

# **ESCUELA POLITECNICA NACIONAL**

## **ESCUELA DE INGENIERÍA**

### **CONTROL ADAPTATIVO MULTIVARIABLE EN LÍNEA.**

**PROYECTO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO EN  
ELECTRÓNICA Y CONTROL**

**LUIS FELIPE RECALDE CAMACHO**

**DIRECTOR: Prof. PATRICIO BURBANO R.**

**Quito, abril del 2006**

# CONTROL ADAPTATIVO MULTIVARIABLE EN LÍNEA

Ing. Luis Felipe Recalde C.  
Prof. Patricio Burbano R.  
Escuela Politécnica Nacional

## ABSTRACT

This article presents the analysis and application of adaptive minimum variance control and extended least-squared algorithms to obtain a link between modeling and control of a multivariable system of connected tanks level control with noise presence and with the possibility to produce a change in the plant dynamics.

Also, this includes analysis and simulation of the system; and, a real-time application to control an instrumented-plant prototype simulated through an analog computer.

## RESUMEN

Este artículo realiza el análisis y la aplicación de los algoritmos de control adaptativo de mínima varianza y de identificación paramétrica discreta de mínimos cuadrados extendido para obtener un enlace entre la modelación y el control de un sistema multivariable de control de nivel de tanques interconectados con presencia de ruido y opción a producir un cambio en la dinámica de la planta.

Además se incluye análisis y simulación del sistema multivariable; y, se desarrolla una aplicación en tiempo real del sistema de control usando como prototipo un modelo simulado de la planta instrumentada en el computador analógico.

## 1. INTRODUCCIÓN

Controlar un sistema es manipular sus entradas de tal manera que las salidas alcancen objetivos específicos mientras se realiza una compensación activa de las perturbaciones [1].

Un sistema puede ser lineal o no lineal, en cuyo caso la selección del controlador será fundamental para alcanzar los objetivos de control. En el caso no lineal, donde su comportamiento dinámico dependerá del punto de operación, puede resolverse el

problema del control utilizando técnicas de diseño de controladores capaces de adaptarse a estos cambios de operación de manera automática.

La disciplina que estudia la resolución de estos problemas es el Control Adaptativo y está basada en técnicas que incorporan alguna forma de ajuste de parámetros en línea siempre que la dinámica de la planta varíe. [2]

Para resolver el problema del control en línea de un sistema multivariable de tanques interconectados usando control adaptativo estocástico el diseño del controlador está basado en estas dos ideas de diseño:

- Una estimación orientada a la aplicación, donde el énfasis está en alcanzar un objetivo específico que depende implícitamente de una buena descripción del proceso dentro de un rango de condiciones de operación (sea para predicción o control de sistemas), dejando a los parámetros estimados como algo de importancia secundaria [3].
- La idea de la equivalencia de la certeza, donde se puede ignorar la incertidumbre de los parámetros estimados y considerarlos como verdaderos para diseñar la ley de control [4].

## 2. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

El sistema de control a implementarse es un control de nivel de tanques interconectados.

El prototipo es un sistema con características no lineales, debido a las válvulas de salida e interconexión, y a variaciones que dependen del punto de operación. Físicamente consta de dos entradas de líquido a través de bombas, dos tanques de sección transversal

cuadrada interconectados y dos salidas, donde los parámetros son [5]:

- tanques de sección transversal cuadrada de 1.5[m] de lado
- fluido incompresible a utilizar: agua donde  $\rho = 1[\text{gr/cm}^3]$
- altura inicial de fluido en tanque 1:  $h_{01} = 1[\text{m}]$
- altura inicial de fluido en tanque 2:  $h_{02} = 0.6[\text{m}]$
- constante de las válvulas:  $k_v = 2.75 [\text{m}^3/\text{hora}]$  (para válvulas de 1")
- bombas centrífugas accionadas por motor de continua [lit/min]

El punto de operación inicial se fija de tal manera que el flujo de interconexión vaya hacia el tanque 2 como se indica en la figura 1:

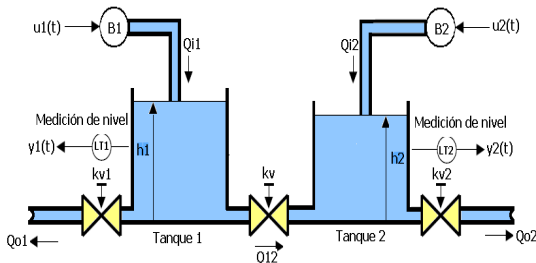


Figura 1 Tanques interconectados

El modelo a ecuaciones diferenciales de la planta es [5]:

$$\dot{h}_1 = \frac{Q_{i1}}{C_{f1}} - \frac{k_{v1}\sqrt{h_1}}{C_{f1}} - \frac{k_{v_{12}}\sqrt{h_1 - h_2}}{C_{f1}}$$

$$\dot{h}_2 = \frac{Q_{i2}}{C_{f2}} - \frac{k_{v2}\sqrt{h_2}}{C_{f2}} + \frac{k_{v_{12}}\sqrt{h_1 - h_2}}{C_{f2}}$$

### 2.1. Linealización del sistema

Si se consideran las alturas como salidas y los caudales como entradas el sistema multivariable puede ser linealizado y expresado en términos de una matriz de función de transferencia:

$$h_1 = \frac{2.25(S + 1.755)Q_{i1} + 2.174Q_{i2}}{5.06(S^2 + 3.332S + 1.834)}$$

$$h_2 = \frac{2.174Q_{i1} + 2.25(S + 1.577)Q_{i2}}{5.06(S^2 + 3.332 + 1.834)}$$

### 2.2. Planta instrumentada

Para realizar el control desde el computador se requiere trabajar con una planta instrumentada, donde es necesario implementar lo siguiente:

- a) Como actuadores 2 bombas que varíen el caudal (Q) de entrada a cada tanque en función de la tensión ( $u_1, u_2$ ) que reciben como entrada. Las funciones de transferencia de los actuadores son:

$$Q_{i1} = 0.8u_1$$

$$Q_{i2} = 0.6u_2$$

- b) Como sensor un sistema ultrasónico (sensores ultrasónicos para nivel) capaz de entregar una tensión ( $y_1, y_2$ ) proporcional al nivel de fluido existente en los tanques y una etapa de acondicionadores de señal. Las funciones de transferencia de los transductores son:

$$H_1 = Y_1$$

$$H_2 = Y_2$$

La nueva matriz de función de transferencia de la planta instrumentada es:

$$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

Como se requiere identificar la planta instrumentada se discretiza la matriz de función de transferencia mediante MATLAB, con un muestreador zoh y para un periodo de muestreo T de 300ms.

La función de transferencia obtenida utilizando Matlab es:

$$y_1 = \frac{(0.085z - 0.05)u_1 + (0.008z + 0.006)u_2}{z^2 - 1.265z + 0.368} \quad (1)$$

$$y_2 = \frac{(0.011z + 0.008)u_1 + (0.064z - 0.04)u_2}{z^2 - 1.265z + 0.368} \quad (2)$$

Adicionalmente, existen perturbaciones, que convierten a la planta instrumentada en un proceso estocástico, con variables aleatorias que deberán ser incluidas en el modelo.

### 3. EL CONTROL

El sistema de control es un control de nivel líquido a través del control del caudal de las bombas. El tipo de control a implementarse en el computador tiene una estructura de control adaptativo que permite controlar sistemas cuyos parámetros son desconocidos.

Para la aplicación en tiempo real, el enlace entre el prototipo y el computador se realiza con la tarjeta National Instruments NI-6025E, a través de canales analógicos de entrada y salida (Daq). El algoritmo a utilizar para el control es el de mínima varianza adaptativo, logrando así el control en línea de un sistema multivariable usando control adaptativo como se muestra en la figura 2:

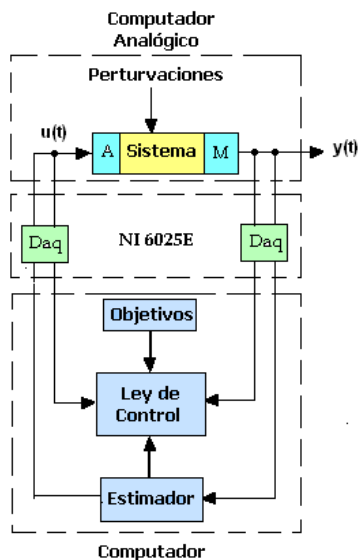


Figura 2 Sistema de control adaptativo en tiempo real

#### 3.1. El sistema

Puesto que no se dispone del prototipo se simula el modelo de la planta instrumentada en el computador analógico y se valida los resultados de tiempo real con los de simulación.

#### 3.2. El estimador

Para la identificación de la planta los datos se toman en línea y se trabaja con modelos discretos obtenidos a través de un paquete computacional.

Un proceso estocástico puede ser representado por un modelo expresado en base a los polinomios que actúan sobre a

la salida, la entrada y eventualmente al ruido o perturbación. Un modelo de esta característica es el modelo ARMA (Auto Regressive Moving Average) estocástico conocido como modelo ARMAX donde el ruido se representa como una entrada auxiliar.

$$Ay = Z^{-d}Bu + C\omega$$

El método de identificación de mínimos cuadrados extendido utiliza el error de predicción sobre un modelo ARMAX donde la salida se expresa en forma de regresiones

$$Y_k = X_{k-d}\theta_k^o \quad (3)$$

Donde:

$X_{k-d}$  es el vector de información

$\theta_k^o$  es el vector de parámetros verdaderos y se cumple que:

$$Y_k - X_{k-d}\theta_k^o = 0$$

Pero en la estimación se tiene:

$$Y_k - X_{k-d}\hat{\theta}_k = E_k$$

Donde el vector de parámetros es un vector de parámetros estimados y aparece un error en la ecuación conocido como Error de estimación  $E_k$ .

Las condiciones para una buena estimación son:

$$E_k \mapsto 0$$

$$\hat{\theta}_k \mapsto \theta_k^o$$

Es decir, el vector de parámetros estimado tiende al vector de parámetros verdadero si el error de estimación tiende a cero.

Una forma de resolver este problema es minimizando el error mediante una función de minimización llamada *función de costo* que minimiza el error cuadrático y pondere las medidas de manera exponencial.

$$J = E_k^T \cdot Q \cdot E_k \quad (4)$$

La solución de la ecuación 4 es el Método de Mínimos Cuadrados Extendido para sistemas estocásticos con inclusión del factor de olvido.

El algoritmo de identificación es el siguiente:

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + P_k X_{k-d} \varepsilon_k \quad (5)$$

Donde la matriz de covarianza P es igual:

$$P_k = \frac{1}{\alpha} \left[ P_{k-1} - \frac{P_{k-1} X_{k-d} X_{k-d}^T P_{k-1}}{\alpha + X_{k-d}^T P_{k-1} X_{k-d}} \right] \quad (6)$$

Y el error de predicción se define como:

$$\varepsilon_k = Y_k - X_{k-d}^T \hat{\theta}_{k-1} \quad (7)$$

### 3.3. La ley de control

En todo problema de diseño de sistemas de control se debe distinguir 5 consideraciones importantes: estabilidad, comportamiento dinámico, desempeño del seguimiento, restricciones y robustez.

Al enfatizar en el desempeño del seguimiento, se considera el diseño de controladores partiendo de un modelo capaz de predecir las salidas futuras basado en salidas pasadas y en entradas pasadas y presentes, haciendo que la acción de control en un instante de tiempo en el presente pueda transferir la salida futura a un valor deseado. [6]

El equivalente estocástico de este tipo de controlador es el controlador de Mínima Varianza, en el cual reduciendo la varianza de una variable dada, la señal de referencia  $y^*$ , puede ser puesta a un valor menos conservativo mientras se asegura que una porción dada de la salida alcance un criterio de aceptación dado. [7]

En el caso estocástico la salida no puede ser predecida exactamente, entonces, tiene sentido escoger la entrada para minimizar el error cuadrático entre la salida (y) y el valor deseado acotado ( $y^*$ ), así:

$$J_{k+d} \cong E \left[ y_{k+d} - y_{k+d}^* \right]^2$$

Entonces se escoge  $u(k)$  como una función de  $y(k)$ ,  $y(k-1)$ , ...,  $u(k-1)$ ,  $u(k-2)$ , ... para minimizar  $J(k+d)$ .

La función de costo se escribe como:

$$J_{k+d} = E \left\{ E \left[ y_{k+d} - y_{k+d}^* \right]^2 \middle| u \right\}$$

Consecuentemente la minimización óptima es:

$$J_{k+d} = E \left\{ \min_U E \left[ y_{k+d} - y_{k+d}^* \right]^2 \middle| u \right\}$$

Y da como resultado la siguiente ley de control:

$$u_k = \frac{1}{FB} \left[ Cy_{k+d}^* - Gy_k \right] \quad (8)$$

Donde C, G y FB son polinomios de la forma:

$$C = 1 + c_1 Z^{-1} + c_2 Z^{-2} + \dots + c_n Z^{-n}$$

$$FB = 1 + fb_1 Z^{-1} + fb_2 Z^{-2} + \dots + fb_{d-1} Z^{-d+1}$$

$$G = g_0 + g_1 Z^{-1} + g_2 Z^{-2} + \dots + g_{n-1} Z^{-n+1}$$

La solución de la minimización es más transparente si se introduce una predicción óptima de la salida bajo ciertas condiciones, para generar la realimentación de la ley de control sobre un modelo de la planta en lazo abierto, como se indica en la figura 3;

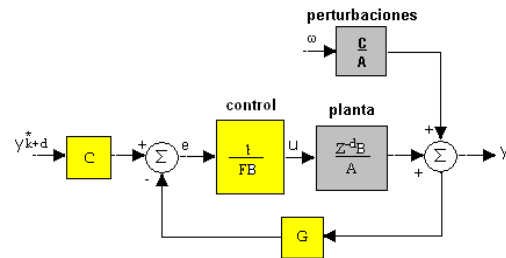


Figura 3 Ley de control de mínima varianza

Esta predicción se puede alcanzar usando el predictor estocástico óptimo "d-paso adelante" [8]

$$Cy_{k+d/k}^o = Gy_k + FB u_k \quad (9)$$

Donde G y F son los únicos polinomios que satisfacen la igualdad:

$$C = FA + Z^{-d}G \quad (10)$$

Esta igualdad asegura que los polos del sistema en lazo cerrado sean iguales a los polos del sistema en lazo abierto.

## 4. RESULTADOS

### 4.1. Resultados de simulación

El diagrama de bloques del sistema de control en lazo cerrado utilizado se presenta en la figura 4:

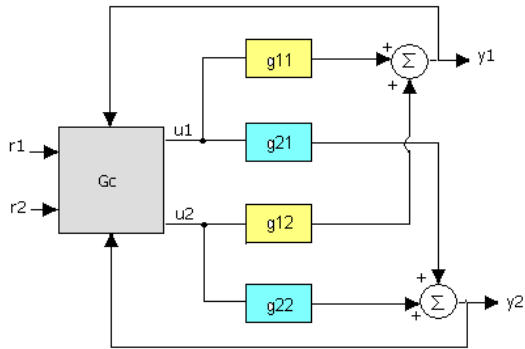


Figura 4 Diagrama de bloques del sistema de control implementado

El seguimiento para la prueba de variación de la referencia se simula mediante un archivo m de Matlab y se introduce un 30% de ruido, los resultados se muestran en las figuras 5 y 6:

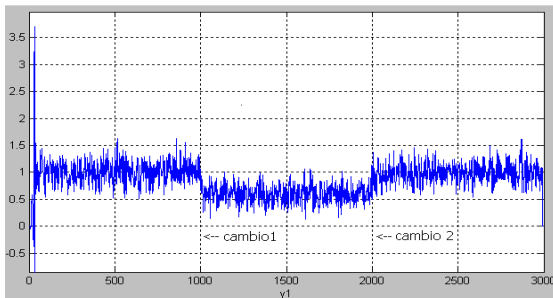


Figura 5 Salida con control adaptativo del tanque 1

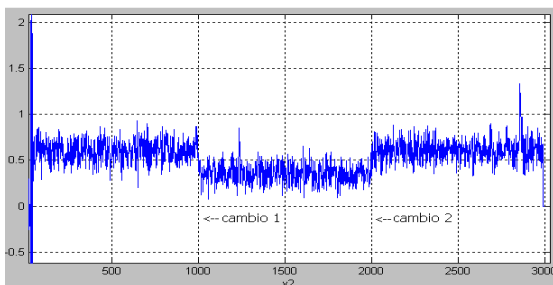


Figura 6 Salida con control adaptativo del tanque 2

Los resultados del control se muestran en las figuras 7 y 8:

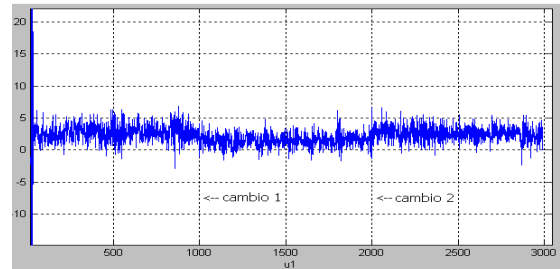


Figura 7 Señal de control del tanque 1

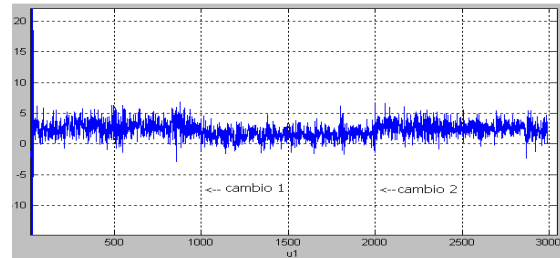


Figura 8 Señal de control del tanque 2

Los resultados de la varianza de la salida se muestran en la tabla 1:

	VARIANZA		
	Ciclo 1	Ciclo 2	Ciclo 3
y1	0.0267	0.0245	0.1043
y2	0.0093	0.0086	0.0420

Tabla 1 Varianza de la salida para variación de la referencia.

Los resultados del algoritmo de mínima varianza se contrastan con resultados de un sistema de control con PID.

Los resultados de controlador PID se muestran en las figuras 9 y 10:

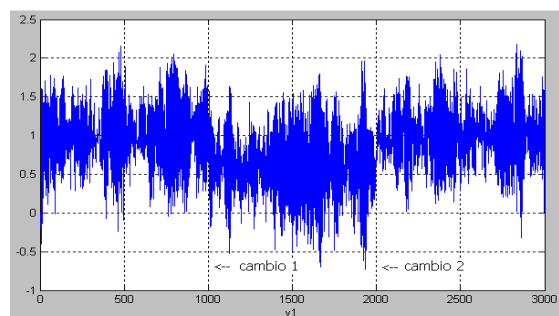


Figura 9 Salida con control PID del tanque 1

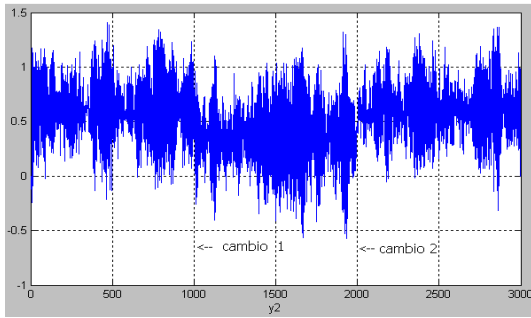


Figura 10 Salida con control PID del tanque 2

La señal de control se muestra en las figuras 11 y 12:

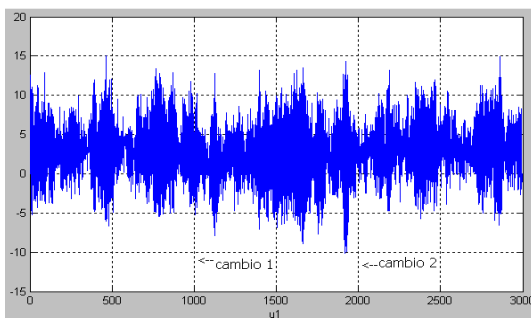


Figura 11 Señal de control con control PID del tanque 1

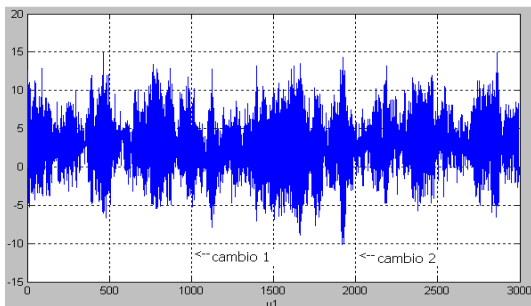


Figura 12 Señal de control con control PID del tanque 2

Los resultados de la varianza de la señal se muestran en la tabla 2:

	VARIANZA		
	Ciclo 1	Ciclo 2	Ciclo 3
Y1	0.145	0.329	0.13.6
Y2	0.071	0.163	0.059

Tabla 2 Varianza de la salida para variación de la referencia.

#### 4.2. Resultados de tiempo real

Las figuras 13 y 14 muestran la salida una perturbación de la entrada y de la planta:

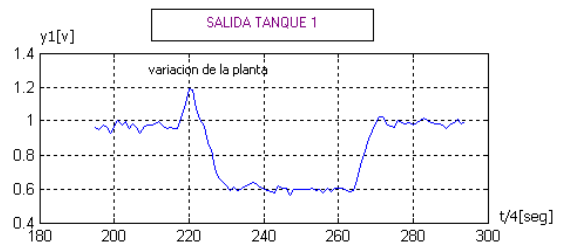


Figura 13 Salida 1 con perturbación de la entrada y de la planta

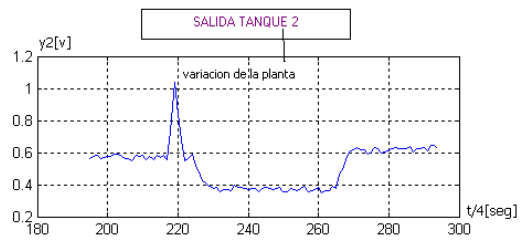


Figura 14 Salida 2 con perturbación de la entrada y de la planta

### 5. CONCLUSIONES

- Es posible el uso de control adaptativo para control en línea de sistemas multivariables.
- El algoritmo de mínimos cuadrados extendido no es el mejor estimador para sistemas estocásticos, sin embargo su utilización en estimación orientada a la aplicación permite alcanzar los objetivos del control.
- El algoritmo de mínima varianza adaptativo es uno de los métodos más sencillos para el control de sistemas estocásticos variantes en el tiempo, pero aunque se basa en el seguimiento de la salida a través de un predictor, puede aparecer un error de seguimiento de estado estable que depende de las características propias del sistema.
- Una aplicación de tiempo real usando MATLAB solo sirve para control de sistemas lentos, pero existe otro toolbox especializado en tiempo real que permite usar al computador ya sea como controlador o como planta, convirtiendo al computador en un equipo dedicado únicamente al proceso.

## Referencias bibliográficas

- [1] GIL, Helen. Software-Enabled control.
- [2] JOSLYN, Cliff . Cybernetics and second order cybernetics. New York, 2001. pp 1-2
- [3] GOODWIN, Graham. Adaptive Filtering, Prediction and Control. PRENTICE HALL. New Jersey, 1984. pp: 301-302.
- [4] GOODWIN, Graham. Adaptive Filtering, Prediction and Control. PRENTICE HALL. New Jersey, 1984. pp: 436-443
- [5] Recalde L., "Control Adaptativo Multivariable en Línea", EPN, 2005
- [6] GOODWIN, Graham. Adaptive Filtering, Prediction and Control. PRENTICE HALL. New Jersey, 1984. pp: 120
- [7] GOODWIN, Graham. Adaptive Filtering, Prediction and Control. PRENTICE HALL. New Jersey, 1984. pp: 410-411.
- [8] GOODWIN, Graham. Adaptive Filtering, Prediction and Control. PRENTICE HALL. New Jersey, 1984. pp: 146.



