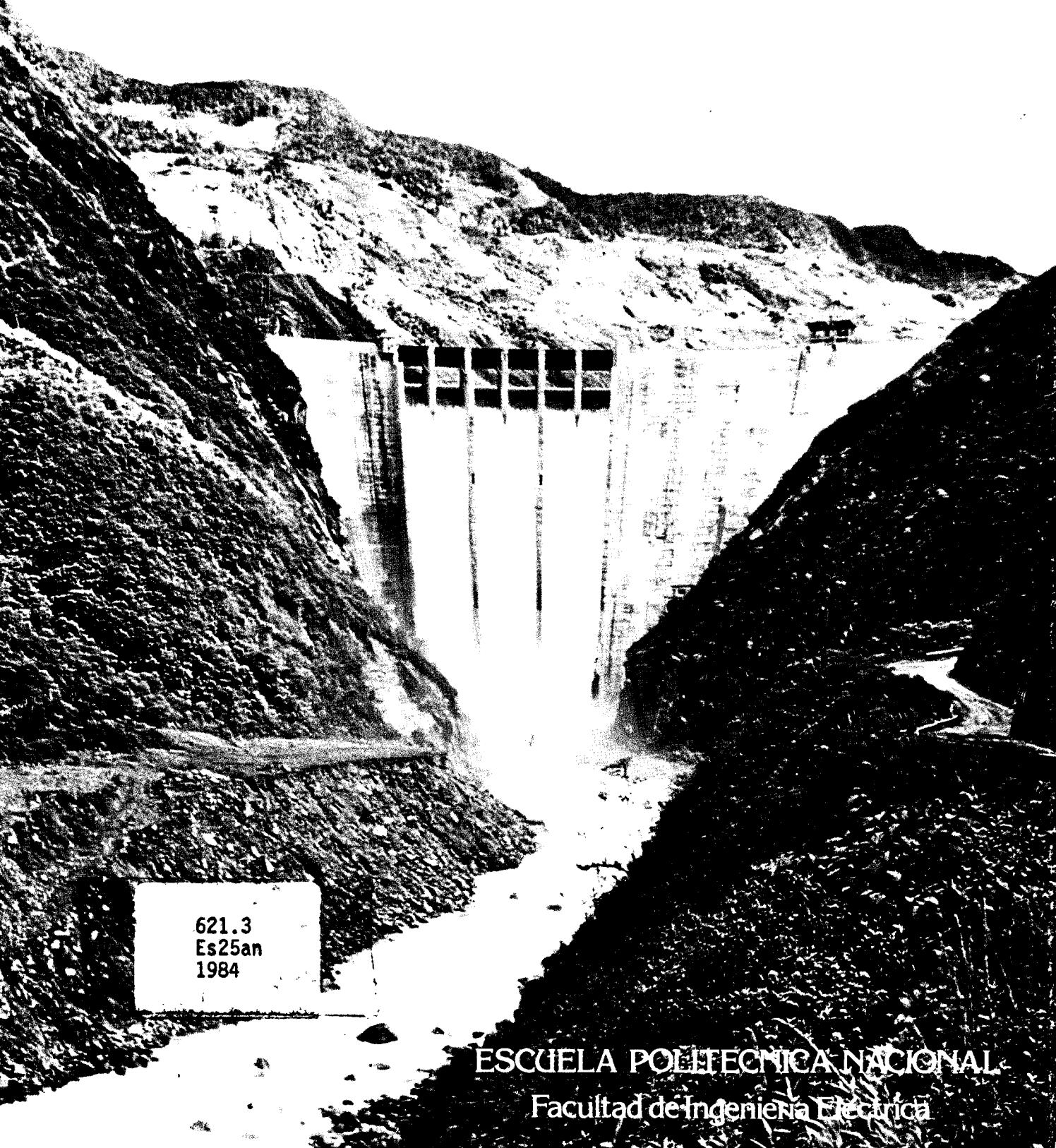


# ANALES DE LAS JORNADAS EN INGENIERIA ELECTRICA Y ELECTRONICA



ESCUELA POLITECNICA NACIONAL  
Facultad de Ingeniería Eléctrica

## **EDITORIAL**

El presente volumen recoge artículos elaborados por profesionales del Ecuador, Brasil, Colombia y Chile, lo que demuestra el gran interés que a nivel latinoamericano han despertado las Jornadas en Ingeniería Eléctrica y Electrónica.

La calidad de los trabajos muestra que existe en nuestros países la capacidad técnica para enfrentar con éxito problemas tecnológicos de gran complejidad, y son un excelente ejemplo de cómo la tecnología apropiada para nuestro medio no es una tecnología intermedia, ni de segundo orden, sino sencillamente aquella que satisface en mejor forma nuestras necesidades, debiendo utilizar para ello las técnicas más avanzadas.

A pesar de estar geográficamente unidos, algunas veces sabemos mucho sobre los avances técnicos de otras regiones y muy poco sobre los adelantos y esfuerzos de nuestra comunidad científica. Pero no debemos olvidar que el conocimiento no es más que la capacidad para transformar la naturaleza; de allí que, en la medida en que no hagamos un esfuerzo por volver nuestra mirada hacia nuestro medio, poco conoceremos, y difficilmente podremos superar las condiciones por las que atraviesan nuestras naciones.

Una vez que las Jornadas de Ingeniería Eléctrica y Electrónica han encontrado un eco positivo en diferentes países latinoamericanos, es nuestro deseo que éstas se conviertan en un instrumento para el diálogo regional. En el futuro, no sólo debemos intercambiar información sobre lo que cada uno de nosotros hacemos en nuestros países, sino buscar aquellas áreas de investigación en las que podamos realizar un esfuerzo común, optimizando nuestros recursos económicos y permitiendo utilizar en mejor forma la capacidad de nuestros investigadores.

Ing. Alfonso Espinosa R.  
DECANO, FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRICA  
ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

# SÍNTESE DE FILTROS PASSA-BAIXA NÃO RECÍPROCOS A FASE LINEAR

Humberto Abdalla Junior

Departamento de Engenharia Elétrica  
Faculdade de Tecnologia  
Universidade de Brasília

## RESUMO

Um método simplificado - baseado no conceito de filtro de reflexão - é apresentado para se construir filtros não-recíprocos com condições de amplitude e fase otimizadas.

## INTRODUÇÃO

Considere uma estrutura de duas portas, sem perdas, casada, não-recíproca. Se a função de transferência  $S_{21}(p)$  é igual a unidade, a matriz espalhamento de tal estrutura é

$$\begin{vmatrix} 0 & S_{12}(p) \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \quad (1)$$

A matriz espalhamento

$$S = \begin{vmatrix} 0 & 0 & e^{j\psi_1} \\ e^{j\psi_2} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\psi_3} & 0 \end{vmatrix} \quad (2)$$

define o circulador ideal de três portas, fig. 1.

Se a porta ② é acoplada a uma rede com coeficiente de reflexão  $S_{11}(p)$ , a matriz espalhamento entre as portas ① e ③, exceto por uma mudança de fase constante, torna-se

$$\begin{vmatrix} 0 & S_{11}(p) \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \quad (3)$$

Comparando as expressões (1) e (3) constroi-se uma rede na qual  $S_{11}(p)$  é igual ao  $S_{12}(p)$  original [equação (1)]. Uma estrutura com tal características é conhecida como filtro de reflexão {1}.

Então um filtro não-recíproco pode ser construído por um circulador acoplado a um filtro de reflexão, fig. 2.

## FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

Neste trabalho foram consideradas funções de transferência de ordem par ( $N = 2n$ ) e a fase não-mínima da forma | 2 |:

$$S_{12}(p) = \frac{E_V | D_n(p) D_{n(-p)} |}{D_n(p) D_{n(-p)}} \quad (4)$$

$$\text{com } D_n(p) = H_{n-1}^1(p) + j k_1 p H_{n-1}^1(p)$$

$$D_{n(-p)}^* = H_{n-1}^1(p) - j k_1 p H_{n-1}^1(p)$$

$$k_1 = \frac{2n - 3 - \alpha}{(2n - 1 - \alpha)(2n - 3)} \quad (5)$$

O polinômio  $H_{n-1}^1(p)$  é uma combinação de dois polinômios de Bessel,  $H_n^0 \equiv P_n$

$$H_n^1(p) = H_{n-1}^0(p) + \frac{p^2}{(2n - 3)(2n - 1 - \alpha)} H_{n-2}^0(p) \quad (6)$$

A partir das equações (5) e (6) pode-se escrever

$$D_n(p) D_{n(-p)} = E_V(p) + 2_j A_r(\alpha) p^{2r-2} (p^2 + w_0^2) \quad (7)$$

com

$$E_V(p) = H_n^2(p) H_{n-1}^{-2}(-p) + k_1^2 p^2 H_{n-1}^1(p) H_{n-1}^1(p)$$

$$A_r(\alpha) = \frac{1}{(2n - 1 - \alpha)^{2n-1} \prod_{i=1}^{2r-1} (2i-1)^2}$$

$$w_0^2 = \alpha(2n - 1 - \alpha)$$

Então

$$S_{12}(p) S_{21}(p) = \frac{1}{1 \pm \left| \frac{2A_r(\alpha) p^{2r-2} (p^2 + w_0^2)^2}{E_V(p)} \right|} \quad (8)$$

Esta função de transferência apresenta uma resposta em amplitude ideal  $|S_{12}(jw)| = 1$  à frequência  $w = w_0$ . O comportamento da fase é o mesmo que o de uma de Bessel de grau (n-2) figura 3.

## SÍNTESE NÃO RECÍPROCA

A partir de  $S_{12}(p)$  calcula-se o coeficiente de reflexão  $S_{11}(p)$

$$S_{11}(p) S_{11(-p)} = 1 - S_{12}(p) S_{12(-p)} \quad (9)$$

$$S_{11}(p) = \frac{\pm 2 A_r(\alpha) p^{2r-2} |p^2 + \alpha(2r-1-\alpha)|}{|H_r^1(p)|^2 + k_1^2 p^2 |H_{r-1}^1(p)|^2} \quad (10)$$

Seja

$$D_r^1(p) = \begin{vmatrix} E_r^1 & 0_r^1 \\ 0_r^1 & E_{r-1}^1 \end{vmatrix} + j k_1 p \begin{vmatrix} E_{r-1}^1 & 0_{r-1}^1 \\ 0_r^1 & E_{r-1}^1 \end{vmatrix} \quad (11)$$

onde  $E_r$ : parte par do polinômio  
 $O_r$ : parte ímpar do polinômio  
então

$$E_V \left| D_r^1(p) D_{r(-p)}^1 \right| = 2k_1 p \left| E_r^1 O_{r-1}^1 - O_r^1 E_{r-1}^1 \right| \quad (12)$$

o que permite escrever

$$S_{11}(p) = \pm 2k_1 p \frac{E_r^1 O_{r-1}^1 - O_r^1 E_{r-1}^1}{D_r^1(p) D_{r(-p)}^1} \quad (13)$$

A realização não-recíproca será efetuada através de um circulador e um filtro de reflexão colocado na porta (2), fig. 2. Este filtro de reflexão terá um  $S_{12}^r(p)$  igual ao  $S_{11}(p)$  do filtro à fase não-minima,

$$\text{Seja } S_{11}^r(p) \equiv S_{12}(p) \quad (14)$$

então

$$S_{12}^r(p) = S_{11}(p) = \pm 2k_1 p \frac{E_r^1 O_{r-1}^1 - O_r^1 E_{r-1}^1}{D_r^1(p) D_{r(-p)}^1} \quad (15)$$

O filtro em reflexão sendo simétrico pode-se utilizar o teorema da bissecção (Bartlett) e escrever  $S_{12}^r(p)$  da seguinte forma

$$S_{12}^r(p) = \pm \frac{Y_e - Y_o}{(1+Y_e)(1+Y_o)} \quad r \text{ par} \quad (16)$$

$$S_{12}^r(p) = \pm \frac{Z_e - Z_o}{(1+Z_e)(1+Z_o)} \quad r \text{ ímpar}$$

Isto é possível admitindo-se uma defasagem de  $\pi/2$ ; donde:

$$Y_e = Y_o^* = \frac{O_r^1 + j k_1 p O_{r-1}^1}{E_r^1 + j k_1 p E_{r-1}^1} \quad r \text{ par} \quad (17)$$

$$Z_e = Z_o^* = \frac{O_r^1 + j k_1 p O_{r-1}^1}{E_r^1 + j k_1 p E_{r-1}^1} \quad r \text{ ímpar}$$

então

$$Y_e = \frac{O_{r-1}^1}{E_{r-1}^1} \left| \begin{array}{c} \frac{2r-1-\alpha + jp}{p^2 + \alpha(2r-1-\alpha)} p + \frac{p}{(2r-3-\alpha)} O_{r-1}^0 \\ \frac{2r-1-\alpha + jp}{p^2 + \alpha(2r-1-\alpha)} p + \frac{p}{(2r-3-\alpha)} E_{r-2}^0 \end{array} \right| \quad (18)$$

que é da forma:

$$Y_e = y_{11} \frac{Y_L + 1/z_{22}}{Y_L + y_{22}}$$

onde os ( $y$ ) e ( $z$ ) são os parâmetros característicos de um quadripolo sem perdas termado em uma carga  $Y_L$  complexa (fig. 4).

$$\text{com } Y_L = \frac{2r-1-\alpha}{p^2 + \alpha(2r-1-\alpha)} p + \frac{jp^2}{p^2 + \alpha(2r-1-\alpha)} \quad (a) \quad (19)$$

$$y_{11} = \frac{O_{r-1}^1}{E_{r-1}^1} \quad (b)$$

$$y_{22} = \frac{p}{(2r-3-\alpha)} \frac{E_{r-2}^0}{E_{r-1}^1} \quad (c)$$

$$\frac{1}{z_{22}} = \frac{p}{(2r-3-\alpha)} \frac{O_{r-2}^0}{O_{r-1}^0} \quad (d)$$

Estas identificações são possíveis caso a expressão

$$y_{12}^2 = y_{11} - \frac{y_{11}}{z_{22}} = (-1)^{r-2} A_{r-1}(\alpha). \quad (20)$$

$$\frac{p^{2r-2}}{|E_{r-1}^1|^2}$$

seja um quadrado perfeito.

$y_{11}$  e  $y_{22}$  são reatâncias e  $y_{12}$  é uma função ímpar possuindo as mesmas singularidades que  $y_{11}$  e  $y_{22}$ , o teorema de Darlington é então aplicável.

A síntese de  $Y_e$  pode ser efetuada com a ajuda de  $y_{11} = O_{r-1}/E_{r-1}$  que é a admitância vista da entrada, a saída estando curto-circuitada (fig. 4).

O desenvolvimento em funções contínuas permite representar  $y_{11}$  como a admitância de entrada da rede mostrada na figura 5.

Para  $r$  ímpar o desenvolvimento é idêntico, utilizando-se os parâmetros impedância.

Nos dois casos, a síntese do quadripolo sem perdas é feita com a ajuda do desenvolvimento de  $(E_{r-1}^1/O_{r-1}^1)$ , onde a carga é agora formada de um circuito  $w_0$  em cascata com um inversor de imitância generalizado I.I.G. [3], de imitância característica

$p/(\sqrt{p^2 + w_0^2})$  e de um meio inversor de impedância ( $\theta = 45^\circ$ ), figura 6. O circuito não

recíproco total é mostrado na figura 7. Os dois I.I.G. em cascata com um inversor de impedância são substituídos por um só I.I.G (Fig. 8).

## CONCLUSÃO

O método apresentado permite a construção de filtros não recíprocos à fase não-minima possuindo características de fase e amplitude otimizadas simultaneamente.

O filtro não recíproco tem um comportamento identico a de um circulador em cascata com um filtro de reflexão. Através do teorema de Darlington e a utilização de inversores de impedância generalizados o circuito equivalente da estrutura é sintetizado.

Para o caso onde  $\alpha=0$ , recai-se na solução de Rhodes [1], que faz apelo aos polinômios de Bessel ordinários ( $H_0^0(p)$ ).

## REFERÉNCIAS

- [1] J.D. Rhodes "Theory of Electrical Filters". John Wiley and Sons Ltd, 1876
- [2] H. Abdalla Jr. "Etude et Realisation de Filtres Microondes à Phase Non-minimum". These Docteur Ingénieur, Septembre, 1982
- [3] F.S. Atia & J.H. Ibraim: "A Operational Amplifier Network and Its Capabilities", Proc. Prague Summer School on Circuit Theory Prague, 1974.

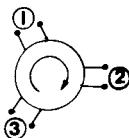


Fig. 1 - Circulador Ideal

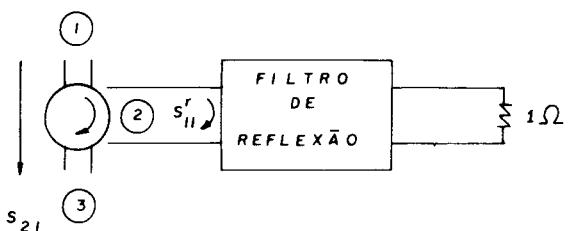


Fig. 2 - Filtro não-recíproco

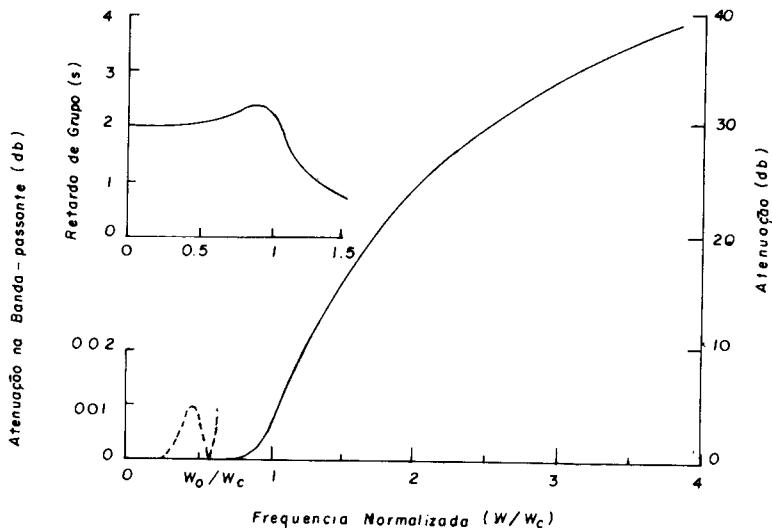


Fig. 3 - Respostas Fase e Amplitude

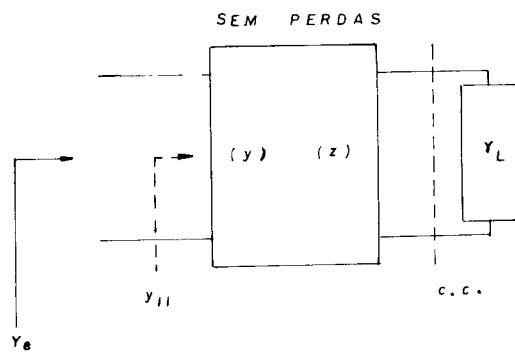


Fig. 4 - Quadripolos sem perdas

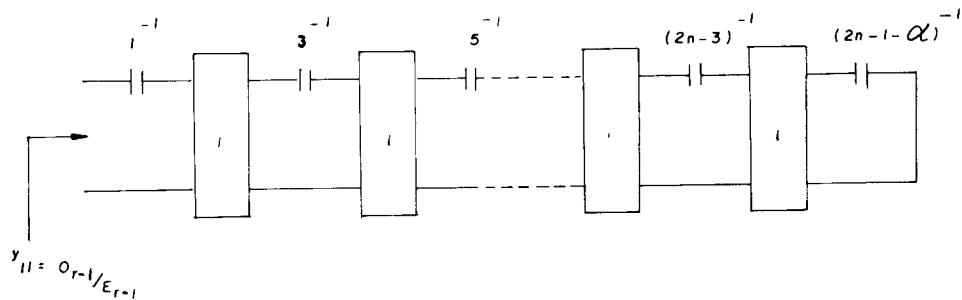


Fig. 5 - Representação da admitância  $y_{11}$

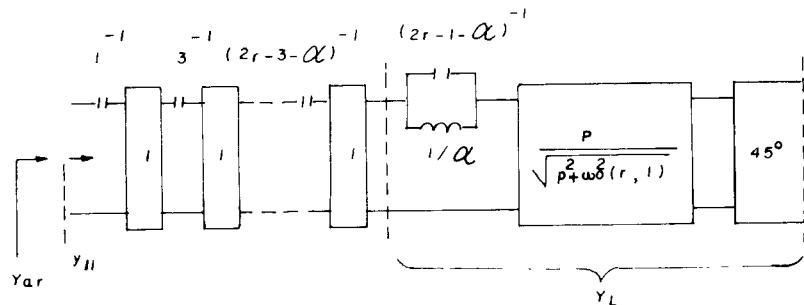


Fig. 6 - Circuito terminado em uma carga função de  $\omega_0$

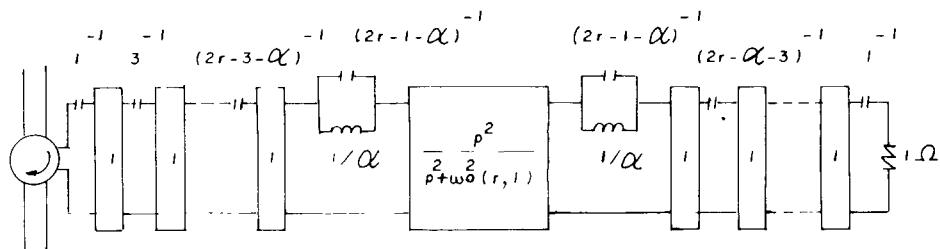


Fig. 7 - Circuito não recíproco total

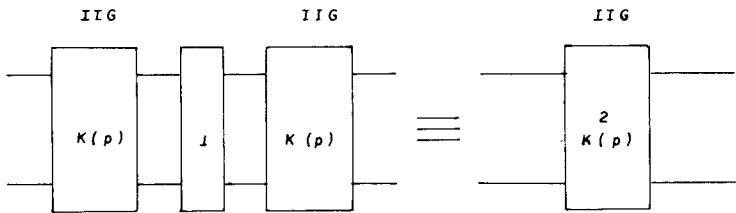


Fig. 8 - Circuito Equivalente de dois IIG em cascata com um Inversor de Impedância

#### BIOGRAFIA



Humberto Abdalla Junior nasceu em 29 de abril de 1950, na cidade de Recife, Brasil.

Formou-se em Engenharia Elétrica em 1972 pela Universidade Federal de Pernambuco. Obteve o grau de Mestre em Engenharia Elétrica opção Telecomunicações na PUC/RJ no ano de 1976. Foi professor

da PUC/RJ de 1976 à 1978. Concluiu seu Doutorado na Universidade de Limoges-França em 1982. Desde de 1983 trabalha na Universidade de Brasília.