SIMULACION DE LA MAQUINA SINCRONICA

POVEDA MENTOR, ING.
PROF. ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

NUÑEZ GALO ING.
INECEL

RESUMEN

Se presenta un modelo matemático de la máquina sincrónica en las coordenadas de referencia que giran con el rotor. El modelo presentado aquí es válido para ser implementado en el computador analógico o en el digital. Se implementa el modelo en el computador digital y los resultados obtenidos de la simulación digital se contrastan con resultados experimentales, lográndose una comparación satisfactoria.

1. MODELO MATEMATICO

SISTEMA ELECTRICO.-

La mejor aproximación matemática, en cuanto a eficiencia en la utilización del computador, constituye aquella que emplea la Transformación de Park[1] para definir las ecuaciones diferenciales que permiten analizar el comportamiento dinámico o de estado estable de la máquina sincrónica. Para facilitar el planteamiento del modelo se definen las siguientes restricciones:

Circuito Magnético Lineal, Entrehierro Uniforme y Distribución Sinusoidal de la Fuerza Magnetomotriz de los Devanados.

Puesto que para la primera restricción, queda previsto en el desarrollo futuro del modelo planteado, la introducción de la no linealidad del núcleo, lo que en realidad se esta despreciando, son las armónicas de fuerza magnetomotriz y de densidad de flujo presentes en el entrehierro.

Una representación esquemática de la estructura de los devanados de la máquina sincrónica elemental de dos polos se muestra en la Fig. 1.1. con la posición física relativa de los ejes magnéticos de los devanados de fase y de los ejes q y d, que giran a la misma velocidad angular que el rotor.

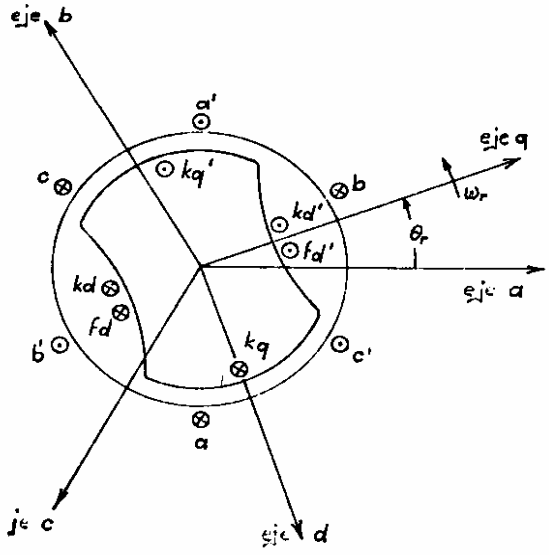

Fig. 1.1. Máquina Sincrónica Trifásica Elemental

Los devanados presentados mediante un inductor y un resistor en serie, para dar una configuración de circuitos eléctricos se muestran en la Fig. 1.2.

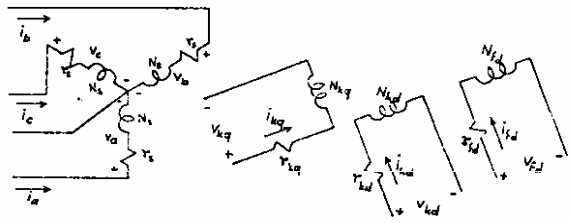

Fig. 1.2. Devanados de la Máquina de la Fig. 1.1.

Las ecuaciones diferenciales de voltajes de estos devanados, ya transformados a la referencia dq del rotor[2], considerando voltajes aplicados balanceados y para acción motora, son:

$$[v_{qd}] = [R]\,[i_{qdf}] + [L]\,[i_{qdf}] \qquad (1.1)$$

En donde:

$$[v_{qd}] = [v_q,\ v_d,\ 0,\ 0,\ v_f]$$

(Reemplazando desde ya, los voltajes v_{kq} y v_{kd} que, aparecen como aplicados a los devanados de amortiguación, en la Fig. 1.2 por un cortocircuito a sus terminales).

$$[i_{qdf}] = [i_q,\ i_d,\ i_{kq},\ i_{kd},\ i_f]$$

$$[R] = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_{kq} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{kd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_f \end{bmatrix}$$

$$[L] = \begin{bmatrix} (L_{\ell s}+L_{aq})p & \omega_r(L_{\ell s}+L_{ad}) & L_{aq}p & \omega_r L_{ad} & \omega_r L_{ad} \\ \omega_r(L_{\ell s}+L_{aq}) & (L_{\ell s}+L_{ad})p & \omega_r L_{aq} & L_{ad}p & L_{ad}p \\ L_{aq}p & 0 & (L_{\ell kq}+L_{aq})p & 0 & 0 \\ 0 & L_{ad}p & 0 & (L_{\ell kd}+L_{ad})p & L_{ad}p \\ 0 & L_{ad}p & 0 & L_{ad}p & (L_{\ell f}+L_{ad})p \end{bmatrix}$$

Se ha empleado la nomenclatura de Adkins[3] para los parámetros y corresponden a las siguientes definiciones:

r_s = Resistencia de la armadura.

$L_{\ell s}$ = Inductancia de dispersión de la armadura.

r_{kq} = Resistencia del devanado de damping del eje en cuadratura.

$L_{\ell kq}$ = Inductancia de dispersión del devanado de damping del eje en cuadratura.

r_{kd} = Resistencia del devanado de damping del eje directo.

$L_{\ell kd}$ = Inductancia de dispersión del devanado de damping del eje directo.

r_f = Resistencia del devanado de campo.

$L_{\ell f}$ = Inductancia de dispersión del devanado de campo.

L_{aq} = Inductancia de magnetización de eje en cuadratura.

L_{ad} = Inductancia de magnetización de eje directo.

p = operador $\frac{d}{dt}$

ω_{r_e} = Velocidad angular del rotor en radianes eléctricos por segundo.

Con el objeto de poder introducir sin modificaciones del programa, la saturación del circuito magnético, y manteniendo en un mínimo el tiempo de computación adicional para tomar en cuenta la saturación, se plantea la ecuación 1.1 en términos de concatenaciones de flujo y en forma de variables de estado. Al mismo tiempo, se expresan las ecuaciones en por unidad, introduciendo reactancias en lugar de inductancias y tomando concatenaciones de flujo por segundo, ψ , en lugar de concatenaciones de flujo. La ecuación así expresada es la siguiente:

$$\frac{1}{\omega_b} p[\psi] = [v_{qd}] + [X_{mch}]\,[\psi] \qquad (1.2)$$

En donde:

$$[\psi]^T = [\psi_q, \psi_d, \psi_{kq}, \psi_{kd}, \psi_f]$$

$$[v_{qd}] = [v_q, v_d, 0, 0, v_f]$$

$$[X_{mch}] = \begin{bmatrix} A & -\Omega_r & B & 0 & 0 \\ \Omega_r & C & 0 & D & E \\ F & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & H & 0 & I & J \\ 0 & K & 0 & L & M \end{bmatrix}$$

Con

$$A = \frac{r_s}{X_{\ell s}}\left(\frac{X_{mq}}{X_{\ell s}} - 1\right)$$

$$B = \frac{r_s}{X_{\ell s}}\,\frac{X_{mq}}{X_{\ell lq}}$$

$$C = \frac{r_s}{X_{\ell s}}\left(\frac{X_{mq}}{X_{\ell s}} - 1\right)$$

$$D = \frac{r_s}{X_{\ell s}}\,\frac{X_{md}}{X_{\ell kd}}$$

$$E = \frac{r_s}{X_{\ell s}}\,\frac{X_{md}}{X_{\ell f}}$$

$$F = \frac{r_{kq}}{X_{\ell kq}}\,\frac{X_{mq}}{X_{\ell s}}$$

$$G = \frac{r_{kq}}{X_{\ell kq}}\left(\frac{X_{mq}}{X_{\ell kq}} - 1\right)$$

$$H = \frac{r_{kd}}{X_{\ell kd}}\,\frac{X_{md}}{X_{\ell s}}$$

$$I = \frac{r_{kd}}{X_{\ell kd}}\left(\frac{X_{md}}{X_{\ell kd}} - 1\right)$$

$$J = \frac{r_{kd}}{X_{\ell kd}}\,\frac{X_{md}}{X_{\ell f}}$$

$$K = \frac{r_f}{X_{\ell f}}\,\frac{X_{md}}{X_{\ell s}}$$

$$L = \frac{r_f}{X_{\ell f}}\,\frac{X_{md}}{X_{\ell kd}}$$

$$M = \frac{r_f}{X_{\ell f}}\left(\frac{X_{md}}{X_{\ell f}} - 1\right)$$

Con las siguientes definiciones:

$$X_{mq} = \frac{1}{\frac{1}{X_{\ell s}} + \frac{1}{X_{aq}} + \frac{1}{X_{\ell kq}}}$$

$$X_{md} = \frac{1}{\frac{1}{X_{\ell s}} + \frac{1}{X_{ad}} + \frac{1}{X_{\ell kd}} + \frac{1}{X_{\ell f}}}$$

ω_b = Velocidad angular base.

ω_r = Velocidad angular del rotor en por unidad.

Del planteamiento anterior se obtienen las concatenaciones de flujo, solamente, por tanto, hace falta encontrar una forma de determinar las corrientes a partir de las concatenaciones de flujo, esto se logra mediante la ecuación 1.3.

$$[i_{qd}] = -\frac{1}{X_{\ell s}}\,[X_i]\,[\psi] \qquad (1.3)$$

En donde:

$$[X_i] = \begin{bmatrix} \frac{X_{mq}}{X_{\ell s}} - 1 & 0 & \frac{X_{mq}}{X_{\ell kq}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{X_{md}}{X_{\ell s}} - 1 & 0 & \frac{X_{md}}{X_{\ell kd}} & \frac{X_{md}}{X_{\ell f}} \end{bmatrix}$$

$$|i_{qd}|^T = |i_q, i_d|$$

SISTEMA MECANICO

El torque electromagnético en por unidad en términos de corrientes y concatenaciones de flujo, se demuestra que puede ser determinado de la ecuación 1.4.

$$Te = \psi_d \, i_q - \psi_q \, i_d \qquad (1.4)$$

La velocidad del rotor en por unidad es

$$\omega_r = \frac{1}{2Hp} (Te - Tm) \qquad (1.5)$$

En donde:

Tm = Torque mecánico de la carga o de la máquina impulsora (Motor o Generador, respectivamente).

H = Constante de inercia, en segundos.

El ángulo de potencia, en radianes eléctricos, se obtiene mediante la ecuación 1.6.

$$\delta = \frac{\omega b}{p} (\omega_r - \omega_e) \qquad (1.6)$$

En donde:

ω_e = Velocidad angular del sistema eléctrico en por unidad.

Por último, las corrientes de fase se obtienen fácilmente aplicando la Transformación Inversa de Park. Por ejemplo, para la corriente de la fase a, se tiene

$$i_a = i_q \cos \theta r + i_d \operatorname{sen} \theta_r$$

2. SOLUCION CON EL COMPUTADOR

El modelo planteado esta formado por un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales que no pueden ser resueltas en forma directa y que, por tanto, exigen una aplicación de computación. Sin embargo, el planteamiento realizado deja la posibilidad de utilizar, sea, un computador analógico o sea un digital. Y es así, que, el dejar como indefinida ω_b tiene el propósito de ajustar la escala de tiempo más conveniente al computador que se utilice, en especial en el caso de la simulación analógica.

En el presente trabajo se emplea el computador digital a través del Método de Integración de Runge-Kutta de Cuarto Orden para la determinación de las variables, con el diagrama de flujo exquemático presentado en la Fig. 2.1.

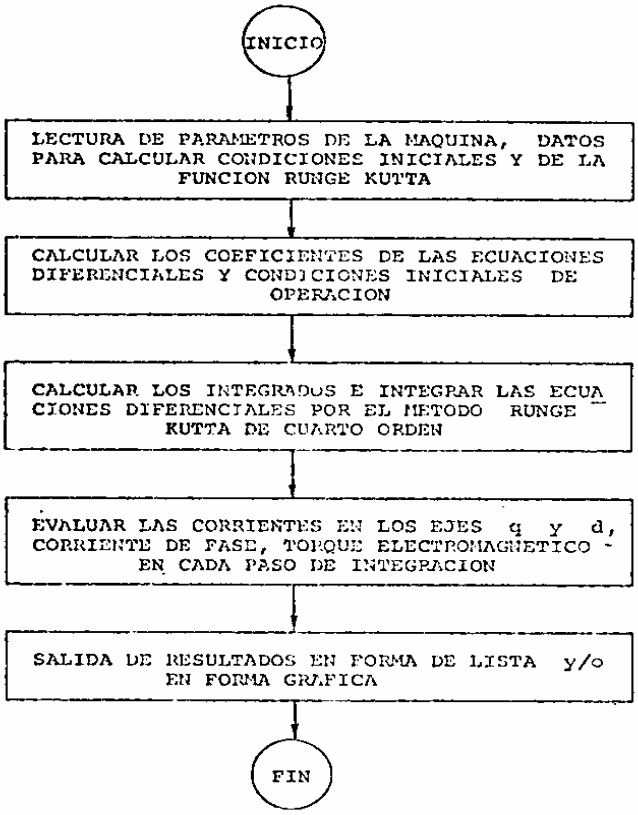

Fig. 2.1. Diagrama de Flujo simplificado para el programa digital.

En un trabajo previo R. Kerkman[4] determina que no se debería emplear un paso de integración mayor que 0,008 seg por las frecuencias naturales de oscilación involucradas, del sistema a simularse, y aparece como un valor recomendado 0,0001 seg que es el paso de integración empleado.

Como base de partida se considera operación en estado estable previa a la perturbación, en tal forma que, todos los valores iniciales de las variables son fácilmente definidos. Durante los ejemplos de aplicación se han mantenido constantes el voltaje de excitación y el torque de la máquina impulsora; sin embargo, estos dos valores pueden ser reemplazados por funciones del tiempo que resulten de las simulaciones del sistema de excitación y de la máquina impulsora respectivamente. Como nota informativa, en la Escuela Politécnica Nacional se está trabajando en aquellos dos modelos, con lo cual se podrá representar una central eléctrica en forma detallada para predecir su comportamiento dinámico. Se terminó un estudio para la simulación analógica de sistemas de excitación que provee resultados satisfactorios; y que, solamente debe ser trasladado a representación digital[5].

3. APLICACIONES

Para demostrar la validez del modelo planteado se tomó una máquina sincrónica de laboratorio y se la sometió a ensayos de comportamiento dinámico para comparar los resultados que se obtienen del computador. El programa digital que utiliza el modelo planteado admite los parámetros de la máquina a representar en por unidad; por tanto los parámetros de la máquina de laboratorio utilizada, medidos en un trabajo previo[6], y que se suministran al programa son:

Máquina sincrónica, trifásica, 3,5 KVA, 230V 8,7 A, 60 Hz.

Parámetros en pu: $r_s = 0{,}0269$; $X_{\ell s} = 0{,}04146$; $r_{kq} = 0{,}04039$; $X_{\ell kq} = 0{,}2444$; $r_{kd} = 0{,}02703$; $X_{\ell kd} = 0{,}08204$; $r_f = 0{,}017$; $X_{\ell f} = 0{,}1350$; $X_{aq} = 0{,}3070$; $X_{ad} = 0{,}5540$; $H = 1{,}65$ seg.

Se realizan solamente dos ejemplos de los muchos que pueden realizarse, cortocircuito trifásico y cambio brusco del torque de la máquina impulsora. Se hace coincidir el ángulo eléctrico del voltaje terminal en el cual se produce la perturbación en los resultados experimentales, ajustando aquel de la simulación. El análisis de comportamiento dinámico se realiza con la máquina asociada a una barra infinita.

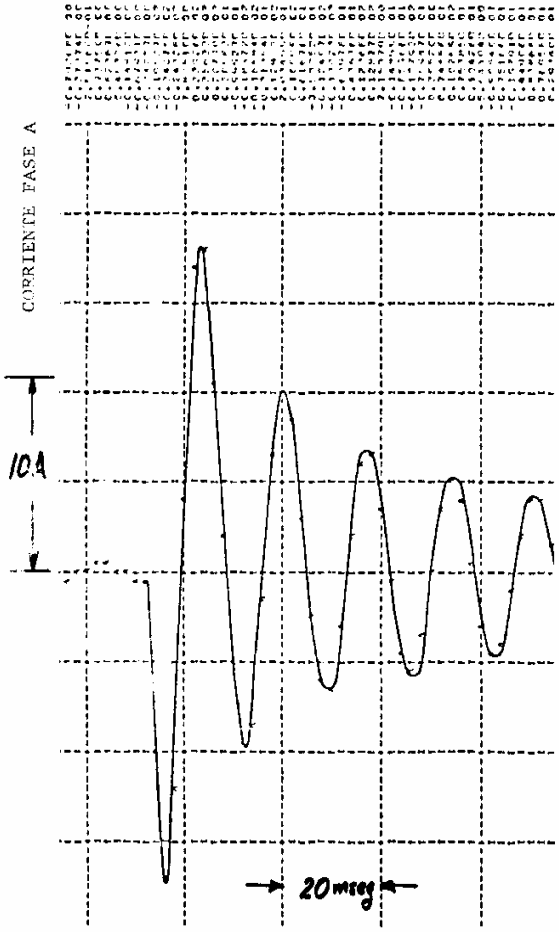

Fig. 3.1. Simulación digital del cortocircuito trifásico.

La Fig. 3.1. muestra la corriente de la fase A durante los primeros ciclos despues de la conexión de un cortocircuito trifásico, resultados de la simulación digital[7]. La falta de un grafizador hace que se utilice el impresor de línea para el gráfico, en el cual se han unido los puntos posteriormente.

La Fig. 3.2. muestra el oscilograma de la corriente de la fase A, durante el cortocircuito trifásico de la máquina sincrónica de laboratorio.

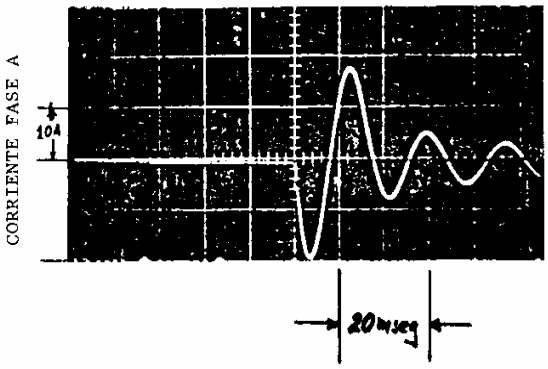

Fig. 3.2. Cortocircuito trifásico de la máquina sincrónica de laboratorio.

La Fig. 3.3. muestra la corriente de la fase A durante la simulación digital de un incremento brusco del torque de la máquina impulsora que mueve a la máquina sincrónica que, a su vez, actuando como generador está conectada a una barra infinita.

La Fig. 3.4 es el oscilograma de la corriente de la fase A, durante el mismo cambio brusco de torque mecánico.

Las figuras 3.1 - 3.4 permiten hacer una comparación del comportamiento obtenido de la simulación con aquel de la máquina real, se puede observar que la simulación no sólo da resultados satisfactorios en los primeros ciclos despues de la perturbación, sino que también se ajusta bien al comportamiento despues de transcurrido un tiempo apreciable; y es así como, las envolventes de las corrientes durante el cambio brusco del torque mecánico coinciden plenamente.

En forma ilustrativa, puesto que no fue posible obtener estas variables de la máquina experimental, se incluyen también otros resultados de la simulación digital. La figura 3.5 muestra la variación del torque electromagnético durante el cortocircuito trifásico. Para la variación brusca del torque de la máquina impulsora se presentan, la variación de la velocidad, Fig. 3.6, la variación del torque electromagnético, figura 3.7 y la variación del ángulo de potencia (δ), Fig. 3.8.

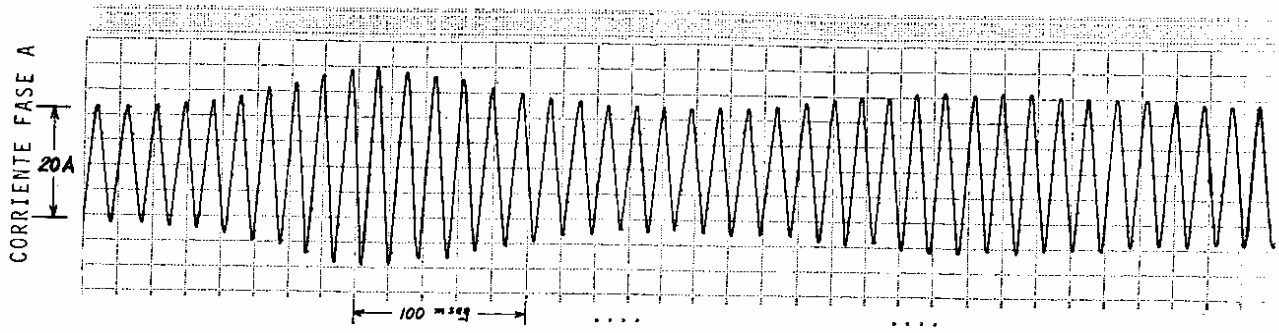

Fig. 3.3. Simulación digital del incremento de torque mecánico.

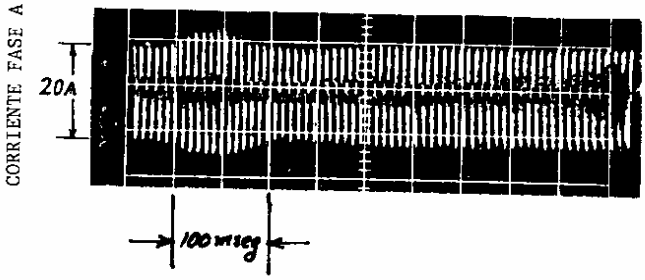

Fig. 3.4. Incremento del torque mecánico en la máquina sincrónica de laboratorio.

4. CONCLUSIONES

La simulación presentada predice en forma satisfactoria el comportamiento de la máquina sincrónica durante periodos transitorios y aún después de transcurrido largo tiempo, permite obtener variables de difícil medición en períodos transitorios y otras a las que no hay acceso ni durante el estado estable. El modelo, una vez que se complete, permitirá reemplazar localmente costosos estudios que hoy deben ser realizados fuera del país.

BIBLIOGRAFIA

1. Park, R.H., "Two Reaction Theory of Synchronous Machines, Generalized Method of Analysis - Part. I", Transactions AIEE, Vol. 48, pag. 716 - 727, Julio 1929.

2. Poveda, M., "Methods of Interfacing - Synchronous Machine with Transmission Systems in a Digital Simulation", Technical Report TR-EE 76-11, Purdue University, Febrero 1976.

3. Adkins, B., "The General Theory of - Electrical Machines", Ed. Wiley, 1957.

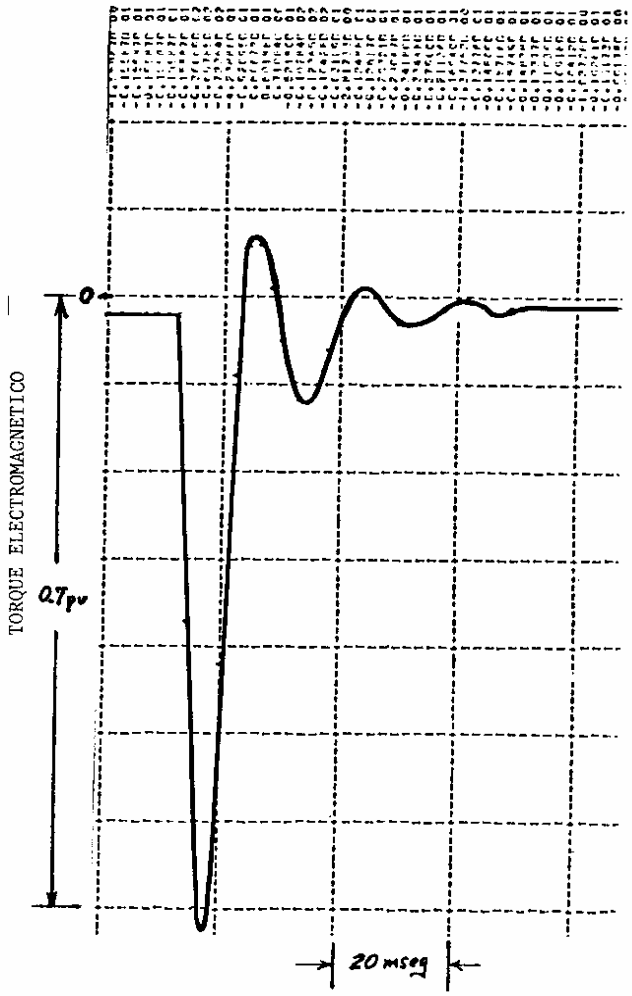

Fig. 3.5. Simulación digital del cortocircuito trifásico - Torque Electromecánico.

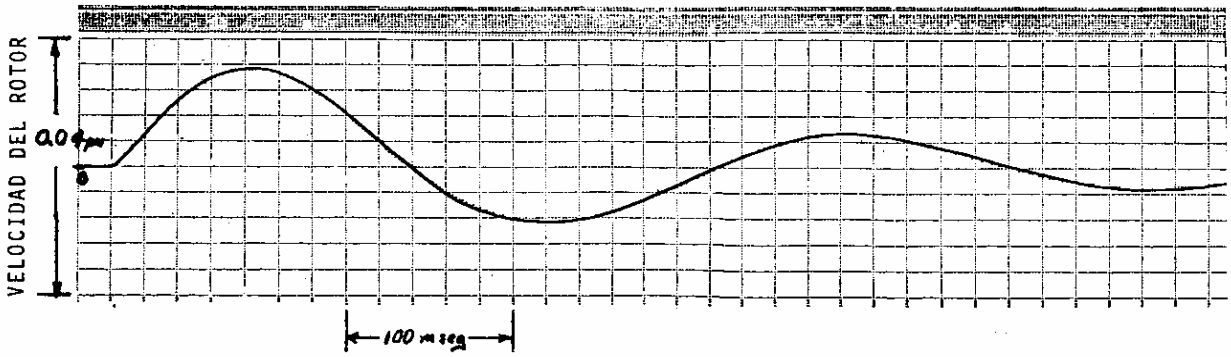

Fig. 3.6. Simulación digital del incremento de torque mecánico - Velocidad del rotor.

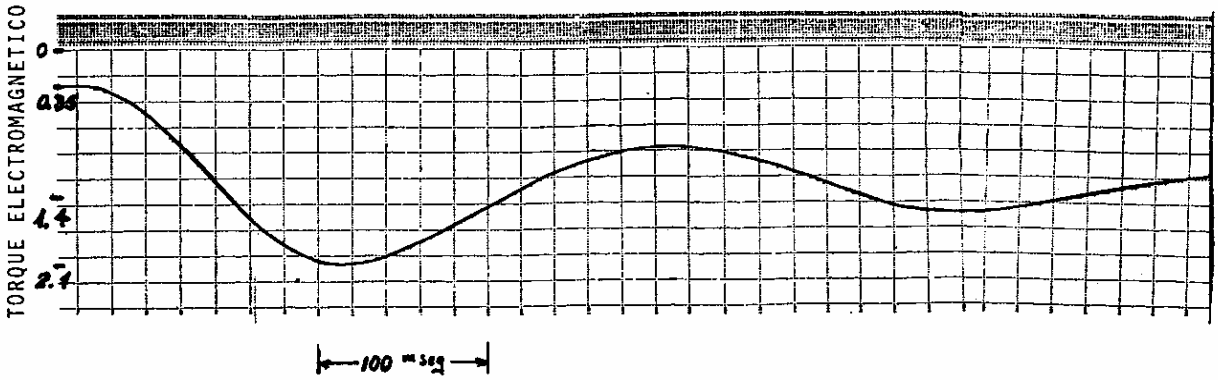

Fig. 3.7. Simulación digital del incremento de torque mecánico - Torque electromagnético.

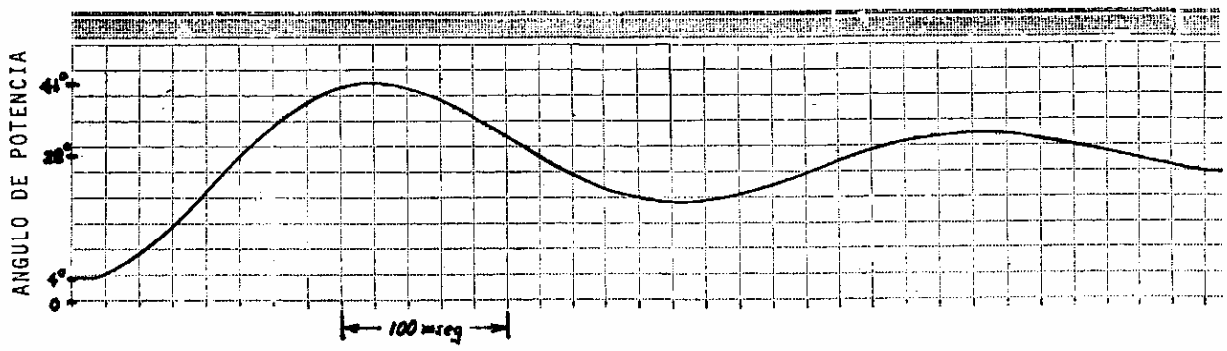

Fig. 3.8. Simulación digital del incremento de torque mecánico - Angulo de potencia.

4. Kerkman, R. J., "Digital Simulation of Unbalanced Faults on Synchronous Machines", Technical Report TR-EE 36, Purdue University, 1976.

5. Samaniego, Julio, "Sistemas de excitación: Modelos y Simulación", Tesis de Grado, Escuela Politécnica Nacional, 1978.

6. Arguello, Gabriel, "Método de Determinación de los Parámetros en Régimen Permanente y Transitorio de una Máquina Sincrónica", Tesis de Grado, Escuela Politécnica Nacional, 1974.

7. Nuñez, Galo, "Simulación Digital de la Máquina Sincrónica para Comportamiento Dinámico", Tesis de Grado, Escuela Politécnica Nacional, 1981.