

APENDICE

DESARROLLO MATEMATICO DEL MODELO

GENERADOR-BARRA INFINITA

El desarrollo del diagrama de bloques representa la dinámica de un generador conectado a una barra infinita por medio de una impedancia externa.

Este desarrollo incluye los siguientes pasos:

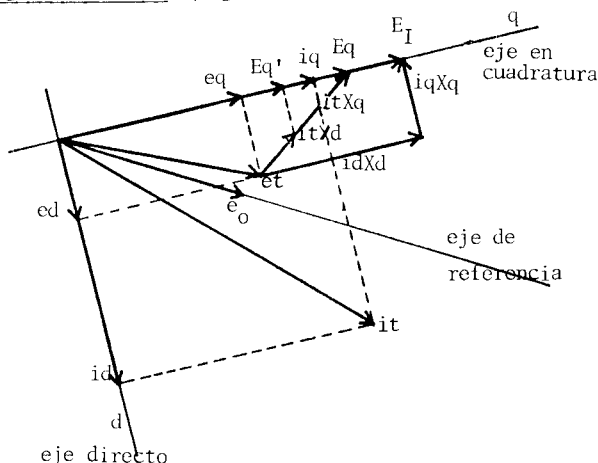
1. Determinar los efectos de las variables del generador δ y $E_{q'}$ sobre el torque y la potencia eléctrica.
2. Determinar los efectos de las variables δ y $E_{q'}$ del generador sobre el voltaje terminal del generador, etc.
3. Determinar los efectos del voltaje de salida de la excitatriz, E_{fd} , sobre $E_{q'}$.

Nomenclatura

La nomenclatura utilizada es la siguiente:

e_t	voltaje terminal del generador.
e_d, e_q	componentes de voltaje terminal en los ejes directo y en cuadratura.
i_d, i_q	componentes de corriente del generador en los ejes directo y en cuadratura.
i_{i_q}	voltaje interno de eje de cuadratura tras de X.
E_d	voltaje proporcional a los enlaces de flujo de eje directo.
E_{fd}	voltaje de campo del generador.
E_I	voltaje proporcional a la corriente de campo.
X_d, X_q	reactancias en eje directo y en cuadratura.
X_d'	reactancia transiente en eje directo.
T_{do}'	constante de tiempo transiente de eje directo en circuito abierto.
X_e	reactancia de la línea.
e_o	voltaje de la barra infinita.
δ	ángulo entre E y la barra infinita.
P_e	potencia eléctrica.
T_e	torque eléctrico.
E_{q_0}, E_{d_0}	voltajes internos en el punto operativo inicial.
i_{d_0}, i_{q_0}	componentes de corriente en el punto operativo inicial.

Diagrama Fasorial (Figura A.1)



Desarrollo

Primero consideraremos el caso de un generador conectado a una barra infinita por medio de una línea con impedancia reactiva, X_e (Figura 1).

Las relaciones utilizadas son las siguientes:

$$e_t^2 = e_d^2 + e_q^2 \tag{A.1}$$

$$e_d = X_q i_q \tag{A.2}$$

$$e_q = E_{q'} - X_d' i_d \tag{A.3}$$

$$E_q = E_{q'} + (X_q - X_d') i_d \tag{A.4}$$

$$P_e = E_q \cdot i_q \tag{A.5}$$

$$i_d = \frac{E_q - e_o \cos \delta}{X_e + X_q} \tag{A.6}$$

$$i_q = \frac{e_o \sin \delta}{X_e + X_q} \tag{A.7}$$

$$T_{do}' \frac{dE_{q'}}{dt} = E_{fd} - E_I \tag{A.8}$$

Desarrollando primero las ecuaciones para torque eléctrico, partiendo de la ecuación (A.5):

$$P_e = T_e \cdot \omega$$

Si $\omega = 1.0$ p.u., entonces:

$$P_e = T_e$$

$$T_e = E_q \cdot i_q \tag{A.9}$$

Resolviendo para pequeños cambios cerca del punto operativo en estado permanente:

$$T_e = T_{e_0} + \Delta T_e$$

El cambio en T_e cerca de un punto operativo se obtiene de (A.9):

$$\Delta T_e = E_{q_0} \Delta i_q + i_{q_0} \Delta E_q \tag{A.10}$$

Usando para E_q la ecuación (A.4) y reemplazando el valor de i_d dado en (A.6) tenemos:

$$E_q = E_{q'} + (X_q - X_d') \frac{E_q - e_o \cos \delta}{X_e + X_q}$$

reagrupando términos:

$$E_q = \frac{(X_e + X_q)}{(X_e + X_d')} E_{q'} - \frac{(X_q - X_d')}{(X_e + X_d')} e_o \cos \delta \tag{A.11}$$

$$\Delta E_q = \frac{(X_e + X_q)}{(X_e + X_d')} \Delta E_{q'} + \frac{(X_q - X_d')}{(X_e + X_d')} e_o \sin \delta \Delta \delta \tag{A.12}$$

Utilizando la ecuación (A.6), se tiene que:

$$\Delta i_q = \frac{e_o \cos \delta}{X_e + X_q} \Delta \delta \tag{A.13}$$

Sustituyendo las ecuaciones A.13 y A.12 en la ecuación A.10, tenemos:

$$\Delta T_e = E_{q_0} \frac{e_o \cos \delta}{X_e + X_q} \Delta \delta + i_{q_0} \left\{ \frac{(X_e + X_q)}{(X_e + X_d')} \Delta E_{q'} + \frac{(X_q - X_d')}{(X_e + X_d')} e_o \sin \delta \Delta \delta \right\}$$

$$\Delta T_c = \{ i_{q_0} \frac{e_0 \cos \delta_0}{X_e + X_q} \Delta \delta + \frac{(X_q - X_d')}{(X_e + X_d')} e_0 \sin \delta_0 \Delta \delta i_{q_0} \} +$$

$$+ i_{q_0} \frac{(X_e + X_q)}{(X_e + X_d')} \Delta E_{q'}$$

$$\Delta T_e = \{ E_{q_0} \frac{e_0 \cos \delta_0}{X_e + X_q} + \frac{(X_q - X_d')}{(X_e + X_d')} e_0 \sin \delta_0 i_{q_0} \} \Delta \delta +$$

$$+ \frac{e_0 \sin \delta_0}{(X_e + X_d')} \Delta E_{q'}$$

$$\Delta T_e = \kappa_1 \Delta \delta + \kappa_2 \Delta E_{q'} \quad (A.14)$$

con κ_1 y κ_2 definidos en las ecuaciones (A.27) y (A.28) al final del apéndice.

Para condiciones operativas de régimen permanente, el torque mecánico es igual al torque eléctrico y el generador opera a velocidad constante. Sin embargo, en un estado transiente la diferencia entre torque mecánico y eléctrico acelera la inercia del rotor.

$$\Delta T_m - \Delta T_e = \frac{M}{377} \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} \quad (A.15)$$

en términos del operador de Laplace, s , esto puede ser escrito como:

$$\Delta T_m - \Delta T_e = \frac{M}{377} s^2 \Delta \delta \quad (A.16)$$

$$\Delta \delta = \frac{377}{Ms^2} \{ \Delta T_m - \Delta T_e \} \quad (A.17)$$

Las ecuaciones (A.17) y (A.14) pueden ser puestas en diagramas de bloques como se muestra en la Figura A.2.

El efecto de amortiguamiento del sistema, D puede ser incluido restando un torque eléctrico igual a D como se muestra en la Figura A.2.

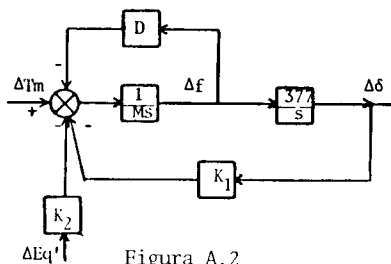


Figura A.2

Ahora consideraremos los efectos de δ y $E_{q'}$ sobre el voltaje terminal e_t , de la ecuación (A.1) la ecuación para Δe_t puede ser derivada de la siguiente manera:

$$e_t^2 = e_d^2 + e_q^2$$

$$2 e_t \Delta e_t = 2 e_{d_0} \Delta e_d + 2 e_{q_0} \Delta e_q, \quad \delta$$

$$\Delta e_t = \frac{e_{d_0}}{e_{t_0}} \Delta e_d + \frac{e_{q_0}}{e_{t_0}} \Delta e_q \quad (A.18)$$

Reemplazando en e_d la ecuación de i_q , se tiene:

$$e_d = \frac{X_q e_0 \sin \delta}{X_e + X_q}, \quad \text{entonces:}$$

$$\Delta e_d = \frac{X_q e_0 \cos \delta}{X_e + X_q} \Delta \delta \quad (A.19)$$

De las ecuaciones A.3, A.6, A.11 obtenemos la ecuación e_q :

$$e_q = E_{q'} - X_d' \left\{ \frac{E_q - e_0 \cos \delta}{X_e + X_q} \right\}$$

$$e_q = E_{q'} - X_d' \left\{ \frac{(X_e + X_q)}{(X_e + X_d')} E_{q'} - \frac{X_q - X_d'}{(X_e + X_d')} e_0 \cos \delta \right\}$$

$$- \frac{e_0 \cos \delta}{X_e + X_q} \}$$

$$e_q = \frac{X_e}{X_e + X_d'} E_{q'} + \frac{X_d'}{X_e + X_d'} e_0 \cos \delta \quad (A.20)$$

por consiguiente:

$$\Delta e_q = \frac{X_e}{X_e + X_d'} \Delta E_{q'} - \frac{X_d'}{X_e + X_d'} e_0 \sin \delta_0 \Delta \delta \quad (A.21)$$

Utilizando las ecuaciones A.19 y A.20 en la ecuación A.18, obtenemos:

$$\Delta e_t = \frac{e_{d_0}}{e_{t_0}} \frac{X_q e_0 \cos \delta_0 \Delta \delta}{(X_e + X_q)} + \frac{e_{q_0}}{e_{t_0}} \left\{ \frac{X_e}{X_e + X_d'} \Delta E_{q'} - \frac{X_d'}{X_e + X_d'} e_0 \sin \delta_0 \Delta \delta \right\}$$

Reordenando términos:

$$\Delta e_t = \left\{ \frac{X_q}{X_e + X_q} \frac{e_0 e_{d_0}}{e_{t_0}} \cos \delta_0 - \frac{e_0 e_{q_0} X_d' \sin \delta_0}{e_{t_0} (X_e + X_d')} \right\} \Delta \delta +$$

$$+ \frac{X_e}{X_e + X_d'} \frac{e_{q_0}}{e_{t_0}} \Delta E_{q'} \quad (A.22)$$

$$\delta \Delta e_t = \kappa_5 \Delta \delta + \kappa_6 \Delta E_{q'} \quad (A.23)$$

con κ_5 y κ_6 definidos en (A.31) y (A.32) al final del apéndice.

Añadiendo los bloques para mostrar la dependencia de e_t sobre δ y $E_{q'}$ al diagrama de la Figura A.2, se obtiene la Figura A.3.

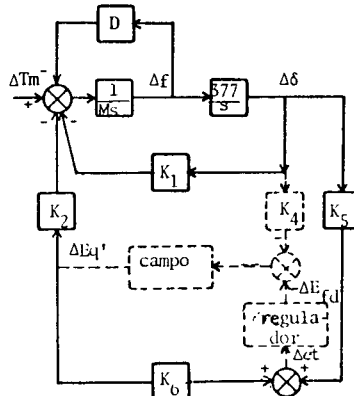


Figura A.3

Para completar el diagrama de bloques del modelo del generador, es necesario determinar la relación entre el voltaje de la excitatriz, E_{fd} , y el voltaje $E_{q'}$.

En el caso de un generador sin carga (generador en circuito abierto) la ecuación es:

$$T_{do}' \frac{dEq'}{dt} + Eq' = E_{fd} \quad (A.24)$$

Si añadimos el efecto de la corriente del generador obtenemos la siguiente relación:

$$T_{do}' \frac{dEq'}{dt} + Eq' = E_{fd} - (X_d - X_d') id \quad (A.25)$$

Reemplazando (A.11) en (A.6), tenemos:

$$id = \frac{(-\frac{X_e + X_q}{X_e + X_d'} Eq' - \frac{(X_q - X_d')}{X_e + X_d'} e_o \cos \delta) - e_o \cos \delta}{X_e + X_q}$$

simplificando:

$$id = \frac{Eq'}{(X_e + X_d')} - \frac{e_o \cos \delta}{(X_e + X_d')}$$

Combinando términos y simplificando, la ecuación A.25 queda:

$$\frac{X_e + X_d'}{X_e + X_d} T_{do}' \frac{dEq'}{dt} + Eq' = \frac{X_e + X_d'}{X_e + X_d} E_{fd} + \frac{X_d - X_d'}{X_e + X_d} e_o \cos \delta$$

Si usamos la variable de Laplace S, la ecuación resultante queda:

$$(\kappa_3 T_{do}' S + 1) \Delta Eq' = \kappa_3 E_{fd} + \frac{X_d - X_d'}{X_e + X_d} e_o \cos \delta$$

donde κ_3 se define en la ecuación (A.29) al final del apéndice.

Considerando pequeños cambios cerca del punto operativo:

$$(\kappa_3 T_{do}' S + 1) Eq' = \kappa_3 \Delta E_{fd} - \frac{X_d X_d'}{X_e X_d} e_o \sin \delta_o \Delta \delta$$

$$\text{entonces: } \Delta Eq' = \frac{\kappa_3}{(1 + \kappa_3 T_{do}' S)} (\Delta E_{fd} - \kappa_4 \Delta \delta) \quad (A.26)$$

donde κ_4 se define en la ecuación (A.30) al final del apéndice.

Las ecuaciones del campo del generador pueden ser representadas por el siguiente diagrama de bloques:

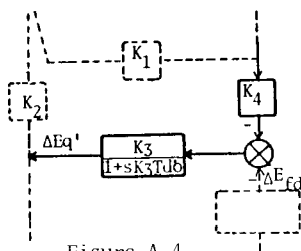


Figura A.4

La constante κ_4 toma en consideración el efecto de demagnetización del ángulo del rotor δ .

El diagrama completo de bloques que representa la dinámica del generador se muestra en la Figura

Las ecuaciones de las constantes κ_1 y κ_6 con:

$$\kappa_1 = \frac{Eq_o e_o \cos \delta_o}{(X_e + X_q)} + \frac{(X_q - X_d')}{(X_e + X_d')} e_o i_{q_o} \sin \delta_o \quad (A.27)$$

$$\kappa_2 = \frac{e_o \sin \delta_o}{X_e + X_d'} \quad (A.28)$$

$$\kappa_3 = \frac{X_e + X_d'}{X_e + X_d} \quad (A.29)$$

$$\kappa_4 = \frac{X_d - X_d'}{X_e + X_d} e_o \sin \delta_o \quad (A.30)$$

$$\kappa_5 = \frac{X_q}{X_e + X_q} \frac{e_o e_d}{e t_o} \cos \delta_o - \frac{X_d'}{X_e + X_d'} \frac{e_o e_q}{e t_o} \sin \delta_o \quad (A.31)$$

$$\kappa_6 = \frac{X_e}{X_e + X_d'} \frac{e q_o}{e t_o} \quad (A.32)$$

Datos de los Generadores de Paute

Capacidad 111 MVA (Datos en base de 110 MVA.)
 factor de potencia 0.9
 Voltaje 13.8 KV
 H = 3.3 (Kw.s/Kva)
 Xd = 1.09 , Xd' = 0.31 , Xq = 0.74 , Tdo' = 7.03

BIOGRAFIAS



UQUILLAS VALLEJO GONZALO: Nació en Loja el 22 de mayo de 1955. Egresado de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Escuela Politécnica Nacional en junio de 1978. Master en Ingeniería Eléctrica. University of Idaho, EE.UU., 1982. Actualmente trabaja en el INECEL, DOSNI, Proyecto Centro Nacional de Control de Energía.

SANCHEZ MIÑO SANTIAGO: Nació en Quito, Ecuador el 16 de septiembre de 1956. Obtuvo el título de Ingeniero Eléctrico en la Escuela Politécnica Nacional de Quito, en agosto de 1980 y el título de Master of Electrical Engineering en Iowa State University, Ames, EE.UU., en mayo de 1982. Actualmente trabaja en la DOSNI, INECEL, en el Proyecto Centro Nacional de Control de Energía.

