

CONFIABILIDAD DE SEP

ESCUELA POLITECNICA
NACIONAL

Ing. Raúl Canelos S.

1

ALCANCE DEL ESTUUDIO

PARTE 1 PROBABILIDAD Y ESTADISTICA:

- | INTRODUCCION A LA TEORIA DE LAS PROBABILIDADES
- | VARIABLES ALEATORIAS Y FUNCIONES DE PROBABILIDAD
- | PROMEDIOS ESTADISTICOS
- | FUNCIONES USUALES DE PROBABILIDAD
- | ESTIMACION DE MOMENTOS ESTADISTICOS

PARTE 2 ANALISIS DE CONFIABILIDAD

- | CONFIABILIDAD TECNICAS ACTUALES DE ANALISIS DE FALLOS
- | CONFIABILIDAD EN LA TRANSMISION Y EN LA DISTRIBUCION
- | CONFIABILIDAD EN LA GENERACION

2



BIBLIOGRAFIA

- ¡ Confiabilidad SEP Alfredo Mena
- ¡ Power system reliability evaluation Roy Billinton
- ¡ System Reliability Engineering Frenctie Hall
- ¡ Handbook of Reliability Engineering Mc Graw Hill

EVALUACION:

- ¡ Por semestre:
- Deberes, Tareas y talleres 5 puntos
- 1 examen 5 puntos

3

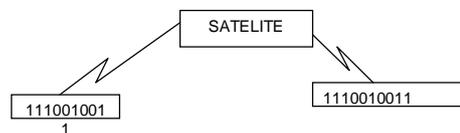
PARTE 1 PROBABILIDAD Y ESTADISTICA CONCEPTOS GENERALES

R (RELIABILITY)

Supongamos calculamos un valor de :

$$V = I * R \text{ (ley de ohm)}$$

En realidad $R = 5 \pm 5\%$ [KΩ]



Cual es el grado de confiabilidad con el que un satélite transmite los datos? De que depende?



Cual es el grado de confiabilidad con el que un generador transmita energía? De que depende?

4

NECESIDAD DE LA CONFIABILIDAD

- i La confiabilidad es parte integrante del mundo de hoy, el grado de complejidad de los sistemas en general, el incremento en la exigencia de la calidad de los productos, son los principales factores para el desarrollo de las teorías de la confiabilidad.
- i Tomemos como ejemplo un boing 747 compuesto de 4.5 millones de partes, de igual forma los sistemas eléctricos aumentan en tamaño y complejidad día a día.
- i Los beneficios económicos de la confiabilidad, según los expertos están en el siguiente orden:
 1. Si rectificar un error de diseño cuesta usd 1 antes de la entrega del mismo
 2. Rectificar un error luego de la entrega del diseño cuesta 10 usd
 3. Rectificar en el prototipo vale 100 usd
 4. Rectificar en preproducción 1.000 usd
 5. Rectificar en producción vale 10.000 usd

5

TERMINOS Y DEFINICIONES

- i **Confiabilidad:** Probabilidad de que un ítem lleve a cabo una misión asignada satisfactoriamente por el período establecido y bajo las condiciones especificadas
- i **Falla:** Inhabilidad de un ítem para funcionar acorde con las pautas inicialmente definidas
- i **Tiempo de inactividad (downtime):** período en el cual un ítem no está en las condiciones para llevar a cabo la misión establecida
- i **Redundancia:** significa más de uno para acometer una función
- i **Accesibilidad (availability):** Probabilidad de que un ítem esté accesible para ser utilizado
- i **Tiempo esperado de fallo MTTF (mean time to failure):** es la suma de los tiempos de operación de los ítems dados dividido para por el número total de fallas
- i **Vida útil:** Período en el cual un ítem opera con una aceptable rata de fallos

DEBER No 1 Escriba un ensayo sobre la historia de la confiabilidad 3 páginas (máximo) en word, tamaño de letra 12 arial, enviar por correo electrónico a la dirección :
raulcanelos@yahoo.com

6

INTRODUCCION

El mundo real y específicamente en el mundo de los sistemas eléctricos y de telecomunicaciones los sistemas están afectados por la incertidumbre que presentan los factores involucrados en el desempeño, provocando resultados de naturaleza aleatoria

- ¡ Lo que analiza y describe la incertidumbre de los factores es la teoría de la probabilidad.
- ¡ EL grado en el que un sistema es propenso al error se mide en PROBABILIDAD
- ¡ Se debe tener en cuenta que no siempre los resultados obtenidos tienen una estructura susceptible de ser medida, en todo caso la ESTADISTICA Y LA PROBABILIDAD son las ciencias destinadas a analizar estos factores.

7

PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

“La necesidad de jugar es tan apremiante y su práctica tan placentera, que supongo debe ser pecado”

Heywood Broun

“Debemos creer en la suerte porque ¿de qué otra manera se explica el éxito de las personas que no nos gustan?”

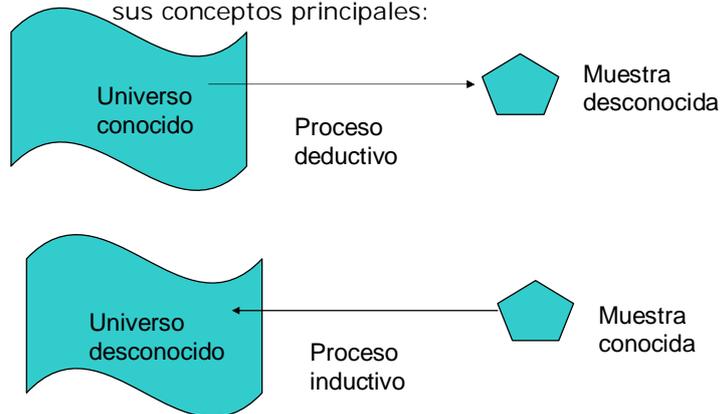
Jean Cocteau

8

PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

INDUCCIÓN O DEDUCCIÓN ?

La confiabilidad es una ciencia eminentemente probabilística, de ahí la necesidad de revisar sus conceptos principales:



9

Azar y desconocimiento.

El azar está relacionado con el desconocimiento. Un ejemplo nos puede ayudar; piense en un proceso industrial que produce grandes cantidades de un artículo determinado. No todos los artículos producidos son idénticos, cada artículo puede calificarse como "bueno" o "defectuoso". Si de toda la producción se escoge un artículo "a ciegas", ese artículo puede resultar bueno o defectuoso. Esta es una situación azarosa (o *aleatoria*) y la parte esencial de este azar es que no sabemos si el artículo seleccionado es defectuoso. Claro que con experiencia en el proceso es posible cuantificar de una manera numérica qué tan factible es que el artículo sea defectuoso o no.

10

Azar e incertidumbre.

Hay otro concepto asociado al azar y es el de incertidumbre. Veamos un ejemplo. Respecto a una inversión, podemos estar contemplando invertir una cantidad de dinero.

El retorno sobre la inversión puede ser fijo, como en el caso de una cuenta en un banco con interés fijo; pero pensemos en una empresa. El negocio puede resultar desde un gran éxito hasta un fracaso, es decir, la ganancia no es fija, sino que depende del éxito a obtener.

Si no podemos evaluar qué tan factible es cada monto posible de la ganancia, tenemos una situación de **incertidumbre**. Por el contrario, si podemos tener una idea de qué tan probables son los diferentes resultados, entonces tendremos una situación de **riesgo**. Esta última es la que llamamos aleatoría o azarosa.

DEBER No 2 Defina :

- Azar
- Incertidumbre
- Riesgo

De un ejemplo de sus diferencias
1 página en word, tamaño de letra 12 arial, enviar por correo electrónico a la dirección :
raulcanelos@yahoo.com

11

CONCEPTOS GENERALES

La **estadística**, se basa en observaciones de datos, utilizadas para realizar predicciones con menores márgenes de error.

La **teoría de la probabilidad**, es una disciplina matemática basada en un modelo abstracto cuyas conclusiones y deducciones están basadas en un conjunto de axiomas.

Experimento, es la observación de un fenómeno físico, obteniendo un resultado.

Fenómenos físicos, se los puede clasificar como:

- Determinístico**, son aquellos que podemos conocer con anticipación los resultados.
- Aleatorios**, son aquellos que no podemos conocer sus resultados o no podemos saber cual va a ser su resultado. Los experimentos aleatorios se caracterizan por que tienen por lo menos dos resultados posibles.

Resultados Básicos, son los resultados posibles de un experimento.

Espacio Muestral, es el conjunto de todos los resultados básicos.
Ejemplo: Lanzar un dado y observar el número.
 $S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

Suceso o Evento, es un subconjunto de los resultados básicos (A, B, C,....) de un espacio muestral.

- $A = \{ \text{número mayor que 4 al lanzar un dado} \}$
- $A = \{ 5, 6 \}$

Suceso o Evento Complementario, es al subconjunto $\bar{A} = A^c$ que pertenece a S.

- A del espacio muestral S
- $\bar{A} \in S$ y $\bar{A} \text{ no } \in A$

12

Propiedades de los Sucesos o Eventos

Intersección, o producto de eventos

Sean A, B sucesos

$A \cap B$ conjunto de resultados básicos en S $\in A \cap B$

Sucesos Mutuamente Excluyentes,

Sean A, B sucesos

$A \cap B = \{\emptyset\} = A \cdot B$

Unión de Sucesos, o suma de eventos

Sean A, B sucesos

$A \cup B = A + B$

Propiedades

Conmutativa:

$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

Elemento Neutro:

$A \cup \emptyset = A$

$A \cap S = A$

Distributiva:

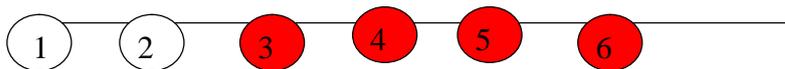
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

13

Teoría de Probabilidad

Eventos



Tomemos ahora seis bolas numeradas del 1 al 6, de las cuales dos son blancas y cuatro rojas, en una urna, y realizamos dos extracciones, sin reposición.

El espacio muestral es

$S = \{ (x, y) / x, y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \text{ con } x \text{ distinto de } y \}$

Algunos eventos son:

- i) La primera bola extraída sea blanca
- ii) La segunda bola extraída sea blanca
- iii) La suma de los números de las dos bolas sea 7

14

Teoría de Probabilidad

Eventos



Para cada uno de los eventos mencionados existe un conjunto de descripciones en S tal que el evento ocurre si, y sólo si, el resultado observado en las dos extracciones corresponde a una de las descripciones dentro del conjunto.

En consecuencia, un evento es un conjunto de descripciones. Al decir que cierto evento E ha ocurrido, significa que el resultado de la situación aleatoria considerada tiene por descripción un elemento del conjunto E .

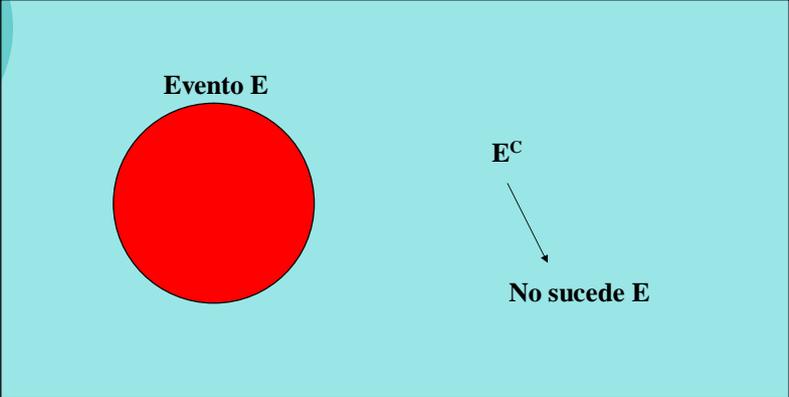
Por lo tanto, podemos hablar de un evento en términos de concepto de *subconjunto*. De otra forma, un evento es un subconjunto del espacio de las descripciones muestrales.

15

Teoría de Probabilidad

Relaciones entre eventos

Espacio S de las descripciones muestrales



Lo que no es rojo es el complemento de E , denotado por E^C

16



Teoría de Probabilidad

Elaciones entre eventos

Espacio S de las descripciones muestrales

Evento E **Evento F**

$E \cup F$: ocurre al menos uno de los dos eventos

17

Teoría de Probabilidad

Elaciones entre eventos

Espacio S de las descripciones muestrales

Evento E **Evento F**

$E \cup F$: ocurre al menos uno de los dos eventos

18

Teoría de Probabilidad

Elaciones entre eventos

Espacio S de las descripciones muestrales

E \cap F: ocurre tanto E como F

19

Teoría de Probabilidad

Relaciones entre eventos

Espacio S de las descripciones muestrales

$E \cup F = (E \cap F^c) \cup (E \cap F) \cup (E^c \cap F)$

20

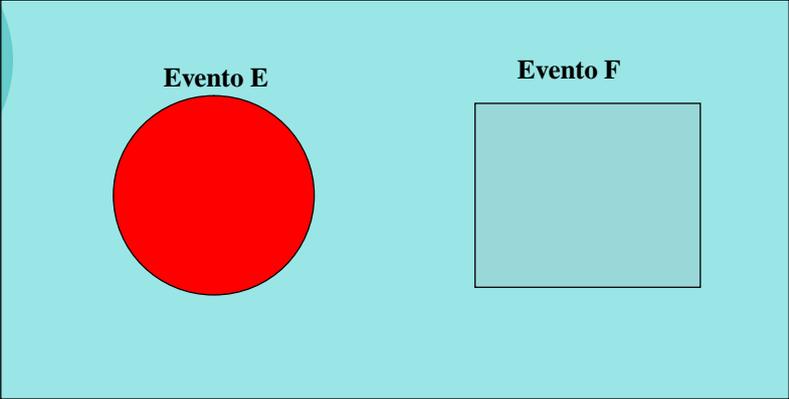
Teoría de Probabilidad

Relaciones entre eventos

Espacio S de las descripciones muestrales

Evento E

Evento F



$E \cap F = \phi$ El evento que no tiene descripción alguna

21

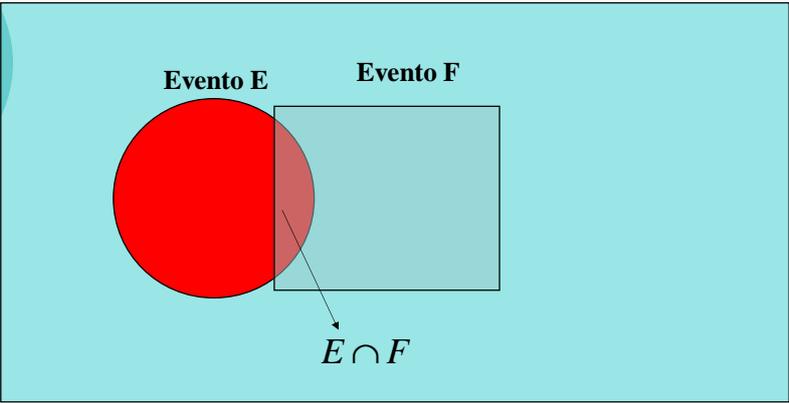
Teoría de Probabilidad

Relaciones entre eventos

Espacio S de las descripciones muestrales

Evento E

Evento F



$(E \cap F)^c = E^c \cup F^c$

22

Teoría de Probabilidad

Relaciones entre eventos

Espacio S de las descripciones muestrales

$(E \cup F)^c = E^c \cap F^c$

23

Ejemplos

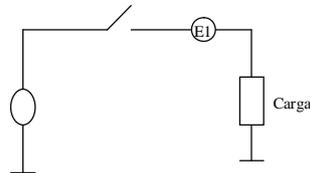
Ejemplo: Se lanza un dado. Sean: $A = \{ \text{sale un número par} \}$, y $B = \{ \text{sale como mínimo un 4} \}$.
 Determine: S , A , B , A^c , B^c , $A \cdot B = A \cap B$, $A \cup B = A + B$; A y B son excluyentes?

$S =$
 $A =$
 $B =$
 $A^c =$
 $B^c =$
 $A \cdot B =$
 $A \cap B =$
 $A \cup B = A + B =$

24

Ejemplos

Ejemplo: Un circuito esta formado por un elemento eléctrico E1 según indica la figura si el elemento no funciona se produce un circuito abierto en este punto. Sea el experimento: cerrar el interruptor y observar el estado del elemento; y, sea el suceso $A = \{ \text{funciona E1} \}$, $B = \{ \text{no funciona E1} \}$, $C = \{ \text{se prende la bombilla} \}$, $D = \{ \text{no funciona la bombilla} \}$. Determine: S , A , B , A_c , B_c , C y D ; entre A , A_c y B mutuamente excluyentes?



25

Ejemplos

Un circuito esta formado por dos elemento eléctrico E1, E2 según indica la figura 2

Sea ϵ cerrar el interruptor y observar el estado de los elementos

$A = \{ \text{funciona E1, E2} \}$

$B = \{ \text{no funciona E1, E2} \}$

$C = \{ \text{se prende la bombilla} \}$

$D = \{ \text{no se prende la bombilla} \}$

Determine: S , A , B , A_c , B_c , C y D ;

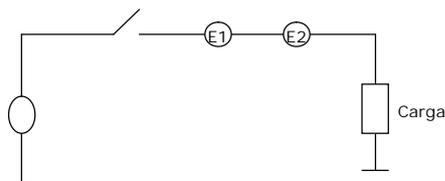


Fig. 2

26

DEBER No 3

: Un circuito esta formado por dos elemento eléctrico E1, E2 según indica la figura
Sea \mathbf{e} cerrar el interruptor y observar el estado de los elementos
A = { funciona E1, E2}
B = { no funciona E1, E2}
C = { se prende la bombilla}
D = { no se prende la bombilla}
Determine: S, A, B, Ac, Bc, C y D;

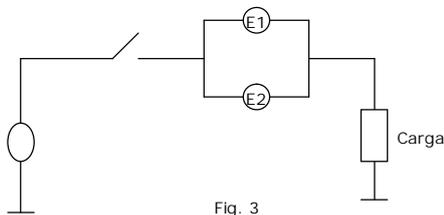


Fig. 3

27

Qué es la Probabilidad?

La probabilidad es la medida numérica de verosimilitud de que algo ocurra
O la medida numérica de la facilidad con la que algo ocurra
La probabilidad se mide en valores desde 0 (suceso imposible) hasta 1 (suceso seguro de ocurrir)

Es lo mismo probabilidad que posibilidad?
Explique su diferencia

28

Tipos de espacios muestrales

Si el espacio muestral es finito o numerable se dice que es DISCRETO

Si el espacio muestral es infinito y no numerable se dice que es CONTINUO

Ejercicio clasifique los espacios muestrales de los siguientes sucesos:

A= { se lanza un dado 4 veces y se observa el número }

B= { Se cuentan los remaches del ala de un avión y se retiran los defectuosos }

C= { tiempo de ejecución de un programa informático }

D= { se mide el caudal de un río }

31

PROPIEDADES DE LAS PROBABILIDADES

Las probabilidades cumplen axiomas matemáticos:

1. $P(\Phi) = 0$
2. $P(A^c) = 1 - P(A)$
3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
4. Si $B \subset A$; $P(B) \leq P(A)$
5. $0 \leq P(A) \leq 1$ Para todo suceso A

32



Ejemplo

Sucesos complementarios: la probabilidad de un suceso complementario a un suceso (A) es igual a $1 - P(A)$

Ejemplo: lanzamos un dado al aire. el suceso (A) es que salga un número par, luego su complementario, suceso (B), es que salga un número impar.

La probabilidad del suceso (A) es igual a :

$$P(A) = 3 / 6 = 0,50$$

Luego, la probabilidad del suceso (B) es igual a:

$$P(B) = 1 - P(A) = 1 - 0,50 = 0,50$$

Se puede comprobar aplicando la regla de "casos favorables / casos posibles": $P(B) = 3 / 6 = 0,50$

Unión de sucesos complementarios: la probabilidad de la unión de dos sucesos complementarios es igual a 1.

Ejemplo: seguimos con el ejemplo anterior: a) que salga un número par, y b) que salga un número impar. La probabilidad del suceso unión de estos dos sucesos será igual a:

$$P(A) = 3 / 6 = 0,50$$

$$P(B) = 3 / 6 = 0,50$$

Por lo tanto,

$$P(A \cup B) = 0,50 + 0,50 = 1$$

Probabilidad Condicionada

Muchas veces se requiere efectuar la probabilidad de que un evento ocurra pero bajo una condición

Ejemplo supongamos que en un sistema de transmisión digital nos interesa calcular la probabilidad de que se haya cometido un error pero también nos puede interesar calcular la probabilidad de error bajo la condición de que se haya enviado una señal con un bit cero

Se definen entonces los sucesos:

A={ se produce un error en la transmisión}

B={ se transmite un bit cero}

Sea P(A) y P(B) las probabilidades que ocurra A y B respectivamente.

P(A/B) es la probabilidad de que suceda A bajo la condición de que ocurra B

$$P(A/B) = P(A \cap B) / P(B)$$

ó, $f(A/B) = f(A \cap B) / f(B)$ donde debe verificarse que:

I. $P(A/B) > 0$

II. $P(S/B) = 1$

Probabilidad Condicionada

Las probabilidades condicionadas se calculan una vez que se ha incorporado información adicional a la situación de partida:

Ejemplo: se tira un dado y sabemos que la probabilidad de que salga un 2 es $1/6$ (probabilidad a priori). Si incorporamos nueva información (por ejemplo, alguien nos dice que el resultado ha sido un número par) entonces la probabilidad de que el resultado sea el 2 ya no es $1/6$.

Las probabilidades condicionadas se calculan aplicando la siguiente fórmula:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Donde:

$P(B/A)$ es la probabilidad de que se de el suceso B condicionada a que se haya dado el suceso A.

$P(B \cap A)$ es la probabilidad del suceso simultáneo de A y de B

$P(A)$ es la probabilidad a priori del suceso A

35

Ejemplo

En el ejemplo que hemos visto:

$P(B/A)$ es la probabilidad de que salga el número 2 (suceso B) condicionada a que haya salido un número par (suceso A).

$P(B \cap A)$ es la probabilidad de que salga el dos y número par.

$P(A)$ es la probabilidad a priori de que salga un número par.

Por lo tanto:

$$P(B \cap A) = 1/6$$

$$P(A) = 1/2$$

$$P(B/A) = (1/6) / (1/2) = 1/3$$

Luego, la probabilidad de que salga el número 2, si ya sabemos que ha salido un número par, es de $1/3$ (mayor que su probabilidad a priori de $1/6$).

36

Ejemplo

2° ejemplo:

En un estudio sanitario se ha llegado a la conclusión de que la probabilidad de que una persona sufra problemas coronarios (suceso B) es el 0,10 (probabilidad a priori).

Además, la probabilidad de que una persona sufra problemas de obesidad (suceso A) es el 0,25 y la probabilidad de que una persona sufra a la vez problemas de obesidad y coronarios (suceso intersección de A y B) es del 0,05.

Calcular la probabilidad de que una persona sufra problemas coronarios si está obesa (probabilidad condicionada P(B/A)).

$$P(B \cap A) = 0,05$$

$$P(A) = 0,25$$

$$P(B/A) = 0,05 / 0,25 = 0,20$$

Por lo tanto, la probabilidad condicionada es superior a la probabilidad a priori. No siempre esto es así, a veces la probabilidad condicionada es igual a la probabilidad a priori o menor.

Por ejemplo: probabilidad de que al tirar un dado salga el número 2, condicionada a que haya salido un número impar.

La probabilidad condicionada es en este caso cero, frente a una probabilidad a priori de 1/6.

37

EJEMPLOS

1 Ejemplo: lanzamos un dado y analizamos dos sucesos: a) que salga el número 6, y b) que salga un número par. Dijimos que el suceso a) está contenido en el suceso b).

$$P(A) = 1/6 = 0,166$$

$$P(B) = 3/6 = 0,50$$

Por lo tanto, podemos ver que la probabilidad del suceso contenido, suceso a), es menor que la probabilidad del suceso que lo contiene, suceso b).

2 Ejemplo: lanzamos un dado al aire y analizamos dos sucesos: a) que salga número par, y b) que sea mayor que 3. La intersección de estos dos sucesos tiene dos elementos: el 4 y el 6.

Su probabilidad será por tanto:

$$P(A \cap B) = 2/6 = 0,33$$

d) Unión de dos o más sucesos: la probabilidad de la unión de dos sucesos es igual a la suma de las probabilidades individuales de los dos sucesos que se unen, menos la probabilidad del suceso intersección

Ejemplo: lanzamos un dado al aire y analizamos dos sucesos: a) que salga número par, y b) que el resultado sea mayor que 3. El suceso unión estaría formado por los siguientes resultados: el 2, el 4, el 5 y el 6.

$$P(A) = 3/6 = 0,50$$

$$P(B) = 3/6 = 0,50$$

$$P(A \cap B) = 2/6 = 0,33$$

Por lo tanto,

$$P(A \cup B) = (0,50 + 0,50) - 0,33 = 0,666$$

38



Ejercicios

Ejemplo: Una cadena de hamburguesas sabe que el 75% de sus clientes utiliza mostaza, el 80% utiliza salsa de tomate y el 65% ambos. a) ¿Cuál es la probabilidad de que un determinado cliente utilice uno de los productos?, y b) Cuáles son las probabilidades de que un consumidor de salsa de tomate utilice mostaza? Y un consumidor de mostaza utilice salsa de tomate?

- A = { cliente usa salsa de tomate }
- B = { cliente usa mostaza }

Ejercicios

Ejemplo: Un determinado item es manufacturado en dos plantas. La planta uno produce el 70% del requerimiento, y la planta dos el 30%. La planta 1 tiene el 90% de probabilidad de cumplir con el estandar, y la planta 2 tiene el 80%.

- a) cuantos items de 100 posibles van a cumplir con el estandar?
- b) Cuál es la probabilidad de un item que cumple con el estandar provenga de la planta 2?

Ejemplo: Se estima que el 48% de las licenciaturas son obtenidas por mujeres, y que el 17.5% de todas las licenciaturas son en administración. El 4.7% de todas las licenciaturas corresponden a mujeres que se gradúan en administración. Sean los sucesos: "el licenciado es una mujer", y "el licenciado es en administración", son independientes estadísticamente?

Independencia de Eventos:

Definición: Sean E y F
 $P(E \cap F) = P(E) * P(F)$

Ejercicios

- Ejemplo: Se lanza dos dados.
- $E = \{ \text{ la suma de sus caras es seis } \} =$
 $= \{ (1,5); (2,4); (3,3); (4,2); (5,1) \}$
- $P(E) = 5/36$
- $F = \{ \text{ el primer número es 4 } \}$
 $= \{ (4,1); (4,2); (4,3); (4,4); (4,5); (4,6) \}$
- $P(F) = 1/6$
- Ejemplo: Un empresario compra tres computadoras de los que se sabe que hay una probabilidad del 90% de funcionar correctamente en los primeros años de uso. Si se consideran eventos independientes, cual es la probabilidad de que los tres computadores funcionen correctamente en los dos primeros años.
- $P(C1) = P(C2) = P(C3) = 0.9$
- $P(C1 \cap C2 \cap C3) = P(C1) * P(C2) * P(C3) = 0.729$

41

El Teorema de Bayes:

- El teorema de Bayes en la teoría probabilidad se refiere al echo de que nuestra percepción, sobre un suceso puede ser modificado, por la influencia de otro suceso.
- Por ejemplo supongamos que el gerente de una empresa distribuidora desea instalar un nuevo tipo de pararrayos en una subestación de una determinada tecnología, esto basado en una posible rentabilidad de continuidad de servicio, al enterarse de que un experto en la materia recomienda este tipo de pararrayos esto hace que el gerente modifique su decisión sobre los mismos
- Matemáticamente podemos decir que:
$$P(A/B) = P(A \cap B) / P(B)$$
$$P(B/A) = P(A \cap B) / P(A)$$
Resolviendo $P(A \cap B)$ e igualando
$$P(B/A) = P(A/B) * P(B) / P(A)$$

42