

SIMULACION DE CONTINGENCIAS
EN SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

GARZON, PATRICIO

RESUMEN

El presente trabajo proporciona un estudio de flujo de carga bajo la acción del retiro en forma secuencial de un elemento (línea o transformador) del sistema eléctrico de potencia original en una forma rápida y con una exactitud aceptable.

Los resultados obtenidos mediante este estudio permitirá tener una información oportuna del comportamiento del sistema bajo esta condición y cual o cuales elementos violan criterios previamente establecidos.

Con estos resultados se podrá prever en forma oportuna posibles soluciones tanto en la planificación cuanto en la operación del sistema eléctrico.

INTRODUCCION

El estudio de contingencias utilizando un algoritmo de flujo de carga normal, presupone de hecho un gasto elevado en tiempo de utilización de computadoras y de personal, por lo que se han sugerido nuevos planteamientos respecto a incrementar la velocidad de cálculo, tratando de mantener la exactitud de los resultados en márgenes técnicamente aceptables y la capacidad de memoria de las calculadoras digitales en valores similares o menores a los utilizados en flujos de carga.

Se ha planteado algoritmos entre los cuales se puede mencionar:

Análisis de contingencias haciendo uso de la matriz de impedancia, pero el tamaño del sistema se limitó por la matriz Z que requiere ser almacenada en la memoria de la computadora, ya que dicha matriz, no presenta características de porosidad.

En este trabajo se describe un flujo de carga en corriente alterna, aproximado, involucrado potencia activa y reactiva al cual se lo designa como "Flujo de Potencia Lineal e Iterativo" (FPLI).

A diferencia de otros métodos lineales el FPLI permite tener una buena aproximación de la no linealidad de las ecuaciones de flujo por lo que los resultados son más exactos.

El tiempo de ejecución que requiere el FPLI es reducido y por consiguiente es factible intentar este tipo de aplicaciones, además no requiere excesiva memoria en el computador.

ASPECTOS TEORICOS

El algoritmo de solución para el estudio de contingencias en SEP se basa en dos sistemas de ecuaciones lineales que contienen matrices reales y simétricas las cuales permanecerán constantes para el ciclo completo de solución, las mismas que serán resueltas

por medio del método de solución directa^{7,8}; entonces, cada matriz es triangulizada solamente una vez, y el efecto de contingencia es simulado sin cambio de matrices.

Las ecuaciones desacopladas de flujo de potencia serán:

$$P_k = V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^N V_m (G_{km} \cos \psi_{km} + B_{km} \sin \psi_{km}) \quad (1.a)$$

$$Q_k = -V_k^2 B_{kk} + V_k \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^N V_m (G_{km} \sin \psi_{km} - B_{km} \cos \psi_{km}) \quad (1.b)$$

donde:

ψ_{km} = ángulo de fase del voltaje a través de la rama K,m.

Y_{km} = Admitancia mutua entre las barras k,m.

Y_{kk} = Admitancia de Insidencia

V_k = Magnitud del voltaje en el nodo k.

θ_k = Ángulo de fase del voltaje en nodo k.

DESARROLLO DEL MODELO DE POTENCIA ACTIVA

La ecuación del sistema para resolver el flujo de potencia activa, puede ser desarrollada haciendo las siguientes consideraciones:

$$\sin \psi = \psi + \sin \cdot \psi - \psi \quad (2.a)$$

$$\cos \psi = 1 + \cos \cdot \psi - 1 \quad (2.b)$$

Estas sustituciones son realizadas en la ecuación (1.a.), teniéndose:

$$P_k = V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^N V_m \{ G_{km} (1 + \cos \psi_{km} - 1) + B_{km} (\sin \psi_{km} - \psi_{km}) \} + V_k \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^N V_m B_{km} \psi_{km} \quad (3)$$

La ecuación (3) puede ser escrita así:

$$V_k \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^N V_m B_{km} \psi_{km} = P_k - V_k^2 G_{kk} - V_k \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^N V_m G_{km} (\cos \psi_{km} - 1) + B_{km} (\sin \psi_{km} - \psi_{km}) \quad (4)$$

El lado izquierdo de la ecuación (4) puede ser arreglada en forma de un sistema de N ecuaciones lineales con N ángulos de fase de voltajes como variables, por tener la sustitución:

$$\psi_{km} = \theta_k - \theta_m \quad (5)$$

Con esta sustitución el lado izquierdo puede ser entonces escrito en notación matricial como $\{A\}\{\theta\}$. Donde $\{\theta\}$ es un vector de dimensión N, y $\{A\}$ una matriz de dimensión $N \times N$ con elementos a_{km} definidos como sigue:

$$a_{kk} = V_k \sum_{m \neq k}^N \frac{V_m B_{km}}{m \neq k} \quad (6.a)$$

$$a_{km} = -V_k V_m B_{km} \quad (6.b)$$

El lado derecho de la ecuación (4) puede ser desarrollado (y tomado el 1ro y 2do. términos) de las funciones seno y coseno en serie de Taylor así:

$$\text{Sen} \psi_{km} = \psi_{km} - \frac{\psi_{km}^3}{6} \quad (7.a)$$

$$\text{Cos} \psi_{km} = 1 - \frac{\psi_{km}^2}{2} \quad (7.b)$$

Con estas consideraciones el lado derecho de la ecuación (4) puede ser escrito en términos de nuevos símbolos $\{P'_k\}$ y $\{P''_k\}$ los cuales son definidos como sigue:

$$P'_k = P_k - V_k^2 G_{kk} - V_k \sum_{m \neq k}^N V_m G_{km} \quad (8.a)$$

$$P''_k = V_k \sum_{m \neq k}^N V_m \left(G_{km} \frac{\psi_{km}^2}{2} + B_{km} \frac{\psi_{km}^3}{6} \right) \quad (8.b)$$

El sistema completo de ecuaciones para la potencia activa puede ser escrito así:

$$\{A\} \{0\} = \{P'_k\} + \{P''_k\} \quad (9)$$

DESARROLLO DEL MODELO DE POTENCIA REACTIVA

Partiendo de la ecuación (1.b), el término B_{kk} contiene la parte imaginaria de la admitancia de los elementos por lo que se define las siguientes ecuaciones que serán consideradas cuando entre los nodos k, m se encuentra conectado un transformador³.

$$Y_{kk} = \sum_{m \neq k}^N \frac{1}{t_{km}} - t_{km} Y_{km} \quad (9.a)$$

$$Y_{mm} = \sum_{k \neq m}^N \frac{1}{t_{km}} - \frac{1}{t_{km}} Y_{km} \quad (9.b)$$

Con lo cual, el término B_{kk} puede ser escrito como sigue:

$$B_{kk} = \sum_{m \neq k}^N (-t_{km} B_{km} + B_{ykm}) + B_{ck} \quad (10)$$

donde:

B_{km} = Suceptancia de transferencia de la rama km

t_{km} = Relación de taps (t_k/t_m) cuando entre los nodos k, m está un transformador - (Cuando entre los nodos k, m existe una línea, $t_{km} = 1.0$)

B_{ykm} = Suceptancia capacitiva de la rama local k del equivalente PI de la línea de transmisión entre los nodos k, m .

B_{ck} = Suceptancia total del capacitor o reactor shunt conectado a la barra k (reactor shunt con signo negativo).

Haciendo las sustituciones de (7.b) y (10) en la ecuación (1.b) se tiene:

$$Q_k = V_k^2 \sum_{m \neq k}^N (t_{km} B_{km} - B_{ykm}) - V_k^2 B_{ck} - V_k \sum_{m \neq k}^N V_m B_{km}$$

$$+ V_k \sum_{m \neq k}^N V_m \{G_{km} \text{Sen} \psi_{km} - B_{km} (\text{Cos} \psi_{km} - 1)\} \quad (11)$$

dividiendo la ecuación (11) para V_k ; ésta puede ser reescrita:

$$\sum_{m \neq k}^N (V_k t_{km} B_{km} - V_m B_{km}) = \frac{Q_k}{V_k} + \{V_k \sum_{m \neq k}^N (B_{ykm}) + B_{ck}\} - \sum_{m \neq k}^N V_m \{G_{km} \text{Sen} \psi_{km} - B_{km} (\text{Cos} \psi_{km} - 1)\} \quad (12)$$

Definiendo como nodo PQ (barra de carga) como un nodo donde P y Q son establecidos, y nodo PV (barra de voltaje controlado) donde P y V son establecidos, la ecuación (12) es reducida al incluir solamente los nodos PQ.

El número de nodos PQ en un sistema es N' , por lo que la ecuación (12) puede ser reescrita para los N' tipo de nodos por transferencia de términos que incluyen los nodos PV para el lado derecho.

$$V_k \sum_{m \neq k}^N t_{km} B_{km} - \sum_{m \in \eta_k} V_m B_{km} = \frac{Q_k}{V_k} + V_k \left\{ \sum_{m \neq k}^N (B_{ykm}) + B_{ck} \right\} - \sum_{m \neq k}^N V_m G_{km} \text{Sen} \psi_{km} - B_{km} (\text{Cos} \psi_{km} - 1) \sum_{m \in U_k} V_m B_{km} \quad (13)$$

donde los nuevos términos son definidos como sigue:

η_k = Sistema de ramas entre k y nodos PQ
 U_k = Sistema de ramas entre k y nodos PV

El lado izquierdo de la ecuación (13) puede ser escrito en forma matricial como $\{C\}\{V\}$ donde $\{V\}$ es un vector de dimensión N' que contienen las magnitudes de voltajes de barras; $\{C\}$ es una matriz de dimensión $N' \times N'$ con elementos C_{km} definidos así:

$$C_{kk} = \sum_{m \neq k}^N t_{km} B_{km} \quad (14.a)$$

$$C_{km} = -B_{km} \quad \text{para } m \in \eta_k \quad (14.b)$$

Las sustituciones de las funciones seno y coseno en términos indicados por la ecuación (2) son reemplazadas en el lado derecho de la ecuación (13) por lo que, puede ser escrito en términos de los nuevos símbolos Q'_k y Q''_k los cuales se definen así:

$$Q'_k = \frac{Q_k}{V_k} + V_k \left\{ \sum_{m \neq k}^N (B_{ykm}) + B_{ck} \right\} + \sum_{m \in U_k} V_m B_{km} \quad (15.a)$$

$$Q''_k = - \sum_{m \neq k}^N V_m \left\{ G_{km} \left(\psi_{km} - \frac{\psi_{km}^3}{6} \right) + B_{km} \frac{\psi_{km}^2}{2} \right\} \quad (15.b)$$

El sistema completo de ecuaciones para la potencia reactiva puede ser escrito como sigue

$$\{C\}\{V\} + \{Q'\} + \{Q''\} \quad (16)$$

SIMULACION DE CONTINGENCIAS (2,4)

Al ser retirada una línea del sistema, la matriz admitancia de barras Y sufre cuatro modificaciones (dos en los elementos de la ad-

mitancia de transferencia).

Las modificaciones que se debe realizar en los cuatro elementos de la matriz admitancia son:

$$\begin{aligned} Y'_{kk} &= Y_{kk} - Y_{km} \\ Y'_{mm} &= Y_{mm} - Y_{km} \\ Y'_{km} &= Y_{km} + Y_{km} \\ Y'_{mk} &= Y_{mk} + Y_{km} \end{aligned} \quad (17)$$

donde:

Y_{kk} = Elemento original de la matriz admitancia de barra
 Y'_{kk} = Elemento modificado
 Y_{km} = Admitancia de la línea a ser retirada.

Estos cuatro cambios pueden ser adoptados para la matriz {A}; los mismos que se definen como sigue:

$$\Delta a_{kk} = \Delta a_{mm} = -\Delta a_{km} = -\Delta a_{mk} = -V_k V_m B_{km} \quad (18)$$

El cambio en la matriz A puede ser expresada en forma matricial como:

$$\{A'\} = \{A\} + \Delta a_{km} \{M_A\} \{M_A\}^T \quad (19)$$

donde:

{MA} es un vector de dimensión N en el cual todos los elementos son ceros, excepto el elemento k el cual es +1 y el elemento m el cual es -1.

Para la simulación de contingencias, la ecuación (9) puede ser escrita como sigue:

$$\{ \{A\} + \Delta a_{km} \{M_A\} \{M_A\}^T \} \{ \theta \} + \{ \Delta \theta \} = \{ \{P'\} + \{P''\} \} \quad (20)$$

donde {Δθ} es el vector de la corrección del ángulo de fase que causa la contingencia.

Una similar ecuación puede ser escrita para la ecuación (16) para corrección del voltaje

$$\{ \{C\} + \Delta C_{km} \{MC\} \{MC\}^T \} \{ \{V\} + \{ \Delta V \} \} = \{ \{Q'\} + \{Q''\} \} \quad (21)$$

donde

ΔC_{km} es el cambio en el elemento km de {C} para la salida o retiro del elemento, {MC} es un vector de dimensión N' en el cual todos los elementos son ceros, excepto para el elemento k el cual es +1 y para el elemento m el cual es -1.

Realizando operaciones adecuadas sobre las ecuaciones (20) y (21) se tiene:

$$\{ \Delta \theta \} = - \left(\frac{1}{\Delta a_{km}} + \{MA\}^T \{A\}^{-1} \{MA\} \right)^{-1} \{A\}^{-1} \{MA\} \quad (22.a)$$

$$\{MA\}^T \{ \theta \} \quad (22.a)$$

$$\{ \Delta V \} = - \left(\frac{1}{\Delta C_{km}} + \{MA\}^T \{C\}^{-1} \{MC\} \right)^{-1} \{C\}^{-1} \{MC\} \{MC\}^T \{V\} \quad (22.b)$$

además,

$$\{MA\}^T \{ \theta \} = (\theta_k - \theta_m) \quad (23.a)$$

$$\{MC\}^T \{V\} = (V_k - V_m) \quad (23.b)$$

Para una notación conveniente, se definen dos nuevos vectores como sigue:

$$\{ZA\} = \{A\}^{-1} \{MA\} \quad (24.a)$$

$$\{ZC\} = \{C\}^{-1} \{MC\} \quad (24.b)$$

Realizando estas substituciones en las ecuaciones (22.a.) y (22.b) se tiene:

$$\{ \Delta \theta \} = - \left(\frac{1}{\Delta a_{km}} + Z A_k - Z A_m \right)^{-1} (\theta_k - \theta_m) \{ZA\} \quad (25.a)$$

$$\{ \Delta V \} = - \left(\frac{1}{\Delta C_{km}} + Z C_k - Z C_m \right)^{-1} (V_k - V_m) \{ZC\} \quad (25.b)$$

Los escalares $Z A_k$ y $Z A_m$ son elementos de {ZA}, así como los escalares $Z C_k$ y $Z C_m$ son elementos de {ZC}, θ_k y θ_m son elementos de {θ} solución de la ecuación (9) antes de producirse la contingencia, V_k y V_m son elementos de {V} solución de la ecuación (16) también antes de producirse la contingencia.

Las siguientes acotaciones son conveniente mencionarlos con respecto a la ecuación (22.b) para formar la ecuación (25.b) con respecto a la formación del vector MC.

- Solamente +1 es requerido para el elemento k del vector MC si la contingencia se produce en un elemento que esté conectado entre una barra PQ y una PV (o barra de referencia).
- La ecuación (25.b) no requiere ser resuelta si el elemento está conectado entre dos barras PV.

EJEMPLO DE APLICACION

- Como ejemplo se analizará el sistema descrito en la referencia (5), el mismo que se muestra en la Fig. 1; de este sistema se retirará la línea número 2 para su respectivo estudio.

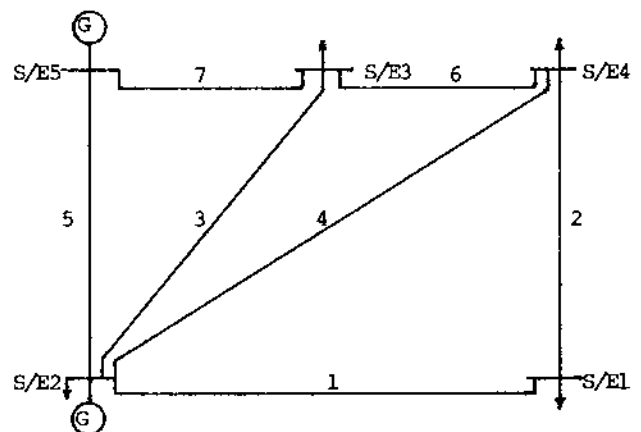


FIG. 1.

DATOS DE ELEMENTOS

N° DEL ELEMEN	NODO K	NODO M	IMPEDANCIA SERIE		ADMITANCIA SH/2
			R (PU)	X (PU)	B/2 (PU)
1	1	2	0.04	0.12	0.015
2	1	4	0.08	0.24	0.025
3	2	3	0.06	0.18	0.02
4	2	4	0.06	0.18	0.02
5	2	5	0.02	0.06	0.03
6	3	4	0.01	0.03	0.01
7	3	5	0.08	0.25	0.025

Potencia base = 100 (MVA)

CARACTERISTICAS DE BARRAS

N° DE BARRA	NOMBRE	TIPO DE BARRA	VMOD (PU)	ANG (GRD)	POTEN. GENER.		POTEN. GENER.	
					MW	MVAR	MW	MVAR
1	S/E1	PQ.	1.108	-6.2	0.	0.	60.	10.
2	S/E2	PQ.	1.048	-2.8	40.	30.	20.	10.
3	S/E3	PQ.	1.025	-5.	0.	0.	45.	15.
4	S/E4	PQ.	1.024	-5.3	0.	0.	40.	5.
5	S/E5	PQ.	1.06	0.	129.6	-8.6	0.	0.

* Criterios establecidos para el ejemplo:

$$0.95 \leq V_k \leq 1.04$$

Límite de estabilidad $\psi_{km} \leq 25^\circ$

Criterio de convergencia para módulo y ángulo de voltaje = 0.001

Máximo número de iteraciones para módulo y ángulo de voltaje = 5.

SOLUCION DEL PROBLEMA

Para una mejor comprensión, la solución se presenta en el diagrama unifilar, tanto para los resultados obtenidos haciendo uso del programa para flujos de carga a través del método de Newton Raphson (6) (existe en la EPN) como se indica en la Fig. 2; así como los obtenidos a través del programa digital realizado como se indica en la FIG.3.

A manera de complemento, se presentan tablas comparativas de los resultados y sus respectivas variaciones.

COMPARACION DE LOS VOLTAJES DE BARRA

BARRA	NEWTON	RAPHSON	SIMULACION		ΔV	$\Delta \theta$
	VMOD (PU)	ANG (GRD)	VMOD (PU)	ANG		
S/E1	1.009	-6.5	1.008	-6.46	0.001	0.04
S/E2	1.045	-2.8	1.044	-2.66	0.001	0.14
S/E3	1.022	-4.8	1.022	-4.67	0.0	0.13
S/E4	1.022	-5.1	1.021	-5.88	0.001	0.22
S/E5	1.06	0.0	1.06	0.0	0.0	0.0

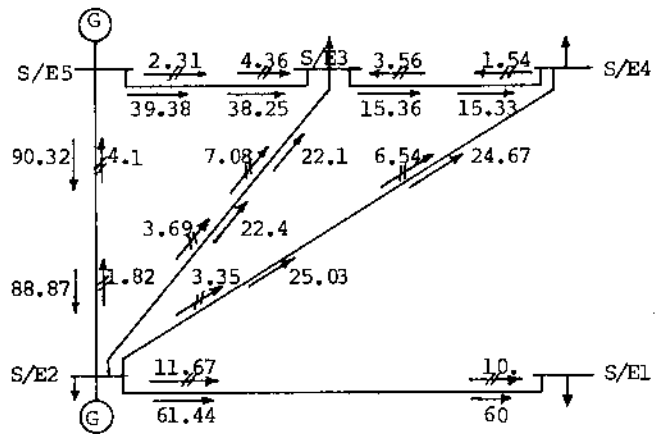


FIG. 2

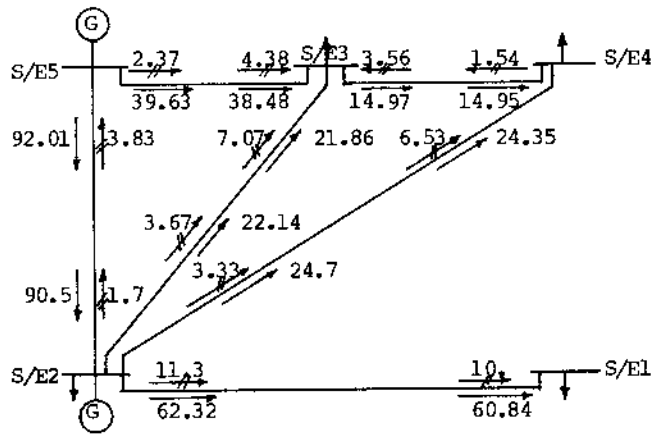


FIG. 4

- > Potencia Activa (MW)
- /———> Potencia Reactiva (MVAR)

CARACTERISTICAS DE SOLUCION
EJEMPLO - COMPUTADOR

- Número de Iteraciones realizadas:
 Ángulos de Voltaje = 1
 Módulos de voltaje = 2
- Tiempo de ejecución = 3.41 seg.
- Módulo del voltaje de la S/E2 mayor del establecido.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Al terminar el presente trabajo, se puede mencionar las siguientes conclusiones:

El algoritmo "Flujo de Potencia Lineal e Iterativo" (FPLI) en simulación de contingencias en estado estable, cumple con los requerimientos de velocidad de ejecución y aproximación del cálculo. El método desarrollado no requiere excesiva memoria en el computador y es rápido en su convergencia.

La aproximación de la solución y el número mínimo de iteraciones para llegar a la misma hace factible la aplicación de lo pro -

puesto en el presente trabajo.

Si el elemento a ser retirado está conectado entre dos nodos PV. (voltaje controlado) la solución de la magnitud de voltaje no es requerida, por lo que el tiempo de ejecución se reduce en forma considerable.

Debido a que la matriz admitancia de barras simétrica y porosa, el método presenta la ventaja mas importante de minimizar los requerimientos de memoria y obtención de valores de cada iteración en forma rápida haciendo uso de la triangulización de la matriz y método de solución directa, lo cual ha sido aplicado en el programa.

Si no hay convergencia en el Flujo de Carga la causa principal es insuficiencia de potencia reactiva, lo que no permite obtener voltajes con valores adecuados. El programa se podría complementar para que en estos casos involucre a subrutinas de ubicación de capacitores en barras, de tal manera de obtener convergencia e información de la necesidad de compensación en el sistema.

Aprovechando las facilidades que brindan los computadores digitales para realizar operaciones matemáticas y lógicas con gran rapidez, se ha previsto que el trabajo que debe efectuar el usuario para la utilización del programa sea pequeño, limitándose éste a la recopilación de datos y al cálculo de pocas constantes.

Obviamente en la elaboración del programa se ha encontrado ciertos tópicos que resultará interesante abordarlos como complemento del presente trabajo y que se realizarán a corto plazo.

- Implementación de una subrutina que detecte previamente el flujo de carga sin el elemento a ser retirado, si el sistema es único.
- Acoplar programa de optimización de ubicación de capacitores.
- Debido a que el programa contempla salida solo de líneas de transmisión, en adelante el programa puede implementarse con salida de generadores e introducir el programa como una subrutina dentro de un programa de Flujo de Carga.

REFERENCIAS.

1. Stagg and El-Abaid, "Automatic evaluation of power system performance. Effects of line and transformer outages", Trans. AIEE. PA & S, vol. 64, February/1963.
2. Peterson N.M., Tinney W.F., and Bree Jr. D.W., "Iterative linear a.c. power flow solution for fast approximate outage studies", IEEE. Trans. PA & S., vol. 91, September-October/1972, P.2048.
3. Garzón Avila Edgar P., "Programa digital para simulación de Contingencias en Sistemas Eléctricos de Potencia". Tesis de Grado. Escuela Politécnica Nacional.- Quito-Ecuador. 1981.
4. Brown H.E. "Solution of large networks by matrix methods", Itajubá, Minas Gerais, Brazil, September/1974.
5. Stagg and El-Abaid, "Computer Methods in Power Systems", Mc Graw Hill Book Com

pany, New York, 1968

6. Quizanga Aguirre Vicente E. "Desarrollo de un programa para el cálculo digital de flujo de potencia utilizando el método de Newton Raphson". Tesis de grado. Escuela Politécnica Nacional. Quito- Ecuador. 1975.
7. Tinney W.F. and Walker J.W., "Direct solution of sparse network equations by optimally ordered triangular factorization", Proc.IEEE. vol. 55, pp. 1801-1809, November/1967.
8. "Large sparse set of linear equations", - edited by Reid Academic Press, 1971.



GARZON, PATRICIO. Nació en Latacunga, el 28 de Mayo de 1958, obtuvo su Bachillerato en el Colegio Nacional "Vicente León" (1975). Estudios superiores en la Escuela Politécnica Nacional, Título de Ingeniero Eléctrico (1981). Actualmente colabora con la Empresa Eléctrica Ambato S.A. en el Departamento de Operación y Mantenimiento, Sección Distribución.