

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA**

**OPTIMIZACIÓN GEOMÉTRICA DE UN CONVERTIDOR DE  
ENERGÍA UNDIMOTRIZ (WEC)**

**COMPONENTE: DESARROLLO DE UNA METODOLOGÍA DE  
OPTIMIZACIÓN GEOMÉTRICA DE UN CONCEPTO DE  
CONVERTIDOR DE ENERGÍA UNDIMOTRIZ (WEC)**

**TRABAJO DE INTEGRACIÓN CURRICULAR PRESENTADO COMO  
REQUISITO PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO MECÁNICO**

**PABLO SEBASTIÁN SACÁN GAVILÁNEZ**

**pablo.sacan@epn.edu.ec**

**DIRECTOR: WILSON IVÁN GUACHAMÍN ACERO**

**wilson.guachamin@epn.edu.ec**

**DMQ, julio 2024**

## **CERTIFICACIONES**

Yo, Pablo Sebastián Sacán Gavilánez declaro que el trabajo de integración curricular aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

---

**Pablo Sebastián Sacán Gavilánez**

Certifico que el presente trabajo de integración curricular fue desarrollado por Pablo Sebastián Sacán Gavilánez, bajo mi supervisión.

---

**Wilson Iván Guachamín Acero**  
**DIRECTOR**

## **DECLARACIÓN DE AUTORÍA**

A través de la presente declaración, afirmamos que el trabajo de integración curricular aquí descrito, así como el (los) producto(s) resultante(s) del mismo, son públicos y estarán a disposición de la comunidad a través del repositorio institucional de la Escuela Politécnica Nacional; sin embargo, la titularidad de los derechos patrimoniales nos corresponde a los autores que hemos contribuido en el desarrollo del presente trabajo; observando para el efecto las disposiciones establecidas por el órgano competente en propiedad intelectual, la normativa interna y demás normas.

Pablo Sebastián Sacán Gavilánez

Esteban Andrés López Molina

Wilson Iván Guachamín Acero

## **DEDICATORIA**

Con profunda gratitud, dedico este trabajo de titulación a todas aquellas personas que han aportado ese granito de arena para el logro de este objetivo.

A mis padres, por su apoyo incondicional en esta etapa de mi vida. Son y serán el ejemplo más grande de perseverancia y dedicación que podría tener.

A mis hermanos, Angélica, Camila, Matías y Marthina. Su compañía y aliento han sido una fuente inagotable de fortaleza y motivación en cada paso de este camino. Los animo a nunca rendirse y luchar siempre por sus sueños y objetivos.

A mis amigos y compañeros de la carrera, por su camaradería y colaboración a lo largo de este viaje.

Finalmente, a todo aquel que el presente trabajo le resulte de interés, espero que los hallazgos y conclusiones aquí presentados contribuyan de alguna manera al desarrollo de tecnologías amigables para un futuro mejor.

## **AGRADECIMIENTO**

Agradecer de todo corazón,

A Dios por brindarme la fortaleza y sabiduría para enfrentar los obstáculos que se han presentado en el camino y no haber desistido ante las adversidades.

A mis padres, Pablo y Dorys, por siempre velar por una educación de calidad para mí y mis hermanos, sé que ese es el mayor regalo que me han podido dar. Les agradezco infinitamente por haberme dado todo lo que ha estado a su alcance para cumplir este objetivo en mi vida.

A mis hermanos, Angélica, Camila, Matías y Marthina. Han sido mi fuente de motivación y apoyo, gracias por darme la compañía y el ánimo para no bajar los brazos ante los problemas.

A mis primos Abraham y Gregory, que los considero como mis hermanos mayores. Han sido un ejemplo y les doy las gracias por siempre estar pendiente de mí. Me han enseñado a no rendirme a pesar de los problemas que te pone la vida.

A mi tutor, el profesor Wilson Guachamin, su invaluable orientación, paciencia y apoyo durante todo el proceso de investigación. Sus consejos, experiencia y dedicación han sido fundamentales para la realización y culminación del trabajo, estoy profundamente agradecido por el tiempo y esfuerzo que ha invertido.

A todas las personas que conforman la Facultad de Ingeniería Mecánica, profesores, personal administrativo, técnicos y demás, les extiendo mi agradecimiento. Han contribuido, de alguna manera a mi formación académica y profesional.

En especial a Esteban, quien ha sido la persona que me ha acompañado durante todo este viaje. Tu amistad ha sido un pilar fundamental, no puedo expresar con palabras lo mucho que valoro tu amistad. Le doy gracias a la vida por habernos hecho conocer en ese curso en Prepo. Estoy seguro de que serás un gran ingeniero y profesional, gracias por cada risa compartida y cada consejo.

A todos los amigos que he tenido la fortuna de conocer durante mi tiempo en la facultad, su amistad ha sido un regalo invaluable. Gracias por haber convertido esta etapa en una experiencia más amena y enriquecedora. Les deseo éxito y felicidad en su futuro.

# ÍNDICE DE CONTENIDO

CERTIFICACIONES.....	I
DECLARACIÓN DE AUTORÍA.....	II
DEDICATORIA.....	III
AGRADECIMIENTO.....	IV
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	V
RESUMEN .....	VIII
ABSTRACT .....	IX
SIMBOLOGÍA.....	X
1 DESCRIPCIÓN DEL COMPONENTE DESARROLLADO.....	1
1.1 Objetivo general.....	2
1.2 Objetivos específicos .....	2
1.3 Alcance .....	3
2 Marco teórico.....	3
2.1 Introducción .....	3
2.2 Olas marinas y sus tipos.....	4
2.2.1 Olas regulares.....	5
2.2.2 Olas irregulares.....	5
2.2.3 Espectro de oleaje.....	6
2.2.4 Espectro de JONSWAP.....	7
2.3 Convertidores de energía de las olas (WECs).....	8
2.3.1 Clasificación de los convertidores de energía de las olas.....	8
2.3.2 Dinámica de WEC: Enfoque Newtoniano.....	10
2.3.3 Conceptos y parámetros hidrodinámicos de dispositivos WEC.....	11
2.3.4 Análisis en dominio del tiempo .....	12
2.3.5 Análisis en dominio de la frecuencia.....	12
2.3.6 Operador de amplitud de respuesta (RAO).....	12
2.3.7 Espectro de respuesta.....	13
2.4 Optimización .....	13
2.4.1 Conceptos básicos .....	13
2.4.2 Elementos en la optimización de problemas.....	14
2.4.3 Técnicas de optimización computacional.....	15
2.4.4 Algoritmos de optimización.....	15
2.4.5 Categorías de algoritmos de optimización .....	16
2.4.6 Matlab Optimization Toolbox .....	16

2.4.7	Características del Algoritmo fmincon.....	17
2.4.8	Método de secuencia cuadrática (SQP) .....	18
3	METODOLOGÍA .....	19
3.1	Modelo conceptual .....	23
3.2	Modelo analítico hidrodinámico.....	24
3.2.1	Sistema de dos grados de libertad.....	24
3.2.2	Consideraciones y simplificaciones del modelo .....	25
3.2.2.1	Fuerzas de excitación .....	25
3.2.2.2	Amortiguamiento del PTO vs amortiguamiento radiativo.....	26
3.2.2.3	Parámetros del cable .....	26
3.3	Sistema dinámico.....	26
3.3.1	Ecuación de movimiento.....	26
3.3.2	Parámetros hidrodinámicos y de control del modelo.....	27
3.3.2.1	Cilindro flotador.....	27
3.3.2.2	Cuerpo Sumergido.....	28
3.3.3	Análisis en dominio de la frecuencia.....	29
3.3.4	Operadores de amplitud de respuesta (RAO's) .....	29
3.3.5	Caso base .....	30
3.4	Optimización .....	30
3.4.1	Variables de decisión.....	30
3.4.2	Restricciones.....	31
3.4.3	Función objetivo .....	32
3.4.4	Límites inferiores y superiores de aceptación .....	32
3.4.5	Algoritmo de optimización.....	33
3.5	Análisis espectral .....	34
3.6	Análisis de los resultados.....	34
4	RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	35
4.1	Resultados .....	35
4.1.1	Casos optimizados .....	35
4.1.2	Operador de amplitud de respuesta.....	36
4.1.3	Espectros de respuesta .....	37
4.1.3.1	Momento espectral cero ( $m_0$ ).....	38
4.2	Discusión de resultados .....	39
4.3	Conclusiones .....	40
4.4	Recomendaciones .....	41
5	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	42

6 ANEXOS.....	43
Anexo 1. Amortiguamiento del PTO vs amortiguamiento radiativo. ....	43
Anexo 2. Parámetros del cable. ....	43
Anexo 3. Análisis Dinámico del Sistema de 2gdl.....	43
Anexo 4. Script – Función objetivo.....	43
Anexo 5. Script - Optimización .....	43

## RESUMEN

En un mundo donde la demanda de fuentes de energía sostenibles y limpias es cada vez mayor, los convertidores de energía de las olas ofrecen una alternativa prometedora y viable. Un país como el Ecuador, con su extenso litoral y un considerable potencial marino, se encuentra en una posición ideal para aprovechar esta tecnología emergente. La extensa costa ecuatoriana no solo ofrece un recurso abundante para la generación de energía a partir de las olas, sino que también abre nuevas oportunidades para diversificar la matriz energética nacional.

En este contexto, el presente trabajo se centra en la optimización geométrica de un convertidor de energía de las olas (WEC) de movimiento vertical de tipo absorbedor puntual, compuesto por un flotador y un cuerpo sumergido. La optimización busca que la frecuencia natural de oscilación de estos dispositivos coincida con el período pico característico de las olas para obtener la mayor extracción de energía. Para lograrlo, se ha desarrollado un modelo analítico hidrodinámico que maximice el espectro de respuesta del sistema por medio de su operador de amplitud de respuesta. La metodología de optimización emplea el uso de la herramienta Optimization Toolbox de MATLAB, la cual ofrece algoritmos de optimización idóneos para su aplicación en modelos analíticos.

**PALABRAS CLAVE:** optimización, operador de amplitud de respuesta, espectro de respuesta, WEC, frecuencia pico, período pico.

## ABSTRACT

In a world where the demand for sustainable and clean energy sources is increasing, wave energy converters offer a promising and viable alternative. A country like Ecuador, with its extensive coastline and significant marine potential, is in an ideal position to harness this emerging technology. The vast Ecuadorian coast not only provides an abundant resource for generating energy from waves but also opens new opportunities to diversify the national energy matrix.

In this context, the present work focuses on the geometric optimization of a vertical movement point absorber wave energy converter (WEC), consisting of a float and a submerged body. The optimization aims to ensure that the natural oscillation frequency of these devices matches the characteristic peak period of the waves to achieve maximum energy extraction. To achieve this, an analytical hydrodynamic model has been developed to maximize the system's response spectrum through its response amplitude operator. The optimization methodology employs the use of MATLAB's Optimization Toolbox, which provides suitable optimization algorithms for application in analytical models.

**KEYWORDS:** optimization, response amplitude operator, response spectrum, WEC, peak frequency

## SIMBOLOGÍA

$S(\omega)$ : Espectro de olas	$C_2$ : Coeficiente de amortiguamiento de arrastre (viscoso)
$\omega$ : Frecuencia característica de las olas	$k_2$ : Rigidez del cable
$t$ : Tiempo	$F_2(t)$ : Fuerzas de excitación en estructura sumergida
$H_s$ : Altura significativa	$F_{1_{kr}}(t)$ : Fuerza de Froude Krylov en cilindro flotador
$T_p$ : Período pico	$\rho$ : Densidad del agua del mar.
$\omega_p$ : Frecuencia pico	$g$ : Aceleración gravitacional
$M_{33}$ : Matriz masa estructural	$k$ : Número de onda
$A_{33}(\omega)$ : Matriz masa añadida	$A_c$ : Área transversal cilindro flotador
$B_{33}(\omega)$ : Coeficientes de amortiguamiento lineal.	$D$ : Diámetro del cilindro flotador
$h$ : Función de retardación	$c$ : Calado
$K_{33}$ : Matriz de rigidez	$D_2$ : Diámetro de la estructura sumergida
$F_{33}$ : Fuerzas de excitación	$L_1$ : Altura de la parte cilíndrica de la estructura sumergida.
$z, \dot{z}, \ddot{z}$ : Vectores posición, velocidad y aceleración en el eje vertical	$L_2$ : Altura del cono de la estructura sumergida.
$Z$ : Amplitud de respuesta	$C_d$ : Coeficiente de arrastre
$RAO(\omega)$ : Operador de amplitud de respuesta	$E$ : Módulo de elasticidad del acero
$S_\phi(\omega)$ : Espectro de respuesta	$L_3$ : Longitud del cable
$\zeta_a$ : Amplitud de la ola	$A_{wire}$ : Área transversal del cable
$M_1$ : Masa total cilindro flotador	$Z_1$ : Amplitud de respuesta cilindro flotador
$M_{1_{str}}$ : Masa estructural cilindro flotador	$Z_2$ : Amplitud de respuesta estructura sumergida
$A_1$ : Masa añadida cilindro flotador	$m_0$ : Momento espectral cero
$M_2$ : Masa total estructura sumergida	
$M_{2_{str}}$ : Masa estructural estructura sumergida	
$M_{2_{trp}}$ : Masa de agua atrapa	
$A_2$ : Masa añadida estructura sumergida	
$k_1$ : Rigidez hidrostática	
$C_{PTO}$ : Amortiguamiento del PTO	
$C_1$ : Coeficiente de amortiguamiento radiativo	
$F_1(t)$ : Fuerzas de excitación en cilindro flotador	

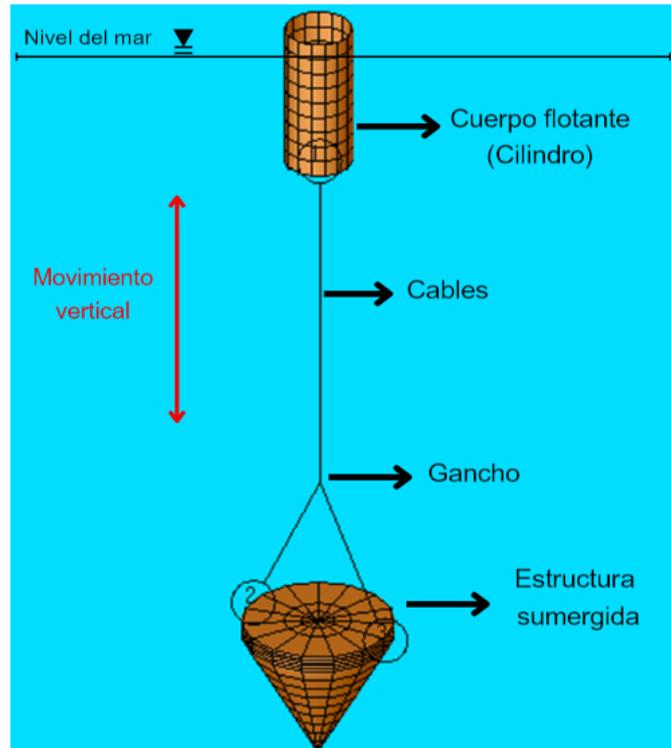
# 1 DESCRIPCIÓN DEL COMPONENTE DESARROLLADO

En el contexto global de crisis energética, exacerbada por el aumento de la demanda, la inestabilidad geopolítica y el cambio climático, muchos países enfrentan desafíos significativos en la generación de energía eléctrica. La escasez de recursos energéticos, el incremento en los precios de combustibles y los desafíos ambientales asociados han llevado a una reevaluación de las estrategias energéticas. En este marco global, Ecuador se encuentra en una situación crítica que afecta la calidad de vida de sus habitantes y obstaculiza su desarrollo.

En este sentido, la búsqueda de alternativas de generación de energía eléctrica a partir de fuentes renovables es urgente en la actualidad. Una de estas alternativas es la energía undimotriz, la cual se obtiene a partir del movimiento de las olas del mar y se aprovecha mediante convertidores de energía de las olas conocidos como WEC (Wave Energy Converters). Estos dispositivos capturan la energía cinética y potencial de las olas, la convierten en energía mecánica y finalmente en electricidad. Pueden adoptar diversas formas como sistemas de barreras flotantes, boyas, columnas oscilantes, dispositivos de punto de absorción, entre otros.

Para maximizar la energía obtenida de estos dispositivos, es necesario que un modo de vibración del sistema entre en resonancia con la frecuencia de las olas, lo cual requiere que el sistema tenga una adecuada sintonización de sus parámetros dinámicos y geométricos. Esto involucra la correcta configuración de la masa, la rigidez y la amortiguación del sistema, los cuales dependen de la forma y dimensiones del convertidor de energía undimotriz.

En este contexto, el presente trabajo se enfoca en optimizar geoméricamente los diferentes componentes del modelo WEC de movimiento vertical (heave) propuesto por Guachamín W. y otros (2024). Como se observa en la Figura 1, el modelo consta de dos estructuras principales: el cilindro flotador y el cuerpo sumergido, unidos mediante cables. Al tener dos cuerpos, el diseño forma un sistema de dos grados de libertad en movimiento vertical. Este concepto permite sintonizar el flotador de tal manera que el sistema entre en resonancia con las olas y permita maximizar la extracción de energía mecánica. A través de la optimización geométrica de los componentes del WEC, se busca no solo mejorar la eficiencia energética del sistema, sino también contribuir con el desarrollo de tecnologías sostenibles que puedan ser implementadas en las costas ecuatorianas.



**Figura 1.** Concepto WEC basado en la respuesta vertical (heave).

**Fuente:** (Adaptado de Guachamin W. y otros, 2024)

En síntesis, el trabajo consiste en aplicar algoritmos de optimización de estado del arte tales como interior point, sqp, active-set de la función "fmincon" del Optimization Toolbox de MATLAB que permitan determinar las mejores combinaciones de los parámetros geométricos de la estructura descrita anteriormente con el objetivo de generar la mayor excitación en relación a la frecuencia de las olas y el dispositivo WEC.

### 1.1 Objetivo general

Desarrollar una metodología para la optimización geométrica de un convertidor de energía undimotriz para las costas del Ecuador.

### 1.2 Objetivos específicos

1. Obtener el operador de amplitud de respuesta (RAO) analítico del sistema dinámico multi-cuerpo para movimiento vertical.
2. Investigar y evaluar algoritmos de optimización adecuados para su implementación en el sistema.
3. Desarrollar la metodología de optimización geométrica.
4. Optimizar los parámetros geométricos del sistema dinámico (WEC).

### **1.3 Alcance**

El alcance del proyecto se limita a optimizar un conjunto de variables geométricas de un sistema dinámico de dos grados de libertad (WEC) mediante algoritmos de optimización. No se incluye el diseño detallado de los componentes estructurales, el análisis de costos, la fabricación y prueba de prototipos, ni la evaluación de impacto ambiental del sistema.

## **2 MARCO TEÓRICO**

### **2.1 Introducción**

Los primeros diseños de WECs datan de la década de 1970, con un enfoque inicial en dispositivos basados en boyas y columnas de agua oscilante. A lo largo de los años, se han desarrollado diversas tecnologías, incluyendo absorbedores puntuales, atenuadores y dispositivos de sobrecarga, cada uno con enfoques únicos para convertir la energía de las olas en electricidad.

Aumentar la energía absorbida por estos dispositivos puede incrementar las ganancias, pero también los costos. Por lo tanto, es necesario establecer parámetros geométricos óptimos para lograr un diseño competitivo de WEC. Minimizar la estructura de un WEC es clave para los costos del proyecto, y muchos estudios han abordado la optimización geométrica como solución para obtener un dispositivo eficiente y competitivo.

Barbarit (2006), realizó una optimización geométrica multiobjetivo del dispositivo SEAREV, un absorbedor puntual de cuerpo único flotante. Los resultados de su investigación mostraron que los diseños con mayores calados llevaron a los rendimientos más óptimos. Más tarde, Gomes R. y otros (2010), optimizaron el diseño del casco de un absorbedor de punto de dos cuerpos utilizando algoritmos genéticos (GA) para maximizar la energía extraída, pero las dimensiones obtenidas del WEC eran imprácticas. Como resultado, cambiaron su función objetivo a la relación de la energía absorbida con el volumen sumergido del WEC y encontraron una solución más práctica. Se descubrió que aumentar la longitud del flotador no tenía un efecto significativo en la producción anual de energía.

Otro estudio realizado por Esmaeilzadeh (2019) sobre un absorbedor puntual de cuerpo único sumergido. Esta investigación logró un aumento significativo en la producción de energía mediante la optimización del diseño del casco del dispositivo.

Shami y otros (2019), evaluaron un absorbedor de punto de dos cuerpos utilizando el método Taguchi para aumentar la producción de energía. Se encontró que la forma del cuerpo sumergido era el factor más importante para determinar la producción de energía.

Además, el diámetro de la boya y la profundidad sumergida fueron factores menos críticos relacionados con la extracción de energía. De manera similar, Erselcan y Kükner (2020) investigaron el diseño óptimo de un absorbedor puntual de cuerpo único flotante con 3 formas de flotadores diferentes. Los resultados mostraron que, a pesar de que las menores proporciones de calado y radio de flotadores llevaron a la máxima producción de energía, en 2 de los 3 casos estudiados, no resultaron en el diseño más económico. Además, encontraron que aumentar la masa del flotador no tenía un efecto significativo en la producción de energía del WEC.

Como se ha mostrado, la mayoría de las investigaciones no han tenido un avance significativo en la producción máxima de energía precisamente por la configuración de sus modelos. Los WEC presentan frecuencias de resonancia más altas que la de las olas del mar; este fenómeno es conocido como “problema hidrodinámico”. Las frecuencias altas se pueden reducir agregando grandes cantidades de masa estructural, por ejemplo, añadiendo alrededor de 300 toneladas. Sin embargo, estos modelos de un solo cuerpo llegan a ser inviables ya que al aumentar significativamente su masa finalmente se hunden.

Ante este problema, el modelo de dos cuerpos propuesto por Guachamín W. y otros (2024) permite sintonizar la frecuencia natural por medio de una estructura sumergida que proporciona masa atrapada adicional (no estructural). De esta manera, es posible encontrar los parámetros geométricos que permitan obtener la frecuencia natural de las olas de las costas de Galápagos y se logre extraer mayor cantidad de energía. Sin embargo, estos parámetros geométricos pueden ser optimizados.

El presente trabajo tiene como finalidad utilizar algoritmos de optimización que permitan encontrar las combinaciones óptimas de los parámetros geométricos del modelo propuesto por Guachamín W. y otros (2024). El objetivo consiste en que la estructura entre en resonancia con la frecuencia de olas de las costas ecuatorianas.

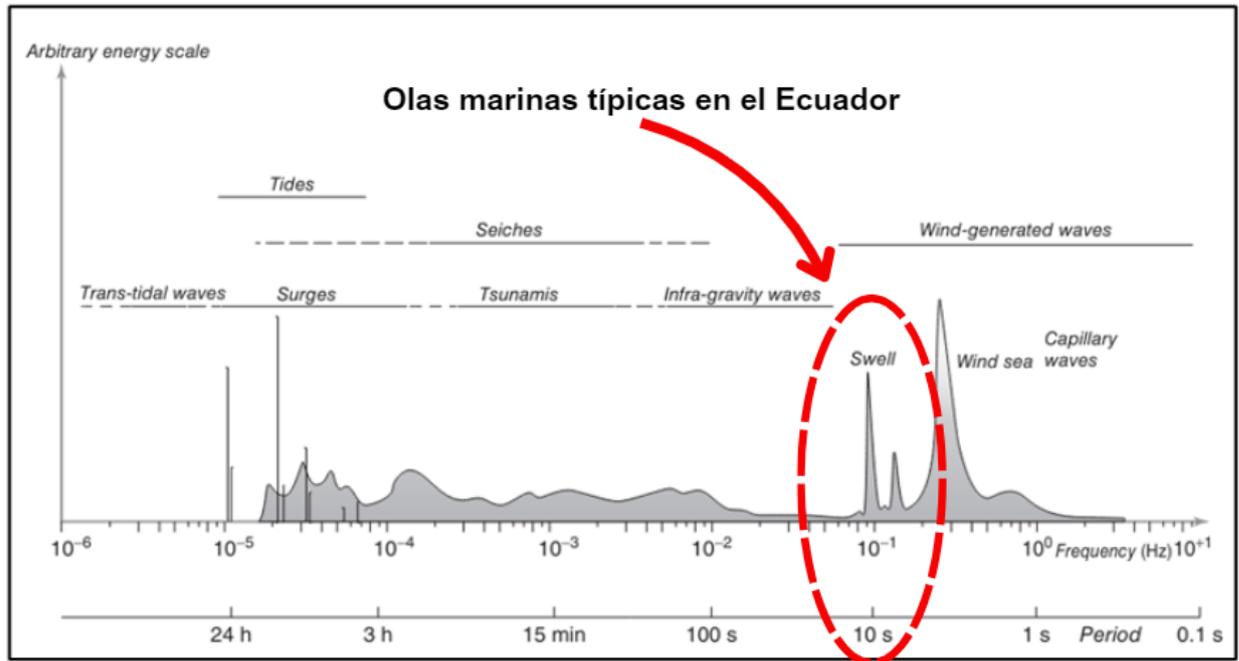
## **2.2 Olas marinas y sus tipos**

Las olas, según Danis A. (2019), son perturbaciones en la superficie del mar que al propagarse transportan energía por medio del agua. La clasificación más utilizada se basa en el período de la ola o la longitud de onda asociada, como se puede observar en la Figura 2. (Holthuijsen, 2007)

Dentro de esta clasificación, las olas generadas por el viento y las olas generadas por ondas de gravedad son las responsables de inducir cargas considerables a las estructuras

marinas en especial a los convertidores de energía undimotriz debido a sus longitudes de onda superiores a 0.25 [m] y períodos de entre 1 a 20 [s]. (Fusco, 2012)

Por otro lado, el comportamiento de las olas oceánicas puede ser descrito por medio de tres criterios según el nivel de complejidad y detalle que se requiera. Los tres criterios son olas regulares, olas irregulares y espectro de olas. (Young, 2017). A continuación, se detallan los diferentes criterios.



**Figura 2.** Frecuencia y período de las olas del océano.

**Fuente:** (Holthuijsen, 2007)

### 2.2.1 Olas regulares

El criterio de olas regulares consiste en aproximar al campo de olas por medio de un armónico sinusoidal, caracterizado por la altura, período y dirección específicos. En este caso se asume que todas las olas son uniformes y por tanto predecibles lo que permite simplificar el cálculo y análisis.

### 2.2.2 Olas irregulares

Según Young (2017), el comportamiento de olas irregulares consiste en sumar varios armónicos sinusoidales con diferentes alturas, direcciones y períodos para obtener un representación más realista de la superficie del mar. Este criterio es utilizado para estudios en estructuras marinas con un análisis más detallado y específico.

### 2.2.3 Espectro de oleaje

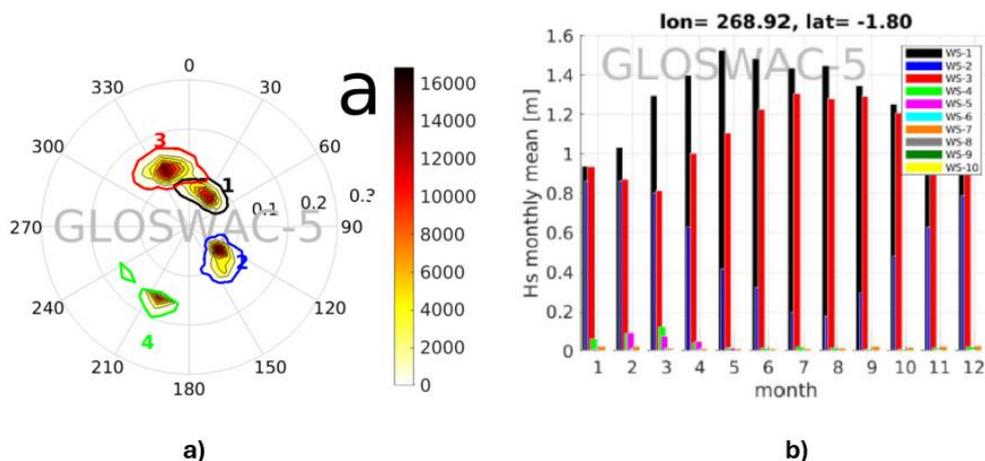
Un espectro de olas es una representación matemática que proporciona información sobre la energía que contienen las olas a distintas frecuencias por medio de una suma infinita de armónicos de Fourier. De manera general, los parámetros principales que definen el espectro de olas son: la altura significativa de la ola ( $H_s$ ) y la frecuencia pico ( $\omega_p$ ) o el período pico ( $T_p$ ). (Fusco, 2012)

Este concepto muestra cómo se distribuye la energía entre las diferentes frecuencias de la ola permitiendo conocer características generales de las condiciones del mar en diferentes situaciones y ubicaciones. Los espectros de olas más reconocidos son:

- Pierson – Moskowitz (1964)
- Bretschneider – ISSC (1966)
- JONSWAP (1973)
- Ochi – Hubble (1976)
- Torsethaugen (1993)
- Espectro Gaussiano (Función de densidad de probabilidad normal)

Para lograr la máxima extracción de energía en el sistema WEC, es fundamental que éste entre en resonancia con el oleaje. Por tanto, es crucial definir en qué espectro de oleaje y qué períodos específicos deben enfocarse los esfuerzos para alcanzar este objetivo.

A partir del trabajo de Portilla J. & Guachamín W. (2023), se ha logrado identificar 3 sistemas de oleaje principales que rodean la zona costanera de las islas Galápagos como se observa en la Figura 3(a), siendo el sistema sur (1) el de mayor energía. Además, en la Figura 3(b) se observa la altura significativa mensual promedio de olas en este sitio.



**Figura 3.** a) Sistemas de oleaje para Galápagos (-1.8°N, 269°W); b) Altura significativa de olas.

**Fuente:** (Portilla J. & Guachamín W, 2023)

En la Tabla 1, se muestra el diagrama de dispersión de un conjunto de datos referentes a los espectros de olas de 37 años, obtenidos del Centro Europeo para pronósticos meteorológicos de rango medio (ECMWF). Se puede identificar que los estados de mar más recurrentes tienen una altura significativa de  $H_s = 1.5$  [m] y un período pico de los 11 a 17 [s] aproximadamente.

**Tabla 1.** Diagrama de dispersión para las Islas Galápagos -1.8°N, 269°W.

$H_s$ (m)	Período pico $T_p$ (s)													
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0,5	0	0	0	4	21	11	20	26	17	0	7	4	0	0
1,0	92	280	346	417	719	3018	5506	5086	3491	0	1957	917	0	285
<b>1,5</b>	49	128	523	1485	1592	<b>2329</b>	<b>11328</b>	<b>19391</b>	<b>14747</b>	<b>0</b>	<b>8401</b>	<b>3489</b>	0	1079
2,0	0	0	20	216	814	655	764	4436	8091	0	4245	1561	0	406
2,5	0	0	0	0	14	131	78	127	789	0	993	388	0	69
3,0	0	0	0	0	0	6	5	11	27	0	103	85	0	19

Fuente: (Guachamin W. y otros, 2024)

#### 2.2.4 Espectro de JONSWAP

En el presente trabajo, se utiliza el espectro de oleaje JONSWAP porque permite modelar oleajes parcialmente desarrollados por el viento. La función que modela este espectro se muestra en la Ecuación 1.

$$S(\omega) = 5.061 \frac{g^2 H_s^2}{\omega^5 T_p^4} (1 - 0.287 \ln(\gamma)) \exp\left(-\frac{5}{4} \left(\frac{2\pi}{\omega T_p}\right)^4\right) \gamma^{\exp\left(-\frac{(2\pi\omega/T_p - 1)^2}{2\delta^2}\right)}$$

$$\delta = 0.07 \quad \text{si} \quad \omega < 2\pi/T_p$$

$$\delta = 0.09 \quad \text{si} \quad \omega \geq 2\pi/T_p$$

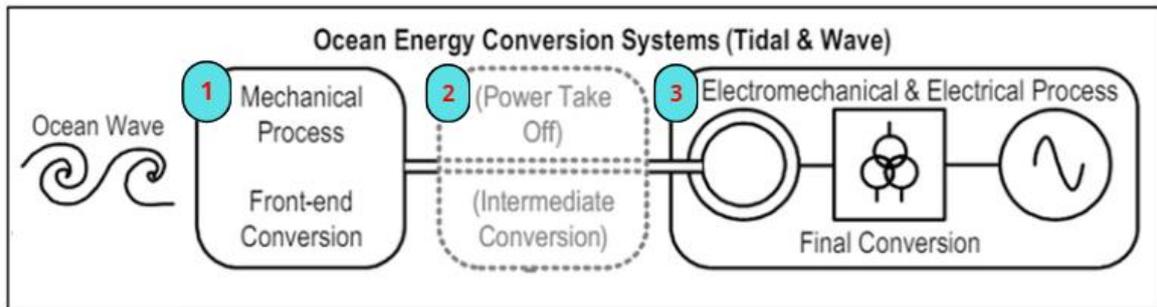
$$\gamma = \exp(3.484(1 - 0.1975(0.036 - 0.0056T_p/\sqrt{H_s})T_p^4/H_s^2))$$

**Ecuación 1.** Espectro JONSWAP de profundidad de agua infinita.

Donde  $H_s$  representa la altura significativa de la ola,  $T_p$  período pico,  $\omega$  frecuencia característica.

## 2.3 Convertidores de energía de las olas (WECs)

En la Figura 4 se ilustra cómo los convertidores de energía de las olas son dispositivos que convierten el movimiento irregular de las olas en movimiento regular mecánico. Luego, mediante un sistema de generación eléctrica (PTO, por sus siglas en inglés) convierten la energía mecánica en electricidad; es decir, la conversión de energía engloba un proceso electromecánico. (Farrok, 2024)



**Figura 4.** Representación simplificada de dispositivos de conversión de energía de las olas.

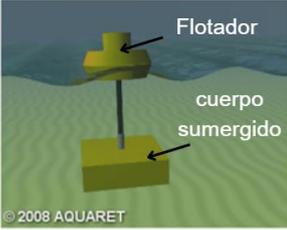
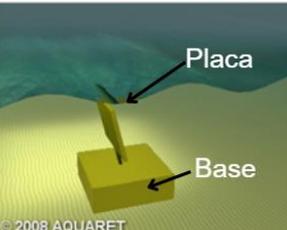
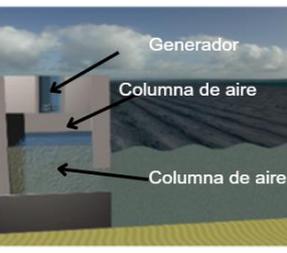
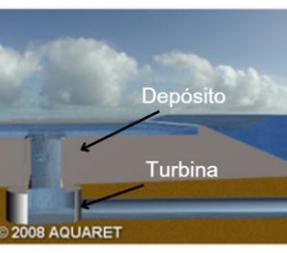
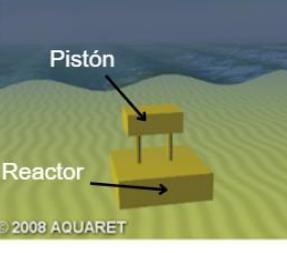
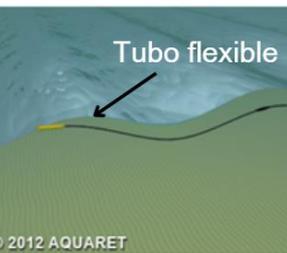
**Fuente:** (Santos, 2011)

### 2.3.1 Clasificación de los convertidores de energía de las olas

Según Aderinto & Li (2019), la clasificación más general de estos dispositivos se basa en la interacción de los mecanismos y las olas. Considerando este criterio, se pueden categorizar en tres tipos principales: columnas de agua oscilantes (OWC), sistemas de cuerpos oscilantes y sistemas de sobrepaso. Sin embargo, con el avance de las investigaciones en los últimos años es posible categorizar a estos dispositivos en ocho tipos, como se observa en la Tabla 2.

**Tabla 2.** Clasificación de dispositivos WEC.

#	Dispositivo WEC	Funcionamiento	Esquema
1	Atenuadores "Attenuator"	Operan en paralelo a la dirección de las olas y están formados por segmentos articulados. El movimiento relativo entre estos segmentos, generado por las olas, se convierte en energía eléctrica mediante un generador.	<p>Segmentos articulados</p> <p>© 2008 AQUARET</p>

2	<p>Absorbedores Puntuales <i>"Point Absorber"</i></p>	<p>Absorben energía de todas las direcciones mediante la interacción de las olas con una boya o flotador que se mueve hacia arriba y hacia abajo unido a un cuerpo sumergido.</p>	
3	<p>Convertidor de movimiento horizontal <i>"Oscillating wave surge converter"</i></p>	<p>Extraen energía del movimiento horizontal de las partículas del agua, generalmente utilizando una placa que se mueve hacia adelante y hacia atrás.</p>	
4	<p>Columna de agua oscilante (OWC) <i>"Oscillating water column"</i></p>	<p>Encierran una columna de aire sobre una columna de agua. Las olas hacen oscilar la columna de agua, cambiando la presión del aire y moviendo una turbina que genera electricidad.</p>	
5	<p>Sistemas de sobrepaso <i>"Overtopping"</i></p>	<p>Capturan agua cuando las olas rompen en un depósito de almacenamiento elevado. El agua almacenada se libera gradualmente y pasa a través de turbinas para generar electricidad.</p>	
6	<p>Presión diferencial sumergido <i>"Submerged pressure differential"</i></p>	<p>Utiliza la diferencia de presión inducida por el movimiento de las olas para mover una membrana o pistón sumergido por medio de un reactor.</p>	
7	<p>Sistemas de ondas abultadas <i>"Bulge Wave"</i></p>	<p>Acumulan energía a partir de las variaciones de presión creadas por las olas dentro de un tubo flexible. Las variaciones de presión generan una onda interna que se convierte en electricidad mediante un generador.</p>	

8	Masa giratoria "Rotating mass"	Capturan energía cuando un mecanismo interno se agita o balancea con el movimiento de las olas.	 <p>Balanceo Mecanismo de agitación © 2012 AQUARET</p>
---	-----------------------------------	---	---

Fuente: (Esteban, 2018)

En este trabajo, el dispositivo que se busca optimizar es de tipo Absorbedor Puntual (PA) sintonizado, cuyo concepto se presentó anteriormente en la sección introductoria, como se muestra en la Figura 1.

### 2.3.2 Dinámica de WEC: Enfoque Newtoniano

La dinámica de un convertidor de energía de las olas se fundamenta en el enfoque newtoniano de cuerpos rígidos. Los cuerpos flotantes pueden desplazarse libremente en los seis grados de libertad, tres traslacionales (surge, sway, heave) y tres rotacionales (roll, pitch, yaw) como se ilustra en la Figura 5. (Gradowski M. y otros, 2017)

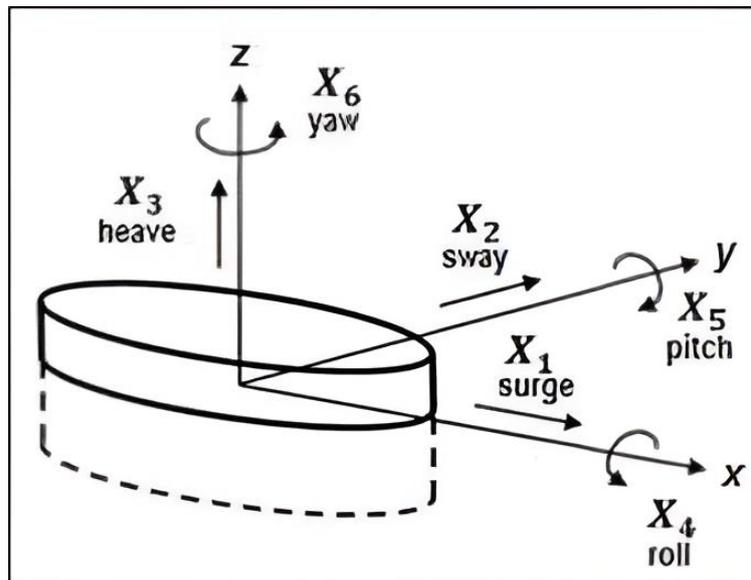


Figura 5. Grados de libertad de un cuerpo flotante.

Fuente: (Wu, 2020)

En este contexto, los parámetros hidrodinámicos y de control del modelo analítico se basarán en la dirección vertical (heave).

### 2.3.3 Conceptos y parámetros hidrodinámicos de dispositivos WEC

A continuación, se presentan los conceptos hidrodinámicos generales, los cuales serán fundamentales para la posterior comprensión de los parámetros del modelo de WEC tipo absorbedor puntual propuesto. Estos parámetros están interrelacionados a través del operador de amplitud de respuesta (RAO), posteriormente explicado.

#### Fuerzas de excitación

- **Fuerza de Froude-Krylov:** Fuerza generada por la presión de las olas sobre la superficie del cuerpo flotante.
- **Fuerzas de difracción:** Fuerzas resultantes de la perturbación de las olas por el cuerpo flotante, que generan patrones de difracción.

#### Masa

- **Masa estructural:** Se refiere a la masa del cuerpo sin incluir los efectos del agua circundante.
- **Masa añadida:** Se define como la masa efectiva adicional que el cuerpo “adquiere” debido a la presión del fluido circundante.
- **Masa atrapada:** Masa de agua atrapada en el cuerpo sumergido.

**Calado:** Es la profundidad a la que se sumerge el dispositivo flotante en el agua. En otras palabras, es la distancia vertical desde la línea de flotación hasta la parte más baja del flotador.

**Amortiguamiento viscoso:** Resistencia al movimiento del cuerpo flotante debido a la viscosidad del agua.

**Amortiguamiento radiativo:** Es la capacidad de un cuerpo flotante para disipar energía generando olas al oscilar.

**Coefficiente de fuerza restauradora:** Es el parámetro que describe la capacidad del sistema para volver a su posición de equilibrio después de una perturbación.

**Fuerza de arrastre:** Fuerza viscosa que actúa sobre el cuerpo sumergido en dirección opuesta al movimiento debido a la resistencia del agua.

**Rigidez del cable:** Se refiere a la rigidez del cable que conecta el cuerpo sumergido con el cuerpo flotante.

**Power Take Off (PTO):** Se refiere al sistema que convierte la energía mecánica capturada por el dispositivo WEC en energía eléctrica o en otro tipo de energía útil.

### 2.3.4 Análisis en dominio del tiempo

El análisis dinámico en dominio del tiempo de un sistema WEC acoplado se caracteriza a través de la ecuación de movimiento mostrada a continuación:

$$[M_{33} + A_{33}^{\infty}]\ddot{z}(t) + \int_0^t h(t - \tau)\dot{z}(\tau)d\tau + K_{33}z(t) = F_{33}(z, \dot{z}, \ddot{z})$$

**Ecuación 2:** Ecuación de movimiento en dominio del tiempo.

Donde,  $M_{33}$  representa la matriz de masa estructural del sistema,  $A_{33}^{\infty}$  es la matriz de masa añadida,  $h$  es la función de retardación que depende de la masa añadida y amortiguamiento radiativo,  $K_{33}$  matriz de rigidez,  $F_{33}$  son las fuerzas externas actuantes en el sistema en dirección vertical y  $z, \dot{z}, \ddot{z}$  se definen como los vectores de posición, velocidad y aceleración, respectivamente. La Ecuación 2, es usada para obtener respuestas dinámicas de sistemas lineales y no lineales.

### 2.3.5 Análisis en dominio de la frecuencia

El comportamiento dinámico en el dominio de la frecuencia de un sistema WEC acoplado se obtiene con la transformada de Fourier de la Ecuación 2, resultando en la siguiente Ecuación.

$$-\omega^2[M_{33} + A_{33}(\omega)]Z(\omega) + i\omega B_{33}(\omega)Z(\omega) + K_{33}Z(\omega) = F_{33}(\omega)$$

**Ecuación 3:** Ecuación de movimiento en dominio de la frecuencia.

Para trabajar en dominio de la frecuencia, es necesario que el modelo sea lineal. Esto permite representar el comportamiento del sistema mediante funciones de transferencia. Y al trabajar con funciones de transferencia el análisis se simplifica, especialmente la optimización de su diseño.

### 2.3.6 Operador de amplitud de respuesta (RAO)

El operador de amplitud de respuesta (RAO, por sus siglas en inglés) es una función de transferencia utilizada para el análisis de sistemas dinámicos en ingeniería marina y offshore. El RAO proporciona información sobre cómo una estructura o embarcación reacciona a los movimientos y fuerzas causados por las olas a distintas frecuencias.

El RAO se representa como la relación entre la amplitud de la respuesta (posición, velocidad, aceleración) y la amplitud de la excitación de la ola en cada frecuencia como se observa en la Ecuación 4.

$$RAO(\omega) = \frac{Z}{\zeta_a} = \frac{F_{33}}{K_{33} - (M_{33} + A_{33}(\omega))\omega^2 + iB_{33}(\omega)\omega}$$

**Ecuación 4.** Operador de amplitud de respuesta vertical (heave).

Donde  $Z$  es la amplitud de respuesta de la estructura en heave,  $M_{33}$  masa estructural del sistema,  $A_{33}(\omega)$  masa añadida,  $\zeta_a$  amplitud de la ola,  $B_{33}(\omega)$  coeficientes de amortiguamiento lineal,  $K_{33}$  coeficiente de fuerza restauradora,  $F_{33}$  fuerzas externas que actúan sobre el sistema en la dirección vertical.

### 2.3.7 Espectro de respuesta

El espectro de respuesta permite comprender cómo se comporta el convertidor de energía al excitarse por distintas frecuencias de olas. El espectro de respuesta brinda información detallada sobre las frecuencias en las que el sistema responde con mayor amplitud, permitiendo identificar condiciones óptimas de operación del WEC.

El espectro de respuesta se relaciona con el operador de amplitud de respuesta (RAO) y con el espectro de oleaje a través de la Ecuación 5.

$$S_\phi(\omega) = RAO^2(\omega) \cdot S(\omega)$$

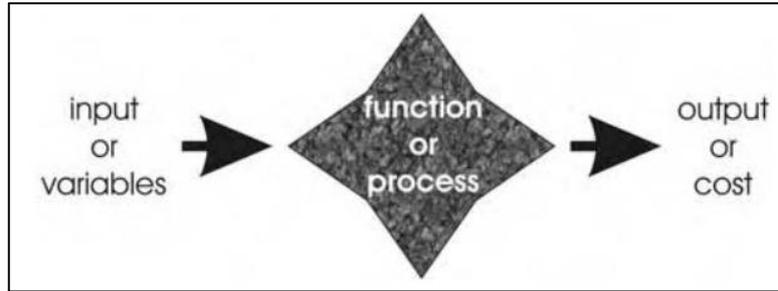
**Ecuación 5.** Espectro de respuesta.

Donde  $S_\phi$  es el espectro de respuesta,  $RAO$  es la función de transferencia linealizada del sistema y  $S(\omega)$  es el espectro de oleaje JONSWAP.

## 2.4 Optimización

### 2.4.1 Conceptos básicos

Según Haupt R. & Haupt E. (2004), la optimización consiste en el proceso de ajustar las entradas o características de un dispositivo, experimento o proceso matemático para minimizar o maximizar una salida o función costo, como se observa en la Figura 6. Para Giassi M. (2020), el proceso de optimizar radica en identificar la mejor solución entre un conjunto de alternativas disponibles, bajo ciertas restricciones.



**Figura 6.** Diagrama de una función o proceso a optimizar.

**Fuente:** (Haupt, 2004)

En la formulación de problemas de optimización, es fundamental considerar ciertos elementos que permiten plantear de manera correcta el modelo a optimizar. A continuación, se describen estos parámetros en detalle.

### 2.4.2 Elementos en la optimización de problemas

1. **Variables de decisión:** Se refiere a la selección de las variables independientes que impacten significativamente en la función objetivo.
2. **Restricciones:** Son las relaciones entre las variables de decisión que restringen de alguna manera el fenómeno, es decir, pueden ser limitaciones del sistema, leyes naturales o restricciones tecnológicas. Las restricciones pueden ser igualdades o desigualdades.
  - a. Restricciones de igualdad: Se refieren a ecuaciones entre variables de decisión, que se expresan de la siguiente forma.

$$f(x) = f(x_1, \dots, x_n) = 0$$

**Ecuación 6.** Restricciones de tipo igualdad.

Donde  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$

- b. Restricciones de desigualdad: Inecuaciones entre variables de decisión.

$$g(x) = g(x_1, \dots, x_n) \leq 0$$

**Ecuación 7.** Restricciones de tipo desigualdad.

Donde  $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ .

3. **Función objetivo o costo:** La función objetivo mide la calidad o rendimiento de una solución, lo que permite evaluar o comparar distintas opciones. Además, ayuda a seleccionar las variables de decisión óptimas, ya sea para minimizar o maximizar.
4. **Límites superiores e inferiores de aceptación:** Son criterios que establecen los rangos dentro de los cuales se considera aceptable una solución óptima en relación a las variables de decisión.

### 2.4.3 Técnicas de optimización computacional

Existen varias técnicas que permiten a los diseñadores resolver problemas de optimización. Según el problema a optimizar se pueden escoger entre algoritmos de optimización ya sean en métodos basados en gradientes, o métodos heurísticos.

### 2.4.4 Algoritmos de optimización

Los algoritmos de optimización son herramientas computacionales que están diseñadas para hallar la mejor solución a un problema satisfaciendo las restricciones y condiciones. Los algoritmos de optimización más populares son:

- **Algoritmos Genéticos:** Inspirado en la evolución biológica, utiliza operadores genéticos como selección, cruce y mutación para encontrar soluciones óptimas en problemas complejos. (Mitchell, 1998)
- **Algoritmo de Recocido Simulado:** Simula el proceso físico de enfriamiento de metales fundidos, explorando el espacio de búsqueda de soluciones de manera probabilística para escapar de mínimos locales. (Kirkpatrick y otros, 1983)
- **Optimización por Enjambre de Partículas (Particle Swarm Optimization, PSO):** Modela el comportamiento de un enjambre de partículas moviéndose en el espacio de búsqueda, ajustando su posición según el éxito relativo de soluciones pasadas. (Kennedy & Eberhart, 1995)
- **Algoritmo del Gradiente Descendente y sus variantes:** Utilizado en problemas de optimización continua, ajusta iterativamente los parámetros buscando minimizar una función objetivo siguiendo la dirección opuesta al gradiente de la función. Existen algunas variantes del algoritmo de gradiente descendente, algunos de estos son SQP, punto interior, gradientes conjugados, entre otros. (Ruder, 2016)
- **Algoritmos de Programación Lineal y No Lineal:** Resuelven problemas de optimización con restricciones lineales o no lineales, respectivamente, utilizando

técnicas matemáticas avanzadas como la programación dual y los métodos de Newton-Raphson. (Bazarraa y otros, 2013)

### 2.4.5 Categorías de algoritmos de optimización

Haupt R & Haupt E. (2004), dividen los algoritmos de optimización en seis categorías como se observa en la Figura 7. Es importante entender que ninguna de estas seis categorías es necesariamente excluyente. Por ejemplo, un problema de optimización estática podría ser tanto con restricciones como sin restricciones.

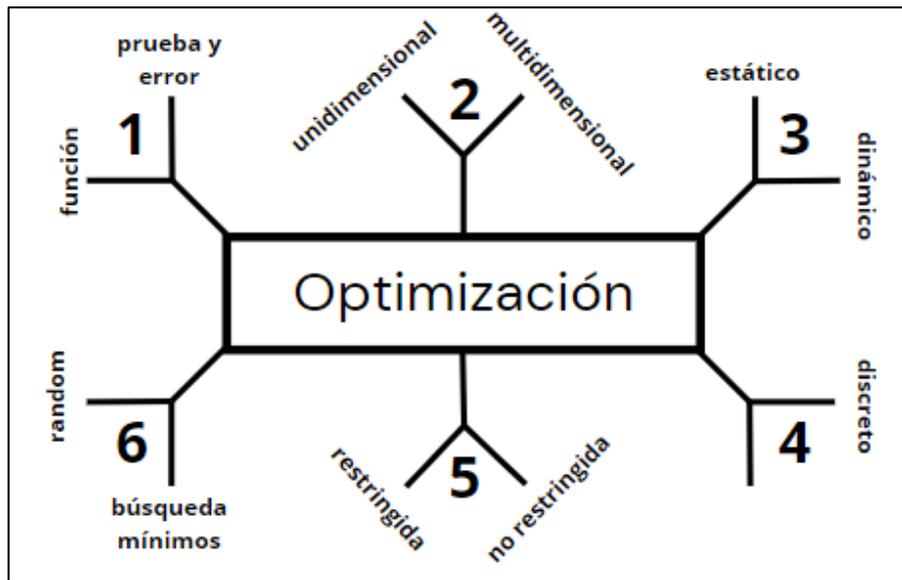


Figura 7. Categorías de algoritmos de optimización.

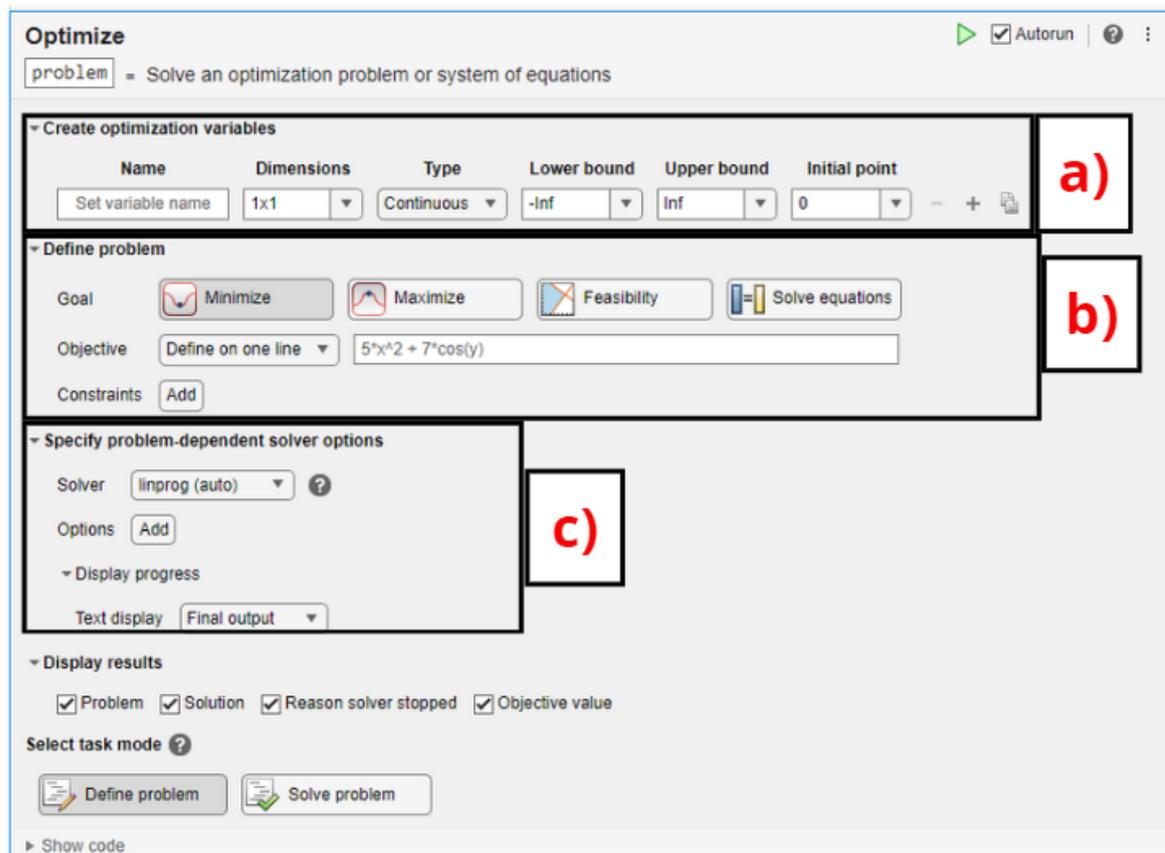
Fuente: [Propia]

### 2.4.6 Matlab Optimization Toolbox

El Optimization Toolbox de MATLAB proporciona un conjunto de funciones (almacenadas en m-files) y herramientas para resolver una amplia variedad de problemas de optimización, incluidos los de programación lineal, no lineal, de cuadratura y de restricciones mixtas. (MathWorks, 2023)

El optimizador posee una interfaz gráfica que facilita a los usuarios interactuar de manera intuitiva con el sistema. En la Figura 8 sección a) se observa, cómo se definen inicialmente las variables de decisión del problema incluyendo su naturaleza (continua o discreta) y rangos aceptables de respuesta. En Figura 8 sección b), se especifica si el objetivo es minimizar o maximizar, además se define la función objetivo junto con las restricciones del

problema. En la Figura 8 sección c), se define el solucionador de optimización que el Toolbox utilizará, junto con diversas opciones de algoritmos de optimización.



**Figura 8.** Interfaz Gráfica Matlab Optimization Toolbox.

**Fuente:** [Propia]

Entre los solucionadores destacados que ofrece esta herramienta se encuentra “fmincon”, que es especialmente útil para la optimización de problemas con restricciones no lineales.

### 2.4.7 Características del Algoritmo fmincon

El solucionador “fmincon” del Optimization Toolbox de MATLAB es utilizado para minimizar o maximizar una función no lineal sujeta a restricciones ya sean lineales o no lineales. A continuación, se presentan sus principales características.

- **Minimización de Funciones No Lineales:** Está diseñado para encontrar el mínimo de una función objetivo no lineal. Esto lo hace ideal para problemas donde estas funciones a optimizar no son lineales ni cuadráticas.
- **Restricciones:** Permite la inclusión de diferentes tipos de restricciones, incluyendo restricciones de igualdad, desigualdad, límites en las variables y restricciones no

lineales, lo que proporciona una gran flexibilidad para modelar problemas complejos.

- **Métodos de Solución:** Soporta varios algoritmos de solución, como el método de secuencia cuadrática (SQP), el método de punto interior, el método de regiones de confianza y el método activo-set. Esta variedad de métodos permite seleccionar el más adecuado según las características específicas del problema a optimizar.

#### **2.4.8 Método de secuencia cuadrática (SQP)**

Es una técnica ampliamente utilizada en la optimización no lineal. Dentro del Toolbox Optimization, el algoritmo "fmincon" emplea el método SQP para resolver problemas de optimización con restricciones no lineales. El SQP transforma el problema original en una serie de subproblemas de optimización cuadrática, lo que permite abordar tanto la función objetivo como las restricciones de manera eficiente (Gill y otros, 1981).

En cada iteración del proceso SQP, se resuelve un subproblema cuadrático que minimiza una función cuadrática sujeta a restricciones lineales. Los resultados obtenidos de este subproblema se utilizan para actualizar la solución del problema original. Este proceso iterativo continúa hasta que se cumple un criterio de convergencia, lo cual ocurre cuando las mejoras en la solución son suficientemente pequeñas (Nocedal & Wright, 2006).

El método SQP es conocido por su eficiencia en problemas donde tanto la función objetivo como las restricciones son no lineales. Además, ofrece flexibilidad al poder manejar restricciones de igualdad y desigualdad, así como límites en las variables. Estas características hacen del SQP una opción robusta y efectiva para la optimización no lineal en Matlab.

### 3 METODOLOGÍA

En esta sección se muestra el procedimiento para encontrar las soluciones geométricas optimizadas del sistema WEC, tomando en cuenta las restricciones hidrodinámicas de interés. El flujo a seguir se plantea en la Figura 9 y consta de seis pasos, las letras remarcadas de color rojo permiten reconocer las entradas y salidas de cada actividad. Adicionalmente, el flujo general consta de dos subprocesos correspondientes al modelo analítico hidrodinámico (color azul) y el esquema de optimización (color rosado), mostrados en las Figuras 10 y 11 respectivamente.

El proceso inicia con la definición del modelo conceptual del sistema WEC, ver paso 1. Luego, se plantea el modelo analítico hidrodinámico tomando en cuenta las simplificaciones aplicadas al sistema, ver paso 2. Sobre este modelo se desprenden dos casos, el primero referente al caso base propuesto por Guachamín W. y otros (2024) y el segundo en relación al modelo analítico a optimizar, ver paso 3. El paso 4, consiste en realizar el análisis espectral con el RAO para los casos optimizados y caso base. Luego, en el paso 5 se obtienen los espectros de respuesta. Finalmente, se comparan y analizan las funciones de transferencia y respuestas dinámicas optimizadas con las del caso base.

En la Figura 10, se puede observar el subproceso del modelado analítico para obtener el operador de amplitud de respuesta del sistema. El subproceso inicia con la determinación del sistema acoplado de dos grados de libertad, ver punto 2.1. En el punto 2.2, se realizan las consideraciones y simplificaciones necesarias para que el modelo logre ser lo más preciso posible. Luego, se obtiene la ecuación de movimiento del sistema linealizado, ver punto 2.3. Posteriormente, se realiza el análisis en dominio de la frecuencia, ver punto 2.4. Finalmente, se obtiene la expresión analítica del operador de amplitud de respuesta, ver punto 2.5.

El flujo del esquema de optimización se ilustra en la Figura 11. Esta sección describe el procedimiento desde la definición de los elementos del problema hasta la implementación del algoritmo de optimización utilizando el Toolbox. El proceso comienza en el punto 3.1 con la definición de los parámetros generales, que incluyen las variables de decisión, las restricciones, la función objetivo y los límites inferiores y superiores de las soluciones. En el punto 3.2, se configuran estos parámetros en la interfaz. Finalmente, en el punto 3.3, se

procede con la optimización utilizando el método SQP del solucionador "fmincon" hasta que la solución converja en un diseño óptimo.

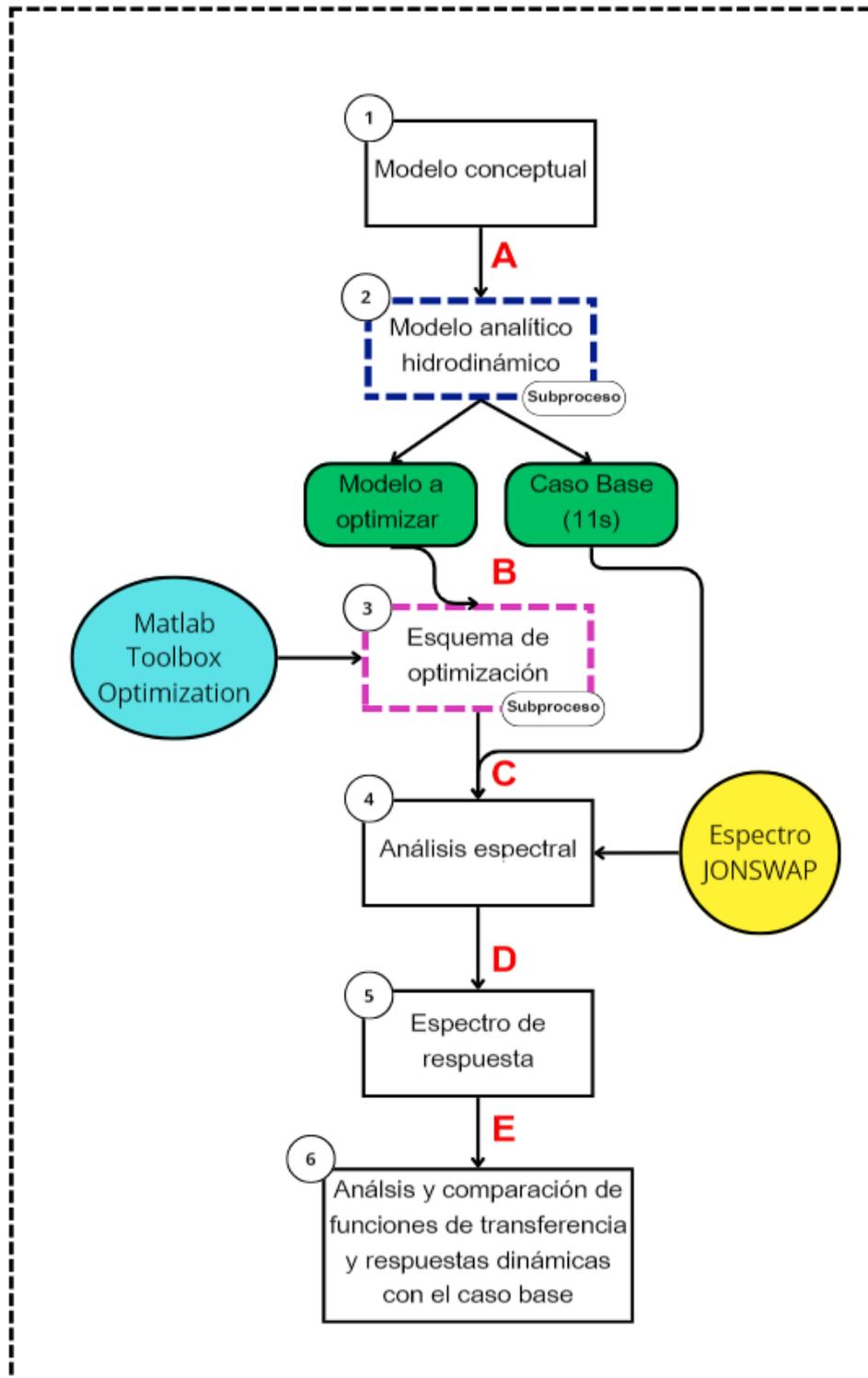
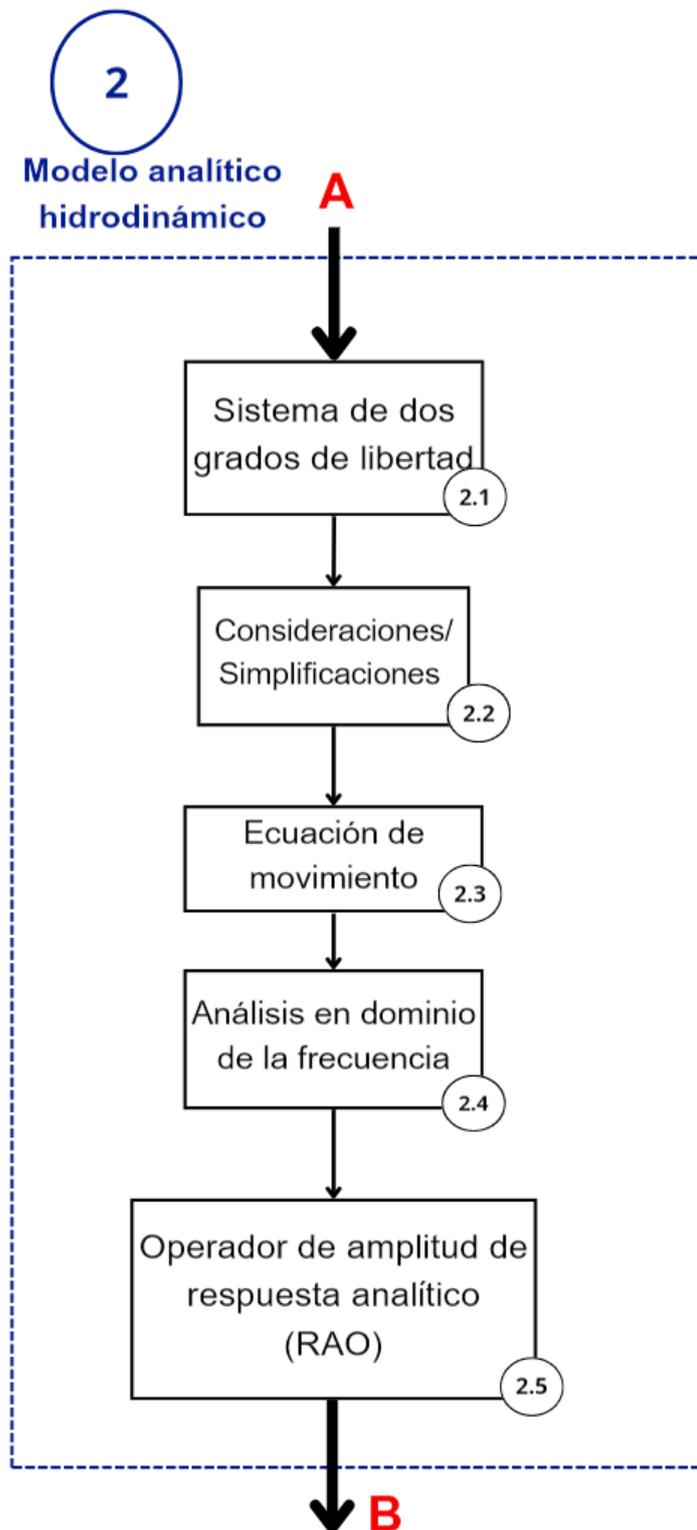


Figura 9. Metodología general.

Fuente: [Propia]



**Figura 10.** Metodología del modelo analítico hidrodinámico.

**Fuente:** [Propia]

3

Esquema de optimización

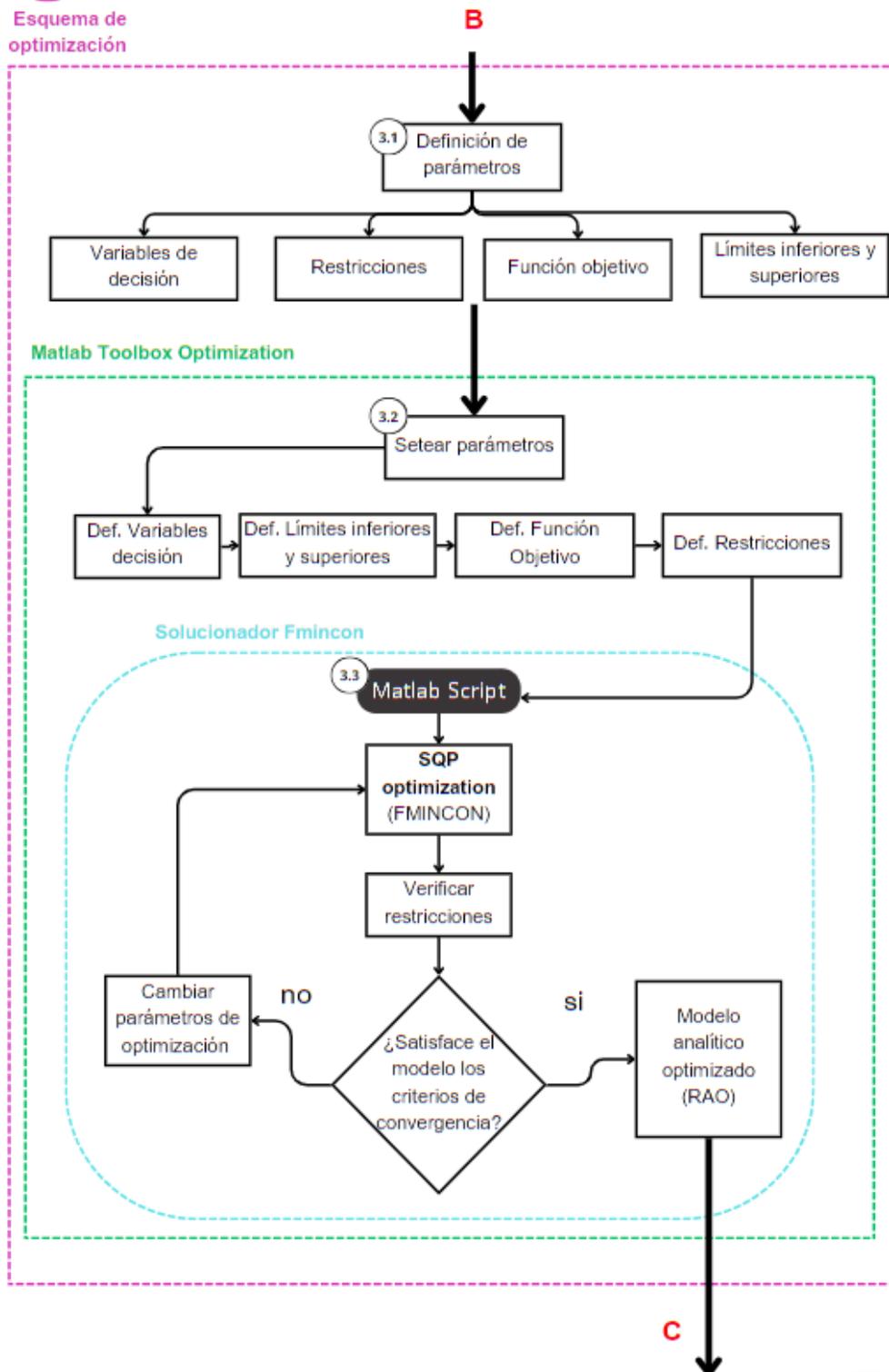


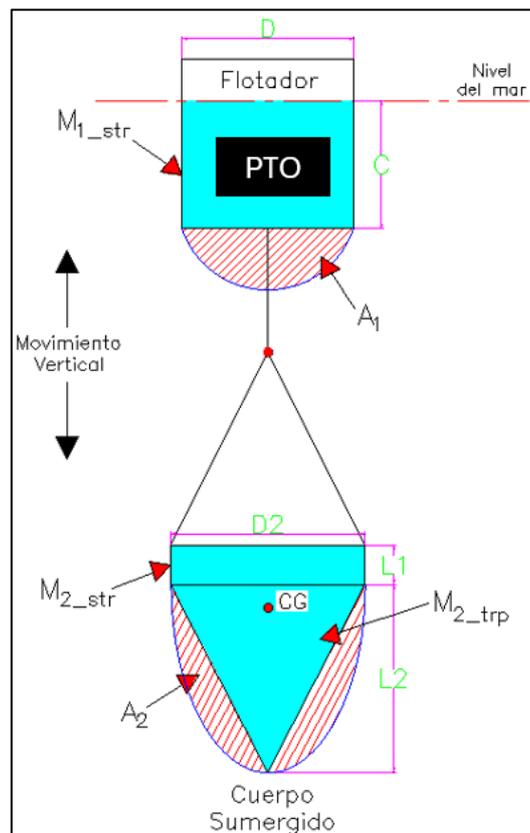
Figura 11. Metodología de optimización.

Fuente: [Propia]

### 3.1 Modelo conceptual

En la Figura 12, se observa un esquema específico del WEC. Su funcionamiento general se basa en la interacción de las olas con el cilindro flotador, lo que provoca su movimiento vertical debido a las fuerzas de excitación. Por medio del sistema de extracción de energía (PTO) se aprovecha el movimiento mecánico del sistema para extraer la energía eléctrica. Para mejorar el rendimiento del sistema, es crucial aumentar su inercia. Una solución a este problema es incrementar la masa del sistema, lo cual se logra mediante la incorporación de masa atrapada en la estructura sumergida.

El cuerpo flotante corresponde a un cilindro de masa estructural ( $M_{1\_str}$ ) y masa añadida ( $A_1$ ). El cilindro interactúa directamente con las olas puesto que las fuerzas generadas serán la entrada al sistema dinámico. Por otro lado, el cuerpo sumergido corresponde a una estructura cónica (hidrodinámica) de masa estructural ( $M_{2\_str}$ ), masa añadida ( $A_2$ ) y masa de agua atrapada ( $M_{2\_trp}$ ). Su forma particular contribuye a que la estructura no pierda tensión en el cable con un peso mínimo de la estructura sumergida cuando esta desciende.



**Figura 12.** Convertidor de energía de las olas de respuesta vertical (heave).

**Fuente:** [Propia]

### 3.2 Modelo analítico hidrodinámico

En esta sección se introducen los aspectos generales del modelado del convertidor de energía hasta obtener el RAO en heave del sistema.

#### 3.2.1 Sistema de dos grados de libertad

El modelo analítico del sistema se puede realizar considerando un sistema de dos grados de libertad. En la Figura 13, se muestra el esquema del sistema junto con el diagrama de cuerpo libre, compuesto por dos cuerpos; el primero cilindro flotador y el segundo el cuerpo sumergido; ambos restringidos al movimiento en heave.

El cilindro flotador está sometido por varios elementos que influyen en su comportamiento dinámico. Entre estos factores se encuentran la rigidez hidrostática ( $k_1$ ), el amortiguamiento del PTO ( $C_{PTO}$ ), amortiguamiento radiativo ( $C_1$ ) y las fuerzas de excitación actuantes en el cilindro  $F_1(t)$ . Por otro lado, el cuerpo sumergido está sometido por el amortiguamiento de arrastre (viscoso) ( $C_2$ ), rigidez del cable ( $k_2$ ) y fuerzas de excitación  $F_2(t)$ .

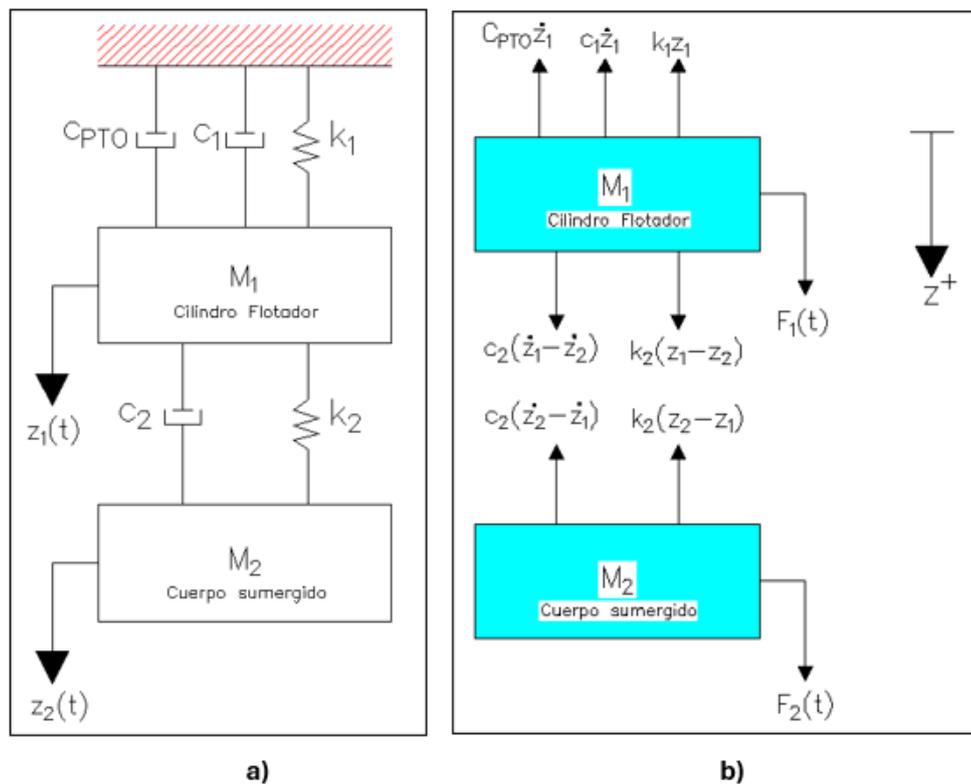


Figura 13. a) Modelo dinámico de dos grados de libertad. b) DCL del sistema.

Fuente: [Propia]

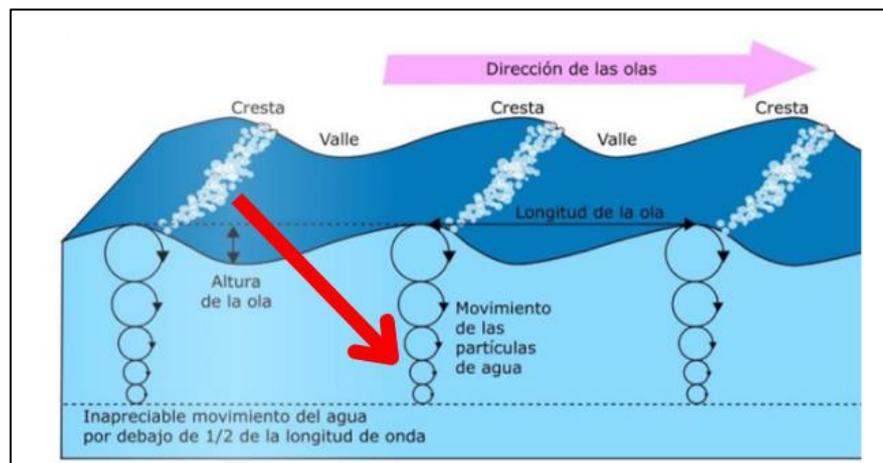
### 3.2.2 Consideraciones y simplificaciones del modelo

En este apartado, se detallan las consideraciones y simplificaciones adoptadas para el desarrollo del modelo del sistema. Las suposiciones realizadas buscan equilibrar la complejidad del modelo con la necesidad de obtener resultados útiles y manejables.

#### 3.2.2.1 Fuerzas de excitación

Las fuerzas de excitación, que incluyen tanto las de difracción como las de Froude-Krylov, describen el comportamiento de las olas. Para el modelo se toman dos consideraciones principales explicadas a continuación:

1. Para el modelo analítico, se considera únicamente la fuerza de Froude-Krylov, ya que esta es la componente más significativa de las dos. Al aproximar el cálculo de estas dos fuerzas para el cilindro, se observa que la componente de difracción es aproximadamente un orden de magnitud menor que la de Froude-Krylov, como lo detalla Faltinsen (1990). Esta simplificación permite enfocar el análisis en los efectos predominantes sin perder precisión en la representación del sistema.
2. Las fuerzas de excitación de las olas sobre el cuerpo sumergido se desprecian debido a su ubicación a 30 metros de profundidad,  $F_2(t) = 0$ . El cuerpo está conectado al cilindro flotador mediante cables. Según la teoría de oleaje, las fuerzas de excitación disminuyen exponencialmente conforme se descende en profundidad. (Dean & Dalrymple, 1991). Como se puede observar en la Figura 14, a esta profundidad el movimiento de las partículas de agua no genera una excitación relevante que pueda afectar al cuerpo sumergido.



**Figura 14.** Movimiento de las partículas de agua de las olas.

**Fuente:** (Dean, 1991)

### 3.2.2.2 Amortiguamiento del PTO vs amortiguamiento radiativo

Para el modelado, se omite el amortiguamiento radiativo ( $C_1$ ) en el cilindro flotador y se considera un porcentaje del amortiguamiento crítico del sistema en relación al ( $C_{PTO}$ ). Esta decisión se basa en que el amortiguamiento radiativo es significativamente menor que el del PTO, ver Anexo 1. El PTO tiene un impacto considerable en el comportamiento dinámico del sistema.

### 3.2.2.3 Parámetros del cable

Los dos cuerpos del sistema están unidos por medio de cables estructurales que deben soportar las cargas del sistema. Para el cálculo de la rigidez ( $k_2$ ) se ha considerado un diámetro de 60 [mm] y una longitud vertical de 30 [m], ver Anexo 2.

## 3.3 Sistema dinámico

### 3.3.1 Ecuación de movimiento

A partir de las consideraciones mencionadas, se define el sistema dinámico definitivo. El diagrama de cuerpo libre del sistema a considerar se muestra en la Figura 15.

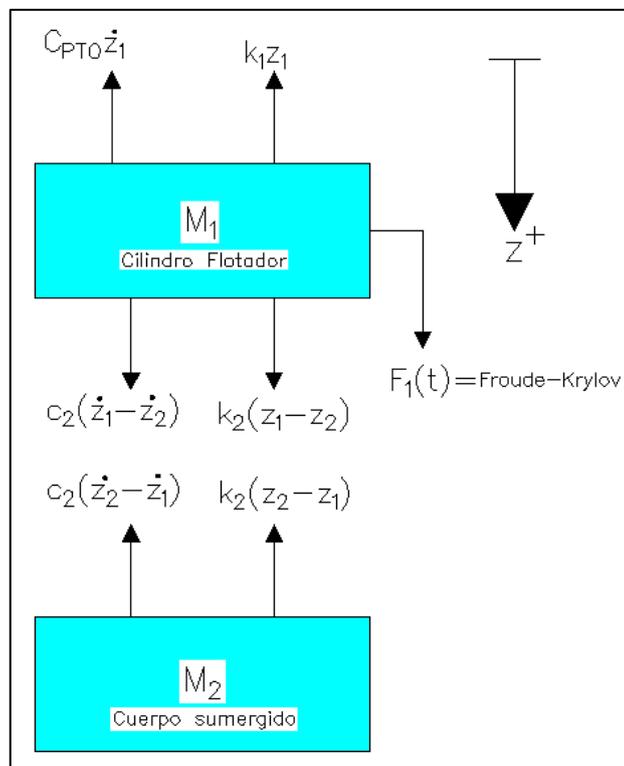


Figura 15. Diagrama de cuerpo libre del modelo analítico. (Heave - Response).

Fuente: [Propia]

Al realizar el análisis dinámico, ver Anexo 3. Se obtienen las siguientes ecuaciones de movimiento en función del tiempo para el cilindro flotador y cuerpo sumergido.

$$M_1 \ddot{z}_1(t) + (C_{PTO} + C_2) \dot{z}_1(t) + (k_1 + k_2) z_1(t) - k_2 z_2(t) - C_2 \dot{z}_2(t) = F_{1\_kr}(t)$$

**Ecuación 8.** Ecuación de movimiento en dominio del tiempo - cilindro flotador.

$$M_2 \ddot{z}_2(t) + C_2 \dot{z}_2(t) + k_2 z_2(t) - k_2 z_1(t) - C_2 \dot{z}_1(t) = 0$$

**Ecuación 9.** Ecuación de movimiento en dominio del tiempo - cuerpo sumergido.

### 3.3.2 Parámetros hidrodinámicos y de control del modelo

En la sección 2.3.3, se trataron los conceptos hidrodinámicos y de control de manera general para los convertidores de energía de las olas. En este contexto, se presentan las expresiones particulares del convertidor a optimizar una vez ya se ha definido el modelo y sus consideraciones.

#### 3.3.2.1 Cilindro flotador

$$F_{1\_kr}(t) = \rho g \zeta_a e^{-kc} A_c e^{i\omega t} = F_{1\_kr} e^{i\omega t}$$

$$k = \frac{2\pi}{1.56 \left(\frac{2\pi}{\omega}\right)^2}; A_c = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

**Ecuación 10.** Fuerza de Froude Krylov.

$$M_{1\_str} = \frac{\rho \pi D^2 c}{4}$$

**Ecuación 11.** Masa estructural - cilindro flotador.

$$A_1 = \frac{2\pi\rho \left(\frac{D}{2}\right)^3}{3}$$

**Ecuación 12.** Masa añadida - cilindro flotador.

$$M_1 = M_{1\_str} + A_1$$

**Ecuación 13.** Masa total - cilindro flotador.

$$k_1 = \rho g \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

**Ecuación 14.** Rigidez hidrostática - cilindro flotador.

$$C_{PTO} = 2\sqrt{k_2 \cdot M_1} \cdot (0.2)$$

**Ecuación 15.** Amortiguamiento del PTO. (20% del amortiguamiento crítico)

Donde,  $F_{1_{kr}}(t)$  es la fuerza de Froude Krylov en el cilindro flotador,  $\rho$  es la densidad del agua del mar,  $g$  gravedad,  $\zeta_a$  amplitud de la ola,  $k$  es el número de onda,  $A_c$  área transversal de la estructura,  $D$  es el diámetro del cilindro flotador,  $c$  es el calado,  $\omega$  es la frecuencia de la ola.

### 3.3.2.2 Cuerpo Sumergido

$$M_{2_{str}} = 1.2 \cdot \rho_{acero} \cdot t_{acero} \cdot \left( \pi D_2 L_2 + \pi \left( \frac{D_2}{2} \right) \left( \frac{D_2}{2} + \sqrt{\left( \frac{D_2}{2} \right)^2 + L_2^2} \right) \right)$$

**Ecuación 16.** Masa estructural – cuerpo sumergido.

$$M_{2_{trp}} = \rho \left( \frac{\pi \left( \frac{D_2}{2} \right)^2 L_2}{3} + \pi \left( \frac{D_2}{2} \right)^2 L_1 \right)$$

**Ecuación 17.** Masa atrapada – cuerpo sumergido.

$$A_2 = \frac{\rho \cdot 2\pi \left( \frac{D_2}{2} \right)^3}{3}$$

**Ecuación 18.** Masa añadida – cuerpo sumergido.

$$M_2 = M_{2_{str}} + M_{2_{trp}} + A_2$$

**Ecuación 19.** Masa total – cuerpo sumergido.

$$k_2 = \frac{E \cdot A_{wire}}{L}$$

**Ecuación 20.** Rigidez del cable.

$$C_2 = \frac{8a}{3\pi}$$

$$a = \frac{1}{2} \rho C_d \pi \left( \frac{D_2}{2} \right)^2$$

**Ecuación 21.** Amortiguamiento de arrastre (viscoso) linealizado.

Donde,  $D_2$  es el diámetro de la estructura sumergida,  $L_1$  es la altura de la parte cilíndrica del cono,  $L_2$  es la altura del cono,  $\rho$  es la densidad del agua del mar,  $C_d$  es el coeficiente de arrastre igual a 2, al tomar en cuenta que es más crítico cuando la estructura sube,  $E$  es el módulo de elasticidad del acero,  $L_3$  es la longitud del cable,  $A_{wire}$  es el área transversal del cable,  $\rho_{acero}$  es la densidad del acero y  $t_{acero}$  es el espesor de la estructura sumergida.

### 3.3.3 Análisis en dominio de la frecuencia

Al trabajar las Ecuaciones 8 y 9, ver Anexo 3, se obtienen las Ecuaciones 22 y 23 en función del dominio de la frecuencia que permitirán posteriormente obtener las funciones de transferencia del sistema.

$$-M_1 Z_1 \omega^2 + ((C_{PTO} + C_2)Z_1 - C_2 Z_2) i \omega + (k_1 + k_2)Z_1 - k_2 Z_2 = F_{1_{kr}}$$

**Ecuación 22.** Ecuación de movimiento en dominio de la frecuencia - cilindro flotador.

$$-M_2 Z_2 \omega^2 + (C_2 Z_2 - C_2 Z_1) i \omega + k_2 Z_2 - k_2 Z_1 = 0$$

**Ecuación 23.** Ecuación de movimiento en dominio de la frecuencia - cilindro flotador.

### 3.3.4 Operadores de amplitud de respuesta (RAO's)

A partir de las ecuaciones de movimiento en dominio de la frecuencia 22 y 23, se obtienen las dos funciones de transferencia del sistema dinámico acoplado.

$$Z_1(i\omega) = \frac{z_{22}(F_{1_{kr}})}{z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}}$$

**Ecuación 24.** Heave RAO - cilindro flotador.

$$Z_2(i\omega) = \frac{-z_{21}(F_{1_{kr}})}{z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}}$$

**Ecuación 25.** Heave RAO – cuerpo sumergido.

Coefficientes de matriz de impedancia

$$z_{11}(i\omega) = -\omega^2 M_1 + (C_{PTO} + C_2) i \omega + (k_1 + k_2)$$

$$z_{12}(i\omega) = z_{21}(i\omega) = -k_2 - i \omega C_2$$

$$z_{22}(i\omega) = -\omega^2 M_2 + C_2 i \omega + k_2$$

Una vez se han obtenido las RAO's se presenta, el caso base, que servirá como referencia para generar posibles resultados optimizados del modelo posteriormente.

### 3.3.5 Caso base

El caso base considera las dimensiones geométricas establecidas en el trabajo de Guachamín W. y otros (2024). En la Tabla 3, se muestran los parámetros geométricos e hidrodinámicos.

**Tabla 3.** Valores geométricos e hidrodinámicos para el caso base.

<b>Parámetros geométricos</b>			
Parámetro	Notación	Valor	Unidades
Diámetro cilindro	$D$	6	[m]
Calado	$c$	5	[m]
Diámetro cono	$D_2$	9	[m]
Altura cilindro	$L_1$	1	[m]
Altura cono	$L_2$	8	[m]
<b>Parámetros hidrodinámicos</b>			
Rigidez hidrostática	$k_1$	$1.97 \times 10^5$	[N/m]
Rigidez del cable	$k_2$	$2 \times 10^7$	[N/m]
Amortiguamiento PTO	$C_{PTO}$	$7 \times 10^5$	[N · s/m]
Amortiguamiento viscoso (arrastre)	$C_2$	55350	[N · s/m]

Fuente:[Propia]

## 3.4 Optimización

En esta sección, se establecen las bases metodológicas necesarias para definir y estructurar el modelo a optimizar. Primero, se identificara las variables de decisión que influyen directamente con la geometría del sistema. A continuación, se definirán las restricciones que limitarán el espacio de soluciones viables. Se formula la función objetivo que guiará el proceso de optimización, y los rangos aceptables de solución para cada variable. Finalmente, se explica de manera general el seteo de los parámetros en el Toolbox.

### 3.4.1 Variables de decisión

En la Figura 12, se presentan los parámetros geométricos que caracterizan el modelo analítico. Para el cilindro flotador, son el diámetro ( $D$ ) y calado ( $c$ ). Y en cuanto al cuerpo sumergido, los parámetros son el diámetro del cono ( $D_2$ ), la altura del cilindro ( $L_1$ ) y altura del cono ( $L_2$ ).

### 3.4.2 Restricciones

1. **Frecuencia objetivo:** En la Tabla 1, se determinó que los períodos pico del sistema de oleaje de mayor energía de la costa ecuatoriana radicaban en un rango de **11 a 17 segundos**. En este trabajo en particular, se elige sin preferencia alguna trabajar con el período pico de 11 [s] y una altura significativa de 1.5 [m].
2. **Área estructural máxima del cilindro flotador:** Es necesario establecer un límite máximo en relación al área del cilindro flotador para evitar divergencias en las dimensiones geométricas optimizadas. Para tomar un valor máximo prudente se toma un 50% extra del área del cilindro flotador del caso base, ver Tabla 3.

La Ecuación 26, define esta restricción de desigualdad.

$$\pi D \cdot (c + 3) + 2\pi D^2 \leq 247.4$$

**Ecuación 26.** Restricción de área estructural – cilindro flotador.

3. **Peso sumergido mínimo para no perder tensión en el cable:** El movimiento vertical del sistema genera una aceleración nula en el punto de velocidad máxima, lo que anula la fuerza inercial. En este punto crítico, la tensión en el cable puede ser cero si la fuerza de resistencia iguala al peso sumergido. Guachamín W. y otros (2024) establecieron que el peso sumergido mínimo para mantener la tensión en el cable debe ser de aproximadamente 330kN. Con esta premisa, se establece un rango de 33 a 60 toneladas para el peso del cuerpo sumergido.

$$33000 \leq 1.2 \cdot 7850 \cdot 0.0127 \left( \pi \cdot D_2 \cdot L_1 + \pi \left( \frac{D_2}{2} \right) \left( \frac{D_2}{2} + \sqrt{\left( \frac{D_2}{2} \right)^2 + L_2^2} \right) \right) \leq 60000$$

**Ecuación 27.** Restricción peso sumergido mínimo – cuerpo sumergido.

4. **Calado cilindro flotador:** Un parámetro clave a nivel geométrico e hidrodinámico es el calado del cilindro flotador, ya que este determina la profundidad a la que el cilindro se sumerge en el agua. Es crucial porque el sistema acoplado debe ser capaz de flotar y no hundirse, asegurando así su estabilidad y efectividad en la captura de energía de las olas. De esta manera, en la Ecuación 28 se obtiene el calado mínimo requerido en el cilindro flotador.

$$c = \frac{4 \times 10^5}{1025 \cdot \pi \cdot D^2}$$

**Ecuación 28.** Restricción de calado – cilindro flotador.

### 3.4.3 Función objetivo

El operador de amplitud de respuesta del cilindro flotador (Ecuación 24) será la función objetivo del modelo a maximizar. Esta función se relaciona directamente con la extracción de energía mecánica por el espectro de respuesta explicado en la Sección 2.3.7. Por lo tanto, al optimizar el RAO se maximiza la captura de energía de las olas y por consiguiente de energía eléctrica.

El motivo de escoger el RAO del cilindro flotador radica en que el PTO, el cual se encarga de convertir la energía mecánica extraída en electricidad, está conectado al cilindro flotador. Por lo tanto, el movimiento de interés se encuentra en este cuerpo. A continuación, se presenta la función objetivo con mayor despliegue.

$$RAO = \left| \frac{Z}{\zeta_a} \right| = \frac{z_{22}(F_{1_{kr}})}{z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}}$$

$$RAO = \left| \frac{F_{1_{kr}}(-\omega^2 M_2 + C_2 i\omega + k_2)}{(-\omega^2 M_1 + (C_{PTO} + C_2)i\omega + (k_1 + k_2))(-\omega^2 M_2 + C_2 i\omega + k_2) - (-k_2 - i\omega C_2)^2} \right|$$

**Ecuación 29.** Función objetivo.

Donde,  $Z$  es la amplitud de la respuesta,  $\zeta_a$  amplitud de la ola,  $k_1$  es la rigidez hidrostática,  $C_{PTO}$  el amortiguamiento del PTO,  $C_2$  el amortiguamiento de arrastre (viscoso) linealizado,  $k_2$  rigidez del cable,  $M_1$  es la masa total del cilindro flotador,  $M_2$  es la masa total del cuerpo sumergido,  $\omega$  es la frecuencia y  $F_{1_{kr}}$  la fuerza de Froude Krylov del cilindro flotador.

### 3.4.4 Límites inferiores y superiores de aceptación

Para determinar los rangos óptimos de las variables de decisión, es fundamental consultar bibliografía que detalle las dimensiones de los WEC's que ya están operativos, especialmente aquellos del tipo "Absorbedor Puntual". En la Tabla 4, se muestran parámetros geométricos de algunos prototipos de convertidores, de tipo absorbedores puntual. Sin embargo, es fundamental reconocer que estos valores sirven simplemente como guía.

**Tabla 4.** Parámetros geométricos de WEC's comerciales.

Parámetro	Dimensión	Convertidores de energía			
		OE Buoy	CETO 5	Penguin WEC	PB3 PowerBuoy
Diámetro del cilindro	[m]	3.5	11	8	12
Longitud total	[m]	18	-	-	18
Altura sobre el nivel del mar	[m]	2	3	12	-
Profundidad de operación	[m]	25-50	15	15-30	40-100
Profundidad de anclaje	[m]	20	-	-	-
Peso total (toneladas)	[ton]	150	200	80	250
Potencia máxima	[kW]	1,000	-	-	400
Potencia nominal	[kW]	-	240	1,000	-
Referencias		Ocean Energy Ltd. (2024).	Carnegie Clean Energy. (2024).	Wello OyWello Oy. (2024)..	Ocean Power Technologies. (2024).

A partir del análisis anterior se elabora la Tabla 5, que muestra los valores inferiores y superiores de los parámetros geométricos a optimizar.

**Tabla 5.** Límites inferiores y superiores de parámetros geométricos.

Parámetro	Notación	Parámetros geométricos		Unidades
		Límite inferior	Límite superior	
Diámetro cilindro	$D$	6	16	[m]
Calado	$c$	2	3	[m]
Diámetro cono	$D_2$	12	15	[m]
Altura cilindro	$L_1$	1	2	[m]
Altura cono	$L_2$	7	13	[m]

Fuente: [Propia]

### 3.4.5 Algoritmo de optimización

Una vez se han establecido todos los elementos para plantear el problema de optimización, se introducen en la interfaz del Toolbox Optimization de MATLAB como se plantea en el esquema de optimización, ver Figura 11 (paso 3.2).

Se elabora un script correspondiente a la función objetivo (Heave RAO), ver Anexo 4. El script debe ser importado hacia la interfaz del Toolbox. Posteriormente, se introducen las restricciones definidas en la Sección 3.4.2. Se elige el solucionador "fmincon" que permite resolver problemas de optimización multivariable sujetos a restricciones. Este algoritmo es adecuado para nuestro caso ya que tenemos una función objetivo multivariable y restricciones tanto lineales como no lineales. Además, se selecciona el método de solución

SQP porque es particularmente eficiente para manejar restricciones no lineales, proporcionando soluciones que convergen rápidamente a la solución óptima.

### 3.5 Análisis espectral

Esta sección se refiere al procesamiento efectuado sobre las funciones de transferencia optimizadas para encontrar su espectro de respuesta al tomar en cuenta el espectro de oleaje mencionado en la Sección 2.2.3.

En la Figura 16, se ilustra el proceso a seguir para obtener los espectros de respuesta. Se inicia con la función de transferencia ya sea optimizada o caso base, ver paso 1. Luego, se establece el espectro de oleaje “JONSWAP” con los parámetros de entrada definidos en la Sección 2.2.3 y Ecuación 1, ver paso 2. A continuación, se elevan las amplitudes reales al cuadrado, ver paso 3. Y finalmente, se multiplica el espectro de oleaje por la función de transferencia elevada al cuadrado para obtener el espectro de respuesta.

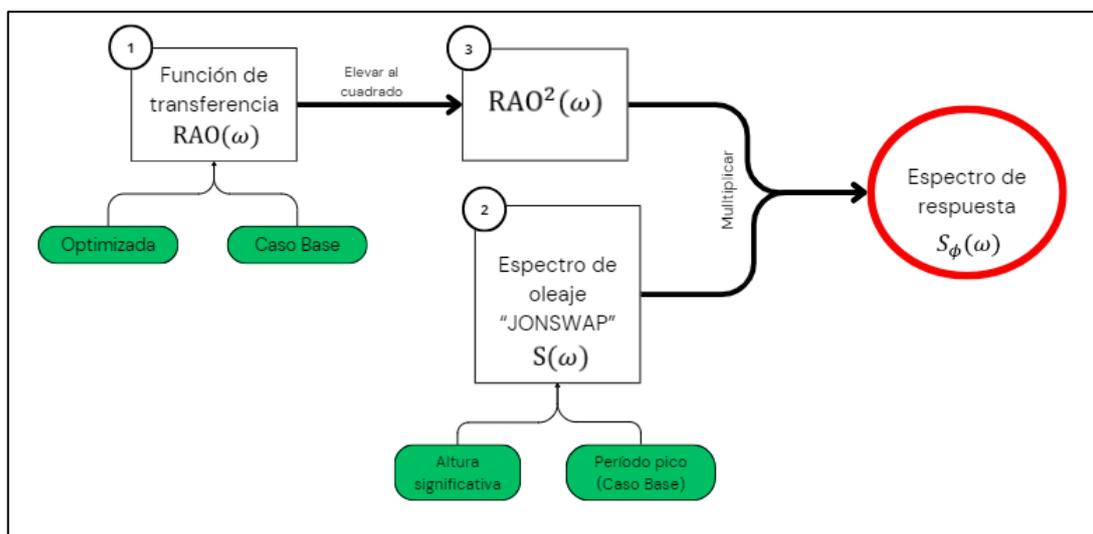


Figura 16. Análisis Espectral.

Fuente:[Propia]

### 3.6 Análisis de los resultados

Para llevar a cabo el análisis de resultados de las soluciones obtenidas, es necesario calcular el momento espectral cero, que se define como el área bajo la curva del espectro de respuesta. Este cálculo permite evaluar y comparar la efectividad de las diferentes geometrías halladas, proporcionando una medida cuantitativa de su comportamiento dinámico.

## 4 RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 4.1 Resultados

En esta sección, se presentan los resultados de los casos optimizados, derivados de la metodología implementada en la capítulo 3. Primero, se exhiben los valores geométricos obtenidos (sección 4.1). Posteriormente, se grafican las funciones de transferencia del modelo base como las optimizadas (sección 4.2), las cuales servirán de base para la obtención de los espectros de respuesta. Finalmente, se calculan las áreas bajo la curva de los espectros de respuesta para hacer una análisis cuantificable de lo obtenido.

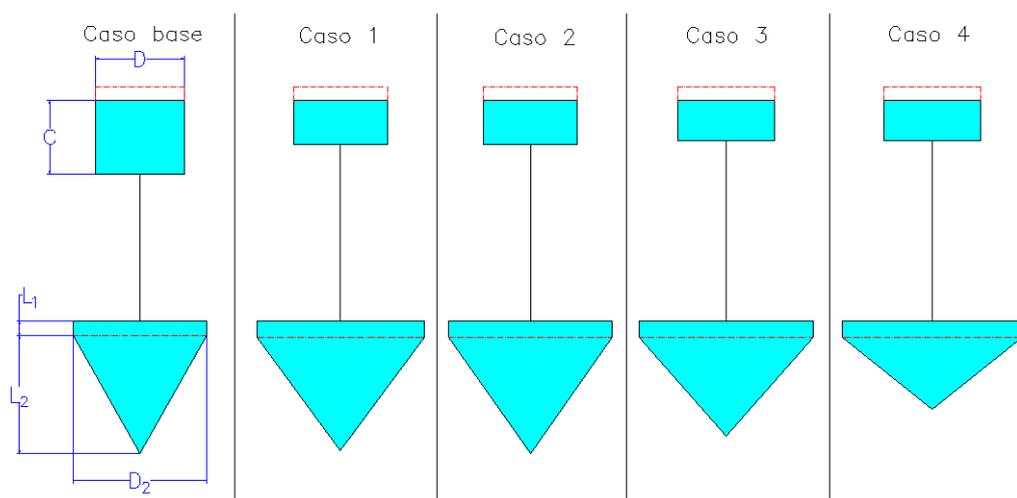
#### 4.1.1 Casos optimizados

En la Tabla 6, se muestran los valores geométricos de 4 casos obtenidos de la optimización. Los 4 casos son el resultado de haber seteado condiciones iniciales diferentes. Al tener un problema no lineal, el algoritmo SQP garantiza la convergencia a un óptimo local lo que permite realizar este cambio en las condiciones.

**Tabla 6.** Valores geométricos optimizados.

Casos	Parámetros geométricos optimizados					
	Diámetro cilindro [m] ( $D$ )	Calado [m] ( $c$ )	Diámetro cono [m] ( $D_2$ )	Altura cilindro [m] ( $L_1$ )	Altura cono [m] ( $L_2$ )	Iteraciones
Base	6	5	9	1	8	-
1	6.3	3	11.3	1.1	7.7	260
2	6.3	3	11	1.1	7.9	280
3	6.5	2.75	11.7	1.1	6.7	270
4	6.5	2.75	12.1	1.1	4.9	300

Fuente: [Propia]



**Figura 17.** Esquemas de geometrías optimizadas y caso base.

Fuente: [Propia]

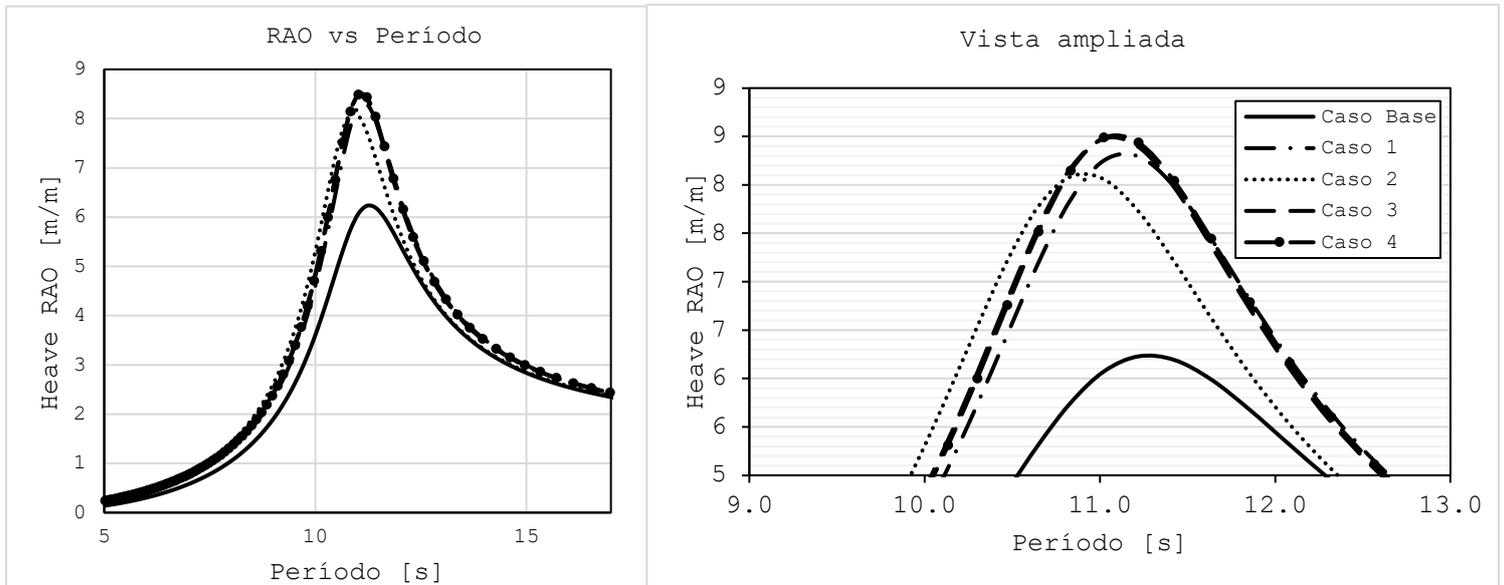
En la Figura 17, se ilustra de mejor manera la relación de aspecto de las geometrías optimizadas en comparación con el caso base. Se puede observar que todas las configuraciones optimizadas presentan un menor calado en contraste con el caso base, así como un mayor diámetro del cilindro flotador. La disminución en el calado se traduce en una mayor excitación en la estructura flotante, lo que optimiza la captura de energía en el WEC.

La estructura sumergida de los casos optimizados presenta un mayor diámetro, una disminución en la altura del cono y un ligero aumento en la altura del cilindro en comparación con el diseño base.

#### 4.1.2 Operador de amplitud de respuesta

A partir de los resultados geométricos optimizados. Se consiguen los operadores de amplitud de respuesta, mostrados en las Figura 18 y 19 en función del período y la frecuencia respectivamente. En la Tabla 7, se presentan los valores de períodos pico [s] y frecuencias pico [rad/s] así como los valores de respuesta [m/m] para cada caso.

Se evidencia que los períodos y frecuencias pico para cada caso optimizado se aproximan al valor objetivo definido, según el espectro de oleaje de las costas de Galápagos explicado en la sección 2.2.3.



**Figura 18.** Operadores de respuesta ampliada (RAO's) caso base y optimizados en función del período.

Fuente: [Propia]

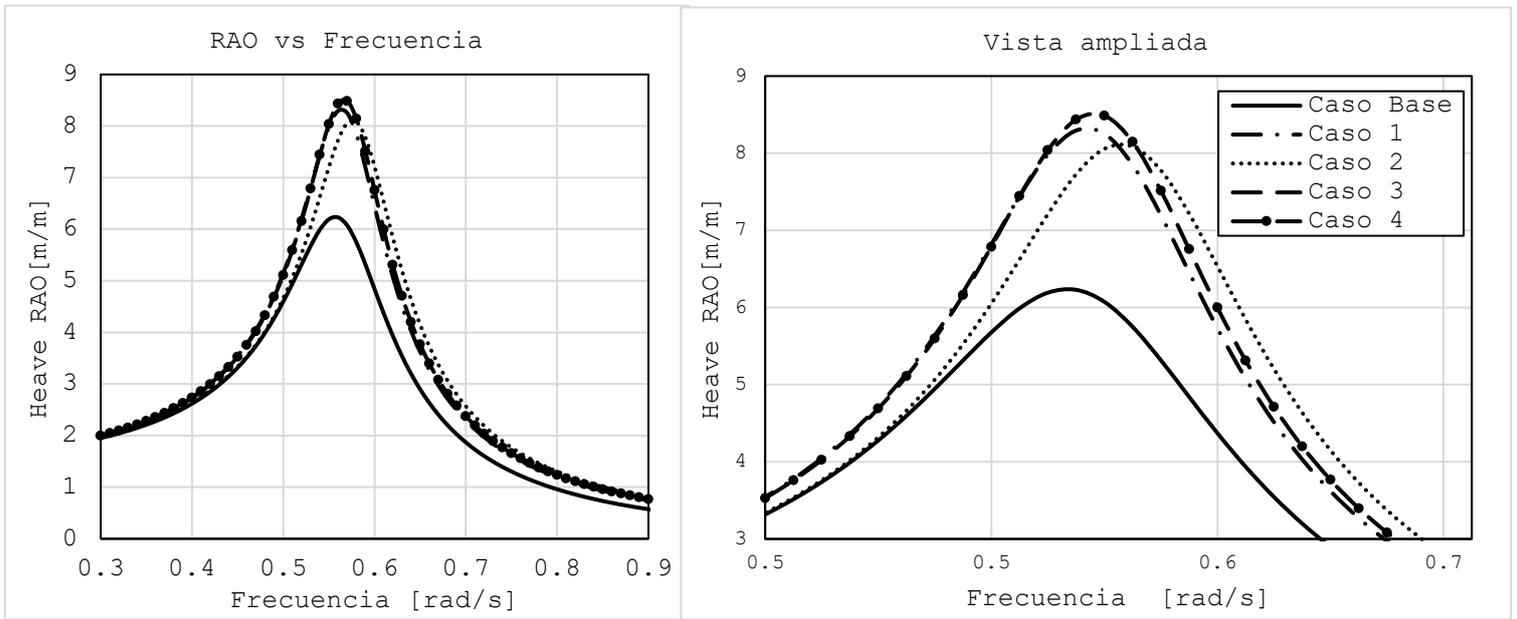


Figura 19. Operadores de respuesta ampliada (RAO's) caso base y optimizados en función de la frecuencia.

Figura: [Propia]

Tabla 7. Valores de respuesta, período y frecuencia pico.

CASOS	Respuesta (RAO) [m/m] <i>RAO</i>	Período pico [s] <i>T<sub>p</sub></i>	Frecuencia [rad/s] <i>ω<sub>p</sub></i>
Base	6.22	11.22	0.561
1	8.29	11.22	0.561
2	8.08	10.83	0.58
3	8.52	11.02	0.57
4	8.48	11.02	0.57

Fuente:[Propia]

### 4.1.3 Espectros de respuesta

Al realizar el análisis espectral de las RAO's obtenidas en la sección anterior, se presentan los espectros de respuesta en las Figuras 20 y 21 en función del período y la frecuencia.

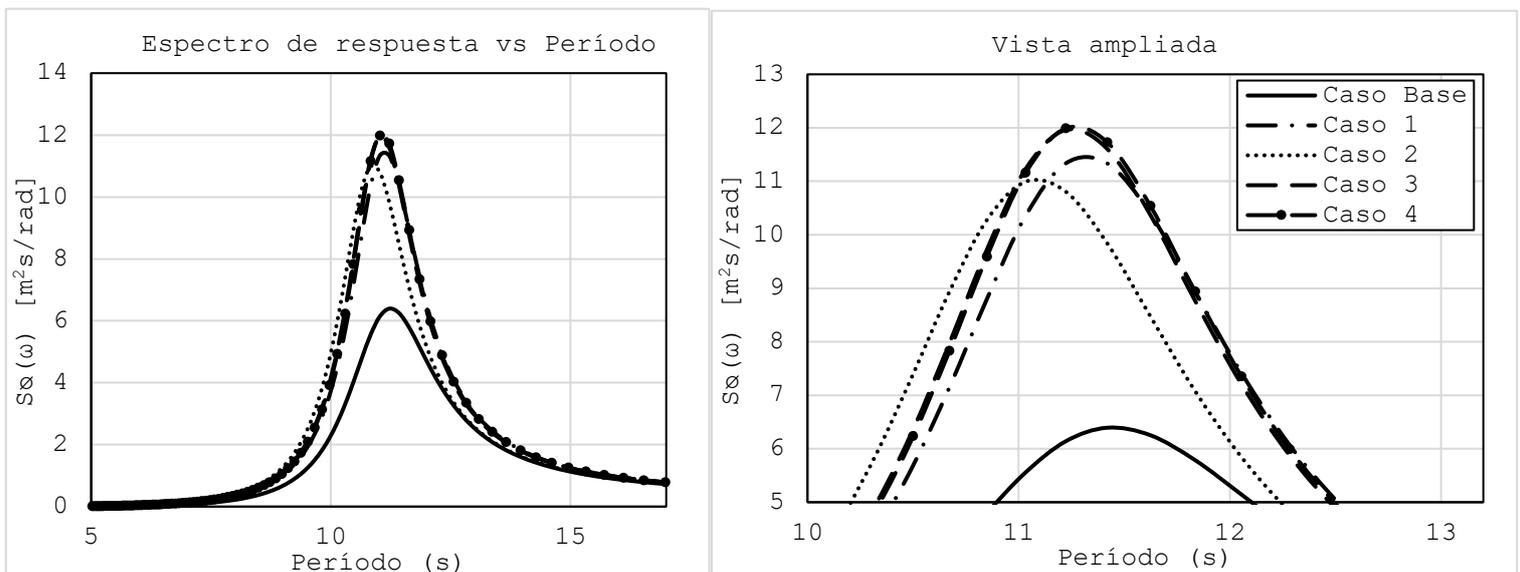
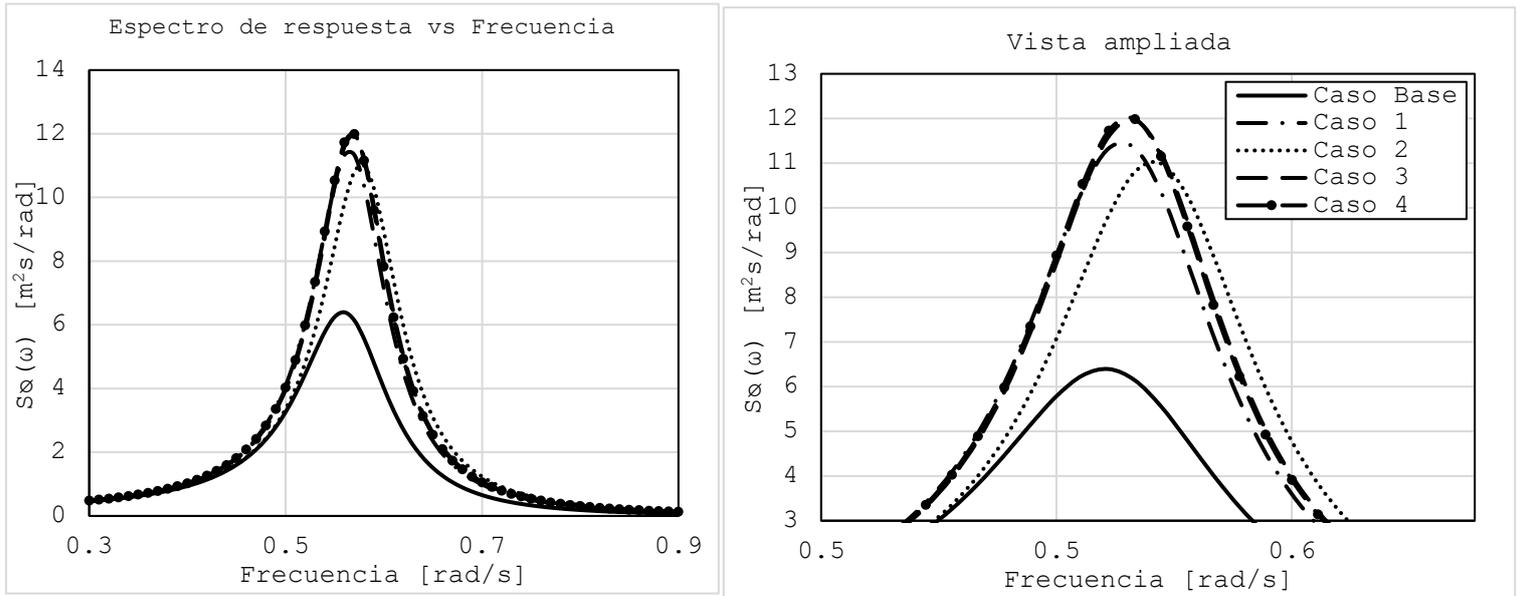


Figura 20. Espectros de respuesta caso base y optimizados en función del período.

Fuente: [Propia]



**Figura 21.** Espectros de respuesta caso base y optimizados en función de la frecuencia.

Fuente: [Propia]

En las Figuras 20 y 21 se observa que los espectros de respuesta optimizados son superiores en comparación con el diseño base del WEC. Además, los períodos y frecuencias pico fluctúan en el valor objetivo de 11 [s] o 0.571 [rad/s].

#### 4.1.3.1 Momento espectral cero ( $m_0$ )

En la Tabla 8, se muestran los valores de momento espectral cero. Adicionalmente, se detalla el porcentaje de incremento obtenido a partir de la optimización, al tomar como referencia el caso base.

**Tabla 8.** Momento espectral cero.

CASOS	Momento espectral cero [m <sup>2</sup> ]	Incremento [%]	Período pico [s]	Frecuencia pico [rad/s]
	$m_0$	-	$T_p$	$\omega_p$
Base	22.75	-	11.22	0.561
1	32.66	43.56	11.22	0.561
2	31.64	39.07	10.83	0.58
3	34.48	51.56	11.02	0.57
4	33.6	47.69	11.02	0.57

Fuente: [Propia]

## 4.2 Discusión de resultados

En relación con el proceso de optimización, se observa en la Tabla 6 que los casos optimizados convergieron satisfactoriamente con un número de iteraciones relativamente moderado, siendo el caso 4 el de mayor número de iteraciones. Además, el tiempo computacional necesario, no fue considerable. El hecho de que el caso 4 requiriera más iteraciones puede proporcionar información valiosa sobre la sensibilidad del modelo a cambios en las condiciones de optimización, lo que puede ayudar para generar una metodología de optimización más robusta en un futuro.

Al analizar los parámetros geométricos obtenidos, se observa una reducción del 55% en el calado del cilindro flotador produce un incremento de hasta 37% en el operador de amplitud de respuesta en relación al caso base. Esta observación es crítica para la optimización, ya que un menor calado implica una mayor incidencia de las fuerzas de excitación de las olas en la estructura.

El aumento en el diámetro de la estructura sumergida contribuye al “problema hidrodinámico” planteado en la sección introductoria. En los casos optimizados 2 y 3, se observa que una mayor masa de agua atrapada permite alcanzar frecuencias más bajas, ver Figura 19. Sin embargo, no todos los parámetros geométricos deben aumentar en la estructura sumergida.

Como se muestra en la Tabla 6, la altura del cilindro ( $L_1$ ) permanece constante en todos los casos optimizados, con un aumento del 10% en relación al caso base. Por tanto, este parámetro no influye considerablemente en el WEC. En cambio, la altura del cono ( $L_2$ ) es una variable a tomar en cuenta. La forma cónica de la estructura permite que experimente una baja resistencia al moverse hacia abajo y una mayor resistencia al moverse hacia arriba. En la Tabla 6 revela que este parámetro disminuye en comparación con el caso base. En la Figura 19, se aprecia que en los casos optimizados 3 y 4 las frecuencias disminuyen con una menor altura del cono.

Una vez se ha discutido la influencia hidrodinámica de los parámetros geométricos optimizados en el comportamiento del WEC, se puede determinar que la configuración geométrica optimizada del caso 3 brinda la mayor respuesta. Las Figuras 20 y 21 evidencian que el espectro de respuesta del caso 3 es mayor en comparación con los demás casos. Además, presenta un período pico de 11.02 [s], indicando que el sistema entraría en resonancia con el período objetivo de las olas en las costas de Galápagos.

En la Tabla 8, se presentan los valores de momento espectral cero. Este parámetro permite cuantificar la distribución total de energía contenida en el espectro de olas de análisis. El caso 3 brinda un 51.56% de incremento en la cantidad de energía disponible en comparación con el caso base.

En conclusión, la configuración geométrica hallada aprovecha de manera óptima la energía de las olas en comparación con el caso base, demostrando que la metodología de optimización fue efectiva.

### **4.3 Conclusiones**

1. En base a los objetivos planteados, se logró desarrollar una metodología efectiva para la optimización geométrica de un convertidor de energía undimotriz, adaptada en particular a las condiciones hidrodinámicas de las costas del Ecuador.
2. Los parámetros geométricos del sistema WEC fueron optimizados con éxito, resultando en configuraciones que maximizan la captura de energía de las olas. La reducción del calado, el aumento en el diámetro del cilindro flotador y el ajuste en las dimensiones de la estructura sumergida demostraron ser variables críticas para mejorar la respuesta del sistema.
3. Tras el análisis, queda en evidencia que se ha logrado obtener una configuración geométrica para el WEC que incrementa la extracción de energía en un 52% en comparación con el caso base.
4. A partir del análisis precedente, es importante resaltar la trascendencia que tienen las variables geométricas del WEC en el proceso de optimización. Conocer como interactúan entre sí, a nivel físico e hidrodinámico permite intuir y establecer restricciones coherentes que permitan formular de manera correcta el problema a optimizar.
5. En conclusión, la optimización realizada al mecanismo WEC propuesto contribuye significativamente al avance en la investigación de tecnologías renovables. Este trabajo no solo demuestra la eficacia de la optimización geométrica en la mejora del rendimiento del sistema, sino que también ofrece un modelo aplicable a otras regiones costeras, promoviendo el desarrollo de tecnologías limpias y eficientes para el futuro.

#### **4.4 Recomendaciones**

1. Es posible realizar simulaciones en software especializado que permita comprobar de manera precisa los resultados hallados, modelando las condiciones reales del entorno marino definido así como sus interacciones hidrodinámicas.
2. Se recomienda investigar más a fondo algoritmos y técnicas de optimización que proporcionen una perspectiva adicional sobre los resultados ya encontrados. Incluir la aplicación de enfoques multiobjetivo o el uso de algoritmos evolutivos pueden contribuir a generar una metodología más robusta.
3. Para estudios futuros, se recomienda realizar una optimización que abarque los costos del mecanismo WEC, realizando un diseño más detallado que involucre tanto la evaluación económica de los materiales y componentes como la eficiencia en la fabricación y montaje del sistema.

## 5 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aderinto, T. &. (2019). Review on the development and performance of the wave energy converters. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 104, 79-93.
- Barbarit.A. (2006). A numerical model for the hydrodynamic analysis of wave energy converters. *Renewable Energy*, 31(14), 2257-2275.
- Bazaraa, M. S. (2013). Linear Programming and Network Flows. . *Wiley*.
- Bretschneider. (1966). Sea state specifications for ship design. *Journal of Ship Research*.
- Danis, A. (2019). Advanced Optimization Techniques for Energy Systems. *Springer*.
- Dean, R. G. (1991). Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists. . *World Scientific*.
- Erselcan, K. &. (2020). Optimization of geometric parameters of wave energy converters using genetic algorithms. *Renewable Energy*, 146, 190-200.
- Esmaeilzadeh, S. (2019). Optimization of Wave Energy Converters: A Comparative Study. *Applied Ocean Research*, 85, 10-20.
- Esteban, M. D.-G.-S. (2018). A new classification of wave energy converters used for selection of devices. *Journal of Coastal Research*, 85(sp1), 1286-1290.
- Faltinsen, O. (1990). Sea Loads and Offshore Structures. *Cambridge University Press*.
- Farrok, O. (2024). Recent Advances in Marine Renewable Energy. *Elsevier*.
- Fusco, F. (2012). Hydrodynamic Modelling of Wave Energy Converters. *Springer*.
- Giassi, M. (2020). Performance and Optimization of Wave Energy Converters. *Springer*.
- Gill, P. E. (1981). Practical Optimization. *London: Academic Press*.
- Gomes R. P. F, H. J. (2010). Hydrodynamic optimization of a wave energy converter. *Renewable Energy*, 36(10), 2667-2674.
- Gradowski, M. A. (2017). Optimization of point absorber wave energy converters. *Renewable Energy*, 101, 427-437.
- Guachamin, W. Á. (2024). Feasibility study of a method for tuning wave energy converters. *Sustainable Energy Technologies and Assessments*.
- Haupt, R. L. (2004). Practical Genetic Algorithms. . *Wiley*.
- Holthuijsen, H. L. (2007). Waves in Oceanic and Coastal Waters. . *Cambridge University Press*.
- Kennedy, J. &. (1995). Particle Swarm Optimization. . *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*.
- Kirkpatrick, S. G. (1983). Optimization by Simulated Annealing. . *Science*, 220(4598), 671-680.
- MathWorks. (2023). MATLAB Documentation. *MathWorks*.

- Mitchell, M. (1998). An Introduction to Genetic Algorithms. *MIT Press*.
- Nocedal, J. &. (2006). Numerical Optimization (2nd ed.). *New York: Springer*.
- Portilla Yandún, J. &. (2023). Wave Spectral Analysis for Designing Wave Energy Converters. *Bilbao: 15th European Wave and Tidal Energy Conference*.
- Ruder, S. (2016). An overview of gradient descent optimization algorithms. *arXiv preprint arXiv:1609.04747*.
- Santos, M. S. (2011). Integrating wave and tidal current power: Case studies through modelling and simulation. *International Energy Agency Implementing Agreement on Ocean Energy Systems. Document No: T0331*.
- Shami, A. W. (2019). Optimization of a Novel Wave Energy Converter. . *Applied Energy*, 233-234, 123-135.
- Wu, J. (2020). On power-absorption degrees of freedom for point absorber wave energy converters. . *School of Mechanical Engineering, Southeast University*.
- Young, I. (2017). Wave Energy: A Renewable Resource for Ocean Waves. *Cambridge University Press*.

## **6 ANEXOS**

**Anexo 1.** Amortiguamiento del PTO vs amortiguamiento radiativo.

**Anexo 2.** Parámetros del cable.

**Anexo 3.** Análisis Dinámico del Sistema de 2gdl.

**Anexo 4.** Script – Función objetivo.

**Anexo 5.** Script - Optimización

## Anexo 1

El amortiguamiento del PTO, se estableció como el 20% del amortiguamiento crítico del sistema por la tanto, su valor es de:

$$C_{PTO} = 2\sqrt{k_2 \cdot M_1} \cdot (0.2)$$

$$C_{PTO} = 2\sqrt{(2 \times 10^7) \cdot (153.5 \times 10^5)} \cdot (0.2)$$

$$C_{PTO} = 3.50 \times 10^6 \cdot (0.2)$$

$$C_{PTO} = 7 \times 10^5 \text{ [N} \cdot \text{s/m]}$$

El amortiguamiento radiativo ( $C_1$ ) en el cilindro flotador, depende de la masa añadida. Por motivos prácticos se ha obtenido el valor de amortiguamiento para el período de 11 [s]. Su valor es de:

$$C_1 = 2.2 \times 10^3 \text{ [N} \cdot \text{s/m]}$$

Es evidente observar que existe una diferencia en 2 órdenes de magnitud por lo tanto, es prudente despreciar el amortiguamiento radiativo en el flotador.

## Anexo 2

Diámetro		Masa aprox.	Carga mínima de rotura	
[mm]	[Pulg]	[kg/m]	[kN]	[tn]
50,80	2	11,00	1760	180
54,00	2 1/8	12,41	1970	201
57,15	2 1/4	13,91	2200	224
60,33	2 3/8	15,50	2440	249
63,50	2 1/2	17,30	2950	301
69,85	2 3/4	20,80	3530	360
76,20	3	24,70	4160	424
82,55	3 1/4	29,00	4830	493
85,73	3 3/8	31,30	5180	529
88,90	3 1/2	33,80	5520	563
101,60	4	44,00	6340	647

Construcción: 6x36, 6x41, 6x61 o 6x69 WS, según grado y diámetro.

Revestimiento: natural o galvanizado (clase B).

Norma ref.: API 9A / ISO 10425.

Consulte a IPH por diámetros o resistencias no especificados en este catálogo.

**Figura 22.** Cables estructurales para aplicaciones marítimas y offshore.

**Fuente:** (IPH, 2021)

### Anexo 3

- DCL - Flotador

$$M_1 \ddot{z}_1(t) = -k_1 z_1(t) - C_{PTO} \dot{z}_1(t) - k_2(z_1(t) - z_2(t)) - C_2(\dot{z}_1(t) - \dot{z}_2(t)) + F_{1_{kr}}(t)$$

$$M_1 \ddot{z}_1(t) + k_1 z_1(t) + C_{PTO} \dot{z}_1(t) + k_2(z_1(t) - z_2(t)) + C_2(\dot{z}_1(t) - \dot{z}_2(t)) = F_{1_{kr}}(t)$$

$$M_1 \ddot{z}_1(t) + k_1 z_1(t) + C_{PTO} \dot{z}_1(t) + k_2 z_1(t) - k_2 z_2(t) + C_2 \dot{z}_1(t) - C_2 \dot{z}_2(t) = F_{1_{kr}}(t)$$

$$M_1 \ddot{z}_1(t) + (C_{PTO} + C_2) \dot{z}_1(t) + (k_1 + k_2) z_1(t) - k_2 z_2(t) - C_2 \dot{z}_2(t) = F_{1_{kr}}(t)$$

- DCL - Cuerpo sumergido

$$M_2 \ddot{z}_2(t) = -k_2(z_2(t) - z_1(t)) - (C_2 \dot{z}_2(t) - \dot{z}_1(t))$$

$$M_2 \ddot{z}_2(t) + k_2(z_2(t) - z_1(t)) + (C_2 \dot{z}_2(t) - \dot{z}_1(t)) = 0$$

$$M_2 \ddot{z}_2(t) + k_2 z_2(t) - k_2 z_1(t) + C_2 \dot{z}_2(t) - C_2 \dot{z}_1(t) = 0$$

$$M_2 \ddot{z}_2(t) + C_2 \dot{z}_2(t) + k_2 z_2(t) - k_2 z_1(t) - C_2 \dot{z}_1(t) = 0$$

Planteando la solución :

$$z(t) = Z e^{i\omega t}$$

$$\dot{z}(t) = i\omega Z e^{i\omega t}$$

$$\ddot{z}(t) = -\omega^2 Z e^{i\omega t}$$

Al reemplazar en las ecuaciones en dominio del tiempo.

- Flotador

$$-M_1 Z_1 \omega^2 + (C_{PTO} + C_2) i\omega Z_1 + (k_1 + k_2) Z_1 - k_2 Z_2 - C_2 Z_2 i\omega = F_{1_{kr}}$$

$$-M_1 Z_1 \omega^2 + ((C_{PTO} + C_2) Z_1 - C_2 Z_2) i\omega + (k_1 + k_2) Z_1 - k_2 Z_2 = F_{1_{kr}}$$

- Cuerpo sumergido

$$-M_2 Z_2 \omega^2 + C_2 Z_2 i\omega + k_2 Z_2 - k_2 Z_1 - C_2 Z_1 i\omega = 0$$

$$-M_2 Z_2 \omega^2 + (C_2 Z_2 - C_2 Z_1) i\omega + k_2 Z_2 - k_2 Z_1 = 0$$

Sistema dinámico

$$\begin{Bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} -\omega^2 M_1 + (C_{PTO} + C_2) i\omega + (k_1 + k_2) & -k_2 - C_2 i\omega \\ -k_2 - C_2 i\omega & -\omega^2 M_2 + C_2 i\omega + k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{1_{kr}} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} z_{11}(i\omega) & z_{12}(i\omega) \\ z_{21}(i\omega) & z_{22}(i\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{1\_kr} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Matriz de impedancia:

$$z_{11}(i\omega) = -\omega^2 M_1 + (C_{PTO} + C_2)i\omega + (k_1 + k_2)$$

$$z_{12}(i\omega) = z_{21}(i\omega) = -k_2 - i\omega C_2$$

$$z_{22}(i\omega) = -\omega^2 M_2 + C_2 i\omega + k_2$$

Funciones de transferencia (Heave - RAO's)

$$Z_1(i\omega) = \frac{z_{22}(F_{1\_kr})}{z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}}$$

$$Z_2(i\omega) = \frac{-z_{21}(F_{1\_kr})}{z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}}$$

#### Anexo 4

```
function X1=fobjetivo7(D,c,D2,L1,L2)
```

```
i=sqrt(-1);
```

```
rho=1025;
```

```
g=9.81;
```

```
%T=13;
```

```
w=0.5711;
```

```
zeta=1.5;
```

```
L3=30;
```

```
%Fuerza Froude-Krylov
```

```
k=(2*pi)/(1.56*((2*pi)/w)^2);
```

```
Area=pi*(D/2)^2;
```

```
Fo=rho*g*zeta*exp(k*(-c))*Area;
```

```
%Masa 1
```

```
m1_str=rho*pi*(D^2)*c/4;
```

```
a1_add=rho*2*pi*((D/2)^3)/3;
```

```
M1=m1_str+a1_add;
```

```
%Masa 2
```

```
m2_str=1.2*7850*0.0127*((pi*D2*L1)+(pi*(D2/2)*((D2/2)+sqrt((D2/2)^2+(L2)^2))));
```

```
m2_atr=rho*((pi*(D2/2)^2*L2)/3)+(pi*(D2/2)^2*L1));
```

```
a2_add=rho*2*pi*((D2/2)^3)/3;
```

```
M2=m2_str+m2_atr+a2_add;
```

```
%k1-Agua
```

```
k1=rho*g*pi*(D/2)^2;
```

```
%k2-Wire(cable)
```

```
k2=(210e9)*(pi*((60/1000)/2)^2)/L3;
```

```

%Amortiguamiento
%CPTO
Cpto=2*sqrt(k2*(M1))*0.2;
%C2
Cd=2;
a=0.5*rho*Cd*pi*(D2^2)/4;
%v=w*X
%w*X=1
C2=8*a/(3*pi);

%Coeficientes matriz impedancia
Z11=(-w^2*M1)+(Cpto+C2)*w*i+(k1+k2);
Z12=-k2-(w*i*C2);
Z21=Z12;
Z22=(-w^2*M2)+(w*i*C2)+k2;

%Operaciones de los coeficientes
Z11Z22=(Z11*Z22);
Z12Z21=(Z12*Z21);
den=(Z11Z22-Z12Z21);
num1=(Fo*i*Z22);
num2=(-Z21*Fo*i);

%Funcion de transferencia 1
X1=(abs(num1/den));
end

```

## Anexo 5

```

% Create optimization variables
w2 = optimvar("w", "LowerBound", 0.40, "UpperBound", 0.60);
D3 = optimvar("D", "LowerBound", 0, "UpperBound", 15);
c2 = optimvar("c", "LowerBound", 2, "UpperBound", 2.75);
D22 = optimvar("D2", "LowerBound", 0, "UpperBound", 15);
L12 = optimvar("L1", "LowerBound", 0, "UpperBound", 2);
L22 = optimvar("L2", "LowerBound", 0, "UpperBound", 12);

% Set initial starting point for the solver
initialPoint2.w = repmat(0.41, size(w2));
initialPoint2.D = repmat(7, size(D3));
initialPoint2.c = zeros(size(c2));
initialPoint2.D2 = zeros(size(D22));
initialPoint2.L1 = zeros(size(L12));
initialPoint2.L2 = zeros(size(L22));

% Create problem
problem = optimproblem("ObjectiveSense", "Maximize");

% Define problem objective
problem.Objective = fcn2optimexpr(@fobjetivo7, D3, c2, D22, L12, L22);

```

```

% Define problem constraints
problem.Constraints.constraint1 = (pi*D3)*(c2+3)+(2*pi*D3^2) <= 247.4;
problem.Constraints.constraint2 =
1.2*7850*0.0127*((pi*D22*L12)+(pi*(D22/2)*((D22/2)+sqrt((D22/2)^2+(L22)^2)))
) <= 60000;
problem.Constraints.constraint3 =
1.2*7850*0.0127*((pi*D22*L12)+(pi*(D22/2)*((D22/2)+sqrt((D22/2)^2+(L22)^2)))
) >= 30000;
problem.Constraints.constraint4 = 4/(1025*pi*D3^2) == c2/(100e3);

% Set nondefault solver options
options =
optimoptions("fmincon","Algorithm","sqp","PlotFcn",["optimplotx",...
"optimplotfval"]);

% Display problem information
show(problem);

% Solve problem
[solution,objectiveValue,reasonSolverStopped] =
solve(problem,initialPoint2,...
"Solver","fmincon","Options",options);

% Display results
solution
reasonSolverStopped
objectiveValue

% Clear variables
clearvars w2 D3 c2 D22 L12 L22 initialPoint2 options reasonSolverStopped...
objectiveValue

```