la línea 7 se distribuyen en estas nuevas líneas.
- Dado que las nuevas líneas son asignadas con una frecuencia significativa y la frecuencia más alta del plan de líneas es bastante alta. Se sugiere crear nuevas líneas para esta compañía, en caso de tener un aumento significativo de la demanda.
- En el contexto del experimento de restricción de frecuencias, no se alcanzan todos los pasajeros directos pero se aproximan al valor máximo. El plan menos costoso es el que acota las frecuencias con 400, así se tiene un plan con frecuencias de 103 y 36.

5.2. Recomendaciones

- Se recomienda al GAD de Cuenca recopilar y proporcionar información adicional sobre todos los detalles que no fueron tomados en cuenta y fueron asumidos o estimados dentro del trabajo, dentro de los cuales se encuentran:
 - Costos de operación de líneas y por aristas.
 - Parada de desembarque de los pasajeros.
 - Frecuencias posibles de operación.

De esta forma se puede realizar una planificación de líneas que resulte más cercana a la realidad.

- Para trabajos futuros, se sugiere elaborar modelos integrados que tomen en cuenta varias etapas de la optimización del transporte pú-

blico en la ciudad de Cuenca, para obtener resultados más completos.

Capítulo A

Anexo A

Parada	NombreParada	Linea	NombreLinea	FHValidacion	CodigoTarjeta	CompaniaT	R.Municipal	TipoTarifa	Categoria
1197	REDONDEL DE MIRAFLORES	9102	Linea 4	20231004121904	CURS0030270723	05 - COMTUBANOSSA	228	0	3
654	LACESA	1002	16	20231004190121	CURS0030268433	01 - LANCOMTRI S.A	39	0	3
1890	COLEGIO SAGRADOS CORAZONES	6007	22	20231004062938	CURS0030268440	06 - COMTRANUTOME S.A	255	0	3
1572	TARQUI Y PIO BRAVO	1002	16	20231004132514	CURS0030268444	01 - LANCOMTRI S.A	47	0	3
954	CATOLICA	6006	19	20231004064540	CURS0030269528	06 - COMTRANUTOME S.A	299	0	3
922	VIA A PACCHA	6023	Ucubamba	20231004070118	CURS0030268446	06 - COMTRANUTOME S.A	356	0	3
2994	FRANCISCO MOSCOSO Y 27 DE FEBRERO	1002	16	20231004062553	CURS0030268454	01 - LANCOMTRI S.A	16	0	3
4130	CENACULO	4002	25	20231004124456	CURS0030268491	05 - COMTUBANOSSA	235	0	3
4312	VARGAS MACHUCA Y PIO BRAVO	5008	El Carmen	20231004130327	CURS0030270724	05 - COMTUBANOSSA	232	0	3
1197	REDONDEL DE MIRAFLORES	7003	8	20231004063450	CURS0030270726	07 - COMCUETU S.A	401	0	3
1197	REDONDEL DE MIRAFLORES	5001	12	20231004133800	CURS0030270726	03 - RICAURTESA S.A.	152	0	3
1115	ENTRADA A LA CATOLICA	2004	28 - Sidcay	20231004122837	CURS0030270750	06 - COMTRANUTOME S.A	280	0	3
4312	VARGAS MACHUCA Y PIO BRAVO	7005	24	20231004161935	CURS0030269573	07 - COMCUETU S.A	435	0	3
2358	PUEBLO DE PACCHA	6008	Paccha	20231004191327	CURS0030269580	06 - COMTRANUTOME S.A	276	0	3
2358	PUEBLO DE PACCHA	6008	Paccha	20231004191333	CURS0030269580	06 - COMTRANUTOME S.A	276	0	3
729	DESDE VISORREY HACIA CUENCA TENIS	6006	19	20231004115643	CURS0030269584	06 - COMTRANUTOME S.A	361	0	3
2469	ESCUELA TERESA VALSE	4001	7	20231004200220	CURS0030269584	04 - UNCOMETRO S.A	205	0	3
4330	SAN FRANCISCO	1003	20	20231004115652	CURS0030272152	01 - LANCOMTRI S.A	7	0	3
2151	YANAHURCO Y GUAPONDELIG	1001	5	20231004064450	CURS0030272163	01 - LANCOMTRI S.A	22	0	3

Tabla A.1: 20 primeros registros de validaciones del 4 de octubre de 2023

field	wkt_geom	latitud	longitud	ID-LINEA	LINEA	COMPANIA	SENTIDO	SECUENCIA	ID-PARADA	PARADA	ID-PROX PARADA2	PARADA2	latitud2	longitud2	Distancia	Tiempo seg	Tiempo min
4073	Point(-78.96410111 -2.938101908)	-2.93810191	-78.9641011	7016	Auquilula	CUENCANA	IDA	1	3390	PARADA DEL VALLE	3409	ENTRADA A SAN PEDRO	-2.93889643	-78.9620815	393	51	0,85
4074	Point(-78.96208149 -2.938896428)	-2.93889643	-78.9620815	7016	Auquilula	CUENCANA	IDA	2	3409	ENTRADA A SAN PEDRO	4297	ENTRADA AL VALLE	-2.94114318	-78.9623919	257	26	0,43
4075	Point(-78.96239192 -2.941143183)	-2.94114318	-78.9623919	7016	Auquilula	CUENCANA	IDA	3	4297	ENTRADA AL VALLE	3456	NO EXISTE ESA PARADA	-2.94320734	-78.9625018	234	22	0,37
4076	Point(-78.96250182 -2.943207338)	-2.94320734	-78.9625018	7016	Auquilula	CUENCANA	IDA	4	3456	NO EXISTE ESA PARADA	3466	NO EXISTE ESA PARADA	-2.9430023	-78.9610204	242	25	0,42
4077	Point(-78.96102042 -2.943002301)	-2.9430023	-78.9610204	7016	Auquilula	CUENCANA	IDA	5	3466	NO EXISTE ESA PARADA	3493	NO EXISTE ESA PARADA	-2.94414538	-78.9590828	250	25	0,42
4078	Point(-78.95908282 -2.944145384)	-2.94414538	-78.9590828	7016	Auquilula	CUENCANA	IDA	6	3493	NO EXISTE ESA PARADA	3485	NO EXISTE ESA PARADA	-2.94370739	-78.9567561	265	30	0,5
4079	Point(-78.95675614 -2.943707385)	-2.94370739	-78.9567561	7016	Auquilula	CUENCANA	IDA	7	3485	NO EXISTE ESA PARADA	3461	JUNTO A BLOQUERA	-2.94298562	-78.9537031	351	31	0,52
4080	Point(-78.95370311 -2.942985624)	-2.94298562	-78.9537031	7016	Auquilula	CUENCANA	IDA	8	3461	JUNTO A BLOQUERA	3451	ESCUELA EL SALADO	-2.9419998	-78.9488696	580	45	0,75
4081	Point(-78.94886958 -2.941999803)	-2.9419998	-78.9488696	7016	Auquilula	CUENCANA	IDA	9	3451	ESCUELA EL SALADO	3467	ENTRADA COCHAN	-2.94312646	-78.9478838	327	36	0,6
4082	Point(-78.94788375 -2.943126455)	-2.94312646	-78.9478838	7016	Auquilula	CUENCANA	IDA	10	3467	ENTRADA COCHAN	3429	BOSQUE	-2.94116487	-78.9459775	348	32	0,53
4083	Point(-78.9459775 -2.941164874)	-2.94116487	-78.9459775	7016	Auquilula	CUENCANA	IDA	11	3429	BOSQUE	4279	RANCHO SANTA INES	-2.94055125	-78.9442825	215	16	0,27
4084	Point(-78.94428249 -2.940551251)	-2.94055125	-78.9442825	7016	Auquilula	CUENCANA	IDA	12	4279	RANCHO SANTA INES	4280	CIPRESES	-2.93983578	-78.9416796	333	25	0,42
4085	Point(-78.94167962 -2.939835776)	-2.93983578	-78.9416796	7016	Auquilula	CUENCANA	IDA	13	4280	CIPRESES	3425	AUQUILULA	-2.94006714	-78.9371881	589	57	0,95
4086	Point(-78.9371881 -2.940067142)	-2.94006714	-78.9371881	7016	Auquilula	CUENCANA	RETORNO	14	3425	AUQUILULA	4282	CIPRESES	-2.93973267	-78.9416658	594	57	0,95
4087	Point(-78.94166579 -2.939732667)	-2.93973267	-78.9416658	7016	Auquilula	CUENCANA	RETORNO	15	4282	CIPRESES	4283	TIENDA LOS CIPRESES	-2.9405261	-78.9443881	335	27	0,45
4088	Point(-78.94438812 -2.940526102)	-2.9405261	-78.9443881	7016	Auquilula	CUENCANA	RETORNO	16	4283	TIENDA LOS CIPRESES	3428	BOSQUE	-2.94107434	-78.9460177	215	15	0,25
4089	Point(-78.94601774 -2.941074339)	-2.94107434	-78.9460177	7016	Auquilula	CUENCANA	RETORNO	17	3428	BOSQUE	3470	ENTRADA COCHAN	-2.94304095	-78.9479491	336	29	0,48
4090	Point(-78.94794914 -2.94304095)	-2.94304095	-78.9479491	7016	Auquilula	CUENCANA	RETORNO	18	3470	ENTRADA COCHAN	3450	ESCUELA EL SALADO	-2.94188412	-78.9490205	350	42	0,7
4091	Point(-78.94902047 -2.94188412)	-2.94188412	-78.9490205	7016	Auquilula	CUENCANA	RETORNO	19	3450	ESCUELA EL SALADO	3460	JUNTO A BLOQUERA	-2.94297556	-78.9538389	573	46	0,77

Tabla A.2: 20 primeros datos de las líneas de transporte para la compañía Cuencana

ID Línea	Línea	Experimento 1				Experimento 2				Experimento 4			
		Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
		Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia
3006	Sidcay	2	2	2	2	2	2	2	2	23	25	23	23
3006R	Sidcay	2	2	2	2	2	2	2	2	23	25	23	23
7002	3	9	22	30	30	9	9	9	9	23	24	21	23
7002R	3	13	13	13	13	13	13	13	13	24	25	23	23
7003	8	7	7	7	7	7	7	7	7	24	25	23	23
7003R	8	6	6	11	11	6	6	6	6	24	24	23	23
7004	14	10	12	19	19	10	10	10	12	24	24	21	23
7004R	14	23	27	29	29	23	23	23	23	23	24	23	23
7005	24	11	11	19	19	11	11	11	11	24	24	21	23
7005R	24	7	7	9	9	7	7	7	7	24	24	23	23
7006	Gualalcay	1	1	1	1	1	1	1	1	24	24	23	23
7006R	Gualalcay	3	3	3	3	3	3	3	3	23	24	23	23
7008	Marianza	1	1	1	1	1	1	1	1	24	24	23	23
7008R	Marianza	1	1	1	1	1	1	1	1	24	24	23	23
7009	San Miguel	1	1	1	1	1	1	1	1	24	24	23	23
7009R	San Miguel	2	2	2	2	2	2	2	2	23	25	23	23
7010	La Dolorosa	1	1	1	1	1	1	1	1	24	24	23	23
7010R	La Dolorosa	2	2	2	2	2	2	2	2	23	25	23	23
7011	Cruce del Carmen	1	1	1	1	1	1	1	1	24	24	23	23
7011R	Cruce del Carmen	4	4	4	4	4	4	4	4	23	24	23	23
7012	SM. Valle	1	1	1	1	1	1	1	1	24	24	23	23
7012R	SM. Valle	1	1	1	1	1	1	1	1	24	24	23	23
7013	San Pedro	1	1	1	1	1	1	1	1	24	24	23	23
7013R	San Pedro	2	2	2	2	2	2	2	2	23	24	23	23
7014	Despacho	1	1	1	1	1	1	1	1	24	24	23	23
7014R	Despacho	1	1	1	1	1	1	1	1	24	24	23	23
7015	Victoria	1	1	1	1	1	1	1	1	24	24	23	23
7015R	Victoria	1	1	1	1	1	1	1	1	24	24	23	23
7016	Auquílula	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	23
7016R	Auquílula	2	2	2	2	2	2	2	2	23	25	23	23
7017	San Antonio	1	1	1	1	1	1	1	1	24	24	23	23
7017R	San Antonio	1	1	1	1	1	1	1	1	24	24	23	23
7018	Buenos Aires	1	1	1	1	1	1	1	1	24	24	23	23
7018R	Buenos Aires	1	1	1	1	1	1	1	1	24	24	23	23
7019	Carcel	2	2	2	2	2	2	2	2	23	25	23	23
7019R	Carcel	3	8	8	8	3	3	3	3	24	25	23	23
7020	Santa Ana	2	2	2	2	2	2	2	2	23	25	23	23
7020R	Santa Ana	2	2	2	2	2	2	2	2	23	25	23	23
7022	Tablon	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7022R	Tablon	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla A.3: Frecuencias para Cuencana

ID Línea	Línea	Experimento 1				Experimento 2				Experimento 3	Experimento 4			
		Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia
3009	Florida - Paluncay	9	9	9	9	9	9	9	9	9	17	17	18	19
3009R	Florida - Paluncay	6	13	13	13	6	6	6	6	9	17	18	19	20
4001	7	11	11	11	11	11	11	11	11	11	17	17	18	19
4001R	7	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	19	20
4004	26	7	7	7	7	7	7	7	7	7	17	17	18	19
4004R	26	9	14	14	11	9	9	9	9	10	17	18	19	20
4005	Corpanche	1	1	1	1	1	1	1	1	1	17	17	18	19
4005R	Corpanche	1	1	1	1	1	1	1	1	1	17	17	18	19
4006	Jantumpamba	1	1	1	1	1	1	1	1	1	17	17	18	19
4006R	Jantumpamba	1	1	1	1	1	1	1	1	1	17	17	18	19
9023	P.INDUSTRIAL - FLORIDA	1	9	9	1	1	1	1	1	1	17	18	18	20
9201	CAPULIES	1	1	1	1	1	1	1	1	1	17	17	18	19
9201R	CAPULIES	1	1	1	1	1	1	1	1	1	17	17	18	19

Tabla A.4: Frecuencias para Uncómetro

ID Línea	Línea	Experimento 1				Experimento 2				Experimento 4			
		Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
		Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia
3006	Sidcay	2	2	2	2	2	2	2	2	18	17	21	7
3006R	Sidcay	4	4	4	4	4	4	4	4	18	17	13	7
3009	Florida - Paluncay	12	12	12	12	12	12	12	12	18	17	21	22
3009R	Florida - Paluncay	11	6	17	33	11	11	11	11	19	20	13	22
4001	7	10	10	11	11	10	10	10	10	18	17	21	22
4001R	7	17	20	18	20	17	17	17	17	19	17	21	22
4004	26	8	7	7	12	8	8	8	8	18	20	21	22
4004R	26	6	11	6	13	6	6	6	6	18	17	13	7
4005	Corpanche	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	21	22
4005R	Corpanche	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	21	22
4006	Jantumpamba	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	21	22
4006R	Jantumpamba	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	21	22
7002	3	10	10	22	33	10	10	10	10	19	20	13	22
7002R	3	13	13	13	13	13	13	13	13	18	17	21	22
7003	8	8	8	11	11	8	8	8	8	19	17	13	22
7003R	8	7	7	8	11	7	7	7	7	18	20	13	7
7004	14	11	19	12	19	11	11	12	11	19	20	21	22
7004R	14	19	33	20	33	19	19	19	19	19	20	21	22
7005	24	11	11	11	19	11	11	11	11	19	20	21	22
7005R	24	7	8	13	13	7	7	7	7	18	20	13	22
7006	Gualalcay	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	13	7
7006R	Gualalcay	3	3	3	3	3	3	3	3	18	17	21	7
7008	Marianza	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	21	22
7008R	Marianza	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	21	22
7009	San Miguel	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	21	22
7009R	San Miguel	2	2	2	2	2	2	2	2	18	17	21	22
7010	La Dolorosa	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	13	22
7010R	La Dolorosa	2	2	2	2	2	2	2	2	18	17	21	22
7011	Cruce del Carmen	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	21	22
7011R	Cruce del Carmen	4	4	4	4	4	4	4	4	18	17	21	22
7012	SM. Valle	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	21	22
7012R	SM. Valle	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	21	22
7013	San Pedro	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	13	7
7013R	San Pedro	2	2	2	2	2	2	2	2	18	17	21	22
7014	Despacho	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	21	22
7014R	Despacho	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	13	22
7015	Victoria	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	21	22
7015R	Victoria	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	13	22
7016	Auquilula	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	21	22
7016R	Auquilula	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	21	7
7017	San Antonio	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	13	22
7017R	San Antonio	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	13	22
7018	Buenos Aires	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	21	22
7018R	Buenos Aires	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	21	22
7019	Carcel	3	3	3	3	3	3	3	3	18	17	21	22
7019R	Carcel	2	5	2	12	2	2	2	2	19	17	13	7
7020	Santa Ana	2	2	2	2	2	2	2	2	18	17	21	22
7020R	Santa Ana	2	2	2	2	2	2	2	2	18	17	13	7
7022	Tablon	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7022R	Tablon	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9023	P. INDUSTRIAL - FLORIDA	5	1	9	9	5	5	5	5	18	20	13	22
9201	CAPULIES	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	21	22
9201R	CAPULIES	1	1	1	1	1	1	1	1	18	17	21	22

Tabla A.5: Frecuencias para Cuencana-Uncómetro

ID Línea	Línea	Experimento 1				Experimento 2				Experimento 4			
		Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia
3006	Sidcay	0	2	2	2	1	1	1	1	51	23	0	28
3006R	Sidcay	11	8	8	8	7	7	7	7	51	23	46	28
7002	3	75	75	75	75	75	75	75	75	120	118	117	125
7002R	3	85	35	83	47	84	84	84	84	51	23	46	125
7003	8	63	63	65	63	66	66	66	66	51	0	46	28
7003R	8	58	58	58	58	58	58	58	58	120	118	117	125
7004	14	101	99	100	101	101	101	101	101	51	23	46	125
7004R	14	214	219	219	219	218	218	218	219	120	118	117	125
7005	24	106	106	106	106	106	106	106	106	120	118	117	125
7005R	24	44	47	44	44	44	44	44	44	51	118	46	125
7006	Gualalcay	4	2	3	2	2	2	2	3	0	0	46	0
7006R	Gualalcay	28	26	27	26	26	26	26	27	120	23	46	125
7008	Marianza	1	1	1	1	1	1	1	1	51	118	46	28
7008R	Marianza	4	4	4	4	4	4	4	4	51	23	46	28
7009	San Miguel	3	3	3	3	3	3	3	3	51	23	46	28
7009R	San Miguel	12	12	12	12	12	12	12	12	51	23	46	28
7010	La Dolorosa	9	9	9	9	9	9	9	9	51	118	46	28
7010R	La Dolorosa	5	11	10	10	9	9	9	10	51	23	46	0
7011	Cruce del Carmen	4	4	4	4	4	4	4	4	51	23	46	28
7011R	Cruce del Carmen	26	30	27	30	26	26	26	26	51	23	46	125
7012	SM. Valle	1	0	0	0	0	0	0	0	0	23	0	0
7012R	SM. Valle	8	5	5	5	5	5	5	6	0	23	0	28
7013	San Pedro	0	0	0	0	0	0	0	0	51	0	0	28
7013R	San Pedro	17	17	17	17	17	17	17	17	51	23	46	28
7014	Despacho	1	1	1	1	1	1	1	1	51	23	46	28
7014R	Despacho	9	9	9	9	9	9	9	9	51	23	46	28
7015	Victoria	2	2	2	2	2	2	2	2	51	23	46	28
7015R	Victoria	2	2	2	2	2	2	2	2	51	23	46	28
7016	Auquílula	1	1	1	1	1	1	1	1	51	23	46	28
7016R	Auquílula	13	13	14	13	13	13	13	13	51	23	46	28
7017	San Antonio	3	3	3	3	3	3	3	3	51	23	46	28
7017R	San Antonio	7	7	7	7	7	7	7	7	51	23	46	28
7018	Buenos Aires	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	46	0
7018R	Buenos Aires	0	5	1	4	0	0	0	0	0	0	46	28
7019	Carcel	0	3	0	0	0	0	0	0	0	23	46	28
7019R	Carcel	41	41	41	41	41	41	41	41	51	23	46	28
7020	Santa Ana	19	19	19	19	19	19	19	19	51	23	46	28
7020R	Santa Ana	11	11	11	11	11	11	11	11	51	23	46	28
7022	Tablon	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7022R	Tablon	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
628	Creada	0	2	1	2	1	1	1	1	51	23	46	28
1375	Creada	11	9	9	9	10	10	10	10	0	23	46	28
3471	Creada	3	3	1	3	0	0	0	0	51	118	46	125
3569	Creada	33	37	34	37	33	33	33	33	51	23	46	28
4048	Creada	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	46	28
5090	Creada	0	3	3	3	3	3	3	2	51	23	46	28
5500	Creada	8	5	7	4	8	8	8	8	51	23	46	28
5650	Creada	12	6	7	7	8	8	8	7	51	23	46	28
6277	Creada	0	6	5	5	5	5	5	5	51	23	46	28
7158	Creada	0	50	2	38	1	1	1	1	51	118	46	28
10161	Creada	0	4	4	3	4	4	4	4	51	23	46	28
10191	Creada	11	6	6	6	7	7	7	6	120	118	117	125
14090	Creada	0	2	1	0	0	0	0	0	51	118	46	0
14965	Creada	14	12	14	14	14	14	14	14	51	23	46	28

Tabla A.6: Frecuencias para Cuencana sobrecargado

ID Línea	Línea	Experimento 1				Experimento 2				Experimento 3	Experimento 4			
		Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 1	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
		Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia	Frecuencia
3009	Florida - Paluncay	87	87	87	87	87	87	87	87	87	102	103	101	103
3009R	Florida - Paluncay	55	55	55	55	55	55	55	55	202	102	103	101	103
4001	7	101	101	101	101	101	101	101	101	111	102	103	101	103
4001R	7	117	117	120	118	120	120	120	119	168	102	103	101	103
4004	26	67	60	61	61	62	62	62	61	66	36	36	36	36
4004R	26	48	50	50	48	50	50	50	49	134	36	36	36	36
4005	Corpanche	1	1	1	1	1	1	1	1	1	36	36	36	36
4005R	Corpanche	8	8	8	8	8	8	8	8	8	36	36	36	36
4006	Jantumpamba	1	1	1	1	1	1	1	1	1	36	36	36	36
4006R	Jantumpamba	2	2	2	2	2	2	2	2	2	36	36	36	36
9023	INDUSTRIAL - FLORIDA	47	40	42	46	40	40	40	44	58	36	36	36	36
9201	CAPULIES	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0
9201R	CAPULIES	0	0	0	0	0	0	0	0	26	0	0	0	0
312	Creada	11	8	8	10	8	8	8	9	121	36	36	36	36
3243	Creada	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
5524	Creada	51	51	48	50	48	48	48	49	1	102	103	101	103
7253	Creada	0	7	6	6	5	5	5	6	53	36	36	36	36
3555	Creada	0	5	3	1	5	5	5	2	1	36	36	36	36

Tabla A.7: Frecuencias para Uncómetro sobrecargado

Referencias bibliográficas

- [1] Robert N. Anthony. *Planning and control systems; a framework for analysis*. Harvard University. Division of Research, Graduate School of Business Administration, Harvard University Boston, Boston, 1965.
- [2] Ralf Borndörfer, Martin Grötschel, and Marc E. Pfetsch. Models for line planning in public transport. In Mark Hickman, Pitu Mirchandani, and Stefan Voß, editors, *Computer-aided Systems in Public Transport*, pages 363–378, Berlin, Heidelberg, 2008. Springer Berlin Heidelberg.
- [3] Adolf Lubbertus Bouma and C. Oltrogge. *Linienplanung und simulation für öffentliche verkehrswege in praxis und theorie*. 1994.
- [4] Michael Bussieck. *Optimal lines in public rail transport*. PhD thesis, Univ.-Bibl., 1998.
- [5] Michael R Bussieck, Peter Kreuzer, and Uwe T Zimmermann. Optimal lines for railway systems. *European Journal of Operational Research*, 96(1):54–63, 1997.
- [6] Simonis C. *Die nachfrageorientierte Optimierung von Omnibuslinien im Stadtbereich durch Verknüpfung von Teilstrecken nach unterschiedlichen Modellansätzen /*. Stadt, Region, Land. Inst. f. Stadtbauwesen, RWTH,, Aachen :, 1981.
- [7] Avishai Ceder and Yechezkel Israeli. Scheduling considerations in designing transit routes at the network level. In Martin Desrochers

- and Jean-Marc Rousseau, editors, *Computer-Aided Transit Scheduling*, pages 113–136, Berlin, Heidelberg, 1992. Springer Berlin Heidelberg.
- [8] Avishai Ceder and Nigel H.M. Wilson. Bus network design. *Transportation Research Part B: Methodological*, 20(4):331–344, 1986.
- [9] Alcaldía de Cuenca 2023-2027. Mapas de transporte urbano de cuenca. recorrido línea de buses, 2023. Visitado en Julio, 2024.
- [10] Hartmut Dienst. *Linienplanung im spurgeführten Personenverkehr mit Hilfe eines heuristischen Verfahrens*. Institut für Verkehr, Eisenbahnwesen und Verkehrssicherung Technische . . . , 1978.
- [11] Lourdes Verónica Illescas Cárdenas and Nube Lorena Medina Mejía. Determinación de los costos de operación del sistema de transporte urbano en buses para el año 2015, 2016. <http://dspace.ucuenca.edu.ec/handle/123456789/25051>.
- [12] Christoph E. Mandl. Evaluation and optimization of urban public transportation networks. *European Journal of Operational Research*, 5(6):396–404, 1980.
- [13] Municipio de Cuenca. Plan de movilidad y espacios públicos de cuenca 2015 - 2025, 2015. https://www.cuenca.gob.ec/system/files/PMEP_CUENCA_2015_tomo_I.pdf.
- [14] Municipio de Cuenca. Ordenanza para la aplicación del sistema de recaudo en el transporte público dentro del cantón cuenca, 2017. https://www.cuenca.gob.ec/system/files/ORDENANZA%20PARA%20LA%20APLICACION%20DEL%20SISTEMA%20DE%20RECAUDO%20EN%20EL%20TRANSPORTE%20PUBLICO%20DENTRO%20DEL%20CANTON%20CUENCA_0.pdf.
- [15] S. Jäger S. Albert U. Baumgart C. Biedinger V. Grafe S. Roth A. Schiewe F. Spühler M. Stinzendörfer P. Schiewe, A. Schöbel and R. Urban. *LinTim: An integrated environment for mathematical public transport optimization. Documentation for version 2023.12*. Rheinland-Pfälzische Technische Universität

Kaiserslautern-Landau. <https://nbn-resolving.org/html/urn:nbn:de:hbz:386-kluedo-75699>.

- [16] P. Schiewe, A. Schöbel, S. Jäger, S. Albert, U. Baumgart, C. Biedinger, V. Grafe, S. Roth, A. Schiewe, F. Spühler, M. Stinzendörfer, and R. Urban. *LinTim - Integrated Optimization in Public Transportation*. <https://www.lintim.net/>.
- [17] Uwe Pape, Yean-Suk Reinecke, and Erwin Reinecke. Line network planning. In Joachim R. Daduna, Isabel Branco, and José M. Pinto Paixão, editors, *Computer-Aided Transit Scheduling*, pages 1–7, Berlin, Heidelberg, 1995. Springer Berlin Heidelberg.
- [18] A Patz. Die richtige auswahl von verkehrslinien bei großen straßenbahnnetzen. *Verkehrstechnik*, 50(51):977–983, 1925.
- [19] C.B. Quak. Bus line planning, 2003.
- [20] Philine Schiewe et al. *Integrated optimization in public transport planning*, volume 160. Springer, 2020.
- [21] Anita Schöbel. Line planning in public transportation: models and methods. *OR spectrum*, 34(3):491–510, 2012.
- [22] S. Scholl. *Customer-oriented Line Planning*. Dissertation : Classic. dissertation.de, 2006.
- [23] L.A. Silman, Z. Barzily, and U. Passy. Planning the route system for urban buses. *Computers Operations Research*, 1(2):201–211, 1974.
- [24] H. Sonntag. Ein heuristisches verfahren zum entwurf nachfrageorientierter linienführung im öffentlichen personennahverkehr. *Zeitschrift für Operations Research*, 23(2):B15–B31, Mar 1979.
- [25] Helmut Wegel. *Fahrplangestaltung für taktbetriebene Nahverkehrsnetze*. Inst. für Verkehr, Eisenbahnwesen u. Verkehrssicherung, Techn. Univ . . . , 1974.
- [26] U. T. Zimmermann, M. R. Bussieck, M. Krista, and K.-D. Wiegand. Linienoptimierung — modellierung und praktischer einsatz.

In Karl-Heinz Hoffmann, Willi Jäger, Thomas Lohmann, and Hermann Schunck, editors, *Mathematik Schlüsseltechnologie für die Zukunft*, pages 595–607, Berlin, Heidelberg, 1997. Springer Berlin Heidelberg.