

Ing. Galo Nina

INECEL - DOSNI

Resumen.- En este trabajo se plantea la minimización de los costos de operación de un sistema hidrotermoeléctrico utilizando una descomposición que permite llevar en cuenta, tanto costos térmicos cuadráticos, como restricciones en la transmisión, así como un sistema hidroeléctrico con diversos embalses.

Los modelos serán empleados en la planificación operativa del sistema interconectado ecuatoriano.

1. INTRODUCCION

La entrada en operación de la central Pautetie para el sistema Eléctrico de Potencia ecuatoriano gran importancia.

Desde el punto de vista de la operación el contar con una generación de bajo costo marginal obliga a estudiar el problema de como usar en un período dado de tiempo la disponibilidad del agua almacenada en los reservorios de Paute y Pisayambo para reducir la producción térmica.

Por otro lado al mismo tiempo que se reduce la producción térmica se deberá tomar en cuenta restricciones de transmisión por razones de voltaje, y estabilidad.

Con las consideraciones antes anotadas (una justificación más detallada consta en [1]), se desprende de la necesidad de contar con un modelo matemático para operación de embalses, que lleve en cuenta restricciones de transmisión.

El sistema ecuatoriano para el año 1985 tendrá una configuración esquematizada en la fig. 1.

2. FORMULACION DEL PROBLEMA

El problema puede ser descompuesto de tal manera de considerar la producción de energía térmica y la producción de energía hidráulica.

De esta manera refiriéndonos a la fig.1 los nodos 1, 2, 3, son nodos de producción térmica y los nodos 4, 5 son de producción hidráulica.

El problema térmico puede ser planteado de la siguiente manera, para cada intervalo del período de planificación considerado:

$$\min \sum_{i=1}^3 \psi_i (g_i) \quad (1)$$

sujeto a:

$$g_1 + t_1 - \hat{d}_1 - t_3 = 0 \quad (2)$$

$$g_2 - t_1 - t_2 = 0 \quad (3)$$

$$g_3 + t_2 - \hat{d}_2 + t_3 = 0 \quad (4)$$

$$g_i \leq \bar{g}_i \leq \underline{g}_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

$$t_i \leq \bar{t}_i \leq \underline{t}_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (6)$$

Donde ψ_i es la integral de los costos marginales de producción térmica y las restricciones indican los balances de energía en los nodos 1, 2 y 3; siendo que $g_i, i = 1, 3$, es la generación térmica en el nodo i , $t_i, i = 1, 3$ es la energía transmitida en el ramal i

$$y \quad \hat{d}_1 = d_1 - h_2$$

$$\hat{d}_2 = d_2 - h_1$$

indican los mercados marginales y $d_i, i = 1, 2$ es la demanda en el nodo i y h_i es la generación hidráulica en el nodo i .

La producción hidroeléctrica es una función

del agua turbinada y de la altura del embalse que es a su vez función del almacenamiento:

$$h_j^m = \phi(u_j^m, x_j^m) \quad j = 1, 2 \quad m = 0, N$$

la dinámica de los embalses puede ser descrita por la ecuación

$$x_j^{m+1} = x_j^m + y_j^m - u_j^m \quad j = 1, 2 \quad m = 0, N$$

Donde u_j^m, x_j^m y y_j^m , son respectivamente el agua turbinada, el agua almacenada, y la afluencia incremental al embalse j en el período m .

Las capacidades de los embalses están limitadas por:

$$\underline{x}_j \leq x_j^m \leq \bar{x}_j \quad j = 1, 2 \quad m = 0, N$$

Así como el agua que puede ser turbinada por:

$$\underline{u}_j \leq u_j^m \leq \bar{u}_j \quad j = 1, 2 \quad m = 0, N$$

Siendo que $\underline{x}_j, \bar{x}_j$, son los límites mínimos y máximos del agua almacenada y de la misma manera $\underline{u}_j, \bar{u}_j$ están definidos para el agua turbinada.

El estado inicial x_j^0 de los embalses se supone conocido. Utilizando la función $\phi(.,.)$ es posible transformar la ecuación a balances de energía, así tendremos:

$$x_j^{m+1} = x_j^m + y_j^m - h_j^m$$

$$\underline{h}_j \leq h_j \leq \bar{h}_j \quad j = 1, 2 \quad m = 0, N$$

$$\underline{x}_j \leq x_j^m \leq \bar{x}_j \quad j = 1, 2 \quad m = 0, N$$

Donde debe entenderse que y_j^m, x_j^m y h_j^m son respectivamente la energía almacenada en los embalses y la energía turbinada, en el período de tiempo m .

La función objetivo será:

$$\min \sum_{m=0}^N \theta(d_1^m, d_2^m) + \sum_{i=1}^2 \lambda(x_i^N)$$

Donde $\theta(.,.)$ es el costo óptimo de producción térmica y $\lambda()$ es una función asociada al estado final del embalse.

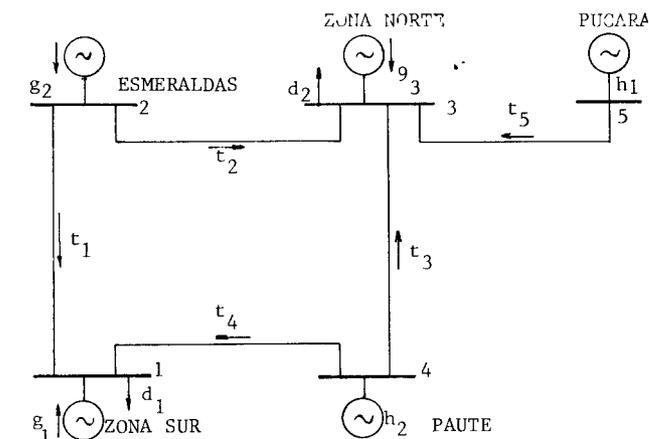


Fig.1 Configuración del Sistema Eléctrico de Potencia Ecuatoriano para el año 1985

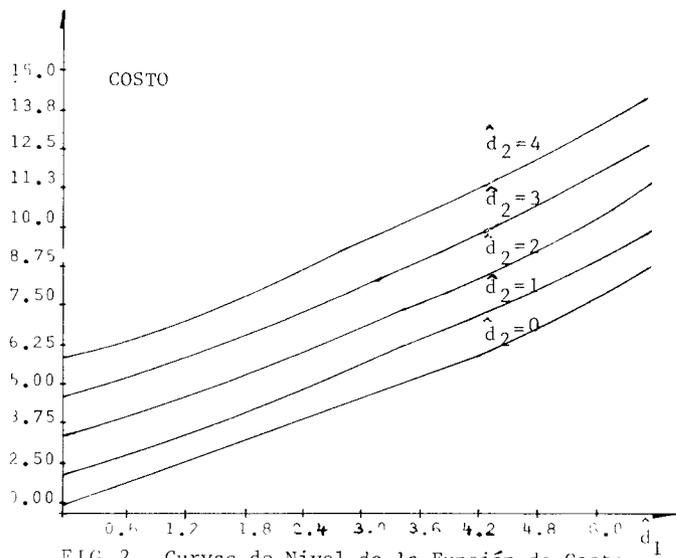


FIG. 2. Curvas de Nivel de la Función de Costo Óptima.

3. METODO DE RESOLUCION

Subproblema termoeléctrico.

El subproblema caracterizado por las ecuaciones (1) a (6) es un problema que puede ser resuelto por Programación Cuadrática. El algoritmo empleado para resolver este problema fue el de Lemke. (Apéndice A). Tomando como parámetros los mercados marginales \hat{d}_1 y \hat{d}_2 , es entonces construida la función $\theta(\hat{d}_1, \hat{d}_2)$ que será empleada luego en el subproblema hidroeléctrico.

Subproblema hidroeléctrico.

Este subproblema puede considerarse como un problema de control óptimo en donde las variables de estado son los almacenamientos en los reservorios y la variables de control son las descargas en los mismos.

Ya que se tiene dos reservorios, existen dos variables de estado, así como dos variables de control. El algoritmo empleado para resolver este subproblema fue el de Programación Dinámica por Aproximaciones Sucesivas. (Apéndice B).

4. EJEMPLO

Se ha considerado un ejemplo con dos plantas hidroeléctricas y tres plantas termoeléctricas en un período de 10 etapas.

4.1 Sistema Térmico.

Los costos adoptados de las plantas térmicas son:

$$\Psi_1 = 1.00g_1 + \frac{0.20}{2} g_1^2$$

$$\Psi_2 = 1.00g_2 + \frac{0.10}{2} g_2^2$$

$$\Psi_3 = 1.00g_3 + \frac{0.30}{2} g_3^2$$

Los límites asignados son:

$$0 \leq g_1 \leq 6, 0 \leq g_2 \leq 2, 0 \leq g_3 \leq 6$$

4.2 Sistema Hidroeléctrico.

Los límites en los almacenamientos, descargas y estados iniciales de los reservorios constan en la Tabla 1.

T A B L A 1

Datos de las Plantas Hidroeléctricas					
	x	\bar{x}	h	\bar{h}	x^0
1	0.00	10.00	0.00	3.00	4.00
2	0.00	10.00	0.00	4.00	4.00

Las afluencias a los reservorios se mantienen constantes durante todas las etapas en $y_1^m = 2.00$ y $y_2^m = 3.00$, $m = 1, 10$.

4.3 Demanda de Carga.

Los valores de la demanda para los mercados considerados constan en la Tabla 2.

T A B L A 2

Datos de Demanda de Carga									
Etapas	1	2	3	4	5	6	7	8	9
d_2	4.00	5.00	4.00	3.00	5.00	5.00	4.00	6.00	6.00
d_1	5.00	5.00	4.00	6.00	6.00	5.00	6.00	6.00	5.00

4.4 Sistema de Transmisión.

Los límites adoptados en el Sistema de Transmisión son:

$$0 \leq t_1 \leq 1, 0 \leq t_2 \leq 1, 0 \leq t_3 \leq 2, 0 \leq t_4 \leq 2$$

4.5 Resultados.

La aplicación del método propuesto considera una trayectoria y política iniciales las cuales constan en la Tabla 3.

T A B L A 3

Trayectoria y Políticas Iniciales										
Etapas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_1^m	4.	4.	4.	4.	4.	4.	4.	4.	4.	4.
h_1^m	2.	2.	2.	2.	2.	2.	2.	2.	2.	2.
x_2^m	4.	4.	4.	4.	4.	4.	4.	4.	4.	4.
h_2^m	3.	3.	3.	3.	3.	3.	3.	3.	3.	3.

Por otro lado el subproblema térmico fue resuelto tomando como parámetros los mercados marginales \hat{d}_1 y \hat{d}_2 lo que permitió construir una función de costo óptima. Las curvas de nivel para esta función constan en la Fig. 2. Las trayectorias para los reservorios y las políticas óptimas asociadas están ilustradas en las Figs. 3 y 4 y Tabla 4.

La generación térmica total y la generación para cada una de las centrales, así como también la energía transmitida constan en la Tabla 5.

T A B L A 4

Trayectoria y políticas óptimas										
Etapas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_1	4.	4.	4.	6.	7.	6.	6.	6.	5.	4.
x_2	4.	5.	5.	7.	7.	6.	6.	6.	5.	4.
h_1	2.	2.	0.	1.	3.	2.	2.	3.	3.	
h_2	2.	3.	1.	3.	4.	3.	3.	4.	4.	

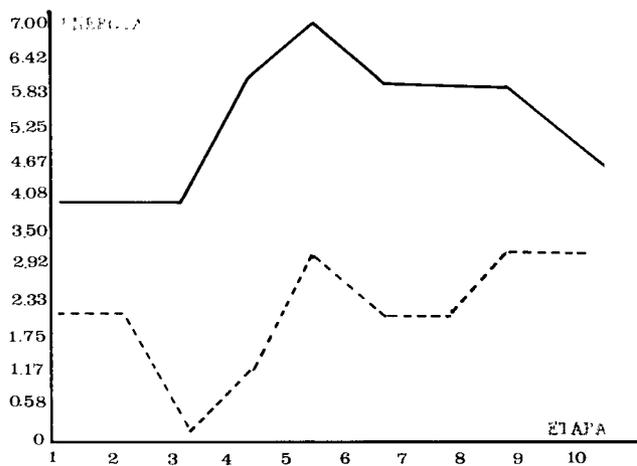


FIG. 3. TRAYECTORIA OPTIMA Y POLITICA OPTIMA PARA EL RESERVORIO 1. PARA 9 ETAPAS.

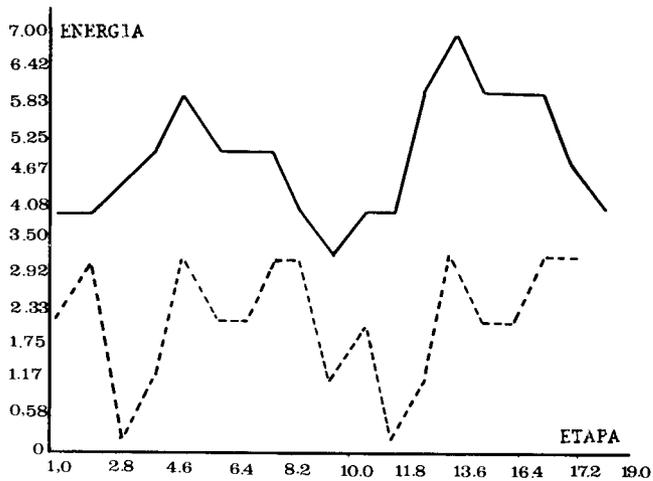


FIG. 5. TRAYECTORIA OPTIMA Y POLITICA OPTIMA PARA EL RESERVORIO 1. 19 ETAPAS.

T A B L A 5

Generación Térmica y Transmisión

Etapa	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$u_1 + u_2 + u_3$	5	5	7	5	4	5	5	5	4
g_1	2.73	2.73	3.82	2.73	2.18	2.73	2.73	2.73	2.18
g_2	1.36	1.36	1.91	1.36	1.09	1.36	1.36	1.36	1.09
g_3	0.31	0.91	1.27	0.91	0.73	0.91	0.91	0.91	0.73
t_1	0.38	0.40	0.91	0.88	0.57	0.50	0.88	0.50	0.82
t_2	0.48	0.87	1.00	0.49	0.59	0.87	0.48	0.87	0.27
t_3	1.61	0.22	0.73	1.61	0.68	0.22	1.61	0.22	2.00
\hat{d}_1	2.	3.	4.	2.	2.	3.	2.	3.	3.
\hat{d}_2	3.	2.	3.	3.	2.	2.	3.	2.	1.

Considerando un mayor número de etapas 18 etapas en vez de 9, tomando las mismas afluencias y demandas se obtienen los resultados que se ilustran en las Figs. 5 y 6. El tiempo de CPU es del orden de 7 seg. para este caso.

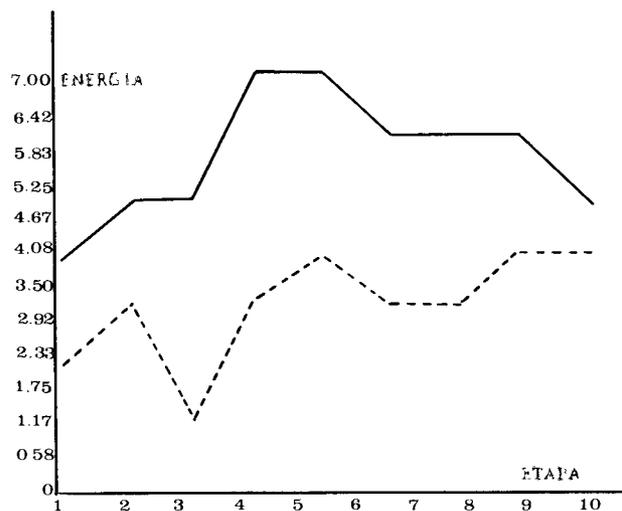


FIG. 4. TRAYECTORIA OPTIMA Y POLITICA OPTIMA PARA EL RESERVORIO 2. PARA 9 ETAPAS.

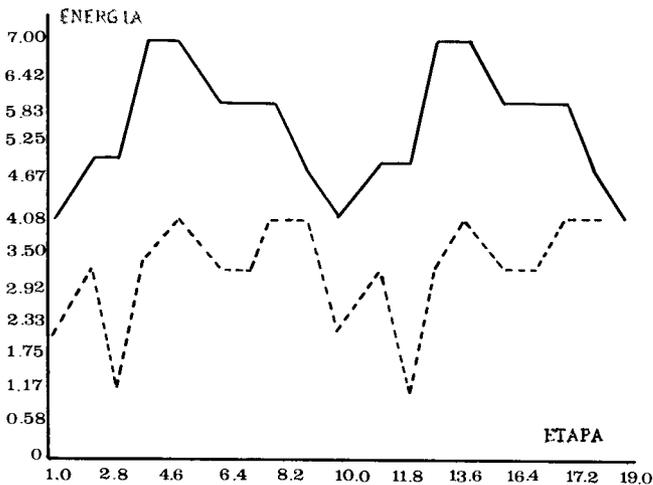


FIG. 6. TRAYECTORIA OPTIMA Y POLITICA OPTIMA PARA EL RESERVORIO 2. 19 ETAPAS.

5. CONCLUSIONES

El método propuesto en este informe da una formulación que lleva en cuenta tanto la transmisión, la generación térmica y la generación hidráulica.

El método usado requiere un tiempo de computación muy pequeño.

Además, otras características de un sistema real pueden ser incorporadas sin mayor problema. Por ejemplo se pueden considerar las afluencias como una variable estocástica. A pesar que el método está desarrollado a partir de una topología determinada de la red esta puede ser cambiada sin dificultad.

6. REFERENCIAS

- [1] F. Lecaros, "Informe Interno", INECEL.
- [2] S. Soares, C. Lyra, H. Tavares, "Optimal Generation Scheduling of Hydrothermal Power Systems", IEEE, Pas-99, N° 3 May/June 1980.
- [3] R. Pronovost, J. Boulva, "Long Range Operation Planning of Hydro-Thermal System Modelling and optimization", Hydro Quebec.
- [4] N. Arranitidis, J. Rosing, "Composite Representation of a Multireservoir Hydroelectric Power System", IEEE Pas-89 N° 2 February 1970.
- [5] M. Bazaraa, "Non Linear Programming" J. Wiley.
- [6] R. Larson, J. Korsak, "A. Dynamic Programming Successive Approximations Technique with Convergence Proofs", Automatica Vol. 6 pp 245-252.

LISTA DE SIMBOLOS

- m = Índice del tiempo.
- i = Índice de las plantas termoeléctricas.
- j = Índice de las plantas hidroeléctricas.
- 9 = Energía generada termoeléctrica.
- \bar{q}, \underline{q} = Límites superior e inferior de la energía termoeléctrica generada.
- Ψ = Costo de operación de la energía termoeléctrica generada.
- h = Energía hidroeléctrica generada.
- \bar{h}, \underline{h} = Límites superior e inferior de la energía hidroeléctrica generada.
- t = Energía transmitida por las líneas de transmisión.
- \bar{t}, \underline{t} = Límites superior e inferior de la energía transmitida.
- d_i = Demanda.
- d_i^* = Demanda marginal.
- x = Energía almacenada en los embalses.
- \bar{x}, \underline{x} = Límites superior e inferior de la energía almacenada.
- u = Turbinamiento de agua en los embalses.
- \bar{u}, \underline{u} = Límites superior e inferior de los turbinamientos.
- y = Energía afluente incremental a los embalses.
- ϕ = Función de generación hidroeléctrica.
- θ = Función de costo óptima de producción termoeléctrica.
- Λ = Función terminal de los embalses.

7 APENDICE A

PROGRAMACION CUADRATICA

La programación cuadrática representa un caso especial de la programación no lineal, en la cual la función objetivo es cuadrática y las restricciones son lineales. Se demuestra que las condiciones de Kuhn-Tucker de un problema de programación cuadrática reducen el problema a uno de complementación lineal.

De esta manera el algoritmo de pivoteamiento complementario puede ser utilizado para resolver el problema cuadrático.

Se considera el siguiente problema de programación cuadrática:

$$\text{Minimizar } \langle c, x \rangle + \frac{1}{2} \langle x^T H, x \rangle$$

$$\text{sujeto a } \begin{matrix} Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{matrix}$$

$c \in \mathbb{R}^n$, $b \in \mathbb{R}^m$, $A_{m \times n}$, $H_{n \times n}$ una matriz simétrica sean los vectores de los multiplicadores de Lagrange para las restricciones $Ax \leq b$ y $x \geq 0$, μ y ν respectivamente y sea y el vector de variables de holgura. Las condiciones de Kuhn Tucker pueden ser escritas como:

$$\begin{aligned} Ax + y &= b \\ -Hx - A^T \mu + \nu &= c \\ \langle x, \nu \rangle &= 0 \quad ; \quad \langle \mu, y \rangle = 0 \\ x, y, \mu, \nu &\geq 0 \end{aligned}$$

Sean además:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & -A \\ A^T & H \end{bmatrix}; \quad q = \begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix}; \quad w = \begin{bmatrix} y \\ \nu \end{bmatrix}, \quad z = \begin{bmatrix} \mu \\ x \end{bmatrix}$$

Las condiciones de Kuhn Tucker pueden ser escritas como un problema de complementación lineal.

$$w - Mz = q; \langle w, z \rangle = 0 \quad ; \quad w, z \geq 0 \quad (1)$$

Así el algoritmo de pivoteamiento complementario puede ser usado para encontrar el punto de Kuhn Tucker del problema de programación cuadrática.

El algoritmo de pivoteamiento complementario de Lemke es el siguiente:

Paso Inicial

Si $q \geq 0$, pare; $(w, z) = (q, 0)$ es una solución complementaria básica viable. Sea $-q_s = \max\{-q_i \mid 1 \leq i \leq p\}$ pivotee en la fila s y en la columna z_0 . Así las variables básicas z_0 y w_j para $j = 1, p$ y $j \neq s$ son no negativas. Sea $y_s = \frac{1}{2} q_s$ y vaya al paso principal.

Paso Principal

1. Sea d_s la columna en el Tableau bajo la variable y_s si $d_s \leq 0$ ir al paso 4.

Si $d_s > 0$ determine el índice r con el siguiente teste, \bar{q} es la columna sin modificar en el lado derecho con los valores de las variables básicas:

$$\frac{\bar{q}_r}{d_{rs}} = \min \left\{ \frac{\bar{q}_i}{d_{is}} : d_{is} > 0 \right\}$$

$$1 \leq i \leq p$$

Si la variable básica en la fila r es z_0 ir al paso 3 sino ir al paso 2.

2. La variable básica en la fila r es w_ℓ o z_ℓ para algún $\ell \neq s$. La variable y_s entra en la base y el tableau es modificado pivoteando en la fila r y en la columna y_s . Si la variable que deja la base es w_ℓ , entonces hacer $y_s = z_\ell$, y si la variable que deja la base es z_ℓ entonces hacer $y_s = w_\ell$. Ir al paso 1.

3. Aquí y_s entra en la base y z_0 deja la base. Pivotear en la columna y_s y en la fila z_0 . Se produce una solución básica factible. Pare.

4. Parar con la solución siendo un rayo. Un rayo $R = \{(w, z, z_0) + \lambda d : \lambda \geq 0\}$ es encontrado tal que todo punto en R satisface (1). Aquí (w, z, z_0) es la solución básica complementaria viable asociada con el último tableau y d es una dirección extrema del conjunto definido por (1) y tiene un 1 en la fila correspondiente a y_s , $-d_s$ en las filas de las variables básicas y cero en los otros lugares.

8 APENDICE B

PROGRAMACION DINAMICA POR APROXIMACIONES SUCESTIVAS

El problema que la técnica de la P.D. va a resolver puede ser planteado como un problema de control óptimo determinístico en donde, dados:

a. Un sistema descrito por ecuaciones no lineales de la forma:

$$\dot{x}^{k+1} = g(x^k, \mu^k, k) \quad (1)$$

Donde:

- x = vector de estado, $x \in \mathbb{R}^n$
- μ = vector de control $\mu \in \mathbb{R}^n$
- k = índice para la variable de etapa
- g = función n-dimensional

b. Un criterio de performance

$$J = \sum_0^K \ell(x^k, \mu^k, k) \quad (2)$$

Donde:

- J = costo total
- ℓ = costo de una etapa

c. Restricciones

$$\begin{aligned} x &\in X(k) & (3) \\ \mu &\in U(x, k) & (4) \end{aligned}$$

Donde: $X(k)$ = conjunto de estados admisibles en la etapa k . $U(x,k)$ = conjunto de controles admisibles al estado x en la etapa k .

d. Un estado inicial:

$$x^0 = c \quad (5)$$

se debe encontrar una secuencia de controles μ^0, \dots, μ^k tal que J es minimizado sujeto a (1), (3), (4), y (5).

Para resolver este problema la P.D. utiliza una ecuación iterativa que determina el control óptimo para cada estado admisible en cada etapa. Para esto se define la ecuación:

$$I(x,k) = \min_{\mu^j} \sum_{k^j}^K \ell(x^j, \mu^j, j)$$

$$j = k, \dots, K$$

usando el principio de optimalidad de Bellman esta ecuación puede ser escrita como:

$$I(x,k) = \min_{\mu} \{ \ell(x, \mu, k) + I(x, \mu, k, k+1) \}$$

De esta manera la optimización para una secuencia de controles es reducida a la optimización para un solo vector.

Uno de los problemas mayores para la utilización de la P.D. es su excesivo requerimiento de almacenamiento y tiempo de computación a medida que la dimensión del vector de estado aumenta. Una de las técnicas empleadas para reducir este problema es la técnica de las aproximaciones sucesivas.

Un sumario de la técnica es dado a continuación

Paso 1. Encontrar una secuencia de estados y controles admisibles

$$\{ \mu^k \}_0^{k-1}, \{ x^k \}_0^k$$

Paso 2. Seleccionar un componente i del vector de estado.

Todas las otras componentes x_j^k ; $j \neq i$; $k=0, \dots, K$; son constantes y asumen los valores de la secuencia del Paso 1.

Minimizar J sobre todos los x_i^k , $k=0, \dots, K$ usando la técnica usual de P.D.

Paso 3. Seleccionar otra componente, ir al paso 2. El proceso se detiene cuando no existe variaciones en la secuencia de estados o cuando no hay disminución en la función objetivo.

La solución del problema en el paso 2 tiene una única variable de estado; el vector de control por otro lado tiene n componentes, sin embargo la restricción para que los restantes $n-1$ estados permanezcan constantes implica que existan $n-1$ restricciones de igualdad en el vector de control, de tal manera que solo existe una única variable de control.