

# MODELIZACION DE UN SISTEMA PARA CONTROL AUTOMATICO DE TEMPERATURA Y HUMEDAD RELATIVA

Ings. Ricardo Mantz y Eugenio Tacconi

Laboratorio de Electrónica Industrial, Control e Instrumentación.  
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata.

X

## RESUMEN

En el presente trabajo se plantea un modelo matemático para un sistema de temperatura y humedad relativa en vista a investigar técnicas autoajustables para su control. Se plantean también una serie de consideraciones para la estimación de los parámetros del sistema a lazo cerrado.

## INTRODUCCION

En diferentes ramas de la ciencia e industria es necesario realizar experiencias en ambientes climatizados en los cuales es necesario regular temperatura y humedad relativa en forma simultánea o asegurarse que estas varíen según determinadas leyes.

El control de estas variables dentro de un recinto presenta ciertas particularidades que hacen interesante su investigación, por ejemplo:

- las dos variables a controlar están acopladas entre sí,
- se presentan fenómenos no lineales,
- existen perturbaciones de difícil modelización,
- los parámetros característicos del sistema pueden variar con el tiempo, etc.

En presencia de estas características y ante requerimientos de buena performance de las variables controladas, puede ser necesario la aplicación de estrategias de control autoajustables.

Como es conocido, las características de un control autoajustable depende en alto grado del conocimiento a priori de la estructura, valores de los parámetros característicos y retardos del sistema a controlar.

En este trabajo se presenta la modelización de una planta a controlar, si bien las ecuaciones y modelo que se plantean corresponden a una planta en particular, pueden extenderse fácilmente a procesos similares.

## 1. MODELO MATEMATICO

Disponer de un modelo matemático simple que aproxime el comportamiento dinámico de un sistema real en sus aspectos particulares resulta de importante utilidad en estudios teóricos, ensayos por computadoras analógicas y digitales y permite mayor versatilidad y ahorro de tiempo en la investigación de algoritmos de control. En el caso particular de controles autoajustables el modelo matemático del proceso a controlar juega un papel fundamental (1). Esto es debido a la naturaleza lineal de los algoritmos autoajustables que hace muchas veces difícil demostrar la estabilidad del sistema, debiendo ensayar las cualidades del algoritmo de control a través de exhaustivas simulaciones por computadora sobre el modelo del sistema.

Si bien es cierto que el modelo matemático debe reproducir lo más fielmente posible al sistema real también es cierto que debe ser lo suficientemente simple para que permita comprender en forma clara y rápida la dependencia que existe entre el comportamiento dinámico del sistema real con los parámetros del modelo. En general deben evitarse aproximaciones de orden superior que compliquen la comprensión del fenómeno a analizar. Errores de tipo secundario en la modelización pueden ser contemplados mediante algún tipo de ley de control estocástica (2).

Es de destacar que si bien los controles de temperatura y humedad relativa pueden ser en general estructuralmente diferentes, existen siempre una serie de fenómenos de igual naturaleza en ellos, razón por la cual el modelo matemático que aproxime el comportamiento de un sistema en particular es de utilidad para desarrollar modelos de otros procesos de temperatura y humedad relativa.

En el sistema bajo análisis, como en muchos procesos complejos, aparecen una serie de fenómenos de características no

lineales los cuales hacen que si bien un determinado modelo puede ser válido en un rango relativamente amplio de intervalos centrados en distintos puntos de operación, las ganancias y los parámetros del modelo no pueden considerarse como constantes en dichos rangos. Pudiéndose definir rangos de validez de los valores de ciertos parámetros de acuerdo al fin perseguido con el control. Este inconveniente no resulta serio si se trabaja con algoritmos de control adaptables ya que estos se encargan de estimar y/o ajustar los coeficientes del controlador de acuerdo al punto de funcionamiento del sistema a controlar.

En el sistema analizado se dispone de una cámara C1 donde se mezclan dos corrientes de aire, una de flujo F1 de aire seco proveniente de un recinto S0 en el cual a través de un proceso de condensación de vapor de agua por enfriamiento se ha producido el secado del aire. Debido a las dimensiones de S0 y a la capacidad de secado de aire del elemento encargado de esta tarea frente al caudal F1, se supone que el recinto S0 puede actuar como una fuente ideal de aire seco para el resto del sistema (apartamientos de esta consideración - u otras que se hacen mas adelante- pueden ser tratadas como perturbaciones del sistema). El flujo F1 es impulsado por un ventilador y puede ser regulado por una pequeña compuerta.

La masa de aire que corresponde al flujo F1 puede ser calentada por medio de un elemento calefactor Z1.

El flujo F2 corresponde a aire húmedo, el cual se obtiene haciendo circular una masa de aire por encima de un recipiente de agua cuya temperatura puede ser variada a través de la potencia entregada a un elemento calefactor Z2.

La mezcla resultante de estos dos flujos pasa al recinto donde se desea realizar el control de temperatura y humedad relativa. En el interior de este existe un elemento agitador que tiene por finalidad unificar la temperatura, y humedad relativa en todos los puntos del recinto.

El sensor de humedad relativa es un capacitor de láminas de oro cuyo dieléctrico es un film plástico que tiene una constante dieléctrica que es función de la humedad relativa en la atmósfera y por consiguiente también resulta variable la capacidad en función de esta (3).

Así estructurado el sistema, las variables de control u1 de temperatura y u2 de humedad relativa pueden ser elegidas como las potencias entregadas a los calefactores Z1 y Z2 respectivamente, o indistintamente por tensiones de control correspondientes a estas potencias.

La finalidad de la cámara C1 (fig. 1) es producir un mezclado previo de las masas de aire correspondientes a los flujos F1 y F2 antes de que estas entren en el

recinto de control R0, disminuyendo así posibles perturbaciones. Debido a sus dimensiones con respecto a R0 se considera en primera aproximación que su efecto sobre el comportamiento dinámico del resto del sistema es despreciable. Por consiguiente, el esquema de la figura 1 puede reducirse al indicado en la figura 2.

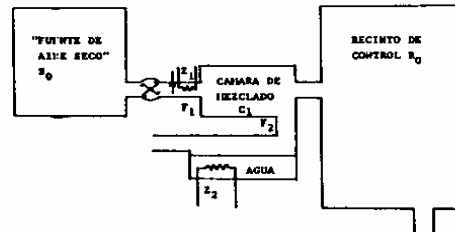


Fig. 1. Esquema del sistema de temperatura y humedad relativa.

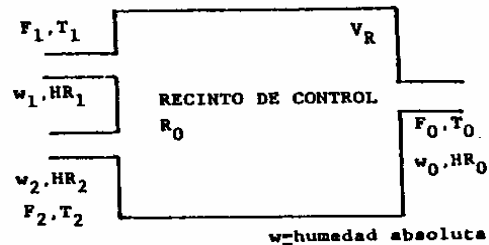


Fig. 2. Esquema simplificado del sistema de temperatura y humedad relativa.

Dentro de un rango acotado de trabajo, puede ser planteada la siguiente ecuación de conservación de energía:

$$d1 \cdot F1 \cdot h1(t) + d2 \cdot F2 \cdot h2(t) - d0 \cdot F0 \cdot h0(t) - m_r \cdot c_r \cdot (TR(t) - Ta)' - (TR(t) - Ta)/R_p = d_r \cdot V_r \cdot (TR(t))' \quad \text{ec. (1)}$$

donde:

- d1: densidad de aire que entra al recinto R0 por 1
- d2: densidad de aire que entra al recinto R0 por 2
- d0: densidad de aire que sale del recinto R0 por 0
- dr: densidad de aire en el recinto R0
- h1(t): entalpía por unidad de masa del aire que entra por 1
- h2(t): entalpía por unidad de masa del aire que entra por 2
- h0(t): entalpía por unidad de masa del aire que sale por 0
- TR(t): temperatura dentro del recipiente de control R0
- Ta: temperatura ambiente
- mr: masa del material del recipiente R0
- cr: calor específico del material del recipiente R0
- Vr: volumen del recipiente R0

Rp-resistencia de perdidas termicas del recipiente RO  
(\*)' denota la derivada de \* con respecto al tiempo.

En este punto pueden realizarse algunas consideraciones que, sin introducir errores apreciables en el modelo, permiten simplificar el problema:

1) se considera que la mezcla dentro del recipiente de control es practicamente instantanea frente a las constantes de tiempo del sistema (el agitador dentro del recinto de control tiene esta finalidad). Por consiguiente la temperatura TO del flujo de aire FO resulta igual a la temperatura TR en el interior de RO en cada instante de tiempo;

2) se supone despreciable, frente a otros efectos presentes, la variación de la densidad del aire con la temperatura y humedad relativa, ya que aún en condiciones de saturación la masa del vapor de agua frente a la del aire es pequeña (4). Es decir:

$$d-d_1=d_2=d_0 \quad \text{ec. (2)}$$

A partir de la ecuación (1) puede escribirse:

$$\begin{aligned} & d. cp. F_1. T_1(t) + d. cp. F_2. T_2(t) - \\ & - d. cp. FO. TO(t) - mr. cr. (TO(t))' + \\ & + mr. cr. (Ta)' - (TO(t)-Ta)/Rp = \\ & = d. Vr. (TO(t))' \quad \text{ec. (3)} \end{aligned}$$

donde T1 y T2 son las temperaturas de las masas de aire que entran por 1 y 2 respectivamente, y cp el calor específico del aire.

La ecuación (3) puede escribirse en el dominio de la frecuencia compleja como:

$$\begin{aligned} & d. cp. F_1. T_1(s) + d. cp. F_2. T_2(s) - \\ & TO(s). ((d. cp. FO+1/Rp)+s(mr. cr. +d. cp. Vr)) \\ & + Ta(s). (s. mr. cr+1/Rp) = 0 \quad \text{ec. (4)} \end{aligned}$$

entonces:

$$\begin{aligned} TO(s) = & k_1. T_1(s)/(1+s. a) + \\ & + k_2. T_2(s)/(1+s. a) + \\ & + k_3. Ta(s). (1+s. d)/(1+sa) \quad \text{ec. (5)} \end{aligned}$$

siendo:  $d=mr. cr. Rp$

$$k_1=d. cp. F_1/(d. cp. FO+(1/Rp))$$

$$k_2=d. cp. F_2/(d. cp. FO+(1/Rp))$$

$$k_3=1/(d. cp. FO. Rp+1)$$

$$a=(mr. cr+d. cp. Vr)/(d. cp. FO+(1/Rp))$$

Por consiguiente ante una variación de la temperatura T1 o T2, la temperatura en el interior del recinto de control RO responde con una constante de tiempo de valor a.

Como ya se ha indicado anteriormente, puede ser elegida como señal de comando, para controlar la temperatura en el recinto RO, a la potencia entregada al calefactor Z1, que actúa modificando en forma directa a la temperatura T1. Si se supone que la temperatura ambiente Ta y la temperatura T2 de la masa de aire que entra por 2 no varían en forma

apreciable y que el recinto de control presenta buenas características de aislación termica (idealmente, cr=0 y Rp=infinito), entonces la constante de tiempo resulta función inversa del flujo FO y directa del volumen Vr del recinto de control. Es decir:

$$a = Vr/FO$$

$$y k_1 = F_1/FO$$

$$k_2 = F_2/FO$$

$$k_3 = 0.$$

ec. (6)

Por otra parte, puede también plantearse la siguiente ecuación de conservación de masa de vapor de agua en el recinto de control (bajo la suposición de que no hay condensación):

$$\begin{aligned} Vr. (WO(t))'. d = & W_1(t). F_1. d + W_2(t). F_2. d \\ - & WO(t). FO. d \quad \text{ec. (7)} \end{aligned}$$

donde:

WO(t)=humedad absoluta de la masa de

aire que sale por 0

W1(t)=humedad absoluta de la masa de

aire que entra por 1

W2(t)=humedad absoluta de la masa de

aire que entra por 2

En la ecuación (7) se ha supuesto lo siguiente:

1) que la humedad absoluta W definida como la relación entre la masa de vapor de agua a la masa de gas no condensable es aproximadamente igual a la relación entre la masa de vapor de agua y la masa de vapor de aire.

2) se considera también que la humedad absoluta Wr en el interior del recipiente de control es igual a la humedad absoluta de la masa de aire que sale por 0, WO (esta suposición se basa en la consideración ya hecha de que la mezcla de los flujos F1 y F2 es rápida frente a las constantes de tiempo intervinientes en el sistema);

Transformando al dominio de la frecuencia compleja la ecuación (7) y suponiendo que  $d=d_0=d_1=d_2$  resulta:

$$\begin{aligned} WO(s). (s. Vr+FO) = & W_1(s). F_1 + W_2(s). F_2 \\ \text{ec. (8)} \end{aligned}$$

por consiguiente:

$$\begin{aligned} WO(s) = & k_4. W_1(s)/(1+s. b) + \\ & + k_5. W_2(s)/1+s. b) \quad \text{ec. (9)} \end{aligned}$$

$$\text{con: } b=Vr/FO$$

$$k_4=F_1/FO$$

$$k_5=F_2/FO$$

Luego la humedad absoluta dentro del recipiente de control responde con una constante de tiempo b a cambios de la humedad absoluta en cualquiera de las entradas del recinto. Por otra parte la humedad relativa es una función no lineal de la temperatura. La expresión de esta función puede ser aproximada alrededor de un punto de operación por:

$$\begin{aligned} Hr = & W. Pa/(.622(.0027T+2+.0363T+.61)) \\ \text{ec. (10)} \end{aligned}$$

siendo Pa la presión atmosférica.

En cuanto a la relación dinámica existente entre la velocidad de generación de vapor de agua y la señal de control u2 (potencia sobre el calefactor Z2), un planteo riguroso de ecuaciones resulta excesivamente complejo, razón por la cual se ha supuesto en primer aproximación que, dentro de un rango acotado de las variables de interés, el comportamiento dinámico entre las variables nombradas puede definirse a través de una transferencia con un polo dominante que depende de la capacidad calorífica del agua y de una 'resistencia de pérdidas térmicas' que tiene en cuenta el calor transferido al medio y el calor entregado para la vaporización.

Una consideración más debe ser hecha y es la referente a la existencia de retardos puros en ambas ramas del sistema debido al tiempo de traslado de las masas de aire desde el lugar donde se ejerce la acción de control hasta el recinto de control.

En base a lo expuesto el modelo completo puede esquematizarse de acuerdo a lo indicado en la figura 3.

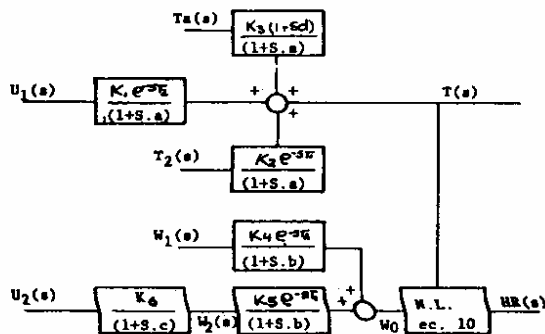


Fig. 3. Esquema del modelo matemático planteado.

El comportamiento del sistema ha sido ampliamente confrontado con el del modelo ante distintos tipos de excitaciones, evidenciándose entre ambos una adecuada similitud. A modo de ejemplo se muestra en la figura 4 la evolución de las variables temperatura y humedad relativa del sistema junto con las salidas del modelo ante una excitación en escalón de la variable de control de temperatura.

En la figura 4 puede observarse, a más de la similitud entre los comportamientos del modelo y del sistema, la fuerte interacción existente entre las dos variables a controlar, temperatura y humedad relativa.

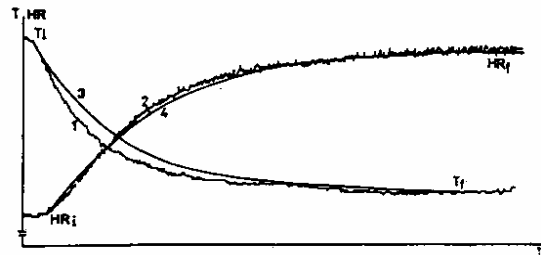


Fig. 4. Curvas 1 y 2. Evolución de T y HR del sistema ante una variación en escalón de la variable de control u1.

Curvas 3 y 4. Evolución de las salidas del modelo ante la misma excitación.

T1=41 C, Tf=33 C, Hi=30%, Hf=45%.

## 2. ESTIMACION DE LOS PARAMETROS DEL MODELO

Como se ha comentado en párrafos anteriores, los parámetros del modelo que aproximan el comportamiento del sistema dependen del punto de trabajo, pudiendo también ser variables en el tiempo aún para un mismo punto de operación. Por consiguiente un conocimiento continuo del valor de estos parámetros es necesario para controlar adecuadamente las dos variables de salida.

### 2.1 Estimación a lazo abierto

A pesar que la estimación de los parámetros del sistema debe realizarse en condiciones de funcionamiento, por consiguiente a lazo cerrado, es conveniente hacer ciertas consideraciones sobre la estimación a lazo abierto.

Si bien el sistema bajo análisis desde el punto de vista del control es de dos entradas y dos salidas, desde el punto de vista de la identificación de sus parámetros puede ser tratado como dos subsistemas "independientes", previa eliminación de la interacción existente. Efectivamente el sistema de temperatura no es interaccionado apreciablemente por el sistema de humedad, luego la estimación de sus parámetros puede hacerse independientemente del resto del sistema. La estimación de los parámetros del sistema de humedad puede hacerse a partir del procesamiento de muestras de las señales de control u2 y de humedad absoluta, siendo estas últimas obtenidas por eliminación de la interacción entre sistemas a partir del sensado de temperatura y humedad relativa en el recinto de control.

Por consiguiente y teniendo en cuenta que la estimación es hecha en base a

muestras de las variables de interés tomadas a intervalos de tiempo iguales, es posible tratar al sistema global como dos subsistemas que responden al siguiente esquema clásico:

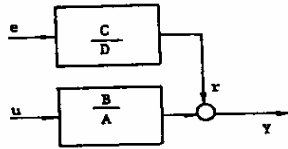


Fig. 5. Esquema general clásico para un sistema con perturbaciones.

donde A, B, C y D son polinomios en  $1/z$  y e corresponde a una secuencia de ruido blanco. El bloque B/A corresponde a la transformación Z de  $H_0(s).G(s)$ , siendo  $H_0$  un reconstructor de orden cero y  $G(s)$  la transformada de Laplace del sistema a analizar.

El ruido n que contamina la salida del sistema puede ser debido a diferentes causas:

- a) a perturbaciones debidas a  $T_a, T_2, W_1$  o en general a condiciones ambientales. En determinadas ocasiones puede esperarse que estas perturbaciones sean lentas frente a la dinámica del sistema y por consiguiente pueden interpretarse como valores constantes durante ciertos periodos,
- b) imprecisiones en el modelo de la planta,
- c) imprecisiones en las medidas de las variables de salida y perturbaciones en los canales de transmisión del control, etc. (2)

Existen diferentes algoritmos de estimación que pueden ser empleados (5). En particular el algoritmo de Cuadrados Mínimos (LS) permite obtener estimaciones no polarizadas de los parámetros del sistema en aquellos casos en que no existe ruido presente o en aquellas situaciones en que el ruido que contamina la señal tiene las mismas singularidades que las del sistema a estimar (A=D), es decir que el sistema a estimar debe responder (para que no exista polarización) a una ecuación general de la forma:

$$A \cdot Y' = B \cdot U' + e' \quad \text{ec(11)}$$

con  $e'$  ruido blanco,  $Y'$  salida del sistema y  $U'$  su excitación. Esta condición raramente se cumple en la práctica y por consiguiente si se desea realizar una estimación no polarizada se debe recurrir a algoritmos más complejos como pueden ser la versión generalizada GLS o extendida ELS del LS, que estiman simultáneamente los parámetros del sistema y del ruido. Cabe hacer la acotación que si bien en nuestro caso la ecuación (11) no se cumple, también es cierto que en ciertas condiciones (en el caso que el ruido presente es debido fundamentalmente a cambios en las

condiciones ambientales) el ruido tiene una singularidad común a la del sistema, este conocimiento a priori puede facilitar y acelerar la estimación del resto del sistema.

Son también condiciones necesarias para que los parámetros estimados converjan a los valores correctos las siguientes: (6)  
a) que la entrada al sistema lo excite en forma permanente,  
b) que la secuencia  $e(t)$  sea independiente de la secuencia de entrada al sistema,  
c) que las secuencias de muestras procesadas para realizar la estimación tengan valor medio cero, en caso contrario deben ser desafectadas de sus valores medios para una correcta estimación (valores medios de las señales propiamente dichas o debido a perturbaciones constantes). Para cumplir con esta exigencia se puede proceder de alguna de las siguientes maneras: (7)  
c-1) diferenciar las señales a procesar. La manera más simple de eliminar la componente de continua de las señales a procesar es tomar la diferencia:

$$dx(i) = x(i) - x(i-1) \quad \text{ec(12)}$$

de la señal genérica  $x$  y procesar la secuencia  $dx$  en lugar de la secuencia  $x$ . Es decir que la señal genérica  $x$  es filtrada por un filtro pasa altos de transferencia  $((z-1)/z)$  para obtener la señal a procesar para realizar la estimación.  
c-2) el valor medio puede ser calculado por la ec(13) y desafectárselo a la señal correspondiente.

$$X_{cc} = (1/m) \sum_{i=1}^m x(i) \quad \text{ec(13)}$$

o bien en forma recursiva por:

$$X_{cc}(i) = X_{cc}(i-1) + (x(i) - X_{cc}(i-1)) / i \quad \text{ec(14)}$$

Para valores de continua suavemente variantes en el tiempo puede ser contemplado un factor de olvido de tipo exponencial.  
c-3) el valor de continua puede ser estimado como un parámetro más del sistema mediante el algoritmo de estimación.

## 2.2. Estimación a lazo cerrado

Cuando las entradas del sistema a identificar son generadas por realimentación se encuentran correlacionadas con las perturbaciones y no es obvio que todos los parámetros del modelo puedan ser determinados. Tampoco es obvio que las entradas generadas de esta manera exciten persistentemente a todas las singularidades del sistema. (6)

Para un esquema general como el indicado en la figura (6) puede plantearse como condición necesaria para que la identificación sea posible la siguiente: (7)

$$m_f \geq m_a - d$$

$$m_g \geq m_b$$

ec. (14)

donde:

$m_f$  es el orden del numerador de la función de transferencia del controlador  
 $m_g$  es el orden del denominador de la función de transferencia del controlador  
 $m_b$  es el orden del numerador de la función de transferencia del sistema  
 $m_a$  es el orden del denominador de la función de transferencia del sistema  
 $d$  es el retardo del sistema en número de muestras.

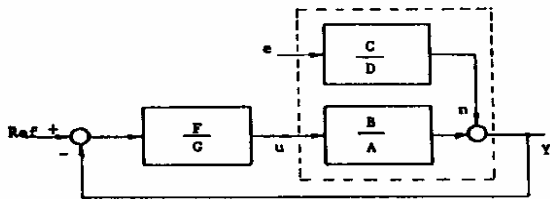


Fig. 6. Esquema general del sistema a lazo cerrado.

Las desigualdades (14) para el presente caso no presentan limitaciones debido al bajo número de singularidades del sistema analizado y a la existencia del retardo.

Si las variables de control no excitan en forma permanente todas las singularidades del sistema debe ser agregada una señal externa de perturbación  $x_1$  como se indica en la figura (7).

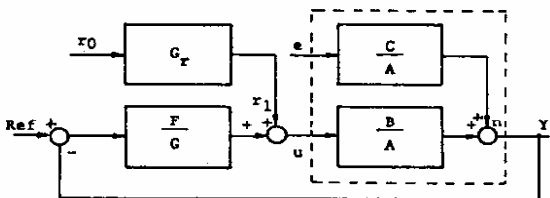


Fig. 7. Esquema del sistema a lazo cerrado con señal de perturbación adicional para la estimación.

Verificadas las condiciones necesarias puede procederse en forma directa e indirecta para realizar la estimación a lazo cerrado (7). El proceder indirecto consiste en identificar un modelo de lazo cerrado y calcular, en base a este y suponiendo conocida la transferencia del compensador, la transferencia del proceso. En el proceder directo, en cambio, el modelo del proceso es directamente identificado, en este caso no es necesario el conocimiento del

compensador. Cabe aclarar que el conocimiento del compensador no es limitación en nuestro caso, de modo que ambos métodos pueden ser empleados.

### CONCLUSIONES

Los sistemas de temperatura y humedad relativa presentan ciertas particularidades que pueden hacer necesario la aplicación de técnicas de control autoajustables cuando una buena performance es requerida. Un modelo matemático del sistema juega un papel fundamental cuando se aplican este tipo de técnicas. En el presente trabajo se ha desarrollado un modelo matemático de un sistema de temperatura y humedad relativa, el cual ha demostrado tener un comportamiento acorde al del sistema real. Si bien las ecuaciones que se han planteado corresponden a una planta en particular, pueden extenderse fácilmente a procesos similares. Se plantean también una serie de consideraciones para poder estimar los parámetros del sistema a lazo cerrado en vista a aplicar técnicas autoajustables para su control.

### REFERENCIAS

- (1) Keviczky L., Hethessy J.. A general approach for deterministic adaptive regulators based on explicit identification. Reporte del Instituto de Automatización de la Academia de Ciencias de Hungría. 149/1963
- (2) España M., Ortega R.. Reguladores y controladores autoajustables. Instituto de Ingeniería UNAH. Series del Instituto de Ingeniería N475. Diciembre 1963.
- (3) Hoja Técnica: "Relative Humidity Sensor" Part number 5x36h122r. Hepco/Electra, Inc. North American Philips.
- (4) Holman J. P.. Thermodynamics. Segunda edición. McGraw-Hill, Inc. 1974
- (5) Eykhoff P.. System Identification - Parameter and State Estimation. John Wiley & Sons. 1974.
- (6) Astrom K. J., Wittenmark. On self tuning regulators Automatica. Vol. 9 pp 185-199. Pergamon Press, 1973.
- (7) Isermann R.. Digital Control Systems. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1981.

#### BIOGRAFIAS



MANTZ, RICARDO J. Nació en Argentina en 1955. Se graduó en Ingeniería en Telecomunicaciones en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata en Marzo de 1979. A Partir de Abril de 1979 es integrante del Laboratorio de Electrónica Industrial,

Control e Instrumentación de la U.N.L.P. - Desde Marzo de 1986 es Investigador Asistente de la Comisión de Investigaciones Científicas de la Provincia de Buenos Aires. Desde 1980 se desempeña como docente en la Universidad Nacional de La Plata.



TACCONI EUGENIO J. Nació en Argentina en 1944. Se graduó en Ingeniería en Telecomunicaciones en la Universidad Nacional de La Plata en 1968. Desde su Graduación trabajó en el Laboratorio de Electrónica Industrial Control e Instrumentación en el desarrollo de instrumentos electrónicos. Actualmente es

Profesor Titular en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata e Investigador Independiente del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas.