

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA

SIMULACION DE TRANSFORMADORES

TESIS PREVIA A LA OBTENCION DEL TITULO DE INGENIERO

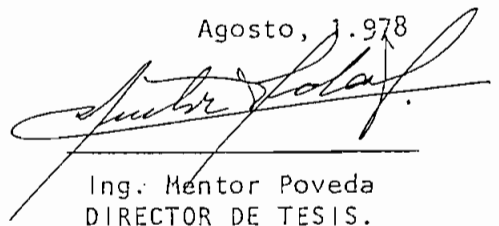
ELECTRICO EN LA ESPECIALIZACION DE POTENCIA

LUIS EDMUNDO RUALES CORRALES

QUITO - AGOSTO - 1.978

Certifico que este trabajo fue
realizado en su totalidad por
el señor Luis E. Ruales Corra-
les.

Agosto, 1.978



Ing. Mentor Poveda
DIRECTOR DE TESIS.

A G R A D E C I M I E N T O

A mis Padres, que con su esfuerzo y sacrificio han sido quienes han hecho posible este trabajo.

Al señor Ingeniero Méntor Poveda, Director de Tesis, - quien con su valiosa guía, me ayudó a superar las dificultades y llegar a la conclusión.

A las personas que conforman el Departamento de Potencia de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y el Instituto de Computación e Informática.

A todos, Gracias.

I N D I C E

<u>C O N T E N I D O</u>	<u>P A G I N A</u>
- INTRODUCCION	
<u>CAPITULO I</u>	
CIRCUITO EQUIVALENTE DEL TRANSFORMADOR	1
1.1. Análisis de circuitos acoplados	1
1.2. Circuito equivalente del transformador	6
<u>CAPITULO II</u>	
MODELO MATEMATICO DEL TRANSFORMADOR	
2.1 Modelo matemático del transformador sin considerar la no linealidad del hierro	10
2.2. Representación de la no linealidad del hierro	17
2.3 Restricciones impuestas al modelo por el circuito abierto del secundario	24
2.4 Determinación de las corrientes transitorias de magnetización	26
<u>CAPITULO III</u>	
EL PROGRAMA DIGITAL	
3.1 Algoritmo utilizado	29
3.2 Diagrama de bloques del programa digital	34

3.3	Restricciones	40
-----	---------------	----

CAPITULO IV

OPERACION DEL MODELO

4.1	Ejemplo de prueba del Programa Digital	41
4.2	Pruebas de funcionamiento	46
4.2.1	Estado estable bajo carga	47
4.2.2	Estado estable en vacío	49
4.2.3	Corrientes transitorias de magnetización	51
4.3	Comparación de los resultados obtenidos por medio del modelo, con resultados obtenidos experimentalmente.	56

CAPITULO V

	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	61
	APENDICE	63
	BIBLIOGRAFIA	67

INTRODUCCION

Las corrientes transitorias de magnetización, presentadas - cuando un transformador es energizado, pueden alcanzar valores elevados que interfieren en la operación de equipos eléctricos, sistemas de protección y producir caídas de tensión.

Para el diseño y solución de la protección adecuada, que distinga una corriente de falla y la corriente transitoria de magnetización, y evitar posibles dificultades en la operación de un sistema, es necesario un medio para la predicción rápida de las corrientes transitorias de magnetización, en base a parámetros disponibles del transformador.

En el presente trabajo se pretende realizar un estudio teórico de la simulación de transformadores, desarrollando un modelo matemático para el computador digital cuya aplicación inmediata es tratar de predecir las corrientes transitorias de magnetización.

El sistema de ecuaciones que definen el modelo, son tratadas en función de concatenaciones de flujo. Se introduce el efecto de la no linealidad del hierro del núcleo del transformador por medio de la curva de magnetización.

CIRCUITO EQUIVALENTE DEL TRANSFORMADOR

1.1 ANÁLISIS DE CIRCUITOS ACOPLADOS.-

Para el análisis siguiente se considera que los circuitos magnéticos acoplados de la figura 1.1 tienen su resistencia concentrada fuera de las bobinas (1).

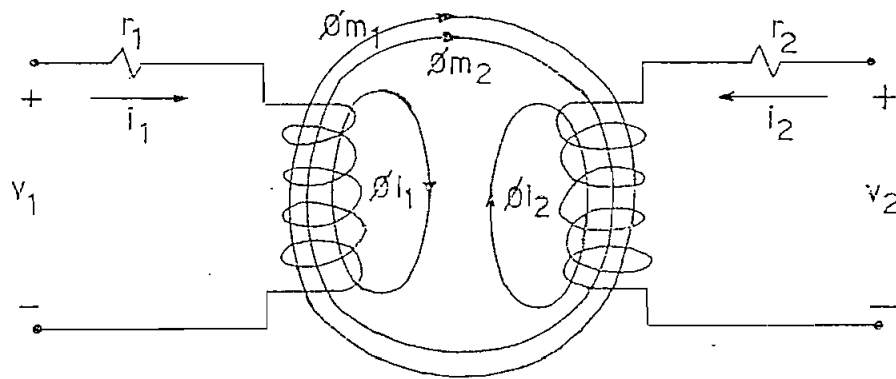


Figura 1.1

El flujo que enlaza a cada bobina está definido por tres componentes:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \phi_{l1} + \phi_{m1} + \phi_{m2} \\ \phi_2 &= \phi_{l2} + \phi_{m2} + \phi_{m1} \end{aligned} \quad (1.1)$$

(1) Los números sin puntos decimal entre paréntesis corresponden a las referencias bibliográficas.

donde:

ϕ_1 = Flujo total que enlaza a la bobina 1

ϕ_2 = Flujo total que enlaza a la bobina 2

ϕ_{l_1} = Flujo que, producido por la bobina 1, sólo enlaza esa bobina.

ϕ_{l_2} = Igual que ϕ_{l_1} , para la bobina 2.

Tanto ϕ_{l_1} como ϕ_{l_2} se denominan de dispersión

ϕ_{m_1} = Flujo que, producido por la corriente que fluye por la bobina 1, enlaza también la bobina 2.

ϕ_{m_2} = Igual que ϕ_{m_1} , producido por la bobina 2.

$\phi_{m_1} + \phi_{m_2}$ = Flujo mútuo, la dirección positiva de las corrientes es tal, que ambos se suman.

Si asumimos que el circuito magnético es lineal cada uno de los flujos arriba descritos se pueden expresar de la siguiente forma:

$$\phi_{l_1} = \mu_{l_1} N_1 i_1$$

$$\phi_{m_1} = \mu_m N_1 i_1$$

$$\phi_{l_2} = \mu_{l_2} N_2 i_2. \quad (1.2)$$

$$\phi_{m_2} = \mu_m N_2 i_2$$

μ_{l_1} μ_{l_2} son permeancias de dispersión de sus bobinas respectivas.

P_m es la permeancia mūtua, igual para \emptyset_{m1} y \emptyset_{m2}

N_1, N_2 es el nūmero de vueltas de las bobinas respectivas.

Las concatenaciones de flujos totales (λ_1, λ_2) son:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= N_1 \emptyset_{l1} + N_1 \emptyset_{m1} + N_1 \emptyset_{m2} \\ \lambda_2 &= N_2 \emptyset_{l2} + \emptyset_{m2} N_2 + N_2 \emptyset_{m1}\end{aligned}\quad (1.3)$$

Puesto que, se asumió la linealidad del circuito magnético, se puede reemplazar las ecuaciones (1.1) en (1.3) y se tiene:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= P l_1 N_1^2 i_1 + P_m N_1^2 i_1 + P_m N_1 N_2 i_2 \\ \lambda_2 &= P l_2 N_2^2 i_2 + P_m N_2^2 i_2 + P_m N_2 N_1 i_1\end{aligned}\quad (1.4)$$

En circuitos magnéticos lineales, las concatenaciones de flujo pueden ser expresadas en términos de inductancias.

Los dos primeros términos de las ecuaciones (1.4) dependen del número de vueltas y las permeancias asociadas con la bobina a la que se refiere cada ecuación. Las autoinductancias pueden ser definidas como:

$$L_{11} = P l_1 N_1^2 + P_m N_1^2 \quad (1.5)$$

$$L_{22} = P l_2 N_2^2 + P_m N_2^2$$

Estas inductancias pueden ser divididas en inductancias de dispersión y de magnetización.

$$L l_1 = P l_1 N_1^2$$
$$L l_2 = P l_2 N_2^2 \quad (1.6)$$

$$L m_1 = P_m N_1^2$$
$$L m_2 = P_m N_2^2 \quad (1.7)$$

Las autoinductancias quedan expresadas:

$$L_{11} = L l_1 + L m_1$$
$$L_{22} = L l_2 + L m_2 \quad (1.8)$$

Las inductancias mútuas provienen del último término de las expresiones (1.4) para las concatenaciones de flujo. Por definición:

$$L_{12} = \mu_m N_1 N_2$$

$$L_{21} = \mu_m N_2 N_1$$

de donde:

$$L_{12} = L_{21}$$

Es importante distinguir entre flujo m\u00fatuo e inductancia m\u00fatua.

El flujo m\u00fatuo es aquel com\u00fan a las dos bobinas, en este caso $\phi_{m1} + \phi_{m2}$. Sin embargo, la inductancia m\u00fatua no est\u00e1 directamente relacionada al flujo m\u00fatuo como es el caso de las inductancias de dispersi\u00f3n y el flujo de dispersi\u00f3n.

Las concatenaciones de flujo ser\u00e1n:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

desarrollando λ_1 se puede llegar a:

$$\lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2 \quad (1.10)$$

si las expresiones:

$$L_{12} = \mu_m N_1 N_2$$

$$L_{m1} = \mu_m N_1^2$$

son divididas miembro a miembro se obtiene:

$$L_{12} = \frac{N_2}{N_1} L_{m1}$$

esta expresión al ser reemplazada en (1.10) queda:

$$\lambda_1 = L_{l1} i_1 + L_{m1} \left(i_1 + \frac{N_2}{N_1} i_2 \right) \quad (1.11)$$

En forma similar se puede llegar a:

$$\lambda_2 = L_{l2} i_2 + L_{m2} \left(i_2 + \frac{N_1}{N_2} i_1 \right) \quad (1.12)$$

1.2 CIRCUITO EQUIVALENTE DEL TRANSFORMADOR.-

Para desarrollar un

circuito equivalente es preciso implementar un cambio de -

variables y referir todas las variables que nos permitan tener una inductancia de magnetización común a una sola referencia. Con este objeto las cantidades asociadas a un circuito se conservan y se reemplazan las de las otras bobinas que tienen el mismo flujo mutuo (1).

Si se selecciona la bobina 1 como referencia, el siguiente grupo de variables sustitutas son llevadas al circuito equivalente:

$$i_2' = \frac{N_2}{N_1} i_2$$

$$v_2' = \frac{N_1}{N_2} v_2$$

Se puede considerar a i_2' como la corriente que, fluyendo en una bobina de N_1 vueltas, (N_2 de vueltas N_1) produce la misma fuerza magneto matriz que i_2 fluyendo en una bobina de N_2 vueltas.

Así mismo, se puede considerar a v_2' el voltaje necesario para mantener la misma potencia en el sistema sustituto que en el original, es decir:

$$v_2 i_2 = v_2' i_2'$$

Sin embargo, el cambio de variable en el voltaje proviene del cambio de variables en las concatenaciones de flujo, λ_2 , para lograr una inductancia de magnetización común.

Considerando la bobina 1 como referencia y sustituyendo las nuevas variables en las ecuaciones de las concatenaciones de flujo, queda:

$$\lambda_1 = Ll_1 i_1 + Lm_1 (i_1 + i_2')$$

$$\lambda_2' = \frac{N_1}{N_2} \lambda_2$$

$$Ll_2' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Ll_2 \text{ y } r_2' = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 r_2$$

Luego:

$$\lambda_2' = Ll_2' i_2' + Lm_2' (i_1 + i_2')$$

Las ecuaciones de voltaje que definen el circuito de la figura

1.1, en forma ~~matricial~~ son:

matricial

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p\lambda_1 \\ p\lambda_2' \end{bmatrix}$$

Donde p es el operador $\frac{d}{dt}$.

Reemplazando y derivando las concatenaciones de flujo, las ecuaciones de voltaje pueden plantearse como:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Ll_1 + Lm_1 & Lm_1 \\ Lm_1 & Ll_2' + Lm_2' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} pi_1 \\ pi_2' \end{bmatrix}$$

Estas ecuaciones nos sugieren el siguiente circuito equivalente:

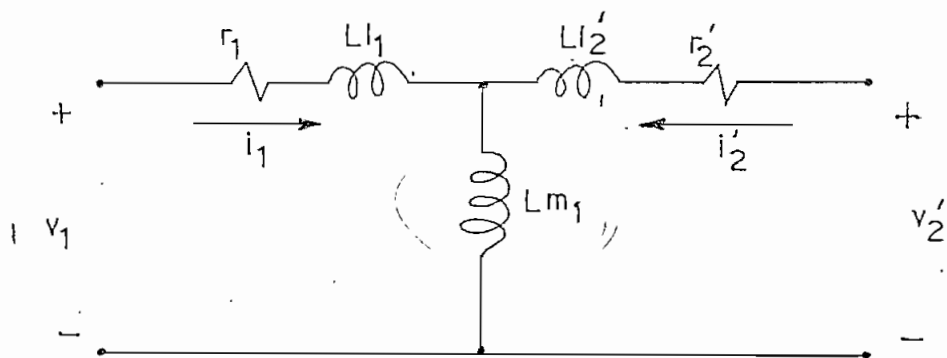


Figura 1.2

C A P I T U L O I I

EL MODELO MATEMATICO DEL TRANSFORMADOR

2.1 MODELO MATEMATICO DEL TRANSFORMADOR, SIN CONSIDERAR LA NO LINEALIDAD DEL HIERRO.-

Del análisis de los circuitos acoplados se ha llegado a establecer un circuito equivalente del transformador, Figura 1.2 que está definido por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_{2'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_{2'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_{2'} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p \lambda_1 \\ p \lambda_{2'} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Las concatenaciones totales de flujo han sido expresadas como:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_{2'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ll_1 + Lm & Lm \\ Lm & Ll_{2'} + Lm \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_{2'} \end{bmatrix}$$

Donde L_m es la inductancia de magnetización común.

Si a estas ecuaciones de concatenaciones de flujo, les multiplicamos por una frecuencia angular base, tendremos las ecuaciones como relaciones de reactancias; para simplificar las ecuaciones, se escoge como velocidad angular base, a la velocidad angular eléctrica, ω_e (3)

$$\omega_e \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2' \end{bmatrix} = \omega_e \begin{bmatrix} L l_1 + L_m & L_m \\ L_m & L l_2' + L_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2' \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Si definimos a:

$$\begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2' \end{bmatrix} = \omega_e \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2' \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones (2.2) quedan expresadas como:

$$\begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X l_1 + X_m & X_m \\ X_m & X l_2' + X_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2' \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Estas ecuaciones son introducidas en las ecuaciones de voltaje que definen al circuito equivalente del transformador (2.1) con lo que quedan planteados en función de ψ_1 y ψ_2' .

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2' \end{bmatrix} + \frac{1}{\omega e} \begin{bmatrix} p\psi_1 \\ p\psi_2' \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Se puede definir también:

$$\psi_m = X_m (i_1 + i_2') \quad (2.5)$$

Como puede observarse, ψ_1 , ψ_2' , ψ_m se expresan en términos de voltaje y son el producto de una reactancia por una corriente.

Integrando las ecuaciones de voltaje (2.4) se puede llegar a obtener las expresiones de ψ_1 y ψ_2' ;

$$\begin{bmatrix} p\psi_1 \\ p\psi_2' \end{bmatrix} = \omega e \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2' \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Si bien es cierto que el modelo puede quedar definido en términos de corriente y por tanto pasar a resolver el sistema de ecuaciones (2.6), se ha optado por plantear el modelo en términos de concate-

naciones de flujo, por la relativa facilidad con que se puede introducir el efecto de la no linealidad del hierro, aspecto que se dificulta cuando se trata al modelo en términos de corrientes, como podrá probarse en el proceso del análisis.

Por lo anotado, es necesario que el sistema de ecuaciones esté en función de concatenaciones de flujo, siendo necesario que el modelo utilice las concatenaciones de flujo como variables de estado.

Las ecuaciones de ψ_1 , ψ_2' (2.4) en combinación con la ecuación de ψ_m (2.5) pueden ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{l1} & 0 \\ 0 & X_{l2}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_m \\ \psi_m \end{bmatrix}$$

De estas ecuaciones se puede obtener las corrientes en función de las concatenaciones de flujo.

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{l1} & 0 \\ 0 & X_{l2}' \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \psi_1 - \psi_m \\ \psi_2' - \psi_m \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Al sustituir las corrientes en las ecuaciones (2.6), queda expresado ψ_1 y ψ_2' como funciones únicamente de las concatenaciones de flujo.

$$\begin{bmatrix} p\psi_1 \\ \\ p\psi_2' \end{bmatrix} = we \begin{bmatrix} v_1 \\ \\ v_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{-r_1}{X1_1} & 0 & \frac{r_1}{X1_1} \\ 0 & \frac{-r_2'}{X1_2'} & \frac{r_2'}{X1_2'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2' \\ \psi_m \end{bmatrix}$$

(2.8)

En estas ecuaciones puede observarse que ψ_1 está en función de ψ_1 y ψ_2' está en función de ψ_2' , es decir, que cada una está en función de sí misma, lo que a primera vista podría considerarse incorrecto.

Sin embargo, es correcto, si se considera que, partimos de un punto inicial, determinado por ciertas condiciones iniciales, para llegar a determinar un nuevo punto.

Se hace necesario además, que ψ_m sea una función ψ_1 y ψ_2' para lo cual en la ecuación (2.5) introducimos a las corrientes

(2.7) en función de ψ_1 y ψ_2' con lo que se obtiene:

$$\psi_m = X_m \left(\frac{\psi_1 - \psi_m}{X_{1_1}} + \frac{\psi_2' - \psi_m}{X_{1_2}'} \right) \quad (2.9)$$

simplificando y reduciendo esta ecuación se llega a obtener:

$$\psi_m = \frac{1}{\frac{1}{X_{1_1}} + \frac{1}{X_{1_2}'} + \frac{1}{X_m}} \cdot \left(\frac{\psi_1}{X_{1_1}} + \frac{\psi_2'}{X_{1_2}'} \right)$$

Si definimos:

$$X = \frac{1}{\frac{1}{X_{1_1}} + \frac{1}{X_{1_2}'} + \frac{1}{X_m}}$$

ψ_m en función de ψ_1 y ψ_2' queda definida por la siguiente relación:

$$\psi_m = X \left(\frac{\psi_1}{X_{1_1}} + \frac{\psi_2'}{X_{1_2}'} \right) \quad (2.10)$$

Con esta ecuación queda definido el sistema de ecuaciones para determinar las concatenaciones de flujo.

El sistema de ecuaciones completo queda formado por las ecuaciones que a continuación se escriben:

$$\begin{bmatrix} p\psi_1 \\ p\psi_2' \\ \psi_m \end{bmatrix} = we \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2' \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{r_1}{Xl_1} & 0 & \frac{-r_1}{Xl_1} \\ 0 & \frac{r_2'}{Xl_2'} & \frac{-r_2'}{Xl_2'} \\ \frac{X}{weXl_1} & \frac{X'}{weXl_2'} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2' \\ \psi_m \end{bmatrix}$$

(2.11)

Como puede observarse, cada una de las ecuaciones están en función de concatenaciones de flujo. Además, puede notarse que ψ_m es una relación lineal de ψ_1 y ψ_2' .

De la solución del sistema de ecuaciones, se obtiene ψ_1 , ψ_2' y ψ_m que en sí, pueden considerarse como concatenaciones de flujo, con las ecuaciones (2.7) se puede obtener fácilmente las corrientes i_1 e i_2' .

El modelo matemático del transformador está completo, pero, sin considerar la no linealidad que presenta el hierro del núcleo - del transformador, todo el análisis ha sido realizado asumiendo la linealidad del hierro, es decir, sin considerar la saturación.

2.2 REPRESENTACION DE LA NO LINEALIDAD DEL HIERRO. -

El estudio de la simulación de transformadores y particularmente la determinación de las corrientes transitorias de magnetización se dificulta principalmente, por lo difícil de modular las características magnéticas del núcleo y la asimetría en el lazo de histéresis (2).

El núcleo de un transformador da una respuesta no lineal a la aplicación del voltaje, es decir, la relación entre la corriente de excitación y el flujo producido, no es lineal, debido a la saturación del hierro del núcleo; como puede verse en la figura 2.1, correspondiente a la curva de magnetización de un transformador marca "Ferranti", existe - en el Laboratorio de Máquinas Eléctricas de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Escuela Politécnica Nacional, - que servirá como ejemplo para la prueba del modelo desarrollado en el presente estudio.

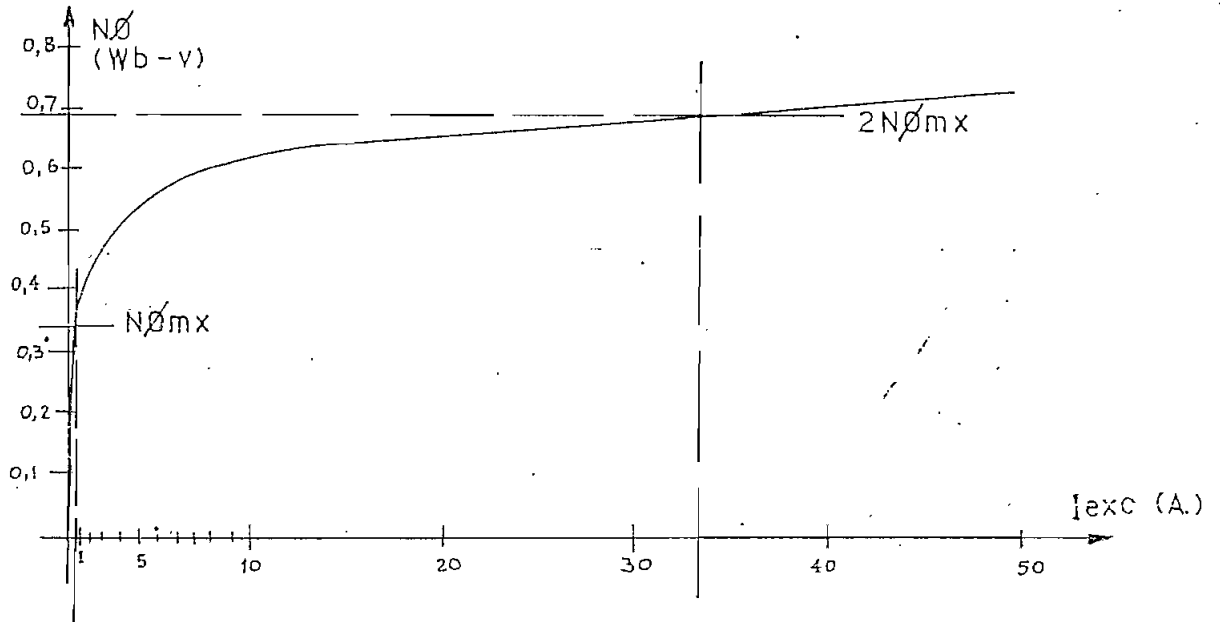


Figura 2.1

La relación entre el flujo magnético y la corriente de excitación no tiene una expresión matemática conocida. Por tanto, con la ayuda de métodos numéricos y en base a la curva de magnetización se trata de superar esta dificultad.

Para el efecto, es muy importante tener en cuenta que, para condiciones de circuito abierto se tiene que el voltaje de circuito abierto es igual al producto de la reactancia de magnetización por la suma de las corrientes, es decir:

$$v_{ca} = X_m (i_1 + i_2') = \psi_m \quad (2.12)$$

vca = voltaje de circuito abierto

Esta aproximación es fundamental para realizar el desarrollo correspondiente (3).

Una curva de magnetización del hierro del núcleo de un transformador es posible expresarle como voltaje de circuito abierto en función de corriente de excitación. Teniendo en cuenta la ecuación (2.12) la curva de magnetización puede ser dibujada como la de la figura 2.2, donde puede verse que la pendiente de la recta del entrehierro es igual a 1, es decir, que forma un ángulo de 45° con uno de los ejes del sistema de referencia.

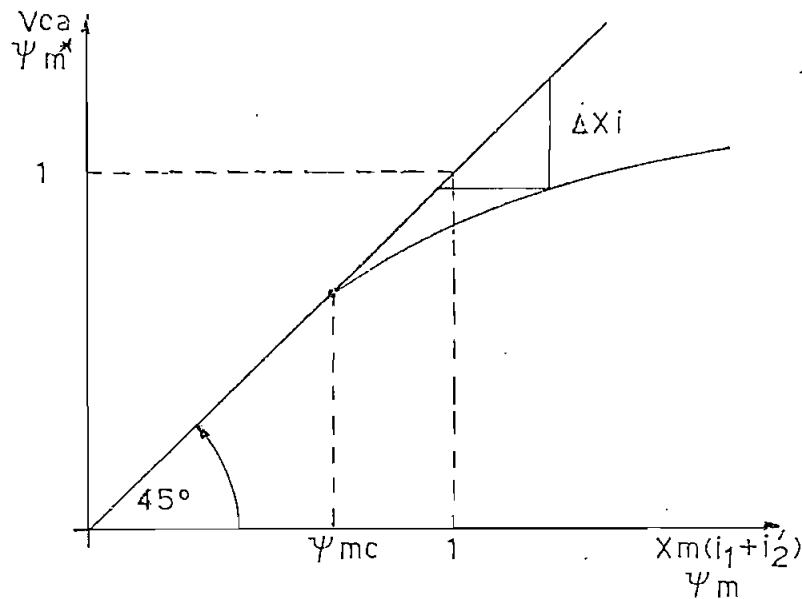


Figura 2.2

En una curva de la figura 2.2 , mientras la curva sea una recta, la respuesta del hierro es lineal; pero, a medida que se incrementa la corriente, la curva va perdiendo la linealidad y empieza el denominado "codo" de la curva, es decir, se hace presente la saturación.

En la curva para cada valor de corriente y por tanto de ψ_m , - es posible conocer el parámetro ΔXi , que no es más que la diferencia que existe entre la línea del entrehierro (caso de existir linealidad en el hierro) y el valor verdadero de la curva de magnetización, para un mismo valor de corriente. Es decir:

$$\psi_m^* = X_m (i_1 + i_2') - \Delta Xi \quad (2.13)$$

ψ_m^* es el valor de ψ_m introducido la no linealidad del hierro del núcleo, (saturado).

Siendo posible obtener un valor de ΔXi para cada valor de ψ_m , se puede construir una curva ΔXi en función de ψ_m como se indica en la figura 2.3.

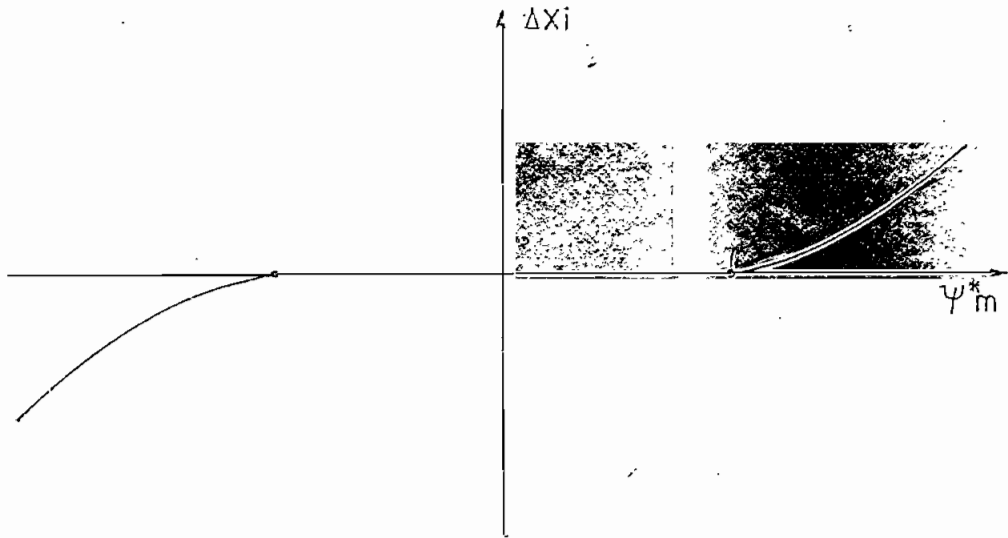


Figura 2.3

Una vez conocido ψ_m^* es necesario introducirlo en las demás ecuaciones. Las ecuaciones de las corrientes en función de las concatenaciones de flujo quedan:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & 0 \\ 0 & X_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \psi_1 - \psi_m^* \\ \psi_2 - \psi_m^* \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Estas corrientes, son reemplazadas en la expresión (2.13) y se obtiene:

$$\psi_m^* = X_m \left(\frac{\psi_1}{Xl_1} + \frac{\psi_2'}{Xl_2'} \right) - X_m \cdot \psi_m^* \cdot \left(\frac{1}{Xl_1} + \frac{1}{Xl_2'} \right) \Delta X_i$$

simplificando la ecuación se llega a:

$$\psi_m^* = \frac{X_m}{1 + X_m \left(\frac{1}{Xl_1} + \frac{1}{Xl_2'} \right)} \left[\left(\frac{\psi_1}{Xl_1} + \frac{\psi_2'}{Xl_2'} \right) - \frac{\Delta X_i}{X_m} \right]$$

Haciendo:

$$X = \frac{X_m}{\frac{1}{X_m} + \frac{1}{Xl_1} + \frac{1}{Xl_2'}}$$

Se obtiene la expresión:

$$\psi_m^* = X \left(\frac{\psi_1}{Xl_1} + \frac{\psi_2'}{Xl_2'} \right) - \frac{X}{X_m} \cdot \Delta X_i \quad (2.15)$$

Con esta ecuación se introduce la no linealidad del hierro del núcleo del transformador.

Por tanto, teniendo en cuenta la saturación del hierro, las ecuaciones fundamentales del modelo matemático quedan definidas como:

$$\begin{bmatrix} p\psi_1 \\ p\psi_2 \\ \psi_m \end{bmatrix} = We \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{r_1}{Xl_1} & 0 & \frac{-r_1}{Xl_1} \\ 0 & \frac{r_2}{Xl_2} & \frac{-r_2}{Xl_2} \\ \frac{X}{WeXl_1} & \frac{X}{WeXl_2} & \left(\frac{X}{XmWe\psi_m^*} \right) \Delta Xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_m^* \end{bmatrix}$$

(2.16)

Puede notarse las ventajas de introducir la no linealidad del hierro por medio de concatenaciones de flujo, se logra el efecto sin mayor dificultad. Si bien es cierto que, se puede introducir la no linealidad del hierro en función de las corrientes, existe el inconveniente que las corrientes obtenidas de la resolución de las ecuaciones diferenciales (2.6), deben ser puestas en términos de flujos para introducir la saturación de hierro y una vez realizado este paso, volver a términos de corrientes para resolver las ecuaciones diferenciales. Todo este proceso dificulta la introducción que no sucede al hacerlo por medio de concatenaciones de flujo donde se tiene un proceso

uniforme.

2.3 RESTRICCIONES IMPUESTAS AL MODELO POR EL CIRCUITO ABIERTO DEL SECUNDARIO:

El hecho de tener el secundario en circuito abierto, obliga a realizar ciertas restricciones tendientes al correcto funcionamiento del modelo.

Para definir las condiciones iniciales, es necesario la predicción de una función que exprese el voltaje en el secundario para la condición de circuito abierto, para lo cual, en cierta manera forzamos a que la corriente en el secundario sea igual a cero (3).

Es decir, si en la ecuación:

$$v_2' = i_2' r_2' + \frac{1}{\omega e} \cdot \frac{d\psi_2'}{dt}$$

hacemos: $i_2' = 0$, queda

$$v_2' \text{ ca} = \frac{1}{\omega e} \cdot \frac{d\psi_2'}{dt}$$

Igualmente la expresión para ψ_2' de la ecuación (2.3) queda reducida a la expresión:

$$\psi_2' = X_m i_1$$

Sustituyendo ψ_2' en la ecuación del voltaje de circuito abierto se tiene:

$$v_2'_{ca} = \frac{1}{\omega_e} \cdot \frac{d}{dt} (X_m i_1)$$

Para la misma condición ($i_2' = 0$) la expresión de ψ_1 (2.3) queda reducida a:

$$\psi_1 = X_{l_1} i_1 + X_m i_1$$

de donde podemos obtener i_1

$$i_1 = \frac{\psi_1}{X_{l_1} + X_m}$$

este valor de corriente es utilizado para determinar la función $V_2'_{ca}$ que puede ser expresada como:

$$v_2'_{ca} = \frac{1}{\omega_e} \cdot \frac{d}{dt} \left(X_m \frac{\psi_1}{X_{l_1} + X_m} \right)$$

001802

que finalmente puede escribirse como:

$$v_2' \text{ ca} = \frac{X_m}{X_{l_1} + X_m} \cdot \frac{1}{\omega_e} \cdot \frac{d\psi_1}{dt}$$

el valor de $\frac{1}{\omega_e} \cdot \frac{d\psi_1}{dt}$ puede obtenerse de la ecuación (2.8), con lo que la función que define el voltaje del secundario de circuito abierto será:

$$v_2' \text{ ca} = \frac{X_m}{X_{l_1} + X_m} \cdot \left[v_1 + \frac{r_1}{X_{l_1}} (\psi_m - \psi_1) \right] \quad (2.17)$$

Con este mecanismo de forzar para que la corriente en el secundario en circuito abierto sea igual a cero, se está prediciendo un valor aproximado del voltaje de circuito abierto del secundario.

2.4 DETERMINACION DE LAS CORRIENTES TRANSITORIAS DE MAGNETIZACION.-

Cuando un transformador es energizado, una corriente transitoria, conocida como corriente transitoria de magnetización, generalmente fluye por un corto período de tiempo, hasta que las condiciones normales del flujo son restablecidas (4).

En la referencia (5) puede encontrarse un estudio del fenómeno en sí de las corrientes transitorias de magnetización en transformadores, los factores que lo determinan, los efectos que produce y su influencia en la protección de transformadores.

En el presente estudio teórico de simulación de transformadores, se pretende predecir las corrientes transitorias de magnetización.

Una vez determinado el modelo magnético para la simulación del transformador, es necesario determinar las condiciones iniciales para la resolución de las ecuaciones fundamentales de las concatenaciones de flujo, para inmediatamente proceder a determinar las corrientes transitorias de magnetización.

Las condiciones iniciales con que se parte a la energización del transformador, en un tiempo inicial ($t = 0$ segundos), son:

Las corrientes del primario y del secundario del transformador son iguales a cero; lo que lleva a determinar, unas concatenaciones de flujo ψ_1 , ψ_2 , ψ_m iguales también a cero, como puede determinarse con las ecuaciones (2.3) y (2.5). El voltaje aplicado al circuito del primario del transformador, para el mismo instante tendrá un valor, dependiendo éste del ángulo

de conexión; la magnitud de este voltaje, en el momento de energización será un factor importante que influirá en la magnitud de la corriente transitoria de magnetización.

Con las condiciones iniciales,

$$i_1 = i_2' = 0$$

$$\psi_1 = \psi_2' = \psi_m = 0$$

$$v_1 = V_{\max} \cdot \text{sen} (\omega t + \theta)$$

donde, V_{\max} es el voltaje de pico del voltaje aplicado, $t = 0$, $\theta =$ el ángulo de conexión. Es posible determinar la función del voltaje de secundario en circuito abierto (2.17), que hace que la corriente en el secundario del transformador se mantenga igual a cero.

Determinadas las corrientes iniciales, es posible resolver las ecuaciones diferenciales de las concatenaciones de flujo (2.16), con lo que por medio de las expresiones (2.7) que relacionan las corrientes con las concatenaciones de flujo, se puede calcular las corrientes transitorias de magnetización.

C A P I T U L O III

EL PROGRAMA DIGITAL

3.1 ALGORITMO UTILIZADO.-

El programa digital está escrito - en FORTRAN IV. Fue diseñado y elaborado para el computador digital IBM 370/125, del Instituto de Computación e informática de la Escuela Politécnica Nacional.

El proceso seguido por el programa para la solución - del problema es el siguiente:

- Suministro de información y datos sobre el transformador.
- Escritura de datos y títulos generales.
- Determinación de las condiciones iniciales para la - resolución de las ecuaciones diferenciales de ψ_1 y ψ_2 .
- Proceso iterativo para la resolución de las ecuaciones diferenciales, por medio del método de Runge -

Kutta de cuarto orden.

- Cálculo de las corrientes.
- Impresión de los resultados.

El programa digital consta de, el programa principal, cuatro subrutinas y un subprograma de función.

- Programa Principal :

Contiene las instrucciones para almacenamiento de datos y recuperación de resultados, el proceso iterativo para la resolución de ecuaciones diferenciales y cálculo de corrientes.

- Subrutina ENTIT:

Esta subrutina lee los datos generales (voltaje del primario, frecuencia y ángulo de conexión), datos para la resolución numérica de las ecuaciones diferenciales (paso de integración, tiempo máximo, y contador del número de iteraciones), parámetros del transformador (resistencias, reactancias de dispersión, y reactancia de magnetización, indicadores).

- Subrutina COINI :

Determina las condiciones iniciales, según el caso a analizarse, para la resolución de las ecuaciones diferenciales.

Para el funcionamiento en estado estable con carga se fija una corriente de carga y en función de ésta se determinan los valores de ψ_1 , ψ_2' , ψ_m iniciales.

Para estado estable en vacío las condiciones iniciales son calculadas para una corriente en el secundario igual a cero.

Las condiciones iniciales para el cálculo de corrientes transitorias de magnetización, son calculadas con valores de corriente del primario y del secundario iguales a cero.

- Subrutina SATURA :

Se introduce la no linealidad del hierro del núcleo del transformador.

De acuerdo a la configuración de la curva de magnetización, figura 2.1, se establece un valor de ψ_m crítico, para ma yores del cual, se modifica ψ_m por el efecto de la no li nealidad del hierro.

La curva de ΔX_i como función de ψ_m , figura 2.3, es linea lizada y expresada como tres segmentos de recta, de la for ma:

$$\Delta X_i = a_1 \psi_m - a_2$$

El valor de ΔX_i calculado, es utilizado para determinar ψ_m^* (saturado) con la ecuación (2.15).

- Subrutina GRAFO:

Esta subrutina grafiza los resulta - dos obtenidos. Puede grafizar hasta cinco variables en for ma simultánea y en un mismo eje de coordenadas. Cada una de las variables puede tener hasta cien puntos.

Cada variable se grafiza con un carácter literario diferen te, siendo los caracteres A, B, C, D y E respectivamente.

- Subprograma de función RUNGE:

En este subprograma de función se ha implementado el método de Runge - Kutta de cuarto orden para la resolución de las ecuaciones diferenciales (6), descrito en detalle en el apéndice.

Este subprograma está dentro del proceso iterativo.

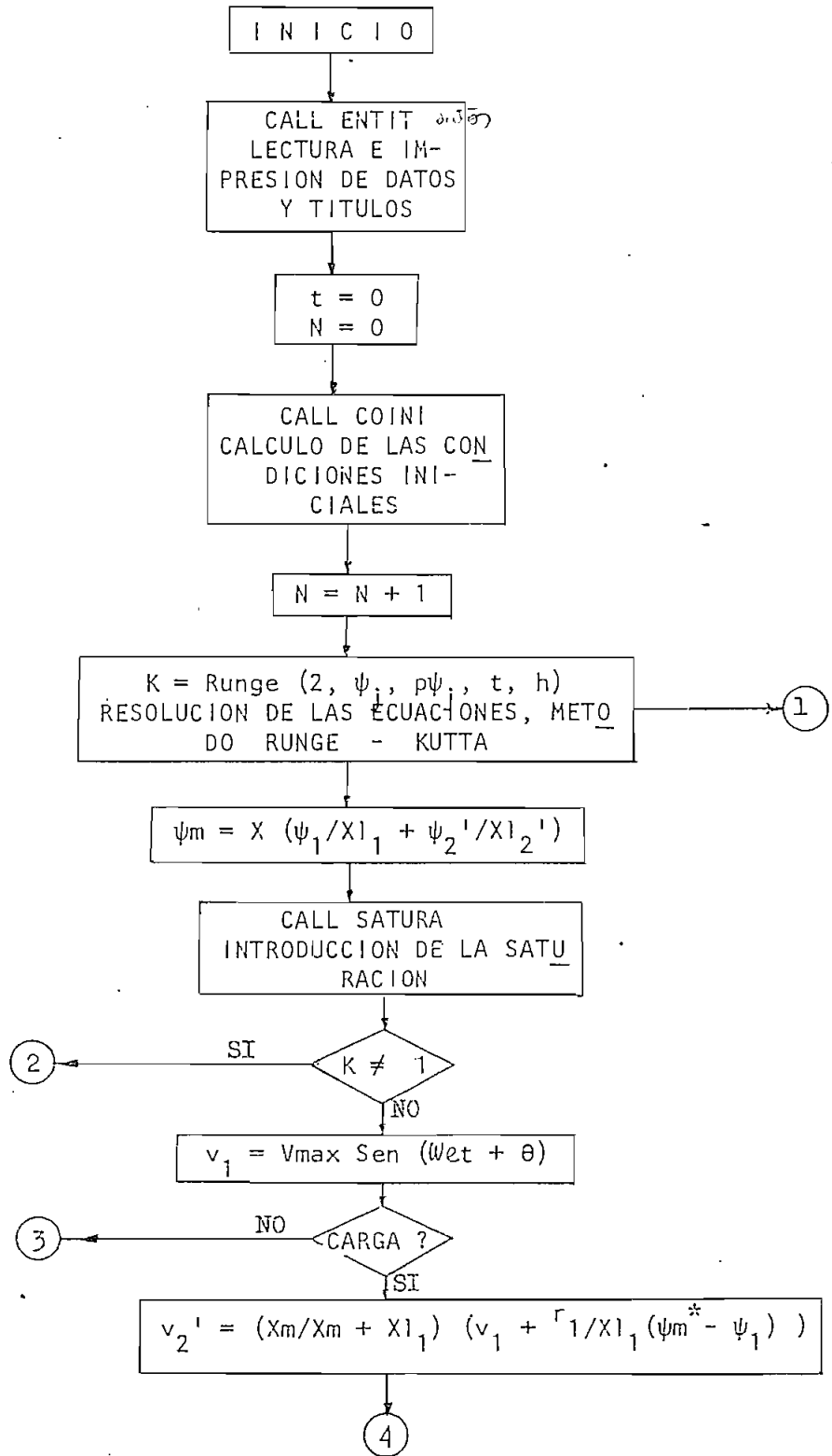
Se calculo cuatro puntos, de los cuales finalmente se obtiene un promedio ponderado.

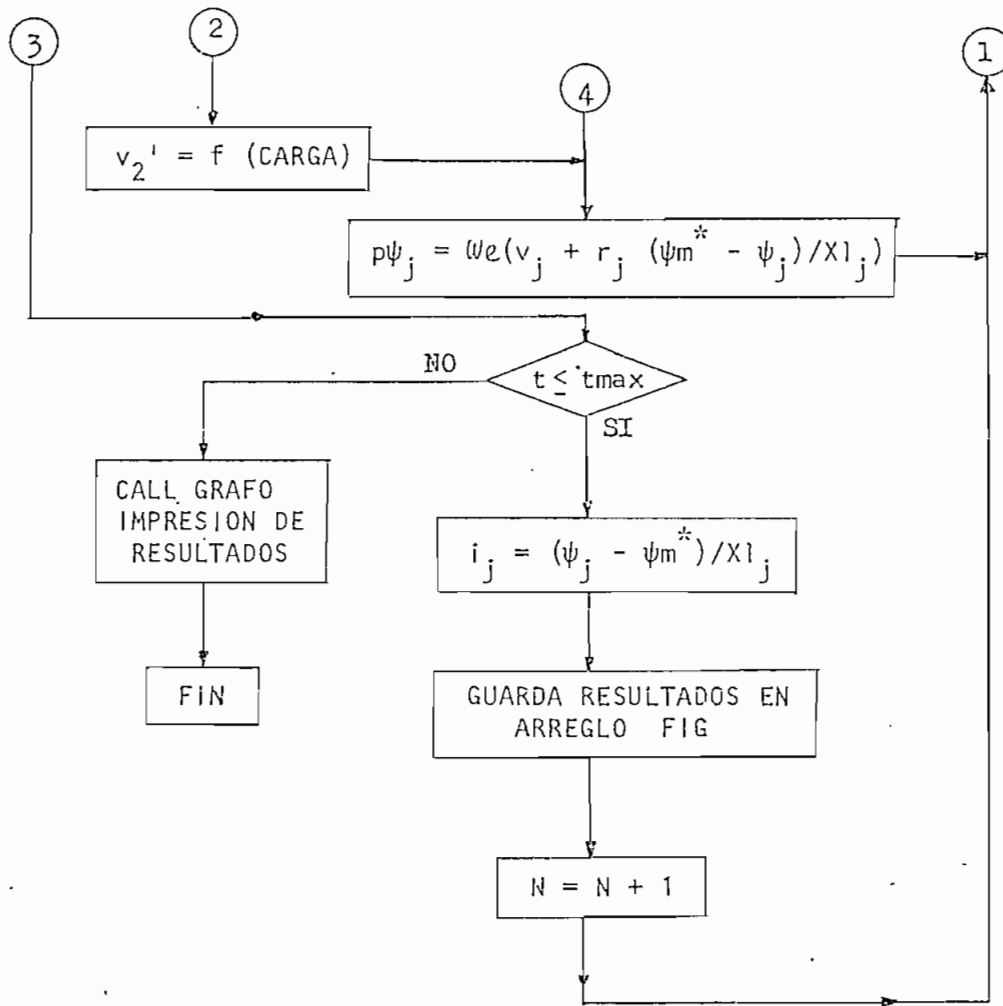
En cada uno de los pasos se vuelve al programa principal para calcular los cambios $p\psi_1$, $p\psi_2$ y se llama al subprograma para ir acumulando cada uno de ellos. Al volver en cada paso dentro del proceso mismo del método R-K, al programa principal se tiene ψ_1 , ψ_2 y se calcula ψ_m para llamar a la subrutina SATURA que introduce el efecto de la saturación del hierro, y se calcula los incrementos $p\psi_1$ y $p\psi_2$ para el paso siguiente dentro del proceso mismo de Runge - Kutta.

Este proceso puede ser mejor comprendido, observando los diagramas de flujo que a continuación se exponen.

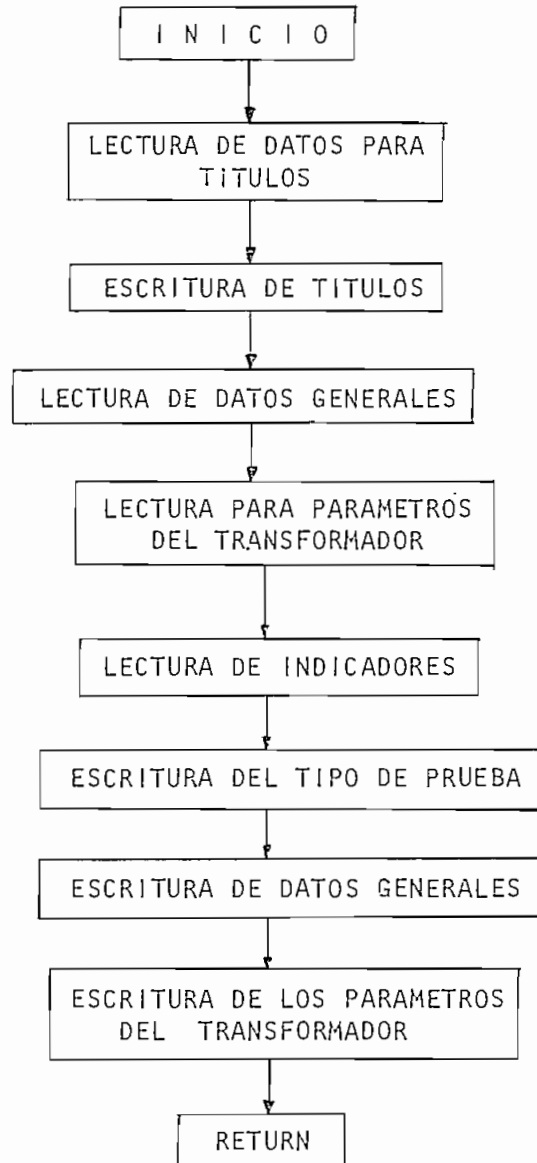
3.2 DIAGRAMA DE BLOQUES DEL PROGRAMA DIGITAL.-

- Programa Principal.

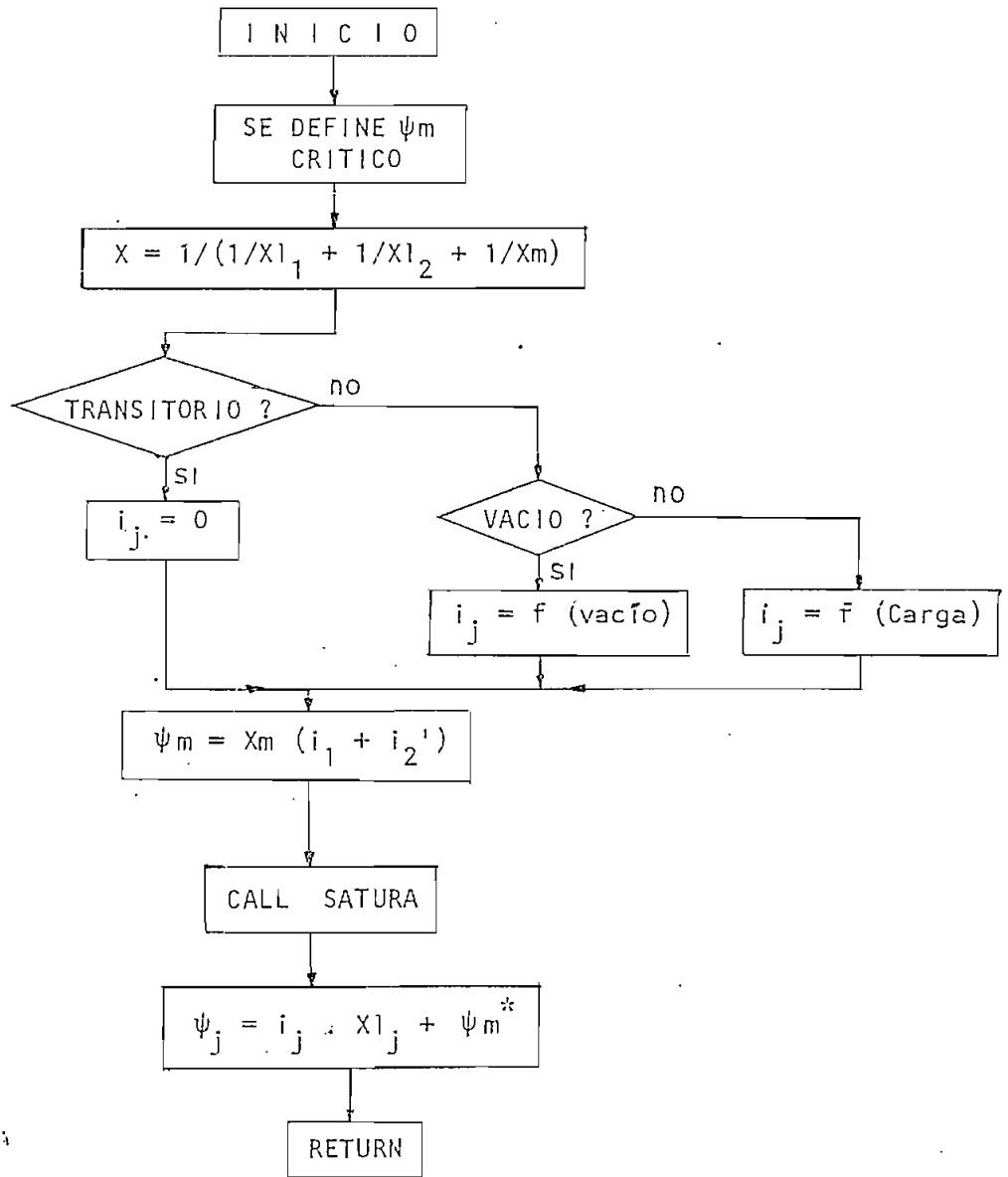




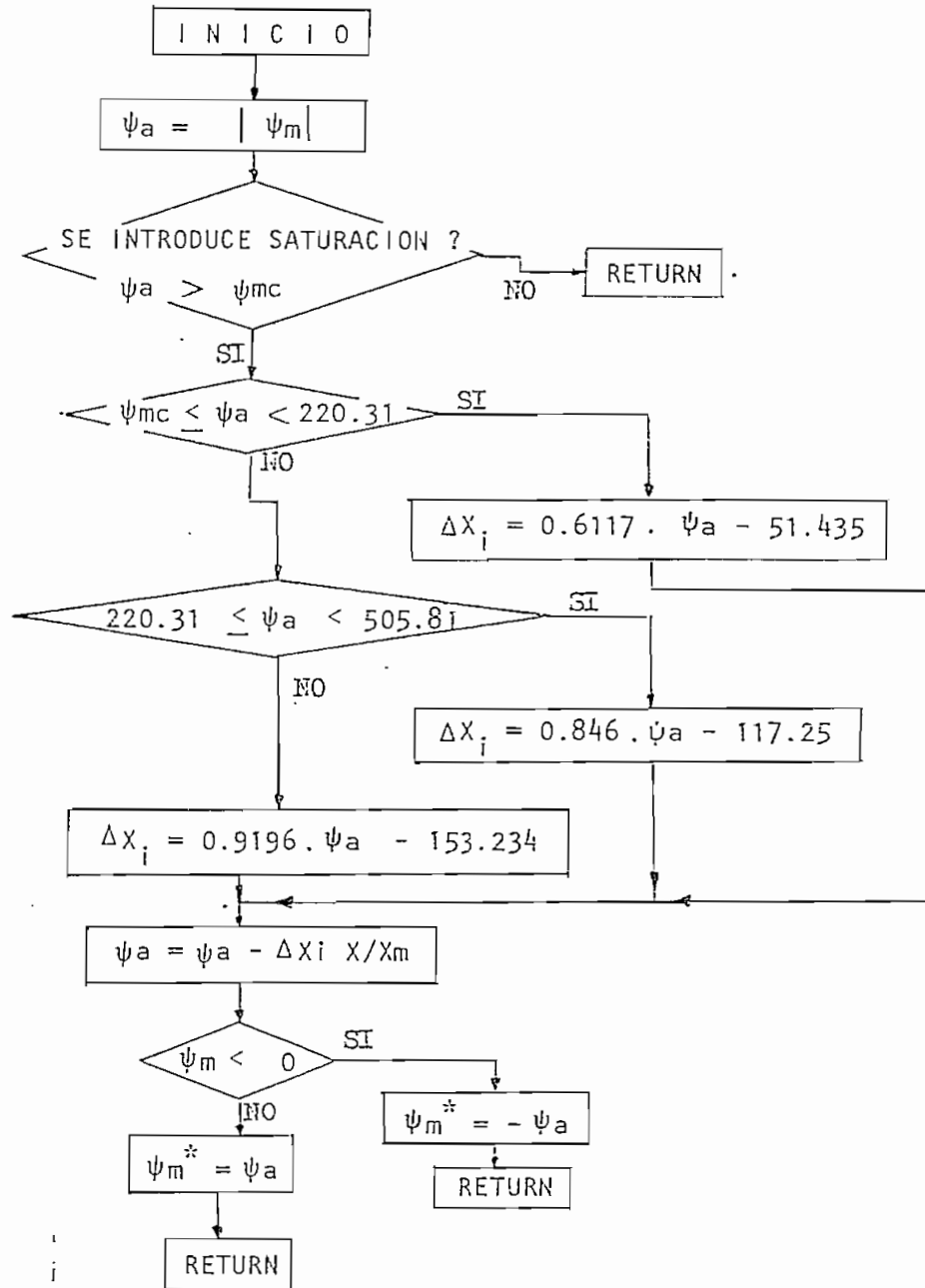
Subrutina ENTIT.

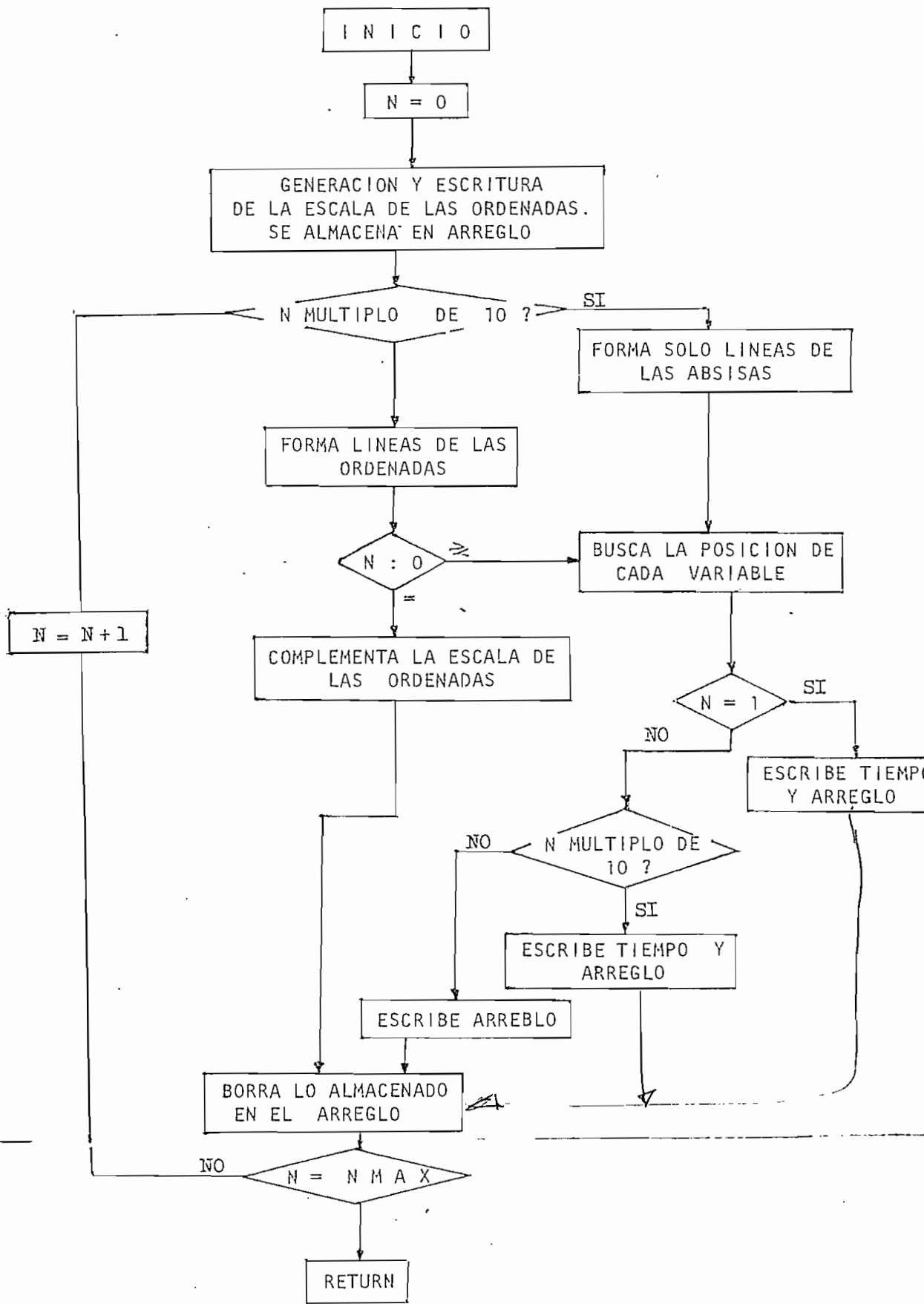


- Subrutina COINI.

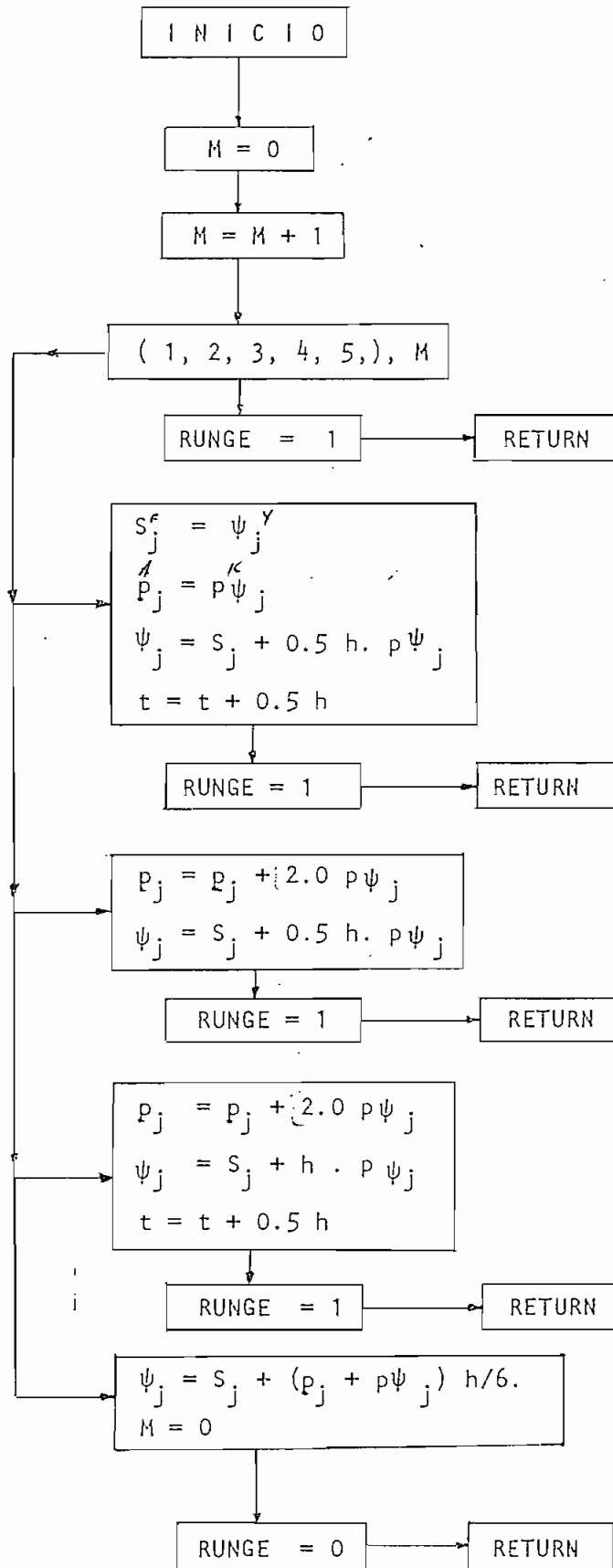


Subrutina SATURA.





Subprograma de función RUNGE.



3.3 RESTRICCIONES.-

El modelo matemático del transformador desarrollado y por tanto el programa digital descrito, tiene las siguientes restricciones:

- Está diseñado para el análisis de un transformador monofásico.
- En la simulación no se toma en cuenta los efectos del lazo de histéresis y el magnetismo remanente, condiciones que si bien afectan al fenómeno en estudio, se ha demostrado (2) que no vale la pena el esfuerzo de computación extra que implica su introducción para la pequeña variación que representan.

C A P I T U L O I V

OPERACION DEL MODELO

4.1 EJEMPLO DE PRUEBA DEL PROGRAMA DIGITAL.-

El programa digital desarrollado se aplicó al estudio del transformador marca "Ferranti" del Laboratorio de Máquinas Eléctricas de la Escuela Politécnica Nacional, con el fin de comparar los resultados obtenidos por medio del modelo, con los resultados experimentales de la referencia 5.

Las características del transformador son las siguientes:

Es un transformador generalizado, para mayor versatilidad en experimentos, puede ser empleado como reactancia inductiva, transformador y autotransformador; para conexiones monofásicas y trifásicas.

Tiene tres núcleos independientes para cada fase y en cada uno de ellos 4 bobinas fijas y una móvil.

Igual que en la referencia arriba mencionada se usó las bobinas a y S_1 , como transformador monofásico.

Los valores nominales del transformador son:

POTENCIA APARENTE : 25/5 KVA

FRECUENCIA: 50 c.p.s.

Los valores nominales de las bobinas utilizadas son:

BOBINA a terminales 1 y 2 138,5 V. 10 Amp. 300 espiras

BOBINA S_1 terminales 9 y 10 92,4 V. 15 Amp. 200 espiras

La impedancia de dispersión a voltaje nominal es $Z = 7,65 \%$.

Con las pruebas de circuito abierto y cortocircuito se determinó los parámetros del transformador.

Resistencias:

$$r_1 = 0,6077 \ \Omega$$

$$r_2' = 0,6077 \ \Omega$$

Reactancias de dispersión:

$$Xl_1 = 5,2986 \Omega$$

$$Xl_2' = 5,2986 \Omega$$

Reactancia de magnetización:

$$Xm = 449,6177 \Omega$$

El efecto de la no linealidad del hierro del núcleo del transformador, se introduce por medio de su curva de magnetización de la figura 2.1, tomada de la referencia 5; donde se tiene expresada como $N \emptyset$ (Weber - vuelta) en función de la corriente de excitación (Amperios).

Para la utilización en el modelo matemático, la curva de magnetización fue ajustada, teniendo en cuenta la condición de circuito abierto:

$$vca = \psi m = Xm (i_1 + i_2')$$

Para tal efecto, a las ordenadas $N \emptyset$, se multiplicó por la frecuencia angular eléctrica, ω_e y a las abscisas, corriente de excitación, por la reactancia de magnetización, Xm ; llegando a obtener la curva de la figura 4.1.

V_{ca} (V)

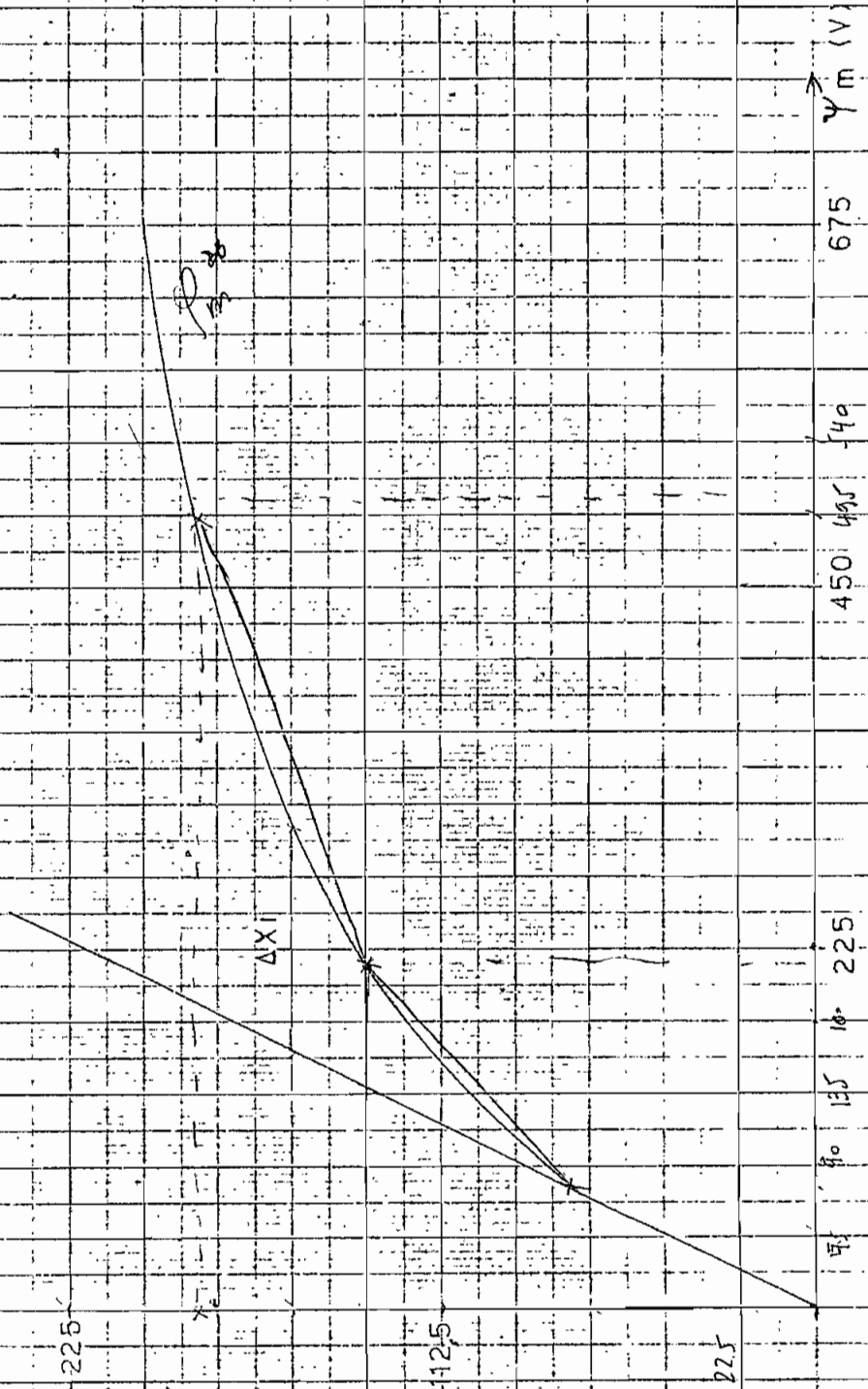


FIGURA 4.1

De la curva de la figura 4.1 se obtuvo la curva de la figura 4.2, ΔX_i como función de ψ_m , la que fue linealizada e introducida como tres segmentos de recta, que seguidamente se indican:

- Para valores de ψ_m mayores o iguales a ψ_m crítico y menores a $\psi_m = 220,3127$ la recta está expresada por

$$\Delta X_i = 0,6117 \psi_m - 51,4351$$

- Para valores de ψ_m comprendidos dentro del intervalo de 220,3127 y 505,819 la ecuación de la recta es:

$$\Delta X_i = 0,8469 \psi_m - 117,2555$$

- Para valores de ψ_m mayores que 505,819 la ecuación de la recta es:

$$\Delta X_i = 0,9196 \psi_m - 153,2342$$

Estas ecuaciones de las rectas son utilizadas para el primero y tercer cuadrantes del sistema de coordenadas, es decir, para valores positivos y negativos de ψ_m .

ΔX_i
(V)

400

300

200

100

84
 ψ_{mc}

220

300

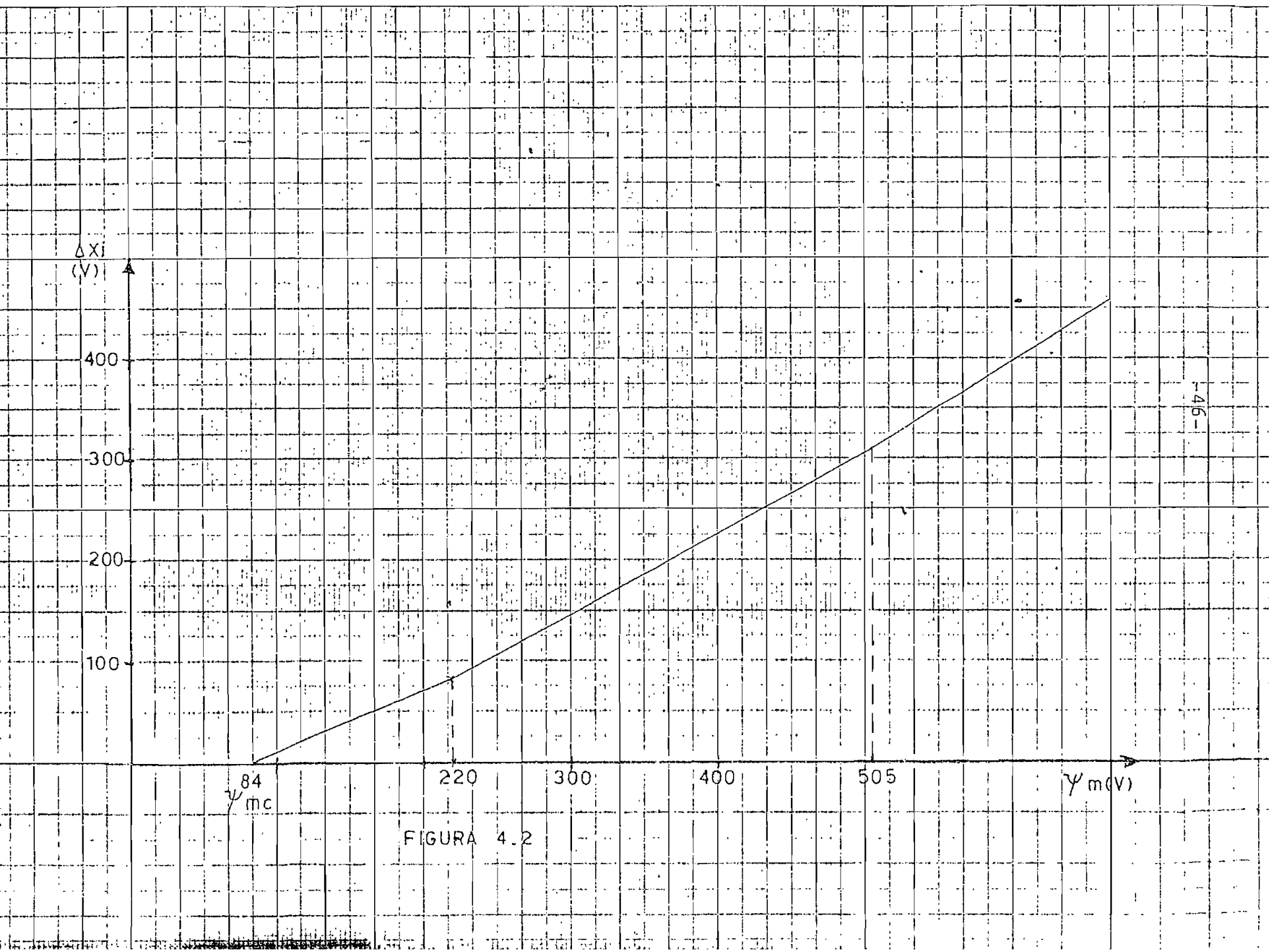
400

505

ψ_m (V)

FIGURA 4.2

-46-



4.2 PRUEBAS DE FUNCIONAMIENTO:

El programa digital fue sometido a tres tipos de pruebas de funcionamiento, dependiendo cada tipo a diferente estado de operación, a saber, bajo carga en estado estable, vacío en estado estable y, corrientes transitorias de magnetiza-ción.

Las pruebas se realizaron para el transformador descrito con los parámetros y curva de magnetización.

Para cada uno de los estados de funcionamiento, la -corriente resultante se obtiene en forma gráfica - con su valor numérico correspondiente a cada punto, a un costado del gráfico.

Para todos los casos se utilizó como datos: frecuencia de 60 ciclos por segundo; para la resolución numérica de las ecuaciones diferenciales un intervalo de tiempo de 0,001 segundos, se ha creído conveniente utilizar este valor, debido a que para valores -

más pequeños que el señalado se une el riesgo de introducir ruido en las operaciones, que conduciría a resultados erróneos; con valores mayores no se obtendría un intervalo adecuado para un correcto muestreo. Cada punto de los resultados se imprime cada 0,001 segundos, hasta un tiempo máximo de 0,1 segundos.

4.2.1 ESTADO ESTABLE BAJO CARGA:

Para el funcionamiento del modelo con carga en estado estable, se fija una carga determinada por una corriente, alrededor de la cual - debe ajustarse el resultado del modelo.

Para el ejemplo, se establece una corriente de carga de 10 Amperios de valor máximo. El voltaje aplicado es el valor nominal del transformador, 195,86 V. de valor máximo.

En la figura 4.3 se indica los resultados obtenidos del funcionamiento del programa digital, para la operación bajo carga del transformador en estado estable; puede notarse que los valores de corriente obte

ESTADO DE OPERACION: ESTABLE CON CARGA

PARAMETROS DEL TRANSFORMADOR

RESISTENCIAS REACTANCIAS DE DISPERSION
 R(1)= 0.6077 XL(1)= 5.2986
 R(2)= 0.6077 XL(2)= 5.2986
 REACTANCIA DE MAGNETIZACION
 XM= 449.6177

VOLTAJE= 195.00 V.
 FRECUENCIA=60.0 HZ
 ANGULO DE CONEXION= 90.0 GRADOS

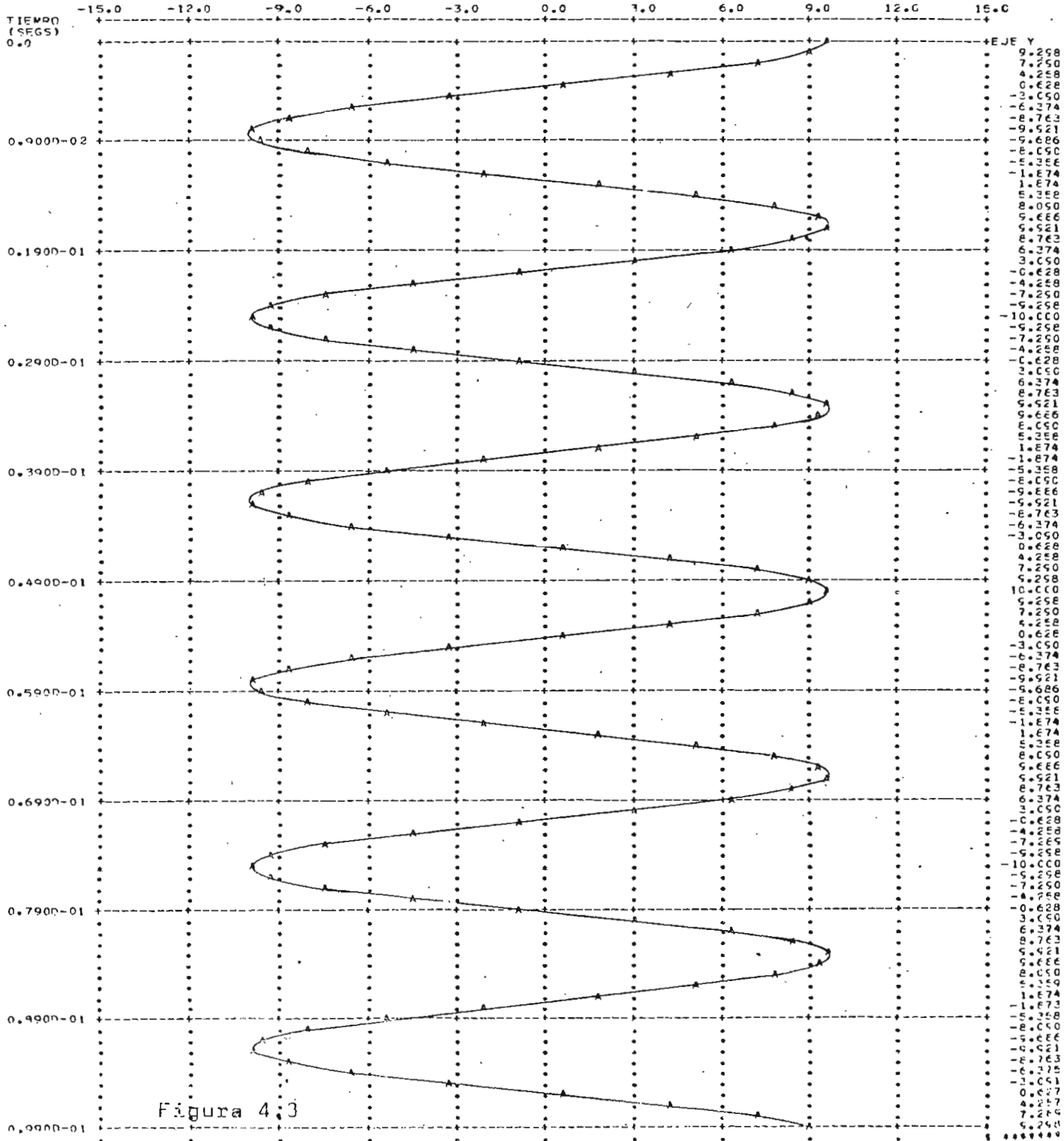


Figura 4.3

nidos en ningún instante divergen de los límites establecidos por la carga.

4.2.2 ESTADO ESTABLE EN VACIO:

Con el voltaje nominal de 195,86 V se hizo funcionar que se muestra en la figura 4.4. La corriente de excitación en estado estable lleva a un valor máximo de 0,575 Amperios.

La corriente obtenida, puede decirse que es sinusoidal, es decir que no sufre ninguna deformación, lo que es aceptable debido a que, el modelo matemático desarrollado, como ya se anotó no contempla la introducción del efecto del lazo de histeresis, que es el que deforma sustancialmente la corriente de magnetización en estado estable. Además, de acuerdo a la curva de magnetización del hierro del núcleo del transformador, figura 2.1, puede observarse que la operación del transformador está dentro de la parte lineal, de la curva de magnetización, por tanto, por este efecto, es correcto que la corriente de vacío en estado estable, no tenga deformación alguna.

ESTADO DE OPERACION: ESTABLE EN VACIO

PAPAFITROS DEL TRANSFORMADOR

RESISTENCIAS
R(1) = 0.6077
R(2) = 0.6077
REACTANCIA DE MAGNETIZACION
XM = 449.6177

REACTANCIAS DE DISPERSION
XL(1) = 5.2940
XL(2) = 5.2986

VOLTAJE = 195.00 V.
FRECUENCIA = 60.0 HZ
ANGULO DE CONEXION = 90.0 GRADOS

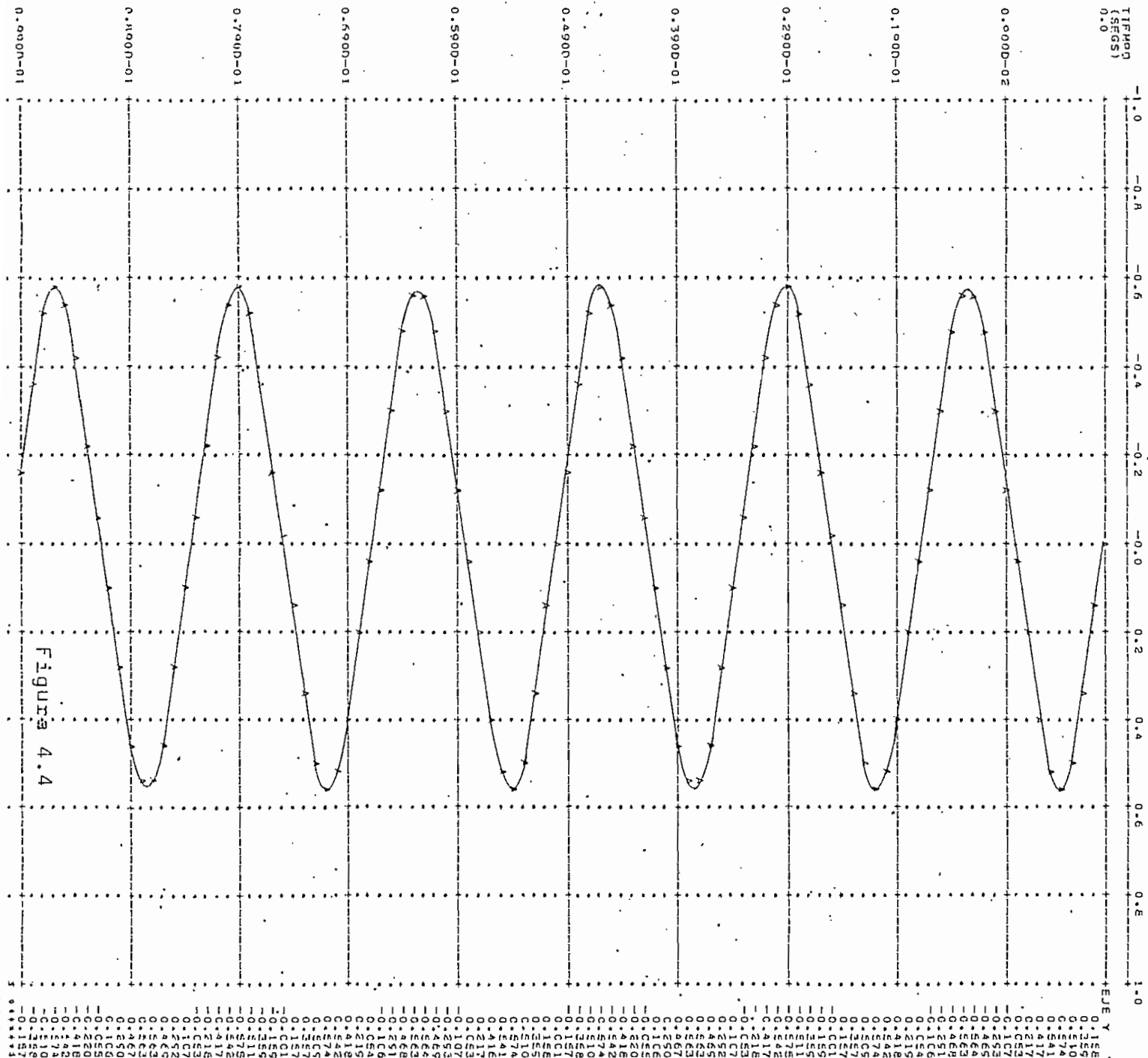


Figura 4.4

4.2.3 CORRIENTES TRANSITORIAS DE MAGNETIZACION.-

La prueba más fuerte impuesta al modelo, es la determinación de las corrientes transitorias de magnetización, puesto que, en estas circunstancias es cuando se hace presente en forma más predominante el efecto de la no linealidad del hierro.

Con un voltaje de alimentación, correspondiente al nominal del transformador, 195,86 V. de valor máximo, se obtuvo resultados para dos puntos diferentes de conexión, para 0 grados eléctricos figura 4.5 y para 90 grados eléctricos, figura 4.6.

De la comparación de las dos curvas se puede notar que el valor que tenga el voltaje de la red en el instante de conexión determina el valor de la corriente transitoria de magnetización. Como es conocido, la onda de flujo atrasa a la de voltaje en 90 grados eléctricos - en condiciones estables, por lo tanto, el flujo tendrá su más alto valor para valores de voltaje iguales a cero o próximos a éste, lo que significa que se tendrá -

una mayor corriente transitoria de magnetización para puntos de conexión alrededor de los 0 grados eléctricos para una onda de voltaje sinusoidal aplicada. Para valores de hasta 45 grados antes o después de 0 grados, por el valor que puede alcanzar el flujo, la posibilidad de que existan transitorios es todavía grande (5). Por otro lado, para puntos de conexión alrededor de los 90 grados, o sea cuando el voltaje tiene su valor máximo, la corriente transitoria de magnetización se reduce notablemente, llegando a desaparecer la corriente transitoria al conectarse sin magnetismo remanente.

Lo anotado anteriormente se confirma con los resultados obtenidos por medio del modelo digital del transformador. La máxima corriente transitoria de magnetización se obtiene al conectarse el voltaje en 0 grados. Puede verse también que, al aplicarse el voltaje en 90 grados, el transitorio prácticamente desaparece.

4.3 COMPARACION DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS POR MEDIO DEL MODELO, CON RESULTADOS OBTENIDOS EXPERIMENTALMENTE.-

Para el mismo transformador (ya descrito) utilizado en la referencia 5, el modelo digital, inicialmente se aplicó para determinar la corriente de magnetización en estado estable, al ser alimentado el transformador con un voltaje de 130 V. de valor máximo. Los resultados obtenidos con el modelo digital, figura 4.7, son muy similares a los obtenidos experimentalmente en la referencia señalada, página 18, foto número 3, reproducida en la figura 4.8, aunque sin la deformación de la onda debido a razones ya anotadas.

Con un ángulo de conexión de 90° y un voltaje aplicado de 130 V. de valor máximo, se calculó las corrientes transitorias de magnetización. Los resultados experimentales de la referencia señalada se reproducen en la figura 4.9 y los obtenidos con el modelo digital en la figura 4.10, observándose que los valores son similares, para iguales condiciones de operación y sin magnetismo remanente.

ESTADO DE OPERACION: ESTABLE EN VACIO

PARAMETROS DEL TRANSFORMADOR

RESISTENCIAS PRACTANCIAS DE DISPERSION
R(1) = 0.6077 XL(1) = 5.2980
R(2) = 0.6077 XL(2) = 5.2986

REACTANCIA DE MAGNETIZACION
Xm = 449.6177

VOLTAJE = 170.00 V.
FRECUENCIA = 60.0 HZ 0.0 GRADOS
ANGULO DE CONFIJION =

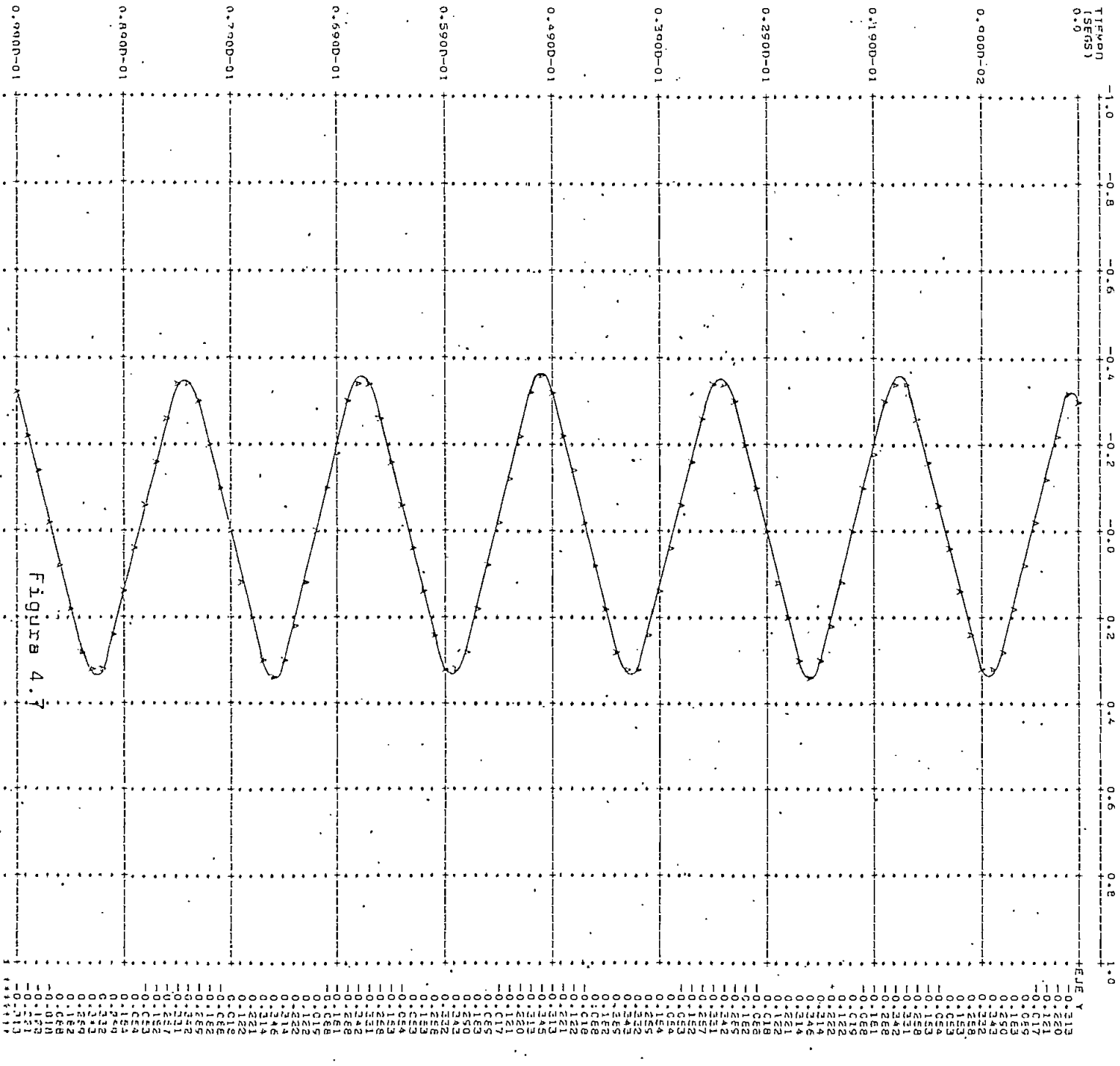
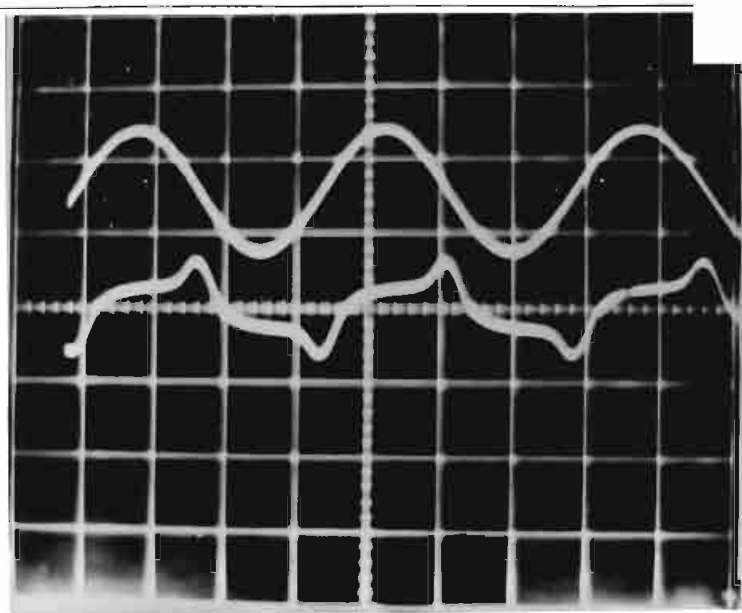
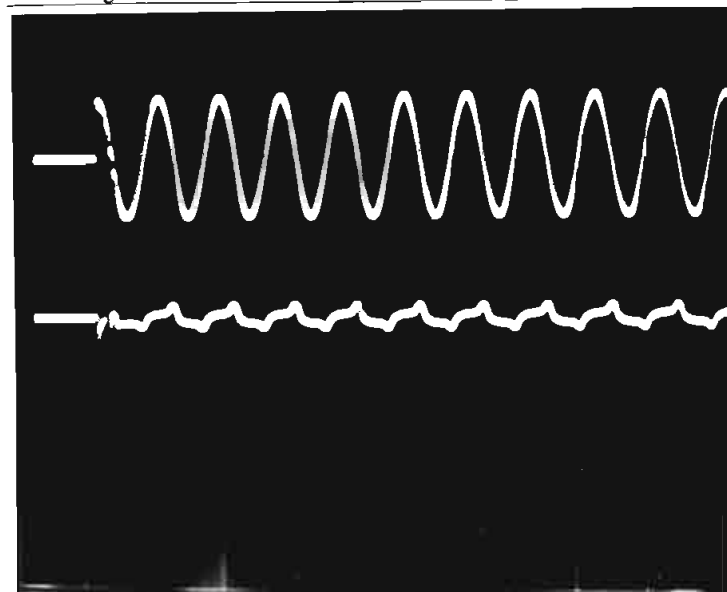


Figura 4.7



Corriente en estado estable. Arriba el voltaje, abajo la corriente.

Escalas: Voltaje : 145,19 V./div.
 corriente: 0,699 A./div.
 Tiempo: 5 mseg/div.
 Figura: 4.8



Transformador conectado en 90°. Arriba el voltaje, abajo la corriente.

Escalas: Voltaje : 145 V./div.
 Corriente: 3,03 A./Div.
 Tiempo: 20 mseg/div.
 Figura: 4.9

***** CALCULO DE COMPONENTES TRANSITORIAS DE MAGNETIZACION *****

PARAMETROS DEL TRANSFORMADOR
 RESISTENCIAS DE LAS BARRAS DE ALAMBRE
 R(1) = 0.6077
 R(2) = 0.6077
 REACTANCIAS DE DISPERSION
 XL(1) = 5.2086
 XL(2) = 5.2086
 REACTANCIA DE MAGNETIZACION
 XM = 449.6177

VOLTAJE = 130.00 V.
 FRECUENCIA = 50.00 HZ
 ANGULO DE EXCITACION = 90.00 GRADOS

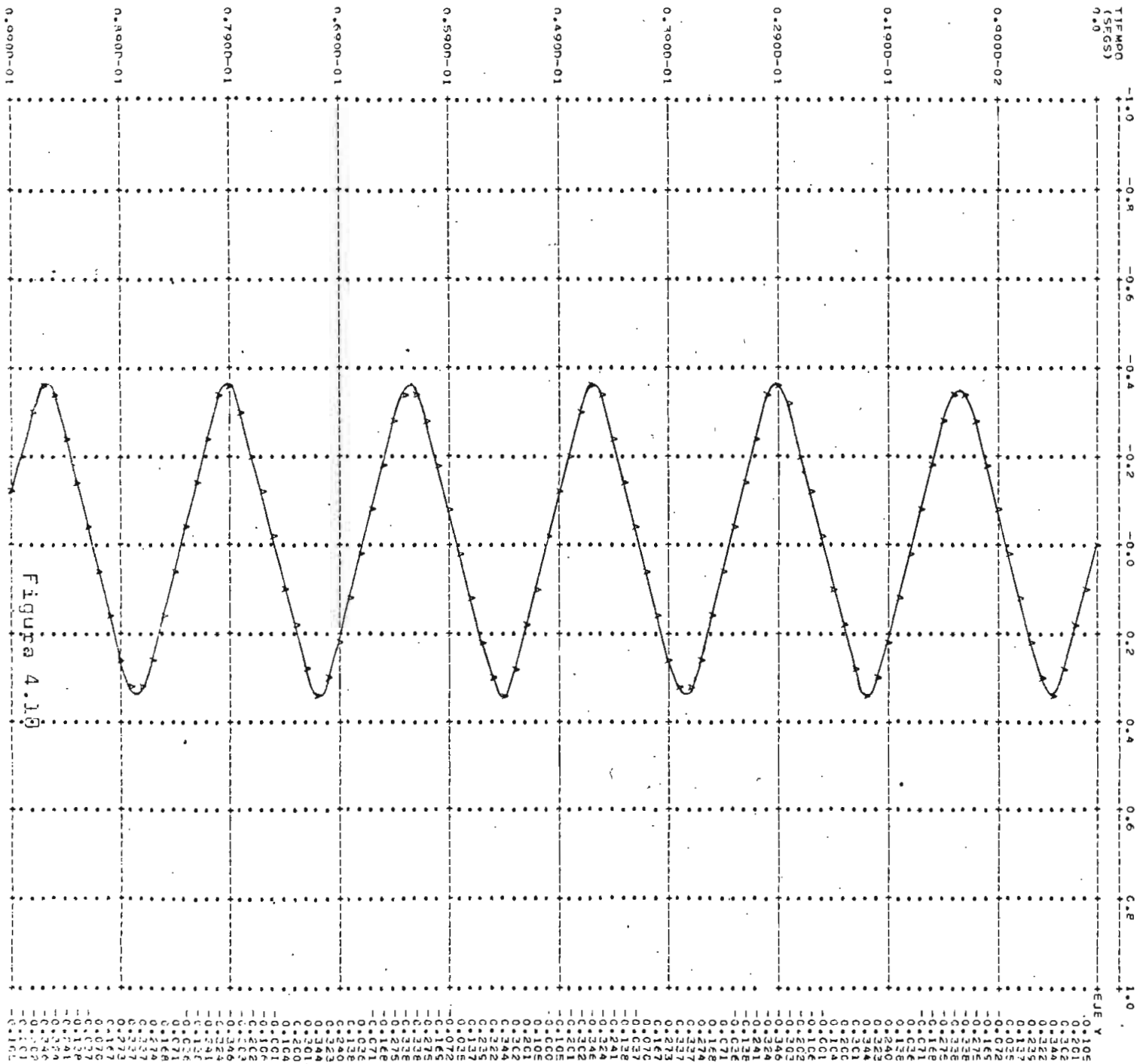
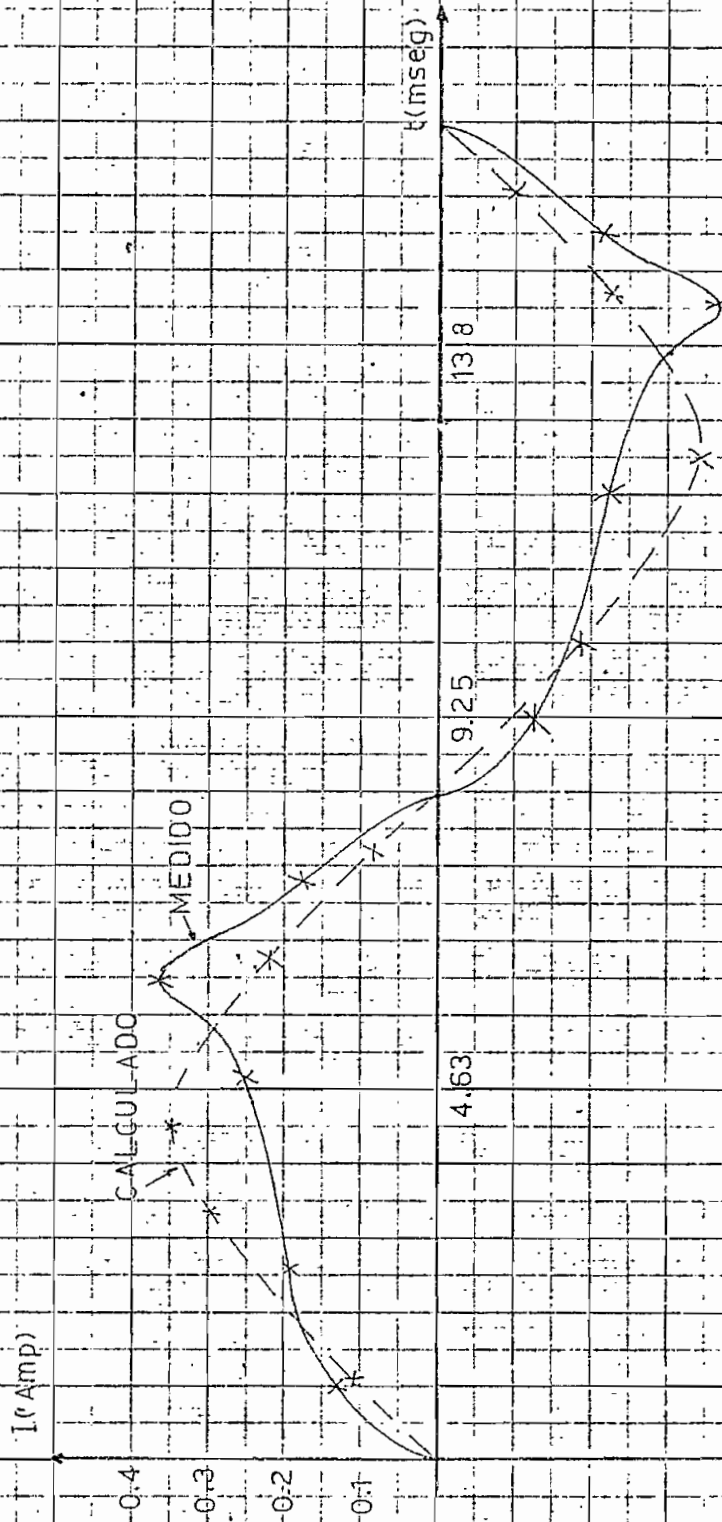


Figura 4.10



CORRIENTE TRANSITORIA DE MAGNETIZACION
 ANGULO DE CONEXION 90 GRADOS

FIGURA 4.11

En la figura 4.11, sobre un mismo eje de coordenadas se indican los gráficos correspondientes a cada resultado para una mejor comparación.

Los resultados obtenidos por medio del modelo digital y experimentalmente, están dentro de similares valores, con lo que se prueba el valor y eficacia del modelo matemático desarrollado.

C A P I T U L O V

CONSLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Una vez concluido el desarrollo del modelo matemático del transformador y su correspondiente programa digital, es posible llegar a las siguientes conclusiones:

- El desarrollar el modelo matemático en términos de concatenaciones de flujo, tiene ciertas ventajas, sobre el desarrollar el modelo, en términos de corrientes, en que el efecto de la no linealidad del hierro puede ser introducido con relativa facilidad. Además, el modelo matemático puede operar, indistintamente, con los parámetros del transformador en valores en por unidad y en los valores originales.

- Los resultados obtenidos del modelo digital son satisfactorios como se demuestra al comparar éstos con los resultados obtenidos experimentalmente, para similares condiciones de operación.

Con el fin de continuar con el desarrollo del modelo, en futuros trabajos, en base al modelo aquí desarrollado, se formula las siguientes recomendaciones:

- Utilizando las mismas bases del modelo matemático, se puede elaborar un modelo aplicable a transformadores trifásicos.
- Desarrollar el modelo matemático incluyendo los efectos del magnetismo remanente.

A P E N D I C E

METODO DE RUNGE - KUTTA DE CUARTO ORDEN

El método de Runge - Kutta de cuarto orden para la resolución de ecuaciones diferenciales de primer orden, calcula los cambios en los valores de la variable dependiente con un sistema de fórmulas, que son expresadas en términos de las derivadas evaluadas en puntos predeterminados por las condiciones iniciales.

Las fórmulas utilizadas son derivadas de una expansión de la serie de Taylor truncada.

La fórmula general de la aproximación de Runge - Kutta de cuarto orden es :

$$y_j = y_0 + a_1 k_1 + a_2 k_2 + a_3 k_3 + a_4 k_4$$

donde:

$$k_1 = f (x_0, y_0) h$$

$$k_2 = f(x_0 + b_1 h, y_0 + b_2 k_1) h$$

$$k_3 = f(x_0 + b_3 h, y_0 + b_4 k_2) h$$

$$k_4 = f(x_0 + b_5 h, y_0 + b_6 k_3) h$$

siendo, x_0 , y_0 las condiciones iniciales para cada paso; h es el paso de integración.

Los valores de los coeficientes son:

$$a_1 = 1/6$$

$$b_1 = 1/2$$

$$a_2 = 2/6$$

$$b_2 = 1/2$$

$$a_3 = 2/6$$

$$b_3 = 1/2$$

$$a_4 = 1/6$$

$$b_4 = 1/2$$

$$b_5 = 1$$

$$b_6 = 1$$

Substituyendo estos valores en la fórmula general, queda:

$$y_j = y_0 + 1/6 (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

El cálculo de Δy_i (cambio de valor de la variable dependiente) requiere el cálculo previo de las constantes k_1 , k_2 , k_3 y k_4 para tener:

$$\Delta y_i = 1/6 (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

El error de esta aproximación es del orden de h^5 (7).

B I B L I O G R A F I A

1. Poveda A., Méntor. Máquinas Eléctricas III - Apéndice 2, Apuntes, EPN, 1.977.
2. Nakra H.L., T.H. Barton. "Three Phase Transformer Transients", trans. IEEE PAS , vol 93, pp. 1.810 - 1.819, 1.974.
3. Poveda A. Méntor. Simulación de Transformadores, Apuntes.
4. Blume L.F., G. Camilli, S.B. Farnhan, H.A. Peterson. "Transformer Magnetizing Inrush Currents and Influence in System Operation", Trans. AIEE, pp. 366-75, 1.974.
5. Poveda A. Méntor, "Corrientes Transitorias de Magnetización en Transformadores" Tesis de Ingeniería Eléctrica, Escuela Politécnica Nacional, Quito, 1.971.
6. Brice Carnahan, H.A. Luther, J.O. Wilkes. "Applied Numerical Methods", John Wiley & Sons, Inc. New York, 1.969.

7. Stagg y El - Abiad. "Computer Methods in Power System Analysis", McGraw - Hill, Tokyo, 1.968.