

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

ESCUELA DE CIENCIAS

**ESTUDIO DE LOS PROCESOS DE RETRODISPERSIÓN EN UN DETECTOR
IRRADIADO DENTRO DE UN MATERIAL ARBITRARIO CON RADIACIÓN
GAMMA Y SU PAPEL EN LA DETERMINACIÓN DE LA DOSIS ABSORBIDA**

PROYECTO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE FÍSICO

WILLIAM VLADIMIR OÑA RODRÍGUEZ

DIRECTOR: DR. EDY AYALA A.

Quito, Septiembre 2006

INTRODUCCIÓN

Para determinar la dosis absorbida en un punto determinado en un medio irradiado por un haz de fotones gamma, se suele introducir un detector en dicho punto. La respuesta del detector es proporcional a la dosis absorbida en el volumen sensitivo del detector (cavidad) y está relacionada a la dosis buscada

mediante $D_m = \frac{\overline{D_c}}{f}$ siendo

D_m → dosis en el medio en el punto P.

D_c → dosis medida por el detector ubicada en el punto

f → factor f (razón de poder de frenado efectivo)

Para cuando el detector tiene dimensiones del mismo orden del rango de los electrones generados por los fotones se han desarrollado varias teorías: la de Burlin considera una expresión con las contribuciones de los electrones del medio circundante y la de los electrones generados en el detector por fotones. Aunque esta teoría es muy simple, ha mostrado una buena descripción con los resultados experimentales para materiales con número atómico (Z) no muy diferente al del detector. Sin embargo se han introducido otras aproximaciones, las mismas que consideran los efectos de retrodispersión en las interfases. Este trabajo hace una comparación entre ellas y busca diferencias entre los modelos de Frujinoiu (Frujinoiu 2001), Kearsley (Kearsley 1984) y Janssens (Janssens *et al* 1974). Además analizamos las ideas de la Teoría de la Cavidad de Burlin, los estudios de algunos autores en simulaciones de Monte Carlo y los resultados experimentales de Ogunleye (1980, 1987).

Las teorías de Frujinoiu, Kearsley y Janssens son una mejor aproximación al modelo de Burlin. Los efectos de retrodispersión en el espectro de los electrones entre dos medios distintos son muy importantes y deben tomarse en cuenta especialmente cuando los Z del medio y del detector son muy diferentes y el rango de los electrones generados por fotones son del orden del tamaño del

detector. Se hace un análisis de las diferentes formas de tratar estos efectos en base a las comparaciones con los datos experimentales y simulaciones de Monte Carlo. Se analiza también los otros parámetros que aparecen en los modelos.

En el capítulo 1 se desarrolla la teoría básica de la interacción de la radiación electromagnética con la materia describiendo los principales procesos de interacción para fotones de energías mayores a los keV. Se define además los coeficientes de atenuación, transferencia de energía y absorción de energía, al igual que el poder de frenado y magnitudes dosimétricas. Se revisan las aproximaciones de Burlin, Kearsley, Frujinoiu, modelos que modifican al de Burlin hechos por Janssens *et al* (1974) y Horowitz *et al* (1983) y un repaso a la teoría de Haider (1997).

En el capítulo 2 determinamos los parámetros involucrados en el cálculo del poder de frenado efectivo f_{cm} , como la razón de poderes de frenado, razón de coeficientes de absorción de energía, coeficientes de atenuación de electrones, coeficientes de retrodispersión, datos experimentales del factor f_{cm} para energías de 6 y 10 MV y ^{60}Co .

En el capítulo 3 realizamos la comparación de los datos experimentales con los resultados obtenidos de los diferentes modelos en estudio.

En el capítulo 4 se hace una discusión de los resultados obtenidos en el capítulo anterior.

Se obtiene finalmente las conclusiones encontradas en este trabajo.

CAPITULO 1.

1.1 INTERACCIÓN DE LA MATERIA CON LA RADIACIÓN IONIZANTE

Cuando un haz de rayos X o γ pasa a través de un medio, la interacción entre los fotones y la materia da lugar a que la energía sea transferida al medio.

El paso inicial en la transferencia de energía envuelve la expulsión de los electrones de los átomos del medio absorbente. Estos electrones de alta velocidad transfieren su energía produciendo múltiples ionizaciones y excitaciones de los átomos a lo largo de su camino. Si el medio absorbente consiste de tejido humano, suficiente energía puede ser depositada dentro de las células, destruyendo su capacidad reproductiva. Sin embargo, mucha de la energía absorbida es convertida en calor, sin producir un efecto biológico.

Las partículas cargadas tales como los electrones, protones y partículas α son conocidas como radiaciones directamente ionizantes ya que tienen suficiente energía cinética para producir ionización por colisión al penetrar la materia. El proceso de colisión es una interacción tipo coulombica con los electrones y núcleos del material.

La energía de la partícula incidente se pierde en un gran número de pequeños eventos de interacción a lo largo de las vías de ionización en el medio, con una ocasional interacción en la cual el electrón expulsado recibe suficiente energía para producir una secundaria vía de ionización. Estos electrones son conocidos como *rayos δ* . [1]

Si por otro lado, la energía perdida por la partícula incidente no es suficiente para expulsar un electrón del átomo pero es usada para elevar a los electrones a niveles de energía más altos, el proceso es denominado EXITACIÓN.

Las partículas no cargadas como los neutrones y fotones son conocidas como radiación indirectamente ionizante a causa de que ellos liberan partículas directamente ionizantes de la materia al interactuar con la misma.

Los fotones ionizantes interactúan con los átomos de un material absorbente para producir electrones de alta energía por los 3 principales procesos: Efecto Fotoeléctrico, Efecto Compton y Producción de Pares.

1.1.1 EFECTO FOTOELÉCTRICO

El efecto fotoeléctrico es un proceso en el cual un fotón interactúa con un átomo y expulsa un electrón orbital del átomo al ser absorbido totalmente. En este proceso, toda la energía $h\nu$ del fotón es transferida al electrón atómico. La energía cinética del electrón expulsado (llamado fotoelectrón) es igual a:

$$h\nu - E_B, \quad (1)$$

donde E_B es la energía de enlace del electrón en el átomo [1]. Interacciones de este tipo pueden tomar lugar con electrones de las capas K , L , M o N .

Después de que el electrón ha sido expulsado del átomo, una vacancia es creada en la capa dejando al átomo en un estado excitado. La vacancia puede ser llenada por un electrón orbital exterior con la emisión de *rayos x característicos* o mediante procesos de relajación que generan emisión de electrones Auger.

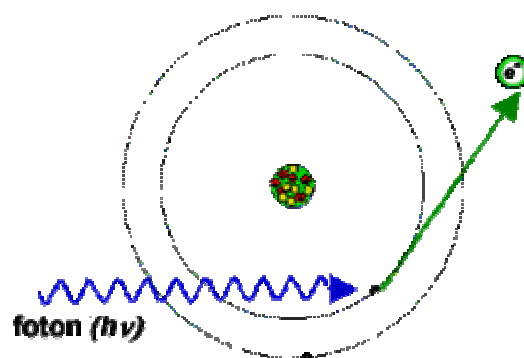


Figura 1. Efecto fotoeléctrico: un fotón con un cuanto de energía $h\nu$ incide sobre un electrón de un átomo con una energía de enlace E_b .

La probabilidad de la absorción fotoeléctrica ó la sección eficaz del proceso depende de la energía $E = h\nu$ del fotón en la forma:

$$\frac{\tau}{\rho} \propto \frac{1}{E^3}, \quad (2)$$

es decir, inversamente proporcional al cubo de la energía fuera de los picos de absorción. Así mismo, la sección eficaz del efecto fotoeléctrico depende fuertemente del número atómico del material absorbente. La relación aproximada es:

$$\frac{\tau}{\rho} \propto Z^3 \quad (3)$$

Esta relación es la base para muchas aplicaciones en radioterapia de diagnóstico. La diferencia de los Z de varios tejidos como el hueso, el músculo y la grasa amplifica diferencias en la absorción de rayos x, proveyéndole el modo primario de interacciones fotoeléctricas.

La distribución angular de los electrones emitidos en el proceso fotoeléctrico depende de la energía del fotón incidente. Para energías de unas decenas o centenas de keV los fotoelectrones son emitidos en una dirección preferente de 90° y al incrementar la energía estos tienden a ser paralelos a la dirección de los fotones incidentes [1].

1.1.2 EFECTO COMPTON

El fotón interactúa con un electrón atómico como si éste fuera un electrón libre. El término "libre" significa que la energía de enlace del electrón es mucho menor que la energía que le transferirá el fotón incidente. En este proceso el electrón recibe parte de la energía del fotón y es emitido en un ángulo ϕ [1].

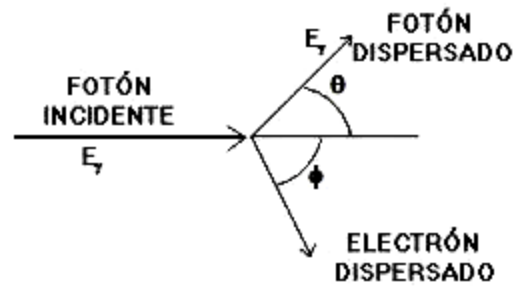


Figura 2. Efecto Compton: Dispersión de un fotón que colisiona con un electrón inicialmente estacionario, generando la dispersión de un electrón y fotón como resultado de la colisión elástica.

El fotón, el cual reduce su energía, es dispersado en un ángulo θ . El proceso Compton puede ser analizado en términos de una colisión entre 2 partículas, un fotón y un electrón. Aplicando las leyes de conservación de energía y momento, uno puede derivar las siguientes relaciones:

$$h\nu - h\nu' = \frac{(h\nu)(h\nu')}{E_0}(1 - \cos\theta) \quad (4)$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta) \quad (5)$$

$$\frac{h}{m_e c}, \quad (6)$$

es conocido como la longitud de onda de Compton.

La correspondiente sección eficaz de Klein-Nishina por unidad de masa $\frac{\sigma}{\rho}$, la cual es también llamada coeficiente másico de atenuación Compton es:

$$\frac{\sigma}{\rho} = \frac{N_A Z}{A} {}_e\sigma, \quad (7)$$

donde $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ moles⁻¹ (constante de Avogadro)

Z = número de electrones por átomo

A = número de gramos por mol de material

ρ = densidad

${}_e\sigma$ = sección eficaz total por electrón de Klein-Nishina que es igual a:

$${}_{e}\sigma = 2\pi \int_{\varphi=0}^{\pi} \frac{d_e\sigma}{d\Omega_{\varphi}} \sin\varphi d\varphi \quad (8)$$

La correspondiente contribución del efecto Compton para el coeficiente másico de atenuación de fotones μ/ρ es σ/ρ . [2]

1.1.3 PRODUCCIÓN DE PARES

La producción de pares es un proceso de absorción en el cual un fotón desaparece y da lugar a un electrón y un positrón. Esto ocurre en un campo de fuerza coulombiana, usualmente cerca de un núcleo atómico. Una energía mínima del fotón es requerida para que la producción de pares ocurra, esto es de $2m_0c^2 = 1.022$ MeV.

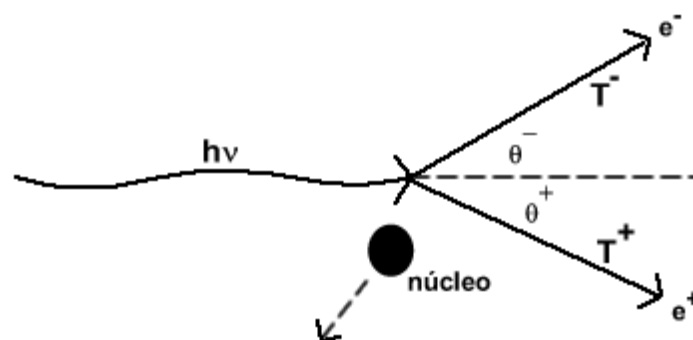


Figura 3. Producción de pares: Un fotón incidente con energía $h\nu$ se desvanece dando lugar a un par electrón - positrón.

La ecuación de la conservación de la energía, ignorando la pequeña energía de retroceso del núcleo es simplemente:

$$h\nu = 2m_0c^2 + T^- + T^+ \quad (9)$$

Siendo T^+ y T^- , las energías cinéticas de los positrones y electrones respectivamente. El coeficiente másico de atenuación para la producción de pares es:

$$\frac{\kappa}{\rho} = {}_a\kappa \cdot \frac{N_A}{A}, \quad (10)$$

donde ${}_a\kappa$ es la sección eficaz total de la producción de pares por átomo. [2]

1.1.4 DESCRIPCIÓN DE UN HAZ DE FOTONES

Un haz de rayos x emitidos desde un blanco o un haz de rayos γ emitido desde una fuente radioactiva consiste de un gran número de fotones, usualmente con una variedad de energías. Un haz de fotones puede ser descrito por muchos términos como los que siguen [1]:

- 1) La fluencia (Φ) de fotones es el cociente entre dN y da , donde dN es el número de fotones que entran en una esfera imaginaria de sección transversal da .

$$\Phi = \frac{dN}{da} \quad (11)$$

- 2) Taza de fluencia o densidad de flujo (ϕ) es la fluencia por unidad de tiempo.

$$\phi = \frac{d\Phi}{dt}, \quad (12)$$

donde dt es el intervalo de tiempo.

- 3) Fluencia de energía (Ψ) es el cociente entre dE_f y da , donde dE_f es la suma de las energías de todos los fotones que entran en una esfera de área da .

$$\Psi = \frac{dE_f}{da} \quad (13)$$

Para un campo monoenergético, dE_f es solo el número de fotones dN veces la energía $h\nu$ transportada por cada fotón: $dE_f = dN \cdot h\nu$

4) La tasa de fluencia de energía, densidad de flujo o intensidad (ψ) es la fluencia de energía por unidad de tiempo.

$$\psi = \frac{d\Psi}{dt} \quad (14)$$

1.1.5 ATENUACIÓN DE UN HAZ DE FOTONES

Un diseño experimental hecho para medir las características de atenuación de un haz de fotones es mostrado en la figura 3.

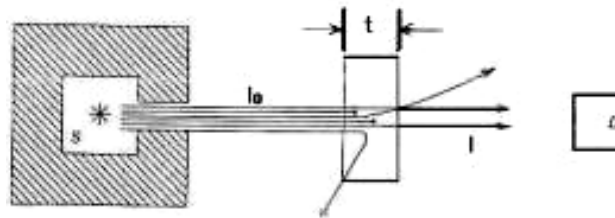


Figura 4. Atenuación de fotones: La fuente S provee de un haz de fotones llegando al absorbedor de espesor t . Sea un detector D a una distancia fija del absorbedor.

Un estrecho haz de fotones monoenergéticos inciden en un absorbedor de espesor variable. Un detector es puesto a una distancia fija desde la fuente y suficientemente más lejos del absorbedor tal que solo los fotones primarios (fotones que pasan a través del absorbedor sin interactuar) son medidos por el detector. Cualquier fotón dispersado por el absorbedor no es medido en este diseño. [1]

Entonces si un fotón interactúa con un átomo, este es completamente absorbido o es dispersado lejos del detector. Bajo estas condiciones, la reducción en el número de fotones (dN) es proporcional al número de fotones incidentes (N) y el espesor del absorbedor (dt). Así tenemos:

$$dN \propto Ndt \quad (15)$$

$$dN = -\mu Ndt, \quad (16)$$

donde μ es la constante de proporcionalidad llamada *coeficiente de atenuación*. El signo menos (-) indica que el número de fotones decrece mientras el espesor del absorbedor se incrementa. Se puede escribir en términos de intensidad (I):

$$dI = -\mu I dt \quad (17)$$

$$\frac{dI}{I} = -\mu dt \quad (18)$$

Si el espesor t es expresado en longitud, μ es llamado coeficiente de atenuación lineal. Resolviendo la ecuación 13 tenemos:

$$I(t) = I_0 e^{-\mu t}, \quad (19)$$

donde $I(t)$ es la intensidad transmitida por el espesor t y I_0 es la intensidad incidente inicial.

1.1.6 COEFICIENTE DE ATENUACIÓN $\mu [cm^{-1}]$

El coeficiente de atenuación es escrito como $\mu = n\sigma$ siendo n igual al número de átomos blanco por volumen y σ la sección eficaz total de interacción de los fotones con la materia. En general, este coeficiente depende de la energía de los fotones y de la naturaleza del material. Entonces, si dividimos μ por la densidad ρ , tendremos $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)$ que será independiente de la densidad; $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)$ es conocida como el coeficiente másico de atenuación.

El $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)$ tiene unidades de cm^2/g y cuando lo usamos en la ecuación 19, el espesor es expresado como ρt , el cual tiene unidades de g/cm^2 .

El coeficiente másico de atenuación total para interacciones gamma, despreciando las interacciones fotonucleares, puede ser escrito como [2]:

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{\tau}{\rho} + \frac{\sigma}{\rho} + \frac{\kappa}{\rho}, \quad (20)$$

en la cual τ/ρ es la contribución del efecto fotoeléctrico, σ/ρ la del efecto fotoeléctrico y κ/ρ de la producción de pares.

El coeficiente de atenuación representa la fracción de fotones (removidos, quitados o extraídos) por unidad de espesor. La intensidad de transmisión $I(x)$ está establecida para fotones que interactúan con el material. Esos fotones los cuales produjeron interacciones, transferirán parte de su energía al material y será absorbida toda o parte de esta. [1]

1.1.7 COEFICIENTE DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA

Cuando un fotón interactúa con los electrones en el material, parte o toda su energía es convertida en energía cinética de los electrones.

Un fotón dispersado puede interactuar de nuevo con una transferencia de energía parcial o total a los electrones. Entonces, un fotón puede experimentar una o múltiples interacciones en la cual la energía perdida por el fotón es convertida en energía cinética de los electrones.

Si consideramos un haz de fotones atravesando el material, la fracción de la energía del fotón transferido en energía cinética de partícula cargada por unidad de espesor del absorbedor es dada por el coeficiente de transferencia de energía (μ_{tr}) de la siguiente manera:

$$\mu_{tr} = \frac{\overline{E_{tr}}}{h\nu} \mu, \quad (21)$$

donde E_{tr} es la energía promedio transferida a energía cinética de la partícula cargada por interacción.

El coeficiente másico de transferencia de energía está dado por μ_{tr}/ρ .

En general, este coeficiente para interacciones gamma, despreciando la contribución fotonuclear, es dado por:

$$\frac{\mu_{tr}}{\rho} = \frac{\tau_{tr}}{\rho} + \frac{\sigma_{tr}}{\rho} + \frac{\kappa_{tr}}{\rho}, \quad (22)$$

donde se muestran las contribuciones individuales de los tres procesos de interacción.

1.1.8 COEFICIENTE DE ABSORCIÓN DE ENERGÍA

Muchos de los electrones puestos en movimiento por los fotones perderán su energía por colisiones inelásticas (ionización y excitación) con los electrones atómicos del material. Unos pocos, dependiendo del número atómico del material, perderán su energía por interacciones bremsstrahlung con el núcleo. La energía bremsstrahlung es radiada hacia afuera del volumen local como rayos X y no es incluida en los cálculos de la energía absorbida.

El coeficiente de absorción de energía (μ_{en}) está definido como:

$$\mu_{en} = \mu_{tr}(1 - g), \quad (23)$$

donde g es la fracción de la energía de partículas cargadas secundarias que es perdida por bremsstrahlung en el material. El (μ_{en}/ρ) es el coeficiente de absorción másico.

Para muchas interacciones que envuelven tejidos suaves u otro material con Z bajo en los cuales los electrones pierden su energía casi por completo por colisiones ionizantes, el componente bremsstrahlung es despreciable. Así, $\mu_{en} = \mu_{tr}$ bajo estas condiciones. Estos coeficientes pueden diferenciarse

apreciablemente cuando las energías cinéticas de las partículas secundarias son altas y el material atravesado tiene un número atómico alto.

El coeficiente de absorción de energía es una importante cantidad en radioterapia debido a que permite la evaluación de la energía absorbida en los tejidos, una cantidad de interés en predecir los efectos biológicos de la radiación. [1]

1.1.9 PODER DE FRENADO MÁSSICO PARA ELECTRONES Y POSITRONES

La magnitud física de mayor interés para la determinación de la pérdida de energía en el paso de partículas cargadas a través de los materiales es el poder de frenado de colisión (*collision stopping power*), que es la pérdida media de energía por unidad de trayecto recorrido debida a interacciones inelásticas colombianas que producen la ionización y excitación de átomos y moléculas. La evaluación de los poderes de frenado de acuerdo con la teoría de Bethe requiere conocimientos de dos cantidades cuya precisión es muy difícil conseguirla. Una de estas es la energía media de excitación I de un material, la otra es la corrección del efecto densidad δ el cual depende de I , de la densidad del medio y la energía de la partícula.

Usando la fórmula de Bethe para colisiones elásticas conjuntamente con la relación de sección eficaz relativista de Moller (1932) que es válida para grandes transferencias de energía a electrones atómicos, se calcula una relación para electrones la cual es: [3]

$$\left(\frac{S}{\rho}\right)_{col} = \frac{2\pi N_A r_e^2 m_0 c^2}{\beta^2} \cdot \frac{Z}{A} \cdot z^2 \left[\ln\left(\frac{\tau}{I}\right)^2 + \ln\left(1 + \frac{\tau}{2}\right) + F(\tau) - \delta \right], \quad (24)$$

donde $\tau = \frac{T}{m_0 c^2}$, siendo T la energía cinética de los e^- o e^+

$$F(\tau) = (1 - \beta^2) \cdot \left[1 + \frac{\tau}{8} - (2\tau + 1) \cdot \ln(2) \right] \text{ y}$$

δ = corrección por efecto densidad.

$$\beta = v/c$$

Observando la ecuación 24 para el poder de frenado másico de electrones se concluye que hay una dependencia con el material por el número atómico Z que se encuentra en esta ecuación. Como la razón Z/A es aproximadamente constante para núcleos con $Z > 2$ se aprecia que el poder de frenado esencialmente depende de la densidad ρ , salvo una pequeña dependencia con el material a través del potencial medio de excitación I .

Así mismo la dependencia de la velocidad del electrón es apreciable en la ecuación con el término β^2 . Con esto se entiende que el electrón pierde menos energía por este proceso cuando aumenta la velocidad, pero en forma general la dependencia del poder de frenado decrece rápidamente a medida que la energía aumenta, hay una fase casi constante y luego sigue un lento crecimiento a medida que la velocidad del electrón se hace cada vez más relativista.

1.1.10 DOSIMETRÍA

1.1.10.1 KERMA (K)

La energía de los fotones es impartida a la materia en dos procesos. En el primero la energía del fotón es transferida a los electrones y en el segundo proceso los electrones transfieren su energía al medio a través de ionizaciones y excitaciones atómicas. El *Kerma* cuantifica el primer proceso, donde la energía es transferida de una radiación indirectamente ionizante a partículas cargadas.

Definimos como *Kerma* el cociente de dE_r/dm , donde dE_r es la suma de las energías cinéticas iniciales de todas las partículas cargadas ionizantes (e^- y e^+) liberadas por partículas sin carga (fotones) en un volumen de un material de masa dm .

Para un haz de fotones atravesando un medio, el *kerma* en un punto es directamente proporcional a la fluencia de energía de fotones Ψ y esta dada por:

$$K = \Psi \left(\frac{\overline{\mu_{tr}}}{\rho} \right) \quad (24)$$

donde $\frac{\overline{\mu_{tr}}}{\rho}$ es el coeficiente másico de transferencia de energía para un medio promediado sobre el espectro de la fluencia de energía de los fotones. [4]

Adicionalmente el *kerma* puede dividirse en:

$$K = K_{col} + K_{rad}, \quad (25)$$

donde K_{col} es llamado Kerma Colisión y permite la producción de electrones que disipan su energía mediante ionización en el medio y K_{rad} es llamado Kerma de Radiación que permite la producción de bremsstrahlung mediante partículas cargadas que son desaceleradas en el medio.

Con esto el kerma colisión esta dado por:

$$K_{col} = \Psi \left(\frac{\overline{\mu_{en}}}{\rho} \right), \quad (26)$$

y el kerma de radiación esta dado por:

$$K_{rad} = \Psi \left(\frac{\overline{\mu_{en}}}{\rho} \right) \left(\frac{\overline{g}}{1-g} \right) \quad (27)$$

Una gran parte de las energías cinéticas iniciales de los electrones en materiales de bajo número atómico (aire, agua y tejido suave) se consume en colisiones inelásticas (ionización y excitación) con electrones atómicos. Solo una parte muy pequeña es gastada en colisiones radiactivas con el núcleo atómico (bremsstrahlung). [1 y 4]

1.1.10.2 DOSIS ABSORBIDA (D)

Como definición la dosis absorbida (D) es el cociente $\frac{d\overline{\varepsilon}}{dm}$ donde $d\overline{\varepsilon}$ es la energía media impartida por la radiación ionizante a la materia por unidad de masa dm . Los electrones viajan a través del medio y depositan su energía a lo

largo de su camino. Por lo tanto la absorción de energía descrita por *dosis absorbida* no toma lugar en el mismo lugar como la transferencia de energía descrita por *kerma*.

1.1.10.3 DOSIS ABSORBIDA Y KERMA

La figura 4 ilustra la relación entre el kerma colisión y la dosis absorbida para un haz de fotones de alta energía bajo condiciones de equilibrio de partícula cargada (CPE) en la parte (a) y bajo condiciones de equilibrio de partícula cargada transiente (TCPE) en la parte (b). En esta última situación (más realista), existe un equilibrio TCPE, donde:

$$\beta K_{col} = D \quad (28)$$

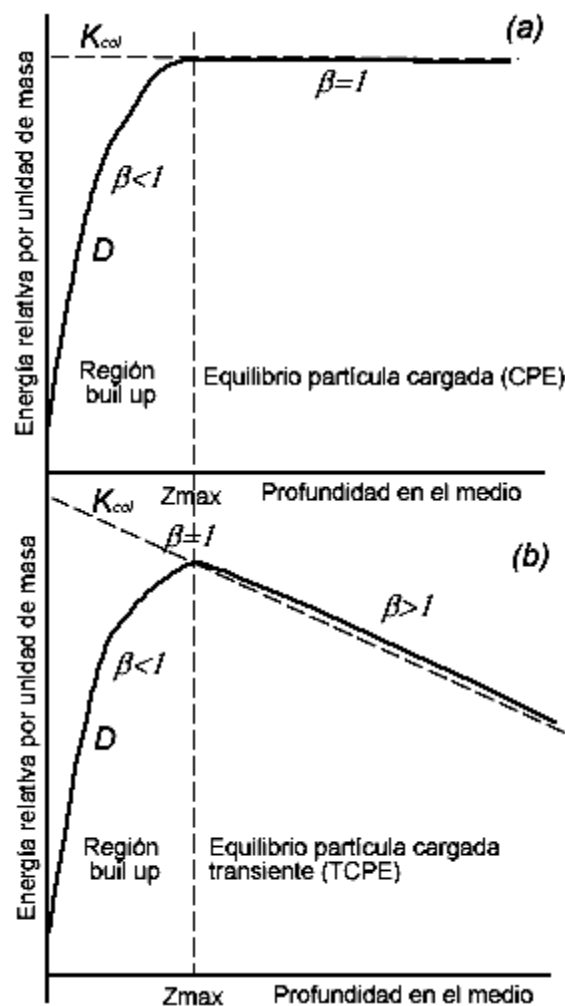


Figura 5. Dosis absorbida y Kerma colisión como función de la profundidad en un medio irradiado por un haz de fotones

1.1.10.4 TEORÍA DE LA CAVIDAD DE BRAGG-GRAY

La teoría de Bragg-Gray fue la primera teoría de la cavidad desarrollada para proveer una relación entre la dosis absorbida en un dosímetro y la dosis absorbida en el medio que contiene este dosímetro.

Las condiciones para aplicar la teoría de la cavidad de Bragg-Gray son: **[4]**

- a) La cavidad debe ser pequeña cuando es comparada con el rango de las partículas cargadas incidentes tal que su presencia no perturbe la fluencia de las partículas cargadas en el medio;
- b) La dosis absorbida en la cavidad es depositada solamente por las partículas cargadas que la cruzan. Las interacciones de los fotones en la cavidad se asumen despreciables.

El resultado de la condición (a) es que la fluencia de los electrones en la cavidad es la misma que la fluencia de equilibrio establecida en el medio en ausencia de ella.

$$D = \int \Phi(E) \cdot \frac{S_{col}}{\rho} dE = \Phi \cdot \left(\frac{S_{col}}{\rho} \right), \quad (29)$$

Esta condición solo puede ser válida en regiones de CPE o TCPE. Adicionalmente, la presencia de la cavidad siempre causa algún grado de perturbación de la fluencia que requiere la introducción de un factor de corrección de perturbación. La condición (b) implica que todos los electrones que depositan la dosis dentro de la cavidad son producidos fuera de la cavidad y que todos cruzan la misma. Por lo tanto, no hay producción de electrones secundarios ni son frenados dentro de la cavidad.

Bajo estas dos condiciones y de acuerdo con la teoría de la cavidad de Bragg-Gray, la dosis en el medio D_{med} es relacionada con la dosis en la cavidad D_{cav} como sigue:

$$D_{med} = D_{cav} \left(\frac{\bar{S}}{\rho} \right)_{cav}^{med}, \quad (30)$$

donde $\left(\frac{\bar{S}}{\rho} \right)_{cav}^{med}$ es la razón de los poderes de frenado de colisión del medio y la cavidad. Aquí se excluye la producción de partículas cargadas secundarias (rayos *delta*) en la cavidad y en el medio.

1.1.10.5 TEORÍA DE LA CAVIDAD DE SPENCER-ATTIX

La teoría anterior no toma en cuenta la creación de electrones de alta energía (o delta) generados en la cavidad como resultado de la interacción de los electrones primarios en el volumen sensitivo del dosímetro. La teoría de la cavidad de Spencer-Attix es una formulación más general que toma en cuenta la creación de estos electrones que tienen suficiente energía para producir ionización. Algunos de estos electrones producidos en la cavidad tienen suficiente energía para escapar de la cavidad llevando algo de su energía con ellos. Esto reduce la energía absorbida en la cavidad y requiere una modificación del poder de frenado en la cavidad. [4]

La fluencia de los electrones secundarios en la teoría de Spencer-Attix esta dividida en 2 componentes basadas en una energía umbral definida Δ . Electrones secundarios con energías cinéticas T menores a Δ son considerados electrones lentos que depositan su energía localmente; electrones secundarios con energías mas grandes o iguales a Δ son considerados electrones rápidos (*slowing down*) y son parte de un espectro de electrones. De aquí, la deposición de energía es calculada como el producto de $L_{\Delta}(T)/\rho$ (poder de frenado másico de colisión restringido con energía umbral Δ) y la fluencia de los electrones rápidos con un rango de energía de Δ a T_0 .

El valor Δ esta relacionado con el tamaño de la cavidad y esta definido como la energía del electrón con rango igual al camino libre medio (*mean chord length*) de la cavidad.

La relación de Spencer-Attix entre la dosis del medio D_{med} y la dosis en la cavidad D_{cav} será:

$$\frac{D_{med}}{D_{cav}} = \left(\overline{\frac{L_{\Delta}}{\rho}} \right)_c^m, \quad (31)$$

donde $\left(\overline{\frac{L_{\Delta}}{\rho}} \right)_c^m$ es la razón de los poderes de frenado máxicos de colisión restringidos del medio y de la cavidad.

Usando el espectro de la fluencia de electrones $\Phi_T^{m,\delta}(T)$, la expresión quedaría así:

$$\left(\overline{\frac{L_{\Delta}}{\rho}} \right)_c^m = \frac{\int_{\Delta}^{T_0} \Phi_T^{m,\delta}(T) \cdot \left(\frac{L_{\Delta,m}}{\rho} \right) dT + TE_m}{\int_{\Delta}^{T_0} \Phi_T^{m,\delta}(T) \cdot \left(\frac{L_{\Delta,c}}{\rho} \right) dT + TE_c} \quad (32)$$

Los términos TE_m y TE_c son llamados los términos *track-end* y toman en cuenta una parte de la energía depositada por los electrones debida a la variación espacial de la fluencia de electrones.

Los cálculos de Monte Carlo han mostrado que la diferencia entre las teorías de la cavidad de Spencer-Attix y Bragg-Gray no es despreciable pero generalmente no muy significativa. Para una típica cámara de ionización usada en agua, la dependencia de energía de la razón de poder de frenado agua – aire proviene de la diferencia de la corrección del efecto densidad entre los dos materiales.

1.2 TEORÍA DE BURLIN

Todas las teorías de la cavidad estudiadas, relacionan la dosis del medio D_m (dosis que sería entregada al medio en ausencia de la cavidad) con la dosis de la

cavidad D_c (dosis promedio entregada a la cavidad) mediante un factor conocido como poder de frenado másico efectivo f_{cm} . Esta relación esta dada por: **[5]**

$$f_{cm} = \frac{\overline{D_c}}{D_m}, \quad (33)$$

donde este factor varía con la energía, el tipo de radiación, el medio envolvente, forma, tamaño y composición del material del detector relativo al medio en el cual este está siendo irradiado.

Las teorías generales de la cavidad fueron desarrolladas para tratar con cavidades intermedias en haces de fotones. Así podemos definir nuestro estudio para este caso, donde una fracción de la dosis absorbida se debe a la fluencia de los electrones generados dentro de la cavidad misma y otra fracción al material del medio circundante. El punto de partida para estas cavidades está en la definición de cavidades pequeñas propuesto por Bragg-Gray. **[4]**

La determinación de la dosis absorbida se lleva a cabo usando la expresión de Spencer-Attix para los detectores que generalmente se utilizan como las cámaras de ionización, añadiéndole a esta expresión una serie de factores de corrección. Con la aparición de los detectores termoluminiscentes se vio la necesidad de desarrollar este factor f que considere la aproximación en la cual las dimensiones del detector sean del orden de magnitud del rango máximo de los electrones secundarios. Una primera aproximación fue desarrollada por Burlin (1966) **[6]**. En esta aproximación se considera que el aporte a la dosis absorbida por parte de los electrones generados en el medio circundante al detector se reduce en un factor d y aquella debida a los electrones generados en el detector vía interacciones fotónicas aporta en un factor $1-d$. Considerando que los electrones en el medio circundante al detector se atenúan en éste de manera exponencial y sin cambiar su forma espectral, el factor d toma la forma:

$$d = \frac{\int_0^t e^{-\beta x} dx}{\int_0^t dx} = \frac{(1 - e^{-\beta t})}{\beta t}, \quad (34)$$

donde β es el coeficiente de atenuación de electrones secundarios y t es el camino medio recorrido por los electrones en el detector.

Es notorio que esta ecuación evalúa el valor promedio de una distribución exponencial del flujo de electrones por toda la cavidad. Promediando sobre el espectro de los electrones en equilibrio que resulta de la suposición de la aproximación del frenado continuo (CSDA) se ignora la generación de los rayos *delta* energético.

En la tabla 1 se muestran las distintas formas del factor f en las distintas aproximaciones.

Aproximaciones del factor f según su tamaño	
Aproximación	Factor f
Detector pequeño	$f_{cm} = \left(\frac{S}{\rho}\right)_m^c \equiv S_{cm}$
Detector grande	$f_{cm} = \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_m^c \equiv \mu_{cm}$
Detector intermedio	$f_{cm} = d \cdot S_{cm} + (1-d) \cdot \mu_{cm}$

Tabla 1. Varias aproximaciones para el factor f

1.2.1 MODIFICACIÓN DE HOROWITZ A LA TEORÍA DE BURLIN

Horowitz *et al* (1983) [7] modificó la teoría general de la cavidad de Burlin al hacer hincapié en la longitud de camino recorrido medio para los electrones que cruzan la cavidad (propuesto como g por Horowitz). g no es igual a la longitud de camino recorrido medio para la radiación creada dentro de la cavidad como se asume por Burlin y otros investigadores.

Teniendo en cuenta que se ha interpretado que el rango promedio de los electrones, $\langle R \rangle$, bajo una irradiación homogénea e isotrópica creada dentro de la

cavidad es la mitad de la longitud promedio (*mean chord length*) que atraviesa el volumen dado, $\langle R' \rangle = 2V/S$, no ha sido sustentado por Horowitz *et al*, estableciendo límites inferiores y superiores para $\langle R \rangle$, siendo:

$$\frac{2V}{S} \leq \langle R \rangle \leq \frac{S^2}{8\pi V} \quad (35)$$

donde V y S es el volumen y la superficie del elemento en estudio respectivamente.

Para ilustrar que $\langle R \rangle \neq \langle R' \rangle$, Horowitz *et al* los estimaron por medio de métodos de Monte Carlo para electrones creados homogéneamente en la cavidad que $\langle R \rangle = 1.05\text{mm}$ mientras que $\langle R' \rangle = 2V/S = 0.75\text{mm}$.

Entonces, la teoría general de la cavidad de Burlin deberá ser modificada a

$$f_{cm} = (Z/A)_{cm} \left[1 + d \left(\frac{(Z/A)_m}{(Z/A)_c} \bar{S}_{cm} - 1 \right) + d' \left(\frac{(Z/A)_m}{(Z/A)_c} \left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{cm} - 1 \right) \right] \quad (36)$$

Como vemos, esta ecuación no se convierte en la ecuación de Burlin. El símbolo d esta definido como en la ecuación 34 y d' esta dada por

$$d' = \frac{\int_0^{g'} (1 - e^{-\beta x})}{\int_0^{g'} dx} = 1 - \frac{1 - e^{-\beta g'}}{\beta g'}, \quad (37)$$

donde $g' = \langle R \rangle$ es la longitud de camino recorrido promedio para electrones creados por interacciones fotónicas dentro de la cavidad. Se observa que si $g' = g$ entonces $d' = 1 - d$.

En la geometría usada por Ogunleye (1980), el camino recorrido de los electrones de la cavidad que son homogéneamente creados en la misma (g'), debe ser igual a $g/2$. Adicionalmente, otra estimación más rigurosa de la longitud de camino

recorrido promedio g (en lugar de $g = t / \cos \theta = 1.2t$, como sugirió Ogunleye et al 1980, siendo t el ancho del detector o cavidad) está dado por:

$$g = \int_0^{\pi/2} \frac{tP(\theta)}{\cos \theta} d\theta = 1.539t, \quad (38)$$

donde $P(\theta)$ es la función de distribución de probabilidad angular para electrones de Klein – Nishina. El valor de $1.539t$ es para una energía de fotones de 1.25 MeV. Actualmente, un valor más real de g está acomodado entre los límites de $1.539t$ y $4V/S$. [7]

También realizó una reestimación para el coeficiente de atenuación de electrones secundarios, usando un $\beta = 16.26 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ basada en la fórmula $\frac{17}{E_{\max}^{1.14}}$ (Evans 1955). Los valores de χ^2/n para Al, Cu y Pb muestran un significativo mejoramiento para ambas expresiones. En el caso del plomo, Horowitz consideró la posibilidad de incluir los efectos de retrodispersión de los electrones para poder acercar los datos obtenidos por su modelo hacia los experimentales. Estos efectos deberían incrementar el término f_{cm} , pero se encuentra que se tiene un efecto opuesto cuando se usa el formalismo de la teoría de la cavidad. Esto se puede explicar cuando los electrones que siendo generados en la cavidad, alcanzan la interfase *LiF – medio* y son retrodispersados hacia la cavidad, donde se incrementa g' , adoptando un valor de

$$g'_{bs} = 1.539t/2 + 1.539t = g/2 + g \quad (39)$$

Este incremento en g' que exista un mejor acuerdo entre los valores teóricos y los experimentales. Aún así, la teoría de la cavidad modificada no provee resultados certeramente satisfactorios en los casos donde hay una significativa discordancia entre la cavidad y el medio (LiF en Pb ó Cu). Los mejores ajustes para plomo se los consigue tomando en cuenta los efectos de retrodispersión de los electrones en la estimación de g y g' .

La ecuación 36 se reduce a la siguiente forma:

$$f_{cm} = d \cdot \overline{S_{cm}} + d' \cdot \overline{\mu_{cm}} + \left(\frac{z}{A}\right)_{cm} (1 - d - d'), \quad (40)$$

donde Janssens (1983) [8] consideró que el factor de peso d' de Horowitz (ecuación 37) era erróneo y que la ecuación 40 aumentaba un término suplementario, la cual no tenía dependencia de la razón de poderes de frenado y además era proporcional a la densidad electrónica $\left(\frac{z}{A}\right)_{cm}$. Esta consideración podía ser probada como una extensión al teorema de Fano (ausencia de efectos de cavidad con variaciones de densidad). Además, él propuso que el valor d' debía ser escrito de la siguiente forma: $d' = 1 - e^{-\beta g'}$

1.2.2 MODIFICACIÓN DE JANSSENS A LA TEORÍA DE BURLIN

Janssens [9] introduce la retrodispersión y trabaja con el factor de transmisión utilizado por Burlin el cual es:

$$T(x) = e^{-\beta x} \quad (41)$$

Al igual que los modelos que se estudian en el presente trabajo, el de Janssens está caracterizado bajo el tratamiento de la geometría semi-infinita propuesto por Ogunleye et al (1980), y además se toma en cuenta la dispersión angular de los electrones mediante el parámetro geométrico g [10]. Uno de los valores usado para estos modelos es el propuesto por Horowitz (1984) [11] e igual a $1.54t$ (t es la anchura del detector).

Para el modelo general, este autor considera n interacciones de la fluencia en un plano x del medio. Si ϕ_{m1} es la fluencia de electrones que llegan al plano por primera vez, y si asumimos que los coeficientes de retrodispersión son independientes de la energía de los electrones, donde la fluencia de equilibrio de los electrones secundarios puede ser escrita como (figura 6):

$$\phi_{m1eq} = \phi_{m1} (1 + b_{m1} + b_{m1}^2 + b_{m1}^3 + \dots), \quad (42)$$

o igual a:

$$\phi_{m1eq} = \frac{\phi_{m1}}{1 - b_{m1}} \quad (43)$$

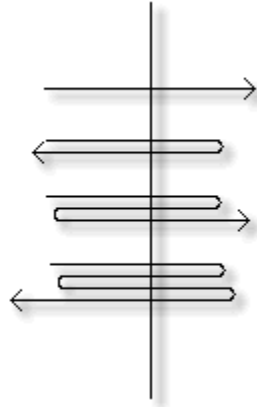


Figura 6. Trayectorias de los electrones secundarios en un plano referencial

Este modelo se caracteriza por tomar las retrodispersiones en un plano referencial a cierta distancia x del medio 1. Se toma solamente un coeficiente de atenuación β para todas las fluencias originadas en cada interfase. La atenuación seguirá hasta este plano referencial en donde una fracción será retrodispersada y lo restante seguirá hasta alcanzar el medio 2.

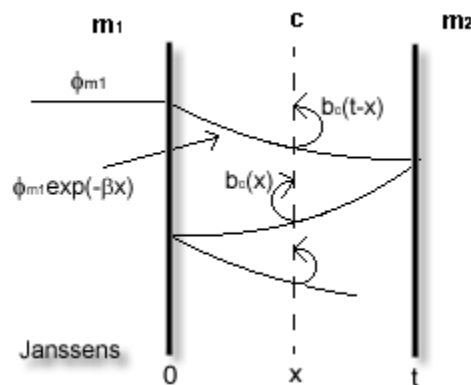


Figura 7. Representación de la modificación de Janssens a la teoría de Burlin

Con esto tenemos:

$$\begin{aligned} &\phi_{m1c} e^{-\beta x} + b_c(t-x)\phi_{m1c} e^{-\beta x} + b_{m2}\phi_{m1c} e^{-\beta t} e^{-\beta(t-x)} + b_c(x)b_{m2}\phi_{m1c} e^{-\beta t} e^{-\beta(t-x)} + \\ &b_{m1}b_{m2}\phi_{m1c} e^{-\beta t} e^{-\beta t} e^{-\beta x} + b_c(t-x)b_{m1}b_{m2}\phi_{m1c} e^{-\beta t} e^{-\beta t} e^{-\beta x} \end{aligned} \quad (44)$$

Como vemos, tomamos $b_{m1} = b_{m2}$ sugiriendo que los dos medios son iguales. Se toma el promedio de x para tener su efecto global. Podemos escribir por tanto:

$$\overline{T(x)} = d = \frac{1}{t} \int_0^t e^{-\beta x} dx = \frac{1}{\beta t} (1 - e^{-\beta t}) = \overline{T(t-x)} \quad (45)$$

La contribución de los electrones generados en el medio 1 y que son atenuados en la cavidad con sus respectivas retrodispersiones a una distancia x será igual a:

$$\overline{\phi_{cav}} = \overline{\phi_{m1eq}} (1 - b_{m1}) \cdot d \cdot \frac{1 + b_c^*}{1 - b_{m1} T(t)}, \quad (46)$$

donde,

$$b_c^* = b_c (1 - T(t)) \quad (47)$$

$$T(t) = e^{-\beta t} \quad (48)$$

De esta manera, la razón de poder de frenado efectivo es igual a:

$$f_{cm} = d_1 \cdot \overline{\left(\frac{S}{\rho}\right)}_{cm} + (1 - d_1) \cdot \overline{(\mu_{en}/\rho)}_{cm} \quad (49)$$

donde

$$d_1 = (1 - b_{m1}) \cdot d \cdot \frac{1 + b_c^*}{1 - b_{m1} T(t)} \quad (50)$$

1.3 TEORÍA DE KEARSLEY

Los anteriores autores han definido modelos simples de retrodispersión de electrones. Kearsley lo hace un poco más elaborado.

Se considera un plano S en un medio homogéneo tal que existe equilibrio de las partículas cargadas. Sea F el número total de electrones secundarios por unidad

de área los cuales cruzan el plano de referencia por primera vez de izquierda a derecha. Estos electrones sufren muchas colisiones causando que algunos de ellos crucen este plano de referencia algunas veces. Asumiendo que b , coeficiente de retrodispersión, es independiente de la energía del electrón, la fluencia total del electrón para un caso homogéneo será igual a: **[12]**

$$U = F(1 + b + b^2 + b^3 + \dots) \quad (51)$$

$$U = \frac{F}{1 - b} \quad (52)$$

El mismo tipo de análisis para un caso no homogéneo (a lado izquierdo del plano de referencia S es un medio m y a lado derecho la cavidad c), encontramos que (figura 8):

$$F_m (1 + b_c + b_c b_m + b_c^2 b_m + \dots) = \frac{F_m}{1 - b_c b_m} + \frac{b_c F_m}{1 - b_c b_m} \quad (53)$$

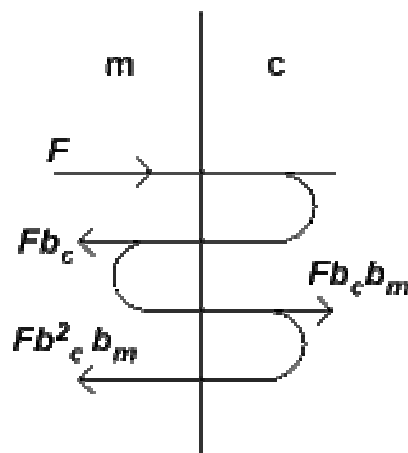


Figura 8. Geometría para el cálculo de la fluencia de electrones secundarios

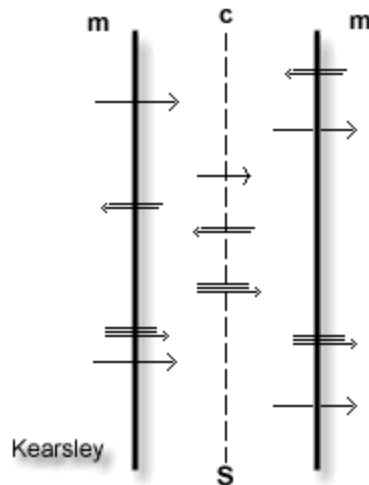


Figura 9. Representación del modelo de Kearsley

Sabiendo que el factor de retrodispersión de la cavidad es función de las dimensiones de la cavidad, asumimos que

$$b_c(t) = b_c(1 - e^{-\alpha t}), \quad (54)$$

donde α una constante mayor a cero. Con esto, cuando el espesor de la cavidad se acerca a cero, la retrodispersión tiende a cero también. Consideremos el caso de la figura 9. Si los electrones secundarios son atenuados exponencialmente como asume Burlin, entonces la fluencia de los electrones a una profundidad x en la cavidad debido a los electrones que entran a la cavidad desde el medio frontal, e incluyendo los electrones retrodispersados, será igual a:

$$\begin{aligned} & \frac{F_m}{1 - b_m b_c(t)} e^{-\beta x} + \frac{F_m}{1 - b_m b_c(t)} e^{-\beta t} \frac{b_m}{1 - b_m b_c(t)} e^{-\beta(t-x)} + \\ & \frac{F_m}{1 - b_m b_c(t)} e^{-2\beta t} \frac{b_m^2}{(1 - b_m b_c(t))^2} e^{-\beta x} + \dots \end{aligned} \quad (55)$$

El primer término es la componente de la fluencia de los electrones secundarios desde la pared. El segundo término es la fracción del primer término que alcanza la pared posterior y es retrodispersado hacia la pared frontal. El tercero es la fracción después de cruzar dos veces la cavidad. Reduciendo la expresión tenemos que:

$$F_m \left\{ \frac{b_m e^{-2\beta t} e^{\beta x} + [1 - b_m b_c(t)] e^{-\beta x}}{[1 - b_m b_c(t)]^2 - b_m^2 e^{-2\beta t}} \right\} = F_m \lambda_1(m, c) \quad (56)$$

Similarmente para la fluencia que ingresa de derecha a izquierda, es decir desde la pared posterior a c se encuentra:

$$B_m \left\{ \frac{b_m e^{-\beta t} e^{-\beta x} + [1 - b_m b_c(t)] e^{-\beta t} e^{\beta x}}{[1 - b_m b_c(t)]^2 - b_m^2 e^{-2\beta t}} \right\} = B_m \lambda_2(m, c) \quad (57)$$

Los electrones que salen de la cavidad son ignorados a menos que sean retrodispersados y vuelvan a entrar a la cavidad.

Para electrones generados en la cavidad, el análisis está sustentado por la fracción de la fluencia de los electrones que resulta de la interacción fotónica con la cavidad. Si definimos a Γ como el número de electrones secundarios producidos en la cavidad por unidad de área que cruzan la interfase cavidad – medio por primera vez, tenemos que ésta dependerá del tamaño de la cavidad y sus límites serán:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma(t) = F_c \quad (58)$$

y también

$$\lim_{t \rightarrow 0} \Gamma(t) = 0 \quad (59)$$

Asumiendo una forma exponencial para ésta función que satisfaga las condiciones de contorno, se obtiene:

$$\Gamma(t) = (1 - e^{-\gamma t}) F_c, \quad (60)$$

donde γ es una constante mayor que cero. La componente que se mueve de izquierda a derecha será entonces

$$F_c(1 - e^{-\tau}) \frac{b_m}{1 - b_m b_c(t)} e^{-\beta(t-x)} + \frac{F_c b_m (1 - e^{-\tau})}{1 - b_m b_c(t)} e^{-\beta t} \frac{b_m e^{-\beta x}}{1 - b_m b_c(t)} + \dots \quad (61)$$

$$= F_c(1 - e^{-\tau}) b_m \lambda_2(m, c), \quad (62)$$

donde $\lambda_2(m, c)$ fue definida anteriormente. Con un análisis similar, la fluencia que se mueve de derecha a izquierda dentro de la cavidad será igual a:

$$B_c(1 - e^{-\tau}) b_m \lambda_1(m, c) \quad (63)$$

Con todo lo anterior, se propone encontrar la fluencia neta dentro de la cavidad a una profundidad x . Tomamos la fluencia de equilibrio en la cavidad menos los términos de la pared con $m \rightarrow c$ más los términos de la pared con $m \rightarrow m$.

$$\phi_x(m, c) = U_c + F_m \lambda_1(m, c) - F_c \lambda_1(c, c) + F_c b_m (1 - e^{-\tau}) \lambda_2(m, c) - F_c b_c (1 - e^{-\tau}) \lambda_2(c, c) \quad (64)$$

La contribución de la dosis esta dada por

$$D_c(x) = \phi_x(m, c) \left\langle \left(\frac{S}{\rho} \right)_c \right\rangle_x \quad (65)$$

La relación entre la dosis en la cavidad y la dosis de equilibrio en el medio podrá ser calculado

$$f_{cm} = \left(\frac{\overline{D}_c}{\overline{D}_m} \right) = \frac{\left(\frac{1}{t} \right) \int_0^t \phi_x(m, c) \left\langle \left(\frac{S}{\rho} \right)_c \right\rangle dx}{\psi \left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_m} \quad (66)$$

Ayala [13] describe de mejor manera la teoría de Kearsley dando una interpretación más sencilla.

Con esto se obtiene la misma expresión de Kearsley para el factor f_{cm} siendo igual a:

$$f_{cm} = d_1 \cdot \left(\frac{\overline{S}}{\rho} \right)_m^c + d_2 \cdot \left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_m^c, \quad (67)$$

siendo $d_1 = (1 - b_m) \cdot \overline{\lambda_1(m, c)}$

$$d_2 = 1 + \overline{\lambda_1(m, c)} \cdot b_m \cdot (1 - b_c) \cdot (1 - e^{-\mu t}) - \overline{\lambda_1(c, c)} \cdot (1 - b_c) \cdot [1 + b_c \cdot (1 - e^{-\mu t})]$$

1.4 TEORÍA DE HAIDER

Al igual que otros autores, J. A. Haider asume que la interacción Compton es la dominante en las interacciones de la radiación con la materia y obviamente el rango de energía aplicable está entre 500 kV a los 20 MV. La fluencia total de los electrones en la cavidad ($\Phi_{e,g,T}(z)$) de espesor t esta dividido en tres grupos: [14]

- 1) La fluencia de los electrones que son originados en la cavidad, incluyendo los electrones retrodispersados generados por esta fluencia en la cavidad viajando en dirección opuesta ($\Phi_{e,g}(z)$).
- 2) La fluencia de electrones que son originados en la pared frontal del medio, incluyendo los electrones retrodispersados generados por esta fluencia en la cavidad, viajando en dirección opuesta ($\Phi_{e,w}(z)$).
- 3) La fluencia de los electrones en la cavidad resultante de la diferencia en los coeficientes de retrodispersión de la cavidad y de la pared posterior ($\Phi_{e,m,b}(z)$).

Como en la mayoría de modelos, el autor se refiere a w como el medio de la pared frontal, g como el medio de la cavidad, m como el medio de la pared posterior y b como el coeficiente de retrodispersión (figura 10).

La fluencia de electrones en la cavidad esta dada por:

$$\Phi_{e,g,T}(z) = \Phi_{e,g}(z) + \Phi_{e,w}(z) + \Phi_{e,m,b}(z) \quad (68)$$

Por lo tanto, la dosis en la cavidad esta dada por:

$$D_g = \Phi_{e,g,T}(z) \left\langle \frac{S}{\rho} \right\rangle_g = (\Phi_{e,g}(z) + \Phi_{e,w}(z) + \Phi_{e,m,b}(z)) \left\langle \frac{S}{\rho} \right\rangle_g, \quad (69)$$

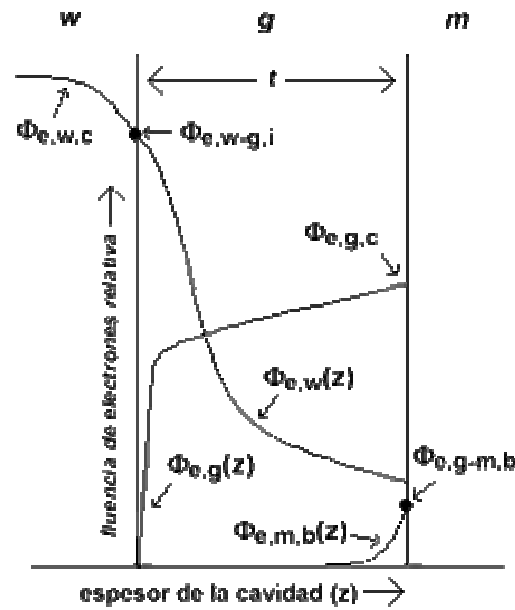


Figura 10. Representación del modelo de Haider

donde $\left\langle \frac{S}{\rho} \right\rangle$ es el poder de frenado másico de colisión. En la ausencia de la cavidad, la dosis en la pared esta dada por

$$D_w = \Phi_{e,w,c} \left\langle \frac{S}{\rho} \right\rangle_w, \quad (70)$$

donde el subíndice c denota la fluencia de equilibrio en la pared del medio.

Por lo tanto, la relación f de la dosis en la cavidad (g) para la dosis del medio (w) esta dado por

$$\langle f \rangle(z) = \frac{d_1 \Phi_{e,g,c} + d_2 \Phi_{e,w-g,i} + d_3 \Phi_{e,g-m,b}}{\Phi_{e,w,c}} \left\langle \frac{S}{\rho} \right\rangle_w^g, \quad (71)$$

donde d_1 , d_2 , y d_3 son los factores de peso promedio en la cavidad, $\Phi_{e,g,c}$ es la fluencia de equilibrio en la cavidad, $\Phi_{e,w-g,i}$ es la fluencia de los electrones en la interfase medio(frontal) – cavidad y $\Phi_{e,g-m,b}$ es la fluencia de los electrones en la interfase medio(posterior) – cavidad.

Tomando F la fracción del número total de electrones por unidad de área los cuales cruzan un plano de referencia r de izquierda a derecha en el medio bajo

CPE y b la fracción de los electrones incidentes que son retrodispersados de un plano de referencia r viajando de derecha a izquierda, tenemos:

$$\Phi_{e,c} = F\Phi_{e,c}(1 + b), \quad (72)$$

donde $\Phi_{e,c}$ es el número total de electrones o fluencia de equilibrio el cual incluye los electrones retrodispersados viajando en dirección opuesta.

Escribiendo la fluencia de los electrones en la interfase $w - g$ tenemos:

$$\Phi_{e,w-g,i} = F_w \Phi_{e,w,c} (1 + b_g), \quad (73)$$

donde F_w es la fracción de la fluencia de los electrones que se mueven hacia delante originados en el medio w , y b_g es la probabilidad de retrodispersión del medio g . Si la cavidad se encuentra entre el medio w y el medio m , entonces la fluencia de los electrones retrodispersados entre g y el medio m en la interfase $g - m$ esta dada por:

$$\Phi_{e,g-m,b} = F_{e,g-m,i} \Phi_{e,g-m,i} (b_m + b_g), \quad (74)$$

donde $F_{e,g-m,i}$ es la fracción de la fluencia del total de la fluencia de los electrones, $\Phi_{e,g-m,i}$ la fluencia que llega a la interfase $g - m$, b_m es el coeficiente de retrodispersión del medio m y $b_m - b_g$ es la diferencia de los coeficientes de retrodispersión entre el medio g y el medio m .

Tomando en cuenta términos que son independientes del tamaño de la cavidad y términos que son dependientes del tamaño de la misma, encontramos la ecuación propuesta por Haider que es igual a:

$$\langle f \rangle = d_1 \left\langle \frac{\mu_{ev}}{\rho} \right\rangle_w^g + d_2 F_w (1 + b_g) \left\langle \frac{S}{\rho} \right\rangle_w^g + d_3 \left(d_4 f_g \left\langle \frac{\mu_{ev}}{\rho} \right\rangle_w^g + d_5 F_w (1 + b_g) \left\langle \frac{S}{\rho} \right\rangle_w^g \right) (b_m - b_g), \quad (75)$$

donde d_4 y d_5 son las fracciones de las fluencias $\Phi_{e,g,c}$ y $\Phi_{e,w-g,i}$ respectivamente.

Cuando el tamaño de la cavidad es muy largo comparado con el rango de los electrones, la ecuación anterior se reduce a la relación de los coeficientes másicos de absorción másico de energía de la cavidad para el medio al igual que las teorías de Burlin y Kearsley. Cuando el tamaño de la cavidad es muy pequeño comparado con el rango de los electrones y la pared frontal y posterior son idénticas, $\langle f \rangle$ se reduce a la teoría de Bragg – Gray.

Los factores de peso están dados por:

$$d_1 = \frac{1 - e^{-\beta_a t}}{\beta_a t}, \quad (76)$$

donde β_a es llamado coeficiente de absorción del electrón ($cm^2 g^{-1}$) en la cavidad y t es el espesor de la cavidad.

$$d_2 = 1 - d_1 \quad (77)$$

$$d_3 = \frac{1 - e^{-\beta_b t}}{\beta_b t}, \quad (78)$$

donde β_b es llamado coeficiente de absorción efectivo ($cm^2 g^{-1}$) en la cavidad para electrones que son retrodispersados de la pared posterior.

$$d_4 = (1 - d_3) = 1 - e^{-\beta_a t} \quad (79)$$

Usando las ecuaciones y resultados de la teoría de la cavidad propuesta por Haider, se encuentra que el coeficiente de absorción de electrones (β_a) es igual a $9.8 cm^2 g^{-1}$ para rayos gamma de ^{60}Co y $1.85 cm^2 g^{-1}$ para rayos x de 10 MV. β_b fue tomado igual a $\beta_b = 3.5\beta_a$ para aluminio y cobre y $\beta_b = 5\beta_a$ para plomo.

1.5 MODELO DE FRUJINOIU

El modelo de Frujinoiu considera el efecto total de la atenuación de la fluencia del medio en la cavidad, el build-up de los electrones en la cavidad y los efectos de retrodispersión en las interfases de la cavidad. Se toma en cuenta la dispersión de

los electrones en la cavidad y el análisis se lo hace en una dimensión con un espesor variable.

Se observa una asimetría entre las dos interfases ya que el build-up en la primera interfase es casi nula y en la segunda alcanzará su máximo valor. Todo esto es compensado por las retrodispersiones en ambas interfases ya que su efecto es predominante para electrones de baja energía. Así la fluencia principal que entra en la cavidad será igual a: **[15]**

$$\phi_{m1c} e^{-\beta_1 z}, \quad (80)$$

donde β_1 es el coeficiente de atenuación de los electrones en la cavidad. Ahora una fracción de esa fluencia regresará mediante una probabilidad de retrodispersión b_c igual a:

$$b_c \phi_{m1c} e^{-\beta_1 z} \quad (81)$$

Con esto vemos que es muy probable que haya más retrodispersiones en la interfase, con lo que asumimos solo una retrodispersión de la cavidad hacia el medio y otra del medio hacia la cavidad. Sabemos que cada fracción que es retrodispersada pierde mas y mas energía con lo que será lógico representarlas con diferentes coeficientes de atenuación, pero como vemos, se complicaría demasiado el modelo.

El modelo que se estudia toma en cuenta un conjunto global de fluencias de electrones que regresan desde la cavidad posterior. A este conjunto lo representamos con un coeficiente β_3 . Esto daría la idea de tener una fluencia suplementaria que partiría de la interfase *cavidad-medio2*.

Se toma en cuenta la atenuación de la fluencia principal por medio de la cavidad hasta llegar al medio 2 ($\phi_{m1c} e^{-\beta_1 z}$). A su vez, esta fluencia se regresa de la cavidad al medio 1 ($b_c \phi_{m1c} e^{-\beta_1 z}$) y se vuelve a regresar del medio 1 a la cavidad ($b_c b_{m1} \phi_{m1c} e^{-\beta_1 z}$). Podemos escribir estas componentes de la siguiente manera:

$$\text{Interfase frontal } (m_1 - c): \phi_{m1c} e^{-\beta_1 z} - b_c \phi_{m1c} e^{-\beta_1 z} + b_c b_{m1} \phi_{m1c} e^{-\beta_1 z} \quad (82)$$

El segundo término con signo negativo representa que no hay contribución de esta fluencia en la cavidad. Adicionalmente la fluencia principal avanzará a través

de toda la cavidad hasta llegar al medio 2 y una fracción de esta se retrodispersará y otra regresará nuevamente al medio 2. La probabilidad de que la fluencia regrese del medio 2 a la cavidad será representada por el coeficiente β_3 . Ésta fracción que regresa también será atenuada y tendrá la forma de

$$\text{Retrodispersión del espectro atenuado desde } m_2 \text{ a } c: \phi_{m_1c} e^{-\beta_1 t} b_{m_2} e^{-\beta_3 z} \quad (83)$$

Luego se analiza la retrodispersión de esta fluencia desde m_2 a c y desde c a m_2 ($\phi_{m_1c} e^{-\beta_1 t} b_{m_2} e^{-\beta_3 z} b_c e^{-\beta_3 z}$) donde en la ecuación general también tendrá un signo negativo representando que no hay contribución de esta fluencia en la cavidad. Al final habrá otra fracción de la fluencia que regrese del medio 2 al medio 1 atravesando toda la cavidad y volverá a retrodispersarse hacia la cavidad ($\phi_{m_1c} e^{-\beta_1 t} b_{m_2} e^{-\beta_3 z} b_{m_1} e^{-\beta_3 z}$). La suma de estas componentes será igual a:

$$\phi_{m_1c} e^{-\beta_1 t} b_{m_2} e^{-\beta_3 z} - \phi_{m_1c} e^{-\beta_1 t} b_{m_2} e^{-\beta_3 z} b_c e^{-\beta_3 z} + \phi_{m_1c} e^{-\beta_1 t} b_{m_2} e^{-\beta_3 z} b_{m_1} e^{-\beta_3 z} \quad (84)$$

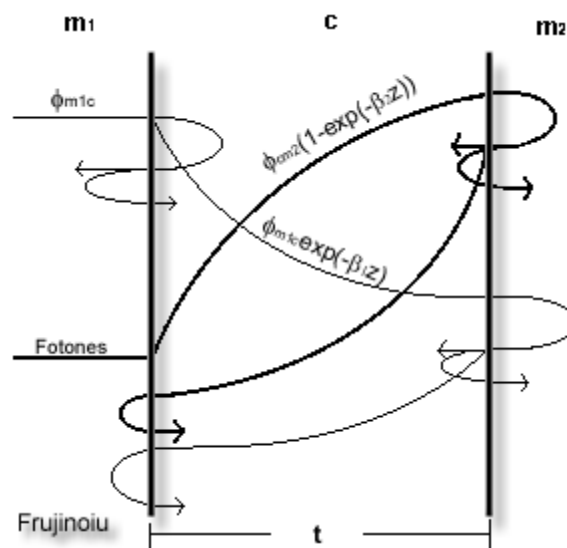


Figura 11. Representación del modelo de Frujinoiu

Ahora analizaremos el espectro conformado por el build up. Suponemos que la fluencia del build up en la interfase $m_1 - c$ es cero. Se asume un build up exponencial. Tomamos el crecimiento de la fluencia hasta llegar la interfase $c - m_2$, se realiza una retrodispersión del medio 2 a la cavidad y otra fracción de la

cavidad al medio 2. Se toma un coeficiente β_2 para el build up. Se asume que este coeficiente es numéricamente igual al coeficiente de atenuación β_1 .

La fluencia del build up puede ser escrita como:

$$\phi_{cm2} \left(1 - e^{-\beta_2 z}\right) \quad (85)$$

Ahora si esta fluencia es retrodispersada al llegar al medio 2, luego regresa desde la cavidad hacia el medio 2 y de ahí es atenuada hacia el medio 1 atravesando toda la cavidad, tendríamos:

$$\phi_{cm2} \left(1 - e^{-\beta_2 t}\right) b_{m2} e^{-\beta_3 z} - \phi_{cm2} \left(1 - e^{-\beta_2 t}\right) b_{m2} e^{-\beta_3 z} b_c e^{-\beta_3 z} + \phi_{cm2} \left(1 - e^{-\beta_2 t}\right) b_{m2} e^{-\beta_3 t} b_{m1} e^{-\beta_3 z} \quad (86)$$

Sumando las ecuaciones (84 y 86) obtendremos la fluencia neta que contribuirá a la dosis en la cavidad. Ahora, tomando el valor medio del poder de frenado másico de colisión en la cavidad $(S/\rho)_c$, tenemos que:

$$f_{cm1} = \frac{\left(\frac{S}{\rho}\right)_c \int_0^t \phi_c(z) dz}{t \left(\frac{S}{\rho}\right)_{m1} \phi_{m1}}, \quad (87)$$

donde: $\phi_c(z)$ es la fluencia en la cavidad en función de z , ϕ_{m1} es la fluencia en equilibrio en el medio m_1 . Toda esta integral es reemplazada por la suma de todas las ecuaciones descritas anteriormente, tomando la fluencia de atenuación, el *build-up* y la retrodispersión. Con esta ecuación podemos ya definir los factores de peso de la siguiente manera:

$$f_{cm1} = d_1 \cdot S_{cm1} + d_2 \cdot (\mu_{en}/\rho)_{cm1}, \quad (88)$$

$$\text{donde } d_1 = \left[\frac{(1 - b_c + b_c b_{m1}) \cdot (1 - e^{-\beta_1 g})}{\beta_1 g} + B e^{-\beta_1 g} \right] (1 - b_{m1} + b_c) \quad (89)$$

$$d_2 = 1 - \frac{1 - e^{-\beta_2 g}}{\beta_2 g} + B(1 - e^{-\beta_2 g}) \quad (90)$$

y B es un coeficiente de retrodispersión obtenido como:

$$B = b_{m2} \frac{1 - e^{-\beta_3 g}}{\beta_3 g} - \left(\frac{b_{m2} b_c}{2} \right) \frac{1 - e^{-2\beta_3 g}}{\beta_3 g} + b_{m2} b_{m1} \frac{e^{-\beta_3 g} - e^{-2\beta_3 g}}{\beta_3 g} \quad (91)$$

CAPITULO 2.

2.1 DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS INVOLUCRADOS EN EL CÁLCULO DE f_{cm}

2.1.1 EVALUACIÓN DEL PODER DE FRENADO Y LA RAZÓN DE PODERES DE FRENADO

El procedimiento realizado, usando la fórmula del poder de frenado de Bethe y la teoría de Sternheimer del efecto densidad, fue tomado de Berger and Seltzer (1984) [16]. El programa compilado fue tomado de Jorge García Navas (1999) [17]. El método numérico para la evaluación de las integrales fueron hechas con el método llamado *regla trapezoidal compuesta* que puede expresarse como:

$$\int_a^b f(x)dx \approx (b-a)/n \left((f(a)+f(b))/2 + \sum_{k=1}^{n-1} f(a+k(b-a)/n) \right), \text{ con } [kh, (k+1)h], h=(b-a)/n \text{ y } k=1,2,\dots,n-1$$

Los resultados obtenidos en este trabajo para la razón de poderes de frenado másicos de colisión entre el LiF (*cavidad*) y Al, Cu y Pb (*medios*) se muestran en la tabla 2. Para energías de 6 MV se usaron los resultados obtenidos por Ayala (1992) [18].

Tabla 2. Razón de poderes de frenado entre la cavidad (LiF y Fosfato de Aluminio) y los medios circundantes (Al, Cu, Pb) para energías de ^{60}Co , 6 y 10MV usando los trabajos de Berger and Seltzer 1984 y Ayala 1992.

Razón Poderes de Frenado - Cobalto 60			
# intervalos(n)	$(S/\rho)_{LiF} / (S/\rho)_{Al}$	$(S/\rho)_{LiF} / (S/\rho)_{Cu}$	$(S/\rho)_{LiF} / (S/\rho)_{Pb}$
5	1,0208	1,201	1,6168
10	1,0206	1,1967	1,5988
20	1,0202	1,1949	1,5917
Razón Poderes de frenado - 10MV			
#intervalos(n)	$(S/\rho)_{LiF} / (S/\rho)_{Al}$	$(S/\rho)_{LiF} / (S/\rho)_{Cu}$	$(S/\rho)_{LiF} / (S/\rho)_{Pb}$
20	1,0006	1,1617	1,4625
Razón Poderes de frenado - 6MV			
Fosfato de Aluminio P - Al	$(S/\rho)_{P-Al} / (S/\rho)_{Al}$	$(S/\rho)_{P-Al} / (S/\rho)_{Cu}$	$(S/\rho)_{P-Al} / (S/\rho)_{Pb}$
	1,000	1,2297	1,6023

Como vemos los valores obtenidos son promedios y fueron evaluados así:

$$\frac{\overline{(S/\rho)_{LiF}}}{\overline{(S/\rho)_{med}}} = \frac{1}{T_0} \int_{T_0}^{T_0} \frac{(S/\rho)_{LiF}}{\overline{(S/\rho)_{med}}} dT, \text{ donde } \overline{T_0} \text{ es la energía media inicial.}$$

Para comparación en el anexo 1 se muestran los resultados obtenidos por Ogunleye *et al* (1980) [19] y Ogunleye (1987) [20] para Co60 y 10MV respectivamente y Ayala (2003) [21] para 6MV.

2.1.2 EVALUACIÓN DEL COEFICIENTE DE ABSORCIÓN MÁSCO DE ENERGÍA Y LA RAZÓN DE COEFICIENTES DE ABSORCIÓN DE ENERGÍA

El coeficiente másico de absorción es la medida promedio de la energía de los fotones incidentes que la transfieren a energía cinética de las partículas cargadas como resultado de estas interacciones. En otras palabras, es la cantidad de energía disponible para la producción de efectos químicos, biológicos y otros asociados con la exposición de la radiación ionizante.

En el presente trabajo usamos el trabajo de Hubbell (1982) [22]. Mediante interpolación usando el programa Origin 6.0 [23] calculamos los coeficientes de absorción para LiF, Al, Cu y Pb y obtuvimos sus razones. Los resultados obtenidos para 1.25 MeV, para el valor promedio entre 1.17 y 1.33 MeV y 6 MV se muestran en la tabla 3.

Tabla 3. Razón de los coeficientes másicos de absorción de energía entre la cavidad (LiF y Fosfato de Aluminio) y los medios circundantes (Al, Cu, Pb) para energías de 1.25 MeV (valor medio entre 1.17 y 1.33 MeV), 6 y 10MV usando los datos de Hubbell 1982 y Ayala 1992.

Razón Coeficientes Absorción Energía - Cobalto 60			
Energía	$\frac{(\mu_{en}/\rho)_{LiF}}{(\mu_{en}/\rho)_{Al}}$	$\frac{(\mu_{en}/\rho)_{LiF}}{(\mu_{en}/\rho)_{Cu}}$	$\frac{(\mu_{en}/\rho)_{LiF}}{(\mu_{en}/\rho)_{Pb}}$
1,17-1,33 MeV	0,9633	1,0112	0,7737
1,25 MeV	0,9635	1,00906	0,808
Razón Coeficientes Absorción Energía - 6MV			
Energía	$\frac{(\mu_{en}/\rho)_{P-Al}}{(\mu_{en}/\rho)_{Al}}$	$\frac{(\mu_{en}/\rho)_{P-Al}}{(\mu_{en}/\rho)_{Cu}}$	$\frac{(\mu_{en}/\rho)_{P-Al}}{(\mu_{en}/\rho)_{Pb}}$
2,6 MeV	1,000	1,0399	0,8761
Razón Coeficientes Absorción Energía - 10MV			
Energía	$\frac{(\mu_{en}/\rho)_{LiF}}{(\mu_{en}/\rho)_{Al}}$	$\frac{(\mu_{en}/\rho)_{LiF}}{(\mu_{en}/\rho)_{Cu}}$	$\frac{(\mu_{en}/\rho)_{LiF}}{(\mu_{en}/\rho)_{Pb}}$
4,25 MeV	0,917	0,8568	0,6811

Usando el espectro de Costrell (1962) [24] también obtuvimos los coeficientes de absorción (tabla 4), donde hay una ligera discrepancia entre los datos de Ogunleye y los calculados para el Al y el Cu. Para el Pb obtuvimos una mayor discrepancia aproximadamente igual al 16%. Para comparación ver anexo 1.

Tabla 4. Razón de los coeficientes másicos de absorción de energía entre la cavidad (LiF) y los medios (Al, Cu, Pb) para Co60 usando el espectro de Costrell 1962.

Razón Coeficientes Absorción Energía - ⁶⁰ Co		
$\frac{(\mu_{en}/\rho)_{LiF}}{(\mu_{en}/\rho)_{Cu}}$	$\frac{(\mu_{en}/\rho)_{LiF}}{(\mu_{en}/\rho)_{Al}}$	$\frac{(\mu_{en}/\rho)_{LiF}}{(\mu_{en}/\rho)_{Pb}}$
1.0047	0.9624	0.6740

2.1.3 COEFICIENTE DE ATENUACIÓN DE ELECTRONES

En la aplicación de la teoría general de la cavidad de Burlin y en las otras teorías y modelos estudiados se requiere el conocimiento de los parámetros β y g con cierto grado de precisión, especialmente cuando la cavidad y el medio son fuertemente dispares, como por ejemplo el LiF y el Pb.

Diferentes aproximaciones para el coeficiente de atenuación de electrones secundarios han sido propuestos ya sea basados en curvas experimentales de atenuación de fuentes radiactivas beta o haces de electrones generados en aceleradores. Algunas ecuaciones para el cálculo de β se muestran en la tabla 5.

Tabla 5. Ecuaciones propuestas por varios autores para el cálculo del coeficiente de atenuación másico para electrones, donde β esta en $cm^2 g^{-1}$. R es el rango extrapolado y T_{max} es la energía máxima del espectro de electrones.

(1)	$e^{-\beta_1 R} = 0.04$ (Janssens et al 1974)
(2)	$e^{-\beta_2 R} = 0.01$ (Burlin and Chan 1969)
(3)	$\beta_3 = \frac{14}{(T_{max})^{1.09}}$ medido para LiF (TLD 100) (Paliwal and Almond 1976)
(4)	$\beta_4 = \frac{17}{(T_{max})^{1.14}}$ expresión empírica para Al (Evans 1955)
(5)	$\beta_5 = \frac{16}{(T_{max}-0.036)^{1.4}}$ expresión para aire (Loevinger 1956)

(6)	$\beta_6 = 18.2 / (T_{\max} - 0.036)^{1.37}$	expresión para polystyrene (Loevinger 1956)
(7)	$\beta_7 = 18.6 / (T_{\max} - 0.036)^{1.37}$	expresión para tejido (Loevinger 1956)
(8)	$\beta_8 = 37.9 / (T_{\max})^{1.61}$	expresión altas energías para LiF (TLD 100) (Paliwal and Almond 1976)
(9)	$\beta_9 = 4.605 / R_{\text{ex}}(T_0)$	expresión calculada (Eggermont <i>et al</i> 1973)
(10)	$\beta_{10} = f(TMR(d,0))$	expresión dada por el tissue-maximum ratio (Haider <i>et al</i> 1997)

Varios autores han calculados mediante simulaciones de Monte Carlo algunos parámetros para las diferentes teorías de la cavidad y han comparado con los valores teóricos y experimentales.

Los códigos usados en los programas Monte Carlo (CYLTRAN, DATPAC4, PHSECE, EGS4) describen de una manera precisa el comportamiento individual de cada partícula que interviene en la simulación.

Uno de los resultados mas conocidos viene de Horowitz *et al* 1986 [25].

Como hemos visto, las ecuaciones de Kearsley utilizan algunos parámetros los cuales no han sido descifrados y han sido igualados al coeficiente de atenuación de electrones β (es decir $\alpha = \beta = \gamma$, ecuaciones 54 y 60)

Se encuentra que:

- El valor de γ es igual a $5.48 \pm 0.13 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y vemos que no es igual al coeficiente de atenuación de electrones β (el valor usado por Kearsley para β es igual a $13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$).
- Se obtiene un $\beta = 6.67 \pm 0.17 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ para electrones generado por Co60 cruzando la interfase Pb – LiF y un valor $\beta = 7.47 \pm 0.14 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ para electrones que cruzan la interfase Al – LiF.
- Se obtienen un $\beta = 9.98 \pm 0.15 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ para electrones que cruzan la interfase LiF – Al y un $\beta = 16.9 \pm 0.28 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ para electrones que cruzan la interfase LiF – Pb.

Con la consideración de estas expresiones, cada uno de los autores ha ido usándolos en sus respectivas teorías. Los valores de β más comunes usados por los autores [6,7,12,14,15,19,21,25] se muestran en la tabla 6.

Tabla 6. Valores de β usados en los modelos y teorías de la cavidad por los diferentes autores.

Autor	Valor β $cm^2 g^{-1}$ para ^{60}Co
Ogunleye	13.4
Horowitz	16.26
Horowitz	7.47(6.67 Pb)
Kearsley	13.4
Frujinou	9.8 y 13.4
Haider	9.8
Burlin	15.9
Ayala	9.1 (7.6 Pb)

2.1.4 COEFICIENTES DE RETRODISPERSIÓN

Varios autores han investigado la retrodispersión de electrones (Everhart, Archad, Kalef-Ezra) [26]. Sus investigaciones han ido enfocadas a comprobar que los coeficientes de retrodispersión son solamente dependientes del número atómico del dispersor y no de la energía, otros en cambio encuentran una dependencia en la energía y en el número atómico. A pesar de todas estas formulaciones teóricas, los experimentos han indicado que los coeficientes de retrodispersión sí dependen de la energía del electrón, contradecido por la mayoría de investigadores. Durante los experimentos se ha notado que en una incidencia perpendicular de electrones, la probabilidad de retrodispersión se incrementa con el espesor del material dispersor hasta llegar a un valor de saturación [27]. Muchas de las expresiones teóricas describen la retrodispersión para electrones de bajas energías sin tomar en cuenta el comportamiento de dicho coeficiente en altas energías.

Los coeficientes usados en el presente trabajo y por los autores nombrados son tomados de Dutreix and Bernard (1965) [28] (tabla 7). Usando el programa Origin 6.0 pudimos interpolar para encontrar los valores de los coeficientes de retrodispersión para las energías de 6 y 10 MV. En la tabla 8 se muestran los resultados obtenidos.

Tabla 7. Coeficientes de retrodispersión para varias energías y varios elementos de Dutreix and Bernard 1965.

Coeficientes de retrodispersión Dutreix and Bernard 1965				
Energía	Co - 60	11MV	15MV	20MV
Z				
6	0.15	0.14	0.11	0.1
13	0.26	0.27	0.23	0.13
29	0.4	0.41	0.39	0.33
50	0.49	0.49	0.44	0.4
82	0.58	0.54	0.49	0.485
92	0.6	0.54	0.54	0.495

Tabla 8. Coeficientes de retrodispersión para energías de 6 y 10 MV usando el programa Origin 6.0.

Coeficientes <i>b</i>		
Energía	6MV	10MV
Z		
6	0.145	0.141
13	0.264	0.268
29	0.404	0.408
82	0.560	0.544

2.1.4.1 COEFICIENTES DE RETRODISPERSIÓN CALCULADOS POR MONTE CARLO

Tomando los datos de los coeficientes de retrodispersión obtenidos por Frujinoiu (2001) [26] usando códigos de Monte Carlo se obtuvieron los coeficientes b para las energías de nuestro interés (tabla 9).

Como se observa los valores obtenidos son más pequeños a los utilizados en este trabajo (que son encontrados por Dutreix and Bernard (1965)).

Tabla 9. Coeficientes de retrodispersión obtenidos por interpolación (Origin 6.0) de los datos de Frujinoiu 2001 para ^{60}Co , 6 MV y 10 MV.

Coeficientes de retrodispersión obtenidos mediante simulación de Monte Carlo (Frujinoiu 2001)	
<i>Interpolación con programa Origin 6.0</i>	
Energía (MeV)	Coeficiente b
Al	
1,27	0,093
2,61	0,057
4,29	0,036
Cu	
1,22	0,239
2,54	0,179
4,22	0,138
Pb	
1,25	0,455
2,63	0,386
4,22	0,325

2.2 DATOS EXPERIMENTALES DEL PODER DE FRENADO

EFECTIVO f_{exp}

2.2.1 GEOMETRÍA SEMI-INFINITA Y GENERAL PARA ^{60}Co

Existen dos geometrías que han sido usadas para la comprobación de las teorías de la cavidad desarrolladas [29]. Una de estas es llamada geometría semi-infinita en la cual el material de la cavidad es envuelto lateralmente con el mismo o idéntico material (material del mismo número atómico) y la otra en la cual la cavidad es envuelta por el material del medio (figura 12).

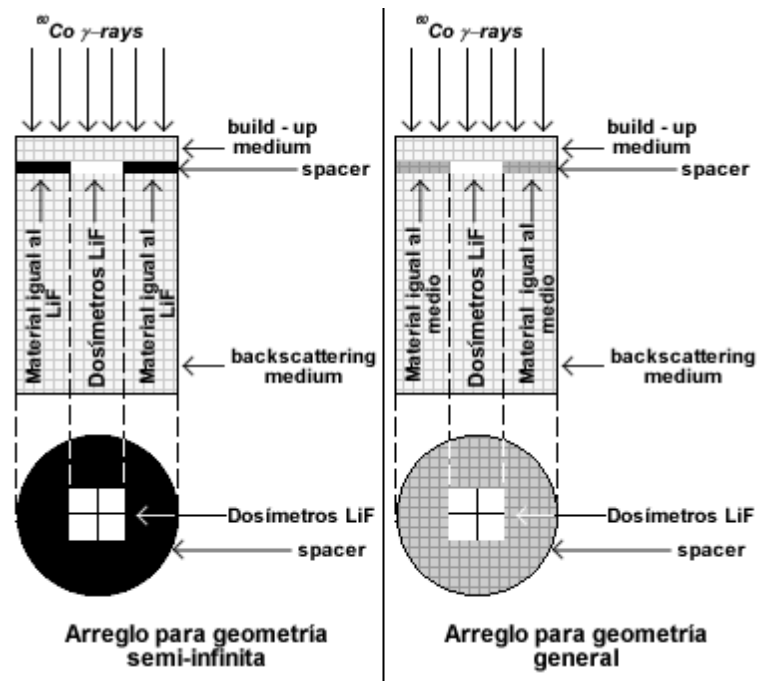


Figura 12. Representación de las geometrías semi-infinita y general

En la tabla 10 están los resultados experimentales de Ogunleye *et al* (1980) para una geometría semi-infinita y los resultados experimentales para una geometría general, para dosímetros LiF (TLD-100) y con medios de Al, Cu y Pb. Todo este conjunto de valores fueron medidos con fotones *gamma* ($\text{Co}60$).

Tabla 10. Valores experimentales obtenidos para un arreglo experimental de geometría semi-infinita (Ogunleye *et al* 1980) y general para dosímetros LiF y medios de Al, Cu y Pb para $\text{Co}60$.

$$f_{\text{exp}}$$

#dos. (g cm^{-2})	Geometría Semi-infinita			Geometría General		
	Al	Cu	Pb	Al	Cu	Pb
0.101	0.975	1.069	1.083	0.987	1.066	1.189
0.201	0.962	1.030	0.992	0.979	1.040	1.044
0.302	0.967	1.010	0.942	0.977	1.032	0.991

0.503	0.966	1.013	0.889	0.975	1.022	0.949
0.704	0.964	1.010	0.872	0.971	1.013	0.909

2.2.2 GEOMETRÍA GENERAL PARA 10 MV

Al igual que en cobalto 60, se usaron dosímetros LiF TLD-100 (3mm x 3mm x 0.4mm) expuestos a un haz de rayos X de 10 MV. Los dosímetros fueron configurados a una geometría general. En la tabla 11 encontramos los valores experimentales para Al, Cu y Pb, siendo el LiF la cavidad.

Tabla 11. Valores experimentales obtenidos para un arreglo experimental de geometría general (Ogunleye et al 1987) para dosímetros LiF y medios de Al, Cu y Pb para 10 MV.

#dos. ($g\ cm^{-2}$)	f_{exp}		
	Al	Cu	Pb
0.09	0.992	1.105	1.361
0.18	0.972	1.064	1.225
0.27	0.969	1.018	1.104
0.45	0.959	0.972	1.021
0.63	0.951	0.952	0.994

2.2.3 GEOMETRÍA PARA 6 MV

Usamos los valores experimentales obtenidos por Ayala (2003). Se trabaja con dosímetros de Fosfato de Aluminio en medio de Cu y Pb. En la tabla 12 se muestran los resultados.

Tabla 12. Valores experimentales obtenidos para dosímetros de fosfato de aluminio y medios de Cu y Pb para fotones de 6 MV.

# dos.	f_{exp}	
	Cu	Pb
0.252	1.123	1.135
0.504	1.100	1.059
0.756	1.087	1.039
1.26	1.075	1.016

CAPÍTULO 3.

3.1 COMPARACIÓN ENTRE LOS DATOS EXPERIMENTALES Y LOS RESULTADOS OBTENIDOS DE LOS DIFERENTES MODELOS

3.1.1 COBALTO 60

3.1.1.1 GEOMETRÍA SEMI-INFINITA

En las tablas siguientes se muestran los resultados obtenidos en el presente trabajo para el poder de frenado efectivo (f_{cm}) de los diferentes modelos estudiados: Kearsley (f_K), Janssens (f_J) y Frujinoiu (f_F) comparados con los valores experimentales (f_{exp}) vistos en el capítulo 2.

Se usan varios coeficientes de atenuación β encontrados por los autores estudiados en el presente trabajo [30]. Adicionalmente usamos datos recomendados por Haider *et al* (1997) ($\beta = 9.8 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$) y Ayala (2003). Los valores experimentales y teóricos fueron comparados por medio del test del *chi-cuadrado* calculado de la siguiente manera:[31]

$$\chi^2/n = 1/n \sum_i \frac{(f_{t_i} - f_{exp_i})^2}{(\sigma \cdot f_{exp_i})^2}, \quad (92)$$

donde n es el número de puntos comparados

f_{t_i} son los valores teóricos encontrados en cada modelo presentado

f_{exp_i} son los valores experimentales

σ es la precisión experimental

El criterio de buena coincidencia entre la teoría y el experimento es que el valor χ^2/n sea menor o igual a la unidad.

Igualmente el parámetro geométrico g es tomado de los resultados obtenidos por algunos autores. Las tablas están divididas en cada geometría estudiada para

cobalto 60, para los valores de $(\mu_{en}/\rho)_m^{LiF}$ y $(S/\rho)_m^{LiF}$ obtenidos en este trabajo y para las energías de 6 y 10 MV.

Tablas 13-17. Comparación de los factores de conversión f de los distintos modelos estudiados con sus respectivos β ($cm^2 g^{-1}$) y sus valores de longitud de camino medio g ($g cm^{-2}$). Se muestran los valores χ^2/n obtenidos para Al, Cu y Pb en un dosímetro de LiF y se usan los valores de $(\mu_{en}/\rho)_m^{LiF}$ y $(S/\rho)_m^{LiF}$ obtenidos por Ogunleye et al 1980.

Tabla 13. Comparación de los factores f . Se usa $\beta = 7.47$ (6.67) $cm^2 g^{-1}$ y $g = 1.54t$ $g cm^{-2}$

Janssens General		Frujinoiu General		Kearsley	
Al		Al		Al	
$\beta = 7.47$	$g = 1.54$	$\beta = 7.47$	$g = 1.54$	$\beta = 7.47$	$g = 1.54$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,003		1,023		1,011	
0,988		1,004		0,987	
0,980		0,990		0,978	
0,973		0,977		0,972	
0,969		0,973		0,969	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
1,559		4,498		1,987	
Cu		Cu		Cu	
$\beta = 7.47$	$g = 1.54$	$\beta = 7.47$	$g = 1.54$	$\beta = 7.47$	$g = 1.54$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,098		1,137		1,106	
1,064		1,094		1,061	
1,047		1,066		1,044	
1,032		1,041		1,030	
1,025		1,032		1,024	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
3,296		10,833		3,321	
Pb		Pb		Pb	
$\beta = 6.67$	$g = 1.54$	$\beta = 6.67$	$g = 1.54$	$\beta = 6.67$	$g = 1.54$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,094		1,174		1,109	
0,977		1,043		0,972	
0,925		0,966		0,920	
0,877		0,898		0,874	
0,856		0,870		0,853	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
1,039		9,258		1,746	

Tabla 14. Comparación de los factores f . Se usa $\beta = 9.8 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54 \text{t g cm}^{-2}$

Janssens General		Frujinoiu General		Kearsley	
Al		Al		Al	
$\beta = 9.8$	$g = 1.54$	$\beta = 9.8$	$g = 1.54$	$\beta = 9.8$	$g = 1.54$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
0,997		1,013		0,999	
0,982		0,993		0,981	
0,976		0,982		0,974	
0,970		0,973		0,969	
0,967		0,970		0,967	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
0,922		2,567		0,963	

Cu		Cu		Cu	
$\beta = 9.8$	$g = 1.54$	$\beta = 9.8$	$g = 1.54$	$\beta = 9.8$	$g = 1.54$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,084		1,116		1,085	
1,052		1,073		1,049	
1,038		1,051		1,036	
1,026		1,033		1,025	
1,021		1,026		1,020	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
1,529		5,243		1,325	

Pb		Pb		Pb	
$\beta = 9.8$	$g = 1.54$	$\beta = 9.8$	$g = 1.54$	$\beta = 9.8$	$g = 1.54$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,025		1,087		1,023	
0,927		0,966		0,922	
0,887		0,910		0,883	
0,853		0,866		0,851	
0,839		0,848		0,837	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
12,104		2,880		13,679	

Tabla 15. Comparación de los factores f . Se usa $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4V/S \text{ g cm}^{-2}$

Janssens General		Frujinoiu General		Kearsley	
Al		Al		Al	
$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$	$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$	$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
0,988		1,000		0,986	
0,979		0,987		0,977	
0,975		0,981		0,974	
0,972		0,976		0,971	
0,971		0,975		0,970	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
0,584		1,569		0,478	

Cu		Cu		Cu	
$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$	$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$	$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,065		1,088		1,062	
1,045		1,060		1,042	
1,037		1,049		1,035	
1,031		1,040		1,029	
1,028		1,036		1,027	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
1,418		3,571		1,182	

Pb		Pb		Pb	
$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$	$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$	$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
0,967		1,011		0,960	
0,907		0,936		0,902	
0,885		0,907		0,881	
0,866		0,883		0,863	
0,859		0,873		0,856	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
20,886		8,128		23,230	

Tabla 16. Comparación de los factores f . Se usa $\beta = 7.47$ (6.67) $\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$ y $g = 4V/S$ g cm^{-2}

Janssens General		Frujinoiu General		Kearsley	
Al		Al		Al	
$\beta = 7.47$	$g = 4V/S$	$\beta = 7.47$	$g = 4V/S$	$\beta = 7.47$	$g = 4V/S$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,001		1,020		0,998	
0,990		1,008		0,988	
0,985		0,999		0,983	
0,980		0,990		0,979	
0,978		0,987		0,977	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
2,094		5,948		2,353	

Cu		Cu		Cu	
$\beta = 7.47$	$g = 4V/S$	$\beta = 7.47$	$g = 4V/S$	$\beta = 7.47$	$g = 4V/S$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,094		1,132		1,090	
1,069		1,102		1,065	
1,058		1,084		1,055	
1,048		1,067		1,045	
1,044		1,060		1,041	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
5,862		16,942		5,517	

Pb		Pb		Pb	
$\beta = 6.67$	$g = 4V/S$	$\beta = 6.67$	$g = 4V/S$	$\beta = 6.67$	$g = 4V/S$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,081		1,159		1,076	
0,995		1,065		0,989	
0,960		1,017		0,954	
0,928		0,970		0,923	
0,914		0,949		0,909	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
4,100		29,254		3,075	

Tabla 17. Comparación de los factores f . Se usa $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54 \text{ t g cm}^{-2}$

Janssens General		Frujinoiu General		Kearsley	
Al		Al		Al	
$\beta = 13.4$	$g = 1.54$	$\beta = 13.4$	$g = 1.54$	$\beta = 13.4$	$g = 1.54$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
0,990		1,002		0,989	
0,977		0,984		0,976	
0,972		0,976		0,971	
0,967		0,970		0,967	
0,966		0,967		0,965	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
0,444		1,246		0,384	

Cu		Cu		Cu	
$\beta = 13.4$	$g = 1.54$	$\beta = 13.4$	$g = 1.54$	$\beta = 13.4$	$g = 1.54$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,068		1,093		1,067	
1,041		1,055		1,039	
1,030		1,039		1,029	
1,021		1,026		1,020	
1,018		1,021		1,017	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
0,569		1,916		0,456	

Pb		Pb		Pb	
$\beta = 13.4$	$g = 1.54$	$\beta = 13.4$	$g = 1.54$	$\beta = 13.4$	$g = 1.54$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
0,976		1,023		0,971	
0,895		0,921		0,891	
0,865		0,881		0,862	
0,840		0,849		0,838	
0,829		0,836		0,828	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
28,085		14,481		30,434	

En las tablas 18 - 22 mostrados en el **anexo 2**, usaremos los coeficientes másicos de absorción de energía medios $(\mu_{en}/\rho)_m^{LiF}$ y la razón de poderes de frenado másicos de colisión $(S/\rho)_m^{LiF}$ encontrados en este trabajo para cobre y plomo.

3.1.1.2 GEOMETRÍA GENERAL

Los valores obtenidos en la geometría en estudio se revisan en las tablas 23 - 25.

Los factores de conversión f_{cm} son los mismos que los obtenidos en la geometría semi-infinita. Se comparan los valores chi-cuadrado χ^2/n (ecuación 92) con cada valor β y g dados en los diferentes modelos estudiados para ^{60}Co .

Tablas 23-25. Comparación de los factores de conversión f de los distintos modelos estudiados con sus respectivos β ($\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$) y sus valores de longitud de camino medio g (g cm^{-2}). Se muestran los valores χ^2/n obtenidos para Al, Cu y Pb en un dosímetro de LiF y se usan los valores de $(\mu_{en}/\rho)_m^{LiF}$ y $(S/\rho)_m^{LiF}$ encontrados por Ogunleye 1980.

Tabla 23. Comparación de los factores f . Se usa $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{g}^{-1}$ y $g = 4V/S \text{ g cm}^{-2}$

Janssens General		Frujinoiu General		Kearsley	
Al		Al		Al	
$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$	$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$	$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
0,013		0,237		0,027	
Cu		Cu		Cu	
$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$	$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$	$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
0,311		1,677		0,225	
Pb		Pb		Pb	
$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$	$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$	$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
66,114		41,702		70,137	

Tabla 24. Comparación de los factores f . Se usa $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54 \text{t g cm}^{-2}$

Janssens General		Frujinoiu General		Kearsley	
Al		Al		Al	
$\beta = 13.4$	$g = 1.54$	$\beta = 13.4$	$g = 1.54$	$\beta = 13.4$	$g = 1.54$
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
0,116		0,265		0,146	

Cu		Cu		Cu	
$\beta = 13.4$	$g = 1.54$	$\beta = 13.4$	$g = 1.54$	$\beta = 13.4$	$g = 1.54$
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
0,026		0,839		0,026	

Pb		Pb		Pb	
$\beta = 13.4$	$g = 1.54$	$\beta = 13.4$	$g = 1.54$	$\beta = 13.4$	$g = 1.54$
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
79,805		56,489		83,438	

Tabla 25. Comparación de los factores f . Se usa $\beta = 7.47 \text{ (6.67) cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4V/S \text{ g cm}^{-2}$

Janssens General		Frujinoiu General		Kearsley	
Al		Al		Al	
$\beta = 7.47$	$g = 4V/S$	$\beta = 7.47$	$g = 4V/S$	$\beta = 7.47$	$g = 4V/S$
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
0,431		2,676		0,607	

Cu		Cu		Cu	
$\beta = 7.47$	$g = 4V/S$	$\beta = 7.47$	$g = 4V/S$	$\beta = 7.47$	$g = 4V/S$
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
3,295		12,475		3,170	

Pb		Pb		Pb	
$\beta = 6.67$	$g = 4V/S$	$\beta = 6.67$	$g = 4V/S$	$\beta = 6.67$	$g = 4V/S$
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
10,530		3,748		10,711	

También trabajamos con los valores obtenidos por Ayala (2003) para un haz de rayos gamma con cobalto 60. El valor usado para el coeficiente de atenuación de electrones β es igual a $9.10 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ para Al y Cu y un valor de $7.6 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ para Pb. En la tabla 26 se muestra la comparación entre los modelos estudiados.

Tabla 26. Comparación de los factores f . Se usa $\beta = 9.10$ (7.6 Pb) $\text{cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4V/S \text{ g cm}^{-2}$

Janssens General		Frujinoiu General		Kearsley	
Al		Al		Al	
$\beta = 9.10$	$g = 4V/S$	$\beta = 9.10$	$g = 4V/S$	$\beta = 9.10$	$g = 4V/S$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
0,997		1,013		0,994	
0,986		0,999		0,984	
0,981		0,992		0,979	
0,977		0,985		0,976	
0,975		0,981		0,974	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
1,430		3,902		1,418	

Cu		Cu		Cu	
$\beta = 9.10$	$g = 4V/S$	$\beta = 9.10$	$g = 4V/S$	$\beta = 9.10$	$g = 4V/S$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,084		1,116		1,080	
1,060		1,086		1,057	
1,050		1,070		1,047	
1,041		1,056		1,039	
1,037		1,050		1,035	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
3,708		10,403		3,242	

Pb		Pb		Pb	
$\beta = 7.6$	$g = 4V/S$	$\beta = 7.6$	$g = 4V/S$	$\beta = 7.6$	$g = 4V/S$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,058		1,129		1,051	
0,976		1,036		0,970	
0,943		0,990		0,937	
0,914		0,948		0,909	
0,901		0,930		0,896	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
2,386		13,518		1,982	

3.1.2 FOTONES CON ENERGÍA DE 6 MV

Se usa los datos obtenidos por Ayala (2003) para el coeficiente de atenuación β . Se usa un dosímetro de fosfato de aluminio y la comparación está establecida para Cu y Pb con sus respectivos coeficientes β para cada modelo estudiado. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 27.

Tablas 27. Comparación de los factores de conversión f de los distintos modelos estudiados con sus respectivos β ($\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$) y sus valores de longitud de camino medio g (g cm^{-2}). Se muestran los valores χ^2/n obtenidos para Cu y Pb en un dosímetro de fosfato de aluminio y se usan los valores de $\left(\mu_{en}/\rho\right)_m^{P-Al}$ y $\left(S/\rho\right)_m^{P-Al}$ usados por Ayala 1992.

Janssens General		Frujinoiu General		Kearsley	
Cu		Cu		Cu	
$\beta = 3.98$	$g = 4V/S$	$\beta = 3.98$	$g = 4V/S$	$\beta = 3.98$	$g = 4V/S$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,108		1,139		1,104	
1,086		1,109		1,082	
1,076		1,094		1,074	
1,068		1,081		1,066	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
0,537		0,390		0,660	

Pb		Pb		Pb	
$\beta = 3.76$	$g = 4V/S$	$\beta = 3.76$	$g = 4V/S$	$\beta = 3.76$	$g = 4V/S$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,086		1,143		1,084	
1,015		1,059		1,010	
0,987		1,020		0,982	
0,962		0,987		0,958	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
9,929		13,623		11,561	

3.1.3 FOTONES CON ENERGÍA DE 10 MV

Se compara los resultados obtenidos para 10 MV en los tres modelos en estudio. En los resultados obtenidos se usan los valores obtenidos por Ogunleye (1987) y Ayala (2003) respectivamente.

Tablas 28-29. Comparación de los factores de conversión f de los distintos modelos estudiados con sus respectivos β ($\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$) y sus valores de longitud de camino medio g (g cm^{-2}). Se muestran los valores χ^2/n obtenidos para Al, Cu y Pb en un dosímetro de LiF y se usan los valores de $(\mu_{en}/\rho)_m^{\text{LiF}}$ y $(S/\rho)_m^{\text{LiF}}$ dados por Ogunleye 1987.

Janssens General		Frujinou General		Kearsley	
Al		Al		Al	
$\beta = 3.06$	$g = t$	$\beta = 3.06$	$g = t$	$\beta = 3.06$	$g = t$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,000		1,037		0,998	
0,988		1,037		0,985	
0,978		1,029		0,975	
0,965		1,007		0,962	
0,956		0,987		0,953	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
0,427		12,876		8,393	
Cu		Cu		Cu	
$\beta = 3.06$	$g = t$	$\beta = 3.06$	$g = t$	$\beta = 3.06$	$g = t$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,090		1,147		1,086	
1,044		1,129		1,039	
1,013		1,101		1,007	
0,971		1,044		0,965	
0,945		0,998		0,940	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
0,549		17,346		1,757	
Pb		Pb		Pb	
$\beta = 3.06$	$g = t$	$\beta = 3.06$	$g = t$	$\beta = 3.06$	$g = t$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,261		1,339		1,260	
1,130		1,267		1,126	
1,047		1,194		1,040	
0,947		1,067		0,938	
0,888		0,975		0,880	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
27,336		9,264		22,335	

Tabla 29. Comparación de los factores f . Se usa $\beta = 1.8 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4V/S \text{ g cm}^{-2}$

Janssens General		Frujinoiu General		Kearsley	
Al		Al		Al	
$\beta = 1.8$	$g = 4V/S$	$\beta = 1.8$	$g = 4V/S$	$\beta = 1.8$	$g = 4V/S$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
0,998		1,036		0,997	
0,990		1,036		0,987	
0,985		1,034		0,982	
0,979		1,029		0,976	
0,976		1,024		0,973	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
1,540		19,587		12,457	

Cu		Cu		Cu	
$\beta = 1.8$	$g = 4V/S$	$\beta = 1.8$	$g = 4V/S$	$\beta = 1.8$	$g = 4V/S$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,085		1,141		1,082	
1,052		1,130		1,048	
1,034		1,118		1,029	
1,014		1,100		1,008	
1,004		1,088		0,998	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
4,894		46,531		9,434	

Pb		Pb		Pb	
$\beta = 1.86$	$g = 4V/S$	$\beta = 1.86$	$g = 4V/S$	$\beta = 1.86$	$g = 4V/S$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,241		1,321		1,240	
1,146		1,270		1,142	
1,096		1,233		1,090	
1,044		1,184		1,037	
1,017		1,156		1,010	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
11,615		60,369		5,779	

En las siguientes tablas realizamos un resumen de los resultados más importantes de todas estas comparaciones:

Geometría Semi-infinita ^{60}Co

Al	f_J^a	f_K^b	f_J^c	f_K^d
χ^2/n	0.584	0.478	0.444	0.384

- a Janssens para $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$
 b Kearsley para $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$
 c Janssens para $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54\text{t g cm}^{-2}$
 d Kearsley para $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54\text{t g cm}^{-2}$

Cu	f_K^a	f_K^b	f_J^c	f_K^d
χ^2/n	1.325	1.182	0.569	0.456

- a Kearsley para $\beta = 9.8 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54\text{t g cm}^{-2}$
 b Kearsley para $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$
 c Janssens para $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54\text{t g cm}^{-2}$
 d Kearsley para $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54\text{t g cm}^{-2}$

Pb	f_J^a	f_K^b	f_F^c	f_K^d
χ^2/n	1.039	1.746	2.880	3.075

- a Janssens para $\beta = 6.67 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54\text{t g cm}^{-2}$
 b Kearsley para $\beta = 6.67 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54\text{t g cm}^{-2}$
 c Frujinoiu para $\beta = 9.8 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54\text{t g cm}^{-2}$
 d Kearsley para $\beta = 6.67 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$

Geometría General ^{60}Co

Al	f_J^a	f_K^b	f_J^c	f_K^d
χ^2/n	0.013	0.027	0.116	0.146

- a Janssens para $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$
 b Kearsley para $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$
 c Janssens para $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54\text{t g cm}^{-2}$
 d Kearsley para $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54\text{t g cm}^{-2}$

Cu	f_J^a	f_K^b	f_J^c	f_K^d
χ^2/n	0.311	0.225	0.026	0.026

- a Janssens para $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$
 b Kearsley para $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$
 c Janssens para $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54\text{t g cm}^{-2}$
 d Kearsley para $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54\text{t g cm}^{-2}$

Pb	f_F^a	f_J^b	f_F^c	f_K^d
χ^2/n	41.702	10.530	3.748	10.711

- a Frujinoiu para $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$
 b Janssens para $\beta = 6.67 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$
 c Frujinoiu para $\beta = 6.67 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$
 d Kearsley para $\beta = 6.67 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$

6MV

Cu	f_J^a	f_F^b	f_K^c
χ^2/n	0.537	0.390	0.660

- a Janssens para $\beta = 3.98 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$
 b Frujinoiu para $\beta = 3.98 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$
 c Kearsley para $\beta = 3.98 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$

Pb	f_J^a	f_F^b	f_K^c
χ^2/n	9.929	13.623	11.561

- a Janssens para $\beta = 3.76 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$
 b Frujinoiu para $\beta = 3.76 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$
 c Kearsley para $\beta = 3.76 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$

10MV

Al	f_J^a	f_J^b
χ^2/n	0.427	1.540

- a Janssens para $\beta = 3.06 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = t \text{ g cm}^{-2}$
 b Janssens para $\beta = 1.8 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$

Cu	f_J^a	f_K^b
χ^2/n	0.549	1.757

- a Janssens para $\beta = 3.06 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = t \text{ g cm}^{-2}$
 b Kearsley para $\beta = 3.06 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = t \text{ g cm}^{-2}$

Pb	f_F^a	f_K^b
χ^2/n	9.264	5.779

- a Frujinoiu para $\beta = 3.06 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = t \text{ g cm}^{-2}$
 b Kearsley para $\beta = 1.86 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4\text{v/s g cm}^{-2}$

3.2 CORRELACIÓN ENTRE DATOS SEMI-INFINITOS Y GENERALES CON FACTOR TEÓRICO

Usando una expresión teórica (ecuación 93) [32] se encuentran los factores que unen los datos semi-infinitos y generales. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 30. Los datos de la geometría general usados en este trabajo se los muestran en el anexo 3.

$$f_{teo}^{-1} = \left\{ 1 + \frac{A}{A_{tot}} \cdot d_c \cdot \frac{S_m^c}{\mu_m^c} \cdot \left[d_{fot} \cdot \left(t_c \cdot \frac{\rho_m}{\rho_c} \right) - d_{fot} \cdot t_c \right] \right\}, \quad (93)$$

donde,

$$d_{fot} = \frac{1 - \exp\left(\frac{\mu}{\rho} \cdot t\right)}{\frac{\mu}{\rho} \cdot t} \quad (94)$$

d_c es el factor de los electrones generados en el medio circundante que van al detector propuesto por Burlin.

$\frac{\mu}{\rho}$ es el coeficiente de atenuación másico de los fotones en el medio m y t el espesor de la cavidad.

A es el área lateral de los dosímetros y A_{tot} es el área total.

Tabla 30. Factor de correlación teórico que relaciona los datos semi-infinitos y generales de la siguiente manera: $DSI * f_{teo}^{-1} = DG$

Dato Geometría Semi-infinita	f_{teo}^{-1}	Dato Geometría General
Al		
0,975	1,00017334	0,9752
0,962	1,00038886	0,9624
0,967	1,00055457	0,9675
0,966	1,00068251	0,9667
0,964	1,00078139	0,9648
Cu		
1,069	1,0186957	1,0889
1,03	1,04194617	1,0732
1,01	1,0598288	1,0704
1,013	1,07364735	1,0876
1,01	1,08433559	1,0952
Pb		
1,083	1,04309795	1,1297
0,992	1,09665663	1,0878
0,942	1,13780743	1,0718
0,889	1,16949942	1,0396
0,872	1,19394209	1,0411

Seguidamente mostramos las diferentes gráficas de cada material siendo GGE la geometría general experimental [32] y GGT la geometría general teórica encontrada con el factor de correlación descrito anteriormente.

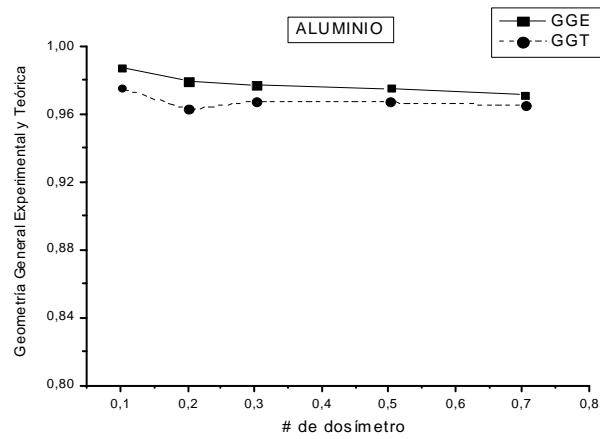


Figura 13: Ilustración de los valores GGE y GGT con el número de dosímetro utilizado [$g\ cm^{-2}$] para rayos gamma en aluminio.

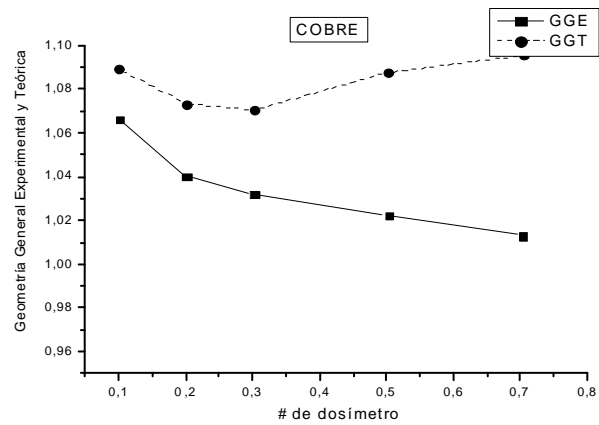


Figura 14: Ilustración de los valores GGE y GGT con el número de dosímetro utilizado [$g\ cm^{-2}$] para rayos gamma en cobre.

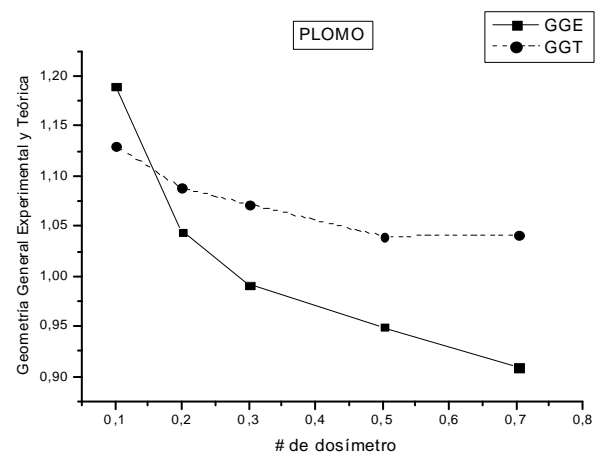


Figura 15: Ilustración de los valores GGE y GGT con el número de dosímetro utilizado [$g\ cm^{-2}$] para rayos gamma en plomo.

Se observa que para el plomo la diferencia entre los datos experimentales y teóricos es aproximadamente del 15% para el mayor ancho del detector (0.704) e igualmente para el cobre en un 7%.

3.3 DEPENDENCIA DEL CHI-CUADRADO χ^2/n EN LA RAZÓN DE LOS PODERES DE FRENADO $(S/\rho)_m^{LiF}$

En las figuras siguientes se estudia la relación de dependencia entre los chi-cuadrados y los valores de los poderes de frenado de colisión para los valores mostrados para β y g en cada modelo en estudio.

Para aluminio no es necesario realizar las gráficas como lo es para el cobre y el plomo ya que la variación es mínima. Se observa que las figuras del cobre y el plomo son muy distintas entre sí. La curva del cobre tienen un punto de inflexión cerca del 1 en el eje de $(S/\rho)_m^{LiF}$.

A pesar de variar los parámetros, las diferencias entre los mismos materiales no son muy distantes. Los valores obtenidos giran alrededor de los valores obtenidos por Ogunleye (1980) para un haz de fotones de rayos gamma ^{60}Co .

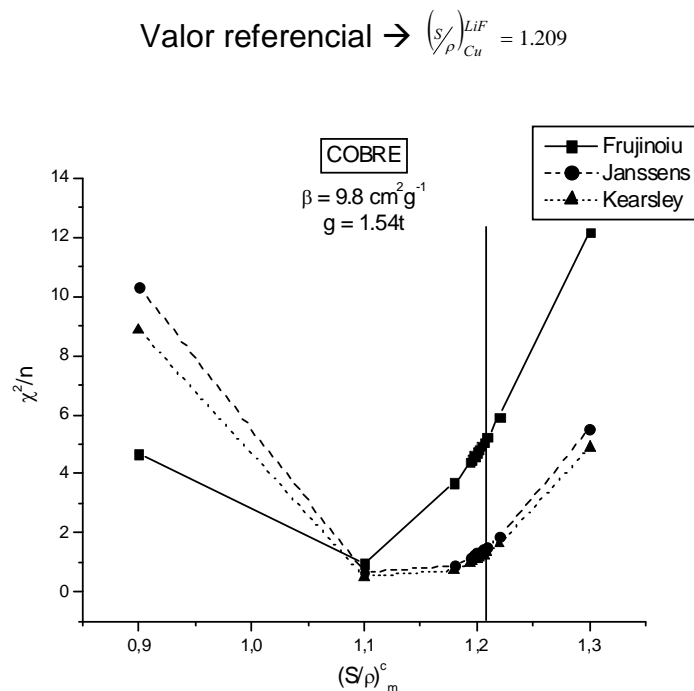


Figura 16(a)

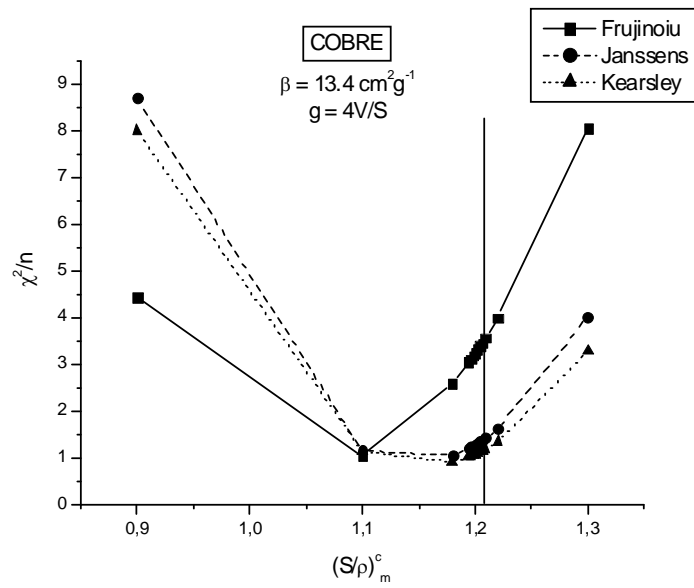


Figura 16(b)

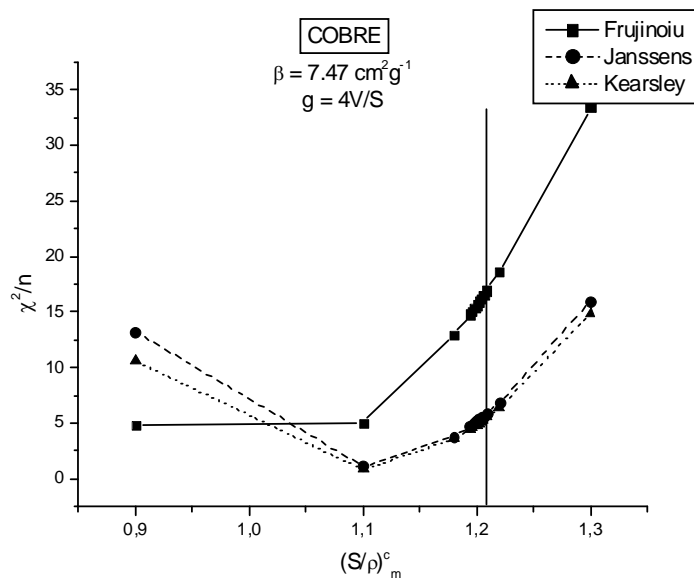


Figura 16(c)

Figura 16 (a), (b) y (c): Dependencia de los chi-cuadrados con la razón de poderes de frenado para un β y g dados para Cobre.

Se observa que un cambio en un $\pm 5\%$ en el valor de $\left(\frac{s}{\rho}\right)_m^{LiF}$ para el cobre, varía en un 45% aproximadamente el valor de χ^2/n ya sea mejorando o desmejorando este valor con respecto al valor referencial de $\left(\frac{s}{\rho}\right)_m^{LiF}$.

Valor referencial $\rightarrow \left(\frac{s}{\rho}\right)_{Pb}^{LiF} = 1.610$

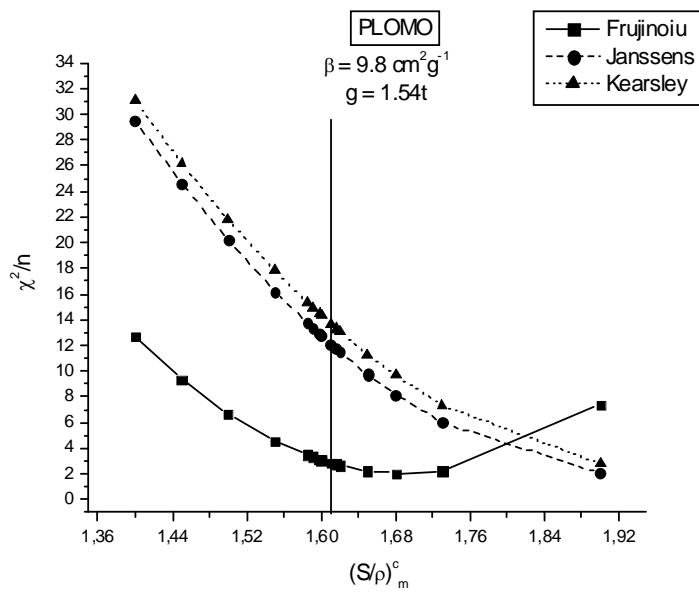


Figura 17(a)

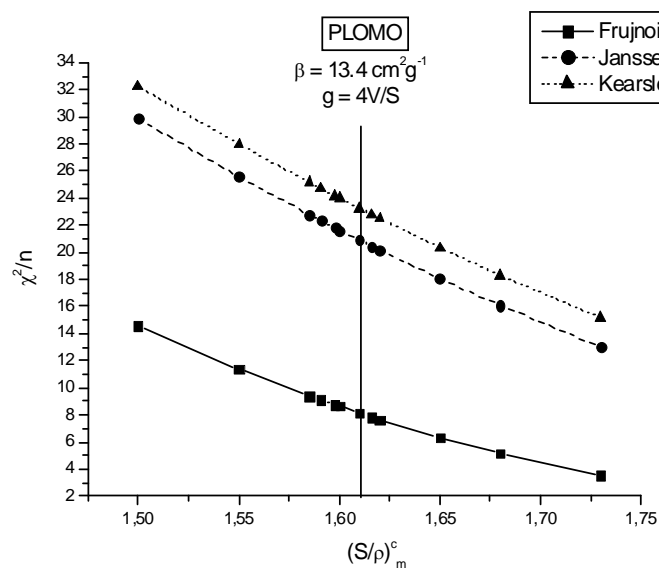


Figura 17(b)

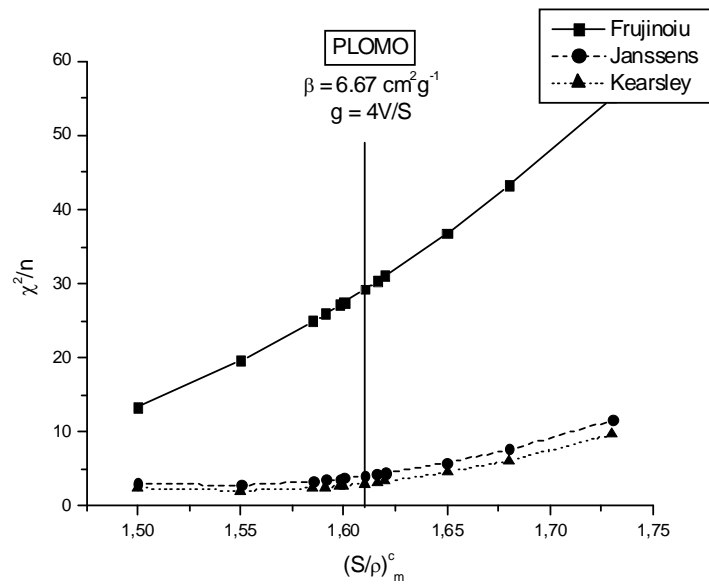


Figura 17(c)

Figura 17 (a), (b) y (c): Dependencia de los chi-cuadrados con la razón de poderes de frenado para un β y g dados para Plomo.

Se observa que si aumentamos un 5% en el valor de $(S/\rho)_m^{LiF}$ para el plomo, para el caso de β altos, mejora alrededor de un 15% el valor de χ^2/n y para β bajos desmejora este valor aproximadamente en un 50% con respecto al valor referencial de $(S/\rho)_m^{LiF}$.

3.4 DEPENDENCIA DEL CHI-CUADRADO χ^2/n EN LA RAZÓN DE LOS COEFICIENTES DE ABSORCIÓN DE ENERGÍA MÁSCOS

$$\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_m^{LiF}$$

Se analiza la relación entre los valores del *chi-cuadrado* y los coeficientes de absorción. Una vez más, las gráficas entre el cobre y el plomo son poco parecidas entre sí. Las gráficas obtenidas tienen cierta similitud con las de la razón de poderes de frenado. El punto de inflexión también varía. Su constante decrecimiento tiende a cambiar conforme aumenta los valores de los coeficientes de absorción.

Para el cobre y el plomo se observa que para valores bajos de β la dirección de las curvas cambia.

Valor referencial $\rightarrow \left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_{Cu}^{LiF} = 1.008$

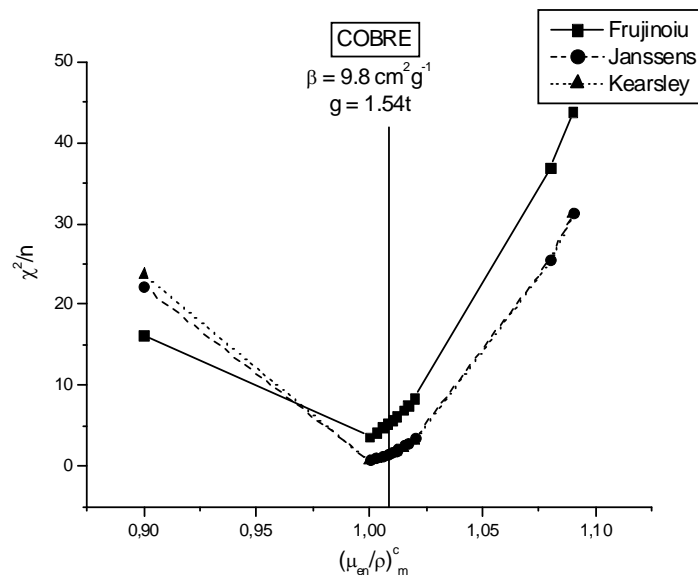


Figura 18(a)

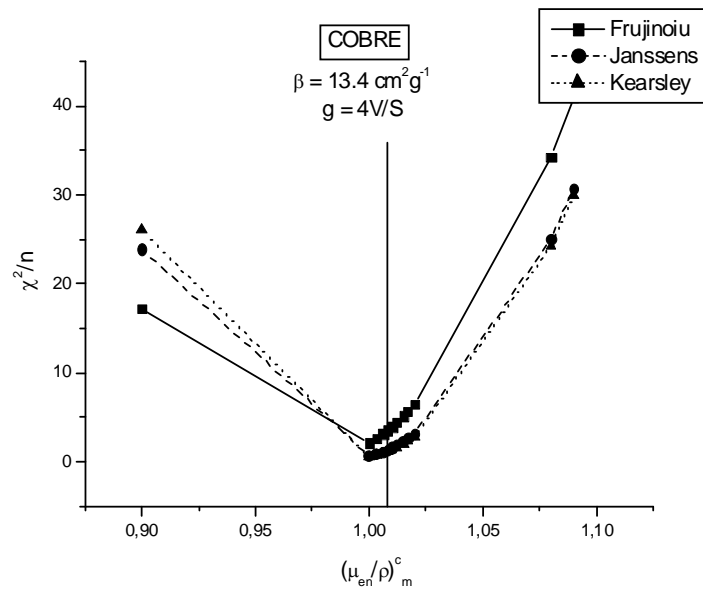


Figura 18(b)

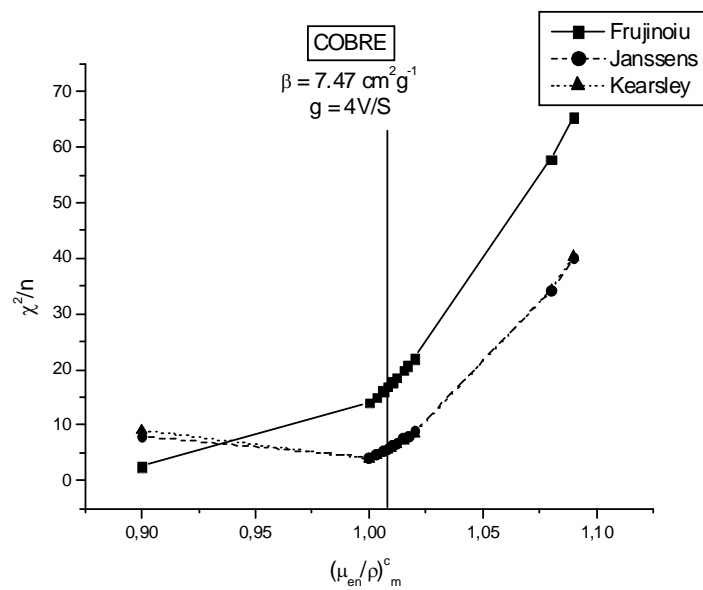


Figura 18(c)

Figura 18 (a), (b) y (c): Dependencia de los chi-cuadrados con la razón de los coeficientes de absorción para un β y g dados para Cobre.

Se observa un cambio muy alto (mucho mas que el 50%) para los valores del χ^2/n si variamos un $\pm 5\%$ en el valor de $(\mu_{en}/\rho)_m^{LIF}$ para el cobre en las graficas anteriormente mostradas.

Valor referencial $\rightarrow \left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_{Pb}^{LiF} = 0.802$

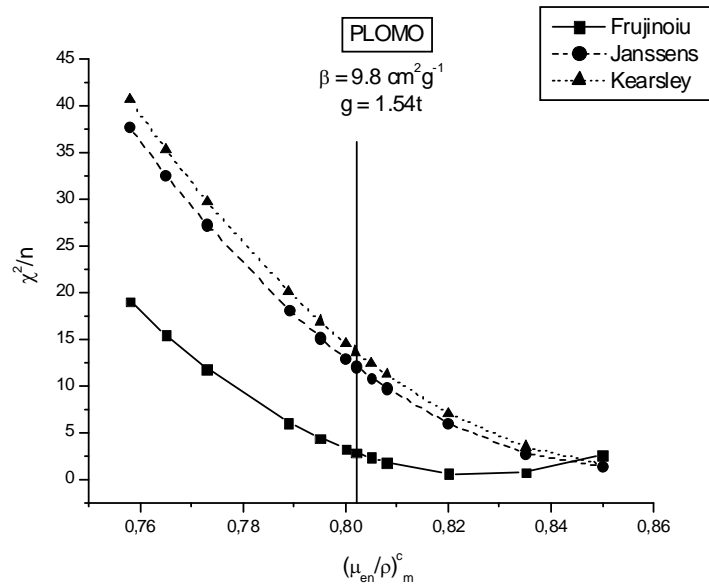


Figura 19(a)

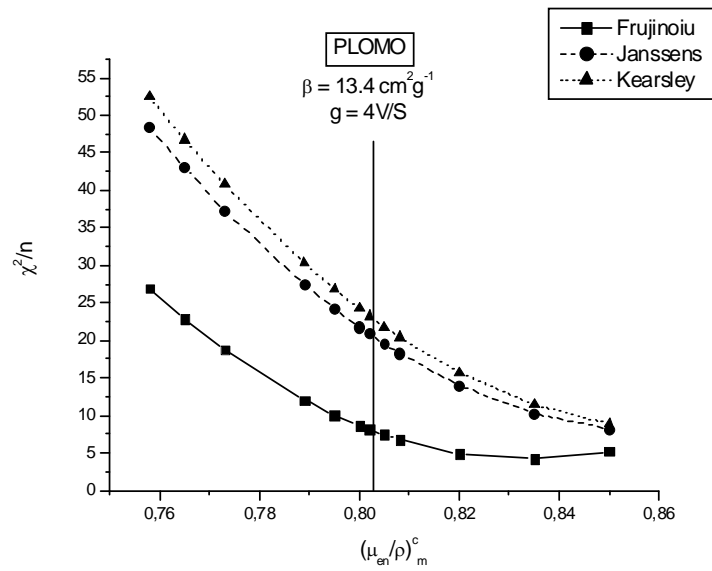


Figura 19(b)

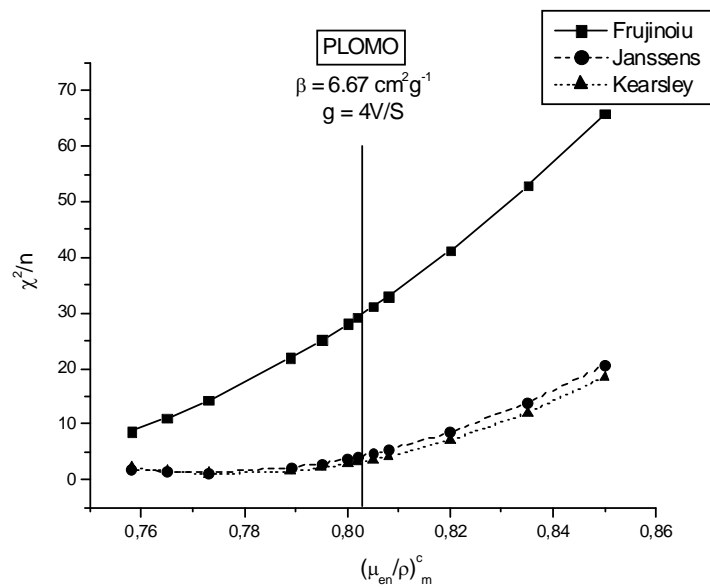


Figura 19(c)

Figura 19 (a), (b) y (c): Dependencia de los chi-cuadrados con la razón de los coeficientes de absorción para un β y g dados para Plomo.

Se observa una disminución cerca del 50% para los valores del χ^2/n si aumentamos en un 5% el valor de $(\mu_{en}/\rho)_m^{LiF}$ para las figuras a y b anteriormente mostradas y en cambio si disminuimos un 5% el valor $(\mu_{en}/\rho)_m^{LiF}$ en la figura c, los valores del *chi-cuadrado* mejoran mucho, por ejemplo para el modelo de Frujinoiu se consigue una reducción de más del 50%.

3.5 DEPENDENCIA DE d_1 con g

También se realiza la comparación de la contribución de la dosis mediante la interacción de los fotones en el medio (d_1) y los electrones generados en el detector vía interacciones fotónicas (d_2) con el *mean chord length* (g) para los tres modelos estudiados y comparamos con el modelo de Burlin.

Los valores usados para el parámetro g son aquellos con que podemos observar mayor diferencia. Los valores obtenidos por Janssens son levemente más altos que los obtenidos por Frujinoiu y Kearsley. Los tres modelos tienen valores similares unos con otros. La contribución de la dosis es mayor para los materiales

con números Z bajo, como es el caso del aluminio en los tres modelos estudiados. Es fácil ver que la contribución obtenida en la cavidad desde el medio es menor a medida que va creciendo el parámetro g . Se comprueba que se efectúa una atenuación exponencial de los electrones, generando un build up a medida de que la fluencia de los fotones ingresa en la cavidad.

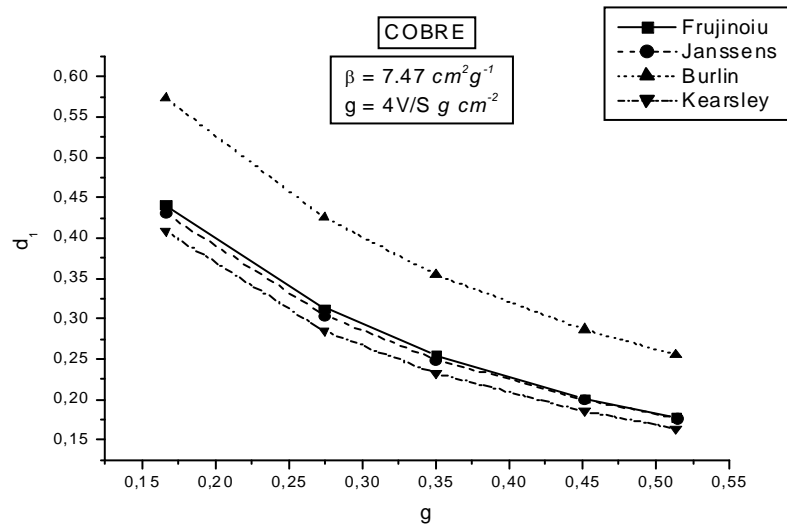


Figura 20. Relación entre el factor de peso d_1 y la longitud de camino medio g en Cu para una fuente de cobalto 60. Se compara para los cuatro modelos presentados.

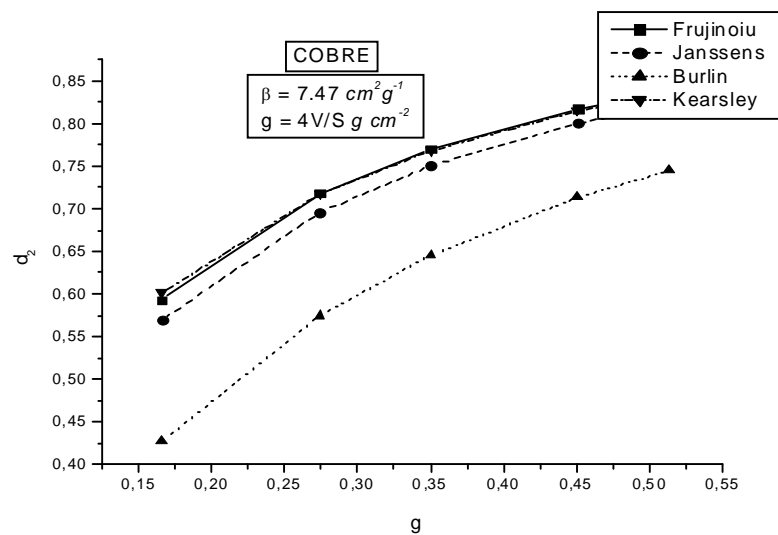


Figura 21. Relación entre el factor de peso d_2 y la longitud de camino medio g en Cu para una fuente de cobalto 60. Se compara para los cuatro modelos presentados.

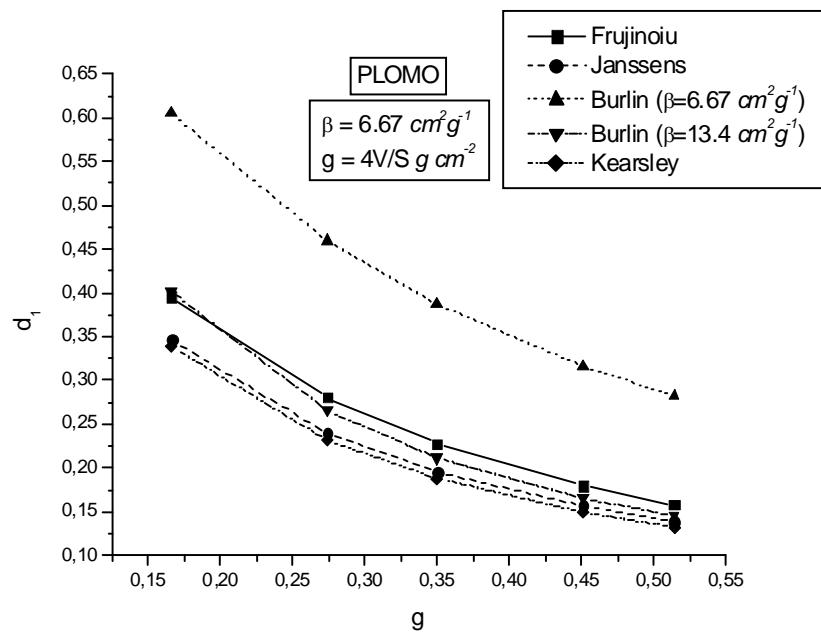


Figura 22. Relación entre el factor de peso d_1 y la longitud de camino medio g en Pb para una fuente de cobalto 60. Se compara para los cuatro modelos presentados.

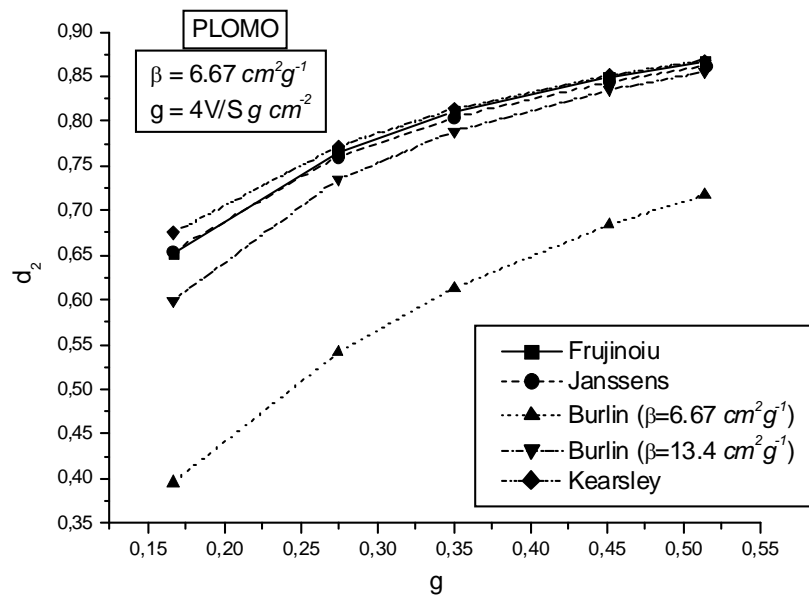


Figura 23. Relación entre el factor de peso d_2 y la longitud de camino medio g en Pb para una fuente de cobalto 60. Se compara para los cuatro modelos presentados.

3.6 DEPENDENCIA DE LA FLUENCIA DE ELECTRONES CON EL ESPESOR DE LA CAVIDAD

Se estudia el comportamiento de la fluencia de las partículas cargadas que cruzan la cavidad para cada modelo estudiado, entendiendo que existe variación de dicha fluencia en las interfases medio – cavidad y cavidad – medio.

Para Janssens, la fluencia media de electrones en la cavidad es igual a (ecuación 46):

$$\overline{\phi}_{cav} = \overline{\phi}_{m1eq} (1 - b_{m1}) d \cdot \frac{1 + b_c^*}{1 - b_{m1} T(t)},$$

donde a esta ecuación le añadimos la parte del *build up* desarrollada por Kearsley (1984) para calcular la fluencia neta dentro de la cavidad a una profundidad x .

Desarrollando la figura 24 se obtiene la siguiente expresión matemática:

$$\begin{aligned} & \phi_w (1 - e^{-\beta t}) b_w e^{-\beta(t-x)} + b_c(x) \phi_w (1 - e^{-\beta t}) b_w e^{-\beta(t-x)} + \phi_w (1 - e^{-\beta t}) b_w e^{-\beta t} b_w e^{-\beta x} + \\ & b_c(t-x) \phi_w (1 - e^{-\beta t}) b_w e^{-\beta t} b_w e^{-\beta x} + \dots \end{aligned} \quad (95)$$

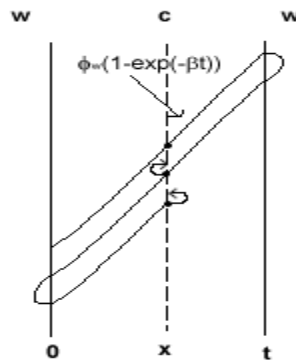


Figura 24. Representación del *build up* en la modificación realizada por Janssens para encontrar la fluencia neta en la cavidad

donde tomando las ecuaciones 45, 47 y 48 para simplificar la ecuación obtenida se tiene:

$$\overline{\phi}_{wc}^* = \overline{\phi}_{weq} db_w (1 - b_w) (1 - e^{-\beta t}) (1 + b_c^*) (1 + db_w T(t)) \quad (96)$$

La suma total de ambas fluencias (ecuación 46 y 96) será igual a:

$$\phi_{wcTOTAL} = \overline{\phi_{weq}}(1-b_w)d(1+b_c^*) \left[\frac{1}{1-b_w T(t)} + b_w(1-e^{-\beta t})(1+db_w T(t)) \right], \quad (97)$$

donde,

$$d = \overline{e^{-\beta x}},$$

$$b_c^* = b_c(1-T(t)),$$

$$T(t) = d \cdot T(t-x)$$

Con esto hemos encontrado una ecuación similar a la de Kearsley tomando en cuenta la atenuación y el *build-up* de los electrones. Aún así, es muy complicado realizar una gráfica de esta ecuación en función de su espesor ya que hemos encontrado un promedio de las fluencias y se necesita realizar un estudio mas profundo para poder observar su comportamiento en la cavidad.

Para el modelo de Frujinoiu encontramos los valores de la fluencia en función de la profundidad z ($\phi_z(c, w)$), dadas por las ecuaciones 84 y 86 (figura 25). Se observa que se mantiene un equilibrio de la fluencia casi en toda la cavidad hasta llegar al final de la misma.

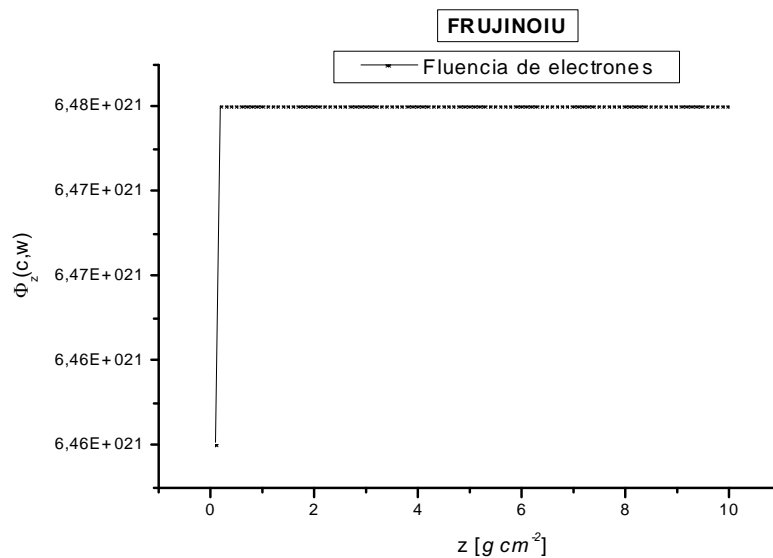


Figura 25. Fluencia neta de los electrones en la cavidad (LiF) en función de la profundidad z usando el modelo de Frujinoiu General para cobalto 60.

Para el caso del modelo de Kearsley obtenemos una figura (figura 26) muy acorde a lo esperado en comparación a los anteriores modelos. Se observa que este modelo describe de mejor forma la relación entre la fluencia neta en la cavidad mientras la atraviesa a una profundidad x .

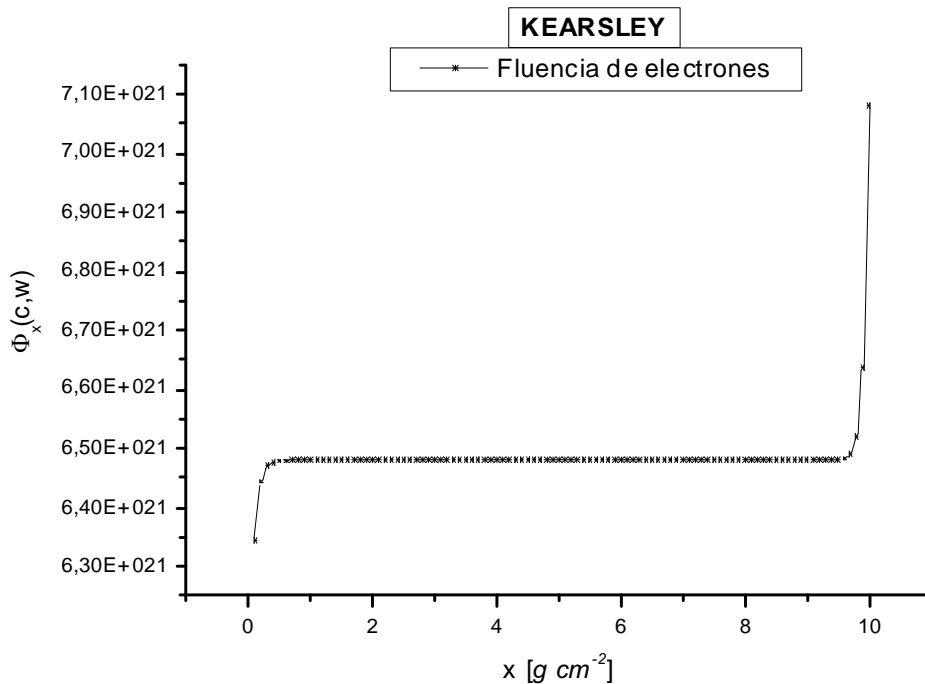


Figura 26. Fluencia neta de los electrones en la cavidad (LiF) en función de la profundidad x usando el modelo de Kearsley para cobalto 60.

3.7 COMPARACIONES DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS CON LAS SIMULACIONES MONTE CARLO

Se estudia la correlación que existe entre la simulación hecha por Mobit *et al* 1997 [33] la cual fue desarrollada para un dosímetro LiF en forma de disco de espesor $2,7\ mm$ ($0,704\ g\ cm^{-2}$) y radio $3,61\ mm$ que es equivalente al tamaño del TLD – 100 usado por Ogunleye *et al* 1980 y los diferentes modelos estudiados en el presente trabajo. Los factores de conversión usados se obtienen utilizando cada modelo de los autores como Burlin (f_B), Horowitz (f_H), Kearsley, Janssens y

Frujinoiu siendo comparados con los resultados de Mobit *et al* 1997 y los valores experimentales de Ogunleye *et al* 1980.

Como se muestra en la tabla 31, los valores de Monte Carlo no se acercan a los valores experimentales [34] como los valores teóricos obtenidos por los modelos estudiados. Para aluminio encontramos valores muy cercanos a diferencia que para cobre y plomo. Los datos de Horowitz no son muy exactos como los de Burlin. Aunque con la simplicidad de este modelo podríamos interpretar que los datos obtenidos no sean buenos, vemos que hasta los modelos más complicados como el de Kearsley no consiguen acercarse a los experimentales. Aún así, las simulaciones de Monte Carlo nos muestran valores por debajo de los teóricos y experimentales.

Tabla 31. Comparación de los factores de conversión entre las simulaciones de Monte Carlo, medidas experimentales de Ogunleye *et al* 1980 y los diferentes modelos estudiados (Burlin, Horowitz, Kearsley, Janssens y Frujinoiu) para un dosímetro LiF de 3 x 3 mm y un espesor de 2.7 mm (0.704 g cm⁻²) en cobalto 60

Material	f_B	f_H	f_K	f_J	f_F	f_{MC}	f_{exp}
Al	0,968	0,972	0,966	0,967	0,969	0,952 ± 0,006	0,964
Cu	1,025	1,037	1,019	1,02	1,025	0,959 ± 0,006	1,01
Pb	0,875	0,916	0,835	0,836	0,845	0,786 ± 0,015	0,872

CAPITULO 4.

DISCUSIÓN

Para la retrodispersión de electrones, los tres autores estudiados tienen ciertas diferencias en sus respectivos modelos. Cada uno de ellos toma una geometría en la cual el movimiento inicial de los electrones se produce en una dirección perpendicular a las interfases produciéndose múltiples dispersiones de estos electrones secundarios en el medio circundante, resultando en el movimiento de los electrones en todas las direcciones. La fracción de la fluencia de electrones secundarios que entra a la cavidad pierde energía en la misma y posteriormente es retrodispersada desde la interfase *cavidad – medio* o sale de ella dependiendo de las características de la cavidad.

Kearsley usa un factor de retrodispersión múltiple de electrones en dos medios distintos (medio – cavidad) en cada interfase siendo igual a $\frac{1}{1-b_w b_c(t)}$, donde una fracción de los electrones que ingresan por primera vez a la interfase regresarán y cruzarán por segunda vez, estos regresarán y cruzarán por tercera vez y así sucesivamente. La fracción de la fluencia que si ingresa a la cavidad llegará hasta un plano referencial a una distancia x , tomando la suposición de una atenuación exponencial de la fluencia de electrones y seguirá hasta realizar el mismo proceso de retrodispersión múltiple en la segunda interfase (Figura 27 (a)).

Además de la retrodispersión en las interfases (haciendo un estudio de retrodispersión en un plano referencial en un mismo medio [Figura 6, cap.1]), Janssens propone adicionalmente que la fluencia de los electrones al llegar al plano medio de la cavidad se regresa una sola vez y prosigue hacia la segunda interfase y regresa de nuevo con una sola retrodispersión volviendo al plano medio y tomando una retrodispersión en ese punto. (Figura 27 (b)).

Por otro lado, Frujinoiu toma una retrodispersión de regreso y otra de ida en cada interfase y analiza la fracción de cada fluencia de los electrones que salen de la cavidad hacia el medio que envuelve a dicha cavidad. (Figura 27 (c)).

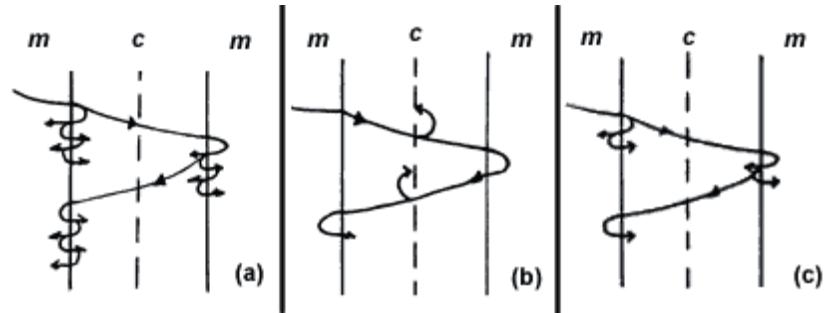


Figura 27. Comparación de los modelos de retrodispersión. Diferencias y similitudes. (a) Kearsley (b) Janssens (c) Frujinoiu

También se toma en cuenta la fluencia de electrones que se genera dentro de la cavidad (*build-up*) con retrodispersiones múltiples (Kearsley) y una simple (Frujinoiu). Janssens no toma en cuenta esta generación sino que lo hace por medio de un factor $(1-d_1)$ dentro de la expresión de f_{cm} , que será discutida posteriormente.

Como se observa, la retrodispersión es igualmente probable que ocurra a pocos milímetros de la superficie del detector como a varios del mismo. El tomar una retrodispersión en el plano medio de la cavidad como lo hace Janssens no es una mala idea. Es muy probable de que esos electrones regresen hasta la primera interfase pero con menor energía. Con esta idea, la simplicidad de este modelo y su relativamente buena concordancia con el experimento lo llevan a ser tomado en cuenta como un modelo simple y bueno.

Sin embargo, las consideraciones que realiza Kearsley son sin duda muy bien elaboradas y las vemos plasmadas en los buenos resultados que obtiene al igual que los de Janssens.

Los resultados muestran que la modificación de Janssens y el modelo de Kearsley son los que tienen un mejor acuerdo con los valores experimentales para materiales de Z bajos y usando las dos geometrías en estudio, salvo para el caso del plomo donde los resultados teóricos obtenidos no se correlacionan como esperaríamos a los datos experimentales de la geometría general.

El modelo de Frujinoiu no tiene un buen desempeño como los demás y se toma en cuenta que usamos el modelo general y mas importante de dicho autor ya que si lo simplificamos al igualar los coeficientes de atenuación ($\beta_1 = \beta_2 = \beta_3$, ecuación 87 a la 89, cap. 1) se observa valores muy cercanos y ajustables a los de Burlin.

Vamos a analizar los datos obtenidos con las diferentes energías y parámetros en estudio. En la geometría semi-infinita para ^{60}Co (tabla 13 a la 17, cap.3), mejoran los valores del *chi-cuadrado* para el caso del plomo al decrecer el valor de β y aumentar el parámetro g , es decir con un $\beta = 6.67 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y un $g = 1.54 \text{ t g cm}^{-2}$ donde el mejor resultado de correlación lo obtenemos con el modelo de Janssens. Usando en cambio valores altos para β y g encontramos que se satisface la prueba del *chi-cuadrado* ($\chi^2/n \leq 1$) para aluminio y cobre siendo estos parámetros iguales a $13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y 1.54 g cm^{-2} respectivamente, especialmente con Janssens y Kearsley.

Los resultados obtenidos por el modelo de Frujinoiu están relativamente más alejados de los datos experimentales que los otros dos modelos.

Tomando ahora los valores de la geometría general (tabla 23 a la 25, cap. 3) se encuentra una aproximación bastante cercana con los datos experimentales, particularmente con los tres modelos estudiados para un β y g de $13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y 1.54 t g cm^{-2} respectivamente para aluminio y cobre pero para altos Z , los valores del *chi-cuadrado* son demasiado altos. Con esto se obtienen mejores resultados para aluminio y cobre con la geometría general que con la semi-infinita, teniendo en cuenta que el modelo de Janssens es el que da mejores resultados.

Para energías de 6 MV se obtienen valores con buenos resultados en la correlación para el cobre en los tres modelos de estudio, no siendo así para el plomo.

En cambio, para altas energías como los 10 MV solo el modelo de Janssens obtiene resultados con un χ^2/n cercano a la unidad para aluminio y cobre usando los valores de Ogunleye (1987), no siendo así para el plomo.

Se puede discutir que el papel que juega una geometría de irradiación es muy relevante en la comparación entre los f_{cm} teóricos y experimentales. El envolver completamente al detector dentro de un medio material parecería mejorar los datos obtenidos sobretodo para materiales de Z bajos como el aluminio y usando

coeficientes de atenuación altos para el cobre. Cabe notar que usando un $\beta = 7.47$ (6.67) $cm^2 g^{-1}$ y un $g = \frac{4V}{S} g cm^{-2}$ para la geometría general se obtuvieron muy buenos resultados solamente para aluminio, no siendo así para la geometría semi-infinita. Parece haber problemas con las características de dispersión y retrodispersión de electrones cuando el detector esta completamente envuelto con materiales de número atómico alto.

El papel del arreglo experimental parece influir en materiales con número atómico muy distinto al del detector. La contribución de electrones desde las paredes laterales no son tomadas en cuenta, pero en este caso podemos concluir que cuando el medio irradiado tiene un Z alto y el tamaño del detector es grande, la fluencia de los electrones secundarios generados en el medio hace notoria la variación del rango de los electrones con el tamaño del detector, donde es necesario tomar en cuenta las contribuciones laterales. La literatura indica que ninguno de los modelos estudiados toma en cuenta en forma explícita la contribución lateral.

Ogunleye (1982) puntualizó que es necesario considerar a la cavidad completamente envuelta por el medio para tener una formulación completa en la teoría de la cavidad. Él realizó experimentos sobre esto, encontrando que la contribución lateral juega una diferencia sustancial en los factores f experimentales. Además mencionó que la contribución lateral al irradiarse con electrones es mas grande que al irradiarse con fotones y que la dependencia del tamaño del detector es muy importante especialmente cuando el Z del medio y del detector difieren mucho.

Se podría mejorar de gran manera las ecuaciones para el poder de frenado efectivo si agregáramos un término que involucre o corrija esta contribución lateral. Siendo así el caso, vemos que para una geometría semi-infinita, estarían implícitamente considerando los autores la contribución lateral con el término d_l . Por otro lado, las dispersiones que sufren los electrones en cualquier sentido de la cavidad, conllevará a que estos influyan directamente en las paredes laterales del detector, siendo importante el arreglo de la geometría a usarse.

Por otra parte, la correlación que existe entre los datos semi-infinitos y generales es muy variante. En la ecuación 92 se muestra como se calculó el factor teórico

para poder relacionar los datos representados en una geometría semi-infinita y general. En el caso del aluminio (figura 13), los datos teóricos son un poco menores a los experimentales pero su variación no es muy marcada como lo es para el cobre y el plomo (figura 14 y 15, cap. 3), en donde observamos una diferencia entre los datos de la geometría general teórica y experimental de un 15% para el espesor máximo de la cavidad. Con esto, las varias posibilidades de error para el cálculo de los factores f_{cm} con las dos distintas geometrías de irradiación son pequeñas.

Realmente un acuerdo general para el uso de los parámetros β y g no existe. Diferentes ecuaciones han sido mostradas en la tabla 5. Burlin originalmente usó la expresión $g = 4V/S$. Antes él sugirió valores de β de expresiones para tejido y aire dadas por Loevinger (1956). Después se usaron expresiones que usaban el rango extrapolado de los electrones que al final no afectaban los cálculos para la teoría de la cavidad. Relaciones semejantes fueron usadas luego por Janssens, Ogunleye y el mismo Burlin and Chan. Kearsley usó valores encontrados por Ogunleye.

Nuevas variaciones ya fueron propuestas por Horowitz *et al* (1983) usando valores muy altos para los parámetros β y g . Así mismo Frujinoiu trabajó con los valores ya propuestos y tomó uno nuevo dado por Haider (1997) que es un $\beta = 9.8 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$.

Se encontró que los valores de β eran mayores cuando se usaban las expresiones teóricas y semi-empíricas comparadas con los parámetros encontrados mediante simulaciones de Monte Carlo. Adicionalmente se introdujeron valores específicos para cada material del medio, siendo un valor pequeño ($\beta = 6.67 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$) para el plomo. No obstante, las expresiones semi-empíricas formuladas por varios autores describen de muy buena forma la atenuación exponencial para la absorción de rayos beta, estando aún en comprobación si estos coeficientes dados por estas ecuaciones producen resultados coherentes para el formulismo de f_{cm} . Se ha trabajado mucho para describir el comportamiento de los electrones dentro de la cavidad. Varias hipótesis se han formulado sobre este tema. Mediante los modelos realizados

durante las últimas décadas y sobretodo las simulaciones realizadas por los códigos de Monte Carlo se ha observado que la atenuación exponencial de los electrones es el comportamiento más aproximado para el estudio de la teoría de la cavidad. Los resultados obtenidos demuestran esta hipótesis. En la figura 28 se puede observar el comportamiento aproximado de los electrones dentro de un detector de *LiF* en un medio de aluminio. Esta simulación fue realizada por Horowitz *et al* 1986 mediante códigos de Monte Carlo.

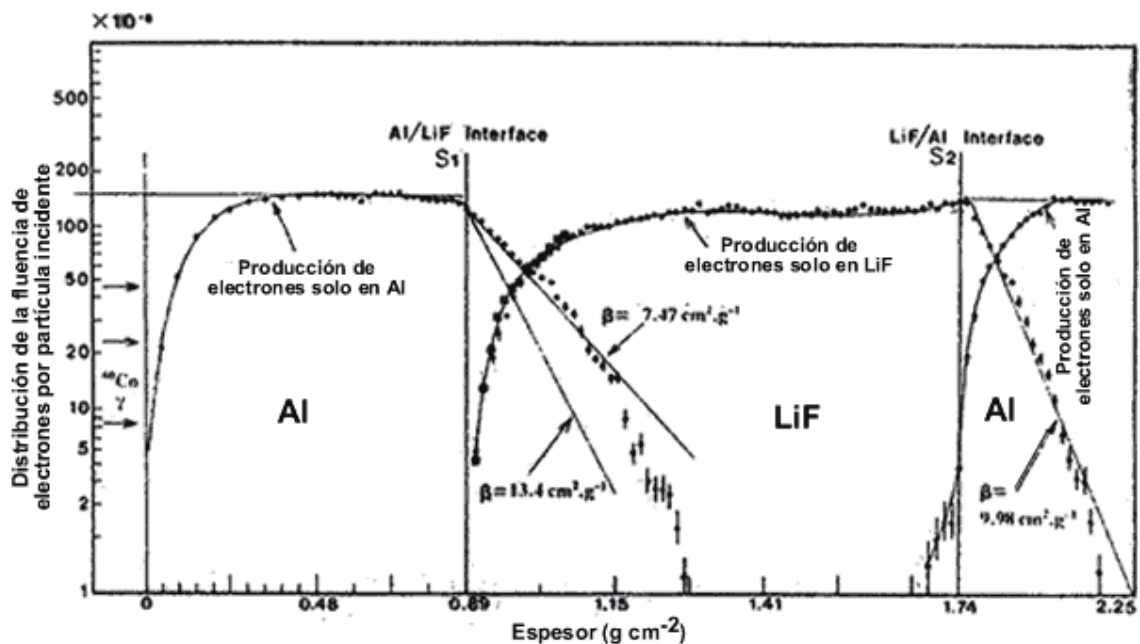


Figura 28. Distribución de la fluencia de electrones en función del espesor del material en una configuración Al/LiF/Al. Podemos ver el build-up de la fluencia de electrones en Al y la atenuación de la fluencia de electrones a partir del Al como una función de la profundidad en LiF. [Gráfico tomado de Horowitz *et al* 1986]

Vemos que todos los autores estudiados obtienen muy buenas aproximaciones usando los coeficientes de las ecuaciones teóricas para Z bajos entre los datos teóricos y experimentales. Los resultados de Monte Carlo también apoyan este criterio. Aún más, se demuestra la gran diferencia que existen entre los coeficientes para materiales con Z bajos y altos. Entonces, la consideración hecha con los electrones funciona muy bien con materiales como el aluminio y cobre siendo diferente para el plomo. Aún así, es necesario realizar más estudios de simulación para encontrar el comportamiento de estos electrones para medios como el plomo. Adicionalmente en las gráficas 20 a la 23 del cap. 3 se observa un

comportamiento exponencial a medida que los electrones cruzan la cavidad, reforzando la idea de una atenuación exponencial.

A continuación analizamos la variación del coeficiente de atenuación de electrones β en función del x^2/n para los cuales sus valores sean menores a la unidad. Trabajamos para los tres medios en estudio tomando un $g = 4V/S$ en una geometría general para ^{60}Co (Figura 29) y 10MV (Figura 30). A más de trabajar con los tres modelos en estudio, se analiza también la teoría de Burlin.

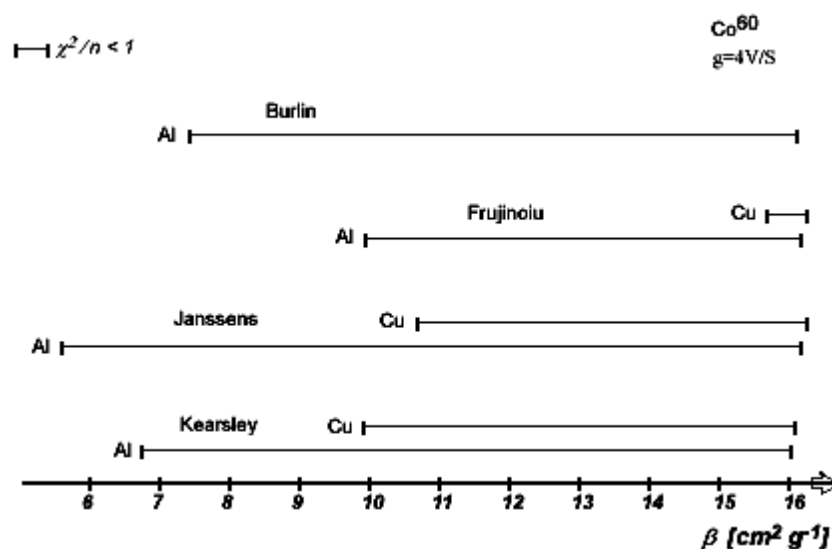


Figura 29. Relación entre el coeficiente de atenuación de electrones β con la prueba del x^2/n para los modelos de Kearsley, Frujinoiu, Janssens y Burlin para ^{60}Co en una geometría general. Se muestra los valores que son menores a la unidad en el respectivo rango de β . Se observa que no está el Pb porque no se consiguió ningún valor $x^2/n < 1$ para ningún modelo.

El rango de aceptación para la prueba del x^2/n para los modelos de Janssens y Kearsley son amplios para el aluminio. Se observa un menor rango para el cobre siendo mucho más pequeño en el caso de Frujinoiu y nada para Burlin. En ningún modelo obtuvimos un $x^2/n < 1$ para el plomo. Los valores de β usados en este trabajo están dentro de los rangos encontrados especialmente para Al pero los valores sugeridos por las simulaciones de Monte Carlo ($\beta = 7.47(6.67) \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$) no se encuentran dentro del rango $x^2/n < 1$ para el caso del Cu.

Para una energía de 10MV solo se obtuvo un $\chi^2/n < 1$ para aluminio. Se observa que el rango más amplio de la prueba del *chi-cuadrado* lo obtiene Burlin a diferencia del modelo de Kearsley que es el más pequeño.

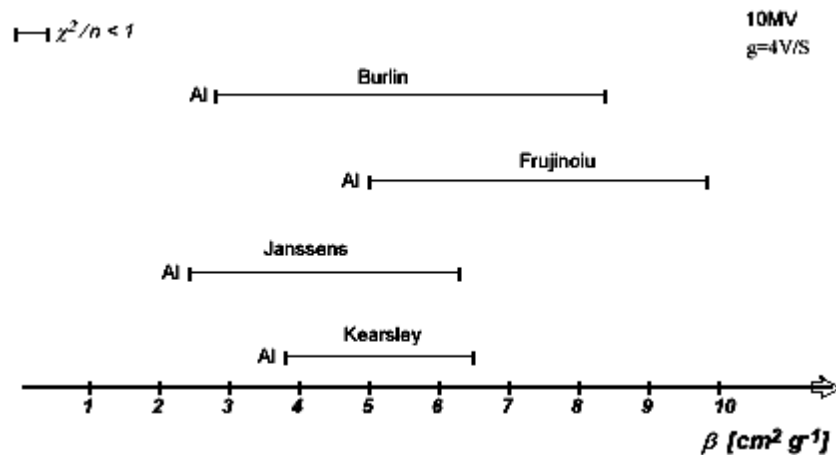


Figura 30. Relación entre el coeficiente de atenuación de electrones β con la prueba del χ^2/n para los modelos de Kearsley, Frujinoiu, Janssens y Burlin para 10MV. Se muestra los valores que son menores a la unidad en el respectivo rango de β . Se observa que no está el Cu y el Pb porque no se consiguió ningún valor $\chi^2/n < 1$ para ningún modelo.

Los datos de Ogunleye (1987) para el coeficiente β ($3.06 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$) están dentro del rango $\chi^2/n < 1$ pero solo para los modelos de Janssens y Burlin.

Pasando a otro punto, al observar las curvas entre los *chi-cuadrado* y la relación de poderes de frenado obtenemos ciertas nociones que las destacamos a continuación. Para el caso del cobre podemos disminuir el valor de $(S/\rho)_m^c$ desde el establecido por Ogunleye *et al* 1980 (1.209) hasta llegar a un valor aproximado de 1.1, mejorando los χ^2/n aproximadamente un 10 al 15% en las curvas de Janssens y Kearsley, tomando β s altos como 9.8 y $13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ (Figura 16, cap. 3). En ambos casos Frujinoiu mejora un 82 y 66% respectivamente con un buen resultado para los tres modelos al acercarnos a $(S/\rho)_m^c = 1.1$. Igualmente para un $\beta = 7.47 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ los χ^2/n de los tres modelos mejoran aproximadamente un 70 al 74.4% siendo los mejores Janssens y Kearsley. No podemos justificar el valor de 1.1 para $(S/\rho)_m^c$, pero vemos que el error entre los datos experimentales y teóricos

bajan notablemente dando un buen resultado para la prueba del χ^2/n (≤ 1). Para el caso del plomo (Figura 17, cap.3), los valores de los χ^2/n tienden a mejorar cuando aumentamos el valor de los $(\mu_{en}/\rho)_m^c$ aproximadamente a 1.76 o mucho más, sin que podamos justificar estos valores, utilizando coeficientes de atenuación de 9.8 y $13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$. En estos casos, el modelo de Frujinoiu es el que obtiene los mejores resultados y mejorando un 27% a comparación de los otros dos modelos.

Por otro lado, al usar un $\beta = 6.67 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ las gráficas cambian drásticamente, siendo los modelos de Janssens y Kearsley los que obtienen los mejores resultados y si disminuimos el valor usado en este trabajo (1.61) hacia uno aproximado de 1.50 obtenemos una mejor correlación en la prueba del χ^2/n aproximadamente del 45% para Janssens y Kearsley y del 56% para Frujinoiu. Podemos justificar un valor bajo de la razón de poderes de frenado hasta 1.59, que es el resultado obtenido en el presente trabajo. A partir de ahí no podemos justificar el valor de 1.50.

De aquí se deduce que el parámetro más importante para las curvas estudiadas es el coeficiente de atenuación de electrones β ya que al disminuir su valor las gráficas también varían aunque tomemos cobre o plomo indistintamente, a diferencia de cuando variamos el parámetro g , que parece no influir prioritariamente en dichos cambios. Igualmente al usar el valor dado por las simulaciones de Monte Carlo para plomo ($\beta = 6.67 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$) encontramos que los modelos que obtienen buenos resultados son los de Janssens y Kearsley, ya que el de Frujinoiu mejora con β s altos.

Por otro lado, analizando las curvas del *chi-cuadrado* versus la razón de los coeficientes de absorción de energía encontramos los siguientes puntos a destacar. En el cobre tenemos que si realizamos una pequeña disminución de $(\mu_{en}/\rho)_m^c$ a partir del valor usado en este trabajo (1.008) obtenemos una mejora del 10% para los tres modelos pudiendo ser mucho mejor cuando nos acercamos a 1.000 (Figura 18, cap.3). En este caso podemos justificar este resultado tomando los $(\mu_{en}/\rho)_m^c$ obtenidos por Costrell (1962) hasta un cierto límite ya que los valores del χ^2/n tienden a aumentar grandemente cuando nos extendemos demasiado del

valor de 1.000 en ambas direcciones. Esto lo obtenemos con valores altos para β ya que para un $\beta = 7.47 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ la variación del x^2/n parece no ser tan drástica para Janssens y Kearsley pero si es favorable para Frujinoiu, donde obtenemos un x^2/n relativamente bajo al escoger un valor para el $(\mu_{en}/\rho)_m^c$ cercano a 0.900. Este valor no lo podemos justificar pero vemos que es un valor muy bueno para una correlación entre lo teórico y lo experimental.

En el plomo hay una gran mejoría para los tres modelos al usar β_s altos y al acercarnos a valores aproximados de 0.84 para $(\mu_{en}/\rho)_m^c$ a partir del establecido que es igual a 0.802 (Figura 19, cap.3). Nuevamente este valor encontrado no es posible justificarlo. Sin tomar en cuenta el aumento de $(\mu_{en}/\rho)_m^c$, se observa que Frujinoiu es el modelo que obtiene los mejores resultados. En cambio, al trabajar con un $\beta = 6.67 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ los modelos de Janssens y Kearsley son los que mejor describen los valores del x^2/n , donde tomando el espectro de fotones dados por Costrell (1962) si podemos justificar los valores encontrados para x^2/n , los cuales mejoran aproximadamente en un 15% para Janssens y Kearsley y en un 71.4% para Frujinoiu. El valor donde obtenemos resultados muy buenos esta alrededor de 0.76, el cual es mucho menor al utilizado por Ogunleye et al 1980. El valor para plomo encontrado en este trabajo (0.773) también justifica los resultados obtenidos en la curva estudiada. Las consideraciones que realiza Frujinoiu son, en teoría, diferentes a las tomadas por los otros dos autores. La discrepancia que hay entre estas figuras parece ser ocasionadas por tomar en cuenta las fluencias de electrones que salen de la cavidad y no generalizar la retrodispersión que existe en las interfases. Algo interesante que hay que recalcar es que este modelo tiene relativamente mejores resultados en el x^2/n cuando se usan β altos que los otros modelos. El modelo del autor trabaja mejor para materiales más pesados que para los de Z bajos.

Por otro lado podemos ver el comportamiento de los datos obtenidos con los resultados teóricos ya establecidos para $(\mu_{en}/\rho)_m^c$ y $(S/\rho)_m^c$. Podemos ver en la figura 31 que los resultados de Costrell (1962) son los menos comunes al acercarse al limite de materiales con Z altos.

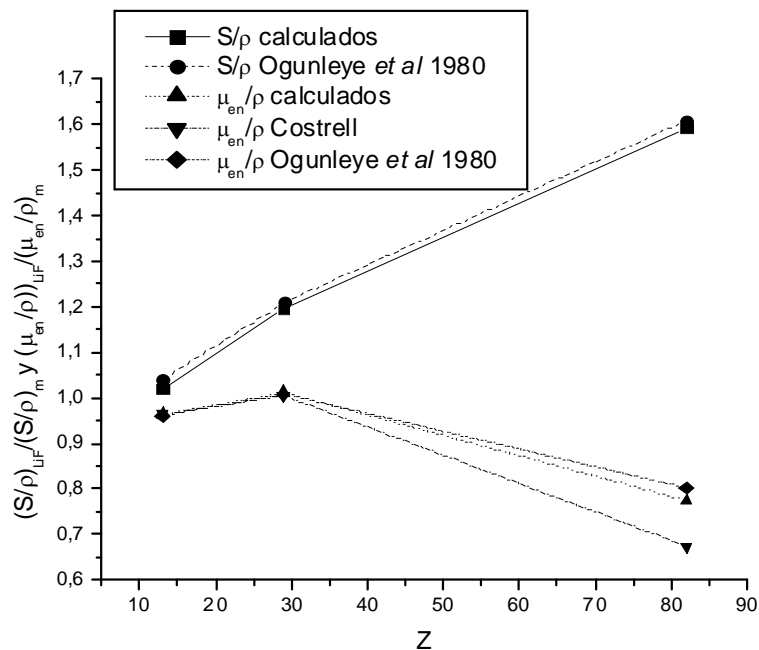


Figura 31. Comparación de los resultados obtenidos con los de Ogunleye et al 1980 para la razón de poderes de frenado y los coeficientes de absorción de energía incluyendo los datos de Costrell 1962.

Para Z bajos y altos, la variación en los $(S/\rho)_m^c$ es muy corta según la gráfica mostrada. En cambio, para $(\mu_{en}/\rho)_m^c$ la dependencia en el espectro de fotones es importante para cuando nos acercamos a Z altos, al menos para ^{60}Co .

Hay mucha concordancia entre los resultados teóricos y experimentales de la razón de poderes de frenado y de los coeficientes de absorción de energía siendo importante confirmar que los resultados utilizados en los modelos teóricos son muy buenos aunque si existen pequeñas variaciones al variar los parámetros β , g y al cambiar de medio.

Relacionando los factores d_1 y d_2 con el parámetro g se obtienen curvas muy parejas (figuras 20-23, cap. 3) para los modelos que involucran la retrodispersión de electrones en sus teorías con una marcada diferencia con las curva obtenida por Burlin. En el caso del cobre tenemos valores muy cercanos para los

electrones generados en el medio circundante al detector pero en el plomo, el modelo de Frujinoiu vuelve a alejarse de los otros 2 modelos.

Es muy notorio que la retrodispersión influye grandemente en los resultados. Se ve claramente que las curvas tienden a relacionarse cuando introducimos individualmente las ideas de retrodispersión de electrones en cada modelo.

A pesar de encontrar una modificación a la ecuación propuesta por Janssens adicionando un término semejante al *build-up* del modelo de Kearsley (1984) (ecuación 95), no encontramos un resultado acorde para la fluencia neta en la cavidad a comparación del modelo de Kearsley (figura 26, cap. 3) que demuestra una buena representación de cómo se comporta la fluencia de los electrones al variar la profundidad del detector.

El modelo de Frujinoiu también demuestra estar alejado de la representación de Kearsley para la segunda interfase cavidad – medio.

Ciertos parámetros obtenidos mediante simulaciones de Monte Carlo tampoco satisfacen de gran manera los resultados obtenidos como lo hacen los de Ogunleye *et al* 1980 y 1987. Como hemos estado analizando, a más de que los parámetros β y g son indispensables para el estudio de retrodispersión, también lo son los coeficientes de retrodispersión b . Estos coeficientes de retrodispersión obtenidos mediante simulaciones no son muy confiables. En la siguiente tabla comparamos los datos χ^2/n para los tres medios propuestos usando el modelo de Kearsley para la geometría semi-infinita con los resultados obtenidos por Dutreix and Bernard (1965) y Frujinoiu *et al* (2001).

Tabla 32. Comparación de los χ^2/n usando los distintos coeficientes de retrodispersión para aluminio, cobre y plomo tomando un $\beta = 7.47 (6.67) \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54t \text{ g cm}^{-2}$ para el modelo de Kearsley.

	Al	Cu	Pb
	χ^2/n	χ^2/n	χ^2/n
Dutreix and Bernard (1965)	1,987	3,321	1,747
Frujinoiu et al (2001) (Monte Carlo)	1,940	4,676	2,220

La diferencia no es muy marcada pero usando los coeficientes de retrodispersión de Dutreix and Bernard conseguimos mejores resultados para el cobre y el plomo mientras que para aluminio se los obtiene con los coeficientes de Frujinoiu *et al* 2001.

De igual forma, al usar en el modelo de Kearsley los valores obtenidos por las simulaciones de Monte Carlo realizadas por Horowitz *et al* 1986 ($\alpha = \gamma = 5.48 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$), los valores del x^2/n tienden a decrecer suavemente de un valor de 1.7 a uno de 1.5. Sin duda que estos valores encontrados mediante simulaciones apoyan a que exista mejor correlación entre los datos teóricos y experimentales.

Al estudiar valores obtenidos por las expresiones de Burlin y la modificación de Horowitz con los resultados experimentales de Ogunleye *et al* 1980 usando un $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y un $g = 1.54t$ y un $g' = \frac{g}{2}$ (propuesto por Horowitz), se encuentra que los valores del x^2/n usando Horowitz para aluminio y cobre dan un mejor acuerdo con respecto a la expresión de Burlin. En el caso de plomo, la expresión de Burlin da un mejor ajuste con los valores experimentales aunque las dos expresiones muestran tener una pobre relación con lo que la dosis en el medio es subestimada.

Si revisamos la tabla 31 del cap. 3 podemos ver que los resultados de Monte Carlo tampoco se acercan con precisión a los valores experimentales. Existe un rango de error en estos resultados, sobretodo para el plomo. Los demás factores teóricos f_{cm} también encuentran problemas con la correlación pero siendo mucho menor que para los f_{cm} obtenidos por simulación.

Aún así los modelos teóricos representan una muy buena aproximación a los valores experimentales. Se observó que el implementar las ideas de retrodispersión, como lo hicieron Janssens, Frujinoiu y Kearsley, acortó distancias en los valores del x^2/n , sobretodo para Z bajos.

Con todo lo anterior deducimos que Burlin no es suficiente para describir la dosis absorbida en la teoría de la cavidad. Burlin (1966) hace referencia que en una condición de equilibrio se satisface la igualdad $d_1 + d_2 = 1$ si $c \rightarrow m$. Sin embargo, la hipótesis de Horowitz *et al* (1986) sugiere que dichos factores no son igual a la unidad. En nuestro estudio se ve que la suma de los dos factores no varía mucho de la unidad. Justamente Janssens (1983) demuestra que cuando una situación de equilibrio es obtenida, la suma de ambos factores necesariamente es igual a 1.

Para Kearsley, Janssens y Frujinoiu, los factores f_{cm} adquieren la misma forma a la ecuación de Burlin. Sin embargo, Kearsley y Frujinoiu determinan que $d_1 + d_2 \neq 1$ (en sus respectivas ecuaciones), pero cabe notar que nuevamente cuando $c \rightarrow m$, se cumple la condición de equilibrio tal como es requerida. En el modelo de Kearsley es necesario hacer notar que los coeficientes al ser tomados iguales entre sí ($\alpha = \beta = \gamma$) y $b_c, b_w \rightarrow 0$, también se consigue la condición de equilibrio propuesta por Burlin igual a $d_1 + d_2 = 1$.

Justamente para Z altos (en nuestro caso plomo), comparamos la suma de los dos factores usando los tres modelos (tabla 33).

Tabla 33. Comparación de la suma de los factores d_1 y d_2 (según cada autor) por los tres modelos estudiados con un β y g dados (α, γ para Kearsley) en un detector envuelto en plomo para una geometría semi-infinita.

# dos.	Kearsley	Janssens	Frujinoiu
	$\alpha = \beta = \gamma = 13.4$ $g = 1.54t$	$\beta = 13.4$ $g = 1.54t$	$\beta = 13.4$ $g = 1.54t$
	$d_1 + d_2$	$d_1 + d_2$	$d_1 + d_2$
1	1,0003	1,0000	1,0321
2	1,0000	1,0000	1,0180
3	1,0000	1,0000	1,0115
4	1,0000	1,0000	1,0068
5	1,0000	1,0000	1,0049
	$\alpha = \beta = 6.67$ $\gamma = 5.48$ $g = 4V/s$	$\beta = 6.67$ $g = 4V/s$	$\beta = 6.67$ $g = 4V/s$
	$d_1 + d_2$	$d_1 + d_2$	$d_1 + d_2$
1	1,0001	1,0000	1,0468
2	0,9933	1,0000	1,0460
3	0,9942	1,0000	1,0383
4	0,9962	1,0000	1,0291
5	0,9972	1,0000	1,0247

Como se puede observar, usando un $\alpha = \beta = 6.67$ y un $\gamma = 5.48$ y un ancho de detector máximo, se consigue una desviación del 0.3% de la unidad para el modelo de Kearsley.

Entonces si se cumple la condición de equilibrio en el caso de Kearsley y Janssens ya que para Frujinoiu parece haber una cierta discordancia. Se puede decir que ciertamente los autores estarían tomando en cuenta la condición de equilibrio aunque éste representa cambios muy pequeños.

Sabemos que Frujinoiu usa el factor d_2 para describir a los electrones que se generan dentro de la cavidad vía interacciones fotónicas. Podemos reemplazar este factor por el propuesto por Burlin ($d_2 = 1 - d_1$) y observar los cambios encontrados en la tabla 34.

Tabla 34. Comparación de los factores d_1 y d_2 propuestos por la teoría de Burlin y los propuestos por Frujinoiu para plomo tomando un β y g dados.

	FRUJINOIU	
	$\beta = 6.67$ y $g = 1.54t$	$\beta = 13.4$ y $g = 1.54t$
	Pb	Pb
	χ^2/n	χ^2/n
d_2 Burlin	2,455	21,474
d_2 Frujinoiu	9,258	14,481

El valor del χ^2/n mejora sustancialmente al tomar un $d_2 = 1 - d_1$ con un valor de $\beta = 6.67 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ contra una aparente desmejora del χ^2/n cuando usamos un $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$. Parece ser que usando el factor d_2 propuesto por Burlin en este modelo de retrodispersión, encontramos una mejor concordancia entre los valores teóricos y experimentales.

De la misma forma, usando el factor de Burlin en el modelo de Kearsley obtuvimos una mejora del 7,73% para un $\beta = 6.67 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y una desmejora del 0.98% cuando usamos un $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ para un medio como el plomo. El

resultado final es que el factor de Burlin es muy bueno para β s bajos y se obtienen considerables mejoras para los modelos de retrodispersión en estudio.

En general, usando un $\beta = 7.47 (6.67) \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y un $g = 4V/S \text{ g cm}^{-2}$ no obtenemos buenos resultados en ningún modelo estudiado en la geometría semi-infinita. Por otra parte, en las demás combinaciones propuestas se obtienen buenos resultados para Z bajos. Parece que los valores similares que existen entre la razón de poderes másicos de frenado y la razón de los coeficientes másicos de absorción de energía tienen gran relevancia para que los datos teóricos y experimentales no varíen mucho con el valor del parámetro d .

Durante este estudio hemos podido ver las diferentes ecuaciones de f_{cm} en cada uno de los modelos estudiados en el capítulo uno. A diferencia de Horowitz, vemos que todos los demás autores escriben de la misma manera la ecuación del poder de frenado efectivo, salvo el autor mencionado ya que el adicionan términos suplementarios proporcionales a la densidad electrónica $(Z/A)_{cm}$ al igual que se cambia los términos de la contribución de la interacción de los fotones en la cavidad a d' . La factibilidad que existe en escribir de la misma manera el término f_{cm} es grande.

En resumen, variando solamente los factores d_1 y d_2 según y como lo analiza cada autor, podemos generalizar al escribir el poder de frenado efectivo de la siguiente manera:

$$f_{cm} = d_1 \cdot \left(\frac{S}{\rho}\right)_{cm} + d_2 \cdot \left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_{cm}$$

CAPITULO 5.

CONCLUSIONES

Realizando el estudio de los procesos de retrodispersión con los modelos presentados se han podido establecer varias conclusiones, al comparar los resultados obtenidos con los datos experimentales.

Con ideas relativamente fáciles, buena aproximación con los datos experimentales, con un gran sentido en la estructuración del modelo y con buenas ideas en la retrodispersión de electrones, el modelo modificado de Janssens es el que ha dado mejores resultados que los otros modelos que se estudiaron. Las ideas de retrodispersión múltiple propuesto por Kearsley son las que más se apegan a la realidad física pero los resultados obtenidos no satisfacen.

Los resultados obtenidos muestran que la mejor correlación que se obtuvo con la prueba del x^2/n para materiales como el Al y el Cu se consiguió usando los parámetros $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54t \text{ g cm}^{-2}$ en la geometría general. En cambio para el Pb se mostró que Janssens es la teoría que mejor describe el proceso de retrodispersión y los parámetros a elegir son $\beta = 6.67 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54t \text{ g cm}^{-2}$ en una geometría semi-infinita. Para energías de 6 MV, los mejores resultados que se consiguieron fue para el cobre usando un $g = 4V/S$ en los tres modelos en estudio. Para energías de 10 MV con el modelo de Janssens se obtuvieron resultados acordes con la prueba del x^2/n para aluminio y cobre usando los parámetros de Ogunleye (1987).

Los valores usados en la razón de poderes de frenado y en los coeficientes de absorción de energía los podemos variar hasta un cierto porcentaje, ya que como se mostró, podemos obtener errores muy grandes al tener una gran variación entre ellos. Se concluye que estos dos parámetros son críticos para el estudio de los modelos de retrodispersión y sobretodo para Z altos, al igual que la geometría de irradiación, el modelo de retrodispersión a ser usado y los parámetros críticos

a usarse, entre ellos β y b . Los coeficientes de retrodispersión que mejor describen a las teorías en estudio son los encontrados por Dutreix and Bernard.

Parece ser que existe una dependencia del coeficiente de atenuación de electrones con el número atómico Z de los materiales. Se ha visto el cambio drástico que obtenemos en las pruebas del x^2/n cuando cambiamos de un medio a otro. También se observó que materiales como el Al y Cu pueden tomar un cierto rango de valores de β pero para el Pb es mucho mas reducido y puntual. Igualmente parecería que cuando tomamos un β alto en el modelo de Burlin se consideran ya los efectos de retrodispersión en este modelo ya que las gráficas d_1 vs g son muy similares a la de los otros modelos que si toman en cuenta la retrodispersión de los electrones.

Las simulaciones de Monte Carlo son fundamentales y han provisto de datos muy importantes para el estudio de la teoría de la cavidad. No todos los datos obtenidos son buenos, pero los que se han implementado en este estudio han llevado a acortar la diferencia entre los datos teóricos y experimentales. El valor más importante obtenido por simulaciones Monte Carlo es: $\beta = 6.67 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$.

El parámetro g es importante pero lo podemos generalizar a un solo valor. El valor propuesto para ^{60}Co en cualquier geometría de irradiación es: $g = 1.54t \text{ g cm}^{-2}$. Adicionalmente el valor de $g = 4V/S$ no describe bien los modelos estudiados para ^{60}Co , teniendo importancia para altas energías aunque este no fue el parámetro crítico sino el coeficiente de atenuación de electrones β .

Con el modelo de Haider, a pesar de utilizar varias suposiciones y muchos parámetros, se obtienen excelentes resultados para los tres materiales en estudio. Se muestra los resultados obtenidos por este autor usando el método del x^2/n en la tabla 35 para ^{60}Co , en una geometría semi-infinita, observando que los valores son menores a la unidad.

Tabla 35. Datos chi-cuadrados obtenidos por el modelo de Haider 1997 para los materiales estudiados en el presente trabajo para cobalto 60.

Material	χ^2/n
Al	0,053
Cu	0,334
Pb	0,456

Finalmente acotamos que el modelo de Haider parece tener mejores resultados que el modelo de Kearsley, pero igualmente es un modelo complejo que implica muchos parámetros en estudio. Aún así, se observa que es un buen modelo por todo el planteamiento descrito y los resultados obtenidos.

Con todo lo anterior, se vio que Frujinoiu no obtiene buenos resultados y parecería ser un mal modelo comparándolo con el de Kearsley. Puntualizando, podemos entender que el sumar y restar fluencias como lo hace Frujinoiu no es muy práctico y esto conllevaría a los malos resultados obtenidos en este modelo.

ANEXO 1

Razón de poderes de frenado entre la cavidad (LiF) y los medios (Al, Cu, Pb) para energías de 1.25 MeV y 10 MV obtenidos por Ogunleye et al 1980 y Ogunleye 1987 respectivamente.

Razón de poderes de frenado		
Medio	Ogunleye 1980	Ogunleye 1987
Al	1.040	1.016
Cu	1.209	1.160
Pb	1.610	1.502

Razón de coeficientes de absorción entre la cavidad (LiF) y los medios (Al, Cu, Pb) para energías de 1.25 MeV y 10 MV obtenidos por Ogunleye et al 1980 y Ogunleye 1987 respectivamente.

Razón de coeficientes de absorción		
Medio	Ogunleye 1980	Ogunleye 1987
Al	0.961	0.920
Cu	1.008	0.848
Pb	0.802	0.686

ANEXO 2

Tablas 18-22. Comparación de los factores de conversión f de los distintos modelos estudiados con sus respectivos β ($\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$) y sus valores de longitud de camino medio g (g cm^{-2}). Se muestran los valores χ^2/n obtenidos para Cu y Pb en un dosímetro de LiF y se usan los valores de $\left(\mu_{en}/\rho\right)_m^{LiF}$ y $\left(S/\rho\right)_m^{LiF}$ encontrados en este trabajo.

Tabla 18. Comparación de los factores f . Se usa $\beta = 9.8 \text{ cm}^2 \text{g}^{-1}$ y $g = 1.54 \text{t g cm}^{-2}$

Janssens General		Frujinoiu General		Kearsley	
Cu		Cu		Cu	
$\beta = 9.8$	$g = 1.54$	$\beta = 9.8$	$g = 1.54$	$\beta = 9.8$	$g = 1.54$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,080		1,112		1,082	
1,051		1,072		1,049	
1,039		1,051		1,037	
1,028		1,035		1,026	
1,023		1,028		1,022	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
1,531		5,099		1,342	
Pb		Pb		Pb	
$\beta = 9.8$	$g = 1.54$	$\beta = 9.8$	$g = 1.54$	$\beta = 9.8$	$g = 1.54$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
0,999		1,061		0,997	
0,901		0,939		0,896	
0,860		0,883		0,856	
0,826		0,839		0,824	
0,811		0,820		0,809	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
28,300		12,372		30,725	

Tabla 19. Comparación de los factores f . Se usa $\beta = 7.47$ (6.67) $\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$ y $g = 1.54\text{t}$ g cm^{-2}

Janssens General		Frujinoiu General		Kearsley	
Cu		Cu		Cu	
$\beta = 7.47$	$g = 1.54$	$\beta = 7.47$	$g = 1.54$	$\beta = 7.47$	$g = 1.54$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,093		1,132		1,102	
1,062		1,092		1,060	
1,047		1,065		1,044	
1,033		1,042		1,031	
1,027		1,033		1,026	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
3,069		10,253		3,098	
Pb		Pb		Pb	
$\beta = 6.67$	$g = 1.54$	$\beta = 6.67$	$g = 1.54$	$\beta = 6.67$	$g = 1.54$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,069		1,149		1,076	
0,951		1,016		0,947	
0,898		0,939		0,893	
0,850		0,870		0,847	
0,829		0,842		0,826	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
7,452		5,236		8,798	

Tabla 20. Comparación de los factores f . Se usa $\beta = 7.47$ (6.67) $\text{cm}^2 \text{g}^{-1}$ y $g = 4V/S$ g cm^{-2}

Janssens General		Frujinoiu General		Kearsley	
Cu		Cu		Cu	
$\beta = 7.47$	$g = 4V/S$	$\beta = 7.47$	$g = 4V/S$	$\beta = 7.47$	$g = 4V/S$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,090		1,127		1,086	
1,067		1,100		1,063	
1,057		1,083		1,054	
1,048		1,067		1,045	
1,044		1,060		1,041	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
5,440		16,068		5,153	
Pb		Pb		Pb	
$\beta = 6.67$	$g = 4V/S$	$\beta = 6.67$	$g = 4V/S$	$\beta = 6.67$	$g = 4V/S$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,057		1,133		1,051	
0,970		1,039		0,963	
0,934		0,990		0,928	
0,902		0,943		0,896	
0,887		0,922		0,882	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
1,477		12,489		1,340	

Tabla 21. Comparación de los factores f . Se usa $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 1.54 \text{ t g cm}^{-2}$

Janssens General		Frujinoiu General		Kearsley	
Cu		Cu		Cu	
$\beta = 13.4$	$g = 1.54$	$\beta = 13.4$	$g = 1.54$	$\beta = 13.4$	$g = 1.54$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,066		1,091		1,065	
1,041		1,055		1,039	
1,031		1,040		1,030	
1,023		1,028		1,022	
1,020		1,023		1,019	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
0,682		2,007		0,573	
Pb		Pb		Pb	
$\beta = 13.4$	$g = 1.54$	$\beta = 13.4$	$g = 1.54$	$\beta = 13.4$	$g = 1.54$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
0,950		0,996		0,945	
0,868		0,893		0,864	
0,837		0,853		0,834	
0,812		0,821		0,810	
0,801		0,808		0,800	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
50,697		32,360		53,850	

Tabla 22. Comparación de los factores f . Se usa $\beta = 13.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $g = 4V/S \text{ g cm}^{-2}$

Janssens General		Frujinoiu General		Kearsley	
Cu		Cu		Cu	
$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$	$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$	$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
1,063		1,086		1,060	
1,045		1,060		1,042	
1,038		1,050		1,036	
1,032		1,041		1,030	
1,029		1,037		1,028	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
1,529		3,668		1,309	
Pb		Pb		Pb	
$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$	$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$	$\beta = 13.4$	$g = 4V/S$
f_{cm}		f_{cm}		f_{cm}	
0,941		0,984		0,934	
0,880		0,908		0,875	
0,858		0,879		0,854	
0,839		0,856		0,836	
0,831		0,845		0,829	
χ^2/n		χ^2/n		χ^2/n	
38,487		19,720		41,874	

ANEXO 3

Datos del poder de frenado efectivo para aluminio, cobre y plomo según el dosímetro especificado en una geometría general tomado de los apuntes de Edy Ayala.

Geometría general			
f_{exp}			
# dos.	Al	Cu	Pb
0,101	0,987	1,066	1,189
0,201	0,979	1,04	1,044
0,302	0,977	1,032	0,991
0,503	0,975	1,022	0,949
0,704	0,971	1,013	0,909

REFERENCIAS

- [1] Khan Faiz; The physics of radiation therapy. Ed. Williams & Wilkins, 1984.
- [2] Attix Frank; Introduction to radiological physics and radiation dosimetry, Ed. Wiley & Sons, 1986.
- [3] Andreo P, Nahum A. 1985 Poder de frenado de electrones en dosimetría Separata 153, España.
- [4] DuSautoy Alan; Quantities and Units for Ionising Radiation; Crown copyright 2004.
- [5] Ayala Edy 1998 Teoría de Burlin para haces de fotones, FisMat, Vol V, N°1 y 2, pp 21-31 Quito – Ecuador
- [6] Burlin T. E, 1966 A general theory of cavity ionizations Brit. Jour. Radiol. Vol. 39 727-34
- [7] Horowitz Y, Moscovitch M and Dubi A. 1983 Modified general cavity theory applied to the calculation of gamma dose in ^{60}Co thermoluminescence dosimetry Phys. Med. Biol. Vol. 28 829 - 840
- [8] Janssens A. 1983 A proposed modification of Burlin's general cavity theory for photons Phys. Med. Biol. Vol. 28 745
- [9] Janssens A, Eggermont G, Jacobs R, Thielens G. 1974 Phys. Med. Biol. Vol. 19 619
- [10] Ayala Edy 1992 Efecto de la retrodispersión sobre la respuesta termoluminiscentes del LiF para ^{60}Co Revista Politécnica Vol. XVII 1
- [11] Horowitz Y. 1984 Photon general cavity theory Rad. Prot. Dos. Vol. 9. 5-18
- [12] Kearsley E 1984 A new general cavity theory Brit. Jour. Radiol. Vol. 19 1179
- [13] Ayala Edy, Kearsley Cavity Theory, Departamento de Física, EPN. Quito.
- [14] Haider J, Skarsgard L, Lam G 1997 A general cavity theory Phys. Med. Biol. Vol. 42 491-500.
- [15] Frujinoiu C. 2001 Reconsideration of the backscatter components in the intermediate cavity theory for photon beams Phys. Med. Biol. Vol. 46 1205-1217.
- [16] Seltzer S, Berger M, 1984 Improved procedure for calculating the collision stopping power of elements and compounds for electrons and positrons Vol. 35 N°7, 665-676

- [17] García Jorge 1999 Poder de frenado para un material y cálculo de las razones de poder de frenado de dos materiales m_1 y m_2 Visual Basic 6.0
- [18] Ayala Edy 1992 Thermoluminescent measurements for testing general photon cavity theories Politecnica E.P.N Vol. XVII No. 3
- [19] Ogunleye O, Attix F, Paliwal B, 1980 Comparison of Burlin cavity theory with LiF TLD measurements for cobalt-60 gamma rays Phys. Med. Biol. Vol. 25 N°2 203-213
- [20] Ogunleye O. 1987 A comparison of the Burlin and Kearsley general cavity theories with LiF TLD measurements for 10 MV x-rays Phys. Med. Biol. Vol. 32. 901-904.
- [21] Ayala Edy 2003 Dependencia en la energía de los fotones incidentes del coeficiente másico de atenuación de electrones secundarios Revista Politécnica, E.P.N Vol XXIV N°1 pp 89
- [22] Hubbell J. H. 1982 Photon Mass Attenuation and Energy – absorption coefficients from 1 keV to 20 MeV Int. J. Appl. Radiat. Isot. Vol. 33 1269 – 1290
- [23] Origin. *User's Manual Version 6.0* (Microcal Software, Inc.) (1999)
- [24] Costrell 1962 Health Physics Vol. 8 261
- [25] Horowitz Y, Moscovitch M, Mack M, Hsu H and Kearsley E 1986 Incorporation of Monte Carlo electron interface studies into photon general cavity theory Phys. Med. Biol. 17 437 - 441
- [26] Frujinoiu C. Brey R. 2001 A Monte Carlo investigation of electrón backscattering. Rad. Protec. Dos. 97 No 3 223 - 229
- [27] Klevenhagen, S; Lambert, G. and Arbabi, A. 1982 Backscattering in Electrón Beam Therapy for Energies between 3 and 35 MeV. Phys. Med. Biol. 27 (3), 363 – 373
- [28] Dutreix J and Bernard M 1965 Etude du flux des electrons secondaires et de leur retrodiffusion Biophysik 2 179 – 185
- [29] Ogunleye O. T 1982 Influence of electron path length on the evaluation of Burlin's cavity theory Brit. Jour. Rad. 55 588 – 590
- [30] Miljanic S. Ranogajec-Komor M. 1997 Application of cavity theory to the response of various TLDs to ^{60}Co gammas degraded in water Phys. Med. Biol. 42 1335-1349.

[31] Ayala Edy 1998 Medidas de la respuesta termoluminiscente de Dosímetros LiF-PTFE y CaSO₄ ubicados en diferentes medios en un haz de Co60 FisMat, Vol VI, N°1 y 2, pp 172

[32] Apuntes personales del Dr. Edy Ayala Escuela Politécnica Nacional

[33] Mobit P.; Nahum A.; Mayles P.; 1997 An EGS4 Monte Carlo examination of general cavity theory Phys. Med. Biol. 42 1335 - 1349

[34] Mobit P. 2002 The use of Monte Carlo simulations for accurate dose determination with thermoluminescence dosimeters in radiation therapy beams Rad. Prot. Dos. 101 383-386