# ALGORITMOS PARA LA CONSTRUCCION DE Z - BARRA PARA CORTOCIRCUITOS

MENA P., ALFREDO
ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

CAÑIZARES E., CLAUDIO
ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

## RESUMEN

Este trabajo presenta dos algoritmos para construir la matriz Z-BARRA para el cálculo de cortocircuitos en S.E.P.. El primer algoritmo, desarrollado por H. Daniels y M. Chen |1|, es una modificación al algoritmo clásico de construcción, y el segundo, desarrollado por R. Proulx y D. Crevier |2|, permite introducir los elementos shunts, taps de transformadores y cargas, a la matriz Z-BARRA.

A estos algoritmos se los desarrolla para permitir su aplicación a cálculos reales y para posibilitar el utilizarlos dentro de programas digitales con cierta ventaja en cuanto a memoria y tiempos de ejecución.

Para comprobar la validez y utilidad de los métodos se los aplica a diversos ejemplos académicos.

## INTRODUCCION

El estudio y análisis de cortocircuitos en S.E.P. se ha basado tradicionalmente en el algoritmo clásico de construcción de la matriz Z-BARRA, desarrollado por BROWN, PERSON, KIRCHMAYER y STAGG en el año de 1960 |3|. En este trabajo se presentan dos métodos alternativos que nos permiten construir la matriz Z-BARRA con ciertas ventajas respecto al método clásico.

El primer algoritmo consiste en construir la matriz Z-BARRA sin tomar en cuenta los acoples mutuos, para lo cual se usa el método tradicional de ir aumentando cada elemento a la matriz, introduciendo después estos acoples mediante ciertas operaciones matriciales. Este proceso nos permite ahorrar tiempo de CPU cuando el número de barras afectadas por acoples es mucho menor que el número total de barras del sistema, pero necesita de más memoria.

El segundo algoritmo permite introducir las cargas, taps y elementos shunt, en la matriz Z-BARRA, para lo que se utiliza un flujo de carga inicial y otro flujo de carga adicional para cada barra en la que se quiera analizar una falla. Debido a que en la secuencia cero las cargas y shunts no existen y que el efecto de los taps es prácticamente despreciable, el tratamiento que se hace de cada secuencia es completamente distinto; así en secuencia positiva se utilizan flujos de carga por el método desacoplado rápido de Newton-Raphson, mientras que en secuencia cero se usan flujos de carga de Gauss-Seidel simplificados. Este método es ventajoso cuando se desea calcular con mayor exactitud las corrientes y voltajes de cortocircuito, para el tiempo de CPU es significativamente mayor que el que necesita el método clásico.

Para calcular los voltajes y corrientes de cortocircuito se utilizan las ecuaciones clásicas correspondientes al tipo de falla que se desee analizar.

Con el objeto de reducir tiempo de ejecución memoria o para facilitar el uso de los programas, se utilizan ciertas técnicas como son: almacenamiento de la matriz Z-BARRA como vector, tratamiento especial de las ramas y enlaces de impedancia infinita, ordenamiento semióptimo de los datos de entrada, introducción de los acoplamientos en la matriz Y-BARRA, almacenamiento como vector de la matriz Y-BARRA aprovechando su porosidad, y técnicas de bifactorización para trabajar con el Jacobiano en flujos de carga basados en los métodos de Newton-Raphson.

Para comprobar la validez de los métodos y programas se corren varios ejemplos, empezando por un sistema de 5 barras hasta uno de 73 barras.

## 1.- CONSTRUCCION DE Z-BARRA POR EL METODO CLASICO MEJORADO

Este método trabaja separadamente con los elementos del sistema y sus respectivos acoples. El proceso que se sigue para construir la matriz Z-BARRA es:

a) Se construye la matriz Z-BARRA sin considerar los acoples mutuos, para esto se utiliza el algoritmo tradicional.

b) Se introducen los acoplamientos en la matriz Z-BARRA mediante un proceso que describiremos posteriormente.

### 1.1.- ECUACIONES BASICAS DEL ALGORITMO

1.1.1.-SIN ACOPLES: Para construir la matriz Z-BARRA sin acoples, se utilizan las ecuaciones desarrolladas en el algoritmo clásico que consideran a los elementos como ramas o enlaces. Estas ecuaciones para un elemento que va del nodo inicial "p" al nodo final "q", son:

a) Si el elemento es una rama:

| "p", es la referencia | "p" no es la refer. |
|---|---|
| $Z_{io} \cdot Z_{qi}=0; i=1,2,\ldots,n$ $i \neq q$ | $Z_{iq}=Z_{qi}=Z_{pi}; i=1,\ldots,n$ $i \neq q$ |
| $Z_{qq}=z_{pq,pq}$ | $Z_{qq}=Z_{pq}+z_{pq,pq}$ |

b) Si el elemento es un enlace:

| "p" es la referencia | "p" no es la refer. |
|---|---|
| $Z_{\ell i}=Z_{i\ell}=-Z_{qi}$ ; $i=1,\ldots,n$ <br> $i\neq\ell$ | $Z_{\ell i}=Z_{i\ell}=Z_{pi}-Z_{qi}$ ; $i=1,\ldots,n$ <br> $i\neq\ell$ |
| $Z_{\ell\ell}=-Z_{q\ell}+z_{pq,pq}$ | $Z_{\ell\ell}=Z_{p\ell}-Z_{q\ell}+z_{pq,pq}$ |
| $Z_{ij(nuevo)}=Z_{ij(antiguo)}-Z_{i\ell}Z_{\ell j}/Z_{\ell\ell}$ | |

Donde: $Z_{ij}$=Elemento "i,j" de la matriz Z - BARRA.

$z_{pq,pq}$=Impedancia del elemento "pq".

$\ell$ = Barra ficticia creada para el caso de enlaces.

n = Número de barras del sistema.

En estas ecuaciones se ha considerado que el sistema está formado por elementos pasivos bilaterales, por lo tanto: $Z_{ij}=Z_{ji}$.

1.1.2.- INTRODUCCION DE LOS ACOPLES

En un sistema de potencia cualquiera al despreciar los acoples se cumple la ecuación matricial:

$$Yb' \; Eb' = Ib \qquad (1)$$

donde: $Y_b'$= Matriz admitancia de barra del sistema sin acoples.

$E_b'$= Vector de voltajes de barra del sistema sin acoples.

$I_b$ = Vector de corrientes de barra del sistema.

Si consideramos los acoplamientos y forzamos los voltajes para que las corrientes de barra sean las mismas que sin los acoples, se cumple la siguiente ecuación matricial:

$$Yb \; Eb = Ib \qquad (2)$$

donde: $Y_b$ = Matriz admitancia de barra del sistema con acoples

$E_b$ = Vector de voltajes de barra del sistema con acoples.

Definiendo:

$$Eb - Eb' = \Delta Eb \qquad (3)$$

$$\Delta Yb = Yb' - Yb \qquad (4)$$

Entonces de (1), (2) y (3) se concluye:

$$Yb'(Eb - \Delta Eb) = Yb \; Eb \qquad (5)$$

$$Yb'Eb = Yb \; Eb + \Delta Yb \; Eb \qquad (6)$$

$$Yb'\Delta Eb = (Yb' - Yb) \; Eb \qquad (7)$$

Reemplazando (4) en (6) se tiene:

$$Yb'\Delta Eb = \Delta Yb \; Eb$$

Reemplazando esta última en (6) se llega a:

$$Yb'Eb = Yb \; Eb + Yb'\Delta Eb \qquad (8)$$

De las ecuaciones (2) y (8), y considerando que:

$$Yb' = Zb'^{-1}$$

se llega,

$$Zb'Ib = (U - Zb'\Delta Yb) \; Eb \qquad (9)$$

donde: U = Matriz unitaria

De (9) despejamos Eb:

$$Eb = (U - Zb'\Delta Yb)^{-1} \; Zb'Ib \qquad (10)$$

pero sabemos que: Eb=ZbIb, entonces (10) se transforma en:

$$Zb = (U - Zb'\Delta Yb)^{-1} \; Zb' \qquad (11)$$

Mediante la ecuación (11) podemos calcular la matriz Z-BARRA del sistema con acoples (Zb), partiendo de la matriz Z-BARRA construida sin considerar dichos acoplamientos (Zb').

La matriz ΔYb se construye a partir de las matrices admitancia primitiva de los elementos del sistema, así:

$$\Delta Yb = Yb' - Yb$$

sabemos que: $Yb = A^T \, [y] \, A$

$$Yb' = A^T \, [y'] \, A$$

donde: $|y'|=|z'|^{-1}$= Matriz admitancia primitiva del sistema sin acoples.

$|y| = |z|^{-1}$ = Matriz admitancia primitiva del sistema con acoples

A = Matriz incidencia de barra del sistema.

por lo tanto:

$$Yb = A^T \, ([y'] - [y]) \, A \qquad (12)$$

1.2.- SIMPLIFICACIONES ESPECIALES

A las ecuaciones matriciales desarro

lladas anteriormente se le pueden hacer ciertas simplificaciones que permiten disminuir los tiempos de ejecución y la memoria que se necesita en el computador. Estas simplificaciones se basan en dos consideraciones especiales que son:

a) A todo S.E.P. se lo puede dividir en elementos y barras afectadas o no por los acoplamientos.

b) La generalidad de los sistemas está formado por elementos pasivos bilaterales, por lo tanto su matriz Z-BARRA es simétrica.

### 1.2.1.- SIMPLIFICACIONES VALIDAS PARA TODO TIPO DE S.E.P.

Las matrices $|z|$, $|z'|$ y A, se las puede dividir en submatrices basándose en que un sistema está formado por elementos acoplados y no acoplados; así:

$$[z'] = [y']^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} E & \emptyset \\ \hline \emptyset & B \end{array}\right]$$

$$[z] = [y]^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} E & \emptyset \\ \hline \emptyset & D \end{array}\right]$$

$$A = \left[\begin{array}{c} A1 \\ \hline A2 \;\vdots\; A3 \end{array}\right]$$

donde: E = Submatriz diagonal de elementos no afectados por acoples.

B = Submatriz diagonal de elementos afectados por acoples, pero sin considerar dichos acoplamientos.

D = Submatriz no diagonal de elementos afectados por acoples.

$A_1$ = Submatriz incidencia de los elementos no acoplados con todas las barras del sistema.

$A_2$ = Submatriz incidencia de los elementos no acoplados con las barras afectadas por acoples mutuos. Por su definición se ve que es una matriz nula.

$A_3$ = Submatriz incidencia de los elementos acoplados con las barras afectadas por acoplamientos mutuos.

De estas consideraciones y realizando las operaciones matriciales indicadas en la ecuación (12) se llega a:

$$\Delta Yb = \left[\begin{array}{c|c} \emptyset & \emptyset \\ \hline \emptyset & A3^T(B^{-1}-D^{-1})A3 \end{array}\right] \qquad (13)$$

Definiendo: $R=A_3^T(B^{-1}-D^{-1})A_3$, la ecuación (13) se convierte en:

$$\Delta Yb = \left[\begin{array}{c|c} \emptyset & \emptyset \\ \hline \emptyset & R \end{array}\right] \qquad (14)$$

donde: R = Matriz pxp (p= número de barras afectadas por acoples).

$\Delta Yb$ = Matriz nxn (n=número total de barras del sistema).

Por otro lado Zb' puede ser dividida en submatrices de la siguiente forma:

$$Zb' = \left[\begin{array}{c|c} L & J \\ \hline K & M \end{array}\right] \qquad (15)$$

donde: L = Submatriz de barras no afectadas por acoples: (n-p)x(n-p).

M = Submatriz de barras afectadas por acoples: pxp.

K = Submatriz que contiene los dos tipos de barras: px(n-p).

J = Submatriz que contiene los dos tipos de barras: (n-p)xp.

En base a esta subdivisión de Zb' y de las ecuaciones (11) y (14), se llega a:

$$(U - Zb'\,\Delta Yb)^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} I & -JR \\ \hline \emptyset & U'-MR \end{array}\right]^{-1} \qquad (16)$$

donde: I = Submatriz unitaria (n-p)x(n-p)

U'= Submatriz unitaria pxp

La inversión de la matriz de la ecuación (16) se la puede hacer usando las fórmulas de inversión para matrices formadas por submatrices; así:

$$(U - Zb'\,Yb)^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} I & JR(U'-MR)^{-1} \\ \hline \emptyset & (U'-MR)^{-1} \end{array}\right] \qquad (17)$$

Aquí se ve que el problema se reduce a invertir la matriz: (U' - MR), que es de dimensión pxp.

### 1.2.2.- SIMPLIFICACIONES PARA MATRICES Z-BARRA SIMETRICAS

La generalidad de S.E.P. está formado por elementos pasivos bilaterales, por lo tanto su matriz Z-BARRA es simétrica. Por lo tanto la matriz Zb' de la ecuación (15) se convierte en:

$$Zb' = \left[\begin{array}{c|c} L & K^T \\ \hline K & M \end{array}\right]$$

Con esto la ecuación (17) cambia a:

$$(U - Zb' \cdot Yb)^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} I & K^T R(U' - MR)^{-1} \\ \hline 0 & (U' - MR)^{-1} \end{array}\right]$$

Reemplazando esta última en la ecuación matricial (11) y realizando las operaciones se tiene que:

$$Zb = \left[\begin{array}{c|c} L + K^T R(U' - MR)^{-1} K & [(U' - MR)^{-1} K]^T \\ \hline (U' - MR)^{-1} K & (U' - MR)^{-1} M \end{array}\right]$$

## 1.3.- CONSIDERACIONES PARA LA PROGRAMACION OPTIMA

Para reducir los tiempos de ejecución y la memoria utilizada por un programa digital, y para facilitar la programación del algoritmo se pueden hacer ciertas consideraciones especiales como las indicadas a continuación.

### 1.3.1.- TRATAMIENTO DE RAMAS Y ENLACES DE IPEDANCIA INFINITA |4|

Debido a las diferentes conexiones que existen de los transformadores de un S.E.P., los circuitos de secuencia positiva y cero son diferentes, por lo que ciertas impedancias de una secuencia no aparecen en la otra. Si la entrada de los elementos al programa se lo hace de tal manera que al mismo tiempo entren las dos secuencias, ciertas impedancias se las debe definir como infinitas, esto hace que aparezcan ramas y enlaces de impedancia infinita durante la construcción de la matriz Z-BARRA.

Los enlaces de impedancia infinita no se las considera durante el proceso de construcción de la matriz Z-BARRA, ya que no alteran en nada a dicha matriz. Las ramas de impedancia infinita si afectan a la matriz Z-BARRA, ya que crean una nueva barra dentro de esta matriz; para evitar problemas por la presencia de esta rama se crea una impedancia ficticia que vaya de la referencia a la barra que está creando dicha rama, esta impedancia debe ser de un valor típico para no alterar a la matriz Z-BARRA.

Una vez que se termina de construir Z-BARRA se aumentan elementos de impedancia igual a la de los elementos ficticios, creados por la presencia de ramas de impedancia infinita, pero de signo cambiado y que vayan de la referencia a las mismas barras que dichos elementos, de esta manera Z-BARRA recupera sus valores reales.

### 1.3.2.- ALMACENAMIENTO DE Z-BARRA COMO VECTOR

Cuando la matriz Z-BARRA es simétrica es posible almacenarla como un vector (A) de la siguiente manera:

$$Z\ BARRA = \left[\begin{array}{l} Z_{11} \\ Z_{21} \\ Z_{31} \\ \cdots\cdots \\ Z_{n1} \\ \hline Z_{22} \\ Z_{32} \\ Z_{42} \\ \cdots\cdots \\ Z_{n2} \\ \hline \cdots\cdots \\ \cdots\cdots \\ \hline Z_{(n-1)(n-1)} \\ Z_{n(n-1)} \\ \hline Z_{nn} \end{array}\right] \begin{array}{l} n \text{ elementos} \\ \\ \\ \\ \\ n-1 \text{ elemetos} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ 2 \text{ elementos} \\ \\ \\ 1 \text{ elemento} \end{array}$$

En base a esto se puede desarrollar la siguiente fórmula recursiva, que nos permite recuperar cualquier elemento $Z_{ij}$ de Z-BARRA a partir de los elementos $A_{ij}$ del vector A; así:

$$Zij = Ai + [(j-1)(2n-j)]/2 \ ; \quad i = j, (j+1), \ldots, n \quad j = 1, 2, \ldots, n$$

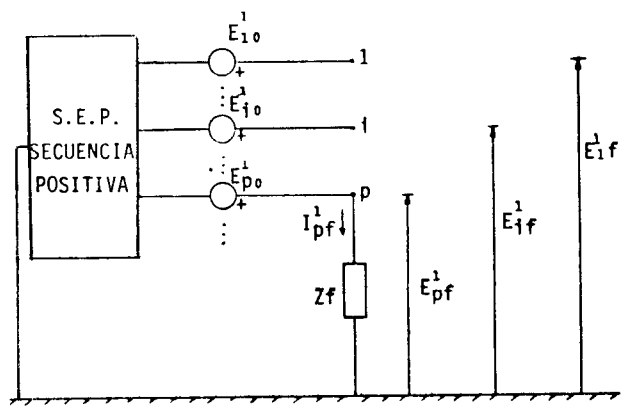
## 2.- CONSTRUCCION DE Z-BARRA POR EL METODO NUEVO

Mediante el algoritmo que se desarrollará a continuación, se trata de introducir los taps, elementos shunt y cargas del sistema en la matriz Z-BARRA. El tratamiento que se hace de cada secuencia es distinto ya que los shunts y cargas no afectan a la secuencia cero, además como se utiliza flujos de carga es necesario hacer ciertas consideraciones especiales en la secuencia cero debido a que no posee generación propia.

Los acoples mutuos se los introduce en la matriz Y-BARRA que se usa para los flujos ya que la matriz Z-BARRA no se construye completamente sino sólo las columnas que corresponden a las barras en donde se desea analizar una falla.

### 2.1.- ECUACIONES BASICAS PARA SECUENCIA POSITIVA

Supongamos que en la barra "p" del equivalente Thevenin del circuito de secuencia positiva se coloca una impedancia de falla Zf conectada a tierra; así:



En este equivalente se cumple la ecuación:

$$E^1_{if} = E^1_{io} - Z^1_{ip}\, I^1_{pf} \;;\; i=1,2,..,p,..,n \qquad (18)$$

donde: $E^1_{if}$ = Voltaje de secuencia positiva en la barra "i" durante la falla.

$E^1_{io}$ = Voltaje de secuencia positiva en la barra "i" antes de la falla.

$Z^1_{ip}$ = Impedancia de barra "ip" de secuencia positiva.

$I^1_{pf}$ = Corriente de falla de secuencia positiva.

Del equivalente Thevenin sabemos que:

$$E^1_{pf} = Zf\; I^1_{pf}$$

Reemplazando esta última en la ecuación (18) y despejando $Z^1_{ip}$ se obtiene:

$$Z^1_{ip} = Zf(E^1_{io} - E^1_{if})/E^1_{pf} \;;$$
$$i=1,2,..,p,..,n \qquad (19)$$

En la ecuación (19) la impedancia Zf puede tener cualquier valor, por lo que se asume un valor cualquiera $Z_s$, quedando dicha ecuación como:

$$Z^1_{ip} = Zs(E^1_{io} - E^1_{is})/E^1_{ps} \;;$$
$$i=1,2,..,p,..,n \qquad (20)$$

Esta última ecuación nos permite calcular la columna "p" de la matriz Z-BARRA de secuencia positiva, ya que $E^1_{io}$ se puede calcular aplicando un flujo de carga en el S.E.P. y $E^1_{is}$ se puede calcular colocando la impedancia $Z_s$ en la barra "p" del circuito de secuencia positiva y después corriendo un flujo de carga.

El valor de $Z_s$ teóricamente puede ser cualquiera, pero desde el punto de vista práctico no puede ser ni muy pequeño ni muy grande. Si $Z_s$ es muy pequeña se produce problemas de convergencia y tiempo en el flujo de carga, ya que $E^1_{ps}$ tiende a un valor cercano a cero necesitando para esto muchas iteraciones. Si $Z_s$ es muy grande los voltajes $E^1_{is}$ van a ser muy cercanos a los voltajes $E^1_{io}$, lo cual produce muchos errores al aplicar la ecuación (20) para hallar $Z^1_{ip}$. Después de realizar varios ejemplos se pudo determinar al igual que Proulx y Crevier |2| que el valor más adecuado de $Z_s$ es:

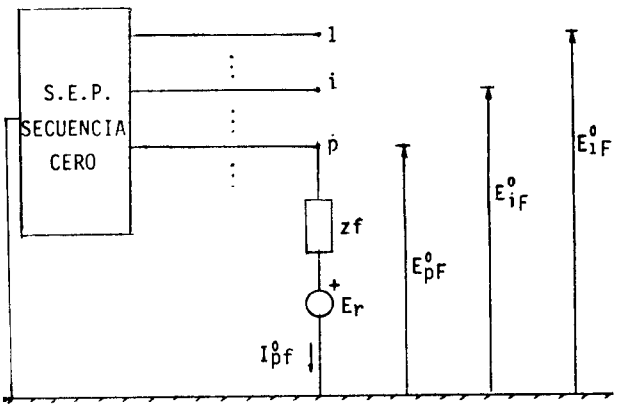
$$Z_s = j2 \text{ p.u.}$$

ya que se obtiene el menor número de iteraciones con un error bajo en los valores de $Z^1_{ip}$.

Para lograr una mayor exactitud en los cálculos de los elementos $Z^1_{ip}$, es recomendable, de las pruebas que se hicieron, que el criterio de convergencia ($\varepsilon$) del flujo de carga sea menor o igual a 0.0001.

## 2.2.- ECUACIONES BASICAS PARA SECUENCIA CERO

Al equivalente Thevenin del circuito de secuencia cero se le puede colocar en la barra "p" una impedancia Zf en serie con una fuente de voltaje $E_r$. Esta fuente se la coloca para poder calcular los voltajes de barra del sistema durante la falla, ya que la secuencia cero no posee generación propia. Así:




En este eqivalente se cumple la ecuación:

$$E^0_{if} = -Z^0_{ip}\; I^0_{pf} \;;\; i= 1,2,..,p,...,n \qquad (21)$$

ya que no existen voltajes antes de la falla. En esta ecuación se tiene que:

$E^0_{if}$ = Voltaje de secuencia cero en la barra "i" durante la falla.

$Z^0_{ip}$ = Impedancia de barra "ip" de secuencia cero.

$I^0_{pf}$ = Corriente de falla de secuencia cero.

Pero del equivalente se tiene que:

$$E^0_{pf} = I^0_{pf}\; Zf + Er \qquad (22)$$

Reemplazando esta última en la ecuación (21) y despejando $Z^0_{ip}$ se tiene que:

$$Z^0_{ip} = Zf\; E^0_{if}/(Er - E^0_{pf}) \;;$$
$$i= 1,2,..,p,..,n \qquad (23)$$

En la ecuación (23) Zf puede tener cualquier valor, por lo que la reemplazamos por una impedancia cualquiera $Z_s$, quedando la ecuación:

$$Z^0_{ip} = Zs\; E^0_{is}/(Er - E^0_{ps}) \;;$$
$$i= 1,2,..,p,..,n \qquad (24)$$

Como "p" es la única barra de generación la asumimos como barra slack, por lo tanto:

$$E^0_{ps} = 1 \;\underline{|0^\circ}\; \text{p.u.} \qquad (25)$$

Por otro lado, como $E_r$ puede tener cualquier valor, asumimos que:

$$Er = 2\; E^0_{ps} \qquad (26)$$

Entonces la ecuación (24) se reduce a:

$$Z^0_{ip} = Zs\; E^0_{is} \;;\; i= 1,2,..,p,..,n \qquad (27a)$$

En la ecuación (26) hacemos: i=p, entonces:

$$Z^0_{pp} = Z_s \qquad (27b)$$

Reemplazando esta última en (27a) da:

$$Z^0_{ip} = Z^0_{pp}\, E^0_{is} \; ; \; i=1,2,..,n \; (i \neq p) \qquad (28)$$

En la barra "p" se cumple que la potencia neta de esa barra es:

$$P^0_p - jQ^0_p = E^0_{ps}{}^{*}[-I^0_{ps}]$$

Reemplazando (22), (25) y (26) en esta última ecuación y despejando $Z_s$ se obtiene:

$$Z_s = 1/(P^0_p - jQ^0_p) \qquad (29)$$

Pero se sabe que:

$$P^0_p - jQ^0_p = \cancel{E^0_{ps}{}^{*}} \sum_{j=1}^{n} Y^0_{pj}\, E^0_{js} \qquad (30)$$

donde: $Y^0_{pj}$ = Admitancia de bajja "pj" de secuencia cero.

Reemplazando (30) y (27b) en (29) da:

$$Z^0_{pp} = 1/\sum_{j=1}^{n} Y^0_{pj}\, E^0_{js} \qquad (31)$$

Mediante las ecuaciones (28) y (31) podemos construir la columna "p" de la matriz Z-BARRA de secuencia cero, para lo que se debe correr un flujo de carga en el circuito de secuencia cero con la barra "p" como slack encontrando así los voltajes $E^0_{is}$.

## 2.3.- CONSTRUCCION DE LA MATRIZ Y-BARRA DE SECUENCIA

Los acoples mutuos de los circuitos secuenciales, especialmente los de secuencia cero, hay que introducirlos en las matrices Z-BARRA de secuencia y la mejor manera de hacerlo es colocandolos en las matrices Y-BARRA de secuencia, ya que de esta manera se los puede reflejar en los voltajes de barra, mediante los flujos de carga, y estos a su vez los introducirán en Z-BARRA.

Para construir la matriz Y-BARRA con los acoples incluidos se usa un algoritmo nuevo desarrollado por F. ALVARADO |5|, que consta de los siguientes pasos:

a) Se construye la matriz Y-BARRA por el método clásico informal, sin considerar los elementos afectados por acoples.

b) Se introducen los elementos acoplados y acoplamientos basandose en el concepto de la matriz admitancia de barra primitiva y en la interconexión de redes.

### 2.3.1.- SIN ACOPLES

Para construir la matriz Y-BARRA de secuencia sin acoples se utiliza el método clásico informal, como ya se dijo.

Este método utiliza las siguientes ecuaciones:

$$Y_{ii} = \sum_{k} y_{ik} \; ; \; i=1,2,...,n$$

$$Y_{ij} = -y_{ij} \; ; \; j=1,2,...,n \; (i \neq j)$$

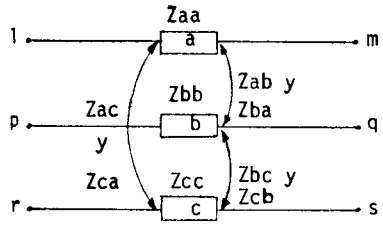
donde: K = Barras a las cuales están conectados los elementos que llegan a la barra "i".

$Y_{ij}$ = Admitancia de barra "ij"

$y_{ij}$ = Admitancia primitiva del elemento conectado a las barras "i" y "j".

### 2.3.2.- INTRODUCCION DE LOS ACOPLES

Los elementos acoplados y sus acoplamientos se introducen en la matriz Y-BARRA a través de la matriz Y-BARRA primitiva, cuya constitución se explica por medio de tres elementos acoplados:




$$[z] = \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} \\ z_{ba} & z_{bb} & z_{bc} \\ z_{ca} & z_{cb} & z_{cc} \end{bmatrix}$$

$$[y]=[z]^{-1} = \begin{bmatrix} y_{aa} & y_{ab} & y_{ac} \\ y_{ba} & y_{bb} & y_{bc} \\ y_{ca} & y_{cb} & y_{cc} \end{bmatrix}$$

donde: |z| = Matriz impedancia primitiva de los elementos acoplados.

|y| = Matriz admitancia primitiva de los elementos acoplados.

La matriz Y-BARRA de este grupo de tres elementos acoplados se construye en base al método clásico informal, así:

$$Y\ B.PRIM. = \begin{array}{c|ccc:ccc|} & l & p & r & m & q & s \\ \hline l & y_{aa} & y_{ab} & y_{ac} & -y_{aa} & -y_{ab} & -y_{ac} \\ p & y_{ba} & y_{bb} & y_{bc} & -y_{ba} & -y_{bb} & -y_{bc} \\ r & y_{ca} & y_{cb} & y_{cc} & -y_{ca} & -y_{cb} & -y_{cc} \\ \hline m & -y_{aa} & -y_{ab} & -y_{ac} & y_{aa} & y_{ab} & y_{ac} \\ q & -y_{ba} & -y_{bb} & -y_{bc} & y_{ba} & y_{bb} & y_{bc} \\ s & -y_{ca} & -y_{cb} & -y_{cc} & y_{ca} & y_{cb} & y_{cc} \\ \hline \end{array}$$

$$Y\ B.\ PRIM. = \left[\begin{array}{ccc|ccc} y_{aa} & y_{ab} & y_{ac} & -y_{aa} & -y_{ab} & -y_{ac} \\ y_{ba} & [y_{bb}] & y_{bc} & -y_{ba} & [-y_{bb}] & -y_{bc} \\ y_{ca} & y_{cb} & y_{cc} & -y_{ca} & -y_{cb} & -y_{cc} \\ \hline -y_{aa} & -y_{ab} & -y_{ac} & y_{aa} & y_{ab} & y_{ac} \\ -y_{ba} & [-y_{bb}] & -y_{bc} & y_{ba} & [y_{bb}] & y_{bc} \\ -y_{ca} & -y_{cb} & -y_{cc} & y_{ca} & y_{cb} & y_{cc} \end{array}\right]$$

$$Y\ BARRA\ PRIMIT. = \left[\begin{array}{c|c} [y] & -[y] \\ \hline -[y] & [y] \end{array}\right]$$

En base a todo esto, el proceso de construcción completo de la matriz Y-BARRA es:

a) Se sacan los elementos acoplados del sistema y se construye la matriz Y-BARRA mediante el método clásico informal.

b) Se halla la matriz Y-BARRA primitiva para un grupo de elementos acoplados entre si.

c) Se unen las matrices construidas en los lieterales (a) y (b), obteniéndose una nueva matriz Y-BARRA; para esto aplicamos la siguiente ecuación:

$$Y_{ij\ nueva} = Y_{ij\ antigua} + Y_{ij\ primitiva}$$

donde: $Y_{ij\ nueva}$ = Elemento "ij de la matriz Y-BARRA con el grupo de elementos acoplados incluidos.

$Y_{ij\ antigua}$ = Elemento "ij de la matriz Y-BARRA que no tenía el grupo de elementos acoplados. Si las barras "i" y/o "j" no están consideradas en el sistema sin el grupo de elementos, entonces: $Y_{ij\ antigua} = 0$.

$Y_{ij\ primitiva}$ = Elemento "ij" de la matriz Y-BARRA primitiva del grupo de elementos acoplados. Si las barras "i" y/o "j" no pertenecen a este grupo, entonces: $Y_{ij\ primitiva} = 0$.

d) Se repite el proceso desde el literal (b), para cada grupo de elementos acoplados entre si.

## 2.4.- CONSIDERACIONES ESPECIALES PARA LOS FLUJOS DE CARGA

Para construir las matrices Z-BARRA de secuencia mediante el nuevo algoritmo se utilizan flujos de carga, como ya se dijo anteriormente. Debido a las consideraciones que se hacen para deducir las ecuaciones básicas del algoritmo y a las características especiales del circuito de secuencia cero, es necesario realizar ciertas modificaciones en los flujos de carga utilizados.

### 2.4.1.- SECUENCIA POSITIVA

Para determinar los voltajes $E^1_{io}$ y $E^1_{is}$ del circuito de secuencia positiva, se utiliza un flujo de carga basado en el método de Newton-Raphson desacoplado rápido con un proceso de bifactorización para resolver el jacobiano |6|. El cálculo de los voltajes $E^1_{io}$ se lo hace normalmente, pero para los voltajes $E^1_{is}$ se hacen las siguientes consideraciones:

a) Los generadores se los reemplaza por fuentes de voltaje constante, cuyo valor es el del voltaje anterior a la falla.

b) Las cargas se las convierte en impedancias constantes en base a su potencia y el voltaje de barra respectivo antes de la falla.

Esto se lo hace ya que la ecuación básica para calcular $Z^1_{ip}$ se la deduce del equivalente Thevenin que considera a todos los elementos como impedancias constantes y a los generadores como fuentes de voltaje constante.

### 2.4.2.- SECUENCIA CERO

Como el circuito de secuencia cero solo tiene generación en la barra "p", que es la slack, y no presenta cargas ni elementos shunt, ya que se supone balanceado el sistema antes de la falla, se puede utilizar un flujo de carga basado en el método de Gauss-Seidel pero simplificado. Así tomando en cuenta estas características especiales del circuito, los voltajes $E^0_{is}$ se pueden calcular con la siguiente ecuación para una iteración "k":

$$E^0_{is}{}^{(k)} = -\sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij}^0\, E^0_{js}{}^{(k)} / Y_{ii}^0 - \sum_{j=i+1}^{n} Y_{ij}^0\, E^0_{js}{}^{(k-1)} / Y_{ii}^0$$

$$i = 1, \ldots, n \quad i \neq p$$

lográndose la convergencia cuando:

$$\max |E^0_{is}{}^{(k)} - E^0_{is}{}^{(k-1)}| \leq \varepsilon$$

## 3.- RESULTADOS

Se estudiaron varios sistemas por los dos métodos de construcción de Z-BARRA y se colocaron las corrientes totales para una falla trifásica en varias barras. Los ejemplos que se utilizaron son:

1) Sistema de 5 barras |7|.

2) Sistema de prueba de 14 barras de la AEP-IEEE.

3) Sistema Interconectado del Ecuador, reducido a 31 barras |6|, con la demanda máxima de 1980 y con las impedancias de los generadores asumidas (imaginarias).

4) Sistema Interconectado del Ecuador reducido a 43 barras, con la demanda máxima de 1980 y con impedancia de los generadores asumidas (imaginarias).

5) Sistema Interconectado del Ecuador reducido a 59 barras |6|, con la demanda máxima de 1980 y con impedancias de los generadores asumidas (imaginarias).

6) Sistema ficticio de 73 barras.

Los ejemplos se corrieron en un computador PRIME 550, obteniéndose los siguientes resultados:

| Ejemplo # | Barra Fallada | $I_{falla}$ M.C.M.* \|P.U.\| | $I_{falla}$ M.N.** \|P.U.\| | Diferencias % *** | $T_{CPU}$ M.C.M. \|Seg.\| | $T_{CPU}$ M.N. \|Seg.\| |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 9.859 | 9.732 | - 1.30 | 0.0594 | 0.0523 |
| 2 | 1 | 19.972 | 20.893 | 4.41 | 0.0666 | 0.2199 |
| | 2 | 23.512 | 24.330 | 3.36 | | |
| | 4 | 15.502 | 15.985 | 3.02 | | |
| | 13 | 6.389 | 6.729 | 5.05 | | |
| 3 | 3 | 14.913 | 14.641 | - 1.86 | 0.1726 | 2.2558 |
| | 27 | 15.848 | 15.234 | - 4.03 | | |
| | 31 | 14.021 | 12.891 | - 8.77 | | |
| | 6 | 5.906 | 5.534 | - 6.72 | | |
| | 9 | 18.938 | 18.873 | - 0.34 | | |
| | 21 | 11.729 | 11.457 | - 2.37 | | |
| | 29 | 1.746 | 1.598 | - 9.26 | | |
| | 30 | 12.163 | 11.589 | - 4.95 | | |
| | 12 | 13.155 | 13.068 | - 0.67 | | |
| | 18 | 9.945 | 9.741 | - 2.09 | | |
| | 25 | 11.484 | 11.282 | - 1.79 | | |
| 4 | 3 | 14.925 | 14.620 | - 2.09 | 0.2941 | 5.0458 |
| | 27 | 15.849 | 15.197 | - 4.29 | | |
| | 31 | 14.679 | 13.273 | -10.59 | | |
| | 6 | 5.897 | 5.51 | - 7.02 | | |
| | 9 | 18.934 | 18.891 | - 0.23 | | |
| | 21 | 11.727 | 11.469 | - 2.25 | | |
| | 29 | 1.746 | 1.549 | - 9.54 | | |
| | 30 | 12.163 | 11.560 | - 5.22 | | |
| | 12 | 13.155 | 13.084 | - 0.54 | | |
| | 18 | 9.944 | 9.752 | - 1.97 | | |
| | 25 | 11.482 | 11.294 | - 1.66 | | |
| | 54 | 14.130 | 12.477 | -13.25 | | |
| | 32 | 10.011 | 8.97 | -11.61 | | |
| | 33 | 13.815 | 12.462 | - 5.8 | | |
| | 46 | 7.436 | 6.544 | -13.63 | | |
| | 58 | 2.465 | 2.078 | -18.62 | | |
| 5 | 3 | 15.007 | 14.614 | - 2.69 | 0.4939 | 10.264 |
| | 27 | 15.852 | 15.111 | - 4.90 | | |
| | 31 | 17.425 | 15.301 | -13.88 | | |
| | 6 | 5.996 | 5.556 | - 7.92 | | |
| | 9 | 18.968 | 18.956 | - 0.06 | | |
| | 21 | 11.737 | 11.515 | - 1.93 | | |
| | 29 | 1.746 | 1.583 | -10.30 | | |
| | 30 | 12.163 | 11.491 | - 5.85 | | |
| | 12 | 13.157 | 13.111 | - 0.35 | | |
| | 18 | 9.953 | 9.779 | - 1.78 | | |
| | 25 | 11.495 | 11.327 | - 1.48 | | |
| | 54 | 14.315 | 12.417 | -15.29 | | |
| | 32 | 14.068 | 12.146 | -15.82 | | |
| | 33 | 15.705 | 13.797 | -13.83 | | |
| | 46 | 9.547 | 7.981 | -19.62 | | |
| | 58 | 2.656 | 2.153 | -23.36 | | |
| | 49 | 2.619 | 1.972 | -32.81 | | |
| | 52 | 1.76 | 1.422 | -23.77 | | |
| | 37 | 10.594 | 9.234 | -14.73 | | |
| | 39 | 6.012 | 5.128 | -17.24 | | |
| | 40 | 11.435 | 9.941 | -15.03 | | |
| | 57 | 4.939 | 4.216 | -17.15 | | |

* M.C.M. = Método Clásico Mejorado.
** M.N. = Método Nuevo.
*** Diferencias sacadas respecto a la $I_{falla}$ M.N.

| Ejemplo # | Barra Fallada | $I_{falla}$ M.C.M* \|P.U.\| | $I_{falla}$ M.N** \|P.U.\| | Diferencias % *** | $T_{CPU}$ M.C.M. \|Seg\| | $T_{CPU}$ M.N. \|Seg\| |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 3 | 20.692 | 29.444 | - 1.21 | | |
| | 31 | 17.561 | 15.735 | -11.60 | | |
| | 37 | 10.603 | 9.457 | -12.12 | | |
| | 9 | 18.97 | 18.957 | - 0.07 | | |
| 6 | 46 | 9.559 | 8.190 | -16.72 | 0.5889 | 9.8642 |
| | 201 | 26.119 | 25.784 | - 1.30 | | |
| | 202 | 30.101 | 29.667 | - 1.46 | | |
| | 204 | 16.407 | 16.089 | - 1.98 | | |
| | 209 | 7.475 | 7.384 | - 1.23 | | |
| | 213 | 6.41 | 6.371 | - 0.61 | | |

* M.C.M. = Método Clásico Mejorado
** M.N. = Método Nuevo
*** Diferencias sacadas respecto a la $I_f$ M.N.

## 4.- CONCLUSIONES

a) El algoritmo clásico mejorado necesita más memoria que el algoritmo tradicional, pero si el número de barras afectadas por acoplamientos mutuos (p) es mucho menor que el total de barras del sistema (n), los tiempos de C.P.U. se reducen respecto al método tradicional; esto último no se deduce directamente del trabajo, sino de un análisis del número de operaciones realizado por Daniels y Chen |1|. Cuando p es del orden de 100, se puede tener problemas con la inversión de matrices del algoritmo, por lo que hay que evitar esto.

b) El algoritmo nuevo permite introducir el efecto de taps, shunts y cargas en la matriz Z-BARRA, pero si transformamos dichos elementos a impedancias también se los puede introducir en la matriz Z-BARRA mediante los otros algoritmos, sinembargo este trabajo es largo y tedioso. Para la construcción de Z-BARRA de secuencia cero este nuevo algoritmo no presenta ventajas, ya que el efecto de los taps es prácticamente despreciable y no existen cargas y shunts en esta secuencia, además este algoritmo es básicamente el mismo que el clásico porque se parte de una fuente de valor conocido colocada en una barra deseada.

c) Los tiempos de CPU del nuevo algoritmo generalmente son mayores que los otros algoritmos (algoritmo clásico y algoritmo clásico mejorado), pero esto depende del número total de barras del sistema y del número de barras en donde se quiera analizar la falla, ya que la matriz Z-BARRA se construye en base a flujos de carga, cuya duración depende del tamaño del sistema, y se la va haciendo por columnas que dependen de las barras en las que se quiera hacer una falla.

d) De los resultados obtenidos por el método clásico mejorado y por el método nuevo, se puede ver que las diferencias en las corrientes de cortocircuito van aumentando con el tamaño del sistema; se puede decir que a partir de las 40 barras estas diferencias se hacen significativas. Esto indica que mientras más elementos tenga un sistema más grandes se hacen las diferencias, lo que es lógico debido a que aparecen más taps, cargas y shunts. Es importante anotar que las mayores diferencias aparecen en las barras más lejanas y que estas diferencias no solo dependen del tamaño del sistema sino también de sus características propias.

## REFERENCIAS


|1| H.A.Daniels, M. Chen, "Compensation of Mutual Coupling in the Formation of the Bus Impedance Matrix", IEEE PAS-90, pp. 1007-1016, 3, 1971.

|2| R. Proulx, D. Crevier, "New Iterative Shor-Circuit Calculation Algorithm", IEEE PAS - 101, pp. 2681-2685, 8, 1982.

|3| G.W. Stagg, A.H. El-Abiad. Computer Methods in Power System Analysis, McGraw Hill Book Company, U.S.A., 1968.

|4| H.E. Brown, Solution of Large Networks by Matrix Methods, John Willey & Sons, U.S.A., 1975.

|5| F.L. Alvarado, "Formation of Y-Node Using the Primitive Y-Node Concept", IEEE PAS-101, pp. 4563-4571, 12, 1982.

|6| E. Marmol, Estudios de Flujos de Carga Mediante los Métodos de Newton-Raphson, Tesis de Grado E.P.N., Junio 1983.

|7| O.I. Elger, Electric Energy Systems Theory, Tata McGraw-Hill Publishing Company LTD, Nueva Delhi, 1971.

|8| C.A. Cañizares, Nuevos Algorítmos para el Cálculo de Cortocircuitos en Grandes Sistemas de Potencia , Tesis de Grado E.P.N., Marzo 1984.


## BIOGRAFIA

CAÑIZARES E., CLAUDIO. Nació en México D.F., el 15 de Enero de 1960. Obtuvo su Bachillerato en Humanidades Modernas en el Colegio San Gabriel (Agosto de 1978). Estudios Superiores en la Escuela Politécnica Nacional, obteniendo el título de Ingeniero Eléctrico (Abril de 1984). Actualmente es Asistente de Cátedra del Departamento de Potencia de la E.P.N..

MENA P., ALFREDO. Biografía en el trabajo: "Selección de Unidades Térmicas de Generación utilizando el Método "Branch and Bound" de Programación Entera".