OBTENCION DE LAS INDUCTANCIAS OPERACIONALES DE UN GENERADOR SINCRONO POR EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Raúl León Piedra
MSc.Ing.Elec.

Salvador Monsalve Riquetti
Ingeniero Civil

Boris Piedra Iglesias
Egresado

UNIVERSIDAD DE CUENCA

RESUMEN

Considerando la importancia que tiene la modelación de máquinas sincronas dentro del estudio de un SEP, este trabajo presenta las experiencias en la aplicación de un método que permite la simulación de una prueba de respuesta de frecuencia, a partir de la cual se pueden obtener los parámetros de los modelos de las mencionadas máquinas. El método se basa en la solución numérica, mediante elementos finitos, de la ecuación lineal de difusión magnética, y considera condiciones no saturadas y saturadas. Se presenta las características del programa digital para microcomputador, así como los resultados hasta ahora obtenidos, los cuales, si bien son adecuados, demuestran la necesidad de mejorar algunos aspectos del método.

ABSTRACT

Considering the importance of modelling synchronous machines in Electrical Power Systems, this paper presents the experiences in using a method to simulate its frequency response from which, the constants of a given circuit representation can be obtained. The method is based in the numeric solution of the linear magnetic difussion equation, taking into consideration saturated and nonsaturated conditions. It is also presented the characteristics of the digital program developed for a microcomputer and the results obtained so far. Although they are adequated, they demonstrate the need to improve the method.

1. INTRODUCCION

La Escuela de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Cuenca ha tomado como línea de investigación, el desarrollo de un método de respuesta de frecuencia para la determinación de las constantes de los circuitos equivalentes de las máquinas eléctricas. Referencias de trabajos realizados en el exterior han reportado[1-4] excelentes resultados en cuanto a la modelación de las máquinas basandose en datos obtenidos de métodos de respuesta frecuencia. A pesar que la complejidad de la prueba no es exageradamente grande, limitantes económicos, principalmente, lo hacen inaccesible para la universidad.

Como una alternativa válida para ser explorada, se consideró la aplicación de los elementos finitos[5] en la resolución de la ecuación de difusión, la que permite encontrar las inductancias que representan a la máquina. Este trabajo reporta las experiencias obtenidas en la aplicación de la mencionada metodología, y especialmente en la implementación del programada digital desarrollado para una microcomputadora. Los resultados obtenidos estan de acuerdo con los reportados[4] lo que permite asegurar su correcta aplicación.

2. BASE TEORICA

Al plantearse como objetivo la determinación de las inductancias operacionales, es obvia la necesidad de determinar los valores de perturbación del flujo magnético concatenado ante perturbaciones en las corrientes. A su vez, para poder calcular estas perturbaciones en el flujo concatenado, es necesario determinar el valor de una variable relacionada con éste, tomándose al vector potencial magnético.

Ahora bien, debe especificarse la ecuación a resolver. Partiendo de las ecuaciones de Maxwell en estado quasi-estacionario se puede obtener la expresión conocida como Ecuación de Difusión Lineal, dada por:

$$\nabla \times \nu \nabla \times A = -\sigma(\partial A/\partial t) + J_s \qquad (2.1)$$

en donde: $(\nabla \times ..)$ es el operador rotacional
σ es la conductividad eléctrica del material
J_s es la densidad de corriente de las fuentes
ν es la reluctividad magnética del medio

Cabe recordar que ν viene a ser función de la incógnita A, puesto que:

$$B = \nabla \times A \qquad (2.2)$$

Si se planteara la solución de (2.1) tal como ha sido expresada anteriormente, el problema resultaría en exceso complicado por lo que es necesario simplificarlo mediante la suposición de linealidad, es decir, asumir que la reluctividad se mantiene constante en un valor fijado por las condiciones de operación de la máquina. Esta suposición requiere ser justificada, lo cual se hará a continuación.

Como se ha mencionado, se buscan encontrar inductancias operacionales, pero se limitará al caso de inductancias operacionales de pequeña señal, es decir, relaciones entre perturbaciones en el flujo concatenado y perturbaciones en la corriente, producidas al introducir una pequeña señal superpuesta a la señal de estado estacionario; por lo tanto, la desviación alrededor del punto magnético de estado estacionario será despreciable y se puede considerar a la permeabilidad como constante para este caso. Sin embargo, su valor deberá ser definido previamente, utilizando un procedimiento que será desarrollado con posterioridad. Las condiciones anteriores permiten que la reluctividad pueda ser extraída fuera del operador rotacional. Debe notarse que la Ecuación de Difusión (tanto en su forma lineal como no lineal), incluye las corrientes por inducción, dadas por el término $-\sigma(\partial A/\partial t)$. Para facilitar el análisis se han introducido las siguientes hipótesis simplificatorias:

1) Se considera a la máquina como infinitamente larga, por lo que el problema se reduce a dos

dimensiones.

2) Se considera que el vector potencial magnético A, al igual que el vector de densidad de corriente tienen una única componente dirigida a lo largo del eje z (coincidente con el eje de la máquina), a las cuales llamaremos de aquí en adelante simplemente A y J.

3) Las corrientes discretas son sustituidas por densidades de corriente uniformes dentro del área de cada ranura.

La aplicación de las hipótesis (1) y (2) permite convertir a la ecuación de difusión lineal en la siguiente forma escalar:

$$-\nu\, \nabla^2 A(x,y,t) = -\sigma(\partial A(x,y,t)/\partial t) + J \qquad (2.3)$$

Debe aclararse que la solución de la ecuación anterior no se realiza directamente sobre A y J, sino sobre perturbaciones senoidales de éstos, es decir, ΔA y ΔJ, las cuales pueden escribirse como:

$$\Delta A(x,y,t) = \Delta A(x,y)\, e^{jwt}$$
$$\Delta J(x,y,t) = \Delta J(x,y)\, e^{jwt} \qquad (2.4)$$

Sustituyendo (2.4) en (2.3), se obtiene:

$$-\nu\, \nabla^2 \Delta A(x,y) = -jw\sigma\, \Delta A(x,y) + \Delta J_m \qquad (2.5)$$

siendo ésta la ecuación que debe resolverse para diferentes valores de w con el fin de obtener las curvas de respuesta de frecuencia.

Para la solución de la ecuación (2.5) se considerarán como fuentes de corriente a las ranuras de campo y de armadura, debiendo estas corrientes modelarse, como se verá posteriormente, de acuerdo a sus propias características.

3. ELEMENTOS FINITOS, MODELACION Y SOLUCION

Esta sección presenta una visión general de la aplicación del método de los elementos finitos para la solución de la ecuación (2.3).

El método de los elementos finitos se fundamenta en la división de la región de solución (en este caso un plano perpendicular al eje de la máquina síncrona y limitado por las fronteras exterior e interior de la máquina) en un cierto número de elementos, llamados elementos finitos, y en la suposición de que el comportamiento de la variable independiente o incógnita en el interior del elemento está dado por una función de los valores de dicha incógnita en los nodos del elemento.

Lo anterior puede, para el caso general, ser expresado como:

$$V(x,y) = \sum_{i=1}^{n} N_i\, v_i \qquad (3.1)$$

en donde: V es el valor de la incógnita en el punto de coordenadas (x,y) en el interior del elemento

n es el número de nodos del elemento
N_i es la función de forma del nodo i
V_i es el valor de la incógnita en el nodo i.

Las "funciones de forma" dependen de la posición en la que se desee especificar a la variable V, y están definidas de tal forma que su valor es igual a 1 en el nodo a que correspondan y se anula en los demás nodos. Para poder resolver una ecuación diferencial de m-ésimo orden es necesario que en la frontera de los elementos estas funciones y sus (m-1) primeras derivadas, sean continuas (Requerimiento de continuidad) [5].

La obtención de la forma débil [5] de la ecuación (2.5), aplicando el Teorema de Green e integrando por partes, permite convertir a dicha ecuación en:

$$\int_{\Omega} [\nu(\partial p/\partial x\ \partial\Delta A/\partial x + \partial p/\partial y\ \partial\Delta A/\partial y) + jw\sigma p\Delta A - p\Delta J]d\Omega \qquad (3.2)$$

en donde p es una función finita univalorada, utilizada para obtener la forma débil, y donde se puede ver que el orden de las derivadas se ha reducido en uno, lo cual disminuye el requerimiento de continuidad.

En este trabajo se han seleccionado elementos triangulares y se han adoptado funciones de forma lineales, debido fundamentalmente a la simplicidad y a los buenos resultados en cuanto a precisión que proporcionan dichos elementos. Para este tipo de elementos y funciones de forma, la aproximación (3.1) estará dada para el vector potencial magnético (o igualmente para su perturbación), por:

$$A = N_i\, a_i + N_j\, a_j + N_k\, a_k \qquad (3.3)$$

cuyas funciones de forma están dadas para el triángulo ijk, por:

$$N_i = \frac{(x_j y_k - x_k y_j) + (y_j - y_k)x + (x_k - x_j)y}{2S} = \frac{d_i + b_i x + c_i y}{2S} \qquad (3.4)$$

en la cual los subíndices i,j,k se refieren a los nodos i,j,k de cada elemento triangular y S corresponde a su área.

Utilizando el procedimiento Galerkin [5] y sustituyendo (3.3) en (3.2), se puede obtener un sistema de tres ecuaciones para cada elemento ijk, que en forma matricial se expresa:

$$K_m\, a_m + f_m = 0 \qquad (3.5)$$

en donde el elemento ij de la matriz K_m estará dado por:

$$K_{m\,ij} = (\nu/4S)(b_i b_j + c_i c_j) + j(w\sigma/48S)\,(8S(d_i+d_j) - 12 d_i d_j + b_i b_j\,[(x_i+x_m)^2 + (x_j+x_m)^2 + (x_k+x_m)^2] + (b_i c_j + c_i b_j)\,[(x_i+x_m)(y_i+y_m) + (x_j+x_m)(y_j+y_m) + (x_k+x_m)(y_k+y_m)] + c_i c_j\,[(y_i+y_m)^2 + (y_j+y_m)^2 + (y_k+y_m)^2]) \qquad (3.6)$$

siendo sus unidades (A-m/Wb), y x_m, y_m corresponden a las coordenadas del centroide del elemento triangular. De igual modo, el término i-ésimo de f_m será:

$$f_{m\,i} = -(S\Delta J)/3 \quad [Amp] \qquad (3.7)$$

De las expresiones (3.6) y (3.7), es evidente que para la perfecta determinación del sistema de ecuaciones a formar, es necesario especificar tanto las densidades de corriente de las fuentes (J), como la reluctividad.

En el análisis de pequeñas perturbaciones se debe considerar que la máquina previamente a la perturbación, trabaja en un punto de estado estacionario, y por tanto el flujo de operación en el rotor también es estacionario, de tal forma que la perturbación generará un lazo incremental superpuesto a la curva de magnetización normal, por lo cual para los elementos ubicados en el rotor será adecuado asignar los valores de permeabilidad incremental. En el estator, la densidad de flujo no perturbada es alterna, y, si despreciamos la histéresis, la densidad de flujo en cualquier elemento se moverá a lo largo de la curva de magnetización normal, y el efecto de las perturbaciones será el de producir una densidad de flujo senoidal de amplitud modulada, donde la frecuencia modulada es la frecuencia de perturbación. Por ende, en el estator se usa la reluctividad diferencial la cual puede ser ajustada mediante expresiones exponenciales [4].

Se debe asignar valores de densidad de corriente tanto a las ranuras de campo como a las ranuras de armadura. (En lo posterior hablaremos únicamente de corrientes, pero deberá entenderse que el análisis también se aplica a perturbaciones de corriente, lo cual se utiliza para la Ecuación de Difusión Lineal). La densidad de corriente de campo se considera como el producto del número de conductores en cada ranura (N_r) por la corriente de campo I_r, dividido para el área de la ranura (S_{rc}). La corriente I_r debe ser dada con el signo adecuado de acuerdo a su posición relativa al eje magnético de campo; debe señalarse que en este trabajo se ha tomado al semieje d negativo como dirección positiva del eje magnético de campo. Expresando matemáticamente, la densidad de corriente para los elementos ubicados en las ranuras de campo será:

$$J_{campo} = (N_r \pm I_r)/S_{rc} \qquad (3.8)$$

Puesto que la modelación exacta de la corriente de armadura puede transformar en impracticable al proceso, es necesario buscar una forma aproximada de modelar dicha corriente, por lo que se acude a la llamada forma senoidal equivalente, la cual, basándose en la expansión en series de Fourier de la distribución del número de espiras de un devanado concentrado en las zonas de fase, de la cual se toma únicamente la componente fundamental, y, obteniendo una expresión para los amperio-vueltas totales de armadura, permite derivar la siguiente expresión:

$$I_a = (9/\pi^2)NI \operatorname{sen}(\tau-\alpha)\,\Delta\tau \qquad (3.9)$$

en donde: N es el número de vueltas en serie de la armadura, por fase y por circuito
I es el valor máximo de la corriente de armadura
τ es el ángulo de posición de la ranura con respecto al eje d
α es el ángulo entre el fasor resultante de la corriente de armadura y el eje d
$\Delta\tau$ es el paso de ranura de la armadura.

Para el caso de bobinas de paso fraccionario, éstas son consideradas como compuestas por dos bobinas de paso completo desplazadas opuestamente (una en sentido horario, y otra en sentido antihorario) en un ángulo ϵ dado por:

$$\epsilon = (\pi/2)(1 - f_b) \qquad (3.10)$$

siendo f_b el factor de paso de la bobina de armadura. Para estas condiciones, se considera que las barras conductoras en las ranuras de armadura tienen las siguiente corrientes:

Barra superior: $I_a = (9/\pi^2)NI \operatorname{sen}(\tau-\alpha-\epsilon)\,\Delta\tau$ (3.11)
Barra inferior: $I_a = (9/\pi^2)NI \operatorname{sen}(\tau-\alpha+\epsilon)\,\Delta\tau$ (3.12)

Sin embargo, se puede simplificar la expresión de la corriente si consideramos que en toda la ranura circula una corriente igual a la suma de (3.11) y (3.12), lo cual da el siguiente valor:

$$I_a(\tau) = (9/\pi^2)NI \cos\epsilon \operatorname{sen}(\tau-\alpha)\,\Delta\tau \qquad (3.13)$$

La matriz K_a y el vector f_a determinados anteriormente forman un sistema de ecuaciones relacionado con cada elemento en forma aislada. Sin embargo, ésto no es real ya que los elementos se encuentran interconectados entre sí, y por lo tanto, es necesario sumar los aportes de los diferentes elementos a cada nodo. Esto se conoce como proceso de ensamblaje al final del cual se llega a obtener el sistema de ecuaciones general:

$$KAa + f = 0 \qquad (3.14)$$

Al resolver una ecuación general de segundo orden, como en este caso, se requiere que la variable independiente tenga una restricción en cada punto de la frontera de la región de solución, con el fin de que el sistema resultante tenga una solución única.

Puesto que el campo magnético dentro de la máquina tiene una periodicidad cada 360/(número de polos) grados mecánicos, sólo se requerirá analizar como región de solución a una zona definida por dicho ángulo. La frontera de la región de solución estará dada por:

a) El radio exterior del estator.

b) El radio interior del rotor.

c) Las líneas imaginarias que definen la zona angular que se requiere analizar.

En las fronteras a) y b) se asume la restricción de que el valor del vector potencial magnético es nulo, A = 0. En la frontera c), puesto que las dos líneas que definen el angulo de la región sobre la cual se va a resolver el problema, se encuentran en posiciones similares bajo los polos magnéticos opuestos, los valores del vector potencial magnético de los puntos situados en uno de éstos límites, serán iguales en magnitud pero de signo contrario a los del vector potencial magnético de los puntos ubicados en posición relativa similar sobre el otro límite.

La condición de A = 0, se introduce eliminando de la matriz K y del vector f, las columnas y filas que correspondan a las variables nulas. En cambio, la condición de periodicidad magnética se incluye sumando las ecuaciones que corresponden a nodos colocados opuestamente bajo los polos en los límites, y eliminando la fila correspondiente a una de dichas variables y la columna respectiva en la fila que permanece.

Es éste sistema reducido el que debe ser resuelto para el cálculo de los vectores potencial magnético en los nodos de la red. Se lo nombrará simplemente como $Kaa + f = 0$.

Ahora bien, el sistema de ecuaciones formado se caracteriza porque la matriz de coeficientes K es funcion de la reluctividad, y, como se ha señalado, es necesario determinar el valor de v previamente para poder resolver dicho sistema. Si consideramos que la aplicación de la pequeña perturbación no afecta al estado magnètico de la máquina, es obvio que v debe ser determinado para el punto de operación inicial de estado estacionario de la máquina. Bajo estas condiciones, la Ecuación de Difusión No Lineal se convierte en:

$$\nabla \times v\nabla \times A = -J \qquad (3.15)$$

la cual se conoce como Ecuación No Lineal Magnetostática, en la cual si aplicamos el mismo proceso de aproximación por elementos finitos, y la misma forma de modelación, nos permite obtener un sistema de ecuaciones dado por:

$$K'a + f' = 0 \qquad (3.16)$$

en donde los elementos de la matriz K'_e elemental (antes del ensamblaje), estarán dados por:

$$K'_{e\,ij} = (v/4S)\,(b_i b_j + c_i c_j) \qquad (3.17)$$

y los términos del vector f', serán:

$$f'_e = -SJ/3 \qquad (3.18)$$

Como se puede observar, el sistema de ecuaciones que se forma a partir de la Ecuación de Difusión No Lineal, tiene una matriz de coeficientes que depende de la reluctividad v. Este sistema requiere un proceso de solución iterativo, por lo que se ha adoptado el método conocido como Método Iterativo Rápido y Estable [7], el cual acelera los valores de reluctividad en cada iteración, mediante una expresión dada por:

$$v_{k+1} = v_k + f_v \,|\, v - v_k \,| \qquad (3.19)$$

en donde los subíndices k y k+1 indican el paso de iteración, y el valor de v sin subíndice corresponde al valor calculado directamente a partir de la densidad de flujo, sin aplicar la aceleración. El factor de aceleración f_v está dado por:

$$f_v = e^{-\beta|v-v_k|} \qquad (3.20)$$

en la cual, β representa a una constante cuyo valor debe ser determinado de manera que asegure y facilite la convergencia.

De la expresión del vector f', es evidente que se requiere modelar las corrientes, para lo cual es necesario dar como datos de entrada los valores de I_a, I_f y del ángulo α; sin embargo, para un determinado punto de operación de la máquina, los datos que se conocen son, por lo general, I_a, V_T (voltaje en los terminales), y ϕ (ángulo de factor de potencia), Por esta razón, los valores de I_f y α deberán ser calculados inicialmente y recalculados al final de cada solución por elementos finitos, utilizando el diagrama fasorial de estado estacionario de la máquina. Es evidente que ésto implica una aproximación, ya que el diagrama fasorial implica linealidad. Este proceso se conoce como "Proceso Iterativo de Punto de Operación".

Para la aplicación del diagrama fasorial es necesario determinar los valores de las reactancias Xd, Xq y Xaf (valor máximo de la reactancia mutua entre el circuito de campo y una de las fases de la armadura), las cuales inicialmente pueden ser supuestas, pero con posterioridad deberán ser calculadas mediante un procedimiento de procesamiento de los resultados de elementos finitos.

Utilizando el Teorema de Stokes, y las mismas aproximaciones utilizadas en la modelación de la corriente de armadura, al igual que la Transformada de Park, se pueden obtener las siguientes expresiones numéricas para el flujo concatenado del eje d y del eje q:

$$\Phi_d = (6NL_e/\pi^2) \sum_{k=1}^{3N} 2A(\tau_k)\ \text{sen}\ \tau_k\ \Delta\tau_k \qquad (3.21)$$

$$\Phi_q = (6NL_e/\pi^2) \sum_{k=1}^{3N} 2A(\tau_k)\ \cos\ \tau_k\ \Delta\tau_k \qquad (3.22)$$

donde el subíndice k indica la k-ésima ranura y L_e es la longitud activa de la máquina. Las expresiones anteriores han sido dadas para bobinas de paso completo; en el caso de bobinas de paso fraccionario se hace la misma suposición de división de la bobina hecha para la modelación de la corriente de armadura. Es importante indicar que las expresiones anteriores también se aplican, ajustándolas a las condiciones correspondientes, para determinar perturbaciones de dichos flujos.

El cálculo de las reactancias de estado estacionario se realiza a partir de las ecuaciones de estado estacionario de la máquina. Para la determinación de Xd y Xaf se requiere realizar un procedimiento de superposición.

La determinación de la densidad de flujo magnético dentro de la máquina, se realiza considerando que B es igual al rotacional del vector potencial magnético A, y aplicando la condición de que A tiene una sola componente a lo largo del eje z, se obtiene que:

$$B = (\partial A/\partial y)i - (\partial A/\partial x)j \qquad (3.23)$$

Al sustituir la aproximación dada por (3.3) en (3.23), resulta el siguiente valor para B dentro del elemento ijk:

$$B = (1/2S)([(x_k-x_j)a_i + (x_i-x_k)a_j + (x_j-x_i)a_k]i - [(y_j-y_k)a_i + (y_k-y_i)a_j + (y_i-y_j)a_k]j) \qquad (3.24)$$

en donde se puede ver que a partir de la determinación del vector potencial magnético en los nodos, el cálculo de B es directo.

Una vez que haya convergido el proceso iterativo de punto de operación, los valores de densidad de flujo resultantes fijarán los valores de reluctividad a introducir en la matriz de coeficientes del sistema formado a partir de la ecuacion de difusión lineal, cuya solución al ser procesada posteriormente permite determinar las siguientes inductancias operacionales:

$$l_{dde} = |-\partial\Phi_d/\partial I_a| \text{ con } I_f = 0$$

$$l_{qq} = -\Delta\Phi_q/\Delta I_q$$
$$l_{dr} = |\Delta\Phi_d/\Delta I_r| \text{ con } I_d = 0 \qquad (3.25)$$
$$l_{rr} = |\Delta\Phi_r/\Delta I_r| \text{ con } I_d = 0$$

Cabe resaltar el hecho de que el cálculo del punto de operación magnético se realiza únicamente cuando se va a simular la prueba de respuesta de frecuencia en condiciones de carga, puesto que para simular la prueba de rotor parado, los niveles bajos de flujo que existen en dicha prueba permiten asumir valores de reluctividad típicos para B=0.

4. PROGRAMA DIGITAL Y SUS CARACTERISTICAS

Utilizando el método descrito en la sección 3, se ha desarrollado un programa digital para la obtención de las inductancias operacionales de una máquina sincrona (tanto de rotor cilíndrico como de polos salientes), permitiendo simular la prueba de respuesta de frecuencia de rotor parado así como bajo condiciones de carga.

Esta sección detalla las características de este programa (ELFIN) dando énfasis a las técnicas utilizadas para implementar el método en un microcomputador.

ELFIN está formado por tres bloques básicos:

- ELFIN0, para entrada de datos y generación de la red de elementos finitos;
- ELFIN1, para la solución magnetostática; y:
- ELFIN2, para la determinación de las inductancias operacionales mediante la solución de la ecuación de difusión lineal.

4.1 ELFIN0.

Este programa, realizado en BASIC, permite el ingreso de todos los datos necesarios de la máquina, omo las características geométricas y propiedades físicas de los materiales; las condiciones necesarias para la generación automática de la red de elementos finitos y condiciones de frontera.

La generación automática de la red ha sido adoptada con el fin de minimizar la cantidad de datos a ingresar. Con este fin se aprovecha diferentes características tales como la repetición en la disposición de un conjunto de nodos o distribución homogénea de éstos. Es importante señalar que la generación automática distribuye a los elementos en coronas circulares del tamaño adecuado a las características del sector de la máquina en donde se encuentren; por ejemplo, en los interfaces de medios diferentes es prácticamente necesario introducir filas de elementos muy reducidos, con el fin de evitar los cambios bruscos de densidad de flujo y favorecer el cumplimiento de las condiciones de continuidad de la componente normal del vector B y la componente tangencial del vector H en dichos interfaces.

Puesto que las matrices K y K' tienen la característica de ser bandadas, lo cual depende básicamente de la numeración de los nodos de la red, ha sido necesario introducir un método de renumeración nodal, habiéndose seleccionado el método de Cuthill-McKee [8], con el cual se obtienen excelentes resultados para el tipo de generación automática utilizada, pudiéndose señalar que en una red de 1458 elementos y 820 nodos se obtuvo un semiancho de banda de 12, lo cual significó una reducción al 15%, aproximadamente, del semiancho de banda original, lográndose una gran optimización en los requerimientos de almacenamiento.

Como un dato de interés cabe señalar que el tiempo que toma el ingreso de datos y generación de la red antes mencionada es de, aproximadamente, 30 a 40 minutos, lo cual consideramos no es un tiempo elevado.

4.2 ELFIN1.

Este programa realizado en FORTRAN 77, toma los datos de la red de elementos finitos, lo datos de diseño de la máquina y los datos del punto de operación, para a partir de ellos desarrollar el proceso iterativo de punto de operación, con el fin de obtener el estado magnético de la máquina. Como resultados se obtienen los valores de densidad de flujo magnético y reluctividad diferencial en los diferentes puntos de la máquina y los valores de las reactancias X_d, X_q, X_{dr} y X_{rr} de estado estacionario.

En este programa es fundamental el método de solución del sistema de ecuaciones que resulta en cada paso del proceso iterativo interior, utilizándose eliminación gaussiana sin pivoteo ya que estas matrices mantienen su característica de dominancia durante todo el proceso de eliminación. Se seleccionó el método de eliminación gaussiana ante las graves complicaciones en tiempo de procesamiento que representan procesos de inversión o del tipo iterativo.

Debe indicarse que las limitaciones de memoria del microcomputador utilizado, obligaron a dar gran importancia a la forma de optimizar su uso. Se utilizan técnicas de almacenamiento en disco por perfil y toda operación interna aprovecha el carácter bandado de las matrices de coeficientes.

El procedimiento de ensamblaje se realiza por la técnica frontal optimizada de forma que el requerimiento principal de memoria RAM se reduce a una matriz cuadrada de orden igual al semiancho de banda.

4.3 ELFIN2.

Este programa realizado, en FORTRAN 77, toma los valores de reluctividad obtenidos en ELFIN1 para la simulación del comportamiento de la máquina bajo condiciones de operación normal, o asigna valores típicos para B cercano a cero para simulación de la prueba de rotor parado. Toma, igualmente, los datos de la red de elementos finitos y los de diseño de la máquina, así como los valores de frecuencia para los cuales se calcularán las inductancias operacionales. Como resultados entrega los puntos correspondientes a las curvas de respuesta de frecuencia.

Los procedimientos de formación elemental, ensamblaje y solución son iguales a los utilizados en ELFIN1, con la diferencia de que este programa resuelve un problema lineal, y por lo tanto no requiere un proceso iterativo.

5. PRESENTACION Y ANALISIS DE RESULTADOS

Como ha sido anotado con anterioridad, el programa del que trata este trabajo se encuentra en etapa de prueba, y por lo tanto, requiere un mayor número de corridas y de análisis. Sin embargo, se han obtenido resultados dentro de la solución magnetostática que permiten confirmar la correcta aplicación del método. Es justamente, los resultados antes mencionados los que se presentan y analizan a continuación.

5.1 Máquina analizada.

La máquina usada en este análisis corresponde a un generador General Eléctric de 50 MVA del tipo de rotor cilíndrico, de la cual se tienen resultados de estudios similares en la referencia [6].

Con el fin de poder acoplar el análisis de esta máquina dentro de la capacidad disponible, ha sido necesario realizar las siguientes variaciones al análisis realizado en la referencia [6]:

- La discretizacion de la zona de solución se ha hecho con 1458 elementos y 820 nodos, mientras que en la citada referencia se utilizaron 2702 elementos y 1470 nodos.
- En la discretización no se han considerado las cuñas en las ranuras del rotor, lo cual requiere un número de elementos mayor.
- Ante la falta del dato sobre el comportamiento magnético del estator, se ha asumido que su curva de saturación es igual a la del rotor.

Los datos de diseño de la máquina analizada son:

Voltaje nominal	11500 V
Corriente nominal	2510 A
Factor de potencia nominal	0.8
Vueltas por ranura del campo	16
Número de polos	2
Ranuras de la armadura	54
Factor de bobina de la armadura ...	22/27
Barras por ranura de la armadura ..	2
Circuitos de la armadura	2
Longitud activa	3.81 m

Los datos geométricos de la máquina están dados en la referencia [6].

Se ha tomado para análisis al siguiente punto de operación:

Voltaje Terminal (fase-fase eficaz)	= 11420 V
Corriente de armadura (eficaz)	= 2510 A
Factor de Potencia (en retardo)	= 0.8

A continuación se muestran los resultados obtenidos en este análisis, corridos en un microcomputador NCR PC8 con 512 k de memoria, disco duro de 20 Mb y procesador de 10 MHz.

4.2 Resultados obtenidos.

La siguiente tabla muestra los pasos dentro del proceso iterativo del punto de operación:

It	I_T(A)	I_a(A)	α(°)	V_T(V)	ø(°)	VTC/VTR	øC/øR
1	501.43	2510	26.17	12359	-42.8	1.325	1.162
2	438.34	2510	32.15	11365	-28.1	1.218	0.762
3	400.49	2510	23.39	9968	-38.5	1.069	1.044
4	375.95	2510	25.02	9772	-31.7	1.048	0.859
.	.....	....	.....	....	.....	.....	.....
.	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
.	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

En la tabla anterior:

I_a está dada en valor máximo
V_T está dado en valor máximo fase-neutro
VTC se refiere al voltaje terminal calculado al final de cada iteración
VTR se refiere al voltaje terminal dado como dato del punto de operación
øC se refiere al ángulo del factor de potencia calculado al final de cada iteración
øR se refiere al ángulo del factor de potencia calculado al final de cada iteración

El análisis de la tabla anterior, permite comprender en mejor forma el mecanismo de funcionamiento del proceso iterativo de punto de operación. El tiempo de procesamiento que llevaron a los resultados de esta tabla fue de aproximadamente 18 horas, por lo cual se vio necesario reducir la precisión final de voltaje a un 5%, pero el proceso puede ser continuado hasta valores más precisos, lo cual es indicado mediante las líneas punteadas.

En esta tabla se puede observar que el voltaje terminal calculado tiene un acercamiento acelerado hacia las condiciones de voltaje de operación, no así el caso del ángulo del factor de potencia, el cual presenta cierta oscilación. Cabe destacar que el elevado tiempo que requiere este proceso está dado básicamente por la necesidad de acceder continuamente a archivos de disco más que por tiempo de procesamiento propiamente, por lo que el tiempo total podría ser reducido accediendo a una máquina con mayor memoria RAM.

Al final de este proceso iterativo (cuatro iteraciones) se obtuvieron los siguientes resultados:

a) Aplicando a la vez corriente de campo y armadura:

Flujo concatenado de campo = -565.2141 Wb-vuelta
Flujo concatenado del eje d = -21.6945 Wb-vuelta
Flujo concatenado del eje q = +14.1893 Wb-vuelta

b) Cálculo de superposición: aplicando sólo corriente de armadura:

Flujo concatenado de campo = +754.0279 Wb-vuelta
Flujo concatenado del eje d = +36.0581 Wb-vuelta
Flujo concatenado del eje q = +15.8613 Wb-vuelta

c) Cálculo de superposición: aplicando sól corriente de campo:

Flujo concatenado de campo = -1328.5932 Wb-vuelta
Flujo concatenado del eje d = -58.1579 Wb-vuelta
Flujo concatenado del eje q = -1.5952 Wb-vuelta

Reactancias de estado estacionario obtenidas:

X_d = 4.22 ohmios
X_q = 3.56 ohmios
X_{af} = 58.31 ohmios
X_{ff} = 1332.27 ohmios

4.3 Análisis de los resultados.

De la tabla del proceso iterativo de punto de operación, se puede observar que la precisión en los valores obtenidos de voltaje terminal y ángulo del factor de potencia, si bien no son bajos, podrían ser mejorados con un mayor número de iteraciones.

En la referencia [6] se tienen resultados de reactancias calculadas para esta máquina en un punto de operación similar al analizado. Los valores que informan son:

X_d = 2.81 ohmios
X_q = 2.52 ohmios
X_{af} = 33.88 ohmios
X_{ff} = 788.50 ohmios

Como se ve, existe diferencia entre estos valores y los calculados en este trabajo; sin embargo, se debe recordar las suposiciones tomadas en cuanto a la características fisicas, red de elementos finitos y datos de la máquina, con el fin de procesar en el microcomputador. Un solo hecho sería suficiente para justificar la diferencias, y éste corresponde a la discretización.

En la referencia [6] se utilizó una red con una discretización elevada, lo cual no fue factible de realizar en este caso, en donde hemos tenido que utilizar zonas hasta 4 veces menos discretizadas que en el trabajo reportado por dicha referencia. Si se considera que para el tipo de elemento y funciones de forma utilizadas, el error crece con el cuadrado del tamaño de los elementos [9], y conociéndose que la referencia [6] señala poseer un error de aproximadamente el 6%, el error en nuestro caso tiene una causa totalmente clara.

Este análisis anterior puede servir para indicarnos que una mala discretización como la empleada, no simula correctamente la saturación de la máquina, dándonos valores de flujo concatenado mayores a los reales.

En la referencia [6] se presentan valores de la corriente de campo y el ángulo α calculado, y éstos son:

$$I_f = 463.76 \text{ A}$$
$$\alpha = 26.91°$$

Se ve que si bien la aproximación al valor del ángulo α calculado en este trabajo es alta, no sucede igual con la corriente de campo, la cual tiene un valor menor que el obtenido en [4], lo cual se justifica debido también al valor mayor obtenido para X_{af}.

Se observa en los resultados obtenidos, una completo cumplimiento del principio de superposición, puesto que los flujos obtenidos al aplicar tanto corriente de armadura como corriente de campo, son iguales a la suma de los flujos que se obtienen al aplicar cada una de esta corrientes en forma independiente. Asi, tenemos los siguientes errores en la superposición:

Flujo concatenado de campo: 1.65%
Flujo concatenado del eje d: 1.87%
Flujo concatenado del eje q: 0.54%

Como se ve, el error es bastante bajo, lo cual sirve para indicarnos el buen funcionamiento del método.

Un hecho interesante que se debe destacar es la presencia de flujo concatenado en el eje q al aplicarse únicamente corriente de campo. Si bien, se podría suponer que este valor se debe a errores matemáticos, es importante considerar que la saturación en la máquina no tiene un comportamiento simétrico con respecto al eje d, lo cual puede ser la causa de la presencia de este flujo. Este "acoplamiento cruzado" ha tenido ya su confirmación experimental. En [4], también se reportan resultados en este sentido.

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Los resultados obtenidos en este trabajo, si bien requieren un análisis más profundo y el uso de procedimientos que permitan mejorarlos, muestran claramente la factibilidad de realizar estudios de máquinas eléctricas mediante simulación numérica.

Es evidente que el equipo computacional que se disponga para realizar un estudio de éstos, representa un problema crítico debido a la gran cantidad de información que se requiere procesar. Nuestra experiencia nos permite determinar que el uso de un microcomputador no puede ser posible en todo caso, ya que el proceso llegaría a ser impracticablemente lento, por lo que se debe considerar la necesidad de implementar programas de este tipo en computadores con mejores caracteristicas en cuanto a memoria y velocidad de procesamiento. Sin embargo, el microcomputador puede ser una herramienta útil para análisis didácticos o prácticos para máquinas no complejas.

El problema que se ha detectado al usar una discretización no adecuada, ha sido la mala simulación de la saturación en la máquina, puesto que si bien los flujos magnéticos tienen una distribución correcta, sus magnitudes resultan ser más elevadas de lo que se debía esperar.

No sería adecuado concentrar toda la causa del error en la falta de mayor discretización, puesto que podríamos señalar la necesidad de mayores análisis en el área de la presencia de componentes armónicas no consideradas e inexactitudes en la modelación de la corriente de armadura.

Finalmente, creemos necesario recomendar la implementación de programas de este tipo tanto para la investigación de métodos de optimización de modelos de máquinas en estudios de SEP, así como también para sistemas didácticos que permitan a los medios de enseñanza contar con una herramienta que simule perfectamente el comportamiento real de una máquina eléctrica, y que permita observar para posteriormente analizar fenómenos tan interesante como el señalado del "acoplamiento cruzado". La investigación en esta área puede ser acelerada grandemente utilizando solución numérica de los problemas, sobre todo en medios como el nuestro, en donde el factor económico resulta, lamentablemente, determinante.

REFERENCIAS

[1] Dandeno, P.L.; Kundur, P.; Poray, A.T.; Zein El-Din, H.M. "Adaptation and Validation of Turbogenerator Model Parameters through on-line frequency response measurements", IEEE Trans. PAS, Vol 100, N.4, Abril 1981.

[2] Dandeno, P.L. "Development of Generator Models for Stability Analysis particularly for Turbogenerator Applications. An Historical Perspective" IEEE Trans. PAS, 1983.

[3] Coultes, M.E. "Standstill Frequency Response Tests", IEEE Trans. PAS, Vol. 100, N.4, Abril 1981.

[4] Coultes, M.E. "On-line Frequency Response Tests and Identification of Generator Models", IEEE Symposium on Synchronous Machine Modelling, Febrero 1983.

[5] Zienkiewicz, O.C. The Finite Element Method, McGraw Hill Book Company, Berkshire, Inglaterra, 1977.

[6] EPRI Report EL-3359. "Improvemente in Accuracy of Prediction of Electrical Machine Constants and Generator Models for Subsynchronous Resonance Conditions. Volume 2: Application of Two-Dimensional Finite-Element Techniques for Synchronous Machine Modelling", Abril 1984.

[7] Kanai, Y.; Abe, T.; Iizuka, M.; Mukasa, K. "Fast and Stable Non-linear converging Method", IEEE Trans. Magnetics, Vol. 23, Septiembre 1987.

[8] Monsalve, S.; Cueva, O. "Técnica para renumerar los nodos de una malla a fin de minimizar el ancho de banda de la matriz de rigideces", Primer Simposio Nacional de Matemática (ESPOL), Mayo 1988.

BIOGRAFIAS

LEON PIEDRA RAUL: Nació en Cuenca el 25 de Enero de 1955. Obtuvo el título de Ingeniero Eléctrico en la Universidad de Cuenca en 1979. En Mayo de 1987 obtiene el título de Master en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica, otorgado por Iowa State University, Ames, Iowa, EEUU. Desde 1978 hasta la presente fecha es profesor de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Cuenca. Actualmente es Jefe del Laboratorio de Máquinas Eléctricas; Presidente del Colegio de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos del Azuay.

MONSALVE RIQUETTI SALVADOR: Nació en Cuenca. Obtuvo el título de Ingeniero Civil en la Universidad de Cuenca en 1971. Ha realizado estudios de postgrado en Computación aplicada a los recursos hídricos (Technion, Israel) de 1974 a 1975, Matemáticas (Universidad de Buenos Aires) en 1980, Análisis Numérico y diseño en Ingeniería (Universidad de Barcelona) en 1985. Es profesor a tiempo completo de la Universidad de Cuenca, y ha realizado algunas publicaciones.

PIEDRA IGLESIAS BORIS: Nació en Cuenca el 24 de Agosto de 1963. Es egresado de la Escuela de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Cuenca. El tema de este trabajo constituye su tesis de grado.