

D10



INECEL

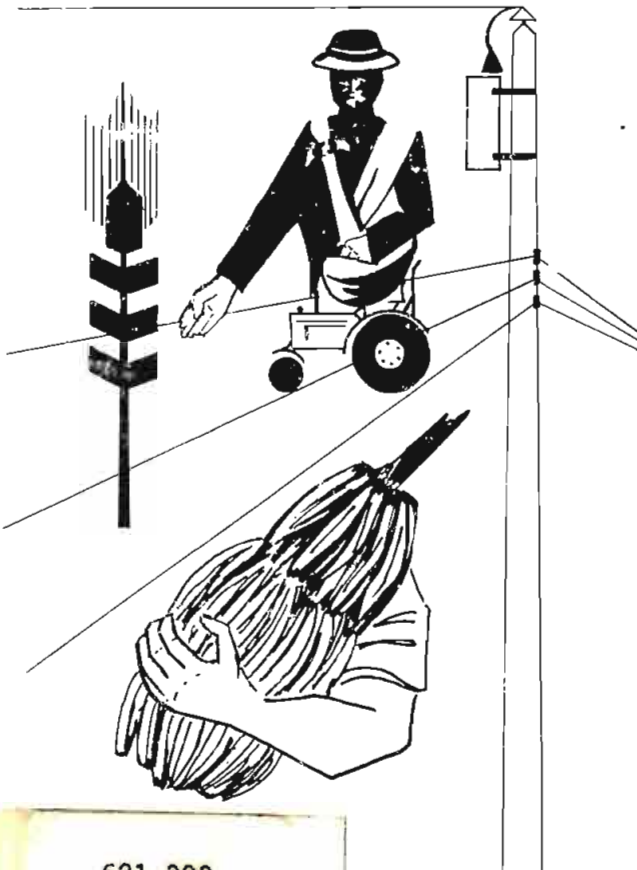
REPUBLICA DEL ECUADOR

MINISTERIO DE RECURSOS NATURALES Y ENERGETICOS
INSTITUTO ECUATORIANO DE ELECTRIFICACION

I N E C E L

PLAN NACIONAL DE ELECTRIFICACION RURAL

47.048



621.393

In43m

621.393
7248 m

MODELO PARA JERARQUIZAR AREAS
RURALES A ELECTRIFICAR

Modelo Alternativo 2

ER/77

0209

Septiembre-77

001206

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL
INECEL
PLAN NACIONAL DE ELECTRIFICACION RURAL

MODELO ECONOMETRICO PARA JERARQUIZAR
AREAS DE ELECTRIFICACION RURAL

Econ. Edmundo Meneses

Sumario

Jerarquización de áreas	1
Aplicación al Subproyecto Imbabura	12
Modelo econométrico de proyección	17

Quito, Septiembre 1.977



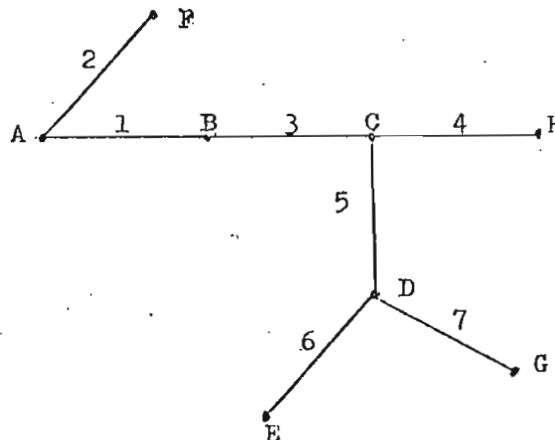
JERARQUIZACION DE AREAS DE ELECTRIFICACION RURAL.

Estas notas tienen por objeto presentar un modelo para establecer una jerarquización de inversiones en una cierta cantidad de subproyectos de Electrificación Rural atendiendo a criterios de rentabilidad de inversiones, tasas de beneficio-costos, y metas de inversión total, beneficios totales, costos totales y cobertura de electrificación. En vista de las múltiples metas apuntadas, la metodología adoptada es la que han dado en llamar "programación de metas" con variables enteras.

En el modelo se trabajará a dos niveles en forma separada: ~~a nivel de subproyecto~~, previamente identificado atendiendo a criterios sociales y de factibilidad técnica; y ~~un nivel de programación nacional~~, que es donde se establece la jerarquización ~~propia~~mente tal.

En el primer nivel, se determinará la mejor dimensión de cada subproyecto atendiendo a los criterios y metas mencionados en el párrafo primero. En el segundo nivel, se establecerán los subproyectos del inventario que deberán ejecutarse y el orden en que se ejecutarán.

Para la presentación del modelo, se trabajará con un ejemplo hipotético como el que aparece en la gráfica:



Desde el nodo A se desea conectar los poblados B, C, D, E, F, G y H los cuales han sido seleccionados, como se dijo al comienzo atendiendo a criterios de factibilidad técnica y consideraciones de promoción social. Cada uno de esos nodos han sido caracterizados por un cierto número de parámetros socio-económicos que podría resumirse en: población, viviendas, niveles de vida, posibilidades de desarrollo económico, estructura económico-agrícola, etc., todo lo cual permite efectuar una evaluación socio económica de los beneficios que los habitantes del lugar podrían derivar de una eventual inversión en ER. Por otra parte, se han calculado todos los parámetros técnicos que posibilitan la estimación de todo tipos de costos tanto sociales como privados que originaría el funcionamiento de un sistema de ER.

Simbolizando todos los conceptos que se utilizarán en el modelo, se tiene:

- I_i : monto de la inversión necesaria para construir el tramo i^o del subproyecto.
- B_i : monto actualizado de los beneficios privados y sociales que se derivarán de la construcción del tramo i^o durante toda su vida útil.
- C_i : costo actualizado de operación, mantenimiento y recaudación del tramo i^o durante su vida útil.
- K_i : cobertura de electrificación (cantidad de personas efectivamente beneficiadas con la construcción del tramo i^o)

$B_i - C_i = BN_i$: beneficios netos derivados del tramo i^o

$\frac{BN_i}{I_i}$: tasa de rentabilidad de la inversión realizada en el tramo i^o

$\frac{B_i}{C_i}$: tasa de beneficio-costo del tramo i^o

$X_i = 1$: significa que el tramo i^o se construirá

$X_i = 0$: significa que el tramo no se construirá

En la red representativa del subproyecto todos los tramos se han numerado. Así, el tramo que va desde B hasta C tendrá el número 3; de tal manera que si en el modelo se decide que este tramo se construirá, entonces $X_3 = 1$. Por el contrario, si el tramo que va desde el poblado D hasta el poblado G no deberá construirse, entonces en el modelo aparecerá $X_7 = 0$.

En primer lugar, y atendiendo a consideraciones de rentabilidad social de la inversión se establece una cota inferior, r , a la tasa de rentabilidad social:

$$\frac{\sum_{i=1}^7 BN_i X_i}{\sum_{i=1}^7 I_i X_i} \geq r$$

y una cota inferior a la tasa de beneficio-costo:

$$\frac{\sum_{i=1}^7 B_i X_i}{\sum_{i=1}^7 C_i X_i} \geq b$$

Estas cotas dan lugar a dos restricciones:

- 1)
$$\sum_{i=1}^7 B_i X_i - \sum_{i=1}^7 C_i X_i - r \sum_{i=1}^7 I_i X_i \geq 0$$
- 2)
$$\sum_{i=1}^7 B_i X_i - b \sum_{i=1}^7 C_i X_i \geq 0$$

En segundo lugar, se considera que el monto de recursos disponibles para inversión en todo el subproyecto está limitado a la cantidad I :

$$3) \quad \sum_{i=1}^7 I_i X_i \leq I$$

En todo caso, si se considera que esta es una cantidad que sólo puede determinarse ex-post en el contexto de una programación global, al segundo miembro de la restricción 3) puede dársele el tratamiento de un parámetro variable. Otra alternativa se da al final de estas notas.

En tercer lugar, la cobertura de electrificación ha sido establecida a priori (en una primera etapa, la electrificación debe favorecer por lo menos a un 35% de la población local), del tal manera que habrá que observar:

$$4) \quad \sum_{i=1}^7 K_i X_i \geq K$$

En este caso, la cobertura local K_i y la cobertura regional K podrían desagregarse para considerar las diferentes categorías de usuarios (residencial, comercial, industrial, centros de educación, centros de salud. etc.) lo cual desdoblaría la restricción 4) en tantas otras como sean las categorías resultantes de la desagregación. Por otra parte, es válido considerar que a través de esta restricción podrían encauzarse varios de los objetivos de tipo social no cuantificables que tan importantes son en programas de ER.

En quinto lugar, se debe considerar que los diferentes tramos del subproyecto está en una relación de dependencia causadas por el hecho de que todos ellos deben estar conectados a la fuente. Es decir, en la red del ejemplo una solución que implicase que $X_3 = 0$ y, al mismo tiempo, $X_5 = 1$ sería una solución no facti-

ble ya que ella significaría que el tramo entre C y D estaría construido pero no conectado a la fuente en A. Esta consideración queda traducida por el siguiente conjunto de restricciones:

$$\begin{aligned} 5) \quad & X_1 - X_3 \geq 0 \\ & X_3 - X_4 \geq 0 \\ & X_3 - X_5 \geq 0 \\ & X_5 - X_6 \geq 0 \\ & X_5 - X_7 \geq 0 \end{aligned}$$

Finalmente, como ya se dijo al comenzar, las variables X_i sólo pueden asumir los valores 0 y 1

$$6) \quad X_i = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

El problema del objetivo se ha tratado a la manera de la "programación de metas" en vista de que el problema planteado parecer pertenecer a la categoría de los "problemas con objetivos múltiples". En el caso del ejemplo, se trabajará con metas de beneficios totales actualizados y costos totales actualizados.

Supóngase que se plantea que los beneficios totales actualizados que se espera obtener de la inversión en el subproyecto sea un monto igual a B (lo cual puede estimarse en una forma bastante razonable) De la misma forma, supóngase que los costos totales actualizados de operación, mantenimiento y recaudación que se pretende ocasione la operación del subproyecto sean iguales a C.

Se calcula la desviación entre los beneficios reales logrados efectivamente del subproyecto, en la dimensión que se determine, y la meta propuesta B:

$$\sum_{i=1}^7 B_i X_i - B = u_B - v_B$$

donde u_B es el exceso del logro de beneficios sobre la meta B, y v_B es el defecto de dicho logro respecto a la misma meta. Por cierto que para estas nuevas variables existen las condiciones:

- a) $u_B \geq 0$
- b) $v_B \geq 0$
- c) $u_B \times v_B = 0$

atendiendo al hecho que la suma de los beneficios logrados puede ser mayor, igual o menor que B, posibilidades estas que se excluyen mutuamente.

Igualmente, para la meta de costo total actualizado se tendrá:

$$\sum_{i=1}^7 C_i X_i - C = u_C - v_C$$

También para las variables nuevas u_C y v_C se imponen las condiciones:

- a') $u_C \geq 0$
- b') $v_C \geq 0$
- c') $u_C \times v_C = 0$

La consideración de estas dos metas da lugar a las siguientes restricciones adicionales:

$$7) \quad \sum_{i=1}^7 B_i X_i - u_B + v_B = B$$

$$8) \quad \sum_{i=1}^7 C_i X_i - u_C + v_C = C$$

El objetivo que se plantea es el de hacer mínima la suma de las desviaciones entre los logros en materia de beneficios y costos y las metas establecidas: B y C

En resumen, el problema de programación se plantea en los siguientes términos:

Hallar los valores de las variables: u_B , u_C , v_B , v_C y las X_i de tal manera que se cumpla el sistema de restricciones:

$$1) \quad \sum_{i=1}^7 B_i X_i - \sum_{i=1}^7 C_i X_i - r \sum_{i=1}^7 I_i X_i \geq 0$$

$$2) \quad \sum_{i=1}^7 B_i X_i - b \sum_{i=1}^7 C_i X_i \geq 0$$

$$3) \quad \sum_{i=1}^7 I_i X_i \leq I$$

$$4) \quad \sum_{i=1}^7 K_i X_i \geq K$$

$$5) \quad \sum_{i=1}^7 B_i X_i - u_B + v_B = B \quad (\text{Meta de beneficios})$$

$$6) \quad \sum_{i=1}^7 C_i X_i - u_C + v_C = C \quad (\text{Meta de costos})$$

$$7) \quad X_1 - X_3 \geq 0$$

$$X_3 - X_4 \geq 0$$

$$X_3 - X_5 \geq 0$$

$$X_5 - X_6 \geq 0$$

$$X_5 - X_7 \geq 0$$

(Relaciones de dependencia entre los diversos tramos)

$$8) \quad x_i = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad v_i$$

y, además, hagan mínimo el valor de la función:

$$z = u_B + u_C + v_B + v_C$$

De la exposición queda claro que también las restricciones de inversión 3) y de cobertura eléctrica 4) podrían ser tratadas como metas a la manera de los beneficios y los costos.

Al resolver el problema para cada subproyecto se logra una solución no necesariamente óptima, en el sentido clásico de la programación lineal, pero sí bastante "satisfactoria". La solución determina, además de las variables del problema, el rendimiento de la inversión, la tasa de beneficio-costos, la inversión total, y la cobertura del subproyecto. Estos conceptos entrarán como las constantes del subproyecto en el problema de la determinación de los subproyectos a ejecutarse en la programación a nivel nacional.

Para esa programación nacional, el programa anterior deja abiertas dos opciones:

- a) Se puede establecer una jerarquización de todos los subproyectos atendiendo a algún criterio basado en las constantes mencionadas en el párrafo anterior; sea este rendimiento sobre la inversión, tasa beneficio-costos, cobertura de electrificación, etc. El mejor subproyecto, o el primero, es el que tiene el mayor valor de la constante elegida. Le siguen los que tienen valores menores en orden decreciente de sus constantes. Podría también usarse un promedio de esas constantes ponderando con valores establecidos extra-modelo.

b) Se puede plantear dicha programación nacional como un problema de programación de metas al estilo del modelo anterior para la determinación de la dimensión de los subproyectos individuales. En este caso, se definen las variables Y_j , binarias, cada una de las cuales indicará la ejecución o no ejecución del subproyecto j^o . Se tratará, entonces, de hallar los valores de las variables u'_B, u'_C, v'_B, v'_C y las Y_j de tal manera que cumplan el sistema de restricciones:

$$1) \sum_{j=1}^n B'_j Y_j - \sum_{j=1}^n C'_j Y_j - r' \sum_{j=1}^n I'_j Y_j \geq 0$$

$$2) \sum_{j=1}^n B'_j Y_j - b' \sum_{j=1}^n C'_j Y_j \geq 0$$

$$3) \sum_{j=1}^n I'_j Y_j \leq I'$$

$$4) \sum_{j=1}^n K'_j Y_j \geq K'$$

$$5) \sum_{j=1}^n B'_j Y_j - u'_B + v'_B = B'$$

$$6) \sum_{j=1}^n C'_j Y_j - u'_C + v'_C = C'$$

$$7) Y_j = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad \forall j$$

(En este nivel nacional no entran las relaciones de dependencia que se consideran en el nivel de subproyecto)

y además hagan mínima la función lineal siguiente:

$$z' = u'_B + u'_C + v'_B + v'_C$$

La simbología empleada en este programa de nivel nacional es la misma que se empleó en el nivel del subproyecto; sólo se diferenció en el uso del signo ' sobre la letra respectiva.

Esta opción b), como ha podido apreciarse, no permite establecer una jerarquía entre los proyectos del inventario, pero sí ha permitido tomar la decisión de cuáles subproyectos ejecutar en una etapa dada caracterizada por una disponibilidad de recursos de inversión y un conjunto de metas que indiquen el grado de "bienestar" que se quiere lograr para la comunidad rural del país para un determinado período de tiempo. En apoyo de esta opción b) se podría aventurar la opinión de que una jerarquización que norme la ejecución de un programa de ER a través de un largo período de tiempo sería totalmente inútil dado que entre una etapa y la etapa siguiente del cumplimiento del plan los parámetros que determinaron esa jerarquización es probable hayan variado tanto que tornen la jerarquización inicial en un absurdo explicable tan solo por consideraciones históricas.

APLICACION DEL MODELO ALTERNO 2 A LA DETERMINACION DE LA DIMENSION DEL SUB-PROYECTO IMBABURA.-

Con el objeto de demostrar la aplicación práctica del modelo propuesto como alternativa se tomará el sub-proyecto Imbabura en la misma forma en que se utilizó para aplicar la metodología del Modelo alterno 1. Los datos empleados correspondientes a ese sub-proyecto son los que aparecen en el cuadro de la página 13. En ese cuadro pueden apreciarse, además de las cifras de beneficios y costos actualizados e inversión total requerida para cada tramo del sub-proyecto, las tasas de rendimiento social de la inversión, de beneficio/costo y la cobertura de electrificación en cada tramo del subproyecto. Estas últimas cifras están indicando la cantidad de abonados potenciales en cada localidad que podrían beneficiarse con el sub-proyecto.

En primer lugar, se ha tomado como cota inferior de la tasa de rendimiento el valor 3,75 correspondiente al rendimiento promedio de la inversión para todos los tramos.

En segundo lugar, la cota inferior para la tasa de beneficio/costo se ha establecido en 1,96 la cual también corresponde a un promedio regional.

En tercer lugar, se ha supuesto que la cantidad de recursos de inversión disponibles para el sub-proyecto asciende a la cantidad de 16000. Esta cifra permite calcular las metas de beneficios y costos de acuerdo con las fórmulas:

$$B = \frac{brI}{b - r}$$

$$C = \frac{rI}{b - r}$$

SUB-PROYECTO IMBABURA

RAMAL		COSTOS (C _i)	BENEFICIOS (B _i)	INVERSION (I _i)	COBERTURA (K _i)	TASA B _i /C _i	TASA BN _i /I _i
i	Localidad						
1		18187	2123	7430	31	0,12	-2,16
2		4893	21423	638	30	4,38	25,91
3		10010	28678	1357	170	2,86	13,77
4		3450	10601	492	72	3,07	14,53
5		3115	6611	846	87	2,12	4,13
6		3980	8716	1008	147	2,19	4,70
7		1354	2357	389	37	1,74	2,58
8		597	0	249	23	0	-2,40
9		947	648	348	20	0,68	-0,86
10		1501	2670	429	40	1,78	2,74
11		4037	14295	448	31	3,54	22,90
12		1567	3183	417	46	2,03	3,88
13		1118	1324	368	19	1,18	0,56
14		1241	2295	346	32	1,85	3,05
15		582	0	243	31	0	-2,40
16		5806	19145	782	67	3,30	17,06
17		3952	5995	1205	63	1,52	1,70
Total para sub-proyecto		66337	130064	16995	936	1,96	3,75



Las fórmulas indicadas permiten establecer las metas de de beneficios y costos en las siguientes cifras:

Meta de beneficio: $B = 122500$

Meta de costo: $C = 62500$

Por último, se ha impuesto como restricción una cobertura de por lo menos 35% del total de viviendas existentes en el área del sub-proyecto lo cual hace ascender el total de viviendas a electrificar a 810.

En base a estas metas y restricciones se ha planteado el problema de dimensionamiento del sub-proyecto como un programa lineal en la forma que aparece en la página 15. El problema consta de 21 variables y 40 restricciones; las variables X_i son binarias y las variables u y v son variables enteras si es que los coeficientes de las ecuaciones de metas también lo son.

Al resolver este problema la solución resultante es la siguiente:

$$\begin{array}{cccccccc} X_1 = 1 & X_2 = 1 & X_3 = 1 & X_4 = 1 & X_5 = 1 & X_6 = 1 & X_7 = 1 & \\ X_8 = 1 & X_9 = 1 & X_{10} = 0 & X_{11} = 1 & X_{12} = 0 & X_{13} = 1 & X_{14} = 0 & \\ X_{15} = 1 & X_{16} = 1 & X_{17} = 1 & u_B = 0 & v_B = 584 & u_C = 0 & v_C = 472 & \\ & & & z = 1056 & & & & \end{array}$$

Esta solución significa que la mejor dimensión consiste en construir todos los tramos excepto los tramos 10, 12 y 14 lo cual implica invertir una cantidad igual a 15803 (hay una holgura en la restricción de inversión ascendente a 197), obtener beneficios totales en una cantidad igual a 121916 (584 menos que la meta propuesta), originar costos totales por operación, mantenimiento y recaudación en cantidad igual a 62028 (472 menos que la meta pro-

≡

0
0
-16000
810
122500
-122500
62500
-62500
0
-1
0
-1
0
-1
0
-1
0
-1
0
-1
0
-1
0
-1
0
-1
0
-1
0
-1
0
-1
0
-1
0
-1

- 1) Restricción de tasa de rendimiento (r = 3,75)
- 2) Restricción de tasa benef./costo (b = 1,96)
- 3) Restricción de recursos para inversión.
- 4) Restricción de cobertura de electrificación
- 5) y 6) Meta de beneficios actualizados totales
- 7) y 8) Meta de costos actualizados totales

9) a 40) Restricciones de conexión a la fuente

$$z = u_B + v_B + u_C + v_C$$

Función objetivo
a minimizar

puesta), y una cobertura de 818 viviendas (9 mas que la restricción establecida).

Por otra parte, esta dimensión del sub-proyecto de Imbabura significa operar con una tasa de rendimiento sobre la inversión de 3,7942 (0,0442 superior a la cota impuesta) y una tasa de beneficio/costo de 1,9655 (0,0055 superior a la cota).

Por un proceso similar al expuesto se puede determinar la mejor dimensión de todos los sub-proyectos definidos a nivel nacional. Producto del dimensionamiento se obtienen los parámetros que caracterizarán a cada uno de los sub-proyectos y a través de dichos parámetros se puede llegar a la jerarquización de los sub-proyectos si es que se decide por la primera opción mencionada en el texto, o bien, esos parámetros pueden alimentar el programa lineal de nivel nacional que permitirá decidir por los sub-proyectos a ser ejecutados en una primera etapa si es que se decide por la segunda opción del texto.

Cualquiera que sea la opción que se elija, el dimensionamiento de los sub-proyectos gira fundamentalmente en torno al concepto de "cobertura de electrificación" ya que el objetivo fundamental de un proceso de ER apunta hacia la elevación de los niveles de vida de los habitantes del campo. Consecuente con esto surge como una condición indispensable el disponer de un instrumento que permita proyectar los niveles de demanda de energía eléctrica de acuerdo a la evolución de ciertas variables que inciden en la misma. Con este propósito, este trabajo se complementa con un modelo econométrico lineal que se pretende sirva como un instrumento eficiente para efectuar dichas proyecciones.

UN MODELO ECONOMETRICO PARA PROYECTAR EL CONSUMO RURAL DE ENERGIA ELECTRICA.

El objetivo de este trabajo es la presentación de un sencillo modelo econométrico lineal como instrumento para proyectar un conjunto de variables que son de relevancia crucial en el contexto de las decisiones a tomar en un plan de electrificación rural. Tales variables son: consumo rural de energía eléctrica, consumo total de energía eléctrica, cantidad de abonados rurales, población económicamente activa, producción agropecuaria e ingreso rural.

El conjunto total de variables que entran en el modelo son las siguientes:

- x_1 : Población económicamente activa
- x_2 : Consumo total de energía eléctrica
- x_3 : Cantidad de abonados rurales
- x_4 : Producción agropecuaria
- x_5 : Ingreso rural
- x_6 : Consumo rural de energía eléctrica
- x_7 : Población total
- x_8 : Cantidad de emigrantes de la región en el año
- x_9 : Cantidad de inmigrantes a la región en el año
- x_{10} : Cantidad de viviendas (residenciales)
- x_{11} : Cantidad de locales comerciales
- x_{12} : Cantidad de locales industriales
- x_{13} : Producción total
- x_{14} : Inversión regional en electrificación
- x_{15} : Densidad de líneas de distribución
- x_{16} : Densidad de carreteras
- x_{17} : Inversión regional en infraestructura
- x_{18} : Cantidad de agroindustrias

De este conjunto de variables x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , x_5 y x_6 se consideran variables endógenas y el resto de ellas son variables exógenas o predeterminadas.

Las relaciones que se supone existen entre las variables, en cantidad igual al número de variables endógenas, y que constituyen el modelo completo, son las siguientes:

A) Modelo completo.-

$$1.- \quad x_1 = a_0 + a_7x_7 + a_8x_8 + a_9x_9$$

$$2.- \quad x_2 = b_0 + b_{10}x_{10} + b_{11}x_{11} + b_{12}x_{12} + b_{13}x_{13}$$

$$3.- \quad x_3 = c_0 + c_{14}x_{14} + c_{15}x_{15} + c_{16}x_{16}$$

$$4.- \quad x_4 = d_0 + d_1x_1 + d_{17}x_{17} + d_{18}x_{18}$$

$$5.- \quad x_5 = e_0 + e_4x_4 + e_{13}x_{13}$$

$$6.- \quad x_6 = f_0 + f_2x_2 + f_3x_3 + f_5x_5 + f_{18}x_{18}$$

La relación 1. describe el comportamiento de la Población económicamente activa como dependiendo de la Población total y de los movimientos migratorios entre regiones.

La relación 2 es una función de consumo de energía eléctrica explicable por la cantidad de viviendas existentes en la región divididas según el destino que le da el usuario (viviendas, comercio, industria)

La relación 3 explica el comportamiento de la cantidad de abonados rurales ante variaciones de la inversión regional en electrificación, la densidad de líneas de distribución y la densidad de carreteras existentes.

La relación 4 explica la producción agropecuaria mediante la conducta de la población económicamente activa, la inversión regional en infraestructura y el número de agroindustrias existentes.

La relación 5 es una función de ingreso rural dependiente de la producción total de la región y de la producción agropecuaria.

Finalmente, la relación 6 expresa el consumo rural de energía eléctrica en función del consumo total de electricidad, el número de abonados rurales, el ingreso rural y la cantidad de agroindustrias existentes.

A partir del modelo completo se pasa a la determinación del modelo reducido donde se expresan todas las variables endógenas en función de las variables exógenas:

B) Modelo reducido.-

$$1.- \quad x_1 = p_0 + p_7 x_7 + p_8 x_8 + p_9 x_9$$

$$2.- \quad x_2 = q_0 + q_{10} x_{10} + q_{11} x_{11} + q_{12} x_{12} + q_{13} x_{13}$$

$$3.- \quad x_3 = r_0 + r_{14} x_{14} + r_{15} x_{15} + r_{16} x_{16}$$

$$4.- \quad x_4 = s_0 + s_7 x_7 + s_8 x_8 + s_9 x_9 + s_{17} x_{17} + s_{18} x_{18}$$

$$5.- \quad x_5 = t_0 + t_7 x_7 + t_8 x_8 + t_9 x_9 + t_{13} x_{13} + t_{17} x_{17} + t_{18} x_{18}$$

$$6.- \quad x_6 = k_0 + k_7 x_7 + k_8 x_8 + k_9 x_9 + k_{10} x_{10} + k_{11} x_{11} + k_{12} x_{12} + \\ + k_{13} x_{13} + k_{14} x_{14} + k_{15} x_{15} + k_{16} x_{16} + k_{17} x_{17} + k_{18} x_{18}$$

En este modelo reducido se tiene:

$$p_0 = a_0$$

$$q_0 = b_0$$

$$r_0 = c_0$$

$$s_0 = a_0 d_1 + d_0$$

$$t_0 = a_0 e_4 d_1 + d_0 e_4 + e_0$$

$$k_0 = a_0 e_4 d_1 f_5 + d_0 e_4 f_5 + b_0 f_2 + c_0 f_3 + e_0 f_5 + f_0$$

-4-

$$\begin{array}{lll}
 p_7 = a_7 & p_8 = a_8 & p_9 = a_9 \\
 s_7 = a_7 d_1 & s_8 = a_8 d_1 & s_9 = a_9 d_1 \\
 t_7 = a_7 e_4 d_1 & t_8 = a_8 e_4 d_1 & t_9 = a_9 e_4 d_1 \\
 k_7 = a_7 e_4 d_1 f_5 & k_8 = a_8 e_4 d_1 f_5 & k_9 = a_9 e_4 d_1 f_5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 q_{10} = b_{10} & q_{11} = b_{11} & q_{12} = b_{12} & q_{13} = b_{13} \\
 k_{10} = b_{10} f_2 & k_{11} = b_{11} f_3 & k_{12} = b_{12} f_2 & t_{13} = e_{13} \\
 & & & k_{13} = f_2 b_{13} + e_{13} f_5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 r_{14} = c_{14} & r_{15} = c_{15} & r_{16} = c_{16} & s_{17} = d_{17} \\
 k_{14} = c_{14} f_3 & k_{15} = c_{15} f_3 & k_{16} = c_{16} f_3 & t_{17} = d_{17} e_4 \\
 & & & k_{17} = d_{17} e_4 f_5
 \end{array}$$

$$s_{18} = d_{18}$$

$$t_{18} = d_{18} e_4$$

$$k_{18} = d_{18} e_4 f_5 + f_{18}$$

En el modelo reducido se estiman los parámetros mediante el criterio de los mínimos cuadrados. Esta forma de estimación permite al mismo tiempo, en forma sencilla, docimar la significación de los parámetros estimados. (2).

Si las estimaciones de los parámetros son significativas se pasa entonces al cálculo de los parámetros estructurales del modelo completo.

-5-

c) Cálculo de los parámetros del modelo completo.-

$$a_0 = p_0$$

$$b_0 = q_0$$

$$c_0 = r_0$$

$$d_0 = \frac{p_7 s_0 - p_0 s_7}{p_7}$$

$$e_0 = \frac{s_7 t_0 - s_0 t_7}{s_7}$$

$$f_0 = \frac{k_0 p_7 - k_7 p_0}{p_7} - \frac{p_7 s_0 - p_0 s_7}{s_7} \frac{k_7}{s_7} - \frac{s_7 t_0 - s_0 t_7}{s_7} \frac{k_7}{t_7} - r_0 \frac{k_{11}}{q_{11}} - q_0 \frac{k_{12}}{q_{12}}$$

$$a_7 = p_7$$

$$a_8 = p_8$$

$$a_9 = q_9$$

$$f_2 = \frac{k_{12}}{q_{12}}$$

$$b_{10} = q_{10}$$

$$b_{11} = q_{11}$$

$$b_{12} = q_{12}$$

$$c_{14} = r_{14}$$

$$c_{15} = r_{15}$$

$$c_{16} = r_{16}$$

$$f_3 = \frac{k_{11}}{q_{11}}$$

$$d_1 = \frac{s_7}{p_7}$$

$$d_{17} = s_{17}$$

$$d_{18} = s_{18}$$

$$f_5 = \frac{k_7}{t_7}$$

$$e_4 = \frac{t_7}{s_7}$$

$$e_{13} = t_{13}$$

$$b_{13} = q_{13}$$

$$f_{18} = \frac{k_{18} s_7 - k_7 s_{18}}{s_7}$$

D.- Estimación y docimasia de significación de los parámetros del modelo reducido.-

Para ejemplificar la estimación y docimasia de los parámetros del modelo reducido se tomará la relación 1 de dicho modelo reducido:

$$1.- x_1 = p_0 + p_7 x_7 + p_8 x_8 + p_9 x_9$$

Se dispone de la información regional para las variables x_1 , x_7 , x_8 y x_9 :

Región	x_1	x_7	x_8	x_9
1	$x_{1,1}$	$x_{7,1}$	$x_{8,1}$	$x_{9,1}$
2	$x_{1,2}$	$x_{7,2}$	$x_{8,2}$	$x_{9,2}$
3	$x_{1,3}$	$x_{7,3}$	$x_{8,3}$	$x_{9,3}$
.
.
.
n	$x_{1,n}$	$x_{7,n}$	$x_{8,n}$	$x_{9,n}$

En base a esta información, se tratará de estimar el vector columna de parámetros:

$$p = \begin{bmatrix} p_0 \\ p_7 \\ p_8 \\ p_9 \end{bmatrix}$$

de acuerdo con el sistema de ecuaciones normales:

$$(X'X) p = X' Y$$

donde X es la matriz (n*4):

-7-

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{7,1} & x_{8,1} & x_{9,1} \\ 1 & x_{7,2} & x_{8,2} & x_{9,2} \\ 1 & x_{7,3} & x_{8,3} & x_{9,3} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_{7,n} & x_{8,n} & x_{9,n} \end{bmatrix}$$

Y es el vector columna de n componentes:

$$Y = \begin{bmatrix} x_{1,1} \\ x_{1,2} \\ x_{1,3} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{1,n} \end{bmatrix}$$

y X' es la transpuesta de X .

Con la condición de que el rango de la matriz X sea igual al número de variables del modelo (44 en el caso que se ilustra) se calcula la inversa de la matriz $(X'X)$ y se resuelve el sistema para el vector p :

$$p = (X'X)^{-1} X' Y$$

Esta relación da los valores numéricos de los parámetros buscados.

Queda por ver ahora la docimasia de significación de las estimaciones logradas.

Para el proceso de docimasia de significación de los parámetros del modelo reducido se calcula la matriz de las covarianzas de los estimadores por medio de la fórmula:

$$\text{var}(p) = \sigma^2(X'X)^{-1}$$

Esta es una matriz simétrica de orden 4 donde los elementos de la diagonal son las varianzas de los estimadores p y los demás elementos son las covarianzas de los respectivos estimadores. El número σ^2 recibe el nombre de varianza de la perturbación aleatoria de la ecuación y se estima con la fórmula:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n - 4} (Y'Y - p'X'Y)$$

En base a las estimaciones hechas y a los elementos de la diagonal de la matriz var(p) se calculan los valores de las variables t de Student para cada una de las estimaciones:

1.- $t_{p_0} = \frac{p_0}{\sqrt{\text{var}(p_0)}}$

2.- $t_{p_7} = \frac{p_7}{\sqrt{\text{var}(p_7)}}$

3.- $t_{p_8} = \frac{p_8}{\sqrt{\text{var}(p_9)}}$

4.- $t_{p_9} = \frac{p_9}{\sqrt{\text{var}(p_9)}}$

Estas variables t se distribuyen como Student con (n-k) grados de libertad, donde n es el número de observaciones y k el número de variables a estimar. En nuestro caso los grados de libertad son (n - 4).

A continuación se comparan los valores calculados de las t con el valor que dé la tabla de la variable t para el nivel de significación que se haya seleccionado.

De la comparación de las t con los valores tabulares de la distribución de Student puede resultar que algunos de los coeficientes p sean significativos y otros no lo sean. Esto podría introducir serias dudas respecto al valor predictivo del modelo. No obstante esto, es posible que aún cuando algunos de los coeficientes de la ecuación sean no significativos la ecuación completa puede ser significativa.

El análisis se completaría docimando la significación de la ecuación completa. Esto se realiza calculando, en primer lugar, el coeficiente de correlación múltiple R mediante la fórmula:

$$R^2 = \frac{p' X' Y}{Y' Y}$$

En seguida se calcula la cantidad:

$$F = \frac{R^2 / (k-1)}{(1-R^2) / (n-k)}$$

la cual está distribuida como la F de Snedecor con $(k-1)$ y $(n-k)$ grados de libertad.

Se compara esta F con el valor dado por la tabla F al nivel de significación deseado. Si el resultado de esta dócima es desfavorable a la ecuación entonces se puede desechar la misma para los propósitos de predicción que se tenía en mente.

E.- Implementación del modelo.-

Los datos necesarios para alimentar el modelo y llegar a las estimaciones deseadas deberían provenir de series cronológicas de las variables del modelo a nivel de la región susceptible de considerarse en el Plan de Electrificación rural lo suficientemente extensas para garantizar en algún grado la significación de las estimaciones buscadas.

Sin embargo, la situación del inventario de información estadística existente no parece respaldar esa pretensión. Mucha de la información requerida para el modelo aparece en forma fragmentaria e incompleta o bien es inexistente; en otros casos su definición no se adapta a los fines del modelo.

Por la razón apuntada, se hace necesario que la información requerida provenga de un corte transversal (cross-cut) a nivel de todas las regiones de Electrificación rural en un mismo período de tiempo. Esto no constituye una situación ideal ya que en ese corte transversal estarían integrándose regiones de características socio-económicas y de todo tipo profundamente diferentes lo cual haría que los parámetros estimados reflejasen condiciones promedias nacionales.

Por otra parte, si la región a considerar no obedeciese a una definición político-administrativa vigente es posible que tampoco se pueda disponer de la información necesaria en la forma requerida. Esta última objeción deja una sola alternativa abierta para resolver el problema de la información para el modelo: la realización de una encuesta regional a nivel censal o bien, si la disponibilidad de recursos no permite dicha opción, a nivel de muestreo mediante una encuesta bien elaborada y en base a una muestra eficientemente diseñada.