R A D I A C I O N P O R U N A R A N U R A

R E C T A N G U L A R E N E L R A N G O

D E U. H. F.

Tesis previa a la obtención del título de Ingeniero en la especialización de Electrónica y Telecomunicaciones de la Escuela Politécnica Nacional.

Angel H. López Merino

Quito

Julio de 1972

Certifico que este trabajo ha sido realizado en su - totalidad por el Sr. Angel López M.

Ing. Mario Cevallos V.

CONSULTOR DE TESIS

Quito, Julio de 1972

A mi madre

cariñosamente

P R O L O G O

El presente trabajo se realizó con el único afán de investigar procesos nuevos de mucha aplicación en el campo de la Teoría Electromagnética.

Las Leyes de Optica elemental, que rigen el comportamiento de la ondas luminosas, pueden usarse para estudiar el comportamiento de las ondas electromagnéticas -- con la condición de que cumplan las ecuaciones de Maxwell.

Al terminar este trabajo debo hacer presente mi más sincero agradecimiento al Dr. Kanty Hore, Jefe del Departamento de Electrónica de la Escuela Politécnica Nacional quien insinuó este tema; al Ingeniero Mario Cevallos, -- Guía y Director del presente trabajo; al Ingeniero Hugo-Ruíz y al señor Oswaldo Cortéz, cuya colaboración ha hecho posible la feliz culminación del mismo, y en general a todos los Profesores y Ayudantes de Laboratorio que tiene la Institución a la cual debo la culminación del máscaro de mis anhelos.

Con los mejores deseos de éxito y progreso para todos los que forman la Escuela Politécnica Nacional y de que este trabajo sirva de aliciente y base para profundizar futuras investigaciones en el interesante campo de - la teoría Electromagnética.

Angel Hermes López Merino

Julio 1.972

I N D I C E G E N E R A L

		Página
PROLOGO		IV
Capítulo Primero		
1	INTRODUCCION	2
1.1	Utilidad y aplicaciones	2
1.2,	Principios fundamentales	4
Capítulo Segundo		
2	DIPOLOS DE PLACA METALICA	8
2.1	Introducción	9
2.2	Configuraciones de radiación	12
2.3	Cálculo de las características principales	28
Capítulo Tercero		
3	DUALIDAD ENTRE PLACA Y RANURA	38
3.1	Introducción	39
3.2	Principio de Huygens	39
3.3	Principio de Babinet	46
3.4	Dualidad entre dipolos eléctricos y magnéticos	53
Capítulo Cuarto		
4	RADIACION POR UN DIPOLO RANURADO EN UNA PLACA METALICA	58
4.1	Introducción	59
4.2	Distribución de la corriente magnética	59
4.3	Configuraciones de radiación	65
4.4	Cálculo de las principales características	67

Página

Capítulo Quinto

5 ARREGLOS LINEALES DE RANURAS 74

5.1 Introducción 75

5.2 Arreglos lineales 75

5.3 Arreglo lineal, uniforme de ranuras alimentadas en fase 80

5.4 Arreglo lineal, uniforme de ranuras alimentadas fuera de fase 93

Capítulo Sexto

6 EXPERIMENTACION 106

6.1 Técnicas de medición 107

6.2 Dipolos de placas metálicas 109

6.3 Dipolos ranurados en placas metálicas 127

6.4 Arreglo de ranuras alimentado en fase 143

6.5 Arreglo de ranuras alimentado fuera de fase 164

6.6 Ejemplo del cálculo de impedancias 184

Capítulo Septimo

7 CONCLUSIONES 186

7.1 Comentarios 187

BIBLIOGRAFIA 190

C A P I T U L O P R I M E R O

I N T R O D U C C I O N

1.1. UTILIDAD Y APLICACION DE ESTE ESTUDIO

El presente trabajo tiene como finalidad enfocar el estudio y análisis de la capacidad de radiación que presentan las ranuras cortadas en placas metálicas planas.

Este tipo de antena es capaz de radiar ondas electromagnéticas al medio que la rodea cuando es convenientemente energizada. Para alimentar estas antenas existen varios métodos que se muestran en la figura (1-1) de los cuales por facilidad de construcción se ha utilizado un cable balanceado conectado directamente a los filos opuestos de la ranura.

La alta impedancia de entrada, la solidez mecánica, y las configuraciones de radiación similares a las de los dipolos eléctricos hacen de los dipolos ranurados elementos ideales para usarlos como radiadores de cuerpos móviles, por esta razón, se usan en aviación, equipos de radar y en proyectiles.

Además de la utilidad ya prevista se puede usar este tipo de antenas en muchos rangos de frecuencia, por ejemplo, en el rango de H.F. se puede pensar en una ranura cortada en un plano de tierra de alta conductividad. Este tipo de antena toma el nombre de "Antena ranurada en tierra con cavidad" y radía en una sola dirección.

En el rango de microondas presenta gran facilidad en la construcción de arreglos de ranuras en guías de on

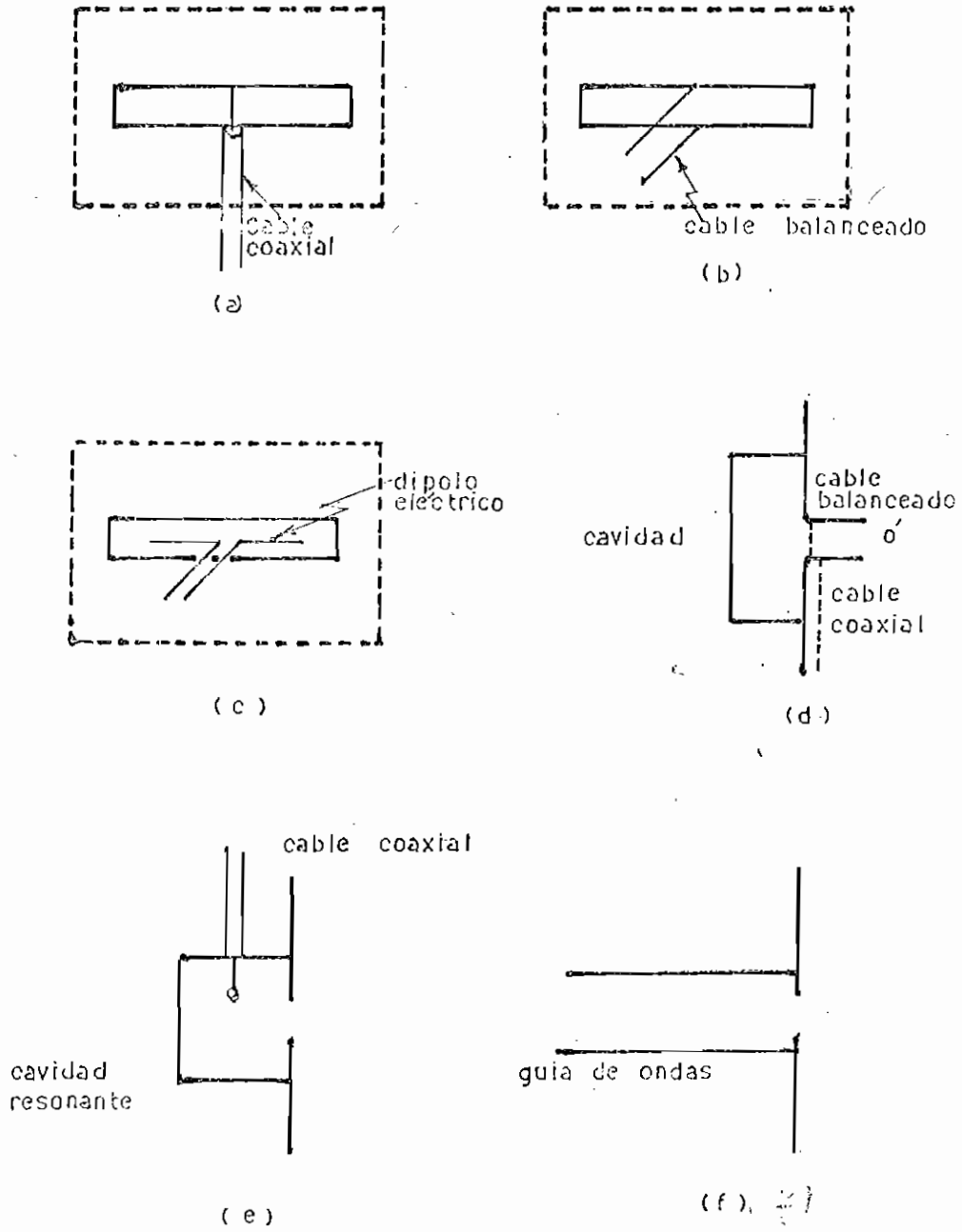


Fig: (1-1) Metodos de alimentacion de antenas ranuradas en placas conductoras

da para comunicaciones punto a punto.

En el presente trabajo se desarrollan los principios fundamentales de este tipo de antenas y se comprueban --- experimentalmente para ranuras construidas en el rango de U.H.F. , a la frecuencia de 600MHz . El estudio y práctica se han encaminado básicamente a dos características principales: Impedancia de entrada y configuraciones de radiación, las demás características tales como: Ganancia, directividad y abertura efectiva han sido tratadas en forma teórica con fines de comparación.

Básicamente los aspectos tratados pueden resumirse así:

Se inicia con un estudio de los dipolos de placas - metálicas alimentados en el centro; luego de recordar -- principios fundamentales de Optica aplicándolos a la --- teoría electromagnética se traslada este estudio al de - los dipolos ranurados en placas metálicas y por último - se inicia el estudio de arreglos de ranuras alimentadas en fase y fuera de fase.

En los capítulos finales se analizan los resultados experimentales y teóricos para llegar a un grupo de conclusiones.

1.2. PRINCIPIOS FUNDAMENTALES

No se presentan todos los conocimientos básicos de

Radiación y antenas por considerárselos de dominio general.

Dado el importante papel que desempeña el principio de reciprocidad en los estudios de teoría electromagnético especialmente en el presente trabajo se transcribe aqui un resumen del mismo.

1.2.1. Teorema de Reciprocidad

Este teorema desempeña un papel fundamental para el cálculo de las propiedades de antenas receptoras. En Teoría Electromagnética se puede lograr el establecimiento preciso del principio de reciprocidad partiendo de las ecuaciones de Maxwell.

En una región del espacio en el cual la materia tiene constantes "μ", "ε" y "σ" independientes de la intensidad de campo, aunque pueden variar con el espacio. Supóngase que existen dos fuentes de corrientes que las distinguimos como $\bar{J}^a$, $\bar{M}^a$ y $\bar{J}^b$ $\bar{M}^b$ que producen los campos $\bar{E}a$, $\bar{H}a$, y $\bar{E}b$, $\bar{H}b$, respectivamente, satisfaciendo las ecuaciones de Maxwell.

$$\nabla \times \bar{H}a = (\sigma + j\omega\varepsilon)\ \bar{E}a + \bar{J}^a \qquad (1\text{-}1a)$$

$$\nabla \times \bar{E}a = -j\omega\mu\ \bar{H}a - \bar{M}^a \qquad (1\text{-}1b)$$

$$\nabla \times \bar{H}b = (\sigma + j\omega\varepsilon)\ \bar{E}b + \bar{J}^b \qquad (1\text{-}1c)$$

$$\nabla \times \bar{E}b = -j\omega\mu\ \bar{H}b - \bar{M}^b \qquad (1\text{-}1d)$$

Se supone que las dos fuentes operan a la misma frecuencia y en el mismo medio. Si se multiplica cada una de las ecuaciones anteriores por: $\bar{E}b$, $\bar{H}b$, $-\bar{E}a$, $-\bar{H}a$ respectivamente y sumándolas miembro a miembro se obtiene la expresión.

$$\nabla\cdot(\bar{E}b\times\bar{H}a-\bar{E}a\times\bar{H}b)=\bar{H}a\cdot\nabla\times\bar{E}b-\bar{E}b\cdot\nabla\times\bar{H}a+$$
$$-\bar{H}b\cdot\nabla\times\bar{E}a+\bar{E}a\cdot\nabla\times\bar{H}b \qquad (1-2)$$

De acuerdo con las expresiones (1-1) toma la forma:

$$\nabla\cdot(\bar{E}b\times\bar{H}a-\bar{E}a\times\bar{H}b)=-\bar{H}a\cdot\bar{H}b(j\omega\mu)-\bar{E}b\cdot\bar{E}a(\sigma+j\omega\varepsilon)+$$
$$+\bar{H}b\cdot\bar{H}a(j\omega\mu)+\bar{E}a\cdot\bar{E}b(\sigma+j\omega\varepsilon)+$$
$$-\bar{H}a\bar{M}^b-\bar{E}b\bar{J}^a+\bar{H}b\cdot\bar{M}^a+\bar{E}a\cdot\bar{J}^b \qquad (1-3)$$

Por tratarse del mismo medio y ya que el producto escalar es conmutativo, La expresión anterior se simplifica enormemente, por lo que tomando la integral en un volumen "V" del medio y de acuerdo con el teorema de la divergencia se puede llegar a la relación:

$$\int_S(\bar{E}b\times\bar{H}a-\bar{E}a\times\bar{H}b)\cdot d\bar{S}=\int_{vol}(\bar{E}a\cdot\bar{J}^b-\bar{H}a\cdot\bar{M}^b-\bar{E}b\cdot\bar{J}^a+\bar{H}b\cdot\bar{M}^a)\,dV \qquad (1-4)$$

La relación (1-4) constituye la expresión mas gene

ral del concepto de reciprocidad y se lo conoce con el nombre de "el integral de Lorentz" .

Si ahora se supone que el volumen "V" es una esfera de radio infinito y si las fuentes se encuentran en un volumen finito, considerando que los campos en el espacio libre cumplen las relaciones:

$$E_\theta = \eta H_\phi$$

$$E_\phi = -\eta H_\theta \qquad (1-5)$$

Por lo cual el integral de superficie de la ecuación (1-4) toma el valor de cero obteniéndose la siguiente expresión para el teorema de reciprocidad:

$$\int_V (\bar{E}_a \cdot \bar{J}^b - \bar{H}_a \cdot \bar{M}^b)\, dV = \int_V (\bar{E}_b \cdot \bar{J}^a - \bar{H}_b \cdot \bar{M}^a)\, dV \qquad (1-6)$$

La ecuación (1-6) representa el teorema de reciprocidad y aunque la integración se debe realizar en una esfera de radio infinito, esta se reduce al espacio ocupado por las fuentes, considerándose fuentes tanto físicas como distribuciones de corrientes que generan iguales campos que las fuentes originales.

Este resumen se lo tomo del libro de Jordan/Balmain

C A P I T U L O S E G U N D O

D I P O L O S D E P L A C A M E T A L I C A

2.1.- INTRODUCCION

En este capítulo se desarrolla un ligero estudio analítico de los dipolos de placa metálica; un dipolo de este tipo es una antena formada por una placa metálica angosta de longitud "H" que se encuentra alimentada en el centro con una corriente "Io" y se puede suponer formado por un grupo de dipolos filamentales de igual longitud, de tal modo que la corriente de alimentación en cada uno de ellos sea "Io/a" siendo "a" el ancho del dipolo como se aprecia en la figura (2-1)

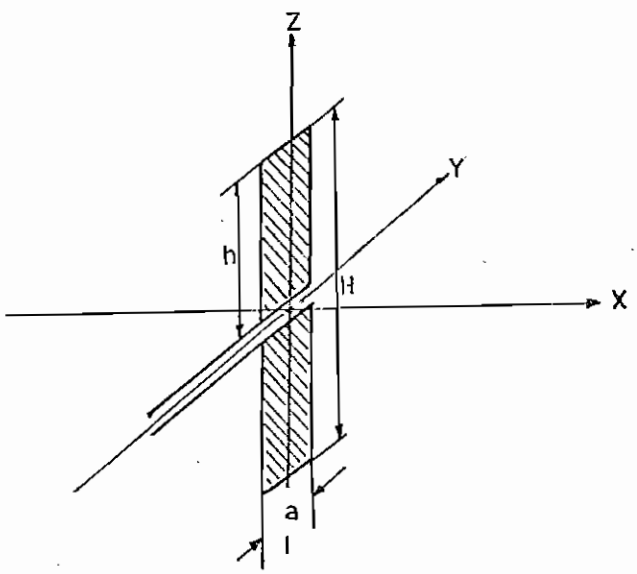


Fig. (2-1) Dipolo de placa metálica

Los resultados obtenidos en el análisis de este dipolo se relacionarán más adelante con la radiación de un dipolo ranurado en una placa metálica de grandes dimensiones. Para este análisis es conveniente imponerse ciertos límites en el ancho de los dipolos, puesto que la ranura practicada en la placa metálica debe ser considerada angosta con relación a la longitud de onda de la señal de exitación. Si se trabaja con dipolos que tengan un ancho mucho menor que la longitud de onda, estamos en presencia de "dipolos angostos" y como se verá más adelante, las características de radiación de los dipolos de placa se ven apenas influenciadas por el ancho de los mismos cuando tienen dimenciones, en su ancho, del orden antes especificado.

El hecho de que los dipolos sean angostos trae como consecuencia que en el análisis teórico se pueda utilizar una distribución uniforme de corriente a todo lo ancho del dipolo y una distribución sinusoidal a lo largo del mismo.

Para un dipolo filamental se asume una distribución de corriente de la forma indicada por la expresión:

$$I_z = I_m \operatorname{Sen} \beta (h - |z'|) \qquad (2-1)$$

En donde "Iz" es la distribución de corriente a lo largo del dipolo; "Im" es el valor máximo de la corriente de alimentación, "β" es el factor de fase de la constante de propagación, "h" es la media longitud del dipolo y "z'" define un punto cualquiera en el elemento (1) como se --

puede ver en la figura (2-2)

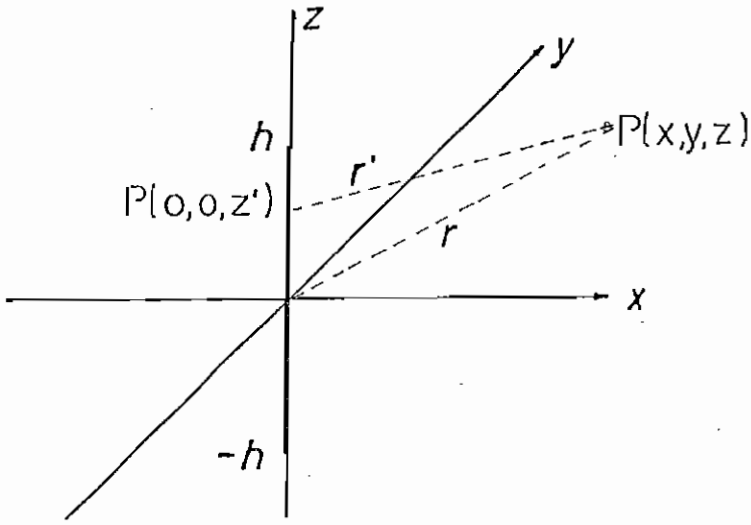


Fig: (2-2)Dipolo filamental

Como se dijo anteriormente al dipolo de placa se lo puede considerar formado de un conjunto de dipolos filamentales adyacentes como el descrito anteriormente, unidos uno con otro formando una superficie rectangular de longitud "H" y de ancho "a".Por esta razón la corriente total que alimenta la placa será el producto de la corriente en cada filamento por el ancho de la placa, de -

---

(1) En todo el trabajo las coordenadas primas se usan exclusivamente para la fuente.

tal forma que la distribución de corriente en cada uno de los filamentos estará dada por:

$$I_z = \frac{I_m}{a} \operatorname{Sen} \beta (h - |z'|) \qquad (2\text{-}2)$$

Si consideramos en lugar de la intensidad de corriente el valor de la densidad de corriente "J", como antes - "Jz" es la distribución de la densidad de corriente a lo largo del dipolo y "Jm" es el valor máximo de la densidad de corriente de alimentación, consecuentemente

$$J_z = \frac{J_m}{a} \operatorname{Sen} \beta (h - |z'|) \qquad (2\text{-}3)$$

Además, en este capítulo consideramos que la placa - está formada por un conductor perfecto, y que tiene un espesor infinitesimal.

2.2. CONFIGURACION DE RADIACION

2.2.1. Análisis matemático general

Supongamos una lámina de corriente situada en el -- plano "Y-Z" tal como se muestra en la figura (2-3), entonces el vector potencial en un punto fuera de la fuente es:

$$\bar{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_{Vol} \frac{\bar{J}(x',y',z')}{r'} e^{j(\omega t - \beta r')} dv' \qquad (2-4)$$

siendo "μ" la permeabilidad del medio; "$\bar{A}$" el Vector potencial; "$\bar{J}(x',y',z')$" la distribución de la densidad de corriente en el elemento, "ω" la frecuencia angular de la señal de alimentación y "r'" es la distancia de un punto de la fuente al punto en el cual calculamos el potencial.

Para el caso de una lámina de metal cuyo espesor es despreciable, el integral de volumen tomará la forma de una integral de superficie; si se asume una variación exponencial en el tiempo (2) la expresión (2-4) se puede escribir como:

$$\bar{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_{Sup} \frac{\bar{J}(y',z')}{r'} e^{-j\beta r'} ds' \qquad (2-5)$$

siendo "ds" un incremento de superficie de la fuente y "$\bar{J}(y',z')$" es la densidad de corriente superficial en la placa.

El campo magnético creado por una fuente de corriente, a partir del potencial vectorial retardado, está dado

---

(2) La variación en el tiempo viene dada por $e^{j\omega t}$

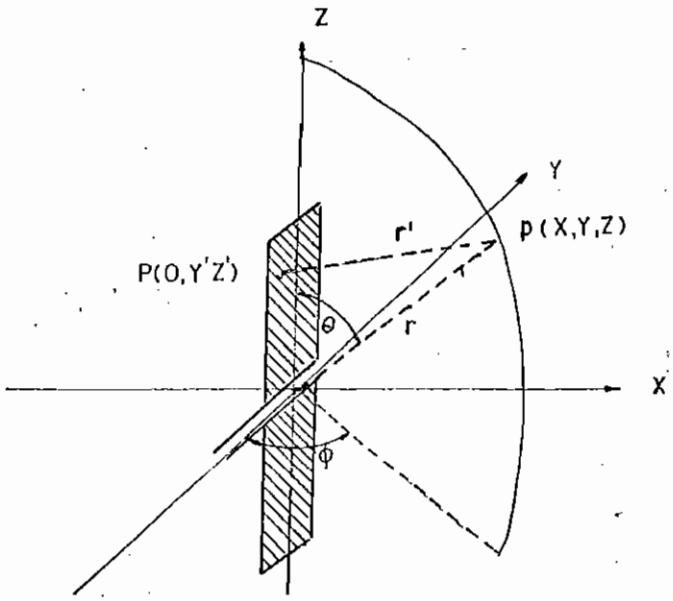


Fig. (2-3) Geometria del dípolo de placa

por :

$$\bar{H} = \frac{1}{\mu} \bar{\nabla} \times \bar{A} \qquad (2\text{-}6)$$

siendo "H" el vector intensidad de campo magnético y " " el operador diferencial. (3)

Reemplazando el valor de la ecuación (2-5) el campo magnético viene a ser :

$$\bar{H} = \frac{1}{4\pi} \int_{sup} \bar{\nabla} \times \left[\bar{J}(y', z') \frac{e^{-j\beta r'}}{r'} \right] ds' \qquad (2\text{-}7)$$

H.A. Atwater " Imtroductiom to Microwave Theory International Student Edition 1.962 Pp27.

Por medio de la transformación vectorial (4) en la cual "$\bar{J}$" es un vector cualquiera y "f" es un escalar:

$$\bar{\nabla} \times \bar{J} f = \bar{\nabla} f \times \bar{J} + f \bar{\nabla} \times \bar{J} \qquad (2\text{-}8)$$

La expresión (2-7) puede escribirse como:

$$\int_{sup} \bar{\nabla} \times \left[\bar{J}(y',z') \frac{e^{-j\beta r'}}{r'} \right] ds' = \int_{sup} \left\{ \bar{\nabla} \frac{e^{-j\beta r'}}{r'} \times \bar{J}(y',z') + \frac{e^{-j\beta r'}}{r'} \bar{\nabla} \times \bar{J}(y',z') \right\} ds' \qquad (2\text{-}9)$$

Como la derivación se hace con relación fuera de la fuente se cumple que:

$$\bar{\nabla} \times \bar{J}(y',z') = 0 \qquad (2\text{-}10)$$

Por lo cual la ecuación (2-9) se reducirá a :

$$\int_{sup} \bar{\nabla} \times \left[\bar{J}(y',z') \frac{e^{-j\beta r'}}{r'} \right] ds' = \int_{sup} \bar{\nabla} \frac{e^{-j\beta r'}}{r'} \times \bar{J}(y',z') \, ds' \qquad (2\text{-}11)$$

"r'" puede expresarse en coordenadas rectangulares de la siguiente manera:

$$r' = \left[x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2 \right]^{1/2} \qquad (2\text{-}12)$$

Entonces la expresión (2-7) tomaría la forma :

---

(4) Spiegel M "Vector analysis" Schaum Publishing Company; Primera edición; 1.959; Pp 58

$$\overline{H} = \frac{1}{4\pi}\int_{sup}\left[\overline{\nabla}\,\frac{e^{-j\beta\{x^2+(y-y')^2+(z-z')^2\}^{1/2}}}{\{x^2+(y-y')^2+(z-z')^2\}^{1/2}}\right]\times\overline{J}(y',z')\,ds' \qquad (2-13)$$

Efectuado la operación indicada se puede llegar al siguiente resultado:

$$\overline{\nabla}\times\left[\overline{J}(y',z')\frac{e^{-j\beta r'}}{r'}\right] = -\frac{e^{-j\beta r'}}{r'}\left[j\beta+\frac{1}{r'}\right]\overline{r'}\times\overline{J}(y',z') \qquad (2-14)$$

Siendo "$\overline{r'}$" el vector unitario en la dirección de "r'", luego el vector de campo magnético de la expresión (2-7) estará dado por:

$$\overline{H} = \frac{1}{4\pi}\int_{sup}\frac{e^{-j\beta r'}}{r'}\left[j\beta+\frac{1}{r'}\right]\left[\overline{J}(y',z')\times\overline{r'}\right]ds' \qquad (2-15)$$

Considerando el campo lejano o de radiación, que es el que realmente interesa, la expresión anterior puede escribirse como:

$$\overline{H} = j\frac{\beta}{4\pi}\int\frac{\overline{J}(y',z')}{r'}e^{-j\beta r'}\,ds' \qquad (2-16)$$

Asumiendo una distribución de corriente de la forma:

$$\overline{J}(y',z') = J_y(y',z')\,\overline{a}_y + J_z(y',z')\,\overline{a}_z \qquad (2-17)$$

y, ya que el vector unitario en la dirección de "r'" es:

$$\bar{r}' = \frac{x}{r'}\bar{a}_x + \frac{y-y'}{r'}\bar{a}_y + \frac{z-z'}{r'}\bar{a}_z \qquad (2\text{-}18)$$

siendo "$\bar{a}_x$" "$\bar{a}_y$" "$\bar{a}_z$" los vectores unitarios en la direc - ción indicada por el subíndice

El valor del producto vectorial será:

$$\bar{J} \times \bar{r}' = \left[\frac{z-z'}{r'}J_y(y',z') - \frac{y-y'}{r'}J_z(y',z')\right]\bar{a}_x +$$

$$+ \frac{x}{r'}J_z(y',z')\,\bar{a}_y + \frac{y}{r'}J_y(y',z')\,\bar{a}_z \qquad (2\text{-}19)$$

Para realizar la integración se asumen las siguientes aproximaciones que son usuales en los estudios de radia - ción cuando se trata del cálculo de campos lejanos: (5)

En el factor exponencial:

$$r' \approx r - y' \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi - z' \cos\theta \qquad (2\text{-}20)$$

y en el factor lineal:

$$\begin{aligned} r' &\approx r \\ y-y' &\approx y = r \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi \\ z-z' &\approx z = r\cos\theta \\ x &= r \operatorname{sen}\theta \cos\phi \end{aligned} \qquad (2\text{-}21)$$

Con las expresiones (2-19),(2-20) y (2-21) la ecua -

---

(5) Jordan/Balmain "Electromagnetic Waves and Radiating Sistems"; Prentice -Hall, Inc; 2Da. edición;1.968;Pp. 328

ción (2-16) se transforma en:

$$\overline{H} = \frac{j\beta}{4\pi r}\int_{sup} e^{-j\beta r}\, e^{j\beta(y'\,sen\theta\, sen\phi)}\Big[\Big\{J_y(y',z')\cos\theta - J_z(y',z')\, sen\theta\, sen\phi\Big\}\bar{a}_x +$$

$$+ J_z(y',z')\, sen\theta\cos\phi\,\bar{a}_y - J_y(y',z')\, sen\theta\cos\phi\,\bar{a}_z\Big]ds' \qquad (2\text{-}22)$$

Ecuación en la cual el vector magnético se puede expresar en sus tres componentes:

$$H_x = j\frac{\beta e^{-j\beta r}}{4\pi r}\int e^{j\beta(y'\,sen\theta\, sen\phi + z'\cos\theta)}\Big[J_y(y',z')\cos\theta - J_z(y',z')\, sen\theta\, sen\phi\Big]dx'$$

$$H_y = j\frac{\beta e^{-j\beta r}}{4\pi r}\int e^{j\beta(y'\,sen\theta\, sen\phi + z'\cos\theta)}\, J_z(y',z')\, sen\theta\cos\phi\, dy'$$

$$H_z = j\frac{\beta e^{-j\beta r}}{4\pi r}\int e^{j\beta(y'\,sen\theta\, sen\phi + z'\cos\theta)}\, J_y(y',z')\, sen\theta\cos\phi\, dz' \qquad (2\text{-}23)$$

Realizando la transformación de coordenadas cartecianas a coordenadas esféricas se obtiene las expresiones:

$$H_\theta = j\frac{\beta e^{-j\beta r}}{4\pi r}\int_{sup} e^{j\beta(y'\,sen\theta\, sen\phi + z'\cos\theta)}\, J_y(y',z')\, ds' \qquad (2\text{-}24a)$$

$$H_\phi = j\frac{\beta e^{-j\beta r}}{4\pi r}\int_{sup} e^{j\beta(y'\,sen\theta\, sen\phi + z'\cos\theta)}\Big[J_z(y',z')\, sen\theta - J_y(y',z')\, sen\theta\, sen\phi\Big]ds' \qquad (2\text{-}24b)$$

$$H_r = 0 \qquad (2\text{-}24c)$$

De tal manera que el campo eléctrico lejano puede en

contrarse de las siguientes relaciones:

$$E_\theta = \eta H_\phi$$
$$E_\phi = \eta H_\theta \qquad (2\text{-}25)$$

donde "η" es la impedancia intrínseca del medio

2.2.2. Radiación por un dipolo Eléctrico Oscilante

Hasta aquí se ha considerado un dipolo de placa metálica que tiene una corriente cuya variación, tanto en el sentido de "y'" como en el sentido de "z'" es desconocida. Si se tiene una distribución de corriente como la dada -- por la ecuación (2-3) en la cual "Jm" es el valor máximo de la densidad de corriente de alimentación de la antena, y si se supone que el dipolo está formado por dos monopolos, el uno para valores de "z'" mayores que cero y el otro para valores de "z'" menores que cero, se puede pensar que cada monopolo tiene una distribución de corriente de alimentación dada por:

$$J_z = \frac{J_m}{a} \operatorname{Sen} \beta (h - |z'|) \qquad (2\text{-}26)$$

Los campos de radiación creados por esta corriente serán aproximadamente iguales a los de un dipolo filamental y serán totalmente iguales cuando el valor de "a" llega al límite cero.

Introduciendo el valor de la densidad de corriente dado por la ecuación (2-26) en las ecuaciones (2-24) se -

encuentra que: $H_\theta = 0$

ya que: $J_y(y',z') = 0$

En cambio, como la variación de la densidad de co - rriente en dirección "Z" está determinada por la expre - sión (2-26), la componente del vector magnético en direc- ción "ϕ", estará dada por:

$$H_\phi = j\frac{\beta e^{-j\beta r}}{4\pi r}\left\{\int_{-h}^{0}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{J_m}{a} e^{j\beta(y'\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi + z'\cos\theta)} \times \operatorname{sen}\beta(h+z)\operatorname{sen}\theta\, dy'dz' + \right.$$

$$\left. + \int_{0}^{h}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{J_m}{a} e^{j\beta(y'\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi + z'\cos\theta)} \times \operatorname{sen}\beta(h-z)\operatorname{sen}\theta\, dy'dz'\right\} \qquad (2\text{-}27)$$

ecuación que se ha podido determinar dividiendo el inte - gral de la expresión (2-24b) en los dos monopolos ya men- cionados

La integración con respecto a "y'" es igual en los - dos monopolos por lo que la realizamos separadamente de - la siguiente manera:

$$\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} e^{j\beta(y'\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi)}\, dy' = \frac{2\operatorname{sen}\left(\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi\right)}{\beta\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi} \qquad (2\text{-}28)$$

Incluyendo esta última expresión en la ecuación --- (2-27) se obtiene:

$$H_\phi = j\frac{\beta e^{-j\beta r}}{4\pi r} I_m \operatorname{Sen}\theta \frac{\operatorname{Sen}(\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi)}{\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi}\left\{\int_{-h}^{0}\operatorname{sen}\beta(h+z')e^{j\beta z'\cos\theta}dz' + \right.$$

$$\left. + \int_{0}^{h}\operatorname{sen}\beta(h-z')e^{j\beta z'\cos\theta}dz'\right\} \qquad (2\text{-}29)$$

Para realizar las integraciones indicadas en la ecuación anterior se usan relaciones trigonométricas de tal forma que se puede llegar a la expresión.

$$\operatorname{Sen}\beta(h\pm z')e^{j\beta z'\cos\theta} = \operatorname{Sen}\beta h\left[\cos(\beta z'\cos\theta)+j\operatorname{sen}(\beta z'\cos\theta)\right]\cos\beta z' \pm$$

$$\pm \cos\beta h\left[\cos(\beta z'\cos\theta)+j\operatorname{sen}(\beta z'\cos\theta)\right]\operatorname{sen}\beta z' \qquad (2\text{-}30)$$

Se puede conseguir una pequeña simplificación llamando a las partes constantes con valores M y N tales que:

$$M = j\frac{\beta e^{-j\beta r}}{4\pi r} I_m \frac{\operatorname{Sen}(\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi)}{\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi}\operatorname{Sen}\beta h\operatorname{sen}\theta$$

$$N = j\frac{\beta e^{-j\beta r}}{4\pi r} I_m \frac{\operatorname{Sen}(\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi)}{\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi}\cos\beta h\operatorname{sen}\theta \qquad (2\text{-}31)$$

Introduciendo los valores de las ecuaciones (2-30) y (2-31) en la ecuación (2-29) se llega a la expresión:

$$H_\phi = \Big\{ M\Big[\int_{-h}^{0} \cos\beta z' \cos(\beta z' \cos\theta)\, dz' + \int_{0}^{h} \cos\beta z' \cos(\beta z' \cos\theta)\, dz' + j\int_{-h}^{0} \cos\beta z' \operatorname{sen}(\beta z' \cos\theta)\, dz' +$$

$$+ j\int_{0}^{h} \cos\beta z' \operatorname{sen}(\beta z' \cos\theta)\, dz'\Big] + N\Big[\int_{-h}^{0} \operatorname{sen}\beta z' \cos(\beta z' \cos\theta)\, dz' - \int_{0}^{h} \operatorname{sen}\beta z' \cos(\beta z' \cos\theta)\, dz' +$$

$$+ j\int_{-h}^{0} \operatorname{sen}\beta z' \operatorname{sen}(\beta z' \cos\theta)\, dz' - j\int_{0}^{h} \operatorname{sen}\beta z' \operatorname{sen}(\beta z' \cos\theta)\, dz'\Big]\Big\} \qquad (2\text{-}32)$$

Recordando las propiedades de las funciones pares e impares la ecuación (2-32) se transforma en:

$$H_\phi = 2M\int_{0}^{h} \cos\beta z' \cos(\beta z' \cos\theta)\, dz' - 2N\int_{0}^{h} \operatorname{sen}\beta z' \cos(\beta z' \cos\theta)\, dz' \qquad (2\text{-}33)$$

Por medio de las relaciones trigonométricas se puede escribir:

$$H_\phi = M\int_{0}^{h} \Big[\cos\beta z'(1+\cos\theta) + \cos\beta z'(1-\cos\theta)\Big] dz' +$$

$$-N\int_{0}^{h} \Big[\operatorname{sen}\beta z'(1+\cos\theta) + \operatorname{sen}\beta z'(1-\cos\theta)\Big] dz' \qquad (2\text{-}34)$$

Integrando la expresión anterior y reemplazando los valores de M y N se obtiene :

$$H_\phi = j\frac{I_m e^{-j\beta r}}{2\pi r} \times \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi} \times \frac{\cos(\beta h \cos\theta) - \cos\beta h}{\operatorname{sen}\theta} \qquad (2\text{-}35)$$

Entonces, el valor del campo eléctrico vendrá dado -

por:

$$E_\theta = j\eta \frac{I_m e^{-j\beta r}}{2\pi r} \times \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi} \times \frac{\cos(\beta h \cos\theta) - \cos\beta h}{\operatorname{sen}\theta} \tag{2-36}$$

Si se trata de dipolos de media longitud de onda el campo eléctrico toma el valor:

$$E_\theta = j\eta \frac{I_m e^{-j\beta r}}{2\pi r} \times \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi} \times \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta} \tag{2-37}$$

La configuración de radiación estará determinada por el valor absoluto del campo eléctrico, es decir:

$$|E_\theta| = \frac{60 I_m}{r} \times \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi} \times \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta} \tag{2-38}$$

De esta última expresión se puede grafizar las configuraciones de radiación deseadas

CONFIGURACION DE RADIACION

2.2.3. Configuración Normal

Llamamos de este modo a la configuración que se presenta en el plano normal a la placa es decir al plano x-y y esto se consigue cuando $\theta = 90^\circ$, llegando a la expresión;

$$E_\theta = \frac{60 I_m}{r} \times \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\phi)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\phi} \tag{2-39}$$

$X = B \frac{a}{2} \operatorname{SEN} \theta$ $\qquad$ $M = E_{max} / E_{min}$

a	Variacion de X	M	Nº
0	$0° \leq X \leq 0°$	1	1
λ/100	1.8° X 1.8°	0.9998	2
λ/50	3.6° X 3.6°	0.9993	3
λ/40	4.5° X 4.5°	0.9989	4
λ/30	6° X 6°	0.9982	5
λ/20	9° X 9°	0.9958	6
λ/10	18° X 18°	0.9835	7

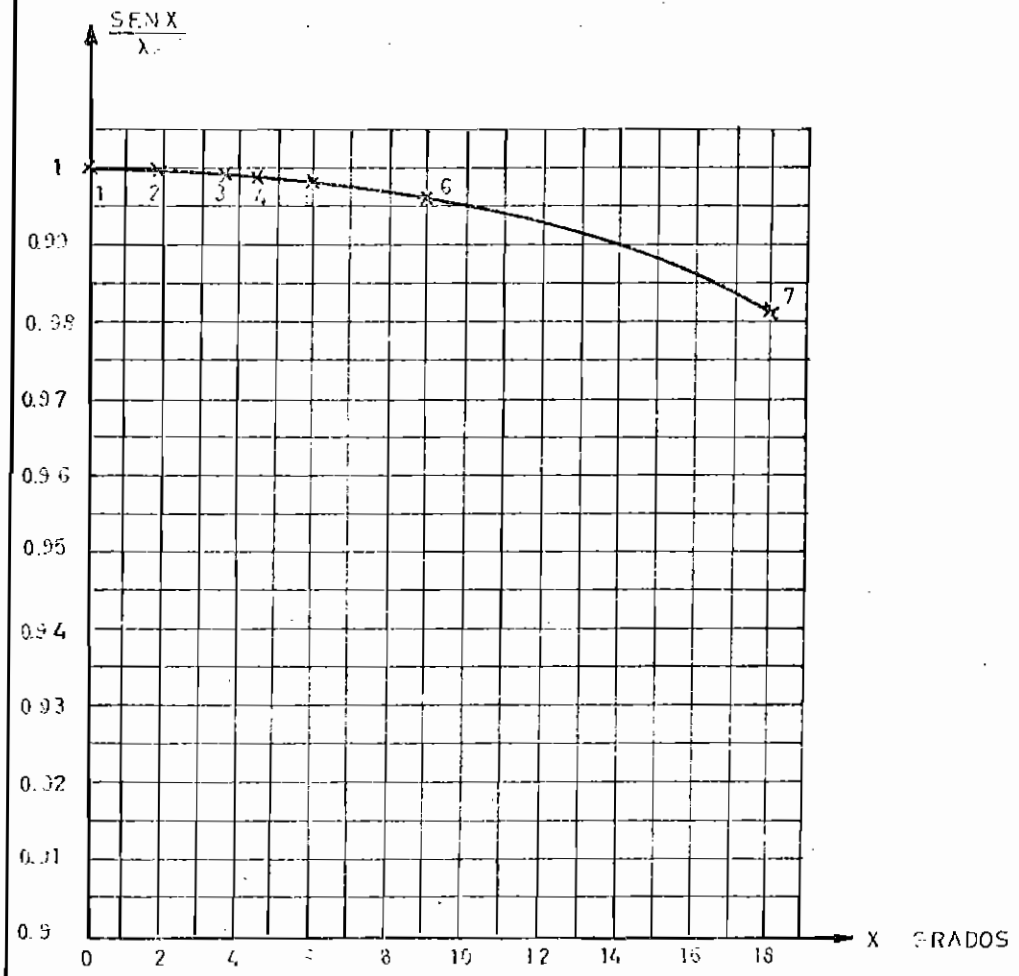


FIG 2-4a FUNCION $\frac{\operatorname{SEN} X}{X}$ PARA PEQUEÑOS ANGULOS

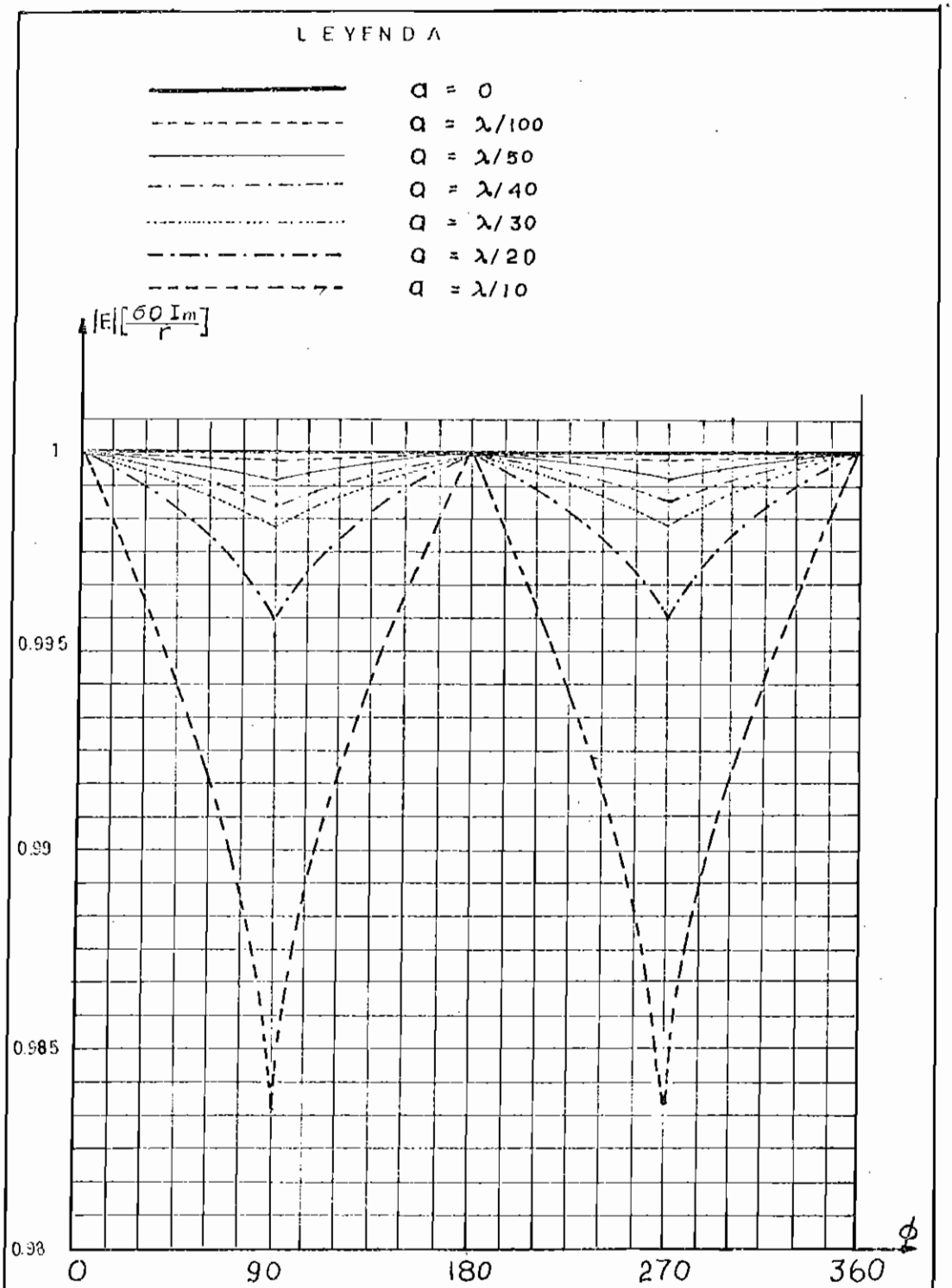


FIG 2 - 4b CONFIGURACION DE RADIACION NORMAL DE UN DIPOLO DE PLACA METALICA

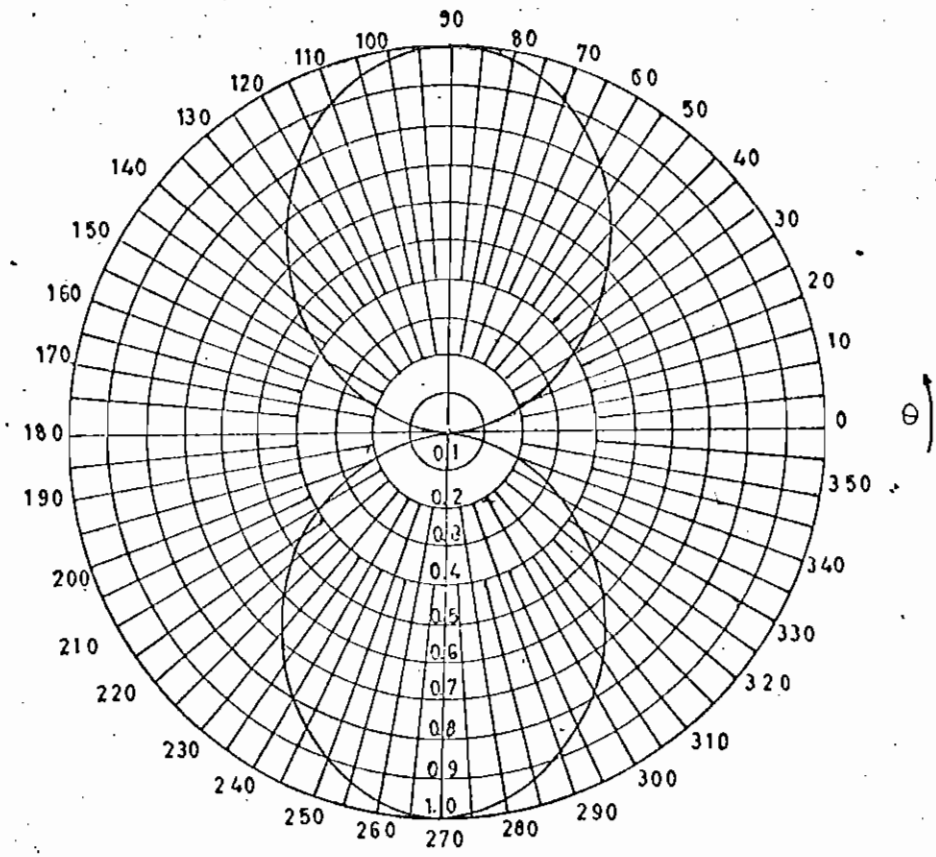


FIG: 2-5 CONFIGURACION DE RADIACION VERTICAL Y DE POLARIZACION DE UN DIPOLO FILAMENTAL

$$E = K \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta}$$

De la ecuación anterior se concluye que la configuración normal de un dipolo de placa aproximadamente onmidireccional, pudiendo compararse con un dipolo filamental que teóricamente es totalmente onmidireccional. Las diferencias existentes se las puede apreciar en la figura (2-4) en la cual se grafiza la función de muestreo de las configuraciones de radiación normal para un dipolo de placa con diferentes valores de "a"

2.2.4. Configuración Vertical

Esta configuración se presenta en el plano "z-x" que tambiés es normal a la placa y se encuentra determinada cuando $\phi = 90$ por lo que la expresión (2-38) viene a ser:

$$E_\theta = \frac{60 I_m}{r} \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta} \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta} \qquad (2\text{-}40)$$

Si despreciamos la influencia del ancho "a", dada por la función de muestreo de la figura (2-49), la configuración de radiación es igual a la de los dipolos filamentales y se la muestra en la figura (2-5)

2.2.5. Configuraciones de Polarización

Se denomina de este modo a la configuración de radiación que se presenta en el plano de la abertura o de la placa, en el presente caso se trata del plano "y-z"

es decir en el plano $\phi = 0$, y toma la forma:

$$E_\theta = \frac{60\, I_m}{r} \times \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\operatorname{sen}\theta} \qquad (2\text{-}41)$$

Expresión que es totalmente igual a la de un dipolo filamental y estaría indicado en la figura (2-5) ya que - sería la configuración vertical de este tipo de dipolos.

2.2.6. Dipolo Filamental de Media Longitud de Onda

Cuando el ancho del dipolo es despreciable sus configuraciones deben ser iguales a las de un dipolo filamental de media longitud de onda. Para probar esta hipótesis hacemos "a=0" en la ecuación (2-38) con lo que se obtiene:

$$E_\theta = \frac{60\, I_m}{r} \times \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\operatorname{sen}\theta} \qquad (2\text{-}42)$$

Expresión que es exactamente igual a la que se tiene para un dipolo filamental cuyos gráficos se encuentran ya especificados

2.3 CALCULO DE LAS PRINCIPALES CARACTERISTICAS DEL DIPOLO DE PLACA

2.3.1. Potencia Radiada y Resistencia de Radiación

La potencia radiada es el resultado de integrar el -

vector de Poynting sobre una superficie cerrada a una gran distancia de la fuente. El vector de Poynting puede ser definido de la siguiente manera:

$$\bar{P} = \frac{1}{2}\eta\,|H_\phi|^2 \qquad (2\text{-}43)$$

Entonces la potencia de radiación viene especificada por la relación:

$$P_t = \oint_{sup} \bar{P}\, ds \qquad (2\text{-}44)$$

Relación en la cual "Pt" es la potencia radiada, "P" el vector de Poynting y "S" es una superficie esférica cuyo radio es suficientemente grande tal que se puedan considerar unicamente los campos de radiación y cuyo centro se encuentra en el punto de alimentación del dipolo.

$$P_t = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \bar{P}\, r^2 \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi \qquad (2\text{-}45)$$

Considerando que hay simetría con respecto a los tres ejes de coordenadas cartesianas se puede integrar en un solo cuadrante por el cual:

$$P_t = 8\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \bar{P}\, r^2 \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi \qquad (2\text{-}46)$$

Reemplazando el valor del campo magnético de la ecuación (2-35) la expresión anterior se puede escribir:

$$P_t = \frac{\eta I_m^2}{\pi^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[\frac{\operatorname{sen}(\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi)}{\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi}\right]^2\left[\frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta}\right]^2\operatorname{sen}\theta\, d\phi\, d\theta \qquad (2\text{-}47)$$

Integrando la parte correspondiente a la variable - "ϕ" separándole de una integral definida como "I1" tal - que:

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[\frac{\operatorname{sen}(\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi)}{\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi}\right]^2 d\phi \qquad (2\text{-}48)$$

Llamando $M=\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta$, se puede escribir :

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[\frac{\operatorname{sen}(M\operatorname{sen}\phi)}{M\operatorname{sen}\phi}\right]^2 d\phi = \frac{1}{M^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\operatorname{sen}^2(M\operatorname{sen}\phi)}{\operatorname{sen}^2\phi}\, d\phi \qquad (2\text{-}49)$$

Derivando dos veces la parte interior del integral con respecto a "M" se llega a la siguiente expresión:

$$I_2'' = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos(2M\operatorname{sen}\phi)\,d\phi \qquad (2\text{-}50)$$

Haciendo el siguiente cambio de variable: "$\operatorname{sen}\phi=\cos u$ " la ecuación (2-50) toma la forma:

$$I_2'' = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos(2M\cos u)\,du \qquad (2\text{-}51)$$

La función coseno puede expresarse como una serie de la forma:

$$\cos(2M\cos u) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2M\cos u)^{2n}}{(2n)!} \quad ; \quad n = 0, 1, 2, \cdots \tag{2-52}$$

Que reemplazando en la ecuación (2-51) se la transforma en:

$$I_2'' = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2M)^{2n} (\cos u)^{2n}}{(2n)!} \, du \tag{2-53}$$

En función del ángulo doble puede escribirse:

$$I_2' = \sum_{n=0}^{\infty} 2\frac{(-1)^n (2M)^{2n}}{(2n)!\, 2^n} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos 2u + 1)^n \, du \tag{2-54}$$

Realizando la operación indicada para valores de -- n=0,1,2,3, se consigue la serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\cos(2u) + 1\right]^n du = \frac{\pi}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{2^n (n!)^2} \tag{2-55}$$

Entonces, el integral de la ecuación (2-51) puede - expresarse como una función de Bessel de primer grado -- llegando al resultado:

$$I_2'' = \pi J_0(2M) \tag{2-56}$$

Regresando a la ecuación (2-48) se encuentra que el integral definido como I1 puede expresarse:

$$I_1 = \frac{\pi}{M^2} \int_0^{2M} \left[\int_0^{\xi} J_0(x)\, dx \right] d\xi \qquad (2\text{-}57)$$

Las funciones de Bessel pueden integrarse por medio de su representación en series, resultando la ecuación - (2-57) de la forma:

$$I_1 = \frac{\pi}{M^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2M)^{2n+2}}{(2n+2)(2n+1)2^{2n}(n!)^2} \qquad (2\text{-}58)$$

Reemplazando el valor de "M", el integral "I_1" se escribe:

$$I_1 = \frac{\pi}{\beta^2 a^2 \operatorname{sen}^2\theta} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\beta a \operatorname{sen}\theta)^{2n+2}}{(2n+2)(2n+1)2^{2n}(n!)^2} \qquad (2\text{-}59)$$

Valor que introducido en la ecuación (2-47) nos indica que la potencia radiada está dada por :

$$P_t = \frac{\eta I_m^2}{\pi(\beta a)^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\beta a)^{2n+2}}{(2n+2)(2n+1)2^{2n}(n!)^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\operatorname{sen}^2\theta} \frac{(\operatorname{sen}^2\theta)^{n+1}}{\operatorname{sen}\theta}\, d\theta \qquad (2\text{-}60)$$

Ecuación que puede ser escrita de la forma:

$$P_t = \frac{\eta I_m^2}{\pi(\beta a)^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\beta a)^{2n+2}}{(2n+2)(2n+1)2^{2n}(n!)^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2(\tfrac{\pi}{2}\cos\theta)(\operatorname{sen}\theta)^{2n-1}\, d\theta \qquad (2\text{-}61)$$

Esta representación es exacta para cualquier valor

del ancho del dipolo. Cuando tenemos un dipolo angosto el valor de "βa" es menor que la unidad y la serie converge rápidamente, entonces considerando unicamente el primer - par de términos se reduce a la expresión:

$$P_t = \frac{\eta I_m^2}{\pi}\left\{\frac{1}{2}\int_0 \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta}\,d\theta + \frac{(-1)(\beta a)^2}{48}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2(\tfrac{\pi}{2}\cos\theta)\operatorname{sen}\theta\,d\theta\right\} \quad (2\text{-}62)$$

El Primer integral puede evaluarse siguiendo el procedimiento de Jordan/Balmain (6) obteniendose el valor:

$$P_t = \frac{\eta I_m^2}{2\pi}\left\{0.6093 - \frac{(\beta a)^2}{24}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2(\tfrac{\pi}{2}\cos\theta)\operatorname{sen}\theta\,d\theta\right\} \quad (2\text{-}63)$$

Para evaluar el segundo integral se puede hacer el - siguiente cambio de variable: $\xi = \cos\theta$; Con el cual:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2(\tfrac{\pi}{2}\cos\theta)\operatorname{sen}\theta\,d\theta = \int_1^0\cos^2(\tfrac{\pi}{2}\xi)(-d\xi) \quad (2\text{-}64)$$

Realizando la operación indicada y reemplazando el - valor de la impedancia característica " $\eta = 120\pi\,\Omega$ ", la potencia radiada toma la forma:

$$P_t = 60\, I_m^2\left\{0.6093 - \frac{(\beta a)^2}{48}\right\} \quad (2\text{-}65)$$

De esta expresión se puede calcular la resistencia - de radiación por medio de la relación:

---

(6) Cita anterior Pp. 330

$$R = \frac{2P_t}{I_m^2} \qquad (2\text{-}66)$$

Con lo que finalmente se obtiene:

$$R_{rad} = 73{,}116 - 10\pi^2\left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 \qquad (2\text{-}67)$$

De esta última ecuación se puede calcular la resistencia de radiación para varios valores del ancho del dipolo, observándose la influencia del ancho del dipolo en las características de radiación.

Estos valores se muestran en el cuadro (2-1)

2.3.2. GANANCIA, DIRECTIVIDAD Y ABERTURA EFECTIVA

La intensidad de radiación se define como (7)

$$\overline{\Phi}(\theta,\phi) = r^2\overline{P} \qquad (2\text{-}68)$$

Siendo "$\overline{P}$" el vector de Poynting, "r" la distancia a la que se está calculando la intensidad de radiación que se simboliza con "$\overline{\Phi}$" para cualquier valor de las coordenadas "θ" y "ϕ". Reemplazando el valor del vector de Poynting antes encontrado se obtiene la intensidad de radiación:

---

(7) Jordan/Balmain cita anterior Pp 374

$$\Phi(\theta,\phi) = \frac{\eta I_m}{8}\left(\frac{\operatorname{sen}(\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi)}{\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi}\right)^2 \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\operatorname{sen}^2\theta} \qquad (2\text{-}69)$$

La ganancia directiva se define como:

$$g_d = \frac{4\pi\,\Phi(\theta,\phi)}{P_t} \qquad (2\text{-}70)$$

Expresión en la cual Pt es la potencia total radiada que puede expresarse como función de la resistencia de radiación, de tal manera que, la ganancia directiva en cualquier dirección viene dada por:

$$g_d = \frac{\eta}{\pi R_{rad}}\left(\frac{\operatorname{sen}(\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi)}{\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi}\right)^2 \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\operatorname{sen}^2\theta} \qquad (2\text{-}71)$$

La ganancia máxima se la encuentra en la dirección de "$\theta = \phi = 90°$" de tal manera que para la máxima ganancia, "Gmax" obtendremos la expresión:

$$G_{max} = \frac{120}{R_{rad}}\,\frac{\operatorname{sen}^2(\beta\frac{a}{2})}{(\beta\frac{a}{2})^2} \qquad (2\text{-}72)$$

La directividad es la ganancia máxima expresada en decíbeles por medio de la relación:

$$D = 10\,\mathrm{Log}\,G_{max} \qquad (2\text{-}73)$$

Fórmula en la cual "D" es la directividad y "Log" es el logaritmo base diez.

El valor de la "abertura efectiva" se ha definido por la relación:

$$A = \frac{\lambda^2}{2\pi} G_{max} \qquad (2-74)$$

Que en el caso presente viene a ser:

$$A = \frac{60\,\lambda^2}{\pi R_{rad}} \left(\frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2})}{\beta \frac{a}{2}} \right)^2 \qquad (2-75)$$

Los valores de ganancia máxima, directividad y abertura efectiva, y resistencia de radiación se encuentran tabulados en el cuadro (2-1) en el cual se muestran estos para una variación del ancho del dipolo; calculados a la frecuencia de 600 MHz.

En general, las características de radiación, al igual que las configuraciones de radiación, de un dipolo de placa con similares a las de un dipolo filamental; la diferencia se presenta como una función de muestreo cuya amplitud es función del ancho del dipolo por lo que esta similitud tiene valor cuando se trata de dipolos angostos, comparados con la longitud de onda de la señal de excitación.

"a"	Rrad	Gmax	D (db)	A
0000	73,116	1,64	2,14	0,652
λ/100	73,106	1,629	2,11	0,649
λ/50	73,076	1,628	2,11	0,649
λ/40	73,055	1,626	2,11	0,648
λ/30	73,007	1,625	2,10	0,648
λ/20	72,870	1,63	2,11	0,649
λ/10	72,126	1,605	2,04	0,639

CUADRO (2-1) Resistencia de radiación, Ganancia máxima, - Directividad y abertura.

C A P I T U L O T E R C E R O

D U A L I D A D E N T R E P L A C A Y R A N U R A

3.1. INTRODUCCION

En este capítulo se enuncian 2 leyes fundamentales en el estudio de radiación por ranuras. Estas dos leyes son usadas en los estudios de Optica y se las conoce con el nombre de Principio de Huygens y Principio de Babinet. Para los estudios de campos electromagnéticos se condiciona estas leyes al cumplimiento de las ecuaciones de Maxwell.

3.2. PRINCIPIO DE HUYGENS

En su forma original el principio de Huygens establece que cada punto de un frente de ondas actua como una nueva fuente de ondas. Este principio fue postulado por Huygens para estudios de Optica y ha sido extendido a la teoría electromagnética con el nombre de Teorema Equivalente el cual puede demostrarse de una manera fácil por medio del uso del Teorema de Reciprocidad. (8)

La fuente de Huygens se define como una fuente distribuida sobre una superficie cerrada que genera los mismos campos que los de una fuente primaria que previamente está encerrada por la superficie antes mencionada. Este principio nos permite eliminar la fuente primaria en favor de una distribución equivalente cuyos efectos son

---

(8) Resumido en el primer capítulo

simples de evaluar.

Para demostrar este principio escogemos un punto arbitrario "P" que está separado de la fuente primaria por una superficie cerrada "Sh" (Fig.3-1), en este punto se calculan los campos generados por la fuente primaria luego se los compara con los campos producidos por la fuente de Huygens en el mismo punto. Para esto se situa una fuente de prueba en el punto "P" que presenta corrientes y campos que los distinguimos con el subíndice "b", entonces llamando "A" a la fuente primaria, que consiste de corriente eléctrica y magnética "J_A" y "M_A" (9), de acuerdo con el principio de reciprocidad se obtiene:

$$\int_{Vol} (J_A . E_b - M_A . H_b) dV = \int_{Vol} (J_b . E_A - M_b . H_A) dV \qquad (3-1)$$

Si la fuente de prueba es, por ejemplo, un dipolo eléctrico puntual, de la forma:

$$J_b = \hat{P} \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \delta(z - z_0) \qquad (3-2)$$

Entonces el campo eléctrico en el punto "P" vendrá determinado por la ecuación:

$$\int_{Vol} (J_A . E_b - M_A . H_b) dV = \hat{P} E_{A(P)} \qquad (3-3)$$

Ecuación en la cual "$E_{A(P)}$" expresa el campo eléctrico

---

(9) Explicado rigurosamente en el siguiente capítulo lo aceptamos en este capítulo sin definirlo.

en el punto "P" debido a la fuente "A"anotando que la e - cuación (3-3) nos indica la componente en dirección "P" - de este campo y que la integración se realiza en un volumen limitado por una superficie que encierra, tanto la -- fuente primaria como la fuente de prueba.

Se ha puntualizado que el objetivo es encontrar una fuente de Huygens que reemplace a la fuente "A". Para mirar esta fuente imagínese que en lugar de la fuente primaria se situa una distribución de corriente "Jha" y "Mha"- sobre una superficie cerrada "Sh" que encierra la posi -- ción en la cual se encontraba la fuente primaria como se puede apreciar en la figura (3-1)

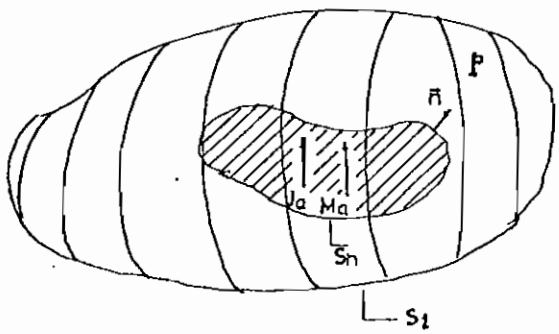


Fig.(3-1) Fuente equivalente de Huygens

Aplicando nuevamente el teorema de reciprocidad en - tre esta distribución de fuente y la fuente puntual de -- prueba en un volumen que incluya las dos fuentes se puede escribir:

$$\int_{Vol} (\bar{J}_{ha}.\bar{E}_b - \bar{M}_{ha}.\bar{H}_b)dV = \bar{P}.\bar{E}_{ha(P)} \qquad (3-4)$$

Cuando se encuentra la fuente de Huygens correcta los campos generados por las dos fuentes serán idénticos para todos los puntos "P" en el volumen que encierra las dos fuentes "S_1". Por esta razón el problema se reduce a encontrar la distribución de corriente "Jha" y "Mha" de tal manera que los integrales de las ecuaciones (3-3) y (3-4) sean iguales.

Si se considera una superficie que encierra la fuente primaria y que incluya la fuente de prueba, por ejemplo "Sh" en la figura (3-1), el teorema de reciprocidad puede escribirse:

$$\oiint_{Sh} (\bar{H}_A \times \bar{E}_b - \bar{H}_b \times \bar{E}_A)\cdot\bar{n}\,ds = \int_{Vol} (\bar{J}_A\cdot\bar{E}_b - \bar{M}_A\cdot\bar{H}_b)dV \qquad (3-5)$$

En otra superficie "S1" que encierra, tanto la fuente primaria como el punto de observación y la superficie "Sh", se puede igualar los integrales:

$$\int_{Vol\,de\,Sh} (\bar{J}_A.\bar{E}_b - \bar{M}_A.\bar{H}_b)dV = \int_{Vol\,de\,S_1} (\bar{J}_A.\bar{E}_b - \bar{M}_A.\bar{H}_b)dV \qquad (3-6)$$

Esta igualdad se justifica ya que la superficie "Sh" encierra toda la fuente primaria y la región comprendida entre esta superficie y la superficie "S1" es una región libre de fuentes.

Con las ecuaciones (3-5) y (3-6) se puede escribir:

$$\oiint (\bar{H}_A \times \bar{E}_b - \bar{H}_b \times \bar{E}_A).\bar{n}\, ds = \int_{Vol\ de\ S_1} (\bar{J}_A.\bar{E}_b - \bar{M}_A.\bar{H}_b)\, dV \qquad (3\text{-}7)$$

Y de acuerdo con la ecuación (3-3) tenemos:

$$\oiint (\bar{H}_A \times \bar{E}_b - \bar{H}_b \times \bar{E}_A).\bar{n}\, ds = \hat{P}.\bar{E}_A(P) \qquad (3\text{-}8)$$

En esta ecuación se reemplaza efectivamente los campos que la misma fuente crea sobre la superficie "Sh". De esta última expresión se puede encontrar la forma requerida por "$\bar{J}ha$" y "$\bar{M}ha$", en efecto el triple producto vectorial puede rearreglarse como sigue:

$$\bar{H}_A \times \bar{E}_b.\bar{n} = \bar{E}_b.\bar{n} \times \bar{H}_A$$

$$\bar{H}_b \times \bar{E}_A.\bar{n} = \bar{H}_b.\bar{E}_A \times \bar{n} \qquad (3\text{-}9)$$

Y las densidades de corriente en la superficie "Sh" están definidas por las relaciones:

$$\bar{J}_{ha} = \bar{n} \times \bar{H}_{A(sh)}$$

$$\bar{M}_{ha} = \bar{E}_{A(sh)} \times \bar{n} \qquad (3\text{-}10)$$

De tal forma que la ecuación (3-8) puede escribirse:

$$\oint_{sh} (\bar{J}_{ha}.\bar{E}_b - \bar{M}_{ha}.\bar{H}_b)\, ds = \hat{P}.\bar{E}_A(P) \qquad (3\text{-}11)$$

El integral de volumen indicado en la ecuación (3-4) puede transformarse en un integral de superficie pensando tan solo que la fuente equivalente "ha" esta compuesta

de corrientes superficiales "Jha" y "Mha" por lo que toma la forma:

$$\bar{E}_A(P) = \bar{E}_{ha}(P) \qquad (3\text{-}12)$$

Esta ecuación demuestra que la fuente equivalente de Huygens es correcta para los campos en los puntos fuera de la superficie "Sh". Para los puntos dentro de la superficie "Sh" se puede repetir al procedimiento anterior calculando los campos en un punto "P1" situado en la región encerrada por la superficie "Sh" y en el cual se pone un dipolo de prueba que se distingue por el subíndice "b1". La geometría de este proceso se la encuentra en la figura (3-2).

Aplicando el teorema de reciprocidad a la fuente de prueba "b1" y la fuente equivalente "ha", se puede escribir para la superficie "Sh" la relación:

$$\int_{vol\ de\ Sh} (\bar{J}_{ha}.\bar{E}_{b1} - \bar{M}_{ha}.\bar{H}_{b1})\,dV = \bar{P}.\bar{E}_{ha}(P) \qquad (3\text{-}13)$$

De acuerdo con las ecuaciones (3-9) y (3-10) la ecuación anterior puede expresarse como:

$$\oint_{Sh} (\bar{H}_A \times \bar{E}_{b1} - \bar{H}_{b1} \times \bar{E}_A).\bar{n}\,ds = \bar{P}.\,\bar{E}_{ha}(P_1) \qquad (3\text{-}14)$$

Esta ecuación es igual a cero ya que la superficie "Sh" incluye la fuente primaria y la fuente de prueba. Como los campos eléctricos y magnéticos se encuentran re

lacionados directamente ya que sus magnitudes son proporcionales de acuerdo a la relación:

$$\bar{E} = \eta \bar{H} \qquad (3\text{-}15)$$

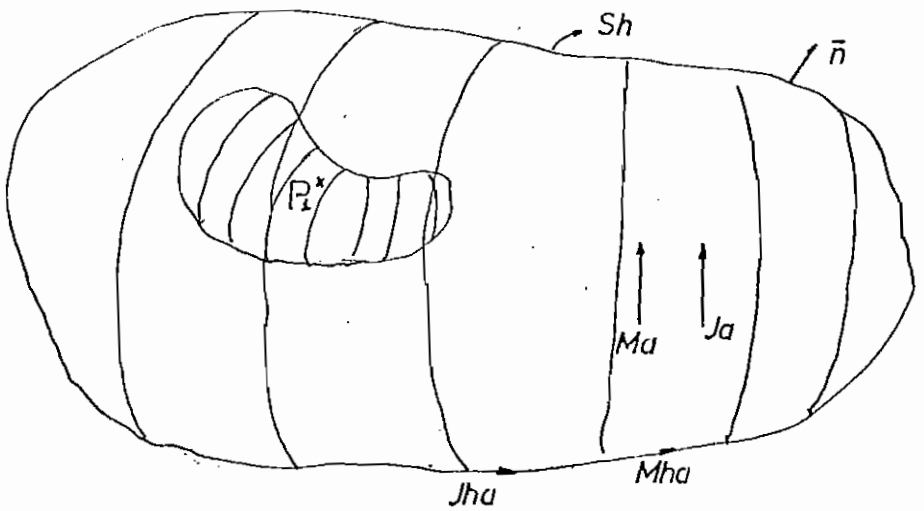


Fig.(3-2) Campos Dentro de la Superficie de Huygens

Entonces, es evidente que la fuente equivalente de Huygens genera campos nulos en la región en la cual se encuentra la fuente primaria por esta razón Shekulnoff (10) establece que el teorema equivalente dice:

"LOS CAMPOS GENERADOS POR UNA DISTRIBUCION DE FUENTES DE HUYGENS SON IGUALES A LOS DE LA DISTRIBUCION ACTUAL EN LA REGION LIBRE DE FUENTES Y SON NULOS EN LA RE-

---

(10) Shekulnoff "Some.Equivalence Theorema of Electro - magnetics and Their aplication to Radiation Problems" Bell Sistem Tecnical Journal.15 Nº1 P 92 1.936

GION EN LA CUAL SE ENCUENTRA LA FUENTE PRIMARIA."

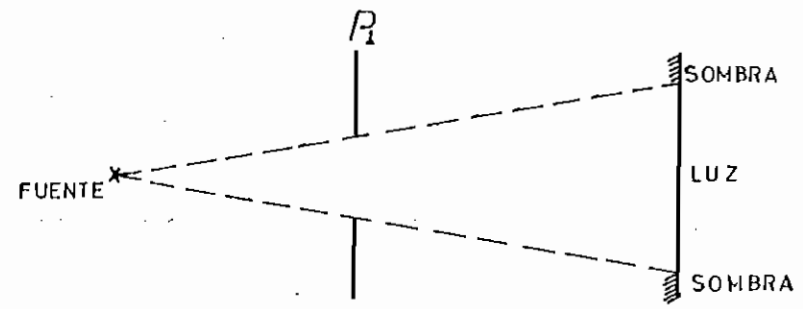
3.2. PRINCIPIO DE BABINET (11)

El principio de Babinet como generalmente es usado en Optica relaciona las intensidades de luz al pasar por pantallas complementarias. En Optica se define las pantallas complementarias como un par de pantallas una de las cuales permite el paso de la luz mientras la otra no lo permite; por ejemplo supongamos una pantalla que es opaca a la luz, es decir que no deja pasar las ondas luminosas, y que tiene un número cualquiera de huecos o ventanas de forma y tamaños indistintos que si permite el paso de la luz; entonces la pantalla complementaria es aquella que está hecha de material opaco de forma, tamaño y distribución igual al de las ventanas de la anterior, es decir, la pantalla complementaria es aquella que superpuesta sobre la primera produce una pantalla totalmente opaca.

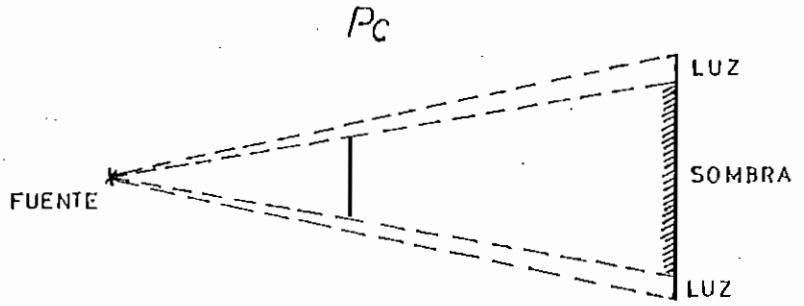
Una forma del principio establece que las intensidades luminosas en un punto son tales que la intensidad luminosa producidas por una pantalla, más la intensidad luminosa de la pantalla complementaria es igual a la intensidad luminosa producida sin pantalla como se puede observar en la figura (3-3) que ilustra el caso ordinario

---

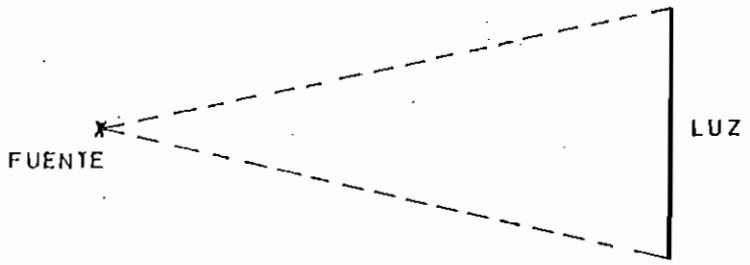
(11) H.G. Booker "Slot Aerials and Their Relation to complementary wire aerials (Babinets principle) J.I.E.E. -- III A 1.946.



(a) LUZ AL PASO DE LA PANTALLA 1



(b) LUZ AL PASO DE LA PANTALLA COMPLEMENTARIA



(c) LUZ SIN PANTALLA

a + b = c

FIG:(3-3) DEMOSTRACION GEOMETRICA DEL PRINCIPIO DE BABINET

de sombras y luz al paso de pantallas complementarias y nos indica una fácil demostración del principio de Babinet por medio de Optica Geométrica.

La formulación electromagnética del principio de Babinet fue llevada a cabo por H.G.Booker (12) que incluyendo la idea del principio establecido en Optica lo extiende de tal modo que relaciona los campos "E" y "H", razón por la cual debe ser demostrada para la naturaleza vectorial de estos campos. De esta manera, resulta más complicada que el principio establecido en Optica ya que todas las relaciones deben satisfacer las ecuaciones de Maxwell.

Para demostrar este principio se supone la existencia de materiales perfectamente conductores del magnetismo, lo cual es equivalente a la condición de permeabilidad infinita.

Sea una fuente arbitraria "J" confinada en una región finita del espacio "$z < 0$" que genera campos "Ee" y "He" en todos los puntos del espacio homogeneo, si en el plano "$z = 0$" se situa una placa infinitamente delgada y perfectamente conductora y suponiendo que el aire es un conductor perfecto del magnetismo (13), como se muestra en la figura (3-4).

---

(12) H.G. Booker "Slot Aerials and Their Relation to complementary wire aerials (Babinets principle) J.I.E.E.III A 1.946.

(13) Contradicción Explicada al final de este numeral.

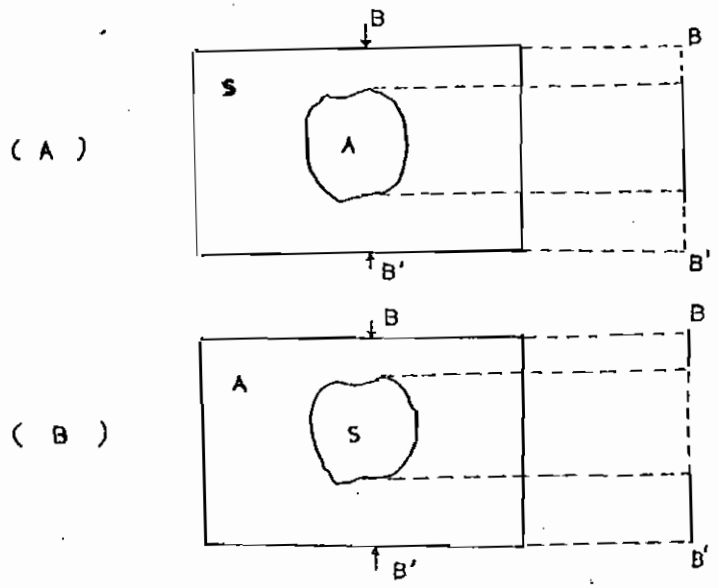


Fig.(3-4) Principio de Babinet en Teoría Electromagnetica

La fuente produce campos eléctricos y magnéticos que de acuerdo con el principio de Huygens pueden traducirse en corrientes magnéticas y eléctricas respectivamente, este principio puede aplicarse, pues el plano "z = 0" se -- considera como una superficie cerrada que rodea la región "z $\angle$ 0". Estas corrientes generan campos "Et"y "Ht" en la región "z $\geq$ 0" y campos nulos en la región "z $\angle$0".

En la pantalla complementaria, figura (3-4b), formada por una placa perfectamente conductora infinitamente - delgada y con una ventana de igual forma y tamaño que la parte metálica de la pantalla primera, se producen co -- rrientes eléctricas y magnéticas que son generadas, de acuerdo con el principio de Huygens, por los campos elec - tromagnéticos existentes en el plano.

Estas corrientes generan a su vez campos "Et1" y --

"Ht1" en la región "Z $\geq$ 0" y campos nulos en la región "Z $\leq$ 0". El principio de Babinet establece que:

$$E_t + E_{t1} = E_e$$
$$H_t + H_{t1} = H_e \qquad (3\text{-}16)$$

Para demostrar la ecuación (3-16) imagínese que se calculan los campos "Et1" y "Ht1", "Et" y "Ht" debidos a la fuente equivalente de Huygens situada en el plano --- "z = 0". Para la pantalla de la figura (3-4a) se puede - escribir

$$\bar{J}_h = \bar{n} \times \bar{H}_t$$
$$\bar{M}_h = \bar{E}_t \times \bar{n} \qquad (3\text{-}17)$$

Para la de la figura (3-4b) se tiene en cambio:

$$\bar{J}_{t1} = \bar{n} \times \bar{H}_{t1}$$
$$\bar{M}_{t1} = \bar{E}_{t1} \times \bar{n} \qquad (3\text{-}18)$$

Se puede observar que si todas las fuentes actuan - juntas generan la suma de campos: "Et1"+ "E_t" y " Ht1 + "Ht" en la región "z $\geq$ 0" y campos nulos en la región -- "Z $\leq$ 0" ya que la linealidad de las ecuaciones de Max - well permite aplicar el principio de superposición.

Como para "Z $\leq$ 0" los campos son nulos en este espa cio se puede introducir cualquier material que no posea cargas eléctricas ni magnéticas sin que se alteren las -

condiciones antes especificadas.

Finalmente se considera los campos generados por la fuente "J" en el plano "Z = 0" y en ausencia de las pantallas. Estos campos están completamente determinados por "Ee" y"He" por lo que, si la fuente de Huygens escogida es correcta, se demuestra que:

$$E_t + E_{t1} = E_e$$
$$H_t + H_{t1} = H_e \qquad (3\text{-}19)$$

La expresión (3-19) constituye la formulación matemática del principio de Babinet para campos electromagnéticos, como se aplica a pantallas conductoras complementarias.

Para esta demostración se ha supuesto que el aire es un material de permeabilidad infinita, como materiales de esta condición no existen en la naturaleza no se puede obtener pantallas complementarias reales por lo que se recurre al siguiente artificio.

Intercambiando las magnitudes eléctricas y magnéticas en el espacio "Z $\geq$ 0" la pantalla complementaria se transforma en una ventana llena de un conductor perfecto mientras que las direcciones de vibración de los vectores eléctricos y magnéticos se intercambian. Se llega a iguales resultados si se considera que la fuente asociada a la pantalla original es un dipolo elemental eléctrico (J) mientras que la fuente asociada con la pantalla -

complementaria es un dipolo elemental magnético (M), dos fuentes relacionadas de este modo toman el nombre de -- Fuentes Conjugadas. Con este tipo de fuentes se tiene resuelto el problema de la no existencia de materiales de permeabilidad infinita en forma teórica, pero, en la práctica, al intercambian los campos eléctricos y magnéticos se realiza una rotación de 90 grados en cada uno de ellos ya que los campos en el espacio libre son normales entre si, se puede lograr un efecto similar al rotar la pantalla complementaria un ángulo de 90 grados - porque esto implica un cambio de polarización de los -- campos electromagnéticos. Entonces si se tiene un dipolo de placa vertical el complementario será un dipolo - de ranura horizontal, este tipo de dipolos se llaman -- con mejor propiedad Dipolos Duales y se muestran en la figura (5-5).

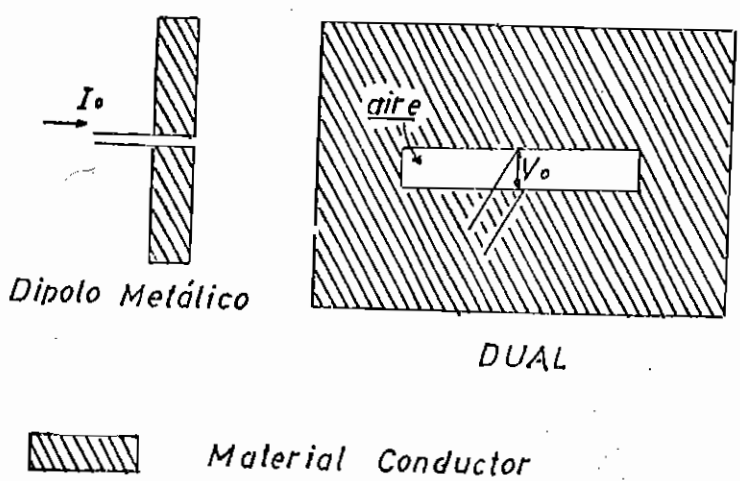


Fig.(3-5) Dipolos Duales

3.3. DUALIDAD ENTRE DIPOLOS ELECTRICOS Y MAGNETICO

Debido a que no existen en la naturaleza materiales perfectamente conductores del magnetismo es necesario establecer un procedimiento por medio del cual se pueda trabajar con las dos fuentes como si estan fuesen totalmente duales, para esto se considera una ranura angosta practicada en una placa metálica infinitamente larga, plana, perfectamente conductora de la electricidad y de espesor despreciable con respecto a las demás dimensiones. Supongamos que la placa es exitada por un generador conectado en el centro como muestra la figura (3-6a). Durante medio ciclo la corriente fluye alrededor de los bordes de la ranura y las cargas se acumulan en los bordes opuestos de la misma como se indica en la figura (3-6b), en el medio ciclo siguiente el proceso es inverso es decir se cambia tanto la dirección de las corrientes como la posición de las cargas.

La pantalla complementaria de la ranura consiste en un dipolo de placa metálica alimentada en el centro como se muestra en la figura (3-6c) y la figura (3-6d) muestra el mismo dipolo visto de perfil.

Para establecer la dualidad entre placa y ranura se sigue un procedimiento que permite asociar los campos producidos por la ranura y se lo describe a continuación:

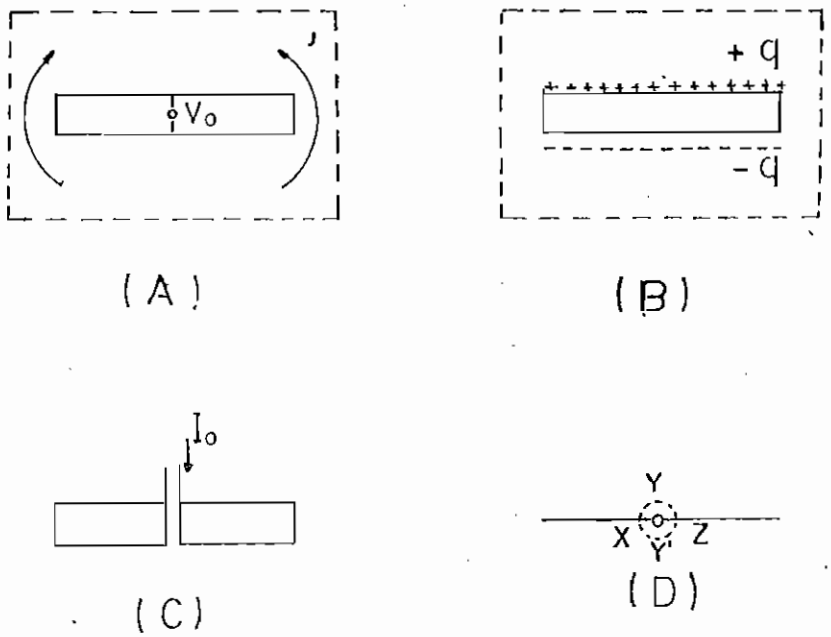


Fig.(3-6) Dualidades entre placa y ranura

a.- Se intercambia las cantidades eléctricas y magnéticas en todo el espacio que rodea al dipolo de placa,- lo cual es equivalente a cambiar el dipolo de placa metálica con un dipolo de placa hecha de un material perfectamente conductor del magnetismo o de permeabilidad infinita que esta exitado en su punto medio por un generador - magnético. Las condiciones de borde permiten que los campos magnéticos sean normales y de direcciones opuestas en las dos caras de la lámina, mientras el vector eléctrico es normal al plano de la lámina en los puntos fuera de es

ta. En el cuadro (3-1) se muestran las cantidades duales eléctricas y magnéticas que deben intercambiarse en esta parte del procedimiento.

b.- El dipolo magnético cuya formación esta descrita en el parrafo anterior junto con la pantalla complementaria de la figura (3-6a) forman una pantalla infinitamente larga que consiste en una placa metálica con una ranura en la cual se ha puesto el dipolo de material magnético. Los campos asociados a esta configuración son exactamente iguales a los del dipolo magnético ya que la condición de que el vector eléctrico sea normal a la parte metálica está satisfecha sin realizar ningún cambio.

c.- Se cambia la dirección de los campos en una cara de la pantalla de tal modo que los campos eléctricos están ahora en direcciones opuestas y los campos magnéticos están en la misma dirección cumpliendo las condiciones de borde necesario.

d.- Al quitar el material conductor perfecto de magnetismo se deja una ranura en la placa de metal, este hecho no altera los campos eléctromagnéticos ya que teóricamente no hay discontinuidad del campo magnético en un material de permeabilidad infinita.

El procedimiento se ilustra en la figura (3-7).

El procedimiento antes descrito muestra claramente que los campos electromagnéticos de la ranura y un dipolo complementario son idénticos excepto que las direccio

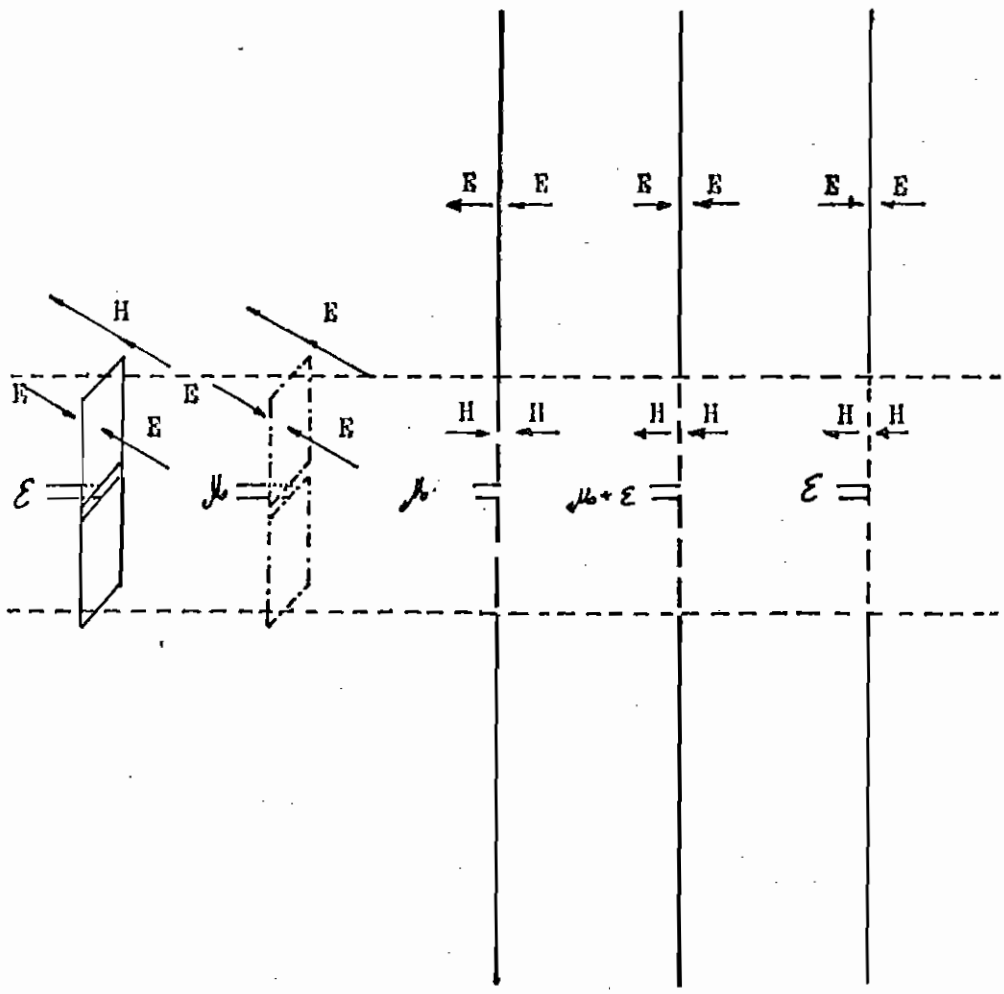


Fig: (3-7) Explicación gráfica del procedimiento a seguirse para pasar del dipolo de placa al dipolo de ranura.

nes de vibración del campo eléctrico y magnético son intercambiadas, en resumen el diagrama polar en los dos casos es idéntico.

I	J	B	H	A	ε	μ	η	Z	Y
K	M	H	-B	P	μ	ε	$1/\eta$	Y	Z

Cuadro (3-1) Cantidades Duales

C A P I T U L O C U A R T O

RADIACION POR UN DIPOLO RANURADO EN UNA PLANCHA METALICA

4.1 INTRODUCCION

En este capítulo se realiza un análisis de como se distribuye la corriente magnética en una ranura para probar que la distribución de la corriente eléctrica dada en el capítulo segundo, ecuación (2-3), es correcta tratándose de dipolos de placa, cuestión bastante importante en el desarrollo de esta teoría ya que permite una mayor seguridad en el manejo de las relaciones duales obtenidas en el capítulo precedente. Seguidamente se formulan los campos de radiación de la ranura partiendo de los resultados del capítulo segundo y usando el método descrito en el capítulo tercero, luego se usa el principio de Babinet para teoría electromagnética en el cálculo de la impedancia de la ranura y, por último, se hace un ligero comentario acerca de las otras características de radiación de la ranura.

4.2 DISTRIBUCION DE LA CORRIENTE MAGNETICA

La no existencia de cargas magnéticas que se muevan en forma aislada hace difícil definir una corriente magnética al igual que la corriente eléctrica que es la variación de la carga en el tiempo (dq/dt). Esta definición fácil de comprender para electrones que se mueven en un conductor eléctrico no es posible para cargas magnéticas cuya definición es totalmente teórica.

Es más fácil comprender una definición que carece de

explicación física y se relaciona tan solo con la mate - mática de la teoría electromagnética la misma que se basa en las ecuaciones de Maxwell que por ser totalmente - simétricas permiten definir una corriente magnética de - la siguiente manera:

Las ecuaciones diferenciales de Maxwell se escriben como:

$$\bar{\nabla} \times \bar{H} = \varepsilon \dot{\bar{E}} + \bar{J} \qquad \bar{\nabla} \times \bar{E} = -\mu \dot{\bar{H}} \tag{4-1}$$

Donde "$\varepsilon \dot{\bar{E}}$" representa la densidad de corriente e - léctrica de desplazamiento y "$\bar{J}$" la densidad de corriente de conducción mientras que "$\mu \bar{H}$" representa la densidad de corriente magnética de desplazamiento. La ausencia de una cantidad magnética correspondiente a "$\bar{J}$" o - sea una corriente de conducción magnética se explica por el hecho de que no hay cargas magnéticas aisladas y entonces es posible encontrar la solución de los problemas electromagnéticos únicamente en términos de corrientes y cargas eléctricas por medio de las relaciones:

$$\bar{\nabla} \times \bar{A} = \mu \bar{H} \qquad \bar{E} = \bar{\nabla} V - \dot{\bar{A}} \tag{4-2}$$

En donde "A" y "V" representan los potenciales vectorial magnético y escalar eléctrico respectivamente.

El método anterior es suficiente para la solución - de problemas electromagnéticos aunque hay varios en los cuales el uso de corrientes y cargas magnéticas ficti--

cias es ventajoso por la facilidad que presenta, en estos problemas los campos que son producidos por una cierta distribución de corriente y cargas eléctricas pueden calcularse mas facilmente de una distribución de cargas y corrientes magnéticas ficticias. Hay que recalcar que auque las cargas magnéticas son ficticias los campos calculados son reales por los principios de dualidad explicados en el capítulo tercero.

Escribiendo las ecuaciones de Maxwell considerando corrientes de conducción tanto eléctricas como magnéticas se tiene:

$$\bar{\nabla} \times \bar{H} = \varepsilon \dot{\bar{E}} + \bar{J} \quad ; \quad \bar{\nabla} \times \bar{E} = -\mu \dot{\bar{H}} - \bar{M} \qquad (4\text{-}3)$$

Donde "$\bar{M}$" es la densidad de corriente magnética de conducción que tiene dimensiones de voltios sobre metro cuadrado. Para densidades de corrientes superficiales magnéticas se usa el símbolo "Ms" con dimensiones de voltios sobre metro. Se puede observar que las ecuaciones (4-3) mantiene una completa simetría.

En efecto con el objeto de desarrollar ecuaciones de campo debidas exclusivamente a corrientes y cargas magnéticas, se supone el caso en el cual la densidad de corriente eléctrica es cero. Entonces las ecuaciones (4-3) toman la forma:

$$\bar{\nabla} \times \bar{H}^m = \varepsilon \dot{\bar{E}} \quad ; \quad \bar{\nabla} \times \bar{E}^m = -\mu \dot{\bar{H}}^m - \bar{M} \qquad (4\text{-}4)$$

Relaciones que son simétricas a las ecuaciones de campos debidas sólo a corrientes eléctricas esto es:

$$\bar{\nabla} \times \bar{H}^e = \varepsilon \dot{\bar{E}}^e + \bar{J} \qquad \bar{\nabla} \times \bar{E}^e = -\mu \bar{H}^e \quad (4\text{-}5)$$

En donde los índices "e" y "m" indican campos debidos a corrientes eléctricas y magnéticas respectivamente.

Las relaciones (4-4) y (4-5) forman grupos similares ya que si se intercambian las relaciones duales del cuadro (3-1) en uno de estos grupos se reproduce el otro en forma idéntica, por lo cual puede seguirse un proceso de cálculo igual para dipolos magnéticos que el usado en dipolos eléctricos.

Si con las relaciones (4-4) se piensa calcular los campos de dipolos magnéticos por un procedimiento similar al del capítulo segundo, se tiene la necesidad de definir un potencial vectorial eléctrico dual al vector potencial magnético "A" de tal forman que se conservan las relaciones que hay entre las ecuaciones (4-4) y (4-5), entonces tendremos:

$$\varepsilon \bar{E}^m = -\bar{\nabla} \times \bar{F} \qquad \bar{H}^m = -\bar{\nabla} \mathcal{F} - \dot{\bar{F}} \quad (4\text{-}6)$$

Expresiones en donde "F" es el potencial vectorial eléctrico y "$\mathcal{F}$" el potencial escalar magnético. Además estas expresiones son duales a las expresiones (4-2). De igual manera, si la densidad de corriente superficial e -

léctrica viene dada por la expresión:

$$\bar{J} = \bar{n} \times \bar{H} \tag{4-7}$$

Entonces la densidad de corriente superficial magnética vendrá dada por la expresión:

$$\bar{M} = -\bar{n} \times \bar{E} = \bar{E} \times \bar{n} \tag{4-8}$$

Donde "n" es el vector unitario normal a la superficie "S". Para el estudio de radiación por ranuras la ecuación anterior demuestra que la distribución de la densidad superficial de corriente magnética estará especificada por la distribución del campo eléctrico que se encuentra en la ranura.

Para una ranura alimentada en el centro con una diferencia de potencial "Vo" y lo suficientemente angosta como se indica en la figura (4-1a) el campo eléctrico tendrá un valor máximo en el centro y en sus extremos un valor cero. Esto puede conducir a una primera aproximación que muestra una variación lineal del campo eléctrico de tal forma que adquiera un valor máximo en el centro y un valor nulo en los extremos. Esta primera aproximación puede ser adecuada en la teoría general de antenas, pero se considera como mejor aproximación una distribución sinusoidal del campo eléctrico tal como se indica en la figura (4-1b).

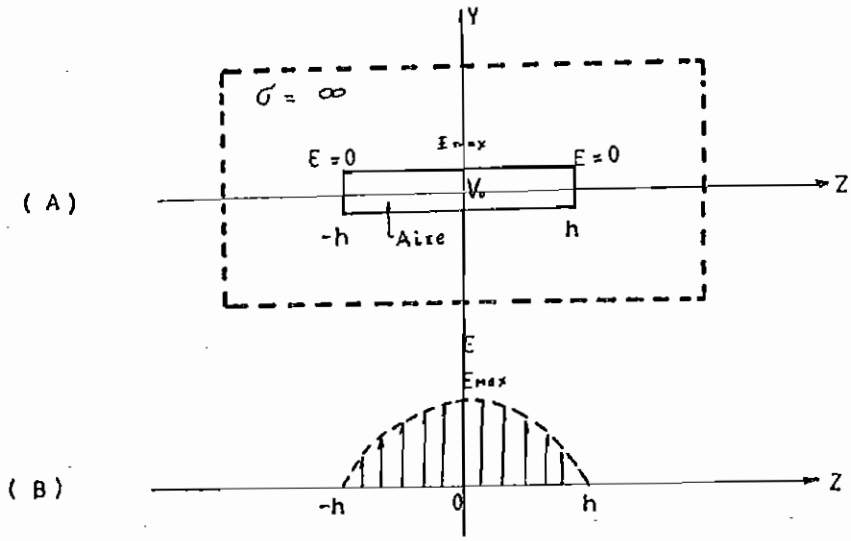


Fig:(4-1) DISTRIBUCION DEL CAMPO ELECTRICO

Y que analíticamente vendría dada por la fórmula:

$$\bar{E} = E_{max} \frac{\operatorname{Sen}(\beta h - \beta|z'|)}{\operatorname{Sen}\beta h} \bar{a}_y \qquad (4\text{-}9)$$

El valor del campo eléctrico máximo está especificado por el voltaje de alimentación y el ancho de la ranura, entonces la expresión anterior toma la forma siguiente:

$$\bar{E} = \frac{V_o}{a} \frac{\operatorname{Sen}(\beta h - \beta|z'|)}{\operatorname{Sen}\beta h} \bar{a}_y \qquad (4\text{-}10)$$

De acuerdo con la expresión (4-8) la densidad de corriente superficial magnética puede expresarse por la siguiente relación:

$$\bar{M} = \frac{V_o}{d} \frac{\operatorname{Sen}(\beta h - \beta|z'|)}{\operatorname{sen}\beta h} \bar{a}_z \qquad (4\text{-}11)$$

Relación que se explica ya que el vector normal a la superficie de la ranura es:

$$\bar{n} = \bar{a}_x$$

Esta distribución de corriente es dual a la similar para corriente eléctrica de la expresión (2-3) lo cual prueba el acierto de haber elegido este tipo de distribución.

Partiendo de la expresión (4-11) y utilizando siempre relaciones duales a las del capítulo segundo se pueden determinar las configuraciones de los campos para la ranura, pero usando las concluciones del capítulo tercero se llega a los mismos resultados por un camino fácil y rápido.

4.3. CONFIGURACIONES DE RADIACION

De acuerdo a las expresiones (2-40) y (2-41) se puede escribir que para un dipolo de placa la configuración de los campos se expresa como:

$$|H_\phi| = \frac{I_o}{2n\operatorname{sen}\beta h} \frac{1}{r} \frac{\operatorname{Sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi} \times \frac{\operatorname{Cos}(\beta h \cos\theta - \cos\beta h)}{\operatorname{sen}\theta} \qquad (4\text{-}12)$$

$$|E_\theta| = \frac{\eta I_o}{2\pi \operatorname{sen}\beta h} \cdot \frac{1}{r} \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi} \frac{\cos(\beta h \cos\theta) - \cos\beta h}{\operatorname{sen}\theta} \qquad (4\text{-}13)$$

Siguiendo el procedimiento indicado en el capítulo anterior, en primer lugar, se cambia las cantidades duales del cuadro (3-1) obteniendo las expresiones:

$$|E_\phi| = \frac{K_o}{2\pi \operatorname{sen}\beta h} \frac{1}{r} \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi} \frac{\cos(\beta h \cos\theta) - \cos\beta h}{\operatorname{sen}\theta} \qquad (4\text{-}14)$$

$$|H_\theta| = \frac{1/\eta \; K_o}{2\pi r \operatorname{sen}\beta h} \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi} \frac{\cos(\beta h \cos\theta) - \cos\beta h}{\operatorname{sen}\theta} \qquad (4\text{-}15)$$

Expresiones en las cuales "Ko" es la "corriente magnética" máxima de alimentación.

El segundo paso consiste en superponer el dipolo -- magnético formado, en la pantalla complementaria, hecho que no afecta las ecuaciones (4-14) y (4-15). El tercero cambia la dirección de vibración de los campos en un solo lado de la pantalla, esto no afecta el valor absoluto de las ecuaciones antes mencionadas y por último se - extrae el dipolo magnético dejando en la placa metálica una ranura cuya configuración se expresa por las relaciones siguientes:

$$|E_\phi| = \frac{K_o}{2\pi r \operatorname{sen}\beta h} \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi} \frac{\cos(\beta h \cos\theta) - \cos\beta h}{\operatorname{sen}\theta} \qquad (4\text{-}16)$$

$$|H_\theta| = \frac{K_o}{2\pi r \eta \operatorname{sen}\beta h} \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi} \frac{\cos(\beta h \cos\theta) - \cos\beta h}{\operatorname{sen}\theta} \qquad (4\text{-}17)$$

4.3.1. RANURA DE MEDIA LONGITUD DE ONDA

La configuración de radiación de este tipo especial de ranura se consigue cuando en las expresiones anteriores se reemplaza el valor de la media longitud del dipolo por un cuarto de la longitud de onda esto es: $h = \lambda/4$

Reemplazando este valor en las ecuaciones (4-16) y (4-17) estas se expresan como:

$$|E_\phi| = \frac{K_0}{2\pi r} \frac{\operatorname{sen}\left(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi\right)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\operatorname{sen}\theta} \tag{4-18}$$

$$|H_\theta| = \frac{1}{\eta} \frac{K_0}{2\pi r} \frac{\operatorname{sen}\left(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi\right)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\operatorname{sen}\theta} \tag{4-19}$$

La expresión (4-18) que indica la configuración de radiación del campo eléctrico se encuentra dibujada en sus tres partes principales en las figuras (4-2), (4-3) y (4-4) en las cuales se muestra la influencia del ancho de la ranura en las configuraciones de radiación.

4.4. CALCULO DE LAS PRINCIPALES CARACTERISTICAS

4.4.1. Cálculo de la resistencia de radiación

La resistencia de radiación se calcula en el capítulo segundo para un dipolo de media longitud de onda, para el cálculo de la impedancia de la ranura se considera la formulación matemática del principio de Babinet aplicado a la teoría electromagnética que se expresa como:

$$E_h + E_t = E_e \tag{4-20}$$

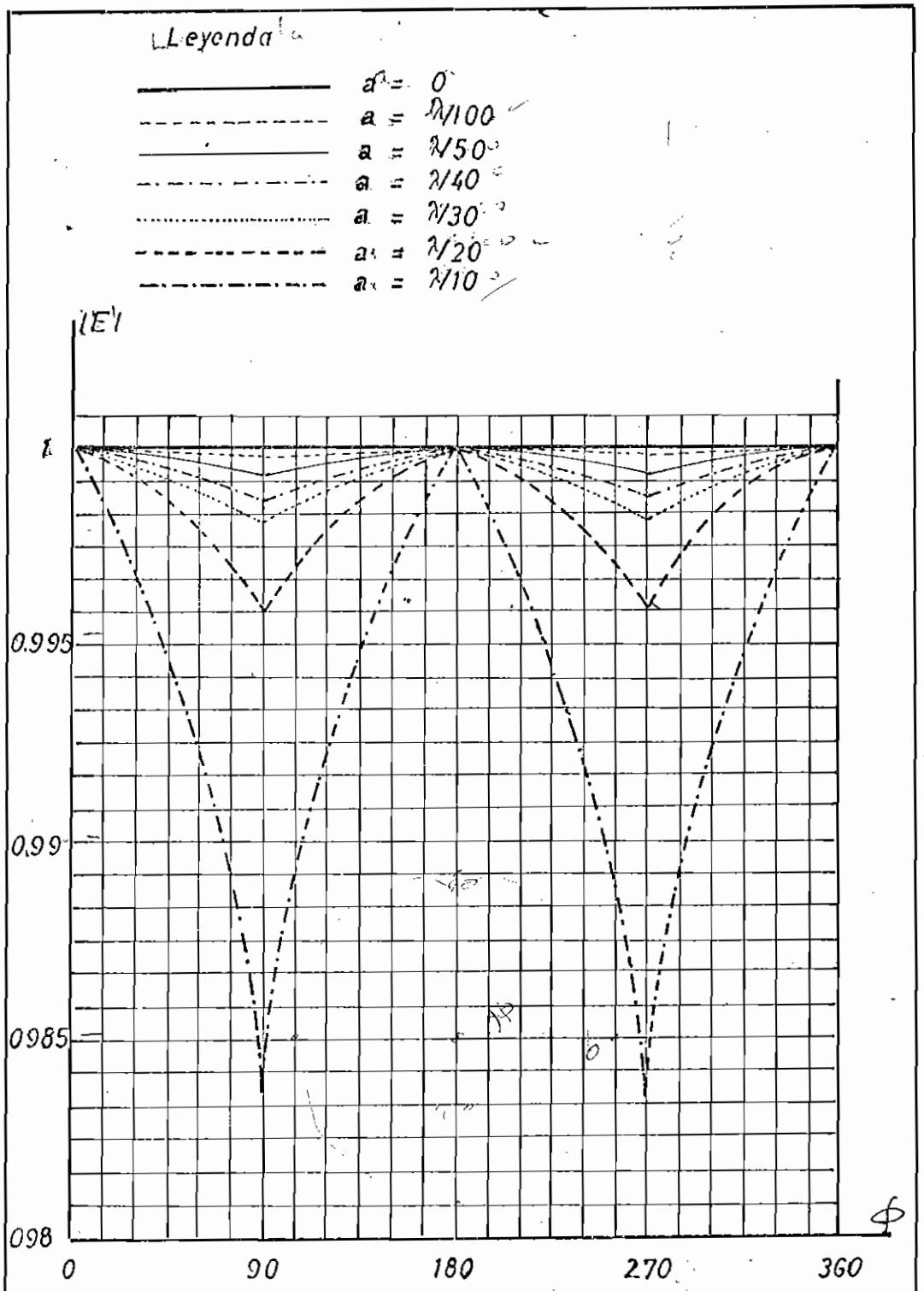


Fig (4-2) Configuracion de Radiacion Normal de un Dipolo Ranurado

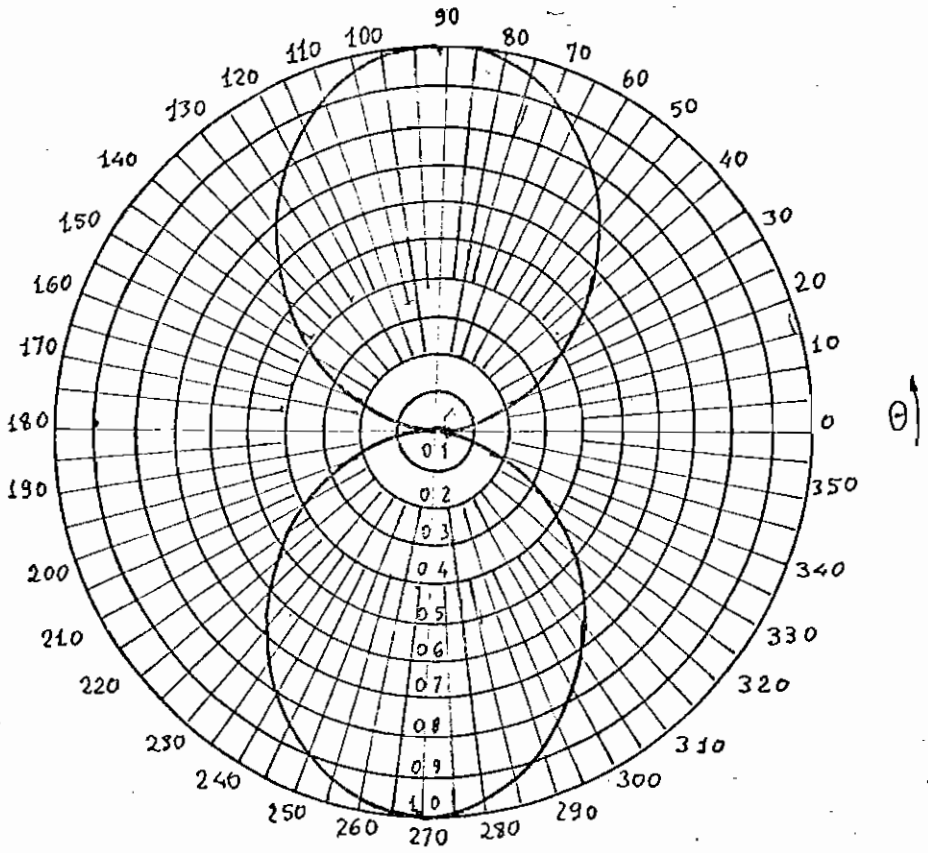


FIG.(4-3) CONFIGURACION DE RADIACION VERTICAL DE UN DIPOLO RANURADO

$$E = K \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta}$$

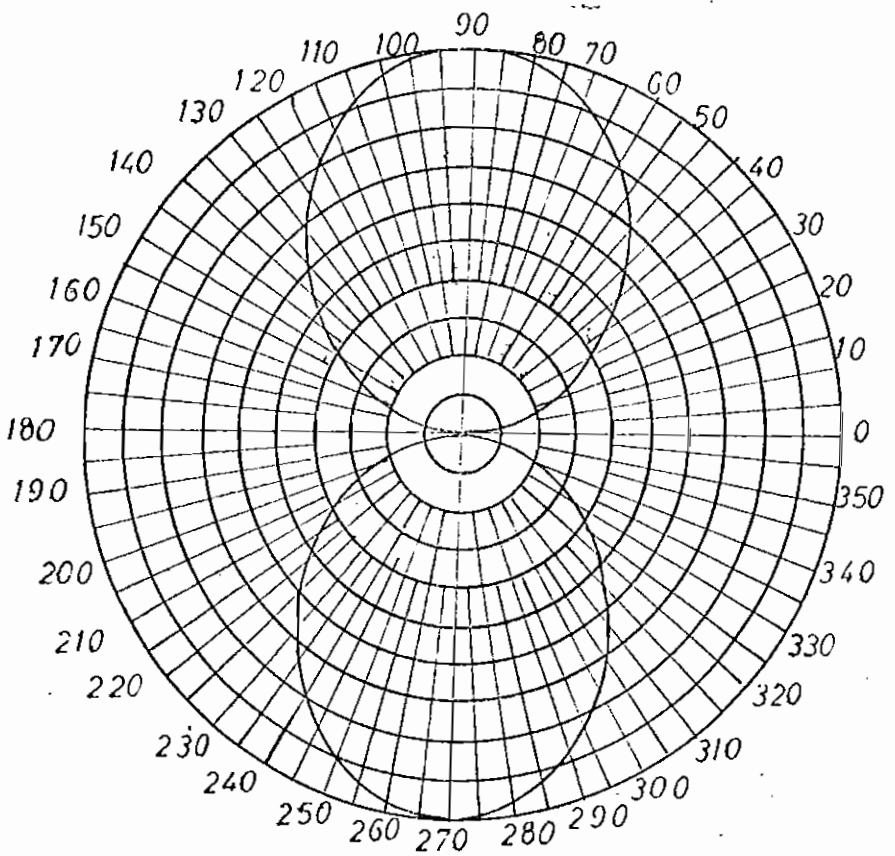


Fig (4-4) CONFIGURACION DE POLARIZACION

DE UN DIPOLO RANURADO

$$E = K \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta}$$

Dividiendo todo para "Ee" se tiene:

$$\frac{E_{t1}}{E_e} + \frac{E_t}{E_e} = 1 \qquad (4\text{-}21)$$

Expresando el valor de "$\frac{E_{t1}}{E_e}$" como "U_1"y el de "$\frac{E_t}{E_e}$" como "U_2". Siendo "U_1" y "U_2" los coheficientes de -- transmisión de la antena y recordando este tipo de coheficientes para el paso de un medio de impedancia característica "zo" a uno de impedancia "Z" que viene expresado como: (14).

$$U = \frac{2Z}{2Z + Z_o} \qquad (4\text{-}22)$$

Utilizando los valores de la admitancia en lugar de los de la impedancia y siendo "Y_1" la admitancia de la antena de ranura la expresión (4-21) se puede escribir como:

$$\frac{2Y_o}{2Y_o + Y_1} + \frac{2Y_o}{2Y_o + Y_2} = 1 \qquad (4\text{-}23)$$

De dondo se deduce la relación:

$$Y_1 Y_2 = 4 Y_o^2 \qquad (4\text{-}24)$$

Que en términos de impedancia se expresa como:

$$Z_1 Z_2 = Z_o^2/4 \qquad (4\text{-}25)$$

---

(14) Jhonson " Transmission Lines and Netwoek

La expresión anterior es una relación que en términos de la impedancia de la antena dipolo de placa y la impedancia característica del medio nos permite calcular la impedancia de la antena de ranura. Si la antena dipolo tiene una impedancia (15) de 73 +j43 entonces la ranura tendrá una impedancia de 363-j 211. Si la ranura es resonante entonces tendrá una resistencia de :

$$R_s = \frac{(120\pi)^2}{4 \times 73} = 487\,\Omega \qquad (4\text{-}26)$$

Que podemos considerar como la resistencia de radiación de la ranura resonante.

Por medio de la relación (4-25) se puede calcular los valores de la resistencia de radiación para diferentes anchos de la ranura de acuerdo con los valores dados en el cuadro (2-1).

4.4.2. Ganancia, Directividad y abertura efectiva

Siguiendo el mismo procedimiento que en el capítulo segundo se puede determinar la ganancia, directividad y abertura efectiva de la antena de ranura, por lo que en el cuadro (4-1) se muestran estos valores calculados para diferentes valores del ancho de la ranura.

---

(15) Jordan/Balmain " electromagnetic Waves and Radiating Sistems"

CUADRO (4-1)

a	Rrad	Gmax	D (db)	A
0000	486	0.2468	1.406	0.0098
λ/100	486	0.2468	1.406	0.0098
λ/50	487	0.246	1.407	0.00976
λ/40	487	0.246	1.407	0.00976
λ/30	488	0.2456	1.41	0.00974
λ/20	490	0.245	1.412	0.00972
λ/10	493	0.243	1.416	0.00963

GANANCIA MAXIMA, DIRECTIVIDAD, ABERTURA EFECTIVA Y RESISTENCIA DE RADIACION

Se ha demostrado rigurosamente que la configuración de los campos de una ranura en una lámina metálica infinita y la de las antenas de placa, son idénticas, la única diferencia está en que los campos eléctricos y magnéticos se encuentran intercambiados demostrando, además, la relación entre las impedancias de entrada de los dos tipos de antena.

C A P I T U L O Q U I N T O

A R R E G L O S L I N E A L E S D E R A N U R A S

5.1. INTRODUCCION

Uno de los principales objetivos de los arreglos de antenas es encontrar la energía radiada en una determinada dirección (o recibir la energía de una dirección); este objetivo es más necesario cuando se trata de comunicaciones punto a punto en donde la capacidad de la antena para dirigir la energía radiada en una dirección determinada es de gran importancia.

Uno de los métodos más comunes de obtener una ganancia directiva grande es por medio de un arreglo de antenas individuales de tal modo que sus contribuciones al campo electromagnético radiado se sumen en una dirección determinada y se cancelen en las direcciones no deseadas, este tipo de estructura es lo que se conoce con el nombre de arreglo de antenas.

En este capítulo se hace un estudio de un tipo de arreglo en el cual las antenas a usarse serán ranuras en un plano conductor que cumplirá las mismas condiciones que en capítulos anteriores esto es: Plano perfectamente conductor, infinitamente delgado y que se extiende al infinito en todas las direcciones. Para la realización de este capítulo se hará un breve análisis de arreglos lineales en general y luego se calculan las configuraciones de radiación de un arreglo de ranuras.

5.2. ARREGLOS LINEALES

Un arreglo lineal se presenta cuando los elementos unitarios se encuentran separados igualmente a lo largo de una línea recta. Cuando los elementos son alimentados por corrientes de igual amplitud y desplazamientos de fase uniforme se tiene un arreglo lineal uniforme. Las configuraciones de radiación de estos arreglos se las obtiene sumando vectorialmente los campos producidos por caca uno de los elementos.

Para este tipo de arreglo Schelkunoff (16) ha demostrado que pueden representarse por medio de polinomios.- Para un arreglo lineal uniforme como el mostrado en la figura (5-1) la amplitud relativa de la intensidad de campo radiante viene a ser:

$$|E| = a e^{j\alpha_0} + a_1 e^{j(\psi+\alpha_1)} + \cdots + a_{n-1} e^{j[(n-1)\psi+\alpha_{n-1}]} \qquad (5-1)$$

siendo $\psi = \beta d \cos\phi + \alpha$ $\qquad \beta = 2\pi/\lambda$

En esta expresión "d" es la separación entre cada elemento, los coeficientes "$a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}$" son proporcionales a las amplitudes de la corriente en cada elemento, "α" es el desplazamiento de fase progresivo de izquierda a derecha y "$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{n-1}$" representa las desviaciones de este desplazamiento de fase progresiva.

---

(16) Jordan/Balmain "Electromagnetic Waves and Radiating Sistems"

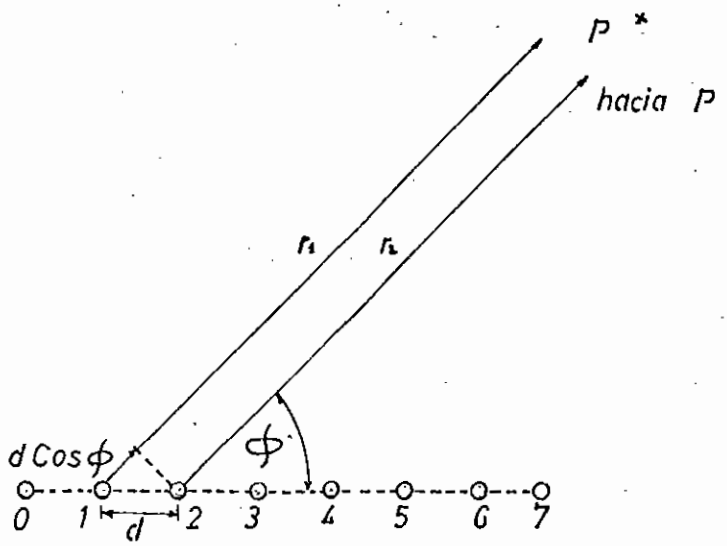


Fig. (5-1) Arreglo Lineal

La expresión (5-1) puede ser escrita como:

$$E = A_0 + A_1 Z_1 + A_2 Z^2 + A_3 Z^3 + \cdots + A_{n-1} Z^{n-1} \qquad (5-2)$$

siendo $Z = e^{j\psi}$ y $A_m = a_m e^{j\alpha_m}$

El coeficiente "Am" es complejo y nos indica la amplitud de la corriente en cada elemento y la desviación de fase del desplazamiento progresivo de la misma.

De acuerdo con la expresión (5-2), Schelkunoff enuncia el siguiente teorema:

"Todo arreglo lineal con una separación finita entre sus elementos puede ser representado por un polinomio y todo polimonio puede interpretarse como un arreglo

lineal".

El grado del polinomio que representa un arreglo es siempre un número menor que el número de elementos mientras que la longitud total del arreglo es el producto de la separación aparente y el grado del polinomio

Cuando tenemos un arreglo lineal uniforme, y suponiendo que "α_m" es cero, es decir que no hay desviación de fase en la alimentación de cada una de las antenas se tiene que:

$$|E_r| = |E_o| \, |1 + e^{j\psi} + e^{j2\psi} + \cdots + e^{j(n-1)\psi}| \qquad (5-3)$$

Siendo como antes: $\psi = \underbrace{\beta}_{\frac{2\pi}{\lambda}} d \cos\phi + \alpha$

En donde "α" es el desplazamiento de fase progresivo entre los elementos.

La expresión (5-3) puede considerarse una progresión geométrica por lo que puede escribirse como:

$$|E_t| = |E_o| \left| \frac{1 + e^{jn\psi}}{1 + e^{j\psi}} \right| \qquad (5-4)$$

Por tratarse del valor absoluto la expresión anterior equivale a:

$$|E_t| = |E_o| \left| \frac{\operatorname{Sen}(n\psi/2)}{\operatorname{Sen}\psi/2} \right| \qquad (5-5)$$

Que nos indica la configuración de radiación de un

arreglo lineal de "n" elementos cada uno de los cuales produce individualmente un campo radiado "Eo". El primer máximo del arreglo ocurre cuando "$\psi = 0$" y tiene el valor:

$$E_{t_{max}} = n|E_o| \qquad (5-6)$$

Este valor viene a representar el máximo de el lóbulo principal de radiación y se presenta en un ángulo de:

$$\cos\phi = -\frac{\alpha}{\beta d} \qquad (5-7)$$

La expresión (5-5) es nula cuando:

$$\frac{n\psi}{2} = \pm a\pi \qquad a = 1,2,3,\cdots \qquad (5-8)$$

Por lo cual a estos valores de "ψ" ocurren los "ceros" de la configuración de radiación mientras que los máximos de la misma ocurriran cuando:

$$\frac{n\psi}{2} = \pm (2m+1)\frac{\pi}{2} \qquad m = 0,1,2,\cdots \qquad (5-9)$$

El ancho del lóbulo principal está determinado por el ángulo que existe entre el máximo del lóbulo y el primer cero este ángulo está determinado por la relación:

$$\frac{1}{2}\nabla\psi = \frac{2\pi}{n} \qquad (5-10)$$

Además de este método para especificar la configura

ción de radiación de un arreglo lineal uniforme existe otro que se llama multiplicación de configuraciones y que es un sistema gráfico para determinar las configuraciones de radiación de arreglos lineales.

5.3. ARREGLO LINEAL UNIFORME DE RANURAS ALIMENTADAS EN FASE

5.3.1. Configuraciones de Radiación

Si el arreglo es lineal, uniforme y alimentado en fase envía su energía en forma normal al plano del arreglo, como se verá a continuación, la configuración de radiación de acuerdo con la expresión (5-5) será:

$$E_t = E_o \frac{\operatorname{sen} n\psi/2}{\operatorname{sen} \psi/2} \qquad (5\text{-}11)$$

Cuando el arreglo es alimentado en fase entonces el desplazamiento de fase es cero por lo que:

$$\psi = \beta d \cos\phi \qquad (5\text{-}12)$$

El máximo de radiación ocurrirá cuando "$\phi = 90$" por lo que el máximo de radiación será perpendicular a la placa. El primer cero ocurrirá en:

$$\frac{n\psi}{2} = \pm\pi$$

Por tanto el ancho del lóbulo principal será:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\Delta\phi\right) = \frac{\lambda}{nd} \qquad (5\text{-}13)$$

Si el ángulo "$\frac{1}{2}\Delta\phi$" es lo suficientemente pequeño se puede expresar como:

$$\Delta\phi = \frac{2\alpha}{nd} \qquad (5\text{-}14)$$

Como "nd" es la longitud del arreglo, el ancho del lóbulo será dos veces al recíproco de la longitud del arreglo en longitudes de onda, expresado en radianes.

Reemplazando el valor de la ecuación (5-12) en la ecuación (5-11) y recordando el valor de "β" se tiene:

$$E_t = E_o \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{n\pi d}{\lambda}\cos\phi\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi d}{\lambda}\cos\phi\right)} \qquad (5\text{-}15)$$

De acuerdo con la expresión (4-16) el campo radiado por una ranura se expresa como:

$$E_\phi = \frac{K_o}{2\pi r \operatorname{sen}\beta h} \; \frac{\operatorname{sen}\left(\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi\right)}{\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi} \; \frac{\cos(\beta h\cos\theta) - \cos\beta h}{\operatorname{sen}\theta} \qquad (5\text{-}16)$$

De tal modo que el campo radiado por un arreglo lineal y uniforme de ranuras alimentado en fase se puede expresar como:

$$E_t = \frac{K_o}{2\pi r \operatorname{sen}\beta h} \cdot \frac{\operatorname{sen}\left(\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi\right)}{\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi} \cdot \frac{\cos(\beta h\cos\theta) - \cos\beta h}{\operatorname{sen}\theta} \cdot \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{n\pi d}{\lambda}\cos\phi\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi d}{\lambda}\cos\phi\right)} \qquad (5\text{-}17)$$

La expresión anterior muestra que el campo radiado es función de la frecuencia y de la separación entre cada elemento; si esta se expresa como una función de la longitud de onda, por ejemplo " $d = \frac{\lambda}{4}$ ", en -

tonces, la expresión (5-17) toma la forma:

$$E_t = \frac{K_o}{2\pi r \operatorname{sen}\beta h} \cdot \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi} \cdot \frac{\cos(\beta h \cos\theta) - \cos\beta h}{\operatorname{sen}\theta} \cdot \frac{\operatorname{sen}(\frac{n\pi}{4}\cos\phi)}{\operatorname{sen}(\frac{\pi}{4}\cos\phi)} \qquad (5-18)$$

Si los elementos unitarios son ranuras de media longitud de onda, se puede escribir:

$$E_t = \frac{K_o}{2\pi r} \cdot \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi} \cdot \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta} \cdot \frac{\operatorname{sen}(\frac{n\pi}{4}\cos\phi)}{\operatorname{sen}(\frac{\pi}{4}\cos\phi)} \qquad (5-19)$$

Expresión que nos indica la configuración de radiación del arreglo para cualquier número de ranuras.

5.3.1.1. Configuración Normal

Esta configuración se presenta en el plano "$\theta = 90°$" por lo que se expresa como:

$$E_t = \frac{K_o}{2\pi r} \cdot \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\phi)}{(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\phi)} \cdot \frac{\operatorname{sen}(\frac{n\pi}{4}\cos\phi)}{\operatorname{sen}(\frac{\pi}{4}\cos\phi)} \qquad (5-20)$$

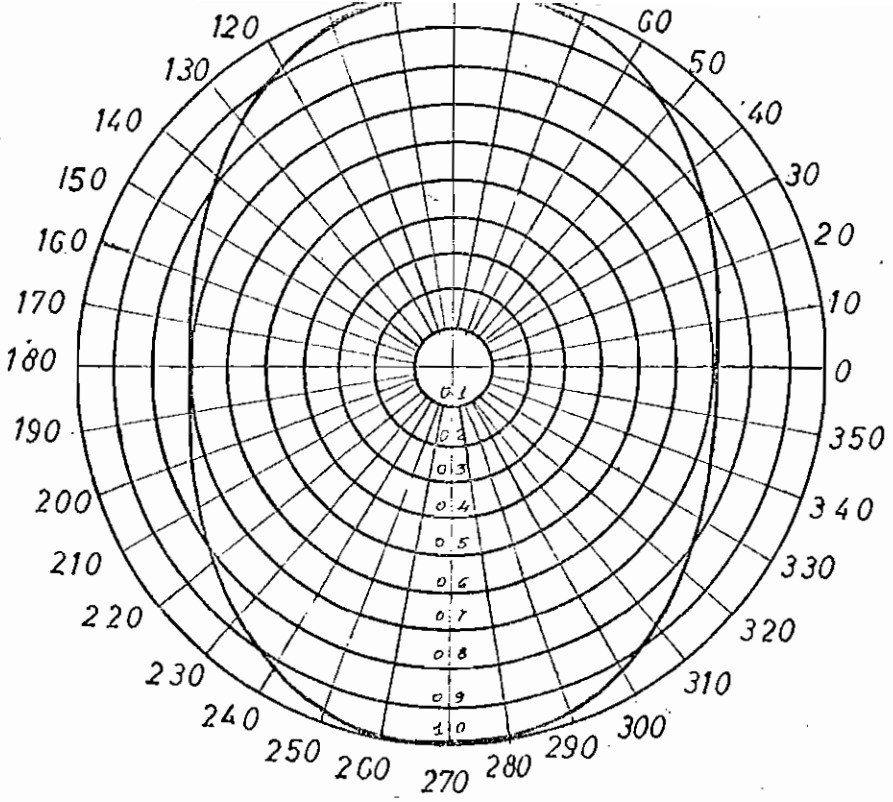
Esta ecuación se dibuja para arreglos de 2 a 7 ranuras en la figura (5-2) despreciando la influencia del ancho.

5.3.1.2. Configuración Vertical

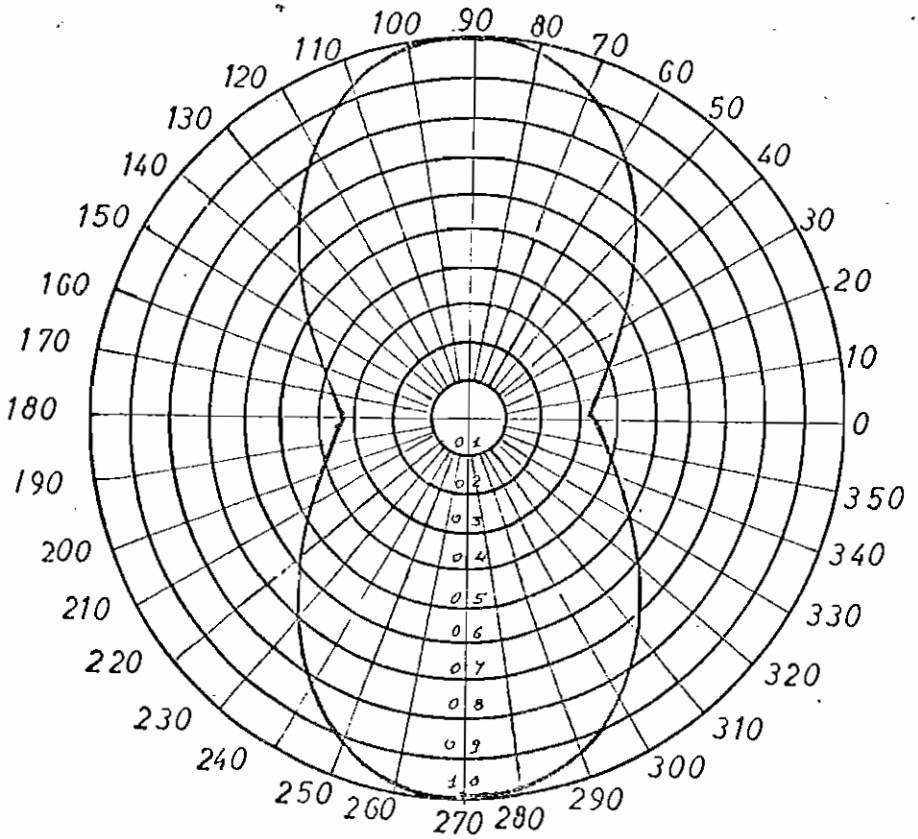
Esta configuración se presenta en el plano "$\phi = 90°$" por lo que la expresión (5-19) adquiere la forma:

$$E_t = \frac{\eta K_o}{2\pi r} \cdot n \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta} \cdot \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta} \qquad (5-21)$$

La relación anterior demuestra que en esta configu-



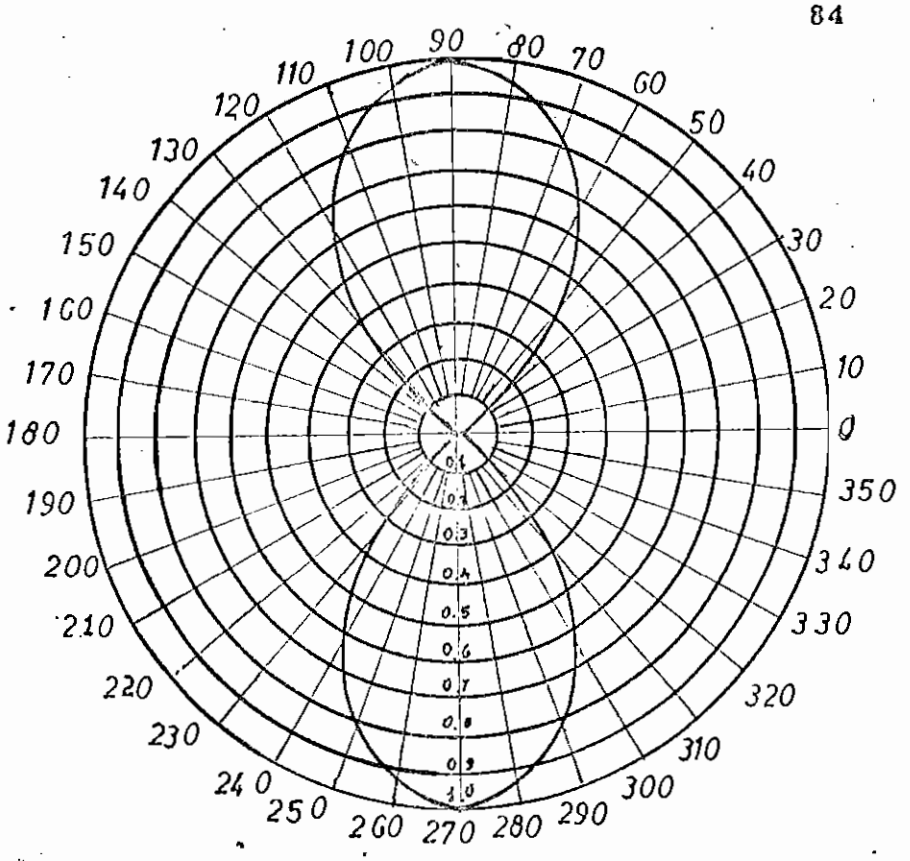
(a) n = 2



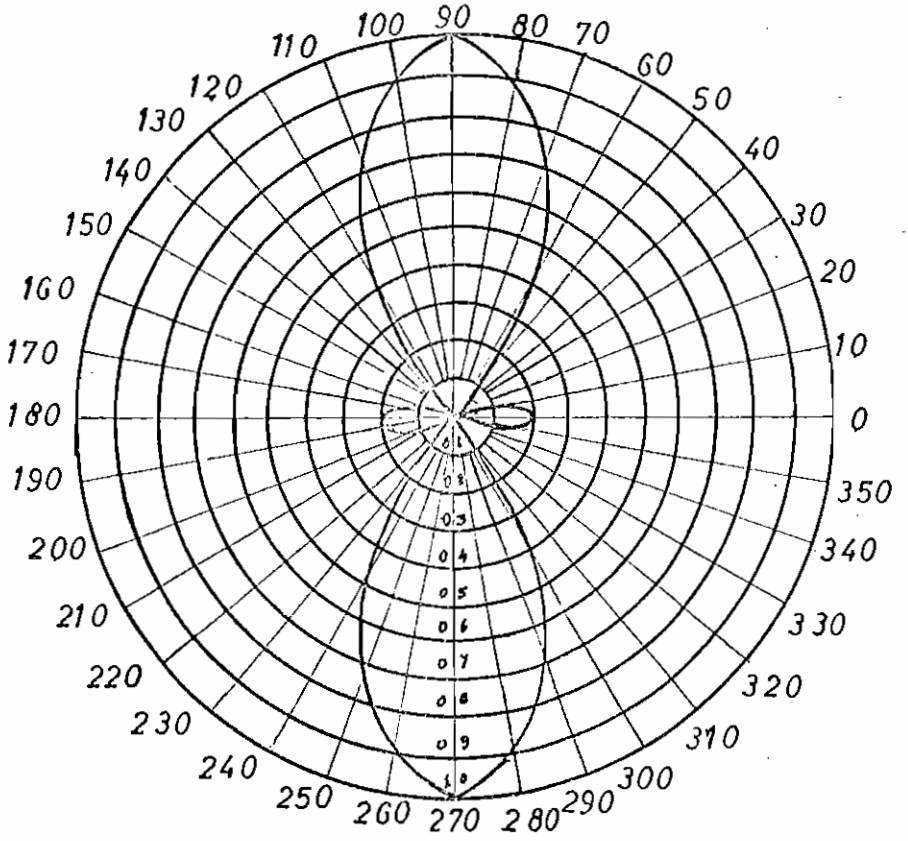
(b) n = 3

FIG(5-2) CONFIGURACION DE RADIACION

ARREGLO ALIMENTADO EN FASE

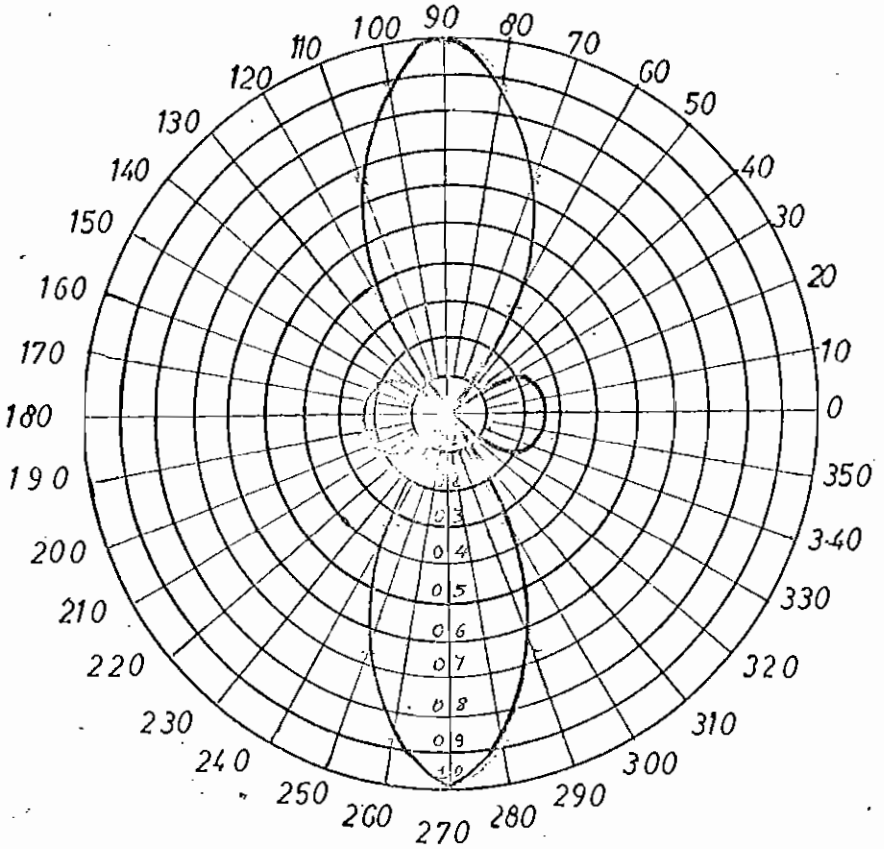


(c) n = 4

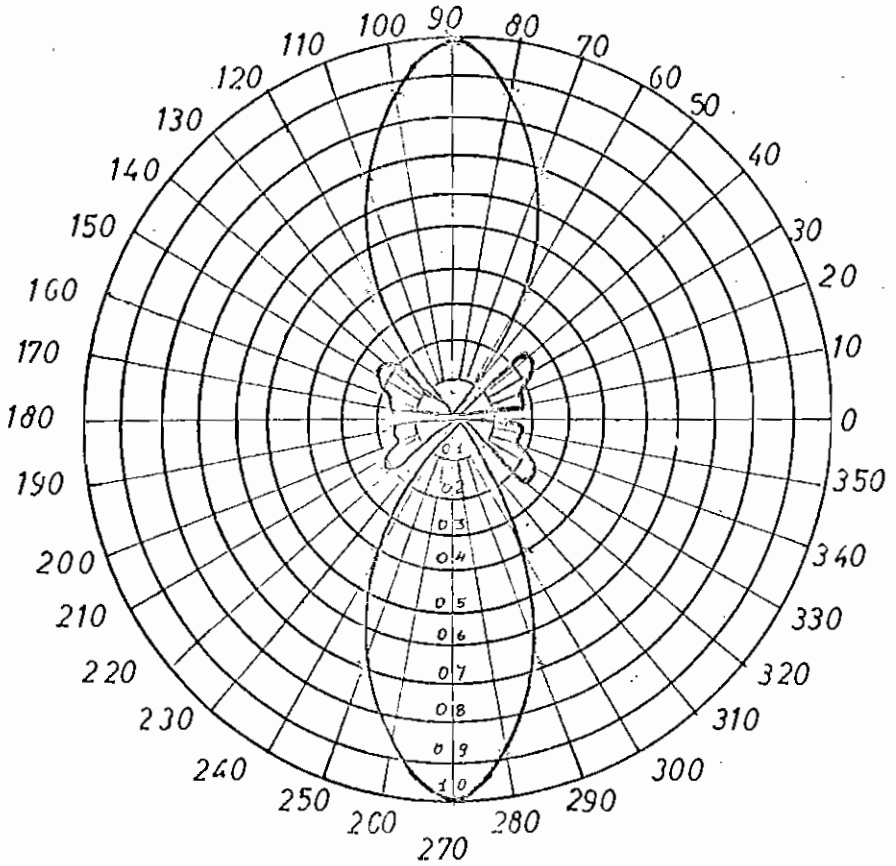


(d) n = 5

FIG(5-2) CONFIGURACION DE RADIACION
ARREGLO ALIMENTADO EN FASE



(e) n = 6



(f) n = 7

FIG(5 2) CONFIGURACION DE RADIACION ARREGLO ALIMENTADO EN FASE

ración el número de ranuras influye tan solo en la amplitud teniendo igual forma que la configuración vertical de una sola ranura.

5.3.1.3. Configuración de Polarización

En el plano de las ranuras se tiene "$\phi = 0°$" por lo que esta configuración tiene la forma:

$$E_t = \frac{\eta K_o}{2\pi r} \cdot \frac{\operatorname{sen} \frac{n\pi}{4}}{\sqrt{2}/2} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\operatorname{sen}\theta} \qquad (5\text{-}22)$$

Expresión que nos indica la configuración típica de los dipolos filamentales en la cual el número de ranuras influencia en la magnitud, entonces, la configuración de polarización de una sola ranura será exactamente igual a la del arreglo con la diferencia de magnitud. Se puede notar también que esta configuración desaparece para el valor "n = 4" valor que depende de la separación que exista entre ranuras.

5.3.2. Cálculo de la resistencia de Radiación

El cálculo de la resistencia de radiación es sumamente complejo por lo que puede llevarse a cabo por medio de aproximaciones y razonamientos lógicos.

Siguiendo un proceso igual al desarrollo general del presente trabajo, se calcula en primer lugar la resistencia de radiación de un arreglo de dipolos de placa para luego pasar al arreglo de dipolos de ranura por medio del principio de Babinet.

Un dipolo de placa presenta una configuración de radiación de la forma indicada en la expresión (2-38) y de acuerdo con la expresión (5-11) el campo radiado por un arreglo de dipolos de placa alimentados en fase se puede escribir como:

$$E_\theta = \frac{\eta I_m}{2\pi r} \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi} \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta} \frac{\operatorname{sen}\frac{n\pi}{4}\cos\phi}{\operatorname{sen}\frac{\pi}{4}\cos\phi} \qquad (5\text{-}23)$$

Si los dipolos son angostos de tal modo que "$\beta \frac{a}{2} << 1$" entonces, se puede realizar la siguiente aproximación:

$$\operatorname{Sen}(\beta \tfrac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi) \approx \beta \tfrac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi \qquad (5\text{-}24)$$

Con lo cual la configuración de radiación toma la forma:

$$E_\theta = \frac{\eta I_m}{2\pi r} \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta} \frac{\operatorname{sen}(\frac{n\pi}{4}\cos\phi)}{\operatorname{sen}(\frac{\pi}{4}\cos\phi)} \qquad (5\text{-}25)$$

Según la expresión (2-46) la potencia total radiada se expresa mediante el vector de Poynting que en el presente caso viene dado por:

$$P_t = \frac{\eta I_m^2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta}\right)^2 \left(\frac{\operatorname{sen}(\frac{n\pi}{4}\cos\phi)}{\operatorname{sen}(\frac{\pi}{4}\cos\phi)}\right)^2 \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \qquad (5\text{-}26)$$

El valor de la resistencia de radiación, de acuerdo con la expresión (2-66) está determinado por:

$$R_{rad} = \frac{2\eta}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta}\right)^2 \left(\frac{\operatorname{sen}(\frac{n\pi}{4}\cos\phi)}{\operatorname{sen}(\frac{\pi}{4}\cos\phi)}\right)^2 \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \qquad (5\text{-}27)$$

Integrando la parte correspondiente a la variable "θ" de modo separado se puede pensar en hacerla para cada valor de "n" obteniendo los siguientes resultados:

Si n = 1, entonces: $$I_1 = \frac{\pi}{2} \qquad (5\text{-}28)$$

Si n = 2, la integración se realiza del siguiente modo:

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\operatorname{sen}(\frac{2\pi}{4}\cos\phi)}{\operatorname{sen}(\frac{\pi}{4}\cos\phi)} \right)^2 d\phi \qquad (5\text{-}29)$$

Que puede escribirse como:

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 4\cos^2\left(\frac{\pi}{4}\cos\phi\right) d\phi \qquad (5\text{-}30)$$

De acuerdo con la relación " $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ " la ecuación anterior puede escribirse como:

$$I_1 = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\phi\right) + 1\right] d\phi \qquad (5\text{-}31)$$

Recordando la expresión (2-56) se llega al resultado:

$$I_1 = \pi + \pi J_0\left(\frac{\pi}{2}\right) \qquad (5\text{-}32)$$

Si n = 3, "I_1" toma la forma:

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\operatorname{sen}(\frac{3\pi}{4}\cos\phi)}{\operatorname{sen}(\frac{\pi}{4}\cos\phi)} \right)^2 d\phi \qquad (5\text{-}33)$$

Por medio de relaciones trigonométricas se obtiene la expresión:

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 4\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\phi\right)d\phi + 4\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\phi\right)d\phi + \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\phi \qquad (5-34)$$

Que luego de integrar se puede obtener el resultado:

$$I_1 = \frac{3\pi}{2} + 2\pi\, J_0\left(\frac{\pi}{2}\right) + \pi\, J_0(\pi) \qquad (5-35)$$

Con igual procedimiento se puede obtener las relaciones: Si n = 4, entonces:

$$I_1 = 2\pi + 3\pi\, J_0\left(\frac{\pi}{2}\right) + 2\pi\, J_0(\pi) + \pi\, J_0\left(\frac{3\pi}{2}\right) \qquad (5-36)$$

Si n = 5 :

$$I_1 = \frac{5\pi}{2} + 4\pi\, J_0\left(\frac{\pi}{2}\right) + 3\pi\, J_0(\pi) + 2\pi\, J_0\left(\frac{3\pi}{2}\right) + \pi\, J_0(2\pi) \qquad (5-37)$$

Observando los resultados anteriores se puede generalizar para cualquier valor de "n", obteniéndose la siguiente expresión:

$$I_1 = \frac{n\pi}{2} + \pi\, J_0\left(\frac{n-1}{2}\pi\right) + 2\pi\, J_0\left(\frac{n-2}{2}\pi\right) + \cdots + (n-1)\pi\, J_0\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$(5-38)$$

$$I_1 = \frac{n\pi}{2} + \pi \sum_{n'=1}^{n'=n-1} n'\, J_0\left(\frac{n-n'}{2}\pi\right)$$

Con el resultado anterior la expresión (5-27) toma

la forma:

$$R_{rad} = \frac{\eta}{\pi}\left[n + 2\sum_{M=1}^{M=n-1} M J_0\left(\frac{n-M}{2}\pi\right)\right]\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\cos\frac{\pi}{2}\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta}\right)^2 \operatorname{sen}\theta\, d\theta \qquad (5-39)$$

Recordando la expresión (2-62), por medio del procedimiento de Jordan/Balmain, se puede escribir:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\operatorname{sen}\theta}\, d\theta = 0.6093 \qquad (5-40)$$

Introduciendo el valor de la ecuación (5-40) en la (5-39) se llega al resultado:

$$R_{rad} = \frac{\eta}{\pi} \times 0.6093\left[n + 2\sum_{M=1}^{M=n-1} M J_0\left(\frac{n-M}{2}\pi\right)\right] \qquad (5-41)$$

Expresión que puede escribirse de la forma:

$$R_{rad} = R_{rad_0}\left[n + 2\sum_{M=1}^{M=n-1} M J_0\left(\frac{n-M}{2}\pi\right)\right] \qquad (5-42)$$

Siendo "$Rrad_0$" la resistencia de radiación de un dipolo filamental de media longitud de onda. Si se toma en cuenta el valor de la influencia del ancho de las placas, tentativamente "$Rrad_0$" puede escribirse como:

$$R_{rad_0} = 73.116 - 10\pi^2\left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 \qquad (5-43)$$

La resistencia de radiación de un arreglo de dipolos de placa alimentados en fase puede, entonces, escribirse como:

$$R_{rad} = \left[73.116 - 10\pi^2 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2\right]\left[n + \sum_{M=1}^{M=n-1} M\, J_0\left(\frac{n-M}{2}\pi\right)\right] \qquad (5\text{-}44)$$

Jo = densidad de corriente.

De acuerdo a la exprèsión (4-25) el valor aproximado de la resistencia de radiación de un arreglo de ranuras - estará dada por:

$$R_{rad_r} = \frac{\eta^2}{4\left[73.116 - 10\pi^2 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2\right]\left[n + \sum_{M=1}^{M=n-1} M\, J_0\left(\frac{n-M}{2}\pi\right)\right]} \qquad (5\text{-}45)$$

De esta última expresión se puede calcular el valor de la resistencia de radiación de un arreglo lineal de - ranuras alimentadas en fase para cualquier número de ranuras y para varios valores del ancho de cada una de las ranuras, siempre que se encuentre en los límites de lo - que se considera ranuras angostas .

5.3.3. Ganancia, Directividad y Abertura Efectiva

La Ganancia, Directividad y Abertura Efectiva, de -- la antena se la calcula siguiendo igual procedimiento -- que en el capítulo segundo, y sus resultados se muestran en el cuadro (5-1) junto con los valores de la resistencia de radiación.

C U A D R O (5-1)

n	$Rrad_2$	Gmáx	D	A
1	487	0,2468	7,98	0,0098
2	165	1,45	1,65	0,0579
3	134	2,69	4,29	0,107
4	90	5,34	7,28	0,213
5	70	8,6	9,35	0,343
6	54,5	13,2	11,2	0,528
7	46	18,25	12,62	0,728

5.4. ARREGLO LINEAL UNIFORME DE RANURAS ALIMENTADAS FUERA DE FASE

5.4.1. Configuración de Radiación

Si el arreglo es lineal, uniforme y alimentado fuera de fase toma el nombre de Radiación axial. En este caso también se cumple la relación:

$$E_t = E_o \frac{\operatorname{sen} \frac{n\psi}{2}}{\operatorname{sen} \frac{\psi}{2}} \qquad (5\text{-}46)$$

Como el arreglo es alimentado fuera de fase, entonces $\alpha \neq 0$ y el defasamiento progresivo es de la forma:

$$\psi = \beta d \cos\phi + \alpha \qquad (5\text{-}47)$$

Reemplazando en la ecuación (5-46) se obtiene:

$$E_t = E_o \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{n\beta d}{2}\cos\phi + \frac{n\alpha}{2}\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{\beta d}{2}\cos\phi + \frac{\alpha}{2}\right)} \qquad (5\text{-}48)$$

Con un defasamiento de $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ y una separación entre elementos de un cuarto de longitud de onda se puede escribir:

$$E_t = E_o \frac{\operatorname{sen}\left[\frac{n\pi}{4}(\cos\phi - 1)\right]}{\operatorname{sen}\left[\frac{\pi}{4}(\cos\phi - 1)\right]} \qquad (5\text{-}49)$$

El campo radiado por una sola ranura se encuentra especificado en la ecuación (4-16), con lo cual se llega a la expresión:

$$E_t = \frac{\eta K_o}{2\pi r \operatorname{sen}\beta h} \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi} \frac{\cos(\beta h \cos\theta) - \cos\beta h}{\operatorname{sen}\theta} \frac{\operatorname{sen}\frac{n\pi}{4}(\cos\phi - 1)}{\operatorname{sen}\frac{\pi}{4}(\cos\phi - 1)} \quad (5\text{-}50)$$

Esta expresión indica el lóbulo de radiación para un arreglo de cualquier número de elementos. Si estos son de media longitud de onda se puede escribir, finalmente:

$$E_t = \frac{\eta K_o}{2\pi r} \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi} \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta} \frac{\operatorname{sen}\frac{n\pi}{4}(\cos\phi - 1)}{\operatorname{sen}\frac{\pi}{4}(\cos\phi - 1)} \quad (5\text{-}51)$$

Configuración de la cual se puede extraer las diversas configuraciones de radiación.

5.4.1.1. Configuración Normal

Esta configuración se expresa por la relación:

$$E_t = \frac{\eta K_o}{2\pi r} \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\phi)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\phi} \frac{\operatorname{sen}\frac{n\pi}{4}(\cos\phi - 1)}{\operatorname{sen}\frac{\pi}{4}(\cos\phi - 1)} \quad (5\text{-}52)$$

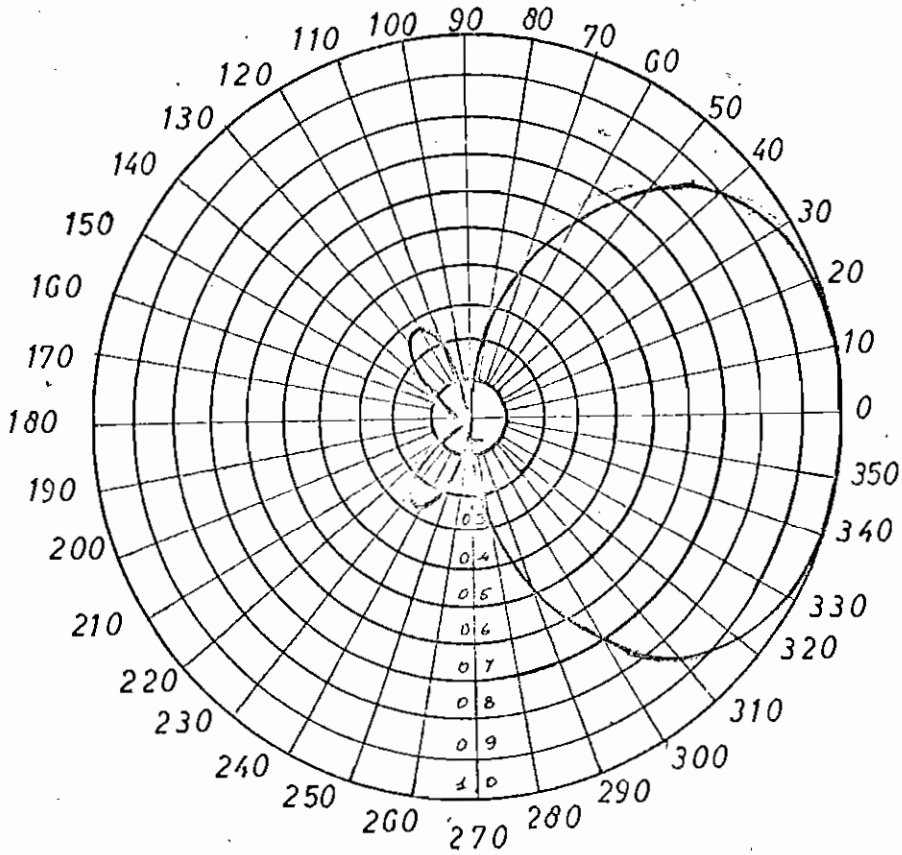
Ecuación que se grafiza para arreglos de 2 - 7 ranuras en la figura (5-3)

5.4.1.2. Configuración Vertical

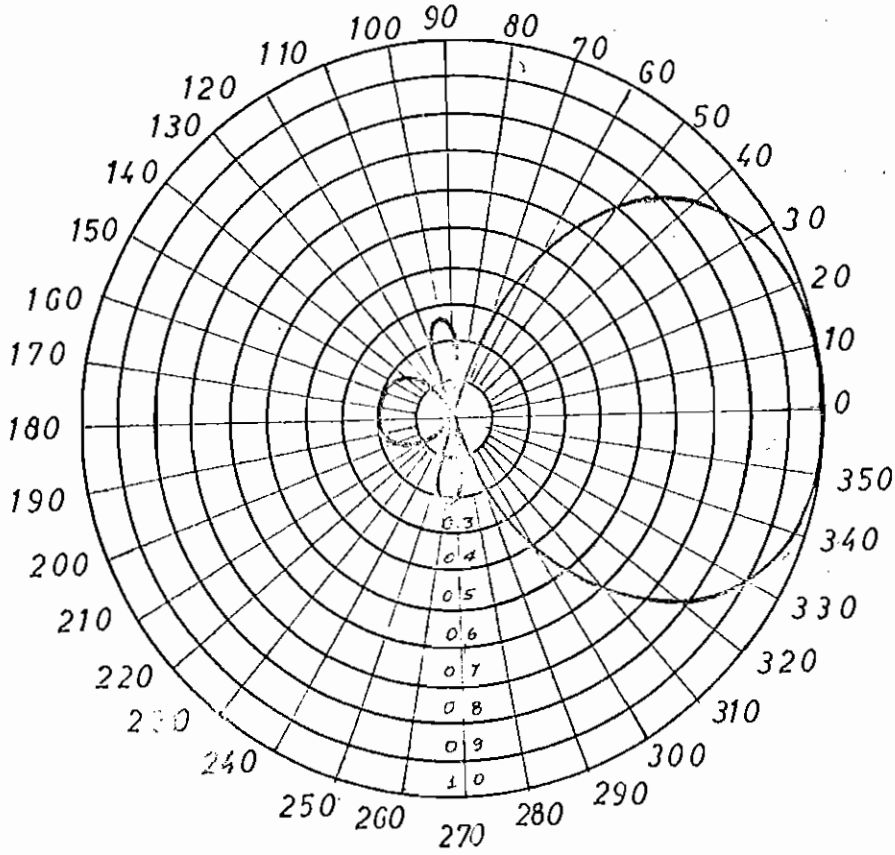
De igual manera que en la parte 5.3.1.2. esta configuración adquiere la forma:

$$E_t = \frac{\eta K_o}{2\pi r} \frac{\operatorname{sen}(\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta)}{\beta \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta} \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta} \frac{\operatorname{sen}\frac{n\pi}{4}}{\operatorname{sen}\frac{\pi}{4}} \quad (5\text{-}53)$$

Esta expresión nos indica que no existe ninguna influencia del número de ranuras en la forma de la configu-

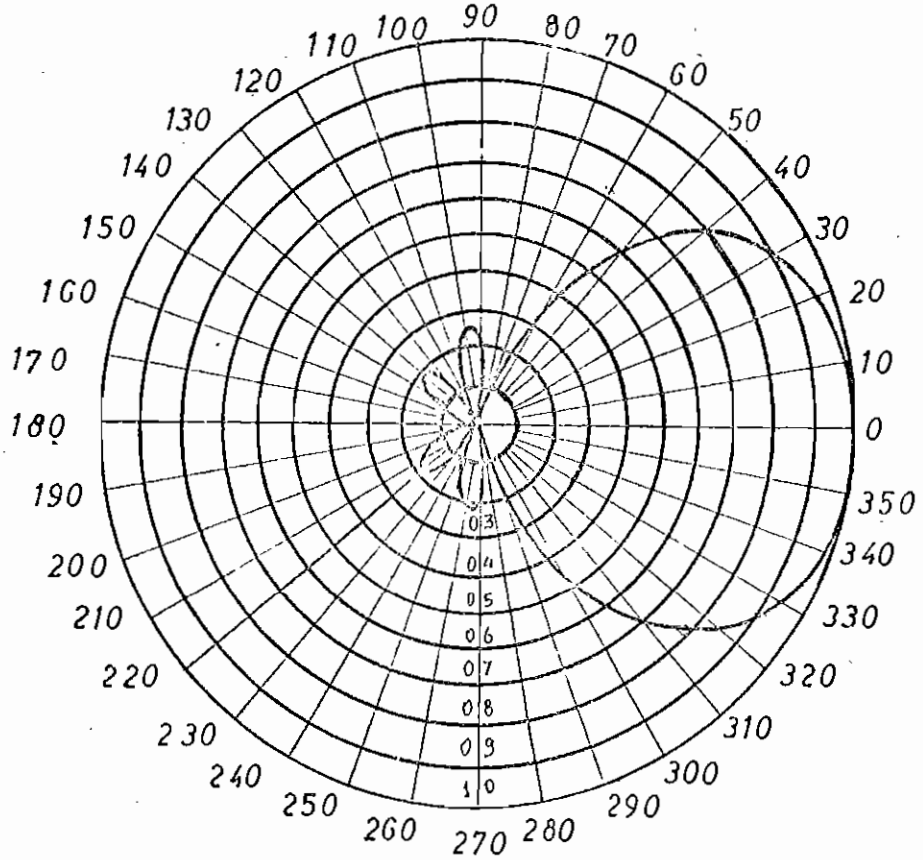


(c) n = 4

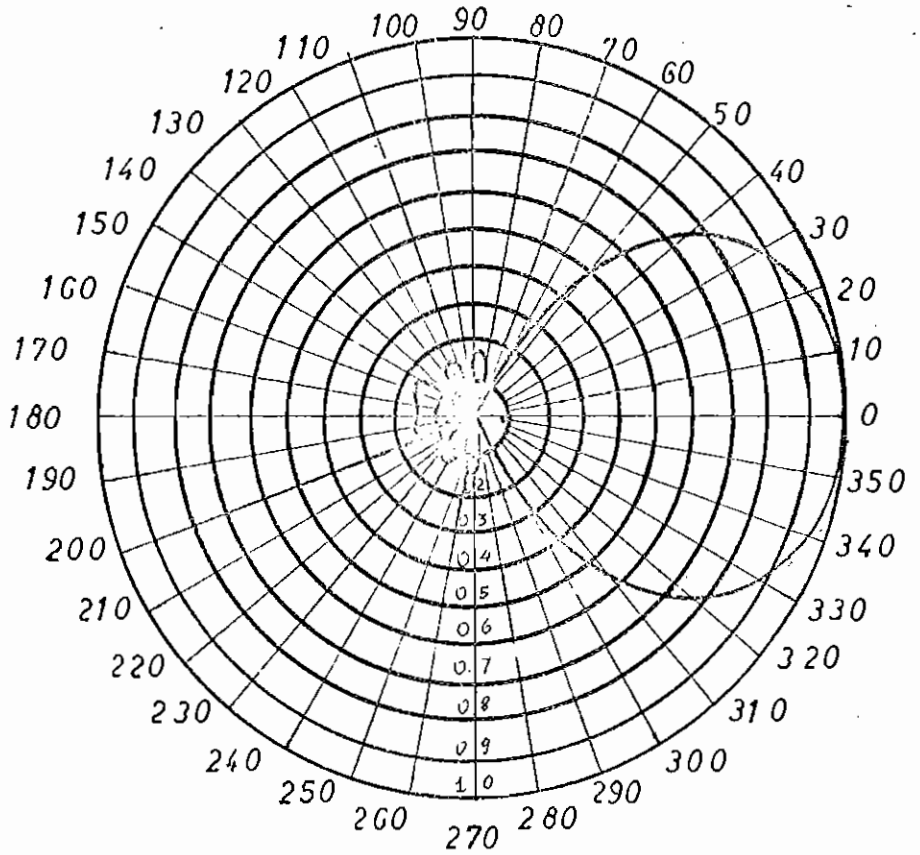


(d) n = 5

FIG:(5-3) (CONTINUACION)

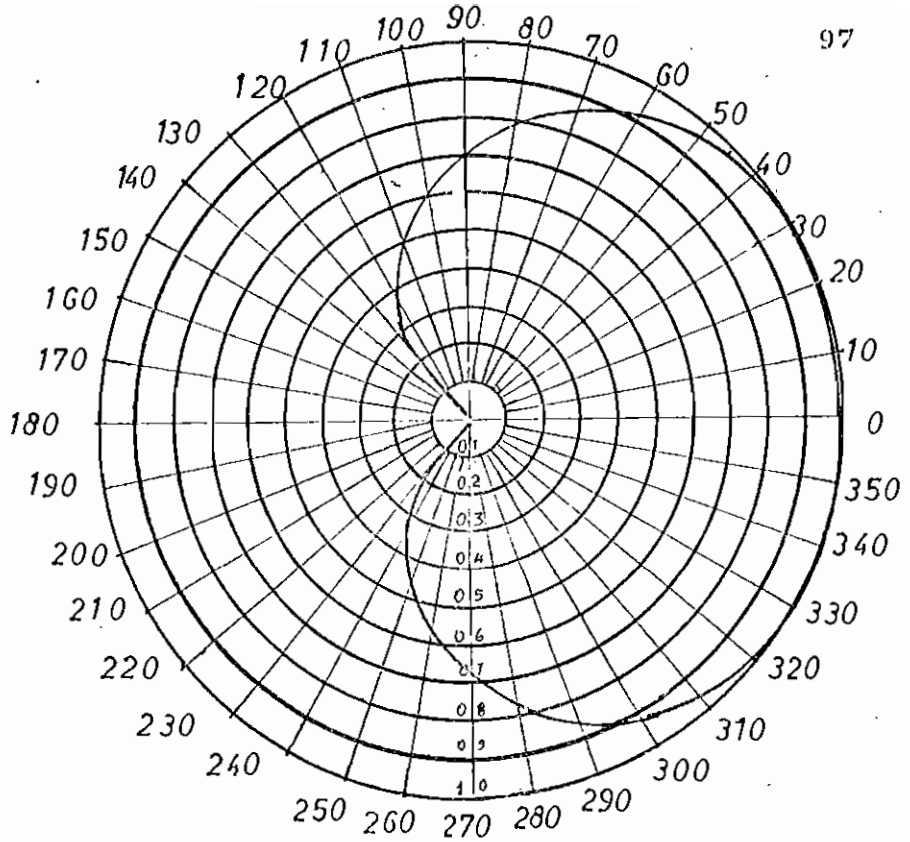


(e) n = 6

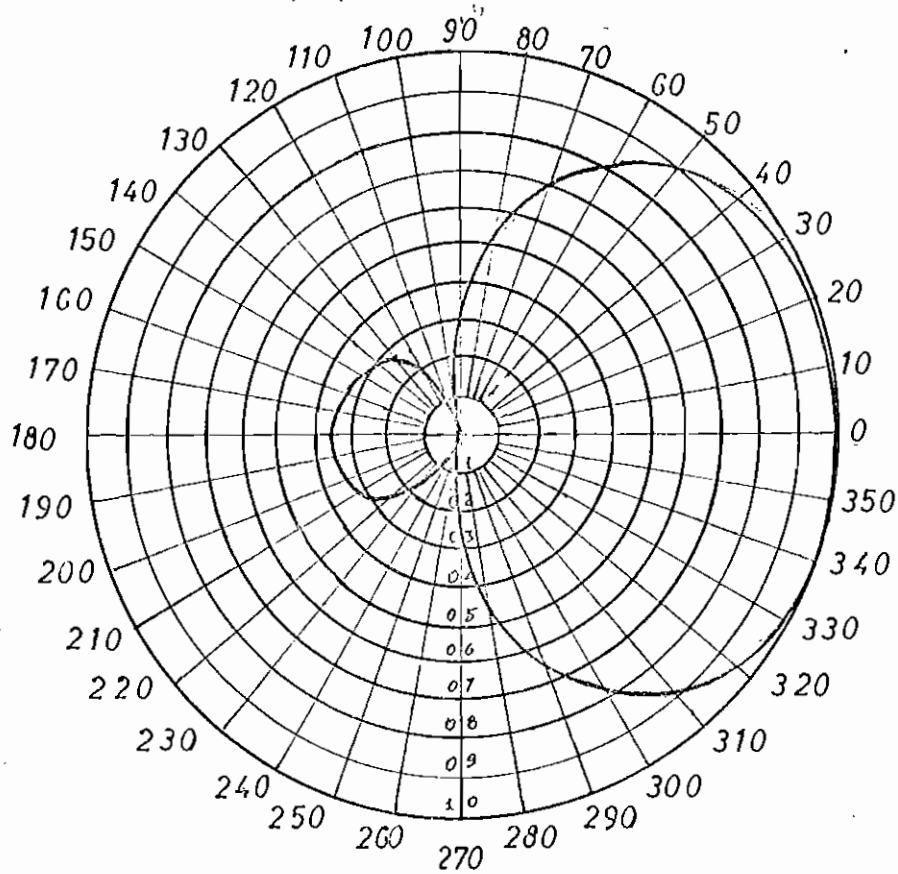


(f) n = 7

FIG:(5-3) (CONTINUACION)



(a) n = 2



(b) n = 3

FIG(5-3) CONFIGURACION DE RADIACION
ARREGLO FUERA DE FASE (90°)

ración y que este número influye tan solo en la magnitud.

5.4.1.3. Configuración de Polarización

Este tipo de configuración se presente en el plano del arreglo y toma la forma:

$$E_t = \frac{\eta K_0}{2\pi r}\, n\, \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\operatorname{sen}\theta} \qquad (5\text{-}54)$$

Esta configuración muestra una influencia del número de ranuras en la magnitud mas no en la forma por lo que no es necesario dibujar ya que es similar a la de un dipolo filamental.

5.4.2. Cálculo de la resistencia de radiación

Por un procedimiento análogo al de la ecuación 5.3.2. se puede determinar el valor aproximado de la resistencia de radiación de un arreglo lineal uniforme y alimentado fuera de fase de dipolos de placa; para esto, se calcula en primer lugar la potencia total radiada por este arreglo. Se conoce que la configuración de radiación de un dipolo de placa está especificada por la ecuación (2-38) y, entonces, por medio de la ecuación (5-49) la configuración de radiación de un arreglo de dipolos se puede escribir como:

$$E_\theta = \frac{\eta I_m}{2\pi r}\, \frac{\operatorname{sen}\left(\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi\right)}{\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi}\, \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\operatorname{sen}\theta}\, \frac{\operatorname{sen}\left[\frac{n\pi}{4}(\cos\phi-1)\right]}{\operatorname{sen}\left[\frac{\pi}{4}(\cos\phi-1)\right]} \qquad (5\text{-}55)$$

La potencia total radiada es el integral sobre una

superficie cerrada de el vector de Poynting, esto es:

$$P_t = \frac{\eta I_m^2}{\pi^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\operatorname{sen}(\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi)}{(\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi)}\right)^2\times\left(\frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta}\right)^2\times \tag{5-56}$$

$$\times\left(\frac{\operatorname{sen}[\frac{n\pi}{4}(\cos\phi-1)]}{\operatorname{sen}[\frac{\pi}{4}(\cos\phi-1)]}\right)^2\operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi$$

Resistencia de RADIACION.

De acuerdo con la expresión (2-66) la resistencia de radiación será:

$$R_{rad} = \frac{2\eta}{\pi^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\operatorname{sen}(\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi)}{\beta\frac{a}{2}\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi}\right)^2\times\left(\frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta}\right)^2\times$$

$$\times\left(\frac{\operatorname{sen}[\frac{n\pi}{4}(\cos\phi-1)]}{\operatorname{sen}[\frac{\pi}{4}(\cos\phi-1)]}\right)^2\operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi \tag{5-57}$$

Considerando que el arreglo está formado por dipolos angostos de tal modo que "$\beta a \ll 1$"; la ecuación anterior se puede escribir como:

$$R_{rad} = \frac{2\eta}{\pi^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\cos\frac{\pi}{2}\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta}\right)^2\left(\frac{\operatorname{sen}[\frac{n\pi}{4}(\cos\phi-1)]}{\operatorname{sen}[\frac{\pi}{4}(\cos\phi-1)]}\right)^2\operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi \tag{5-58}$$

Integrando primero la parte correspondiente a la variable "ϕ" de manera separada se tiene:

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[\frac{\operatorname{sen}[\frac{n\pi}{4}(\cos\phi-1)]}{\operatorname{sen}[\frac{\pi}{4}(\cos\phi-1)]}\right]^2 d\phi \tag{5-59}$$

Como "n" representa el número de elementos del arreglo, el integral (5-59) puede realizarse para cada caso - así:

Si el arreglo tiene un solo dipolo la ecuación anterior tiene el valor:

$$I_1 = \frac{\pi}{2} \tag{5-60}$$

Cuando se tiene un arreglo de dos dipolos, entonces "n = 2" y la ecuación (5-59) se puede escribir como:

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{\operatorname{sen}\left[\frac{2\pi}{4}(\cos\phi - 1)\right]}{\operatorname{sen}\left[\frac{\pi}{4}(\cos\phi - 1)\right]} \right]^2 d\phi \tag{5-61}$$

Expresión, que por medio de relaciones trigonométricas, se transforma en:

$$I_1 = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\cos\left[\tfrac{\pi}{2}(\cos\phi - 1)\right] + 1\right] d\phi \tag{5-62}$$

Integrando por partes se tiene:

$$I_1 = \pi + 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen}\left(\tfrac{\pi}{2}\cos\phi\right) d\phi \tag{5-63}$$

Para realizar el integral de la ecuación anterior se usa la representación serie de una función sinusoidal y generalizando:

$$\operatorname{Sen}(M\cos\phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (M)^{2n+1}}{(2n+1)!} (\cos\phi)^{2n+1} \tag{5-64}$$

Realizando la integración:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen}(M\cos\phi)\, d\phi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (M)^{2n+1}}{(2n+1)!} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos\phi)^{2n+1} d\phi \tag{5-65}$$

La relación anterior se puede obtener para valores de

n = 1,2,3,..... con lo cual se consigue la siguiente ex - presión:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen}(M\cos\phi)\, d\phi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (M)^{2n+1}}{(2n+1)!} \left[\frac{n!}{(2n+1)!}\right]^2 2^{2n} \qquad (5\text{-}66)$$

Serie que es idénticamente igual a la función Struve de primer grado (17) por lo que se puede escribir:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen}(M\cos\phi)\, d\phi = \frac{\pi}{2} H_0(M) \qquad (5\text{-}67)$$

Reemplazando el valor de la ecuación anterior en la expresión (5-63) se obtiene:

$$I_1 = \pi + \pi H_0\left(\frac{\pi}{2}\right) \qquad (5\text{-}68)$$

Si el arreglo es de tres ranuras la expresión (5-66) toma la forma:

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\operatorname{sen}\left[\frac{3\pi}{4}(\cos\phi - 1)\right]}{\operatorname{sen}\left[\frac{\pi}{4}(\cos\phi - 1)\right]}\right)^2 d\phi \qquad (5\text{-}69)$$

Por medio de relaciones trigonométricas se puede conseguir:

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[4\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\cos\phi\right) - 2\cos(\pi\cos\phi) + 3\right] d\phi \qquad (5\text{-}70)$$

---

(17) N.W. McLACHLAN "Bessel Functions for Engineers" Oxford at the Clarendon press. London 1.961 pp 74.

De acuerdo a las expresiones (2-56) y (5-69) la expresión anterior se transforma en:

$$I_1 = \frac{3\pi}{2} + 2\pi H_0\left(\frac{\pi}{2}\right) - \pi J_0(\pi) \qquad (5\text{-}71)$$

Cuando el arreglo tiene 4 elementos, por igual método, se puede obtener:

$$I_1 = 2\pi + 3\pi H_0\left(\frac{\pi}{2}\right) - 2\pi J_0(\pi) - \pi H_0\left(\frac{3\pi}{2}\right) \qquad (5\text{-}72)$$

Si el arreglo tiene 5 elementos:

$$I_1 = \frac{5\pi}{2} + 4\pi H_0\left(\frac{\pi}{2}\right) - 3\pi J_0(\pi) - 2\pi H_0\left(\frac{3\pi}{2}\right) + \pi J_0(2\pi) \qquad (5\text{-}73)$$

Observando los resultados anteriores se puede generalizar en una expresión en la cual se puede calcular el integral I_1 para cualquier número de elementos, así:

$$I_1 = \frac{n\pi}{2} + (n-1)\pi H_0\left(\frac{\pi}{2}\right) - (n-2)\pi J_0(\pi) - (n-3)\pi H_0\left(\frac{3\pi}{2}\right) + (n-4)\pi J_0(2\pi) +$$

$$+ (n-5)\pi H_0\left(\frac{5\pi}{2}\right) - \cdots \pm \pi \begin{cases} J_0\left(\frac{n-1}{2}\pi\right) \\ H_0\left(\frac{n-1}{2}\pi\right) \end{cases} \qquad (5\text{-}74)$$

Para simplificar la notación posterior se puede llamar a la expresión anterior del siguiente modo:

$$I_1 = \frac{\pi}{2} f(n) \qquad (5\text{-}75)$$

Reemplazando el valor I_1 en la ecuación (5-58) se obtiene la relación:

$$R_{rad} = \frac{\eta}{\pi} f(n) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta}\, d\theta \qquad (5\text{-}76)$$

La expresión (5-76) puede integrarse por métodos -- bien conocidos (18) obteniéndose la expresión:

$$R_{rad} = \frac{\eta}{\pi} \times 0.6093\, f(n) \qquad (5\text{-}77)$$

Expresión que puede escribirse como:

$$R_{rad} = R_{rad_0} f(n) \qquad (5\text{-}78)$$

Siendo "$Rrad_0$" la resistencia de un dipolo filamental; tomando en cuenta el ancho del dipolo la resistencia de radiación puede escribirse como:

$$R_{rad_0} = 73.116 - 10\,\pi^2 \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 \qquad (5\text{-}79)$$

Por medio de la relación (4-25) se puede determinar que la resistencia de radiación, valor aproximado, de un arreglo de ranuras esta determinado por:

$$R_{rad_r} = \frac{(\eta)^2}{4 R_{rad}} \qquad (5\text{-}80)$$

Expresión en la cual Rradr especifica la resistencia de radiación de un arreglo de ranuras que en el presente

---

(18) Jordan/Balmain Op Cit/ Pp 330

caso es uniforme, lineal y alimentado con un defasamiento de $-\frac{\pi}{2}$, para cualquier número de ranuras, y para valores del ancho de cada ranura de tal modo que pueda considerarséla angosta

5.4.3. Ganancia, Directividad y Abertura Efectiva

Ganancia, Directividad y Abertura Efectiva. Siguiendo el procedimiento del capítulo segundo se muestran en el cuadro (5-2) los valores de estas tres propiedades de los arreglos junto con la resistencia de radiación.

C U A D R O (5-2)

n	Rrad.	Gmáx	D	A
1	486	0,2468	7,98	0,0098
2	139	1,720	2,35	0,0686
3	73,8	4,9	6,9	0,195
4	48,8	9,85	9,93	0,392
5	35,3	17,0	12,302	0,679
6	26,4	27,2	14,34	1,083
7	21,3	39,4	15,96	1,57

C A P I T U L O S E X T O

E X P E R I M E N T A C I O N

6.1. TECNICAS DE MEDICION

6.1.1. Medición de impedancias

Para determinar la impedancia de los varios tipos de elementos radiantes se usó el medidor de admitancias "General Radio Company" Modelo 1602-B. En la figura (6-1) se indica un diagrama de bloque del equipo de medición.

La técnica usada para la medición de impedancias con este tipo de equipo es sumamente conocida (19), por lo cual no nos detendremos a explicar los principios teóricos ni los principios de operación.

La alimentación de las antenas se realizó por medio de sistemas balanceados de 300 ohmios de impedancia característica.

Las antenas se cortaron de 25 cm. de largo y se midió su impedancia en un rango de frecuencias que varía desde 500 MHz hasta 700 MHz. Realizando para cada medida las correcciones de fase y atenuación del cable, por medio del diagrama de impedancias de la forma polar convencional.

6.1.2. Medidas de Configuraciones de Radiación

Para medir las configuraciones de radiación se usó equipo de la "General Radio Company" dispuesto tal como

---

(19) Manuales de la "General Radio Company"
Ing. Cevallos, Policrafiados de las prácticas de líneas de transmisión.

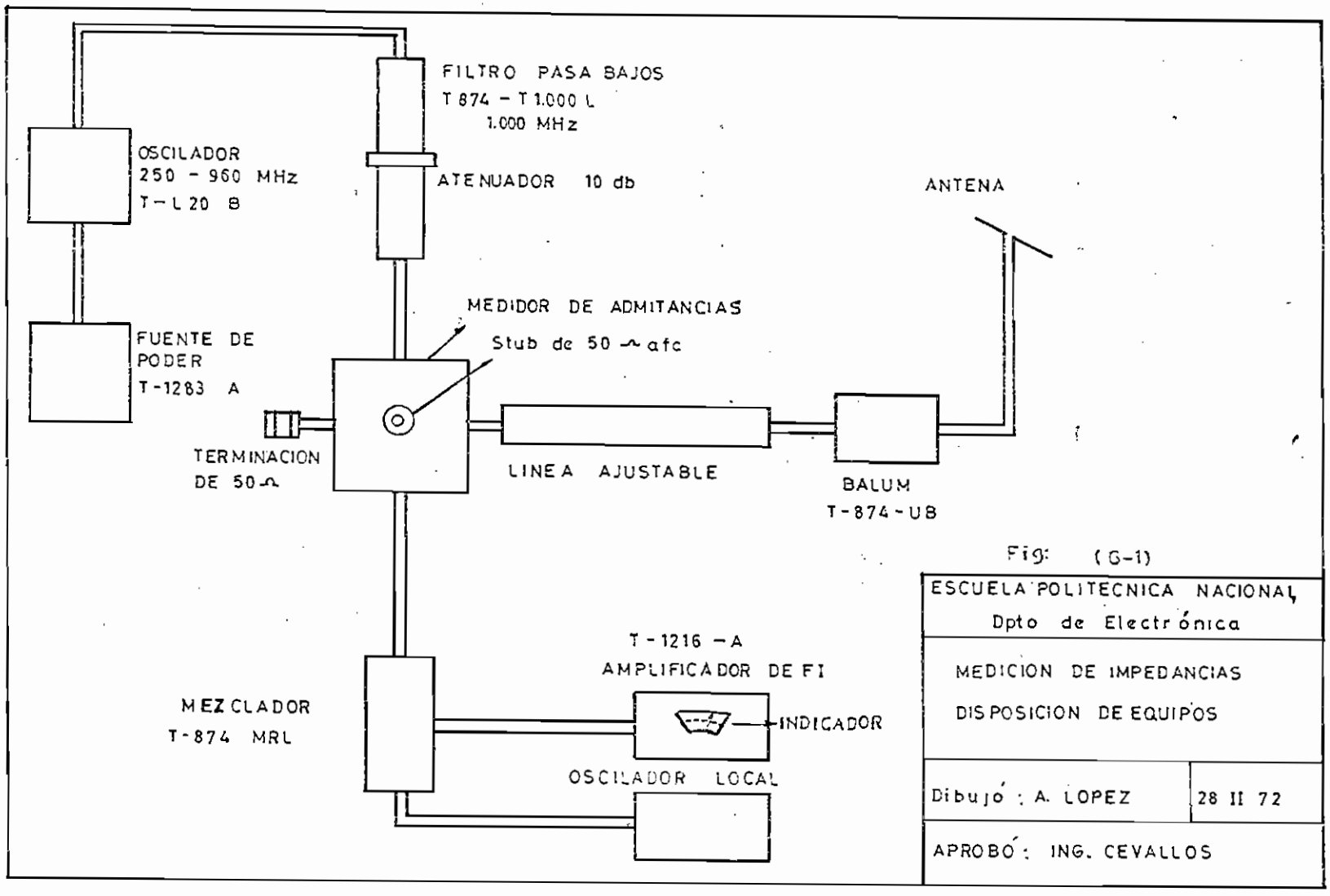

FILTRO PASA BAJOS
T 874 - T 1.000 L
1.000 MHz
OSCILADOR
250 - 960 MHz
T-L 20 B
ATENUADOR 10 db
ANTENA
MEDIDOR DE ADMITANCIAS
Stub de 50 Ω afc
FUENTE DE
PODER
T-1283 A
TERMINACION
DE 50 Ω
LINEA AJUSTABLE
BALUM
T-874-UB
T-1216 -A
AMPLIFICADOR DE FI
MEZCLADOR
T-874 MRL
INDICADOR
OSCILADOR LOCAL
ESCUELA POLITECNICA NACIONAL
Dpto de Electrónica
MEDICION DE IMPEDANCIAS
DISPOSICION DE EQUIPOS
Dibujó : A. LOPEZ
28 II 72
APROBÓ : ING. CEVALLOS

Fig: (G-1)

lo indica la figura (6-2). Como antena transmisora se utilizó un dipolo doblado de 25 cm. de longitud, de tal modo que se sintonizó el equipo a 580 MHz, frecuencia a la cual, se realizó la comprobación experimental.

La medición se realizó en la azotea del edificio de la facultad de Ingeniería Mecánica por las comodidades que presta y por no presentar obstáculos de consideración que produzcan reflexiones.

Las antenas de prueba se usaron como receptoras.

Los resultados se los obtiene en decibeles por lo que se los transforma a una escala lineal comparando el valor máximo como la unidad.

La determinación de los lóbulos de radiación no presenta mayores dificultades fuera de ligeras variaciones del medidor, inestabilidad que no tiene una mayor importancia.

6.2. DIPOLOS DE PLACAS METALICAS

6.2.1. Medición de Impedancias

Los dipolos de placa metálica usados en el experimento fueron cortados de láminas de bronce, todos de 25 cm. de longitud, lo que equivale a media longitud de onda en el espacio libre a la frecuencia de 600 MHz.

La idea fundamental de esta medida fue determinar, experimentalmente, la influencia de el ancho de los dipolos en sus características de radiación. Por esta razón se cortaron cinco dipolos que tenían anchos de ---

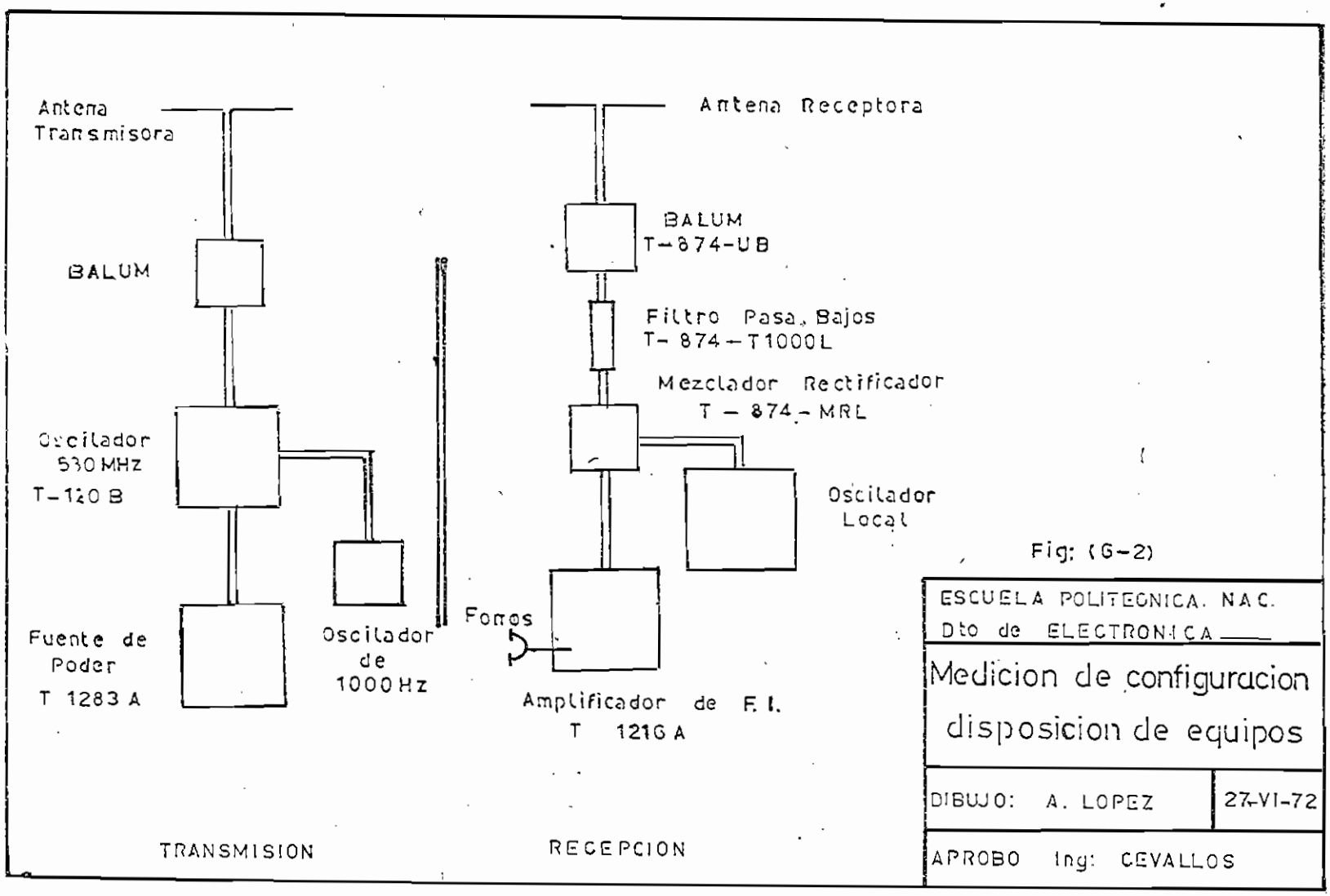

Antena Transmisora
BALUM
Oscilador 530 MHz T-120 B
Fuente de Poder T 1283 A
Oscilador de 1000 Hz
TRANSMISION
Antena Receptora
BALUM T-874-UB
Filtro Pasa Bajos T-874-T1000L
Mezclador Rectificador T-874-MRL
Oscilador Local
Fonos
Amplificador de F.I. T 1216 A
RECEPCION
ESCUELA POLITECNICA. NAC.
Dto de ELECTRONICA
Medicion de configuracion disposicion de equipos
DIBUJO: A. LOPEZ
27-VI-72
APROBO Ing: CEVALLOS

Fig: (G-2)

$\lambda/100$, $\lambda/50$, $\lambda/40$, $\lambda/20$, $\lambda/10$ a la frecuencia antes mencionada.

Los resultados obtenidos se muestran en el cuadro (6-1), con datos suficientes para cualquier comprobación; además, en la figura (6-3) se aprecia la variación de la parte real de la impedancia de estos dipolos, mientras que en la figura (6-4) se muestra la variación de la parte imaginaria.

6.2.2. Medición de Configuraciones de Radiación

Para la determinación de las configuraciones de radiación se utilizó los dipolos de placa metálica como receptora y como transmisor un dipolo doblado.

Los resultados obtenidos se pueden apreciar en el cuadro (6-2) y en la figura (6-5).

CUADRO (6-1)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE PLACAS METALICAS

f	Zm/Z_o	Zcc/Z_o	Za/Z_o
500	2,50 - j0,50	0,20 - j1,75	0,400 - j0,400
520	1,60 - j1,09	0,15 - j1,44	0,356 - j0,234
540	1,25 - j1,30	0,30 - j1,52	0,305 - j0,133
560	0,67 - j0,91	0,04 - j1,08	0,270 - j0,030
570	0,55 - j0,82	0,05 - j1,95	0,250 - j0,010
580	0,48 - j0,61	0,06 - j0,93	0,270 + j0,070
600	0,51 - j0,48	0,05 - j0,90	0,340 + j0,200
620	0,44 - j0,34	0,10 - j0,85	0,400 + j0,300
640	0,41 - j0,17	0,01 - j0,76	0,470 + j0,400
660	0,42 - j0,02	0,03 - j0,65	0,520 + j0,500
630	0,41 + j0,15	0,02 - j0,49	0,560 + j0,580
700	0,42 + j0,26	0,04 - j0,44	0,600 + j0,670

CUADRO (6-1a)

Medición de impedancias cerca de resonancias

Antena de placa metalíca; ancho = $\lambda/100$ = 0,5 cm

Zm = Impedancia medida

Zcc = Impedancia en corte circuito de la línea

Za = Impedancia de la antena

Z_o = Impedancia característica de la línea (300 Ω)

CUADRO (6-1)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE PLACAS METALICAS

f	Zm/Zo	Zcc/Zo	Za/Zo
500	2,510 - j1,920	0,28 - j2,40	0,38 - j0,200
520	[illegible]	[illegible]	[illegible]
540	0,855 - j1,150	0,10 - j1,42	0,29 - j0,030
560	[illegible]	0,05 - j1,13	0,25 + j0,005
580	0,530 - j0,300	0,06 - j1,15	0,50 + j0,100
600	0,440 - j0,456	0,13 - j0,68	0,37 + j0,160
620	0,434 - j0,516	0,08 - j0,78	0,45 + j0,230
640	0,500 - j0,200	0,10 - j0,54	0,50 + j0,300
660	0,500 - j0,080	0,09 - j0,64	0,55 + j0,370
[illegible]	[illegible]	0,08 - j0,49	0,61 + j0,430
700	0,540 + j0,133	0,08 - j0,42	0,67 + j0,500

CUADRO (6-1b)

Medición de impedancias cerca de resonancia

Antena de placa metálica; ancho $\lambda/50$ = 1 cm.

Zm = Impedancia medida

Zcc = Impedancia en corto circuito de la línea

Za = Impedancia de la antena

Zo = Impedancia característica de la línea (500 Ω)

CUADRO (6-1)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE PLACAS METALICAS

F	Zm/Z_o	Zcc/Z_o	Za/Z_o
500	0,670 - j0,780	0,08 - j0,70	0,360 - j0,180
520	1,490 - j1,570	0,20 - j2,02	0,310 - j0,100
540	1,000 - j1,320	0,15 - j1,85	0,260 - j0,030
550	0,870 - j1,200	0,14 - j1,60	0,250 + j0,000
560	0,625 - j0,950	0,20 - j1,25	0,270 + j0,040
580	0,560 - j0,657	0,08 - j1,03	0,350 + j0,100
600	0,500 - j0,450	0,08 - j0,88	0,420 + j0,180
620	0,500 - j0,320	0,10 - j0,80	0,480 + j0,230
640	0,520 - j0,190	0,07 - j0,71	0,540 + j0,290
660	0,530 - j0,080	0,09 - j0,66	0,600 + j0,340
680	0,540 - j0,050	0,06 - j0,51	0,660 + j0,390
700	0,580 - j0,150	0,06 - j0,39	0,710 + j0,410

CUADRO (6-1c)

Medición de impedancias cerca de resonancia

Antena de placa metálica; ancho = $\lambda/40$ = 1,25 cm.

Zm = Impedancia medida

Zcc = Impedancia en corto circuito de la línea

Za = Impedancia de la antena

Zo = Impedancia característica de la línea (300 Ω)

CUADRO (6-1)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE PLACAS METALICAS

f	Zm/Zo	Zcc/Zo	Za/Zo
500	1,800 - j1,200	0,09 - j2,05	0,33 - j0,15
520	1,150 - j1,050	0,25 - j1,45	0,29 - j0,09
540	0,920 - j1,090	0,30 - j1,54	0,25 - j0,00
560	0,750 - j0,825	0,17 - j1,36	0,32 + j0,08
580	0,625 - j0,675	0,05 - j0,30	0,39 + j0,17
600	0,600 - j0,470	0,08 - j1,15	0,45 + j0,23
620	0,570 - j0,300	0,05 - j0,94	0,51 + j0,28
640	0,550 - j0,180	0,06 - j0,76	0,57 + j0,30
660	0,580 - j0,100	0,04 - j0,65	0,63 + j0,30
680	0,600 - j0,016	0,02 - j0,58	0,69 + j0,33
700	0,760 + j0,330	0,02 - j0,04	0,73 + j0,33

CUADRO (6-1d)

Medición de impedancia cerca de resonancia antena de placa metálica; ancho = $\lambda/20$ = 2,5 cm.

Zm = Impedancia medida

Zcc = Impedancia en corto circuito de la línea

Za = Impedancia de la antena

Z_o = Impedancia característica de la línea (300 Ω)

CUADRO (6-1)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE PLACAS METALICAS

f	Zm/Zo	Zcc/Zo	Za/Zo
500	2,06 - j1,30	0,10 - j2,85	0,33 - j0,09
520	1,30 - j1,28	0,20 - j1,84	0,28 - j0,07
530	1,03 - j1,50	0,00 - j1,98	0,25 - j0,02
540	1,06 - j1,53	0,20 - j1,24	0,27 + j0,03
560	0,74 - j0,87	0,10 - j0,73	0,34 + j0,03
580	0,61 - j0,58	0,10 - j0,95	0,41 + j0,07
600	0,71 - j0,56	0,06 - j0,94	0,48 + j0,08
620	0,70 - j0,37	0,04 - j0,86	0,55 + j0,11
640	0,70 - j0,32	0,05 - j0,84	0,58 + j0,12
660	0,75 - j0,24	0,05 - j0,80	0,68 + j0,13
680	0,78 - j0,12	0,07 - j0,63	0,74 + j0,13
700	0,84 - j0,10	0,07 - j0,55	0,80 + j0,12

CUADRO (6-1e)

Medición de impedancias cerca de resonancia

Antena de placa metálica; ancho = $\lambda/10$ = 5 cm.

Zm = Impedancia medida

Zcc = Impedancia en corto circuito de la línea

Za = Impedancia de la antena

Zo = Impedancia característica de la línea (300 Ω)

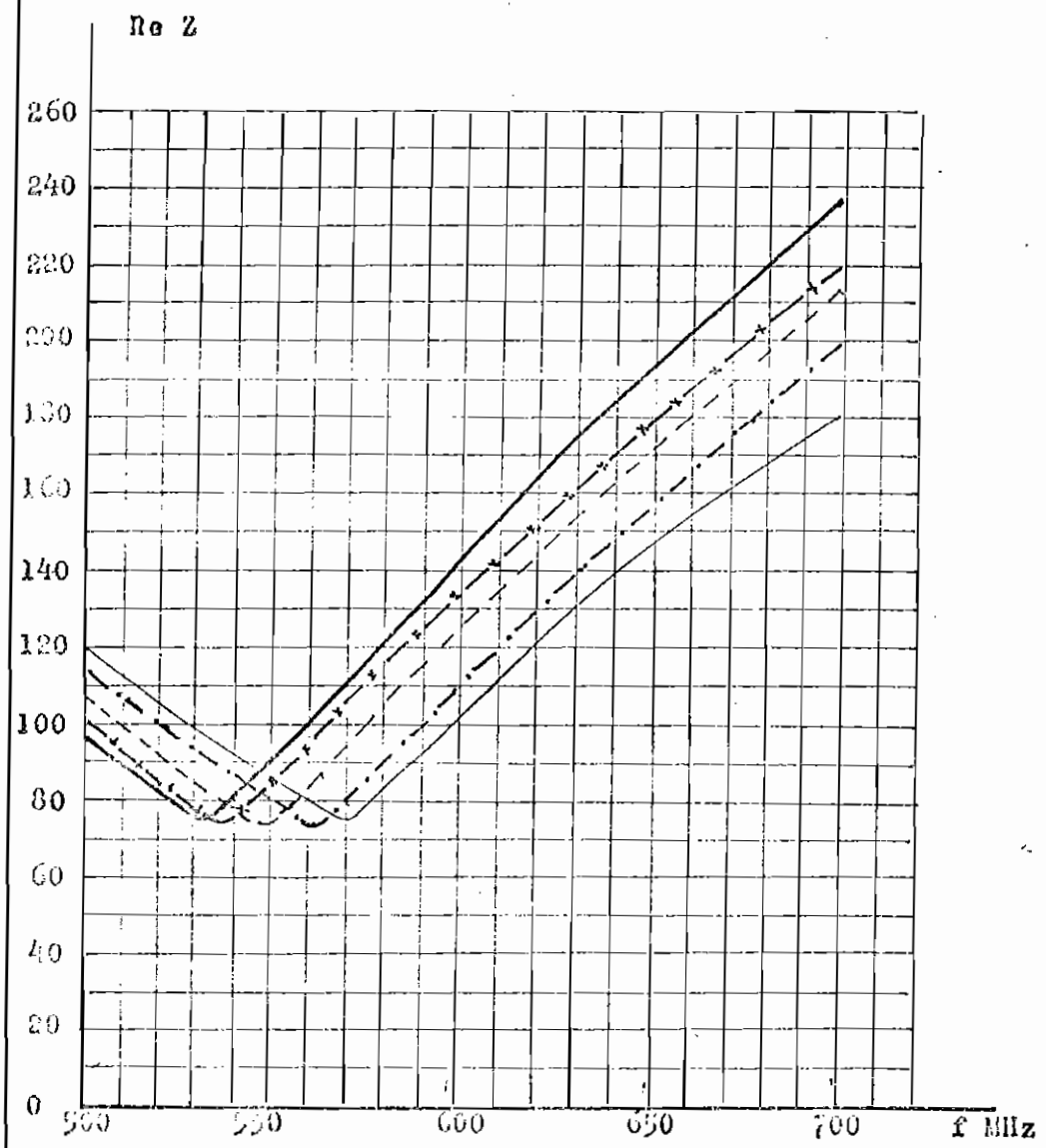


Fig: (6-3) Medición de impedancia cerca de resonancia
Antenas de placas metálicas

a = [illegible]
a = [illegible]
a = [illegible]
a = [illegible]
a = 5.0cm

Aprobó: Ing. Cevallos

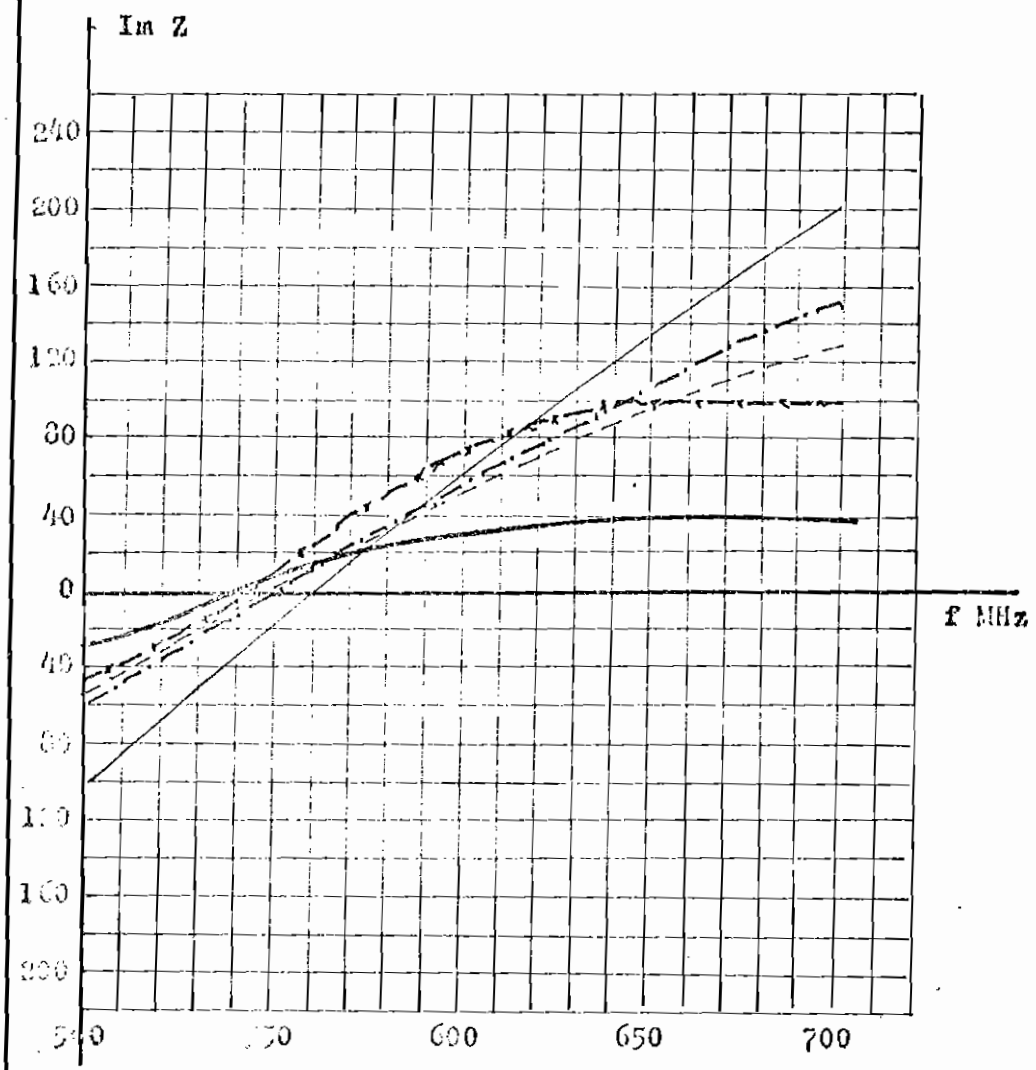


Fig: (6-4) Medición de impedancia cerca de resonancia [illegible] de líneas [illegible].

a = /[illegible]

a = /50

a = /[illegible]

a = /[illegible]

a = /80

[illegible]

CUADRO (6-2)

MEDICION DE CONFIGURACIONES DE RADIACION

	$a = \lambda/100$	$a = \lambda/50$	$a = \lambda/40$	$a = \lambda/20$	$a = \lambda/10$
	E Lineal	E Lineal	E Lineal	E Lineal	E Lineal
0	0,166	0,192	0,316	0,166	0,192
10	0,200	0,251	0,338	0,196	0,241
20	0,251	0,309	0,378	0,234	0,271
30	0,316	0,372	0,476	0,295	0,341
40	0,355	0,446	0,535	0,371	0,429
50	0,447	0,601	0,600	0,467	0,540
60	0,562	0,709	0,674	0,740	0,641
70	0,794	0,891	0,850	0,832	0,856
80	0,892	0,954	0,900	0,932	0,981
90	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
100	0,892	0,998	0,924	0,978	0,876
110	0,814	0,891	0,850	0,832	0,798
120	0,631	0,691	0,674	0,758	0,680
130	0,447	0,562	0,536	0,524	0,540
140	0,355	0,467	0,426	0,417	0,420
150	0,316	0,354	0,338	0,316	0,341
160	0,251	0,316	0,320	0,234	0,271
170	0,198	0,251	0,302	0,196	0,231
180	0,198	0,224	0,239	0,196	0,171

Configuraciones de radiación de dipolos de placa metálica

a = ancho del dipolo

CUADRO (6-2)

MEDICION DE CONFIGURACIONES DE RADIACION

	$a = \lambda/100$	$a = \lambda/50$	$a = \lambda/40$	$a = \lambda/20$	$a = \lambda/10$
	E Lineal	E Lineal	E Lineal	E Lineal	E Lineal
180	0,198	0,224	0,239	0,196	0,171
190	0,198	0,240	0,302	0,196	0,236
200	0,251	0,316	0,338	0,196	0,271
210	0,316	0,389	0,426	0,309	0,341
220	0,355	0,446	0,504	0,417	0,409
230	0,398	0,538	0,535	0,467	0,528
240	0,562	0,660	0,600	0,758	0,650
250	0,708	0,797	0,850	0,832	0,768
260	0,892	0,890	0,910	0,992	0,856
270	1,000	0,890	0,998	0,998	0,981
280	0,892	0,797	0,910	0,932	0,856
290	0,794	0,797	0,850	0,832	0,768
300	0,562	0,709	0,674	0,776	0,630
310	0,447	0,500	0,535	0,512	0,500
320	0,398	0,446	0,476	0,397	0,398
330	0,316	0,354	0,378	0,295	0,338
340	0,251	0,316	0,338	0,234	0,294
350	0,200	0,251	0,302	0,196	0,223
360	0,190	0,224	0,213	0,000	0,178

Configuraciones de radiación de dipolos de placa metálica

a = ancho del dipolo.

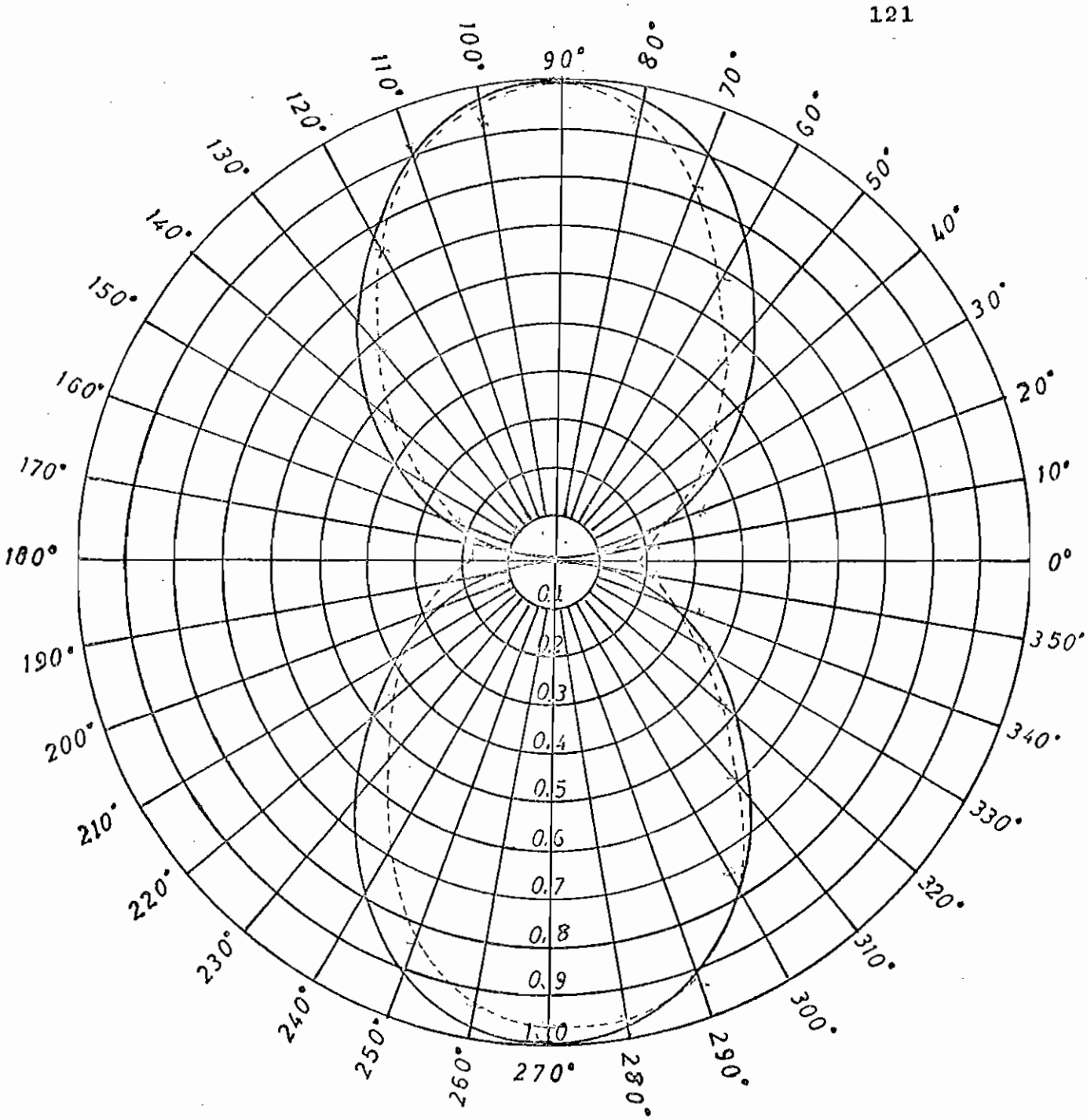


FIG: (6-5a) CONFIGURACION DE RADIACION VERTICAL

DIPOLOS DE PLACAS METALICAS

$d = \lambda_0/100$

——————— TEORICO

- - - - - - - - - - EXPERIMENTAL

APROBO ING: CEVALLOS

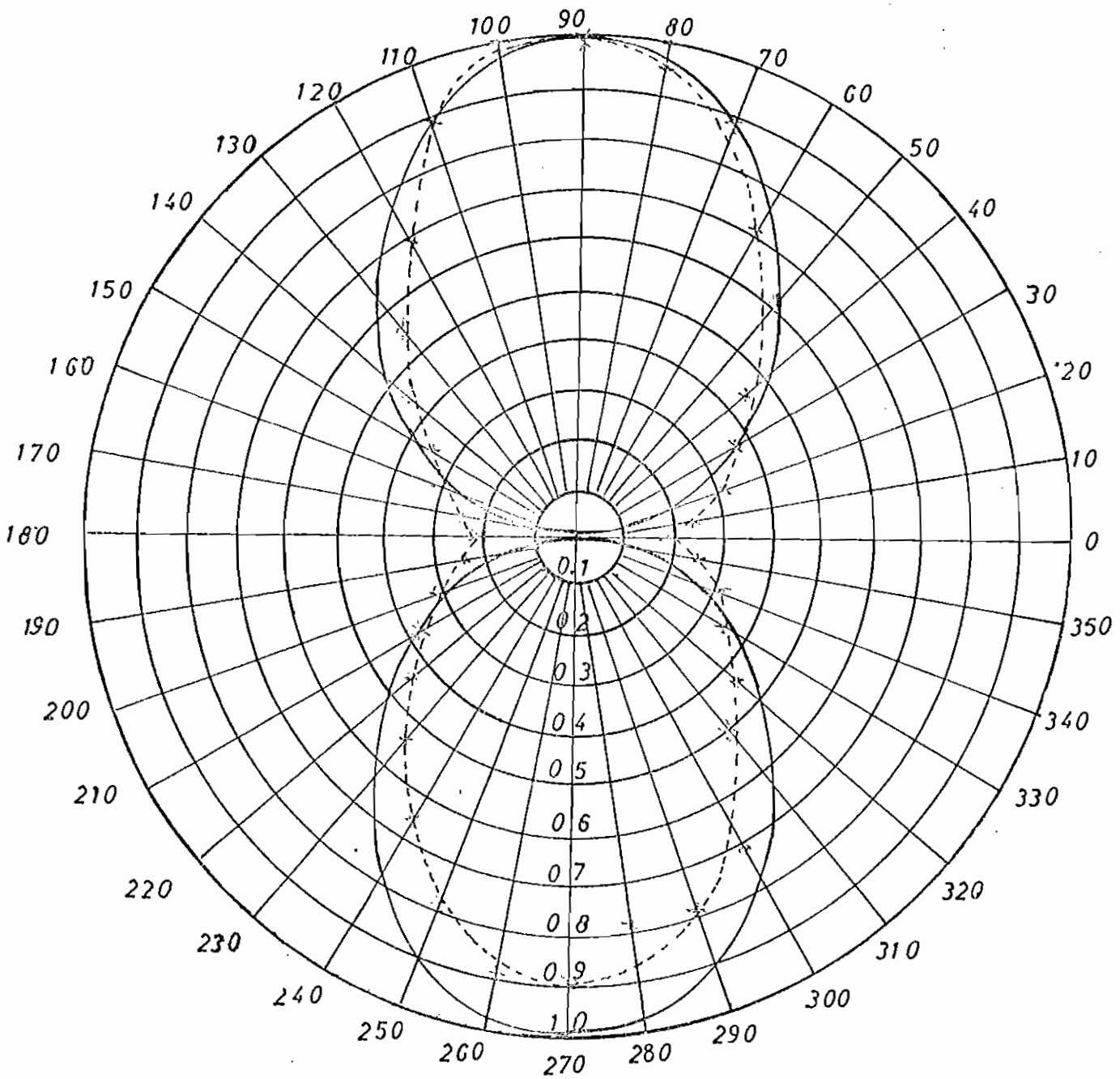


FIG (6-5b) CONFIGURACION DE RADIACION VERTICAL
DIPOLOS DE PLACA METALICA

$a = \lambda_0/50$

——————— TEORICO

- - - - - - - - - - - EXPERIMENTAL

APROBO ING CEVALLOS

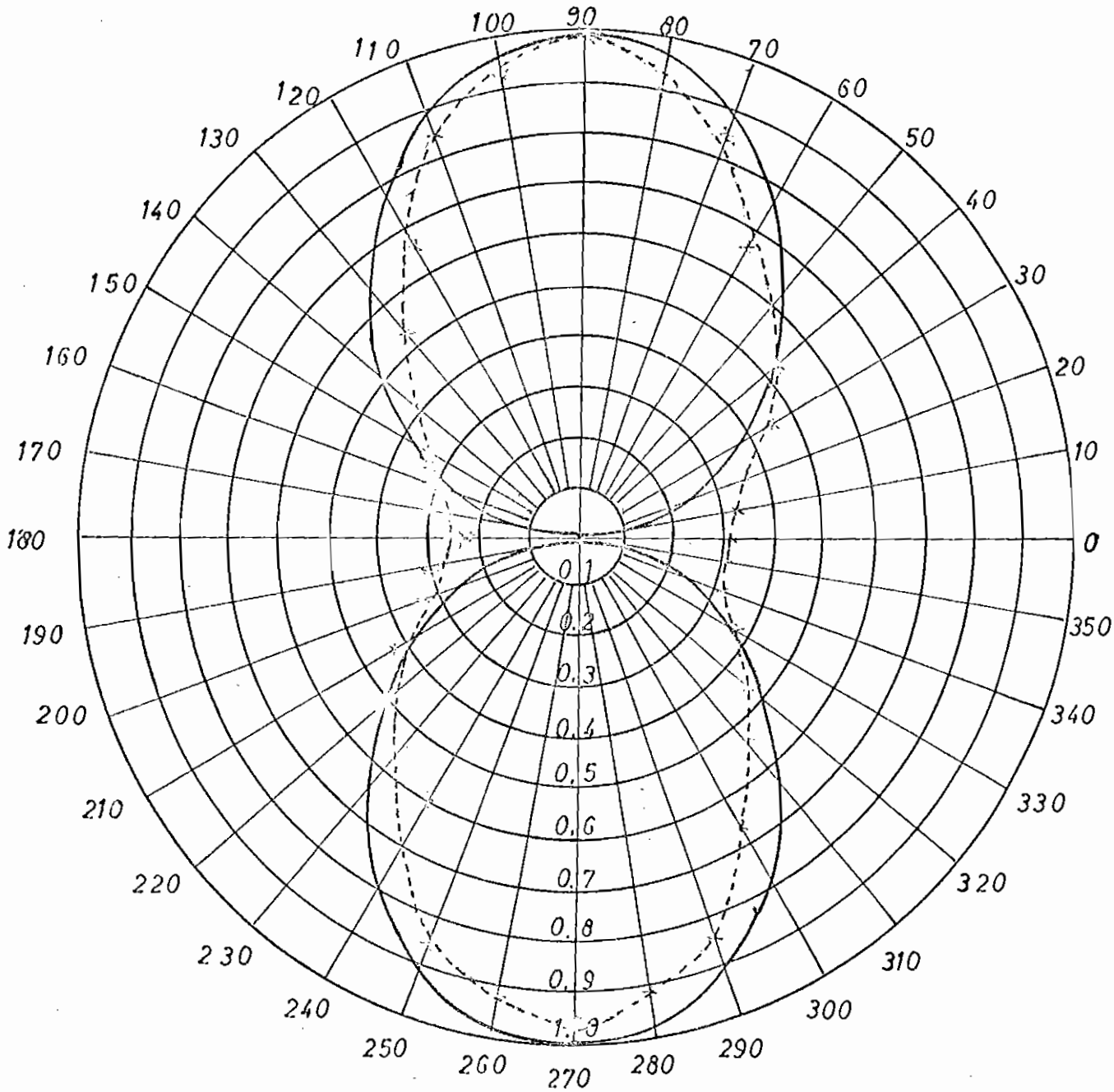


FIG.(6-5c) CONFIGURACION DE RADIACION VERTICAL

DIPOLOS DE PLACAS METALICAS

$a = \lambda_0/40$

——————— TEORICO

- - - - - - - - - EXPERIMENTAL

APROBO: ING. CEVALLOS

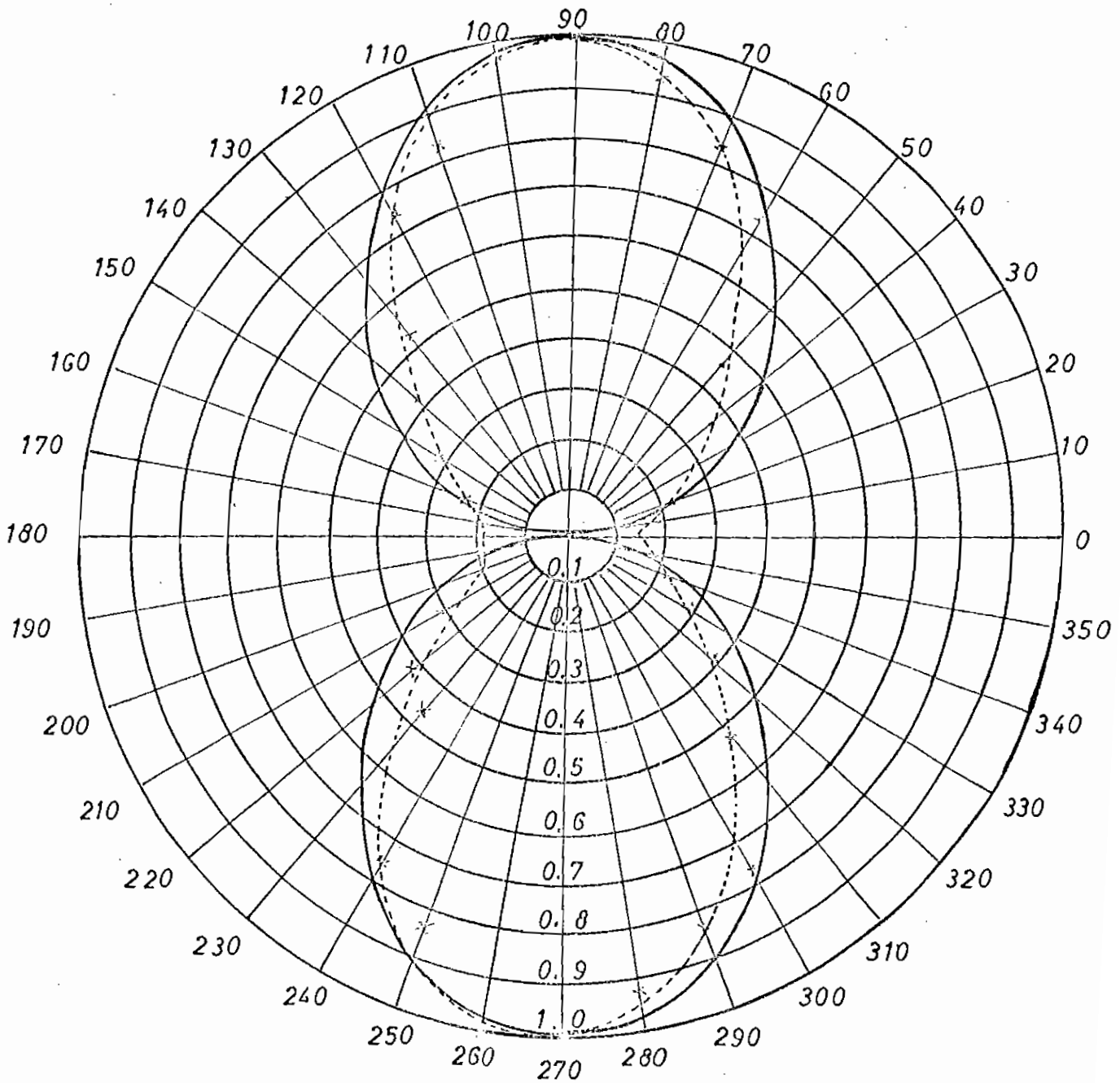


FIG:(6-5J) CONFIGURACION DE RADIACION VERTICAL DIPOLO DE PLACA METALICA

$a = \lambda_0/20$

——————— TEORICO

- - - - - - - - - - - EXPERIMENTAL

APROBO: ING. CEVALLOS

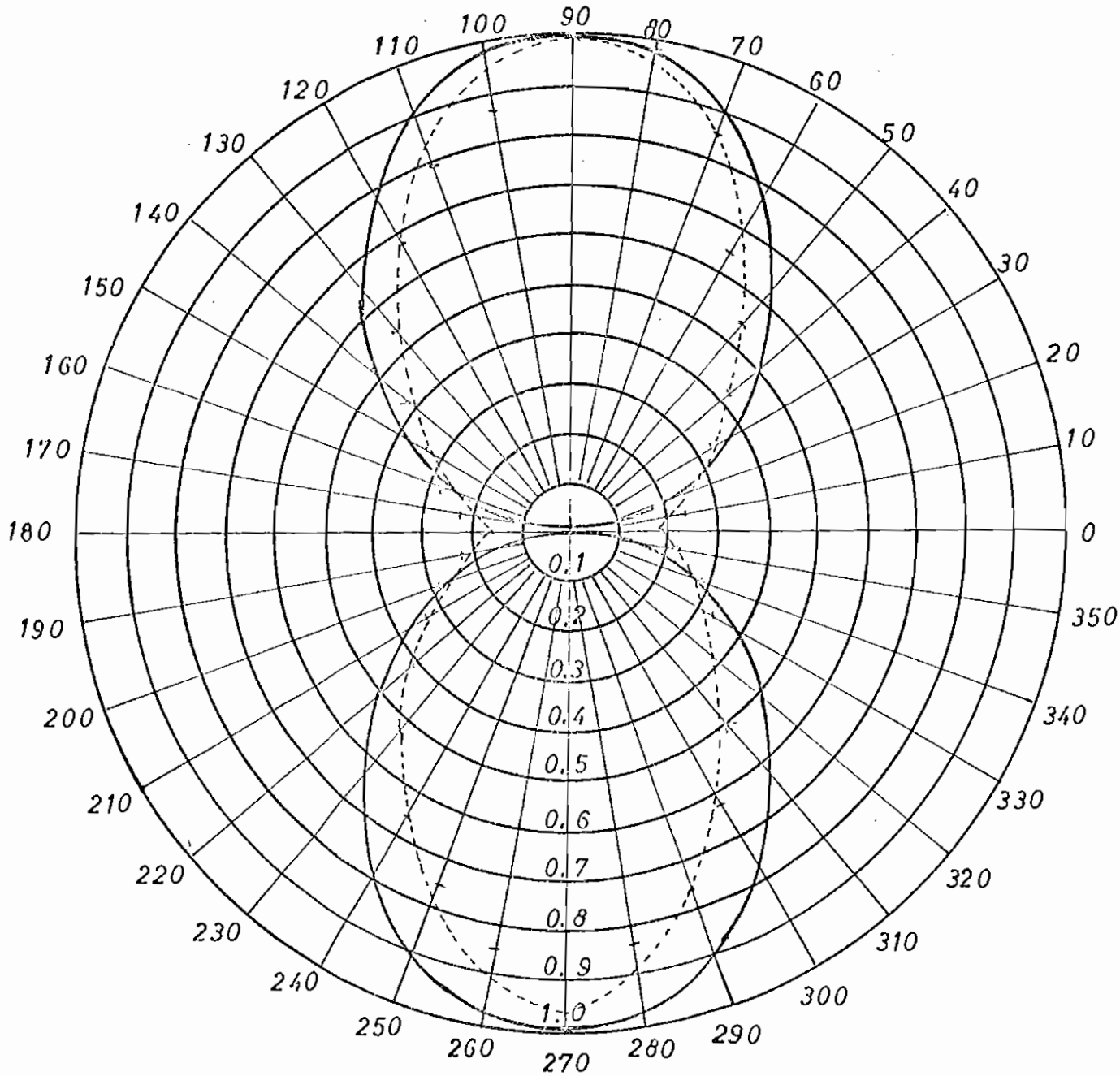


FIG (G 5e) CONFIGURACION DE RADIACION VERTICAL

DIPOLO DE PLACA METALICA

$a = \lambda_0/10$

——————— TEORICO

- - - - - - - - - - - - - EXPERIMENTAL

APROBO ING CEVALLOS

6.2.3. .- Observaciones

Al respecto de la medición de impedancias de dipolos de placas metálicas se puede observar que:

- Al aumentar el ancho de las placas disminuye la frecuencia de resonancia.

-La impedancia de los dipolos anchos presentan notables diferencias por lo que no pueden considerarse dipolos angostos limitando esta definición para dipolos de $\lambda_g/50$ - en el presente trabajo.

-La pendiente de la parte real de la impedancia tiene - valores negativos a frecuencias inferiores a resonancia y positivos en las superiores.

-Al aumentar el ancho de los dipolos se puede preveer - que se presentará una segunda resonancia en este rango de frecuencias.

-En cuanto a las configuraciones de radiación se puede observar que estas si cumplen con los resultados teóricos previstos.

6.3. DIPOLOS RANURADOS EN PLACAS METALICAS

6.3.1. Medición de Impedancia

La ranura usada se la cortó en una lámina delgada de aluminio de un metro por un metro; tenía un largo de 25 cm. y estaba libre de radiar en sus dos direcciones.

La necesidad de cortar ranuras de diferentes anchos y además poder disponer de cualquiera de ellas en un momento dado, por economía se cortó una sola ranura muy ancha en aluminio y en láminas de bronce se cortaron las ranuras de largo y ancho iguales a los dipolos de placas metálicas. Esto permite, además, un contacto directo con el sistema de alimentación.

Los resultados obtenidos se encuentran en el cuadro (6-3) mientras que en las figuras (6-6) y (6-7) se indican los valores de la parte real y los de la parte imaginaria de la impedancia respectivamente.

6.3.2. Medición de configuraciones de radiación

Se usaron iguales consideraciones que con los dipolos de placas metálicas y los resultados se pueden apreciar en el cuadro (6-4) y en la figura (6-8).

CUADRO (6-3)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE ANTENAS RANURADAS

f	Zm/Zo	Zcc/Zo	Za/Zo
500	0,233 - j0,266	0,180 - j1,450	0,30 + j0,79
520	0,270 - j0,066	0,250 - j1,300	0,50 + j1,03
540	0,394 + j0,156	0,100 - j1,040	0,92 + j1,00
560	0,570 + j0,335	0,084 - j0,880	1,38 + j0,90
580	0,858 + j0,480	0,065 - j0,810	1,58 + j0,18
600	1,320 + j0,434	0,037 - j0,613	1,54 + j0,25
620	1,700 - j0,040	0,028 - j0,435	1,28 - j0,53
640	1,520 - j0,610	0,025 - j0,324	1,02 - j0,67
660	1,140 - j1,000	0,024 - j0,241	0,71 - j0,80
680	0,640 - j1,120	0,013 - j0,152	0,43 - j0,90
700	0,200 - j1,080	0,015 - j0,080	0,17 - j0,93

CUADRO (6-3a)

Medición de impedancias cerca de resonancia

Ancho de la ranura = $\lambda/100$ = 0,5 cm.

Zm = Impedancia medida

Zcc = Impedancia en corto circuito de la línea

Za = Impedancia de la antena

Zo = Impedancia característica de la línea

CUADRO (6-3)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE ANTENAS RANURADAS

f	Zm/Zo	Zcc/Zo	Za/Zo
500	0,260 + j0,0635	0,075 - j0,900	0,44 + j0,93
520	0,338 + j0,244	0,070 - j0,550	0,58 + j0,80
540	0,532 + j0,454	0,000 - j0,584	1,10 + j0,94
560	0,780 + j0,550	0,050 - j0,446	1,52 + j0,57
580	1,066 + j0,460	0,045 - j0,700	1,54 + j0,06
600	1,350 - j0,300	0,033 - j0,613	1,37 - j0,28
620	1,500 - j0,250	0,020 - j0,520	1,06 - j0,45
640	1,250 - j0,550	0,020 - j0,366	0,86 - j0,48
660	0,985 - j0,675	0,020 - j0,310	0,69 - j0,50
680	0,670 - j0,670	0,020 - j0,240	0,60 - j0,50
700	0,660 - j0,650	0,020 - j0,180	0,56 - j0,52

CUADRO (6-3b)

Medición de impedancias cerca de resonancia

Anchomde la ranura = $\lambda/50$ = 1 cm.

Zm = Impedancia medida

Zcc = Impedancia en corto circuito de la línea

Za = Impedancia de la antena

Zo = Impedancia característica de la línea

CUADRO (6-3)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE ANTENAS RANURADAS

f	Zm/Z_o	Zcc/Z_o	Za/Z_o
500	0,298 + j0,112	0,1050 - j0,960	0,66 + j0,99
520	0,379 + j0,316	0,0063 - j0,770	0,90 + j1,09
540	0,600 + j0,430	0,0535 - j0,635	1,32 + j0,85
560	1,100 + j0,525	0,0385 - j0,490	1,48 + j0,14
580	1,280 + j0,350	0,0200 - j0,396	1,48 + j0,00
600	1,400 - j0,0775	0,0194 - j0,310	1,24 - j0,30
620	1,220 - j0,460	0,0153 - j0,200	1,04 - j0,46
640	0,860 - j0,430	0,0100 - j0,120	0,83 - j0,475
660	0,900 - j0,650	0,0100 - j0,080	0,80 - j0,63
680	0,700 - j0,650	0,0140 - j0,010	0,68 - j0,64
700	0,530 - j0,530	0,0400 - j0,100	0,57 - j0,64

CUADRO (6-3c)

Medición de impedancias cerca de resonancia

Ancho de la ranura = $\lambda/40$ = 1,25 cm.

Zm = Impedancia medida

Zcc = Impedancia en corto circuito de la línea

Za = Impedancia de la antena

Z_o = Impedancia característica de la línea

CUADRO (6-3)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE ANTENAS RANURADAS

f	Zm/Z_o	Zcc/Z_o	Za/Z_o
500	0,306 + j0,200	0,0867 - j0,8900	0,67 + j1,17
520	0,500 + j0,400	0,0532 - j0,7680	1,24 + j1,08
540	0,780 + j0,500	0,0267 - j0,5340	1,42 + j0,70
560	1,030 + j0,400	0,0267 - j0,4140	1,36 + j0,26
580	1,280 + j0,266	0,0266 - j0,2660	1,28 - j0,11
600	1,400 - j0,120	0,0134 - j0,2230	1,25 - j0,37
620	1,060 - j0,360	0,0100 - j0,1166	0,98 - j0,40
640	0,895 - j0,032	0,0066 - j0,0166	0,89 - j0,45
660	0,690 - j0,410	0,0070 + j0,1200	0,78 - j0,50
680	0,615 - j0,360	0,0100 + j0,1450	0,69 - j0,50
700	0,480 - j0,270	0,0100 + j0,2630	0,60 - j0,50

CUADRO (6-3d)

Medición de impedancias cerca de resonancias

Ancho de la ranura = $\lambda/20$ = 2,5 cm.

Zm = Impedancia medida.

Zcc = Impedancia en corto circuito de la línea

Za = Impedancia de la antena

Z_o = Impedancia característica de la línea

CUADRO (6-3)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE ANTENAS RANURADAS

f	Zm/Zo	Zcc/Zo	Za/Zo
500	0,75 + j0,370	0,0670 - j0,190	0,84 + j0,53
520	1,30 + j0,100	0,0100 + j0,283	1,20 + j0,35
540	1,40 - j0,400	0,0166 + j0,435	1,50 + j0,13
560	1,12 - j0,343	0,0330 + j0,533	1,48 - j0,07
580	0,94 - j0,320	0,0330 + j0,634	1,40 - j0,28
600	0,70 - j0,250	0,0938 + j0,938	1,24 - j0,45
620	0,60 - j0,090	0,1000 + j1,160	1,10 - j0,55
640	0,57 - j0,050	0,1000 + j1,400	0,98 - j0,58
660	0,54 + j0,180	0,1670 + j2,090	0,90 - j0,62
680	0,52 + j0,280	0,3330 + j2,170	0,77 - j0,65
700	0,50 + j0,390	0,7500 + j2,780	0,70 - j0,67

CUADRO (6-3e)

Medición de Impedancias cerca de resonancia

Ancho de la ranura = $\lambda/10$ = 5 cm.

Zm = Impedancia medida

Zcc = Impedancia en corto circuito de la línea

Za = Impedancia de la antena

Zo = Impedancia característica de la línea

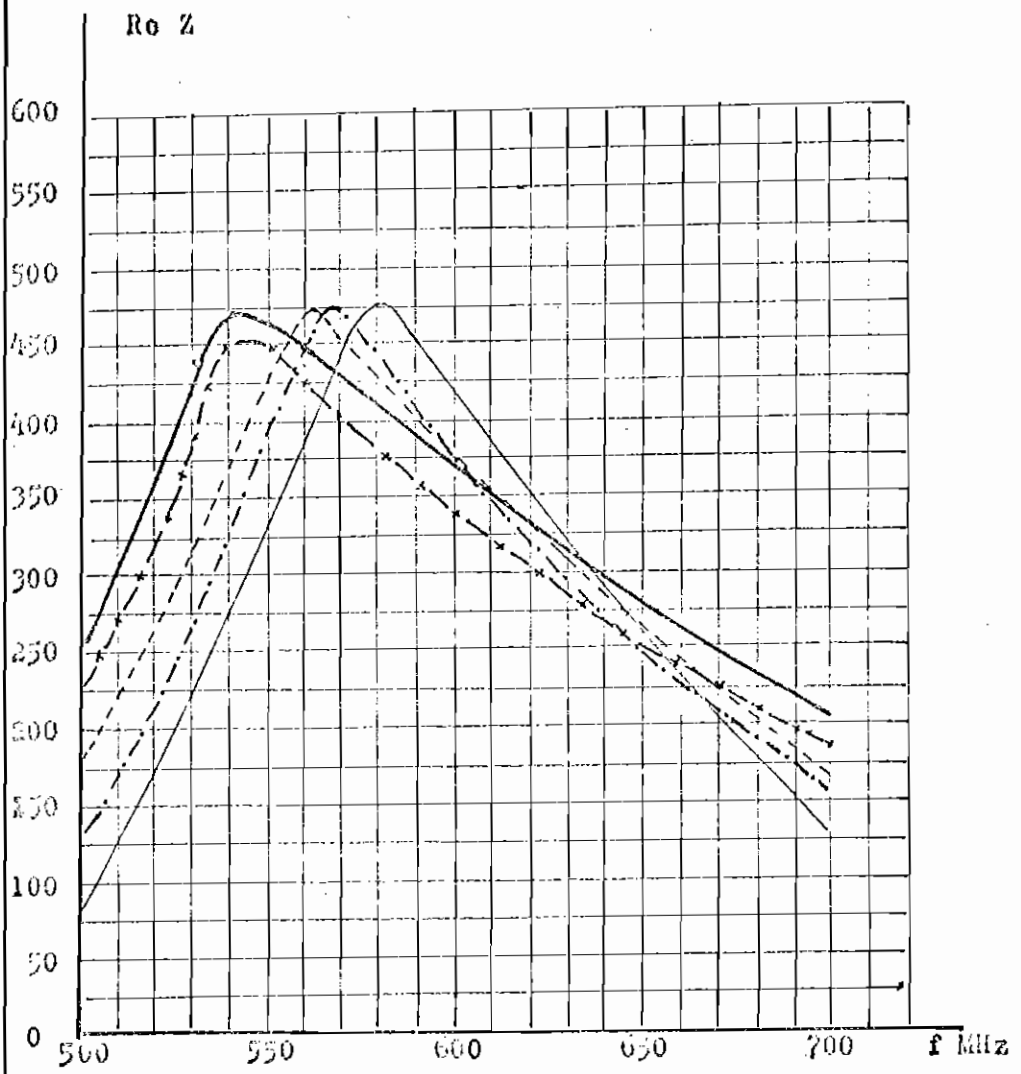


Fig: (6-6) Medición de impedancia cerca de resonancia

Antenas de placas metálicas

——————— a = 0.5 cm

—·—·—·— a = 1.0 cm

– – – – – – a = 1.25 cm

—/—+—/—+— a = 2.5 cm

——————— a = 5.0 cm

a = ancho de la ranura

Fig: 1.6. Cavallos

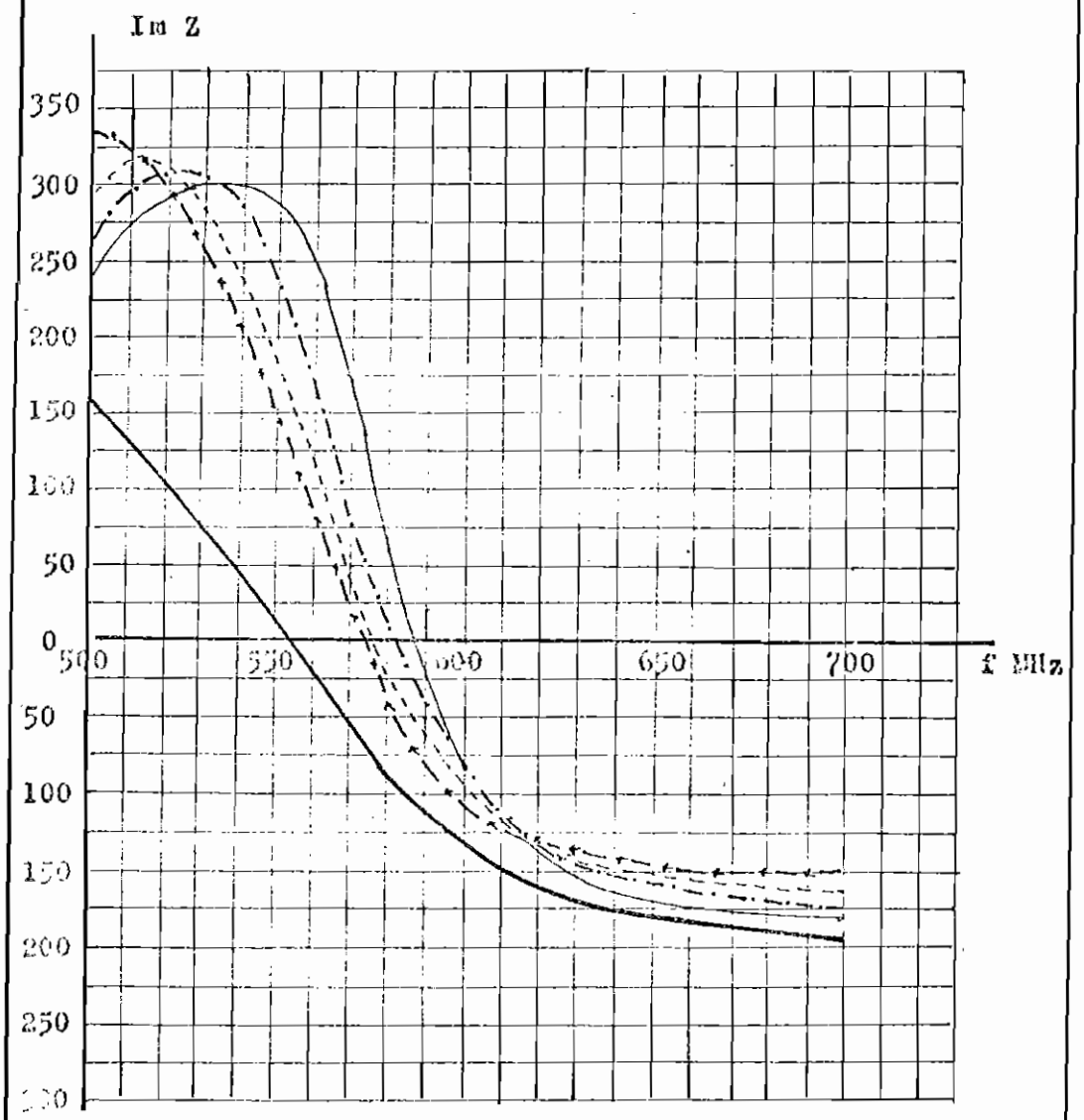


Fig: (6-7) Medición de impedancia cerca de resonancia
Antenas de placas ranuradas

a = 0.5 cm
a = 1.0 cm
a = 1.5 cm
a = 3.5 cm
a = 5.0 cm

Aprobó Ing. Covallos

a = ancho de la ranura

CUADRO (6-4)

MEDICION DE CONFIGURACIONES DE RADIACION

	a = λ/100	a = λ/50	a = λ/40	a = λ/20	a = λ/10
	E Lineal	E Lineal	E Lineal	E Lineal	E Lineal
0	0,188	0,000	0,232	0,167	0,158
10	0,238	0,178	0,251	0,202	0,158
20	0,335	0,224	0,316	0,281	0,224
30	0,376	0,316	0,445	0,376	0,316
40	0,436	0,446	0,561	0,472	0,447
50	0,549	0,631	0,706	0,668	0,561
60	0,691	0,794	0,840	0,841	0,795
70	0,840	0,892	0,890	0,945	0,892
80	0,943	0,946	0,967	0,989	0,944
90	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
100	0,943	0,946	0,951	0,979	0,944
110	0,921	0,892	0,869	0,945	0,880
120	0,750	0,841	0,791	0,861	0,704
130	0,530	0,709	0,690	0,668	0,587
140	0,461	0,501	0,541	0,531	0,447
150	0,366	0,355	0,421	0,367	0,323
160	0,218	0,251	0,301	0,266	0,194
170	0,190	0,199	0,250	0,197	0,168
180	0,186	0,178	0,208	0,164	0,158

Configuraciones de radiación de antenas ranuradas.

a = ancho de la ranura.

CUADRO (6-4)

MEDICION DE CONFIGURACIONES DE RADIACION

	a = $\lambda/100$	a = $\lambda/50$	a = $\lambda/40$	a = $\lambda/20$	a = $\lambda/10$
	E Lineal	E Lineal	E Lineal	E Lineal	E Lineal
180	0,186	0,178	0,208	0,164	0,158
190	0,238	0,169	0,199	0,160	0,158
200	0,298	0,174	0,250	0,207	0,213
210	0,375	0,219	0,308	0,279	0,334
220	0,446	0,295	0,431	0,367	0,421
230	0,530	0,398	0,552	0,472	0,561
240	0,668	0,562	0,690	0,651	0,795
250	0,840	0,709	0,792	0,794	0,892
260	0,943	0,841	0,849	0,945	0,944
270	0,968	0,934	0,931	1,000	1,000
280	0,968	0,946	1,000	0,945	0,944
290	0,943	0,979	1,000	0,841	0,839
300	0,750	0,946	0,931	0,668	0,740
310	0,596	0,892	0,890	0,531	0,573
320	0,473	0,794	0,690	0,376	0,436
330	0,376	0,501	0541	0,298	0,294
340	0,335	0,355	0,397	0,211	0,213
350	0,212	0,251	0,281	0,223	0,173
360	0,000	0,199	0,223	0,164	0,162

Configuraciones de radiación de antenas ranuradas.

a = ancho de la ranura

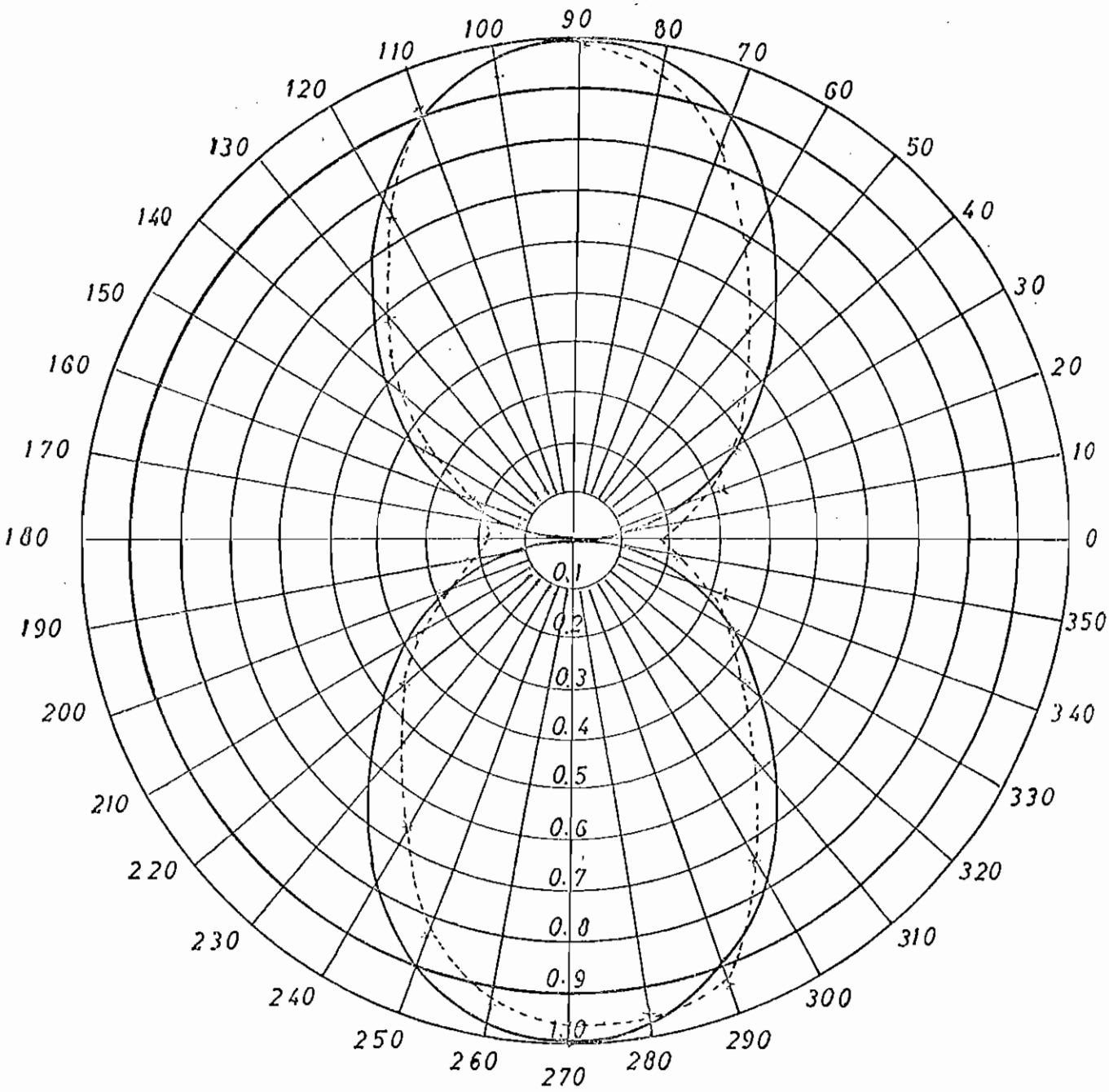


FIG:(6-8a) CONFIGURACION DE RADIACION VERTICAL

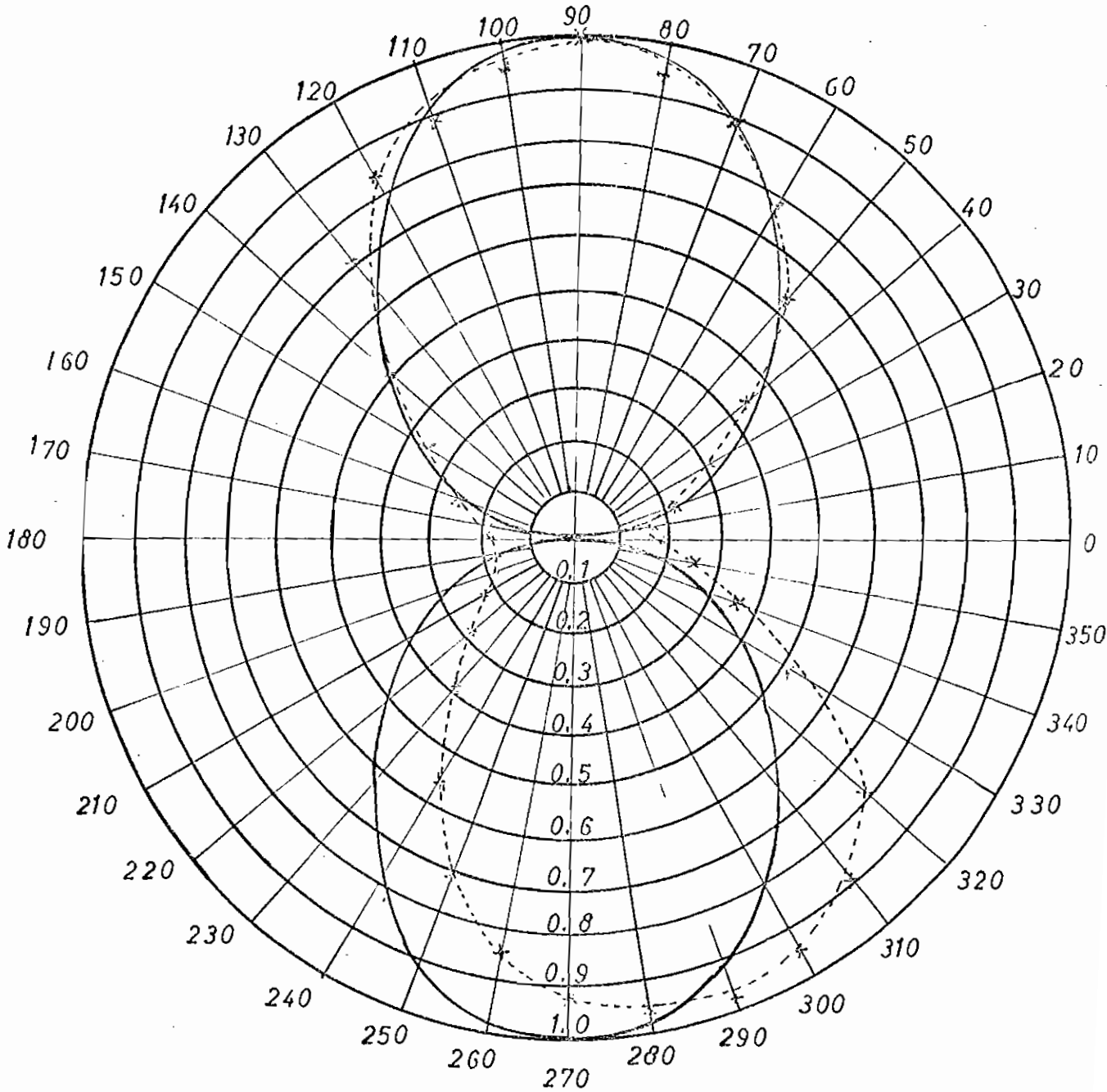
DIPOLOS RANURADOS

$a = \lambda_0/100$

——————— TEORICO

- - - - - - - - - - - EXPERIMENTAL

APROBO: ING. CEVALLOS



FIG(6 8b) CONFIGURACION DE RADIACION VERTICAL

DIPOLOS RANURADOS

$a = \lambda_0/50$

——————— TEORICO

- - - - - - - - - - - EXPERIMENTAL

APROBO ING CEVALLOS

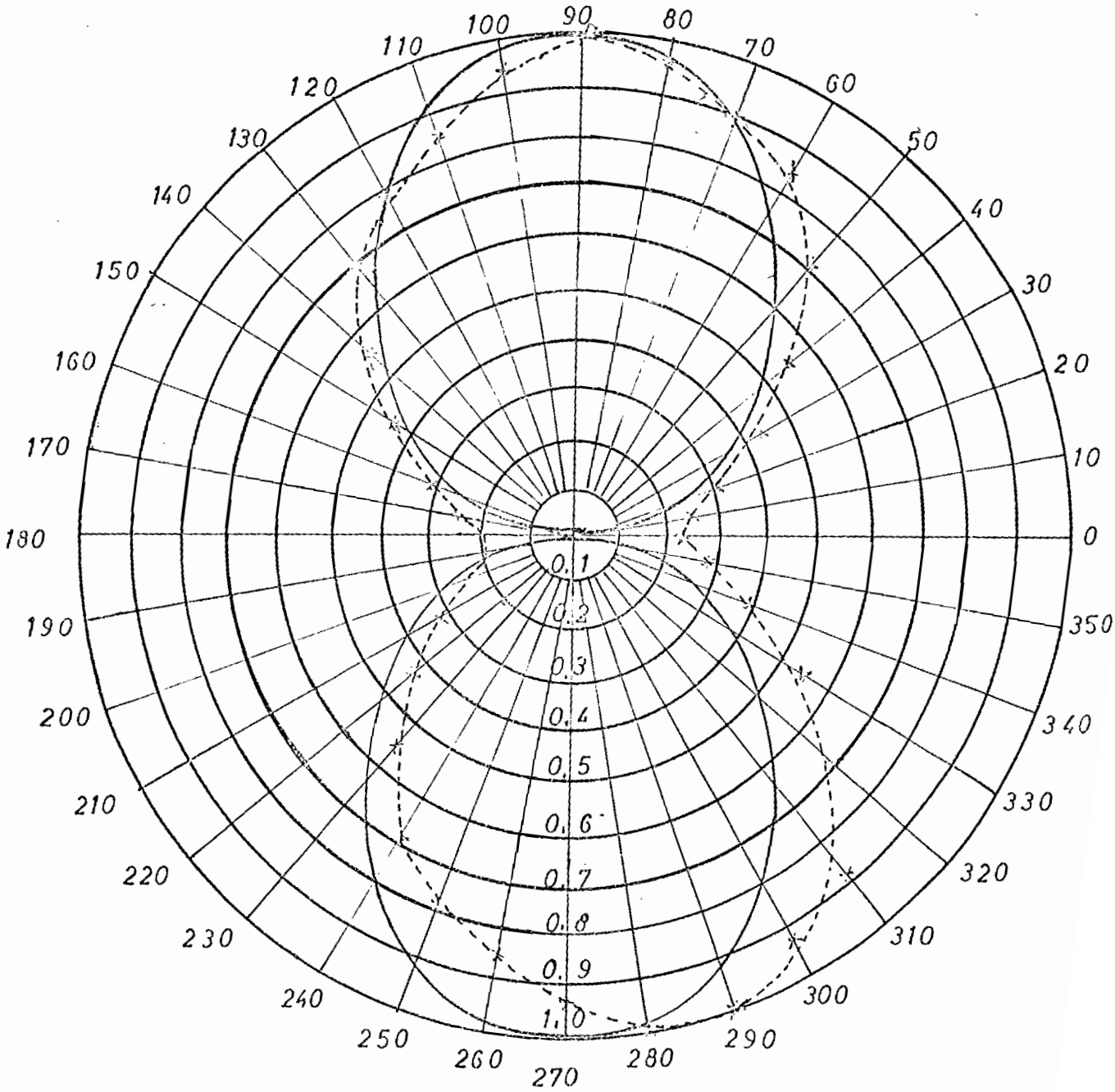


FIG:(6-8c) CONFIGURACION DE RADIACION VERTICAL

DIPOLOS RANURADOS

$a = \lambda_0/40$

——————— TEORICO

- - - - - - - - - - EXPERIMENTAL

CEVALLOS

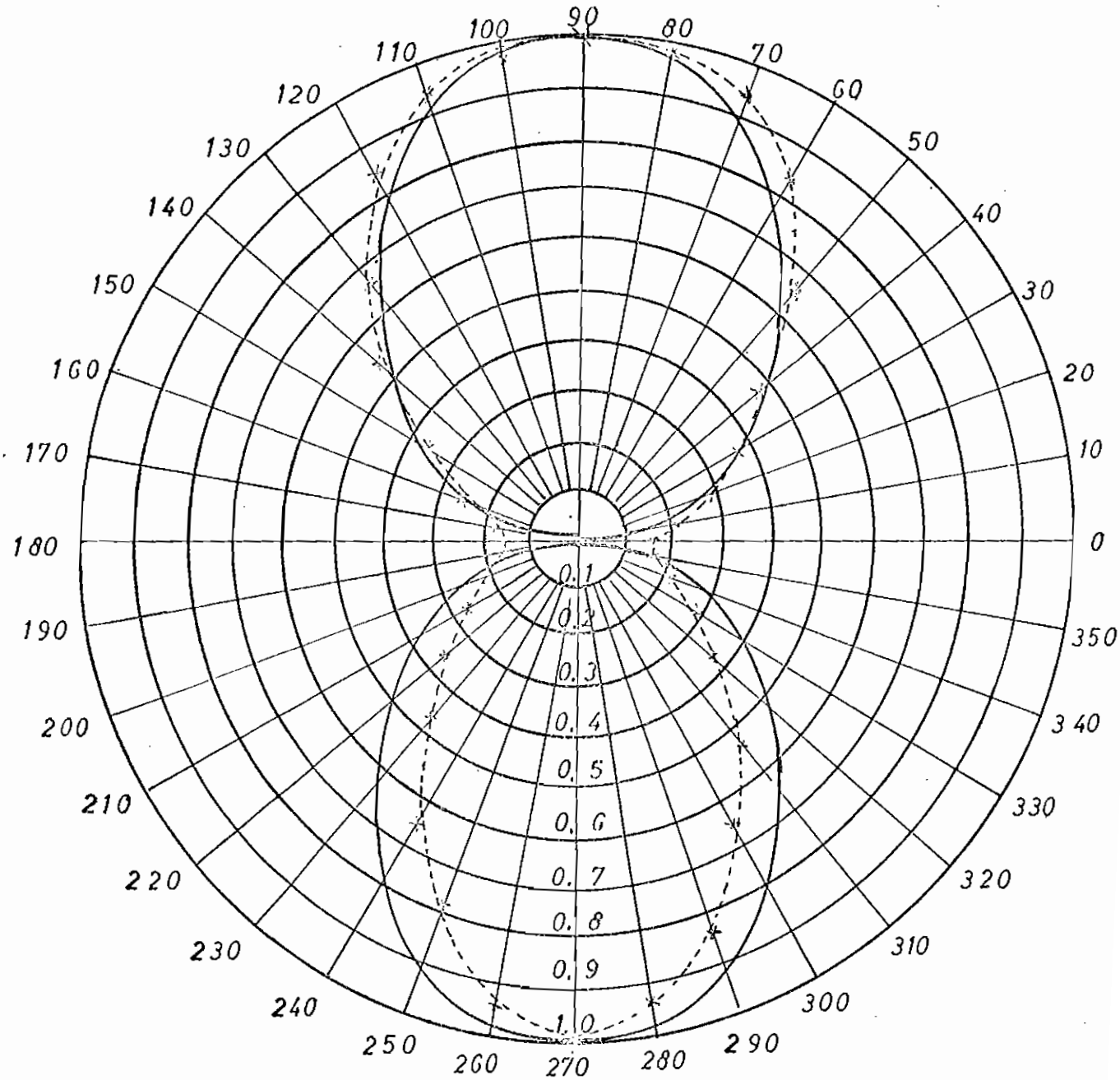


FIG:(6-8d) CONFIGURACION DE RADIACION VERTICAL

DIPOLOS RANURADOS

$d = \lambda_0/20$

——————— TEORICO

- - - - - - - - - - - EXPERIMENTAL

APROBO: ING CEVALLOS

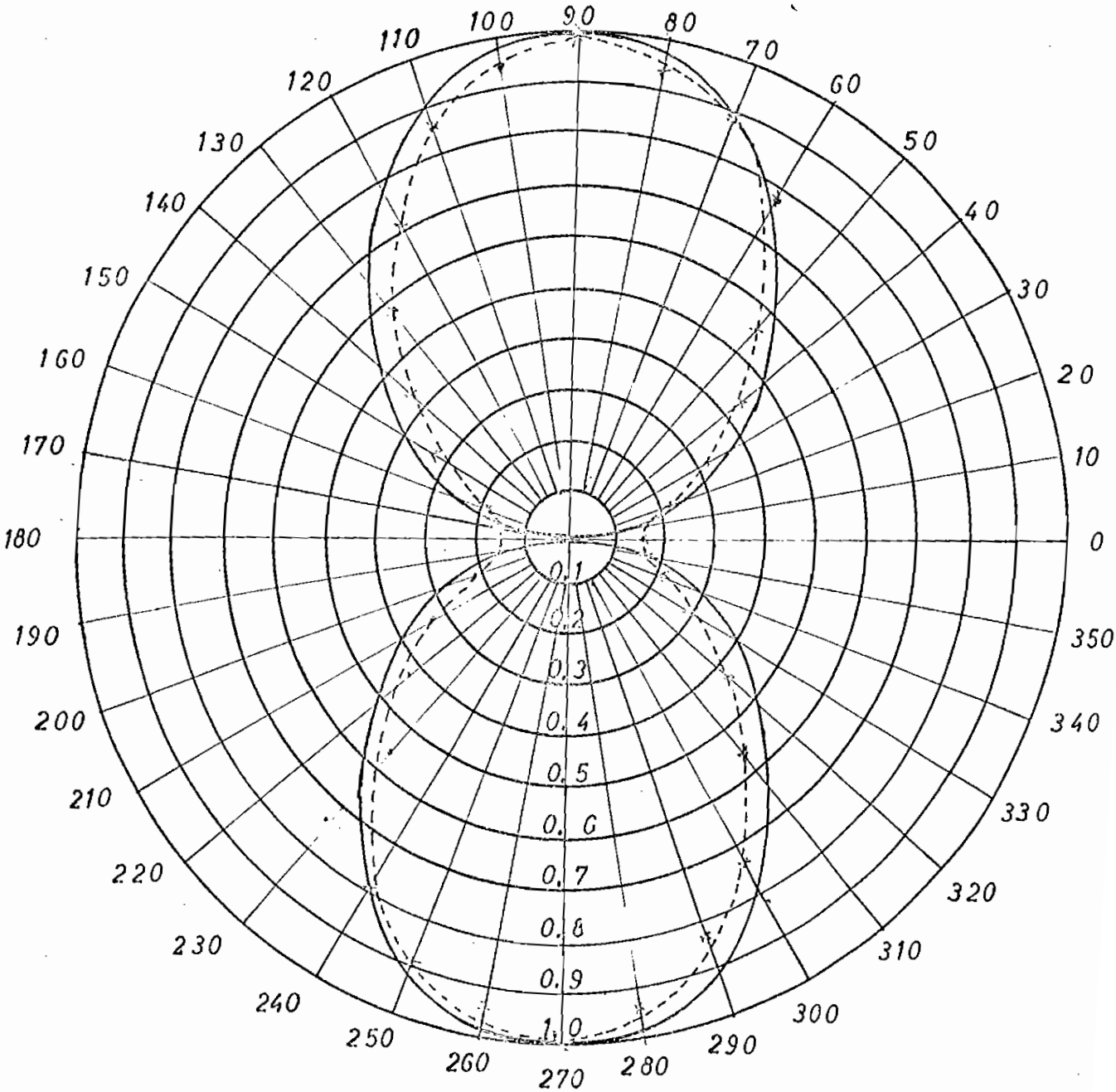


FIG:(6 8e) CONFIGURACION DE RADIACION VERTICAL

DIPOLOS RANURADOS

$a = \lambda_0/10$

——————— TEORICO

- - - - - - - - - - - EXPERIMENTAL

APROBO: ING. CEVALLOS

6.3.3. Observaciones

Sobre la medición de impedancias de ranura se puede observar que:

-La frecuencia de resonancia también sufre un desplazamiento al igual que en los dipolos de placa metálica.

-Las pendientes que presentan la parte real e imaginaria de la impedancia son de sentido contrario a las pendientes, para igual frecuencia, de las antenas de placa

-A menor ancho en la ranura se presentará otra resonancia en este rango de frecuencias:

-"Ranuras Angostas" pueden considerarse, dentro de este trabajo hasta cuando un ancho menor a $\lambda_0/20$.

- Como puede verse las configuraciones teóricas y prácticas son cercanamente iguales , de donde los resultados experimentales comprueban totalmente los resultados teóricos en cuanto a las medidas de las configuraciones de radiación.

-Los errores existentes se deben principalmente al montaje de las antenas pues estan giran en una circunferencia de 35 cm. de radio con respecto al eje central, también hay que considerar las reflexiones producidas por la caseta que existe en el lugar de medición

6.4. ARREGLO DE RANURAS ALIMENTADO EN FASE

6.4.1. Medición de Impedancias

En una lámina delgada de aluminio se cortó una serie de 2,3,4,5,6, y 7 ranuras que se alimentaron por medio de líneas paralelas. Cada ranura estaba apartada de la otra un cuarto de longitud de onda y se las conectó en paralelo por medio de unc cable de 300 Ω de impedancia característica que tenía una longitud de onda eléctrica de largo; esta distancia se la determinó por métodos experimentales en el medidor de admitancias.

Para tener facilidades de medición se cortaron todas las siete ranuras y luego se midieron las impedancias de cada uno de los arreglos, tapando las ranuras sobrantes con papel metálico cuya profundidad de penetración fue suficiente para no interrumpir el paso de la corriente y producir perturbaciones en el campo radiado.

Los valores medidos se muestran en el cuadro (6-5) mientras que en las figuras (6-9) se pueden apreciar las variaciones de la impedancia con la frecuencia.

6.4.2. MEDICION DE CONFIGURACIONES DE RADIACION

Con el mismo procedimiento que en los casos anteriores y usando el papel metálico para cubrir las ranuras que no son necesarias en cada uno de los arreglos, se midió su configuración normal, obteniendo los resul-

tados del cuadro (6-6) y que se encuentran grafizados - en la figura (6-10).

CUADRO (6-5)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE ANTENAS RANURADAS

ARREGLO DE DOS RANURAS

f	Zm/Z_o	Zcc/Z_o	Za/Z_o
500	5,300 - j1,920	1,0200 + j1,370	0,30 + j0,66
520	0,183 - j0,123	0,1730 - j1,000	0,28 + j0,75
540	0,900 + j0,117	0,0230 + jo,130	0,70 + jo,97
560	0,525 - jo,136	0,1600 + j1,280	1,20 + j0,70
580	0,940 + j1,130	1,2600 - j3,240	0,52 - j0,03
600	0,590 - j0,930	0,0467 - j0,316	0,40 - j0,54
620	0,163 + jo,223	0,0400 + j0,552	0,16 - jo,28
640	1,550 + j2,640	5,6800 + j8,400	0,17 - j0,20
660	4,821 - j1,283	0,6000 - j4,400	0,17 - j0,16
680	0,152 - j0,345	0,0450 - j0,280	0,12 - j0,07
700	0,320 + j0,800	0,1030 + j0,932	0,12 - j0,05

CUADRO (6-5a)

Medición de impedancias cerca de resonancia.

Alimentación en fase (360°).

Zm= Impedancia medida.

Zcc = Impedancia en corto circuito de la línea.

Za = Impedancia de la antena.

Z_o = Impedancia característica de la línea.

CUADRO (6-5)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE ANTENAS RANURADAS

ARREGLO DE TRES RANURAS

f	Zm/Z_o	Zcc/Z_o	Za/Z_o
500	1,200 + j1,810	0,660 + j2,580	0,21 - j0,03
520	0,330 + j1,100	0,120 + j0,900	0,16 - j0,12
540	0,330 + j0,730	0,033 + j1,130	0,18 - j0,19
560	0,460 - j0,434	0,140 + j1,260	2,20 - j0,98
580	1,260 + j1,800	0,650 - j2,280	0,39 - j0,90
600	0,240 - j0,730	0,040 - j0,116	0,20 - j0,57
620	0,100 + j0,340	0,040 + j0,576	0,10 - j0,20
640	2,750 + j3,140	1,670 + j5,000	0,15 - j0,02
660	0,820 - j1,590	1,700 - j4,800	0,20 + j0,30
680	0,204 - j0,328	0,080 - j1,400	0,25 + j0,70
700	0,212 + j0,410	0,030 - j0,360	0,30 + j0,90

CUADRO (6-5b)

Medición de impedancias cerca de resonancia.

Alimentación en fase (360°)

Zm = Impedancia medida.

Zcc = Impedancia en corto circuito de la línea.

Za = Impedancia de la antena.

Z_o = Impedancia característica de la línea.

CUADRO (6-5)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE ANTENAS RANURADAS

ARREGLO DE CUATRO RANURAS

f	Zm/Z_o	Zcc/Z_o	Za/Z_o
500	0,354 + j0,650	1,900 + j2,640	0,38 - j0,77
520	0,560 - j1,330	0,220 - j1,050	0,18 - j0,16
540	0,164 + j0,366	0,030 + j0,103	0,18 + j0,29
560	1,030 - j0,548	0,234 + j1,250	2,40 + j2,00
580	1,380 - j1,520	1,530 - j3,600	0,26 + j0,14
600	0,200 - j0,588	0,046 - j0,300	0,20 - j0,15
620	0,200 + j0,550	0,030 + j0,540	0,15 - j0,02
640	0,690 + j1,660	0,300 + j3,860	0,10 - j0,25
660	0,398 + j1,436	0,800 - j3,780	0,12 - j0,33
680	0,120 + j0,040	0,080 - j0,832	0,15 - j0,80
700	0,166 - j0,856	0,080 - j0,160	0,18 - j1,20

CUADRO (6-5c)

Medición de impedancias cerca de resonancia.

Alimentación en fase (360°)

Zm = Impedancia medida.

Zcc = Impedancia en corto circuito de la línea.

Za = Impedancia de la antena.

Z_o = Impedancia característica de la línea.

CUADRO (6-5)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE ANTENAS RANURADAS

ARREGLO DE CINCO RANURAS

f	Zm/Z_o	Zcc/Z_o	Za/Z_o
500	0,532 - j0,590	0,660 + j2,580	1,82 + j1,14
520	0,430 - j0,400	0,120 + j0,900	1,40 - j1,30
540	0,473 + j0,396	0,053 + j0,114	0,44 + j0,31
560	1,290 - j0,730	0,140 + j1,260	1,29 + jo,35
580	3,600 - j0,600	0,650 - j2,280	0,24 - j0,34
600	0,396 - j0,066	0,040 - j0,117	0,39 + j0,04
620	1,770 + j1,250	0,040 + j0,580	1,30 + j1,20
640	1,630 + j0,620	1,670 + j5,000	0,18 - j0,33
660	0,120 + j0,900	0,800 - j3,200	0,35 - j0,95
680	0,820 - j0,100	0,040 - j0,240	0,86 - j0,18
700	1,020 + j0,240	0,050 + j0,160	1,10 + j0,25

CUADRO (6-5d)

Medición de impedancias cerca de resonancia,

Alimentación en fase (360°)

Zm = Impedancia , medida.

Zcc = Impedancia de corto circuito de la línea,

Za= Impedancia de la antena.

Z_o = Impedancia característica de la línea.

CUADRO (6-5)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE ANTENAS RANURADAS

ARREGLO DE SEIS RENURAS

f	Zm/Z_o	Zcc/Z_o	Za/Z_o
500	3.250 - j2,160	0,660 + j2,580	0,25 + j0,52
520	0,709 + j0,464	0,120 + j0,900	0,54 - j0,07
540	0,153 + j0,080	0,033 + j0,114	0,15 - j0,04
560	1,760 - j0,800	0,140 + j1,260	0,90 + j0,85
580	2,700 + j2,700	0,650 - j2,280	0,20 - j0,65
600	0,133 - j0,177	0,040 - j0,117	0,13 - j0,07
620	1,380 + j1,260	0,040 + j0,580	1,17 + j1,20
640	1,220 + j0,567	1,670 + j5,000	0,60 - j0,20
660	0,880 - j0,370	0,095 - j0,780	0,67 - j0,02
680	0,800 - j0,050	0,040 - j0,240	0,78 + j0,08
700	0,940 + j0,310	0,050 + j0,160	0,86 + j0,26

CUADRO (6-5e)

Medición de impedancias cerca de resonancia.

Alimentación en fase (360°)

Zm = Impedancia medida.

Zcc = Impesancia de corto circuito de la línea.

Za = Impedancia de la antena.

Z_o = Impedancia característica de la línea.

CUADRO (6-5)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE ANTENAS RANURADAS

ARREGLO DE SIETE RANURAS

f	Zm/Z_o	Zcc/Z_o	Za/Z_o
500	0,860 + j1,420	0,660 + j2,580	0,21 - j0,15
520	0,356 + j0,253	0,120 + j0,900	0,39 - j0,44
540	0,200 - j0,253	0,033 + j0,114	0,18 - j0,37
560	2,670 + j2,080	0,140 + j1,260	0,26 + j0,49
580	0,900 + j1,800	0,650 + j2,280	0,16 - j0,89
600	0,107 - j0,250	0,040 - j0,117	0,09 - j0,12
620	1,070 - j0,040	0,040 + j0,580	1,07 + j0,05
640	1,280 + j2,620	1,670 + j5,000	0,13 - j0,12
660	0,820 - j0,550	0,095 - j0,780	0,50 - j0,09
680	0,310 - j0,150	0,040 - j0,240	0,28 + j0,08
700	0,260 + j0,220	0,050 + j0,160	0,22 + j0,07

CUADRO (6-5f)

Medición de impedancias cerca de resonancia.

Alimentación en fase (360°)

Zm = Impedancia medida.

Zcc = Impedancia de corto circuito de la línea.

Za = Impedancia de la antena.

Z_o = Impedancia característica de la línea.

n = número de ranuras

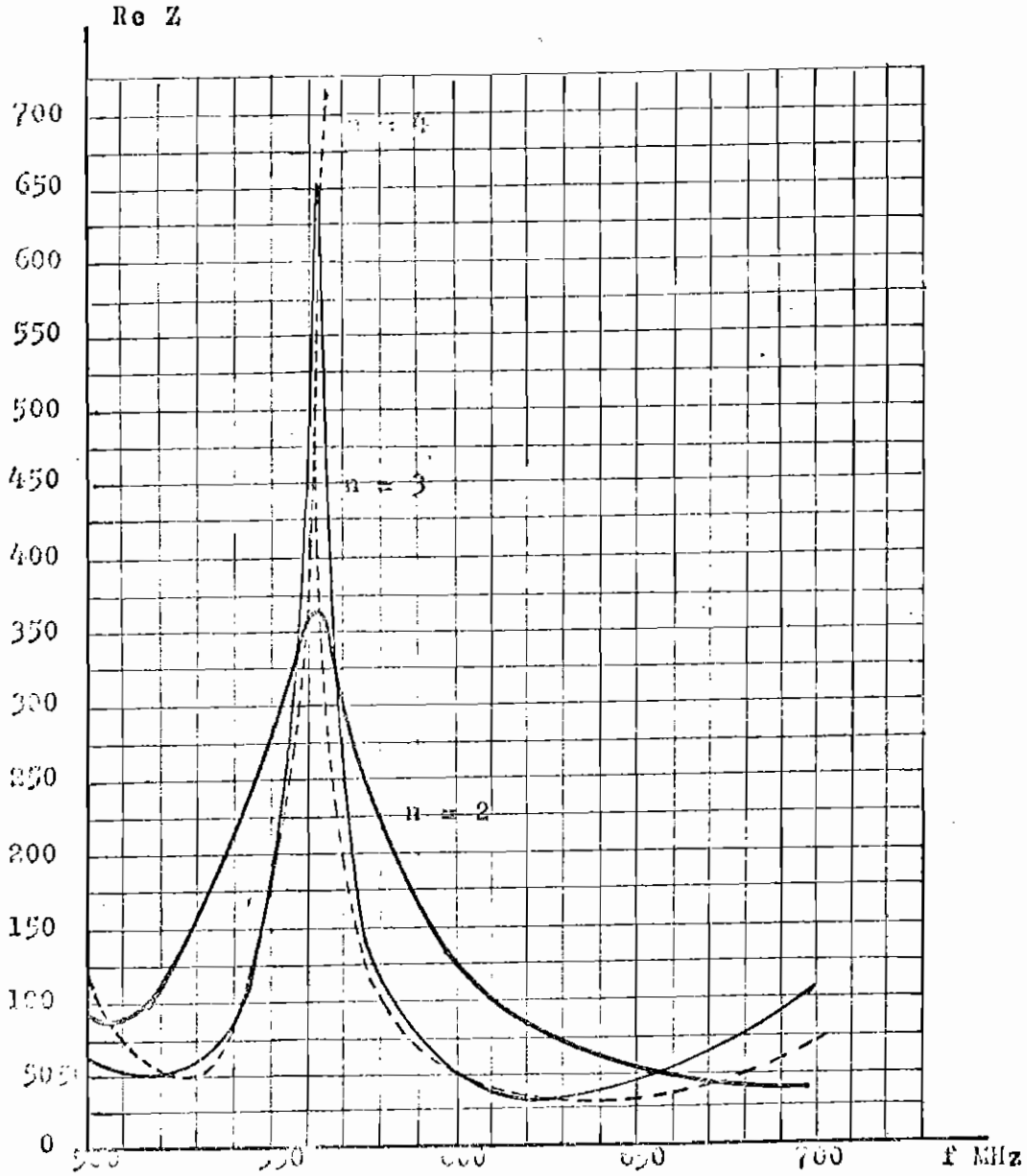


Fig: (6-9a) Medición de impedancia cerca de resonancia
Arreglo de ranuras alimentado en fase

Aprobó: Ing. Cevallos

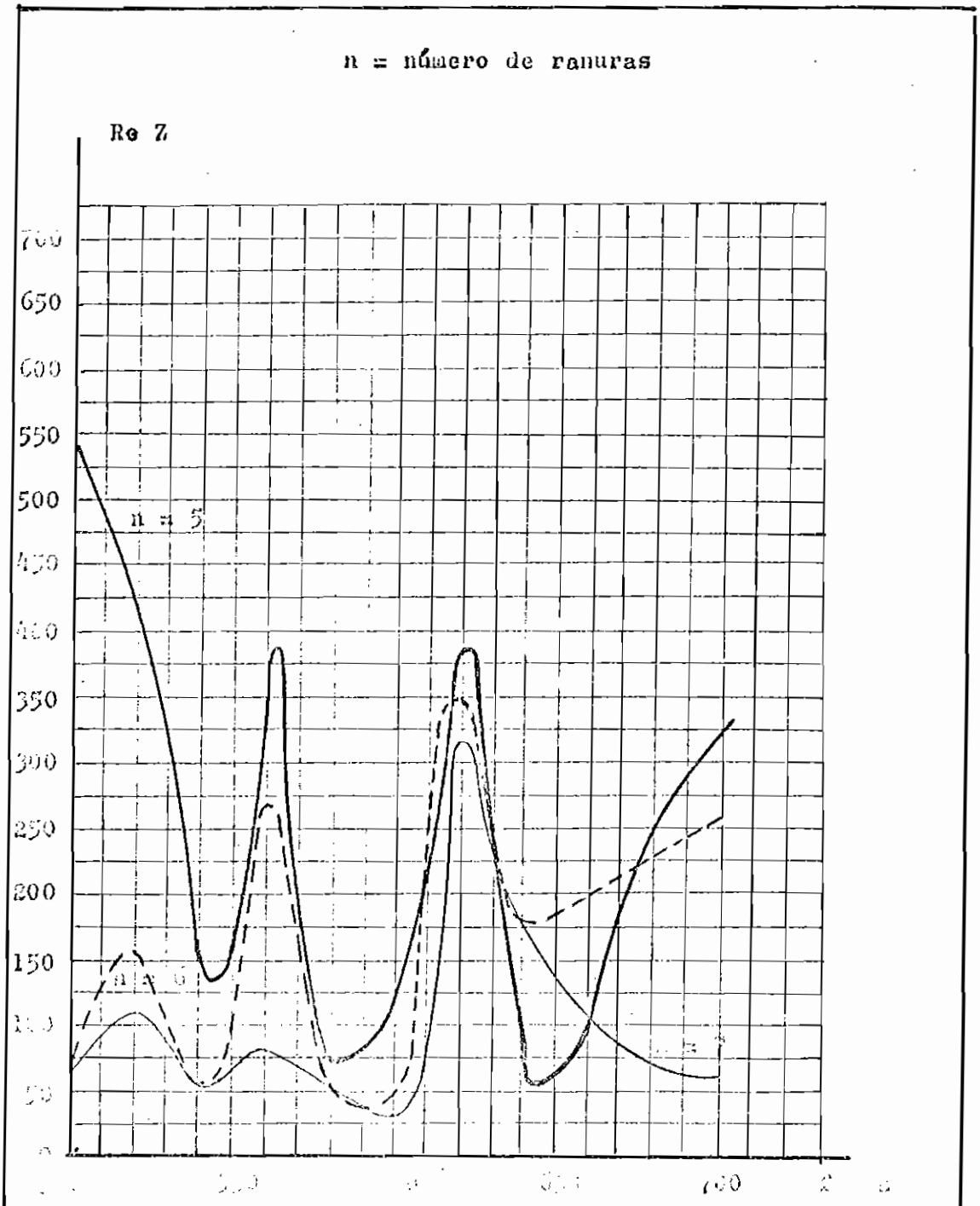


Fig.: (---) Teoría [illegible] cerca de resonancia (continuación) Arreglo de ranuras alineado en fase

Acero: [illegible] Cobrizos

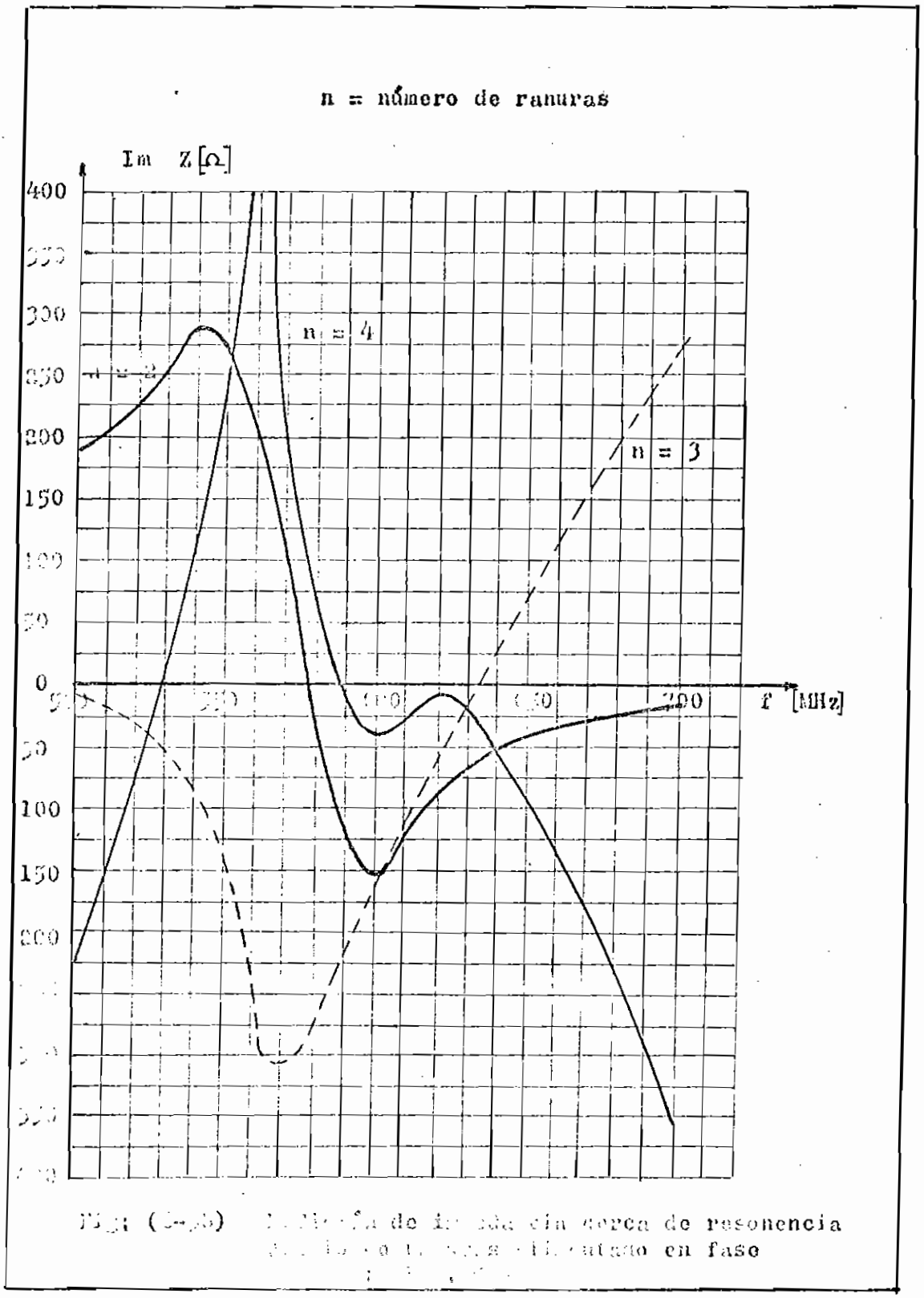
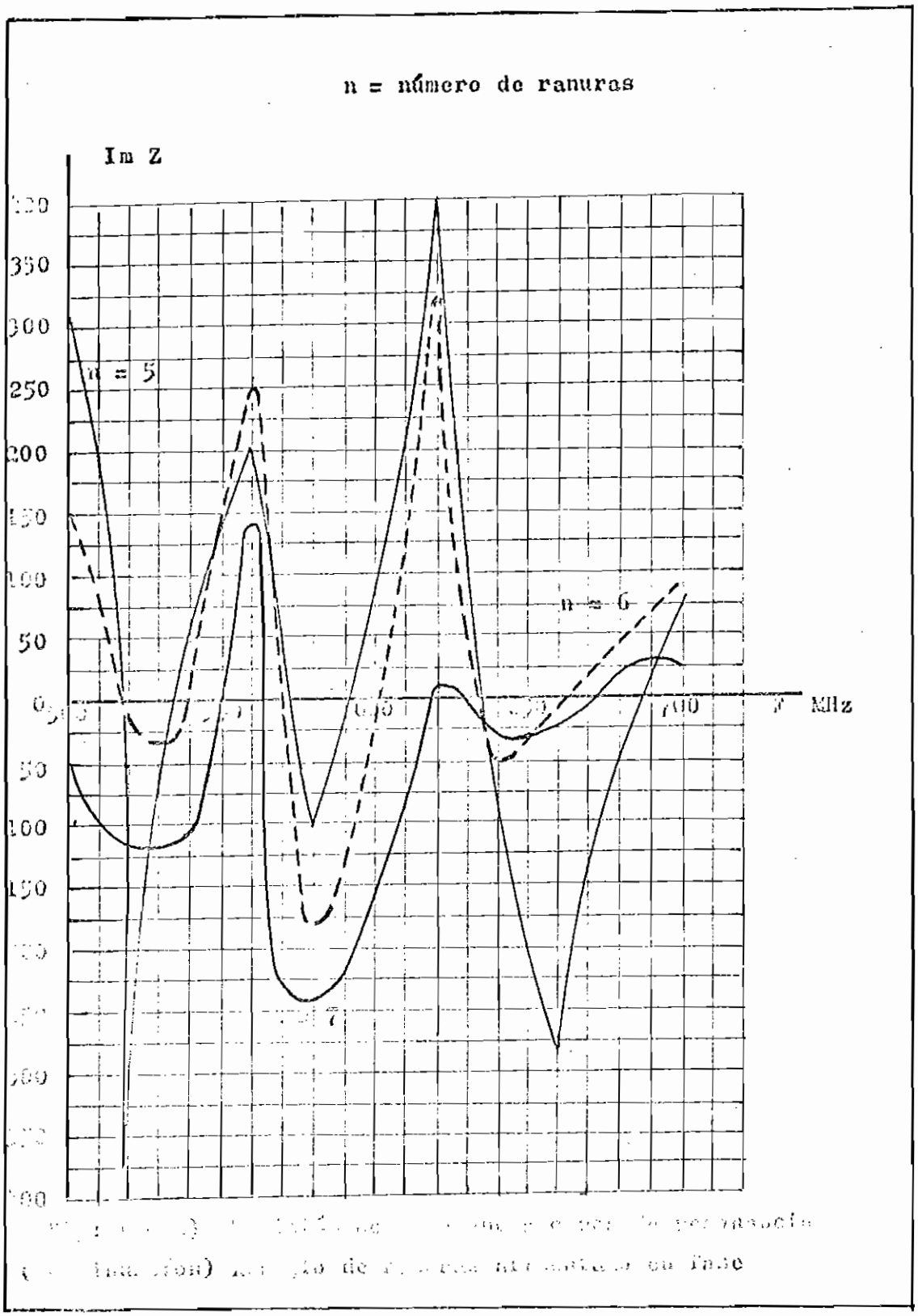


Fig. (3-5) [illegible] de impedancia cerca de resonencia [illegible] en fase


n = número de ranuras
Im Z
350
250
200
50
n = 5
n = 6
MHz

CUADRO (6-6)

MEDICION DE CONFIGURACIONES DE RADIACION

	n = 2	n = 3	n = 4	n = 5	n = 6	n = 7
	E Lin	E Lin	E Lin	E Lin	E Lin	E Lin
0	0,708	0,281	0,143	0,145	0,144	0,130
10	0,708	0,281	0,143	0,145	0,144	0,130
20	0,708	0,355	0,143	0,145	0,144	0,130
30	0,708	0,281	0,152	0,145	0,160	0,130
40	0,793	0,446	0,228	0,100	0,144	0,130
50	0,793	0,561	0,342	0,145	0,120	0,130
60	0,892	0,561	0,528	0,428	0,144	0,110
70	0,892	0,795	0,796	0,625	0,495	0,500
80	1,000	0,795	0,870	0,865	0,832	0,830
90	1,000	0,930	1,000	1,000	1,000	1,000
100	1,000	1,000	0,960	0,872	0,902	0,970
110	0,892	0,975	0,843	0,645	0,598	0,596
120	0,892	0,918	0,696	0,370	0,315	0,130
130	0,793	0,801	0,554	0,200	0,130	0,130
140	0,793	0,681	0,400	0,100	0,130	0,130
150	0,708	0,501	0,283	0,100	0,170	0,130
160	0,708	0,501	0,143	0,145	0,170	0,130
170	0,708	0,395	0,143	0,148	0,170	0,130
180	0,708	0,501	0,143	0,145	0,170	0,130

Configuraciones de radiación de arreglos de ranuras.

Alimentación en fase (-360°)

n = número de ranuras.

CUADRO (6-6)

MEDICION DE CONFIGURACIONES DE RADIACION

	n = 2	n = 3	n = 4	n = 5	n = 6	n = 7
	E Lin	E Lin	E Lin	E Lin	E Lin	E Lin
180	0,708	0,501	0,143	0,145	0,170	0,130
190	0,708	0,360	0,143	0,145	0,170	0,130
200	0,708	0,355	0,220	0,145	0,170	0,130
210	0,708	0,446	0,220	0,120	0,120	0,130
220	0,708	0,501	0,350	0,120	0,120	0,130
230	0,708	0,561	0,350	0,145	0,120	0,130
240	0,708	0,561	0,520	0,250	0,120	0,190
250	0,793	0,708	0,530	0,352	0,120	0,300
260	0,793	0,708	0,810	0,387	0,250	0,495
270	0,892	0,708	0,810	0,496	0,418	0,603
280	0,892	0,630	0,900	0,600	0,525	0,712
290	0,892	0,708	0,860	0,600	0,740	0,860
300	0,892	0,630	0,730	0,780	0,740	0,690
310	0,793	0,630	0,600	0,780	0,430	0,200
320	0,793	0,708	0,315	0,600	0,280	0,150
330	0,708	0,501	0,143	0,325	0,180	0,130
340	0,708	0,446	0,143	0,253	0,150	0,130
350	0,708	0,316	0,143	0,145	0,140	0,130
360	0,708	0,224	0,143	0,145	0,140	0,130

Configuraciones de radiación de arreglos de ranuras.

Alimentación en fase (-360°)

n = número de ranuras.

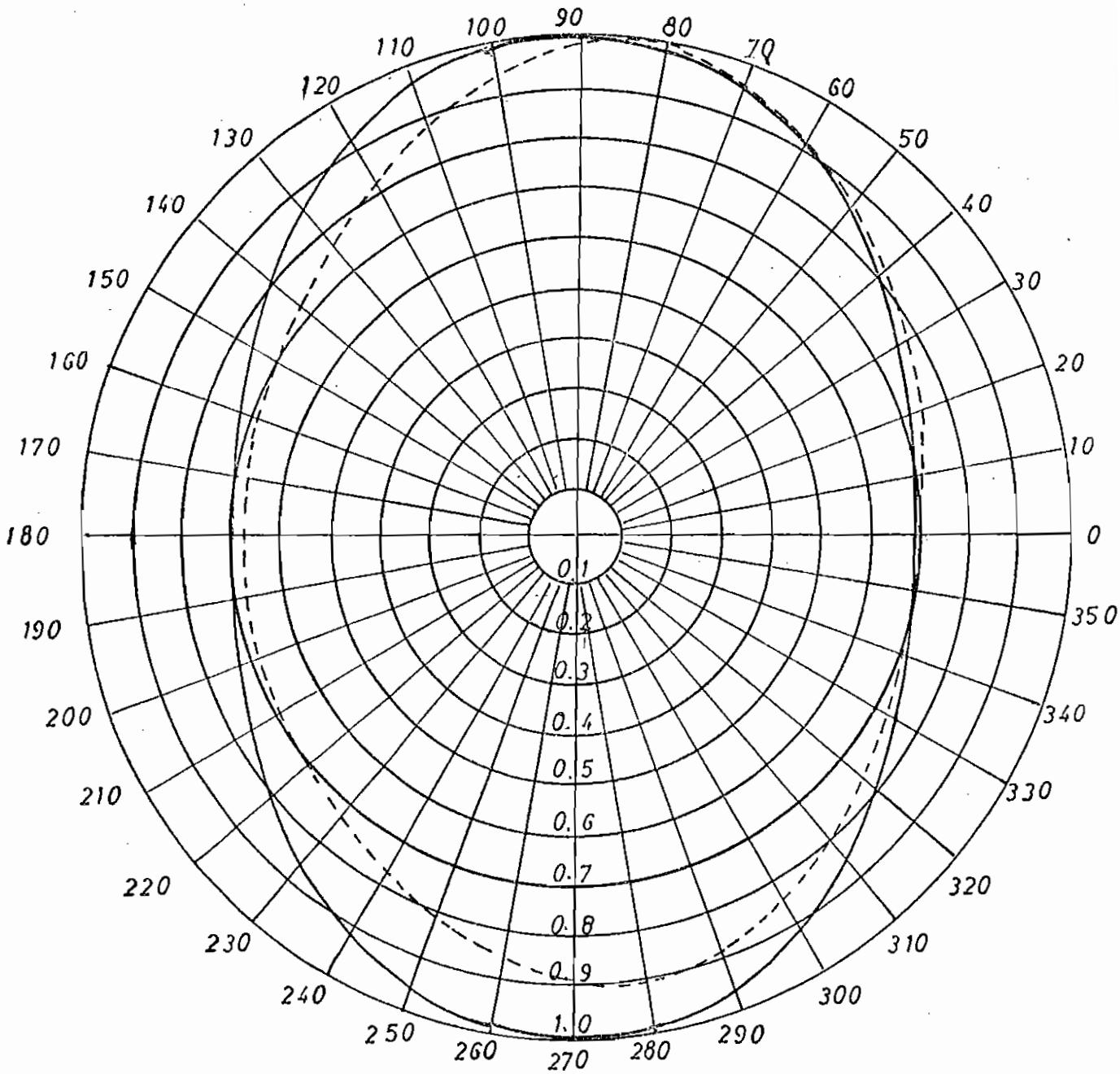


FIG: (6 10a) CONFIGURACION DE RADIACION NORMAL

ARREGLO ALIMENTADO EN FASE

$n = 2$

——————— TEORICO

- - - - - - EXPERIMENTAL

APROBO ING: CEVALLOS

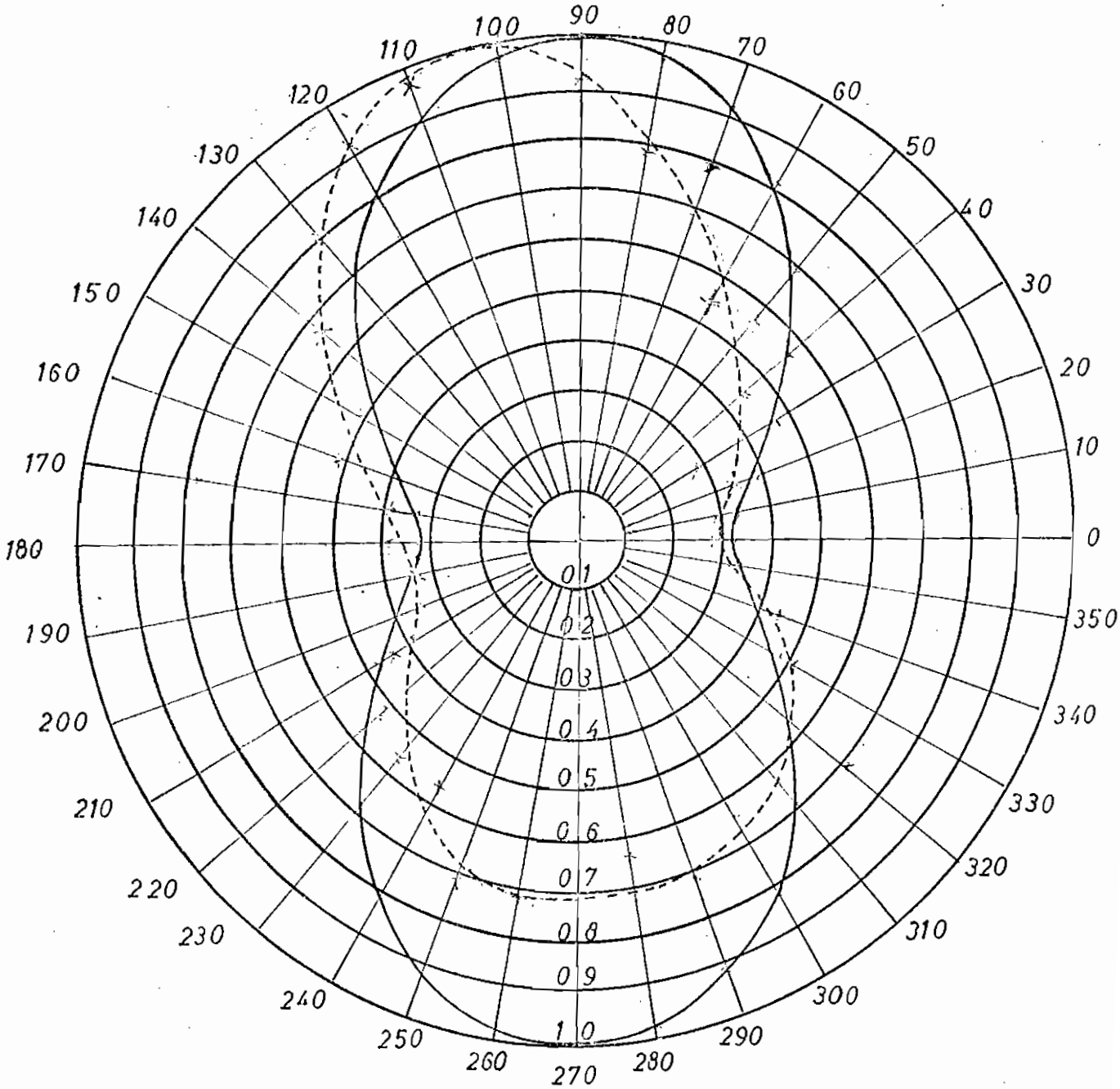


FIG:(6-10b) CONFIGURACION DE RADIACION NORMAL

ARREGLO ALIMENTADO EN FASE

$n = 3$

——————— TEORICO

- - - - - - - - - - - - - - EXPERIMENTAL

APROBO: ING CEVALLOS

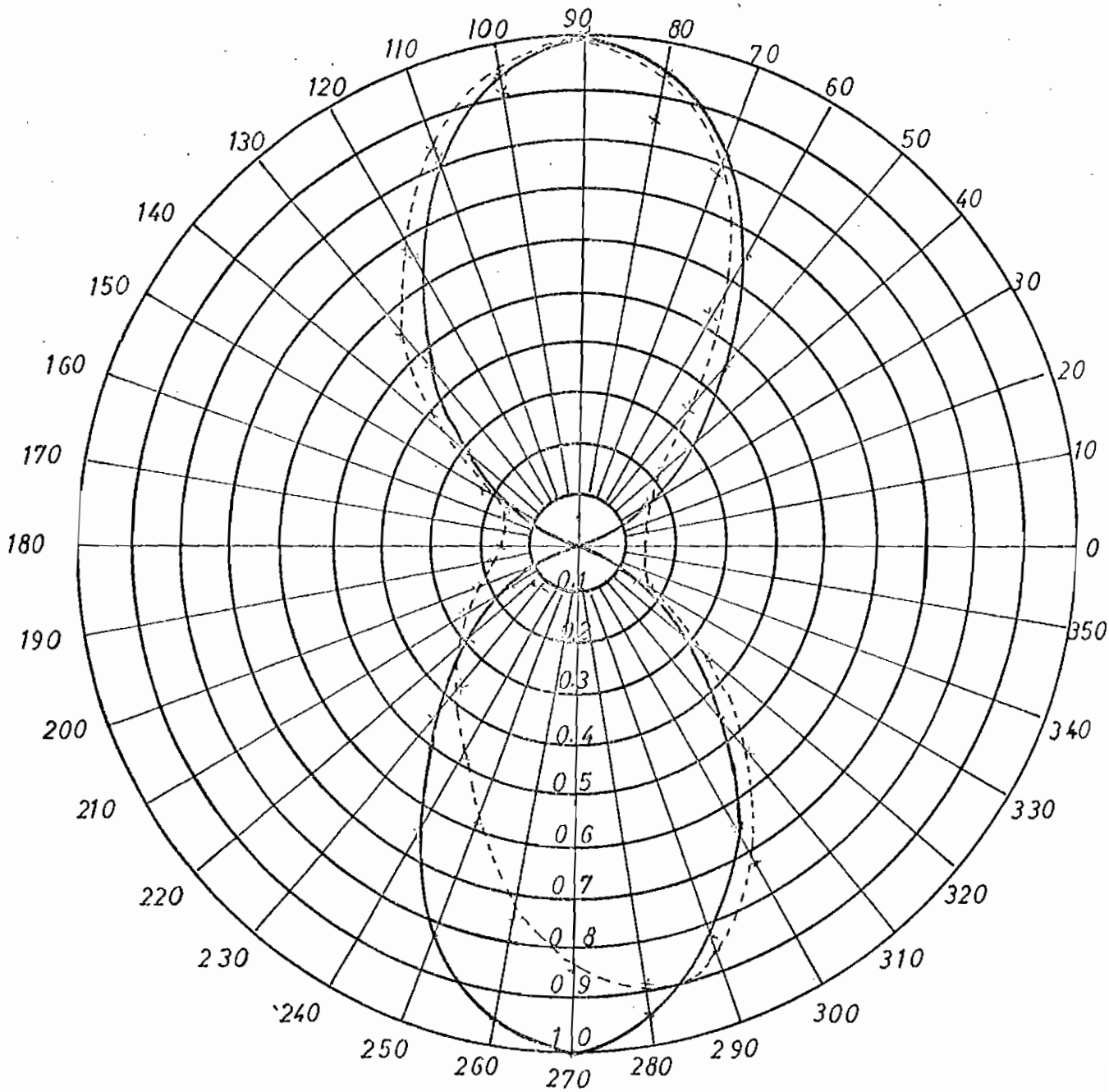


FIG (6 10c) CONFIGURACION DE RADIACION NORMAL

ARREGLO ALIMENTADO EN FASE

$n = 4$

——————— TEORICO

- - - - - - - - - - - - EXPERIMENTAL

APROBO ING CEVALLOS

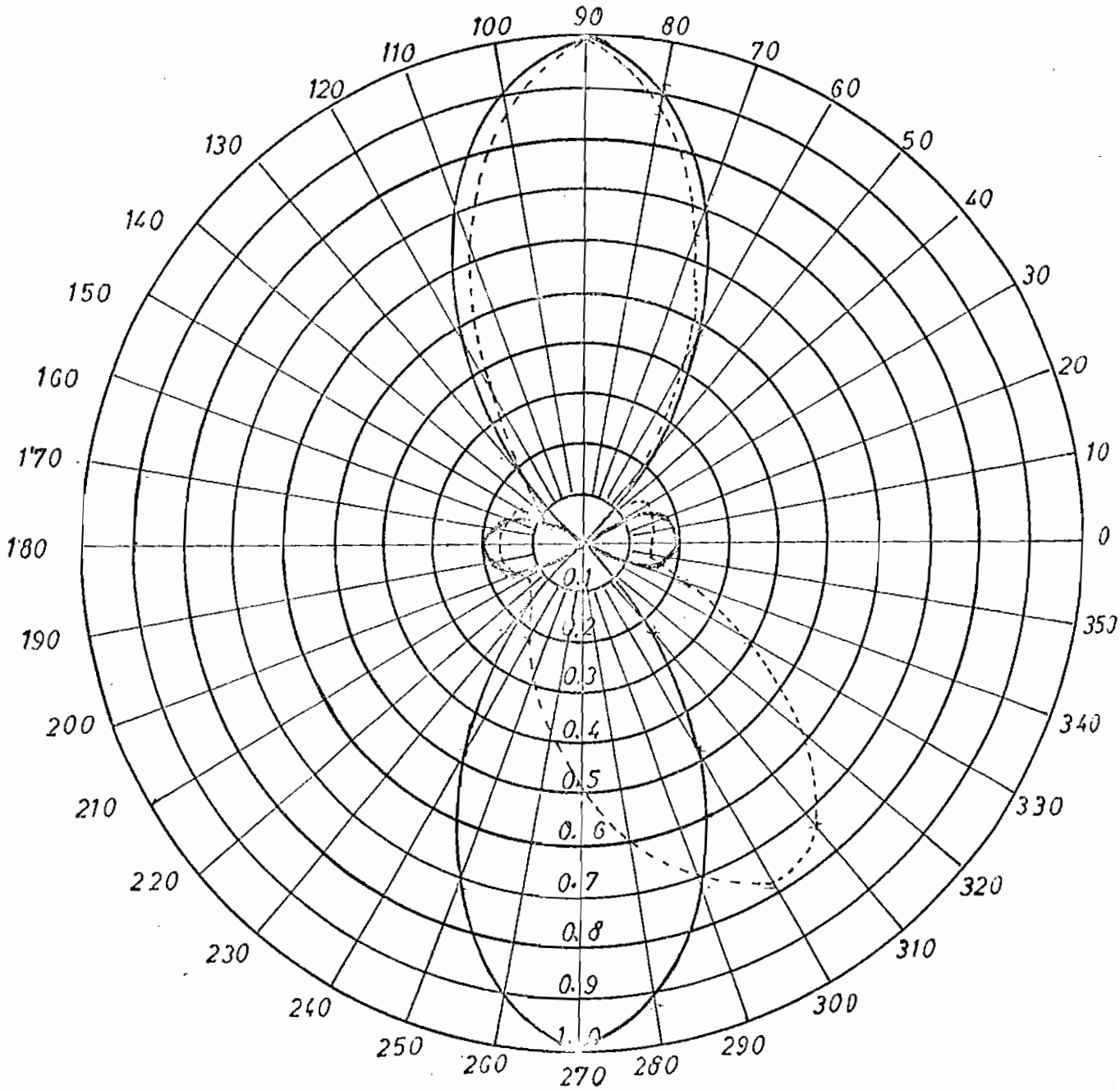


FIG: (6-10d) CONFIGURACION DE RADIACION NORMAL

ARREGLO ALIMENTADO EN FASE

$n = 5$

——————— TEORICO

- - - - - - - - - - - - - EXPERIMENTAL

APROBADO: ING CEVALLOS

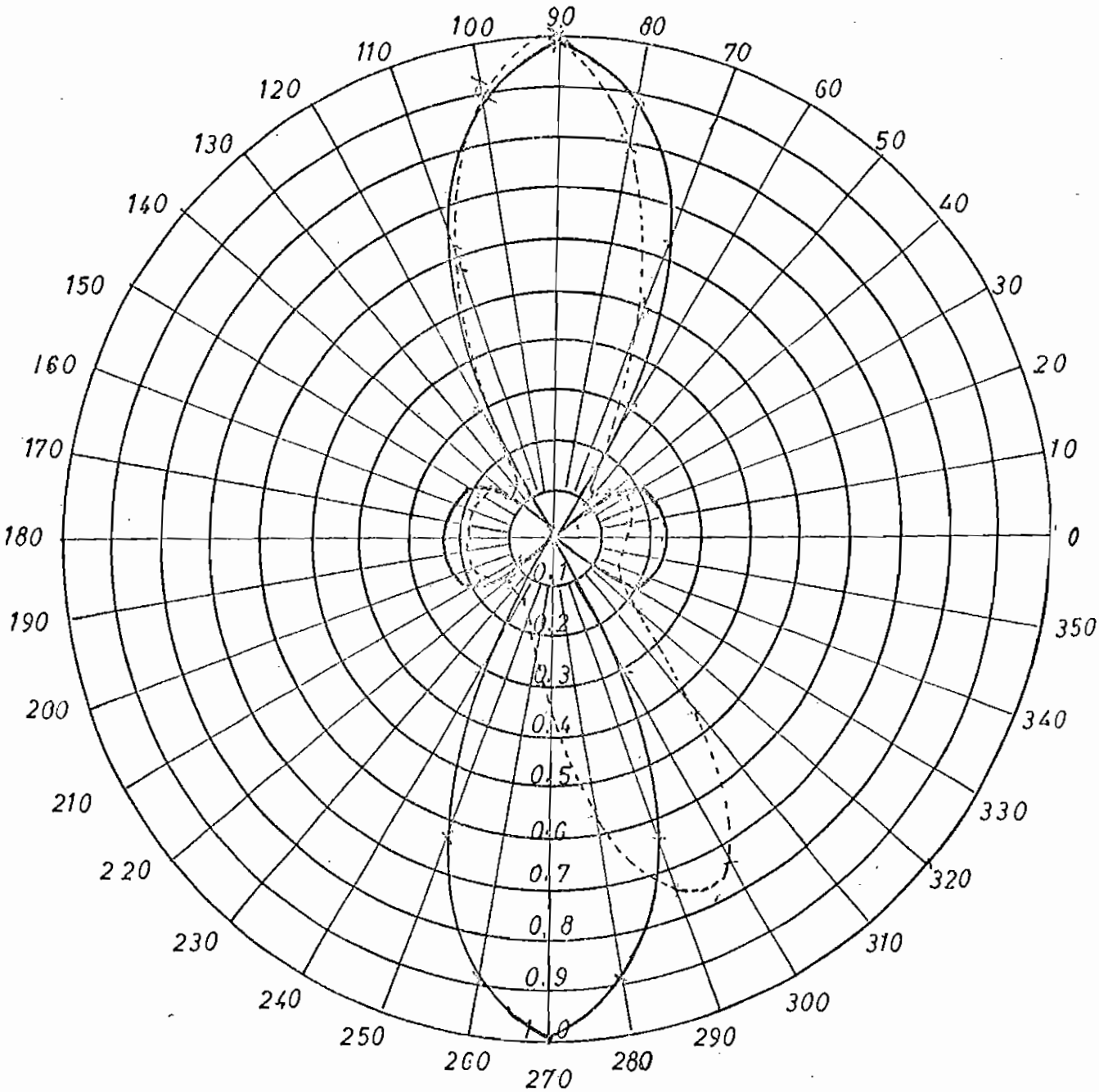


FIG:(6-10e) CONFIGURACION DE RADIACION NORMAL

ARREGLO ALIMENTADO EN FASE

$n = 6$

——————— TEORICO

---------- EXPERIMENTAL

APROBO: ING. CEVALLOS

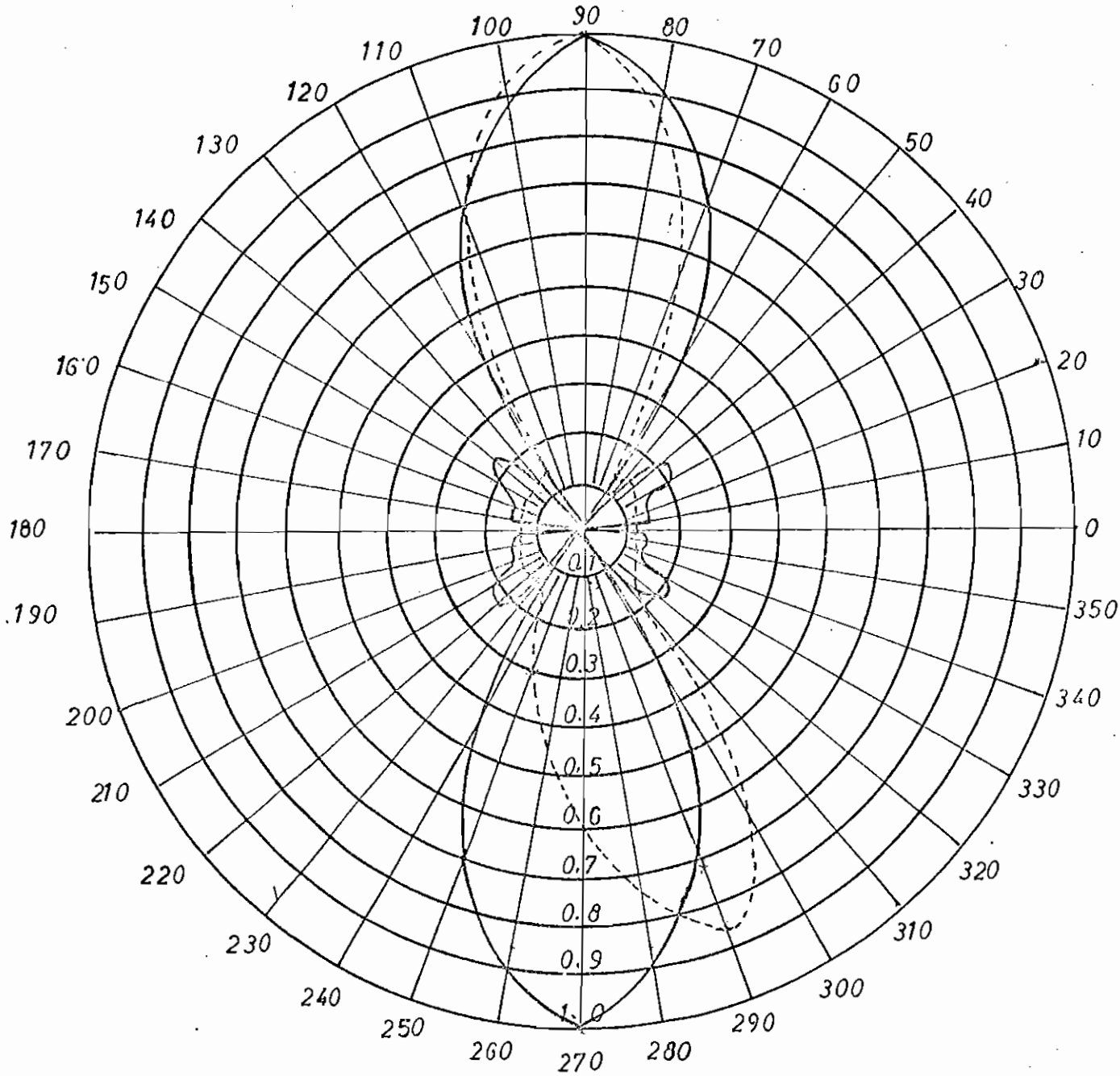


FIG (6 10f) CONFIGURACION DE RADIACION NORMAL
ARREGLO ALIMENTADO EN FASE
$n = 7$

——————— TEORICO

- - - - - - - - - - - EXPERIMENTAL

APROBO: ING CEVALLOS

6.4.3. Observaciones

-Los resultados teóricos que se obtuvieron para resonancia se ven confirmados, con gran aproximación, por los resultados experimentales.

-No se comprueba el principio de Booker para frecuencias fuera de resonancia, pués no se mide las características de arreglos duales lo cual cae fuera del alcance del presente trabajo.

-Cabe anotar que la medida de impedancia para arreglos, cuando éstos son alimentados con un desplazamiento de fase progresivo, dado por la longitud eléctrica de cables de alimentación, tropieza con el hecho de que dicho desplazamiento de fase se cumple solo a la frecuencia de resonancia.

-Las configuraciones de radiación son cercanamente iguales a las configuraciones teóricas, sobre todo las referentes al lóbulo principal, ya que los lóbulos secundarios no están precesamente determinados por la naturaleza de la medición.

-Existen varios puntos de resonancia dentro del rango de frecuencias medido, lo cual se debe al acoplamiento mútuo que existe entre las ranuras y que cambia con la frecuencia.

6.5 ARREGLO DE RANURAS ALIMENTADAS FUERA DE FASE

6.5.1. Medición de impedancias

En la misma lámina de aluminio y sobre las mismas siete ranuras se puso una alimentación con alambre número doce, cada sección del cual tenía un cuarto de -- longitud de onda, produciendo un desplazamiento progresivo de fase de 90°.

En este caso también se hizo uso del papel metálico para tapar las ranuras sobrantes.

Los valores medidos se muestran en el cuadro ---- (6-7) y los resultados en las figuras (6-11) como una- variación de la impedancia con la frecuencia.

6.5.2. Medición de configuraciones de radiación

Con similares procedimientos se midió la configuración normal de este arreglo obteniendo los resulta-- dos de los cuadros (6-8) y los gráficos (6-12).

CUADRO (6-7)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE ANTENAS RANURADAS

ARREGLO DE DOS RANURAS

f	Zm/Z_o	Zcc/Z_o	Za/Z_o
500	1,830 - j1,485	0,64 + j2,470	0,42 + j0,67
520	1,240 + j0,243	0,10 + j1,020	0,80 + j0,20
540	1,480 + j0,150	0,04 + j0,720	0,97 + j0,40
560	0,585 + j0,425	0,04 - j0,218	0,75 + j0,60
580	1,075 - j0,615	0,18 - j1,640	0,57 + j0,04
600	0,955 + j1,015	0,25 - j3,285	0,75 - j0,83
620	0,837 + j0,524	0,68 - j12,65	0,94 - j0,58
640	0,945 + j0,455	0,35 + j5,240	0,75 - j0,34
660	0,538 + j0,578	0,18 + j2,180	0,47 - j0,47
680	0,263 + j0,263	0,08 + j1,520	0,37 - j0,70
700	0,292 - j0,258	0,06 + j0,540	0,50 - j0,83

CUADRO (6-7a)

Medición de impedancias cerca de resonancia.

Alimentación fuera de fase (-90°)

Zm = Impedancia medida.

Zcc = Impedancia en corto circuito de la línea.

Za = Impedancia de la antena.

Z_o = Impedancia característica de la línea.

CUADRO (6-7)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE ANTENAS RANURADAS

ARREGLO DE TRES RANURAS

f	Zm/Z_o	Zcc/Z_o	Za/Z_o
500	2,845 - j1,3320	0,64 + j2,470	0,34 + j0,51
520	1,100 + j0,4450	0,10 + j1,020	0,67 + j0,12
540	1,615 + j0,1250	0,04 + j0,720	0,97 + j0,53
560	0,560 + j0,5650	0,04 - j0,218	0,75 + j0,83
580	1,418 - j0,9080	0,18 - j1,640	0,43 - j0,12
600	1,123 + j0,7680	0,25 - j3,285	0,82 - j0,67
620	0,640 + j0,5600	0,68 - j12,65	1,00 - j0,83
640	0,795 + j0,8130	0,35 + j5,240	0,50 - j0,45
660	0,413 + j0,6660	0,18 + j2,180	0,34 - j0,50
680	0,582 + j0,5760	0,08 + j1,320	0,41 - j0,47
700	0,445 - j0,0453	0,06 + j0,540	0,57 - j0,45

CUADRO (6-7b)

Medición de impedancias cerca de resonancia.

Alimentación fuera de fase (-90°)

Zm = Impedancia medida.

Zcc = Impedancia en corto circuito de la línea.

Za = Impedancia de la antena.

Z_o = Impedancia característica de la línea.

CUADRO (6-7)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE ANTENAS RANURADAS

ARREGLO DE CUATRO RANURAS

f	Zm/Z_o	Zcc/Z_o	Za/Z_o
500	3,285 - j0,564	0,64 + j2,470	0,30 + j0,40
520	1,140 + j0,375	0,10 + j1,020	0,67 + j0,13
540	1,415 + j0,035	0,04 + j0,720	1,00 + j0,42
560	0,415 + j0,283	0,04 - j0,218	0,48 + j0,50
580	1,530 - j0,990	0,18 - j1,640	0,41 - j0,16
600	0,982 + j0,773	0,25 - j3,285	0,92 - j0,75
620	0,680 + j0,574	0,68 - j12,65	0,93 - j0,77
640	0,790 + j0,975	0,35 + j5,240	0,38 - j0,42
660	0,547 + j0,723	0,18 + j2,180	0,40 - j0,40
680	0,321 + j0,384	0,08 + j1,320	0,58 - j0,42
700	0,636 - j0,155	0,06 + j0,540	0,83 - j0,43

CUADRO (6-7c)

Medición de impedancias cerca de resonancia.

Alimentación fuera de fase. (-90°)

Zm = Impedancia medida.

Zcc = Impedancia en corto circuito de la línea.

Za = Impedancia de la antena.

Z_o = Impedancia característica de la línea.

CUADRO (6-7)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE ANTENAS RANURADAS

ARREGLO DE CINCO RANURAS

f	Zm/Z_o	Zcc/Z_o	Za/Z_o
500	4,000 + j1,180	0,64 + j2,470	0,25 + j0,30
520	1,410 + j0,510	0,10 + j1,020	0,67 + j0,27
540	1,730 + j0,049	0,04 + j0,720	1,00 + j0,60
560	0,298 + j0,369	0,04 - j0,218	0,42 + j0,90
580	3,985 - j0,679	0,18 - j1,640	0,32 - j0,50
600	0,820 + j0,845	0,25 - j3,285	0,93 - j0,93
620	0,547 + j0,587	0,68 - j12,65	0,97 - j0,97
640	0,440 + j0,731	0,35 + j5,240	0,37 - j0,57
660	0,515 + j0,710	0,18 + j2,180	0,40 - j0,40
680	0,670 + j0,300	0,08 + j1,320	0,66 - j0,37
700	0,740 - j0,149	0,06 + j0,540	0,92 - j0,34

CUADRO (6-7d)

Medición de impedancias cerca de resonancia.

Alimentación fuera de fase (-90°)

Zm = Impedancia medida

Zcc = Impedancia en corto circuito de la línea

Za = Impedancia de la antena

Z_o = Impedancia característica de la línea.

CUADRO (6-7)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE ANTENAS RANURADAS

ARREGLO DE SEIS RANURAS

f	Zm/Z_o	Zcc/Z_o	Za/Z_o
500	4,700 + j1,4300	0,64 + j2,470	0,17 + j0,27
520	0,905 + j0,2680	0,10 + j1,020	0,73 - j0,06
540	1,285 + j0,0938	0,04 + j0,720	1,05 + j0,25
560	0,290 + j0,0190	0,04 - j0,218	0,28 + j0,23
580	2,425 - j0,9890	0,18 - j1,640	0,46 - j0,40
600	0,678 + j0,5700	0,25 - j3,285	1,00 - j0,81
620	0,575 + j0,5500	0,68 - j12,65	1,00 - j0,92
640	0,337 + j0,8750	0,35 + j5,240	0,27 - j0,67
660	0,706 + j0,6510	0,18 + j2,180	0,54 - j0,43
680	0,713 - j0,0150	0,08 + j1,320	1,06 - j0,32
700	0,752 - j0,1230	0,06 + j0,540	1,00 - j0,33

CUADRO (6-7e)

Medición de impedancias cerca de resonancia.

Alimentación fuera de fase (-90°)

Zm = Impedancia medida.

Zcc = Impedancia en corto circuito de la línea

Za = Impedancia de la antena,

Z_o = Impedancia característica de la línea.

CUADRO (6-7)

MEDICION DE IMPEDANCIAS DE ANTENAS RANURADAS

ARREGLO DE SIETE RANURAS

f	Zm/Z_o	Zcc/Z_o	Za/Z_o
500	3,510 + j3,280	0,64 + j2,470	0,14 + j0,23
520	1,160 + j0,232	0,10 + j1,020	0,80 + j0,14
540	1,290 + j0,232	0,04 + j0,720	0,90 + j0,29
560	0,275 - j0,959	o,04 - j0,218	0,25 + j0,12
580	1,320 - j0,691	0,18 - j1,640	0,50 - j0,08
600	1,040 + j0,580	0,25 - j3,285	1,09 - j0,53
620	0,890 + j0,623	0,68 - j1a,65	0,82 - j0,60
640	0,431 + j0,980	0,35 + j5,240	0,25 - j0,58
660	0,534 + j0,480	0,18 + j2,180	0,54 - j0,53
680	0,610 - j0,030	0,08 + j1,320	1,05 - j0,50
700	0,585 - j0,198	0,06 + j0,540	0,87 - j0,51

CUADRO (6-7f)

Medición de impedancias cerca de resonancia.

Alimentación fuera de fase (-90°)

Zm = Impedancia medida.

Zcc Impedancia en corto circuito de la línea

Za = Impedancia de la antena.

Z_o = Impedancia característica de la línea.

n = número de ranuras

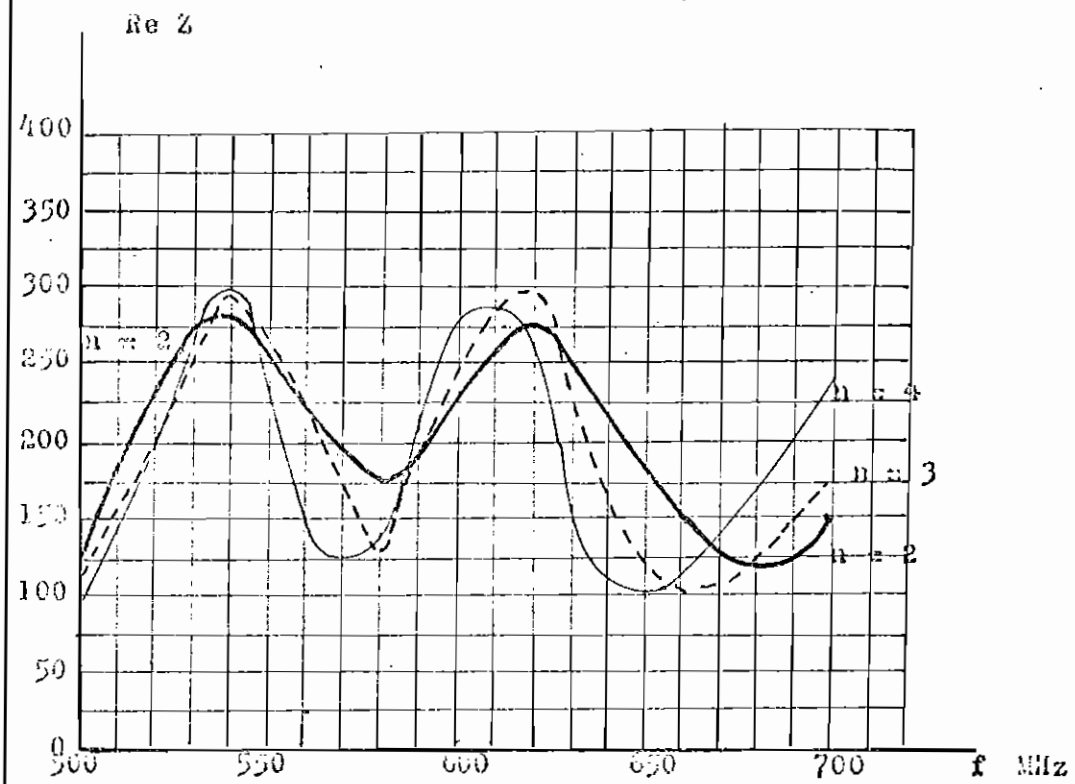


Fig: (6-11 a) Medición de impedancia cerca de resonancia
Arreglo de ranuras alimentado fuera de fase

Aprobó: Ing. Cevallos

n = número de ranuras

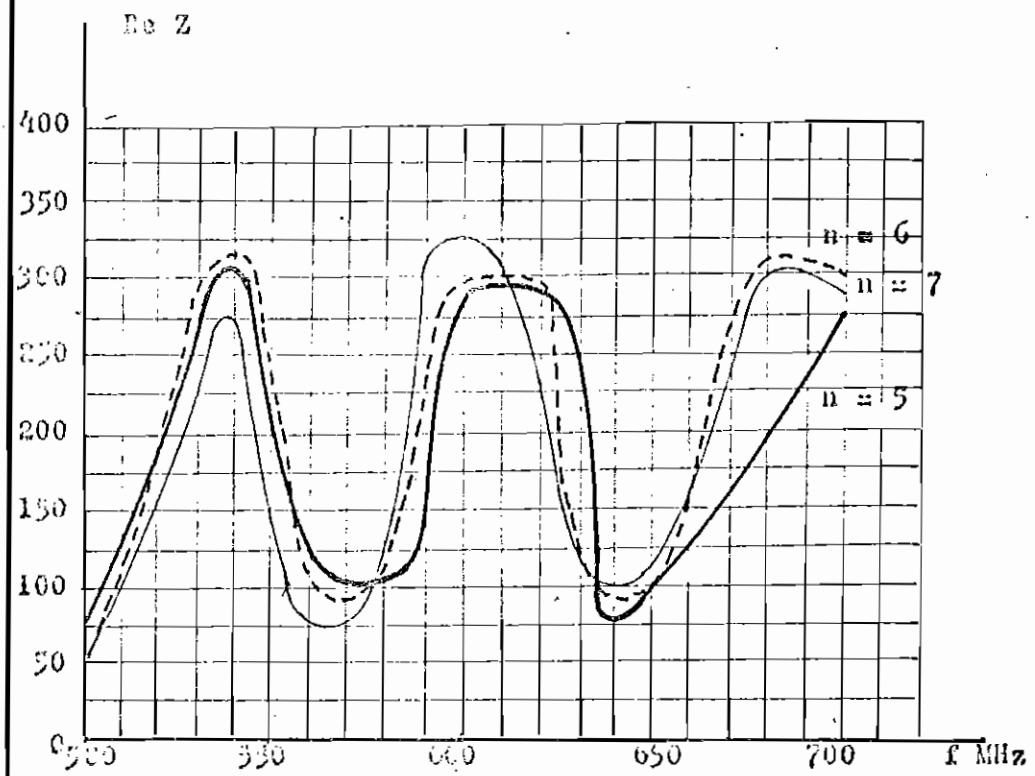


Fig: (6-11) Medición de impedancia cerca de resonancia
(continuación) Arreglo de ranuras alimentado fuera de fase

Aprobó: Ing. Cevallos

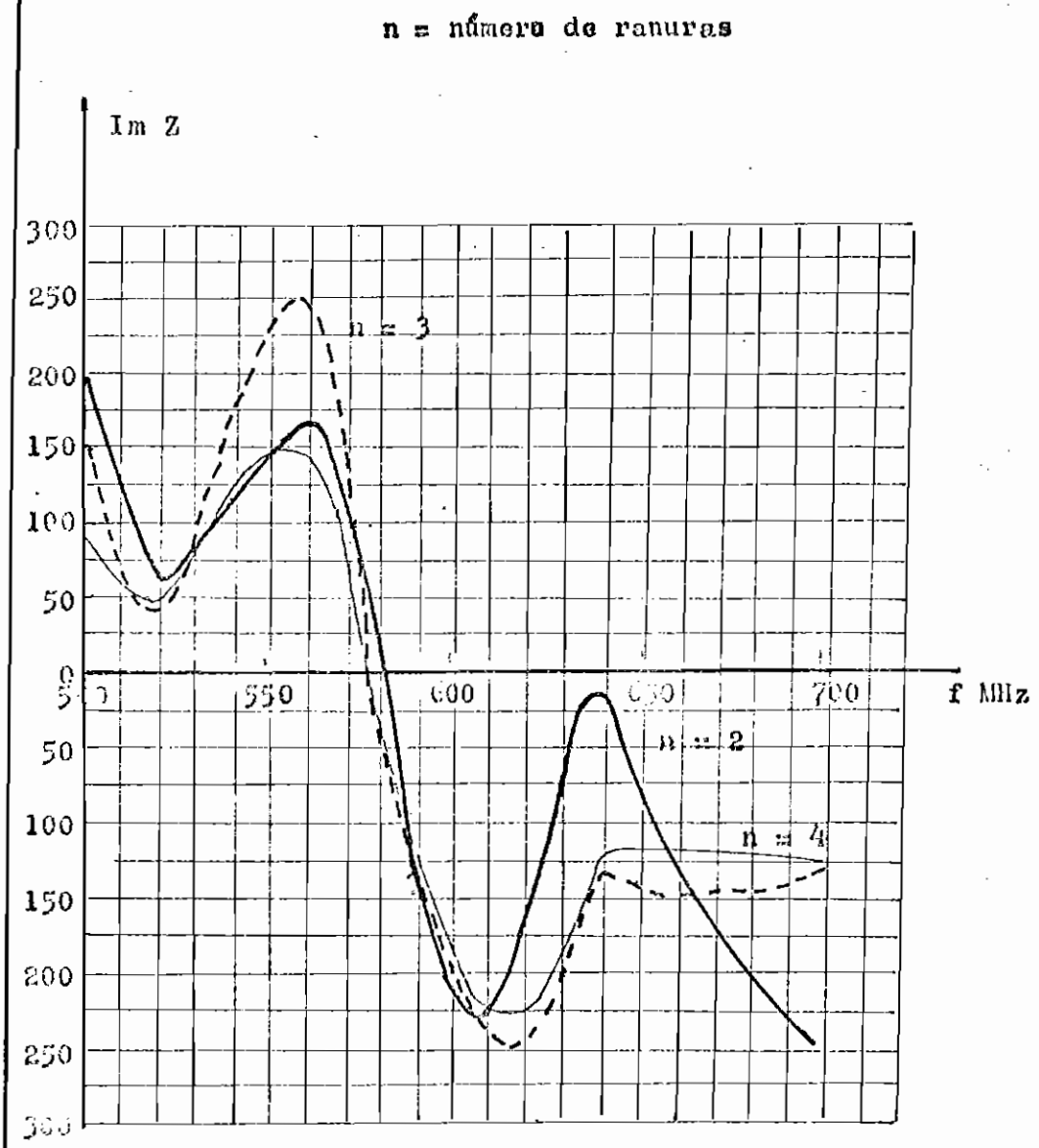


Fig: (6-11b) Medición de impedancia cerca de resonancia
Arreglo de ranuras alimentado fuera de fase

Aprobó: Ing. Covallos

n = número de ranuras

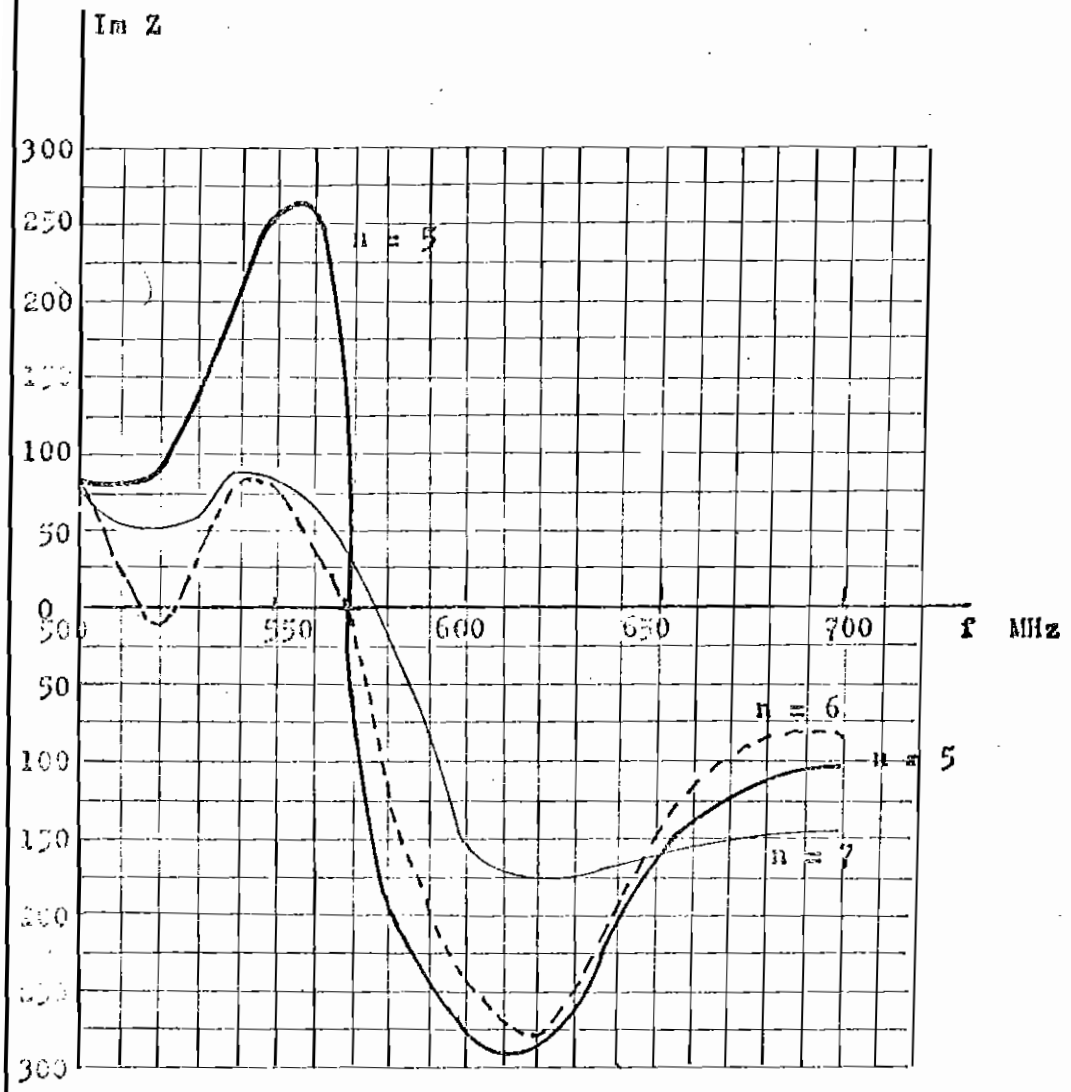


Fig: (6-11b) Medición de impedancia cerca de resonancia
(continuación) Arreglo de ranuras alimentado fuera de fase

Aprobó: Ing. Cevallos

CUADRO (6-8)

MEDICION DE CONFIGURACIONES DE RADIACION

	n = 2	n = 3	n = 4	n = 5	n = 6	n = 7
	E Lin	E Lin	E Lin	E Lin	E Lin	E Lin
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
10	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
20	0,890	0,890	1,000	1,000	1,000	1,000
30	0,890	0,800	0,950	1,000	0,900	0,890
40	0,890	0,800	0,930	0,890	0,900	0,710
50	0,850	0,800	0,950	0,890	0,800	0,450
60	0,830	0,800	0,890	0,550	0,450	0,100
70	0,850	0,700	0,790	0,250	0,035	0,045
80	0,840	0,560	0,680	0,060	0,045	0,056
90	0,790	0,400	0,100	0,010	0,130	0,032
100	0,650	0,225	0,100	0,060	0,080	0,045
110	0,500	0,130	0,200	0,080	0,045	0,025
120	0,400	0,070	0,220	0,060	0,045	0,022
130	0,400	0,070	0,250	0,010	0,060	0,000
140	0,350	0,130	0,220	0,060	0,070	0,000
150	0,250	0,280	0,200	0,080	0,080	0,022
160	0,160	0,310	0,126	0,126	0,035	0,100
170	0,089	0,310	0,100	0,160	0,000	0,080
180	0,016	0,310	0,060	0,200	0,000	0,080

Configuracionew de radiación de arreglos de ranuras.

Alimentación fuera de fase (-90°)

n = número de ranuras.

CUADRO (6-8)

MEDICION DE CONFIGURACIONES DE RADIACION

	n = 2	n = 3	n = 4	n = 5	n = 6	n = 7
	E Lin	E Lin	E Lin	E Lin	E Lin	E Lin
180	0,016	0,310	0,060	0,200	0,000	0,080
190	0,016	0,310	0,060	0,160	0,000	0,080
200	0,035	0,350	0,126	0,160	0,035	0,090
210	0,130	0,280	0,180	0,100	0,080	0,035
220	0,160	0,160	0,250	0,080	0,060	0,000
230	0,200	0,070	0,250	0,060	0,056	0,000
240	0,280	0,056	0,220	0,060	0,045	0,022
250	0,350	0,200	0,160	0,060	0,050	0,025
260	0,450	0,225	0,100	0,060	0,100	0,045
270	0,450	0,400	0,060	0,060	0,160	0,045
280	0,450	0,560	0,200	0,060	0,045	0,071
290	0,710	0,890	0,320	0,200	0,030	0,045
300	0,790	0,890	0,630	0,500	0,560	0,110
310	0,790	0,890	0,500	0,890	0,800	0,500
320	0,790	0,890	0,790	0,890	0,800	0,800
330	0,850	0,890	0,890	0,890	0,900	0,800
340	0,830	1,000	1,000	0,890	0,900	0,890
350	0,870	1,000	1,000	0,890	0,900	0,890
360	0,890	1,000	1,000	1,000	0,900	1,000

Configuraciones de radiación de arreglos de ranuras.

Alimentación fuera de fase (-90°)

n = número de ranuras.

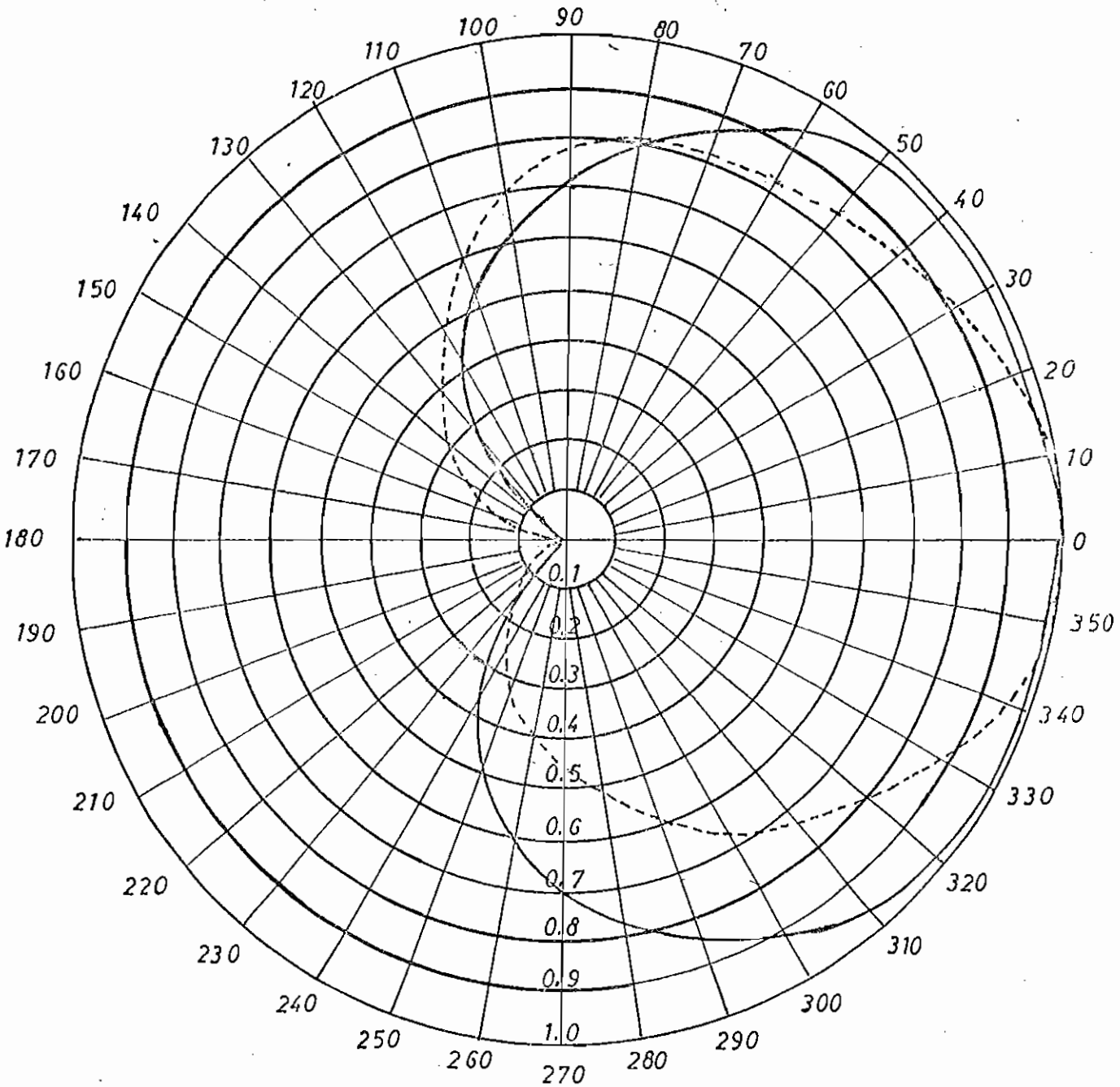


FIG:(6-12a) CONFIGURACION DE RADIACION NORMAL

ARREGLO ALIMENTADO FUERA DE FASE (90°)

$n = 2$

——————— TEORICO

- - - - - - - - - - EXPERIMENTAL

APROBO: ING. CEVALLOS

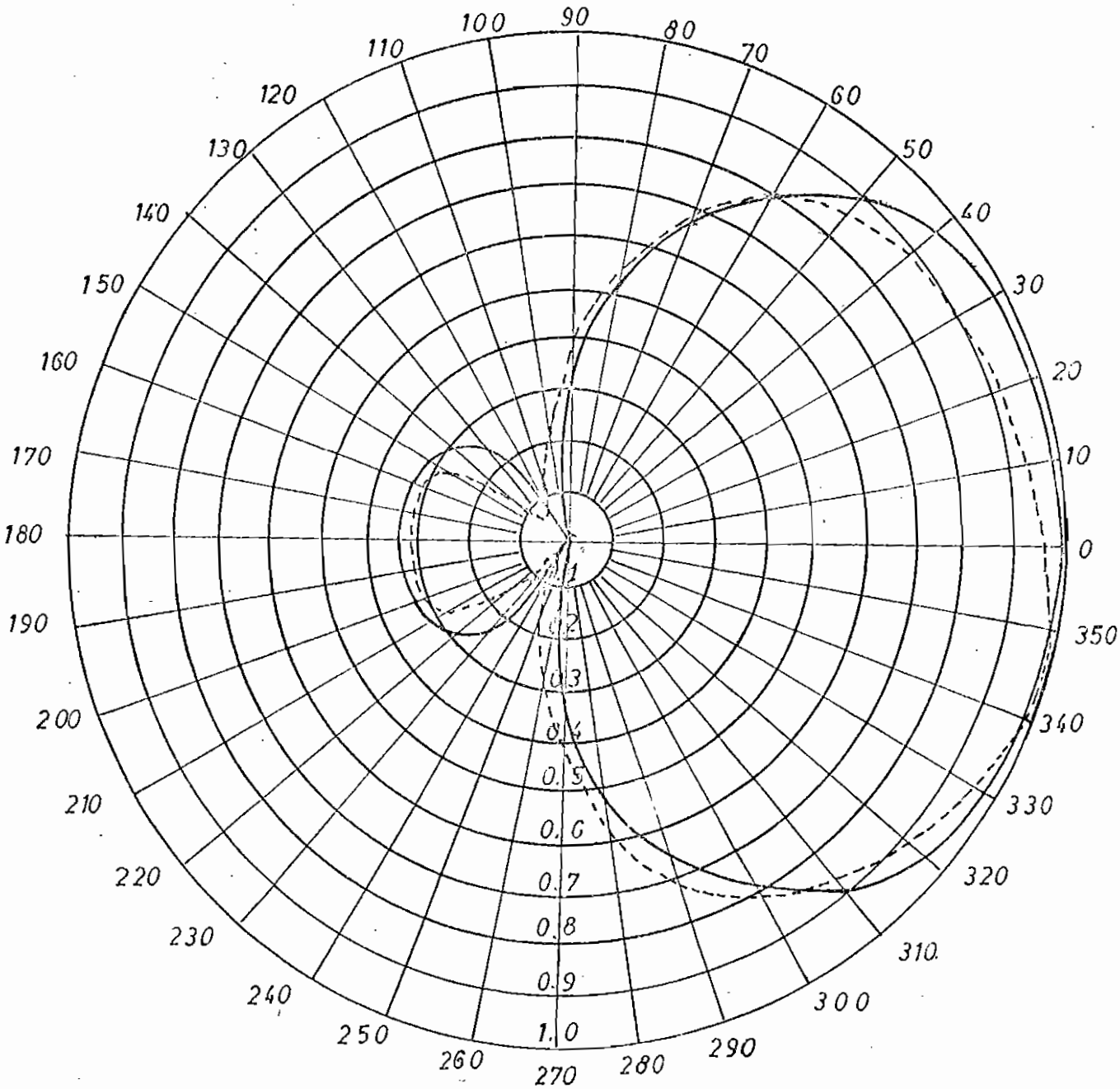


FIG: (6-12) CONFIGURACION DE RADIACION NORMAL
ARREGLO ALIMENTADO FUERA DE FASE (90°)

n = 3

——————— TEORICO

- - - - - - - - - - - - - EXPERIMENTAL

APROBO : ING. CEVALLOS

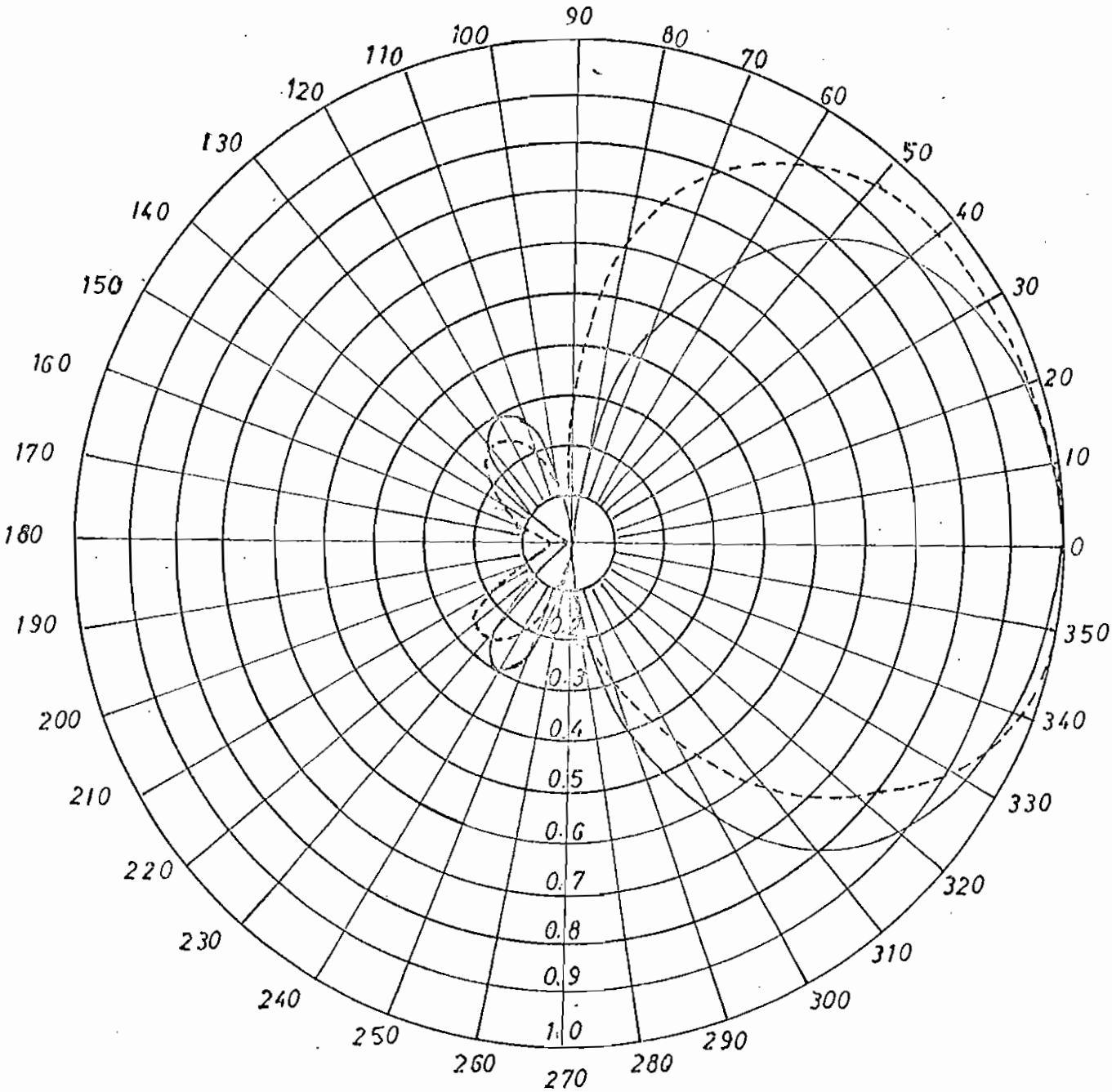


FIG:(6-12c) CONFIGURACION DE RADIACION NORMAL

ARREGLO ALIMENTADO FUERA DE FASE (90°)

$n = 4$

——————— TEORICO

- - - - - - - - - - EXPERIMENTAL

APROBO: ING. CEVALLOS

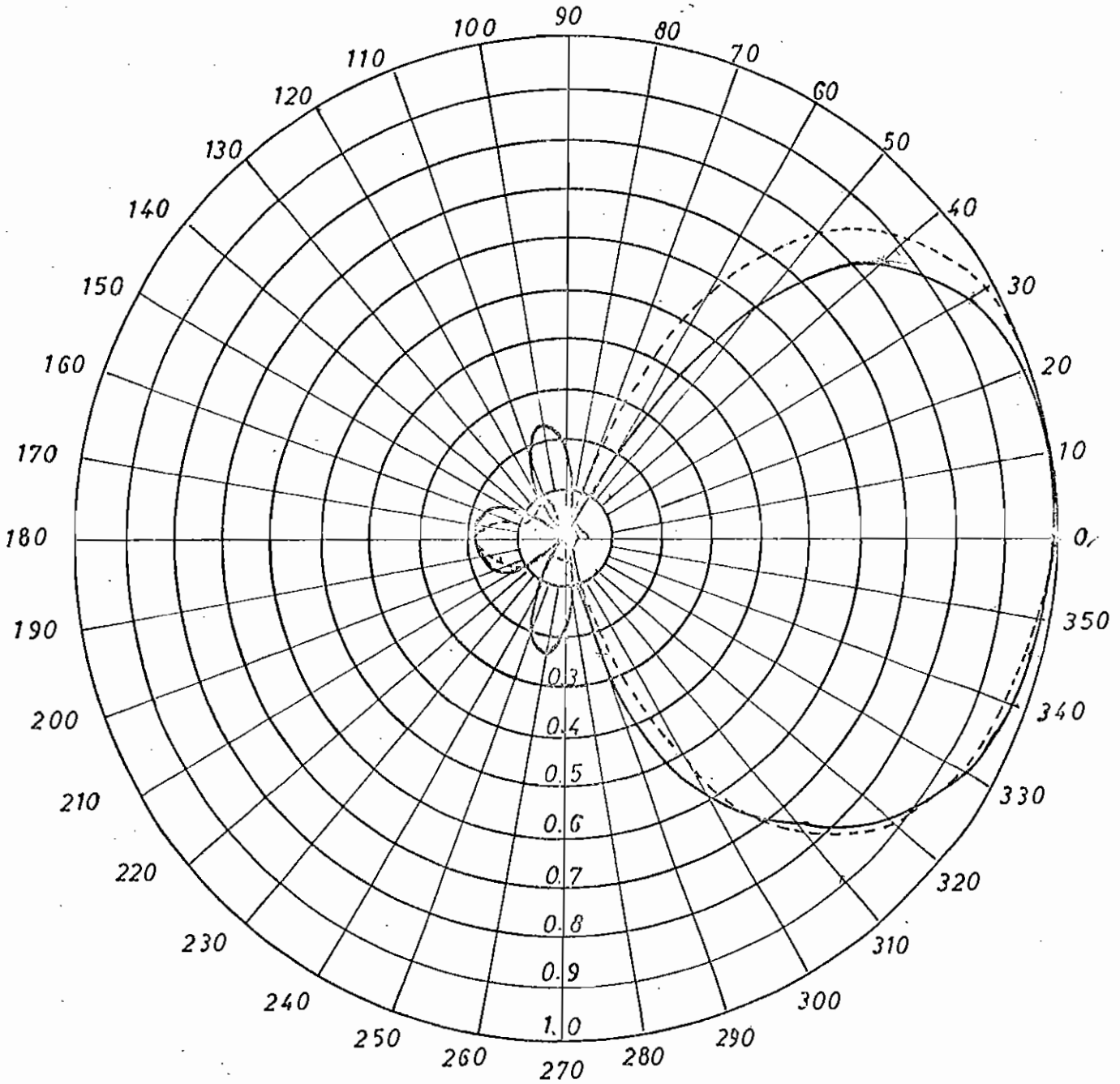


FIG (6 12d) CONFIGURACION DE RADIACION NORMAL

ARREGLO ALIMENTADO FUERA DE FASE (90°)

$n = 5$

——————— TEORICO

---------- EXPERIMENTAL

APROBO ING CEVALLOS

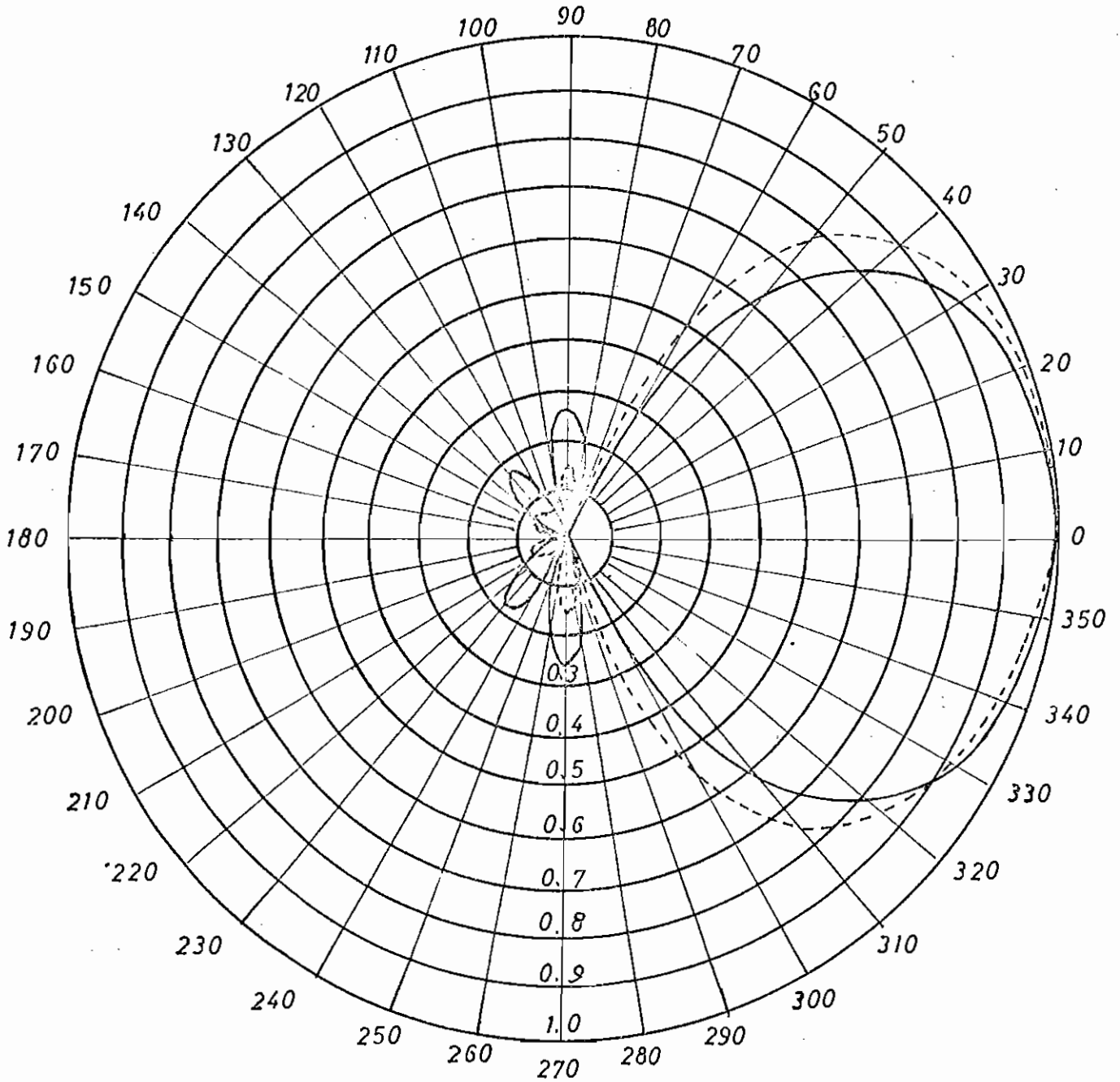


FIG: (6-12e) CONFIGURACION DE RADIACION NORMAL

ARREGLO ALIMENTADO FUERA DE FASE (90°)

n = 6

——————— TEORICO

- - - - - - - - - - - - - - EXPERIMENTAL

APROBO ING: CEVALLOS

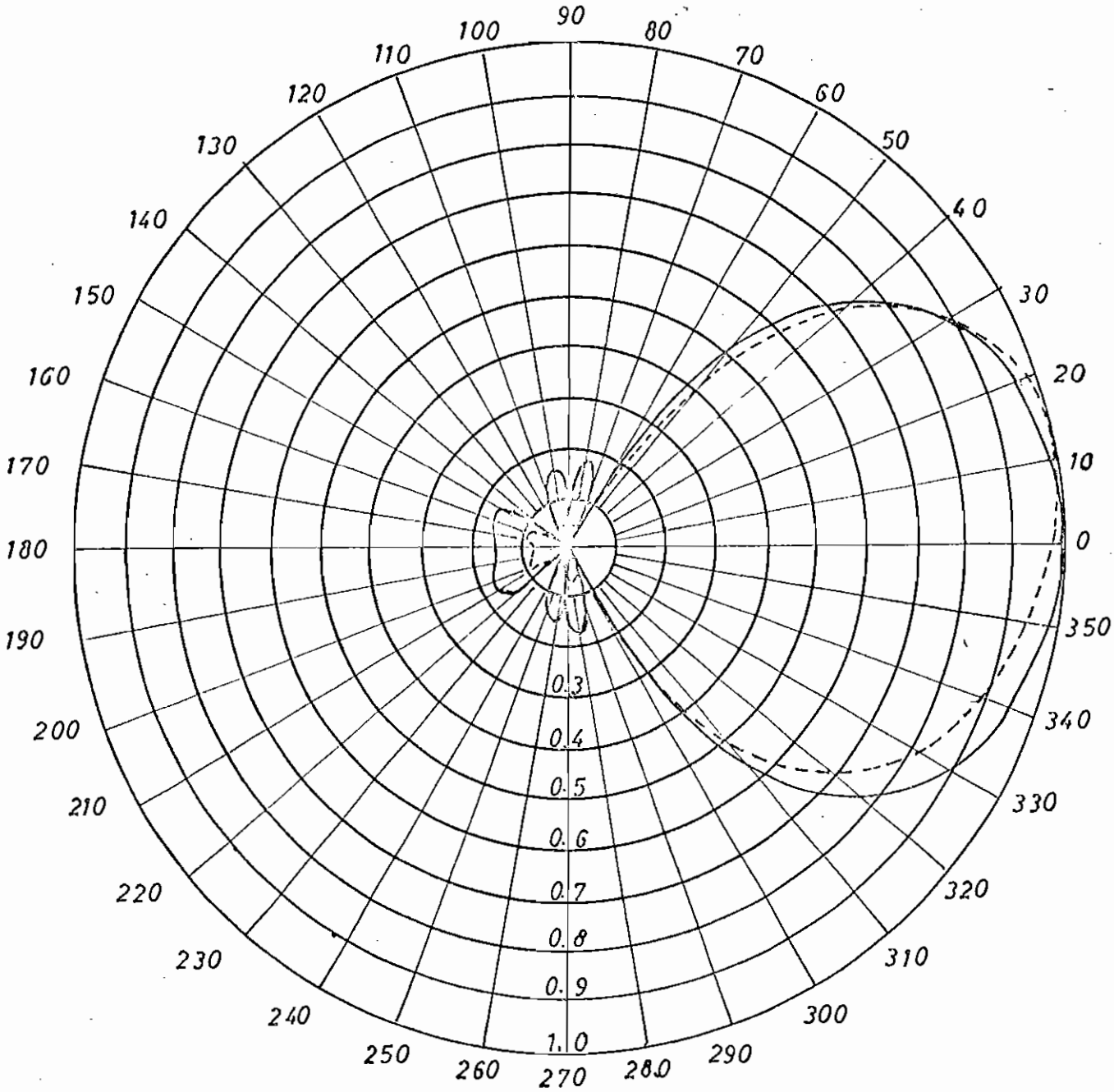


FIG:(6-121) CONFIGURACION DE RADIACION NORMAL

ARREGLO ALIMENTADO FUERA DE FASE (90°)

$n = 7$

——————— TEORICO

- - - - - - - - - - - - EXPERIMENTAL

APROBO: ING. CEVALLOS

6.5.3. Observaciones

A mas de las observaciones de la sección 6.4.3. referentes a arreglos alimentados en fase se puede -- anotar que:

- La impedancia presenta una mayor regularidad lo -- cual se debe a que la conección entre ranuras se realizo por medio de alambre de cobre desnudo que prác - ticamente no presenta una atenuación de importancia - tal como sucede con el cable de 300 Ω de impedancia - característica.

- Al aumentar el número de ranuras disminuye la variación de la reactancia

- La frecuencia de resonancia cambia con el número de ranuras en forma continua.

-Las configuraciones de radiación presentan las reflecciones de la caseta que coinciden con la dirección del lóbulo de radiación.

6.6 EJEMPLO DEL CALCULO DE IMPEDANCIAS

Las lecturas de la medición de impedancias se las normaliza tomando en cuenta la impedancia característica del cable de alimentación (300 Ω) y se la dibuja en la carta de Smith.

De igual modo la lectura del cable en corto circuito.

Por último se "traslada" la lectura de impedancias al valor propio de la antena, corrigiendo tanto la longitud como la atenuación del cable de alimentación.

Este procedimiento se puede apreciar en la figura (6-13) en la cual se muestran las diferentes impedancias para una ranura de $\lambda_0/100$ de ancho.

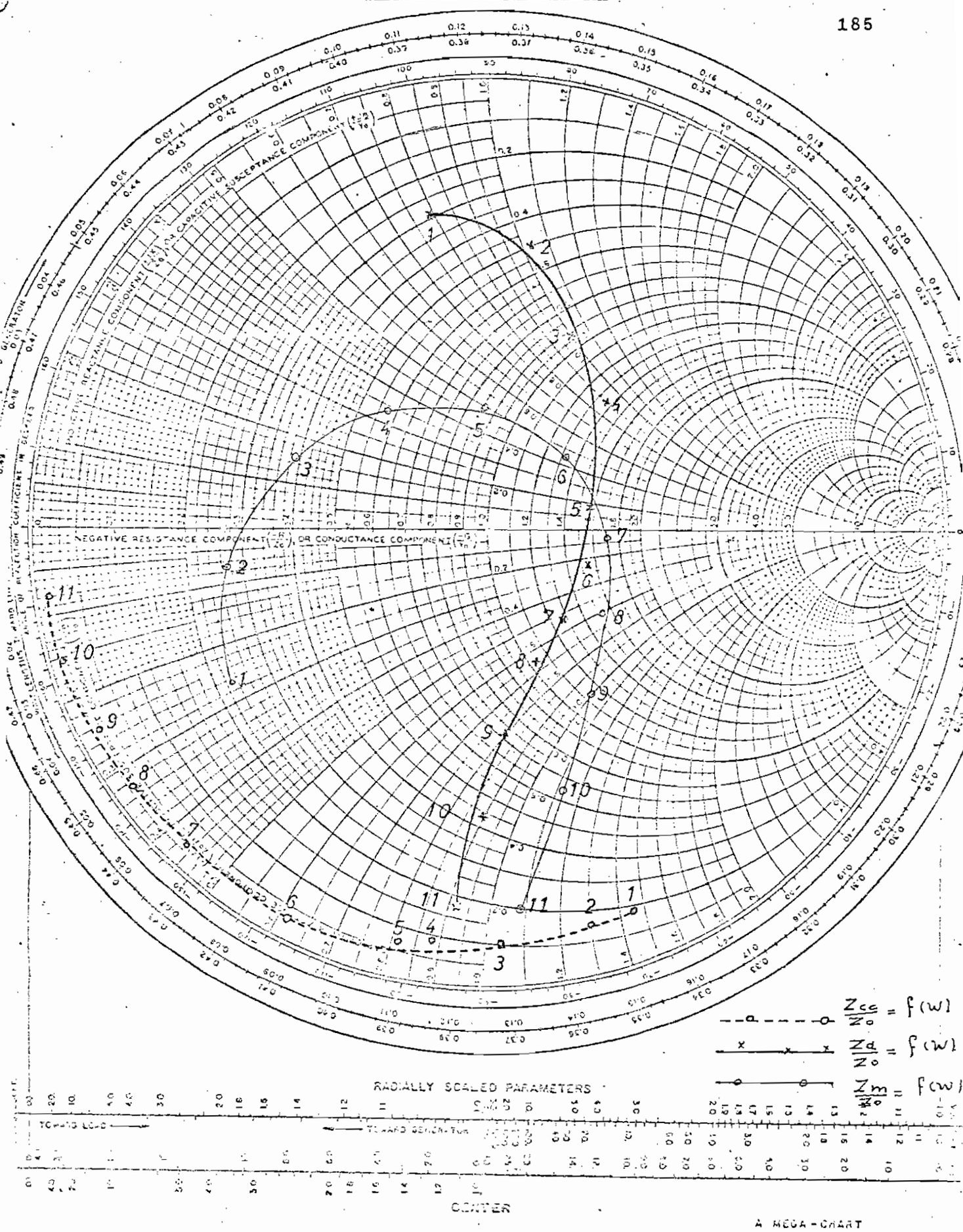


Fig (6-13) Ejemplo de cálculo de Impedancia
Ranura de 0.5 Cm = $\lambda/100$
Guadao (6-3a)

C A P I T U L O S E P T I M O

C O N C L U S I O N E S

7.1. COMENTARIOS

Las mediciones de las ranuras aisladas cortadas en placas pequeñas de bronce y unidas a una lámina de aluminio no difieren mucho de los resultados teóricos lo cual significa que no existe una influencia notable del caso ideal, ranuras cortadas en una lámina conductora plana, infinitamente delgada y de grandes dimensiones. La influencia es mas notable en la parte reactiva de la impedancia.

El uso del papel metálico para cubrir las ranuras sobrantes en la medida de cada arreglo no causa problemas en la medición ya que la profundidad de penetracíon es despreciable a estas frecuencias, razón por la que no hay diferencias notables con los resultados teóricos como consecuencia del uso del papel metálico. De lo dicho anteriormente se puede concluir que no existen grandes diferencias en los resultados que deberían obtenerse siguiendo procedimientos ideales y los obtenidos en la parte experimental del presente trabajo.

Los resultados muestran claramente que el análisis teórico, sobre el principio de Huygens y Babinett en teoría electromagnética, es correcto, de los resultados teóricos se puede apreciar que este tipo de antenapuede usarse de igual forma que los dipolos eléctricos y con iguales variaciones, obteniendo siempre la misma relación de impedancias y configuraciones de radiación similares así por ejemplo: Ranuras dobladas; arreglos de ranuras ranuras parácitas; etc, obteniendo como ventaja ------

una solidez mecánica apreciable sobre todo para ---- antenas en cuerpos móviles.

Como un ejemplo del uso de este tipo de antenas se tiene un arreglo de ranuras alimentadas fuera de fase por una guia de onda en la cabeza de los pro -- yectiles teledirigidos, este tipo de antena tiene -- configuraciones anchas como se puede apreciar en la figura (6-12), para conseguir una polarización cir-- cular se puede rotar las ranuras de igual manera que los dipolos eléctricos.

Se puede usar este tipo de antenas para realizar investigaciones en la Ionósfera cortando las ranuras en un "plano de tierra" obtiniendo un lóbulo de ra - diación perpendicular al plano de la antena, esta -- posibilidad es usada en los equipos de radar.

Como principal desventaja las antenas ranuradas tienen necesidad de placas metálicas de grandes di- mensiones, con respecto de la longitud de onda, por lo que no pueden ser usadas a bajas frecuencias a -- menos que se disponga de una "tierra" que presente - gran conductividad.

Su principal aplicación consiste en arreglos de ranuras en guias de onda; estos arreglos presentan - facilidad de construcción, gran direccionalidad y -- una polarización definida por la posición de las ra- nuras; se usan con ondas viajeras sin métodos so-

fisticados de acoplamiento

De lo anteriormente dicho se puede concluir que este tipo de antenas es muy útil para comunicaciones espaciales y con cuerpos móviles utilizada frecuentemente a frecuencias alevadas en las cuales no se necasita de láminas de grandes dimenciones para cortar las ranuras y pueden usarse especialmente en cuerpos cuya estructura metálica simula facilmente placas de grandes dimenciones esta estructura permite establecer cavidades resonantes en la ranura y utilizar una alimentación por medio de una punta de prueba o por una guia de onda.

El presente trabajo se ha dirigido principalmente a demostrar teórica y experimentalmente que las ranuras cortadas en placas metálicas de grandes dimenciones, comparando siempre con la longitud de onda, tienen un comportamiento similar a los dipolos de materiales conductores, pudiendo ser aprovechadas con ventaja por las facilidades que presentan en: construcción, acoplamiento debido a su alta impedancia de entrada, cercana a la impedancia intrinseca del aire y por su solidez mecánica.

B I B L I O G R A F I A

1) JORDAN, E.C. and BALMAIN, K.C. Electromagnetic - Waves and Radiating Systems; Segunda edición; Pretince-Hall Series, Inc., Englewood, Cliffs, N.J. - 1968

2) JASIK, H. Antenna Engineering Handbook; Primera - edición; McGraw-Hill Book Company; New York, 1961

3) SCHELKUNOFF, S.A. Advance Antenna Theory; Primera - edición; Jhon Wiley and Sons, Inc., New York 1952

4) WALTER, C.H. Traveling Wave Antennas ; Primera -- edición, McGraw-Hill Book Company, New York, 1965

5) WEEKS, W.L. Electromagnetic Theory for Engineering Applications, Primera edición, Jhon Wiley & Sons, Inc., New York, 1964

6) PUTMAN, J.L. Input Impedances of Centre-Fed Slot-Aerials near Half-Wave Resonance J.I.E.E., vol 95 Parte III 1948 página 290