CAPÍTULO 4 FILTROS

Son dispositivos electrónicos que permiten atenuar las componentes alternas sin modificar la componente continua de la señal de entrada.

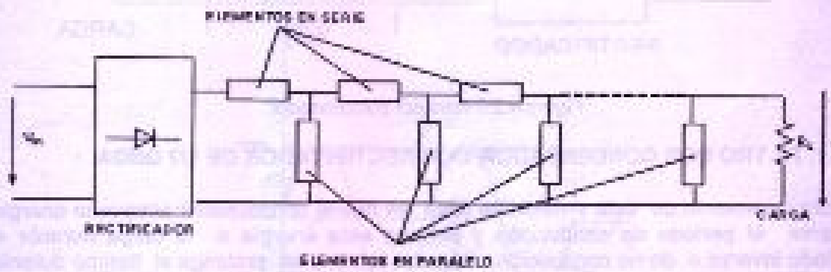

Figura 4.1 Redes de Filtrado

En esta red se distingue elementos en serie y elementos en paralelo.
El efecto del filtrado se manifiesta de la siguiente manera:

Elemento en serie: { cortocircuito para señal DC; circuito abierto para señal DC } bobinas

Elemento en paralelo: { cortocircuito para AC; circuito abierto para DC } capacitores

bobinas: $X_L = w \cdot L$ (Ecuación 4.1)

capacitores: $X_C = 1 / w \cdot C$ (Ecuación 4.2)

4.1. FILTROS POR CONDENSADOR

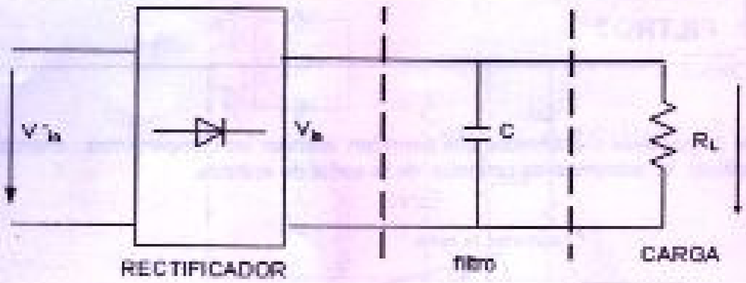

Figura 4.2 Filtros por condensador

4.1.1. FILTRO POR CONDENSADOR CON RECTIFICADOR DE 1/2 ONDA

El funcionamiento de este sistema se basa en que el condensador almacena energía durante el periodo de conducción y entrega esta energía a la carga durante el período inverso o de no conducción. De esta manera se prolonga el tiempo durante el cual circula corriente por la carga y se disminuye notablemente el rizado.

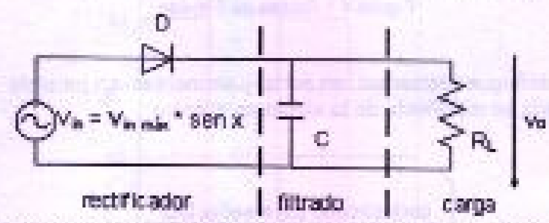

Figura 4.3 Filtro por Condensador con rectificador de 1/2 Onda

ANALISIS:

a) Si $R_L \rightarrow \infty$ entonces el capacitor no tiene por donde descargarse.

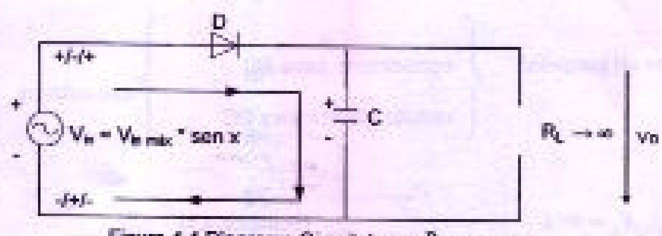

Figura 4.4 Diagrama Circuital con $R_L \rightarrow \infty$

a.1) Semiciclo (+) $0 \leq x \leq \pi$

El diodo en $PD \rightarrow$ conduce hasta $\pi/2$

$\Rightarrow V_C = V_{máx}$ (el capacitor se carga hasta $V_{máx}$)

luego $(\pi/2 \le x \le \pi)$ el diodo en $PD \rightarrow$ se abre

a.2) Semiciclo (-) $\pi \le x \le 2\pi$

El diodo en $PI \rightarrow$ se abre, sin embargo el capacitor C conserva su carga a $V_{máx}$

a.3) 2° Semiciclo (+) $2\pi \le x \le 3\pi$

El diodo no conduce de aquí en adelante $\Rightarrow V_C = V_{máx}$

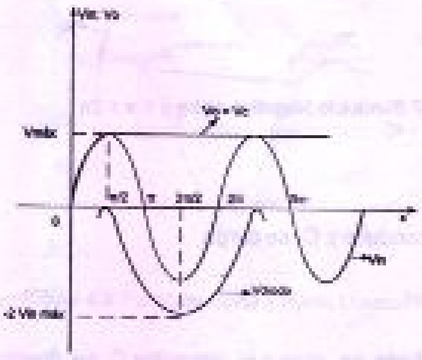

Figura 4.5 Semiciclo Positivo entre $2\pi \le x \le 3\pi$

$$V_{in} - V_{máx} - V_{AK} = 0$$
$$V_{AK} = V_{in} - V_{máx}$$
$$V_d = V_{in} - V_{máx}$$

b) Si R_L es finita

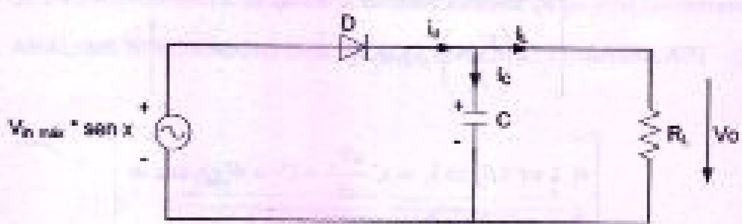

Figura 4.6 Si R_L Finita

b.1) Semiciclo (+) $0 \le x \le \pi$

El capacitor se carga hasta $V_{máx}$

b.2) Semiciclo (-) $\pi \le x \le 2\pi$

El condensador se descarga por RL

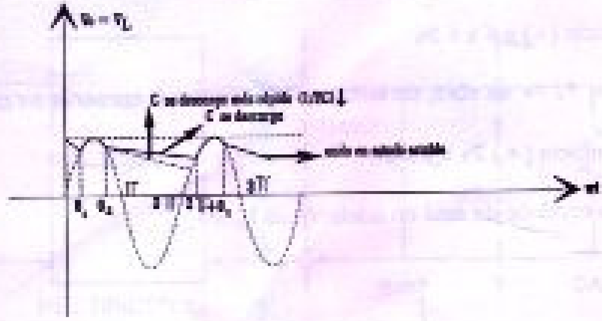

Figura 4.7 Semiciclo Negativo entre $\pi \le x \le 2\pi$

Cuando:

$\theta_1 \le wt \le \theta_2$: El diodo conduce y C se carga

$\Rightarrow V_s = V_L = V_{máx} \cdot sen\, wt$

$\theta_2 \le wt \le 2\pi + \theta_1$: El diodo se abre y el capacitor C se descarga en RL

$\Rightarrow V_L = V_{máx} \cdot sen\theta_2 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

$i_d = i_c + i_L$

$$i_L \left[\begin{array}{l} \theta_1 \le wt \le \theta_2 \Rightarrow i_L = \dfrac{V_L}{R_L} = \left(\dfrac{V_{máx}}{R_L}\right) \cdot sen\, wt \\ \theta_2 \le wt \le 2\pi + \theta_1 \Rightarrow i_L = -i_c \\ i_L = \left(\dfrac{V_{máx}}{R_L}\right) \cdot sen\theta_2 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \end{array} \right]$$

$$i_C \left[\begin{array}{l} \theta_1 \le wt \le \theta_2 \Rightarrow i_C = C\dfrac{dV_s}{dt} = C \cdot w \cdot V_{máx} \cdot \cos wt \\ \theta_2 \le wt \le 2\pi + \theta_1 \\ \Rightarrow i_C = -\left(\dfrac{V_{máx}}{R_L}\right) \cdot sen\theta_2 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \end{array} \right]$$

$$i_d \left[\begin{array}{l} \theta_1 \le wt \le \theta_2 \\ i_d = V_{máx}\left[\left(\dfrac{sen\, wt}{R_L}\right) + C \cdot w \cdot \cos wt\right] \\ \theta_2 \le wt \le 2\pi + \theta_1 \Rightarrow i_d = 0 \end{array} \right]$$

$$\theta_1 = sen^{-1}\left(\frac{2fCR_L - 1}{2fCR_L + 1}\right)$$

$$I_{máx} = V_{máx}\left(\frac{sen(\theta_1)}{R_L} + C \cdot w \cdot \cos\theta_1\right)$$

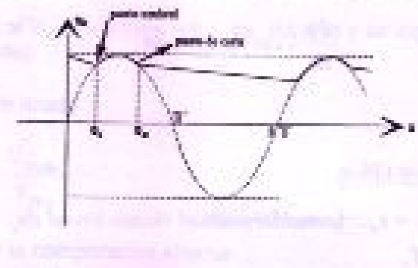

Figura 4.8 Punto de Corte y Punto Umbral

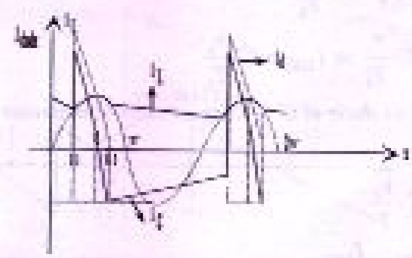

Figura 4.9 Representación de las Corrientes del Diodo, de Carga y del Condensador

4. 1.2. ANALISIS APROXIMADO DEL RIZADO r (RIZADO TRIANGULAR)

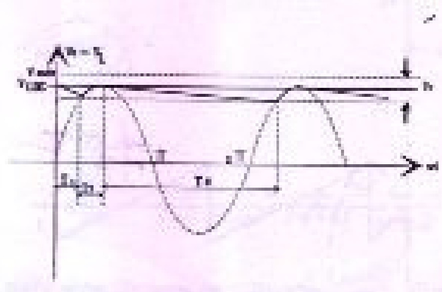

Figura 4.10 Rizado Triangular

$V_{máx}$ = máximo voltaje en los terminales de la carga
Vr = valor pico a pico del voltaje alterno o del rizado
T_1 = Tiempo de carga del condensador C
T_2 = Tiempo de descarga del condensador C
T = Tiempo de un ciclo.

$$V_{LDC} = V_{máx} - \frac{V_r}{2} \qquad \text{(Ecuación 4.3)}$$

Cuando C se descarga se supone que lo hace con una velocidad constante

$$\frac{dq}{dt} = cte \Rightarrow i_C = cte$$

$$q = C\, v_C$$

$$i_C = C\frac{dv_C}{dt} = cte$$

$$dv_C = \Delta v_C = v_r \quad \left(considerando\ el\ rizado\ lineal\ dv_C = \Delta v_C\right)$$

$$dt = \Delta t = T_2$$

$$\Rightarrow i_C = C \cdot \frac{\Delta v_C}{\Delta t} = C\frac{v_r}{T_2}$$

$$e \quad i_L = -C \cdot \frac{v_r}{T_2} \Rightarrow I_{LDC} = C \cdot \frac{v_r}{T_2}$$

$$Si\ T_1 \to 0 \quad es\ decir\ el\ C\ se\ carga\ instantáneamente$$

$$\Rightarrow T_2 \to T$$

$$\Rightarrow I_{LDC} = C \cdot \frac{v_r}{T}$$

$$v_r = -T\frac{I_{LDC}}{C} = \frac{I_{LDC}}{f\,C} \qquad \text{(Ecuación 4.4)}$$

f = frecuencia de entrada

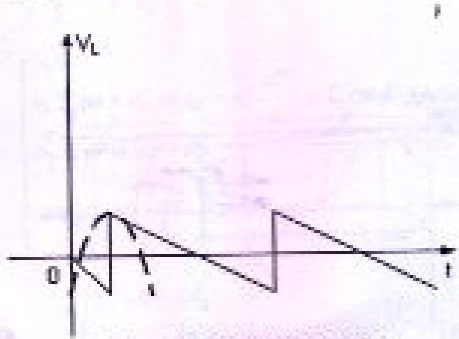

Figura 4.11 Rizado Triangular

$$(4.4)\ en\ (4.3) \Rightarrow V_{LDC} = V_{máx} - \frac{I_{LDC}}{2fC}$$

$$V_{LDC} = I_{LDC} \cdot R_L$$

$$V_{LDC} = V_{máx} - \frac{V_{LDC}}{2 \cdot f \cdot C \cdot R_L}$$

$$\Rightarrow V_{LDC} = \frac{V_{máx}}{\left(1 + \frac{1}{2 \cdot f \cdot C \cdot R_L}\right)} \qquad \text{(Ecuación 4.5)}$$

De la ecuación (4.5) si $V_{LDC} \approx$ Vmáx => r es mínimo y se logra un buen filtrado (si f o C o R_L se incrementa).

Analizando el factor de rizado

$$r = \frac{V_{RMSo}}{V_{DCo}} \qquad \text{(Ecuación 4.6)}$$

V_{RMSo}= valor eficaz de la componente alterna
V_{DCo}= valor de continua en la carga

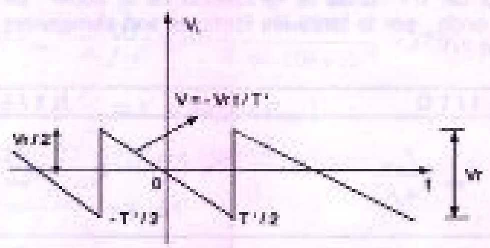

Figura 4.12 Rizado Triangular para calcular V_{RMS}

$$V_{RMS}^{\ 2} = \left(\frac{1}{T'}\right) \int_{-\frac{T'}{2}}^{\frac{T'}{2}} \left(v_r^{\ 2} \cdot \frac{t^2}{T'^2}\right) dt = \frac{v_r^{\ 2}}{12}$$

$$V_{RMS} = \frac{v_r}{2\sqrt{3}} \qquad \text{(Ecuación 4.7)}$$

$$r = \frac{\left(\frac{v_r}{2\sqrt{3}}\right)}{V_{LDC}} = \frac{v_r}{2\sqrt{3} \cdot V_{LDC}} = \frac{I_{LDC}}{2\sqrt{3} \cdot f \cdot C \cdot V_{LDC}}$$

$r = \dfrac{1}{2\sqrt{3} \cdot f \cdot C \cdot R_L}$ para el rectificador de 1/2 onda. (Ecuación 4.8)

Si $C \uparrow \Rightarrow r$ es mínimo

$$V_{LDC} = \frac{V_{máx}}{\left(1 + \frac{1}{2 \cdot f \cdot C \cdot R_L}\right)} = \frac{V_{máx}}{\left(1 + \sqrt{3}\ r\right)} \qquad \text{(Ecuación 4.9)}$$

4.1.3 FILTRO POR C CON RECTIFICADOR DE 1/1 ONDA

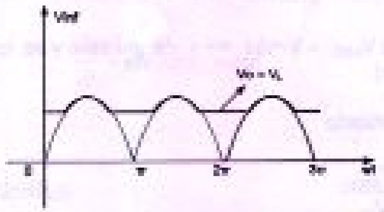

Figura 4.13 Gráfica de Filtro por Condensador con Rectificador de 1/1 Onda

f = frecuencia de la señal de entrada

Para el rectificador de 1/1 onda la frecuencia es el doble de la frecuencia del rectificador de 1/2 onda, por lo tanto las fórmulas son semejantes solo que se debe cambiar f por 2f así:

R 1/1 O	R 1/2 O
$V_{LDC} = V_{máx} - \frac{I_{LDC}}{4fC}$	$V_{LDC} = V_{máx} - \frac{I_{LDC}}{2fC}$
$V_{LDC} = \frac{V_{máx}}{\left(1 + \frac{1}{4 \cdot f \cdot C \cdot R_L}\right)}$	$V_{LDC} = \frac{V_{máx}}{\left(1 + \frac{1}{2 \cdot f \cdot C \cdot R_L}\right)}$
$r = \frac{1}{4\sqrt{3} \cdot f \cdot C \cdot R_L}$	$r = \frac{1}{2\sqrt{3} \cdot f \cdot C \cdot R_L}$
$\theta_1 = sen^{-1}\left(\frac{4fCR_L - 1}{4fCR_L + 1}\right)$	$\theta_1 = sen^{-1}\left(\frac{2fCR_L - 1}{2fCR_L + 1}\right)$
$\theta_2 = tg^{-1}(4\pi \cdot f \cdot C \cdot R_L)$	$\theta_2 = tg^{-1}(2\pi \cdot f \cdot C \cdot R_L)$

Tabla 4.1 Ecuaciones de Rectificador de ½ y 1/1 Onda

EJERCICIOS

4.1.3.1 Determinar el voltaje de rizado Vr en un rectificador 1/1 onda con filtro por condensador donde C = 100 μF si la carga se absorbe 50 mA de corriente continua. Además calcular el %r (% de rizado) si el voltaje pico rectificado es 30 V.

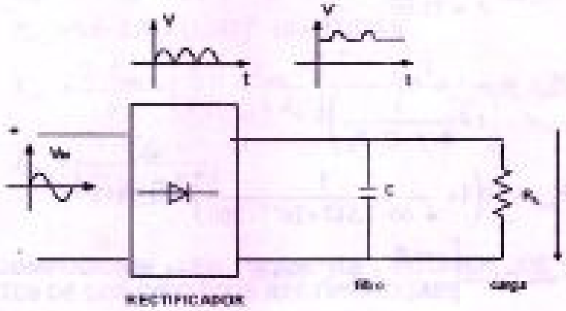

Figura 4.14 Circuito Rectificador de 1/1 Onda con Filtro del Ejercicio 1

V_r = ?; C = 100 μF; I_{LDC} = 50 mA; %r = ?; $V_{máx}$ = 30 V .

$$V_{LDC} = V_{máx} - \frac{I_{LDC}}{4\cdot f\cdot C} = 30 - \frac{50\times10^{-3}}{4\cdot 60\cdot 100\times10^{-6}} = 27.916\,V$$

$$V_{LDC} = V_{máx} - \frac{V_r}{2} \Rightarrow V_r = 2(V_{máx} - V_{LDC})$$

$$V_r = 2(30 - 27.916)V = 4.168\,V$$

$$ó \quad V_r = \frac{I_{LDC}}{2\cdot f\cdot C} = 4.16\,V$$

$$R_L = \frac{V_{LDC}}{I_{LDC}} = \frac{27.916\,V}{50\times10^{-3}A} = 558.32\,\Omega$$

$$r = \frac{1}{4\sqrt{3}\cdot f\cdot C\cdot R_L} = \left(\frac{1}{4\sqrt{3}\cdot 60\cdot 100\times10^{-6}\cdot 558.32}\right)\cdot 100 = 4.308\,\%$$

4.1.3.2. Un rectificador de 1/1 onda con filtro capacitivo entrega 50 V de continua y 0,8 Vrms de rizado a una carga de 200Ω. Hallar la corriente pico que debe soportar los diodos.

$$r = \frac{V_{rms}}{V_{LDC}} = \frac{0.8}{50} = 0.16 = \frac{1}{4\sqrt{3}\cdot f\cdot C\cdot R_L}$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{4\sqrt{3}\cdot f\cdot r\cdot R_L} = 7.517\times10^{-4}\,F$$

$$\theta_1 = sen^{-1}\left[\left(\frac{4fCR_L - 1}{4fCR_L + 1}\right)\right]$$

$$\theta_1 = sen^{-1}\left[\left(\frac{4\cdot 60\cdot 7.517\times 10^{-4}\cdot 200 - 1}{4\cdot 60\cdot 7.517\times 10^{-4}\cdot 200 + 1}\right)\right]$$

$$\theta_1 = 71.09^{\circ}$$

$$V_{LDC} = \frac{V_{máx}}{\left(1 + \frac{1}{4\cdot f\cdot C\cdot R_L}\right)}$$

$$V_{máx} = 50\left(1 + \frac{1}{4\cdot 60\cdot 7.517\times 10^{-4}\cdot 200}\right) = 51.385\,V$$

$$I_{dmáx} = V_{máx}\left[\frac{sen\,\theta_1}{R_L} + w\cdot C\cdot \cos\theta_1\right];\ i_d = i_L + i_C$$

$$I_{dmáx} = 51.385\cdot\left[\frac{sen\,71.09}{200} + 2\cdot\pi\cdot 7.517\times 10^{-4}\cdot \cos 71.09\right]$$

$$I_{dmáx} = 4.96\,A$$

$$I_{drms} = \frac{I_{dmáx}}{\sqrt{2}} = \frac{V_{máx}}{\left(\sqrt{2}\cdot(r_{av} + R_L')\right)}$$

Con $R_L' = R_L \,//\, X_C$

Cuál es la potencia media que disipa el diseño

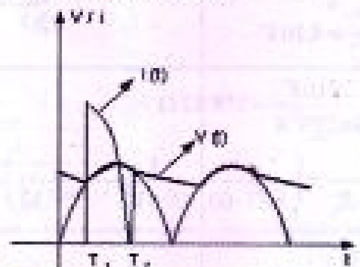

Figura 4.15 Diagrama de Corriente y Voltaje del Circuito

$$P_{DC} = \left(\frac{1}{T}\right)\int_0^T v(t)\ i(t)\,dt$$

$$P_{DC} = \left(\frac{1}{T}\right)\left[\int_{\theta_1}^{\theta_2} v(t)\ i(t)\,dt + \int_{\theta_2}^{2\pi+\theta_1} v(t)\ i(t)\,dt\right]$$

$$P_{DC} = \left(\frac{1}{T}\right)\left[\int_{\theta_1}^{\theta_2} (0.7 + r_{av}\cdot i(t))\ i(t)\,dt\right]$$

en el diodo: $V_{AK}(t) = 0.7 + r_{av} \cdot i(t)$

$$P_{DC} = \left(\frac{0.6}{T}\right)\int_{\theta_1}^{\theta_2} i(t)\,dt + \left(\frac{r_{av}}{T}\right)\int_{\theta_1}^{\theta_2} i^2(t)\,dt$$

$$P_{DC} = 0.6 \cdot I_{DC} + r_{av}(B) \cdot I^2{}_{rms}$$

$$P_{DC} = 0.6 \cdot 2.78 + (3.088)^2 \cdot 10 = 97.025\,W$$

$$I_{dDC} = \frac{2 \cdot I_{máx}}{\pi} = \left(\frac{2}{\pi}\right)\left[\frac{V_{máx}}{r_{av} + R_L'}\right] \qquad con\ R_L' = R_L \,//\, X_C$$

$$I_{rms} = \frac{V_{máx}}{\left[\sqrt{2}\,(r_{av} + R_L')\right]}$$

4.1.4. DESCOMPOSICION EN SERIE DE FOURIER DE LAS ONDAS PROVENIENTES DE LOS CIRCUITOS RECTIFICADORES.

a). RECTIFICADOR DE 1/2 ONDA

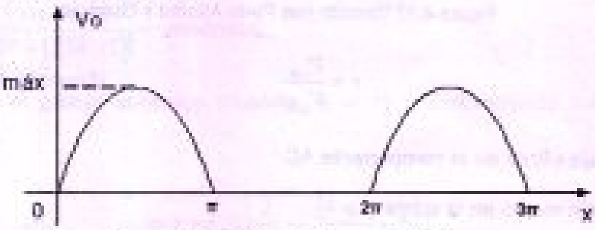

Figura 4.16 Rectificador de media Onda

Descomponiendo la señal rectificada de 1/2 onda en series de Fourier resulta:

$$v = V_{máx}\left[\frac{1}{\pi} + \left(\frac{1}{2}\right) \cdot sen\ wt - \left(\frac{2}{\pi}\right)\sum \frac{(\cos 2kwt)}{[(2k+1)(2k-1)]}\right]$$

$$\frac{V_{máx}}{\pi} = \text{componente DC}$$

$$\left(\frac{V_{máx}}{2}\right) \cdot sen\ wt = 1^{er} \text{ armónico}$$

$$V_{máx}\left(\frac{2}{\pi}\right)\sum \frac{(\cos 2kwt)}{[(2k+1)(2k-1)]} = \text{Armónicos pares}$$

Si despreciamos todos los armónicos pares:

$$\Rightarrow v = V_{máx}\left[1+\left(\frac{1}{2}\right)\cdot sen\ wt\right]$$ (Ecuación 4.10)

$\left(\frac{V_{máx}}{\pi}\right)$ = componente DC

$\left(\frac{V_{máx}}{2}\right)\cdot sen\ wt$ = componente AC.

Puesto que la señal rectificada de 1/2 onda cumple con la condición (4.10) esta puede ser representada por un circuito con parte alterna y continua así :

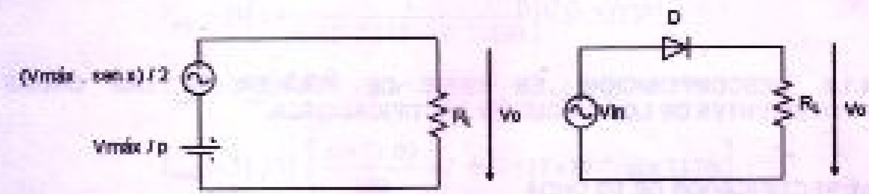

Figura 4.17 Circuito con Parte Alterna y Continua

$$\tau = \frac{V_{LAC}}{V_{LDC}}$$ (Ecuación 4.11)

V_{LAC} = Voltaje eficaz de la componente AC.

V_{LDC} = Voltaje medio en la carga

$V_{LAC} = \frac{V_{máx}}{2\sqrt{2}}$ puesto que es un sinusoide (A.sen wt)

$$V_{rms} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

$$V_{LDC} = \frac{V_{máx}}{\pi}$$ (Ecuación 4.12)

$$\Rightarrow \tau = \frac{\left(\frac{V_{máx}}{2\sqrt{2}}\right)}{\left(\frac{V_{máx}}{\pi}\right)} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$$

$$\tau = 1.11$$

$$V_{rms} = \sqrt{\left(V^2{}_{LDC} + V^2{}_{RMS}\right)} = \sqrt{\left(\frac{V_{máx}}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{V_{máx}}{2\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$V_{rms} = 0.475\, V_{máx}$$

b). RECTIFICADOR DE 1/1 ONDA.

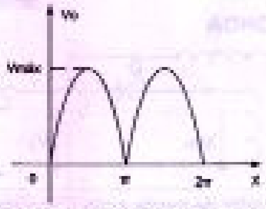

Figura 4.18 Gráfica de un Rectificador de Onda completa

Descomponiendo la señal en series de fourier tenemos:

$$v = V_{máx}\left[\frac{2}{\pi} - \left(\frac{4}{\pi}\right)\sum \frac{(\cos 2kwt)}{[(2k+1)(2k-1)]}\right]$$

$V_{máx}\left(\frac{2}{\pi}\right)$ = componente DC

$V_{máx}\left(\frac{4}{\pi}\right)\sum \frac{(\cos 2kwt)}{[(2k+1)(2k-1)]}$ = armónicos.

Considerando el primer armónico (cuando k = 1) y despreciando los armónicos superiores
(k = 2, 3,...).

$$\Rightarrow v = V_{máx}\left[\frac{2}{\pi} - \frac{(4 \cdot \cos wt)}{3\pi}\right]$$

$V_{máx}\left(\frac{2}{\pi}\right)$ = componente DC

$V_{máx}\frac{(4 \cdot \cos wt)}{3\pi}$ = componente AC (rizado)

Reemplazando en el circuito:

Figura 4.19 Circuito Equivalente del Voltaje de Entrada

Estas componentes de voltajes son las señales que entran al filtro.

4.1.5. FILTRO POR INDUCTANCIA EN SERIE.

a) RECTIFICADOR DE 1/2 ONDA

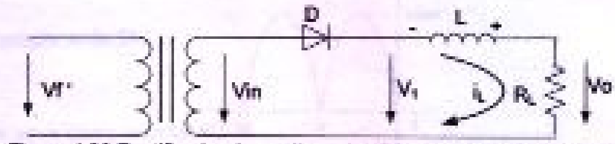

Figura 4.20 Rectificador de media onda (Filtro por inductancia en serie)

Si el diodo es ideal => $V_1 = V_{in}$
La inductancia L bloquea o las atenúa a las componentes alternas. El circuito debe cumplir que:

$X_L >> R_L$ (condición necesaria para el filtro)

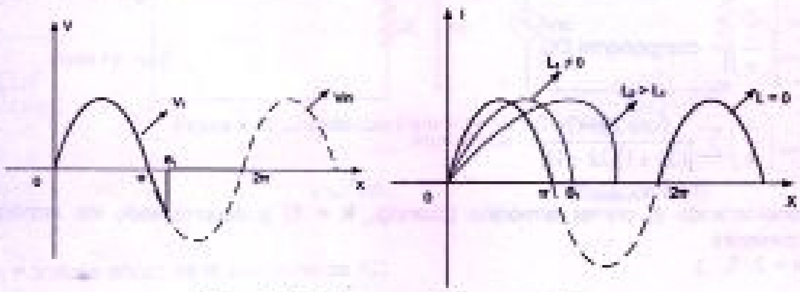

Figura 4.21 Primera condición para un Filtro

Puesto que la inductancia L almacena energía en forma de corriente permite que el ángulo de conducción del diodo se incremente.

$\Rightarrow$ si $L_1 \uparrow \Rightarrow$ el ángulo $\tau \uparrow$

$(0 \le wt \le \theta_1)$ el diodo conduce

$$V_{in} = V_L + V_{RL} = L\cdot\frac{di_L}{dt} + i_L\cdot R_L = V_{max}\cdot sen\; wt$$

con la condición inicial $i_L = 0$ y resolviendo la ecuación diferencial :

$$\Rightarrow i = -\left(\frac{V_{max}}{\sqrt{(R_L^{\,2} + w^2 L^2)}}\right)\left[sen\,(wt - \phi) + e^{-\frac{t R_L}{L\cdot sen\,\phi}}\right] \qquad \text{(Ecuación 4.13)}$$

$$\phi = tg^{-1}\left(\frac{wL}{R_L}\right) \qquad \text{(Ecuación 4.14)}$$

Empleando el circuito equivalente:

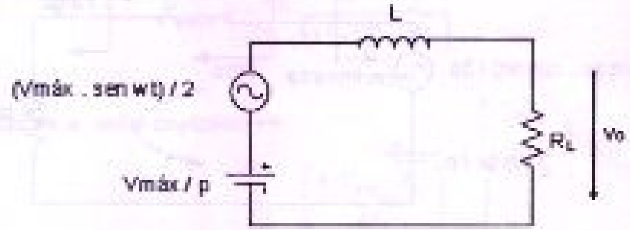

Figura 4.22 Circuito Equivalente del Filtro por Inductancia en Serie

Si consideramos elementos ideales $\Rightarrow$

$$V_{LDC} = \frac{V_{máx}}{\pi} \qquad \text{(Ecuación 4.15)}$$

$w = 2 \cdot \pi \cdot f$; f = frecuencia de la red.

$i_{AC} = \dfrac{V_{máx} \cdot sen(wt - \beta)}{2\sqrt{(R^2{}_L + w^2L^2)}}$ (corriente alterna).

$V_L = i_{AC} \cdot R_L = V_{máx} \cdot sen(wt - \beta) \cdot R_L / 2\sqrt{(R^2{}_L + w^2L^2)}$ (voltaje alterno en la carga).

$V_{LRMS} = V_{máx} \cdot R_L / \left(2\sqrt{2} \cdot \sqrt{(R^2{}_L + w^2L^2)}\right)$ (voltaje de alterno eficaz)

$$\tau = \frac{V_{LRMS}}{V_{LDC}} = \left(V_{máx} \cdot R_L / \left(2\sqrt{2} \cdot \sqrt{(R^2{}_L + w^2L^2)}\right)\right)\left(\frac{\pi}{V_{máx}}\right)$$

$$\tau = \frac{\pi R_L}{\left(2\sqrt{2} \cdot \sqrt{(R^2{}_L + w^2L^2)}\right)} \qquad \text{(Ecuación 4.16)}$$

Si $X_L >> R_L \Rightarrow \tau = \dfrac{\pi R_L}{2\sqrt{2} \cdot w \cdot L}$ (Ecuación 4.17)

b). CON RECTIFICADOR DE 1/1 ONDA (TOMA CENTRAL)

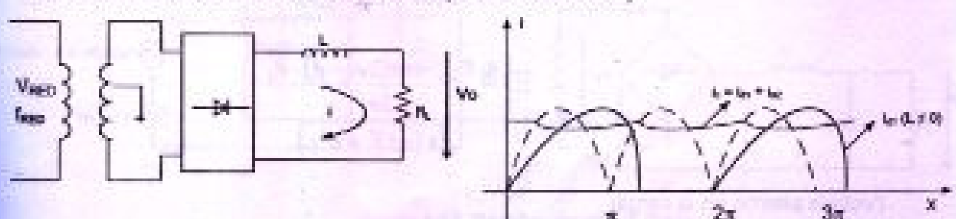

Figura 4.23 Rectificador de onda completa con toma central

El circuito equivalente es:

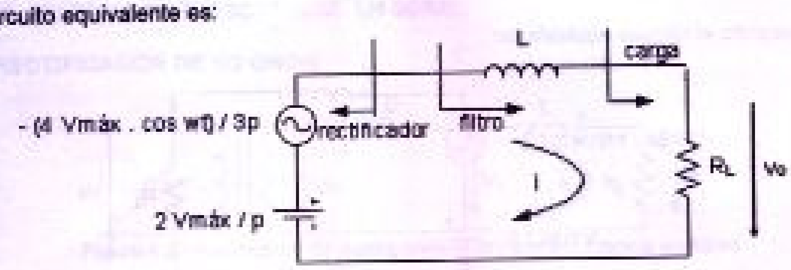

Figura 4.24 Circuito equivalente del Rectificador con Toma Central

Para DC.

Considerando elementos ideales :

$$V_{LDC} = \frac{2V_{máx}}{\pi} \qquad \text{(Ecuación 4.18)}$$

$$V_{LDC} = \frac{2V_{máx}}{\pi} - I_{LDC} \cdot R \qquad \text{(Ecuación 4.19)}$$

donde R = suma de la resistencia del diodo + bobina + transformador

Para AC.

$$i_{AC} = -\frac{\left[\dfrac{4 \cdot V_{máx} \cdot \cos(2wt - \phi)}{3\pi}\right]}{\sqrt{\left(4\,(wL)^2 + R^2{}_L\right)}}$$

$$\phi = tg^{-1}\left(\frac{2wL}{R_L}\right) \qquad \text{(Ecuación 4.20)}$$

Además:

$$i_{TOTAL} = I_{DC} + i_{AC}$$

$$i_{TOTAL} = \frac{2V_{máx}}{\pi \cdot R_L} - \frac{\left[\dfrac{4 \cdot V_{máx} \cdot \cos(2wt - \phi)}{3\pi}\right]}{\sqrt{\left(4\,(wL)^2 + R^2{}_L\right)}}$$

$$V_L = i_{LAC} \cdot R_L = -\frac{\left[\dfrac{4 \cdot V_{máx} \cdot \cos(2wt - \phi) \cdot R_L}{3\pi}\right]}{\sqrt{\left(4\,(wL)^2 + R^2{}_L\right)}}$$

(Voltaje alterno en la carga)

$$V_{LRMS} = \frac{\left[\dfrac{4 \cdot V_{máx} \cdot R_L}{3\pi}\right]}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\left(4\,(wL)^2 + R^2{}_L\right)}}$$

(Voltaje eficaz de la señal de rizado) =>

$$r = \frac{V_{LRMS}}{V_{LDC}} = \frac{\left[\dfrac{\left[\dfrac{4 \cdot V_{máx} \cdot R_L}{3\pi}\right]}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\left(4\,(wL)^2 + R^2{}_L\right)}}\right]}{\dfrac{2V_{máx}}{\pi}}$$

$$r = 2R_L / 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{\left(4\,(wL)^2 + R^2{}_L\right)}$$

$$X_L = 2wL$$

Como en un filtro se cumple $X_L >> R_L$

$$\Rightarrow r = 2R_L / 3\sqrt{2} \cdot 2wL$$

$$r = \frac{R_L}{3\sqrt{2} \cdot wL} \qquad \text{(Ecuación 4.21)}$$

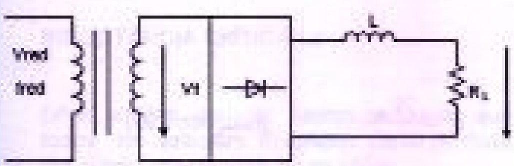

Figura 4.25 Circuito de Onda Completa con Toma Central

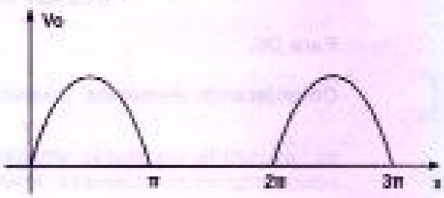

Figura 4.26 Onda de Salida correspondiente a la Figura 4.25

4.1.6 FILTRO LC O DE SECCION L.

a). RECTIFICADOR DE 1/1 ONDA.

Reemplazando el circuito equivalente:

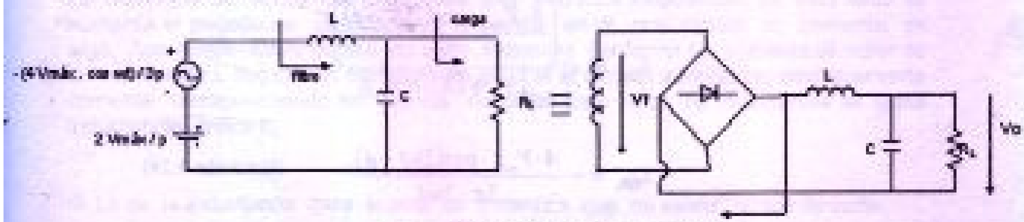

Figura 4.27 Rectificador de 1/1 Onda.

Un buen filtro debe cumplir dos condiciones:

1) $X_C << R_L$
2) $X_L >> X_C$

a) $X_C << R_L \Rightarrow X_C \,//\, R_L \sim X_C$

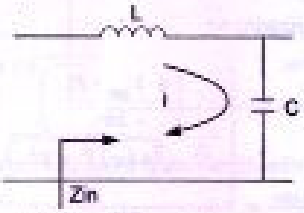

Figura 4.28 Circuito Equivalente cuando $X_C << R_L$

b) $X_L >> X_C$ (para bloquear las señales AC)

$\Rightarrow$ $Zin = X_L + X_C \sim X_L$ $\Rightarrow$ el circuito nos queda:

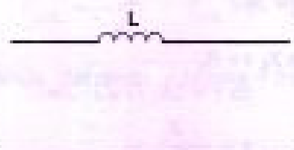

Figura 4.29 Circuito Equivalente cuando $X_L >> X_C$

Para DC.

Considerando elementos ideales.

$$V_{LDC} = \frac{2V_{máx}}{\pi} \qquad \text{(Ecuación 4.22)}$$

Considerando elementos reales :

$$V_{LDC} = \frac{2V_{máx}}{\pi} - I_{LDC} \cdot R \text{; donde } R = R_T + R_D + R_L \qquad \text{(Ecuación 4.23)}$$

Para AC.

$$i_{LAC} = -\frac{\left[\dfrac{4 \cdot V_{máx} \cdot \cos(2wt - \phi)}{3\pi}\right]}{\left[X_L + (X_C \,//\, R_L)\right]}$$

$$i_{LAC} = -\frac{4 \cdot V_{máx} \cdot \cos(2wt - \phi)}{3\pi \cdot 2wL} \qquad \text{(Ecuación 4.24)}$$

Suponiendo que toda la i se va por c ($X_C << X_L$)

$$V_C = i_{LAC} \cdot X_C = \left[\frac{4 \cdot V_{máx} \cdot \cos(2wt - \phi)}{3\pi \cdot 2wL} \right] \cdot X_C = V_{RL} = V_L$$

(Voltaje AC en la carga)

$$V_{LRMS} = \left[\frac{4 \cdot V_{máx}}{3\pi \cdot \sqrt{2} X_L} \right] \cdot X_C \qquad \text{(Ecuación 4.25)}$$

$$X_L = 2wL; \quad X_C = \frac{1}{2wC}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{V_{LRMS}}{V_{LDC}} = \frac{4 \cdot V_{máx} \cdot X_C \cdot \pi}{3\pi \cdot \sqrt{2} \cdot X_L \cdot 2 \cdot V_{máx}}$$

$$\tau = \frac{\sqrt{2} \cdot X_C}{3X_L} = \frac{1}{6\sqrt{2} \cdot w^2 \cdot L \cdot C} \quad \text{(No depende de RL)} \qquad \text{(Ecuación 4.26)}$$

Si f = 60 HZ => τ = 0, 83 / L*C
L [H]; C[uF]

$$I_{TOTAL} = I_{DC} + I_{AC}$$

$$I_{TOTAL} = \frac{2V_{máx}}{\pi \cdot R_L} - \frac{4 \cdot V_{máx} \cdot \cos(2wt)}{3\pi \cdot (X_L + X_C \,//\, R_L)} \qquad \text{(Ecuación 4.27)}$$

INDUCTANCIA CRÍTICA Lc

En el análisis anterior hemos supuesto que la corriente circula por el circuito en todos los instantes. Si existen punto de corte, es decir, intervalos de no conducción del diodo; este análisis no es válido.

Consideremos:

a). Cuando no se utiliza inductancia existe a través del diodo durante un cierto periodo y por lo tanto existen puntos de corte.

b). Supongamos ahora que colocamos una pequeña inductancia. En este caso se aumenta el periodo de conducción y el tiempo en el cual circula la corriente es algo. Aun puede existir puntos de corte. Entonces conforme se aumenta el valor de la inductancia L llegará un momento en el cual el circuito suministre continuamente corriente desapareciendo los puntos de corte. Este valor de inductancia se llama Inductancia crítica L_C.

⇨ Lc es la inductancia para la cual se garantiza que no exista puntos de corte.

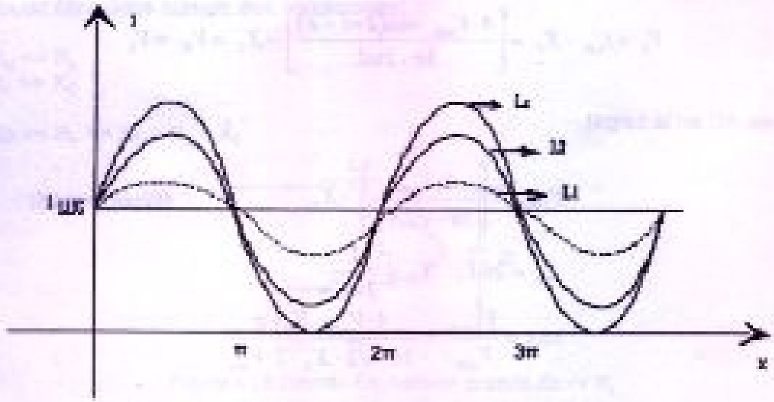

Figura 4.30 Grafica de Inductancia Critica

$L_C > L_2 > L_1$
$I_E \geq 0$

$$\frac{2 \cdot V_{m\acute{a}x}}{\pi \cdot R_L} \geq \frac{4 \cdot V_{m\acute{a}x}}{3\pi \cdot (X_L + X_C // R_L)}$$

$$I_{DC} \geq \frac{4 \cdot V_{m\acute{a}x}}{3\pi \cdot (X_L + X_C // R_L)}$$

Si $X_C << R_L$ y $X_L >> X_C$

$$\Rightarrow I_{DC} \geq \frac{4 \cdot V_{m\acute{a}x}}{3\pi \cdot X_L}$$

$$\frac{2 \cdot V_{m\acute{a}x}}{\pi \cdot R_L} \geq \frac{4 \cdot V_{m\acute{a}x}}{3\pi \cdot X_L}$$

$$\frac{1}{R_L} \geq \frac{1}{3wL} \Rightarrow \frac{1}{R_L} = \frac{1}{3wL_C}$$

$$L_C = \frac{R_L}{3w} \text{ (Inductancia crítica)}$$

Para los criterios de diseño se debe hacer cumplir que: L > Lc (para evitar punto de corte), normalmente se utiliza:
$L_C \approx 1.25\, L_C$, es decir aumentar en un 25%

RESISTENCIA DE ESCAPE O DRENAJE

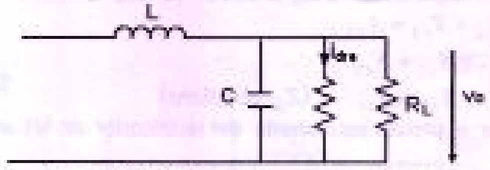

Figura 4.31 Resistencia de escape o drenaje

Con el propósito de disminuir el valor de Lc se coloca una resistencia de escape, de tal manera que:

$$L_C = R_e // \frac{R_L}{3w} < \frac{R_L}{3w}$$

$$L_C \approx \frac{R_e}{3w}$$

$$\Rightarrow I_{dre} = \frac{V_{ADC}}{R_e} = \frac{V_{ADC}}{3wL_C}$$

4.1.7 FILTRO EN L MULTIPLE

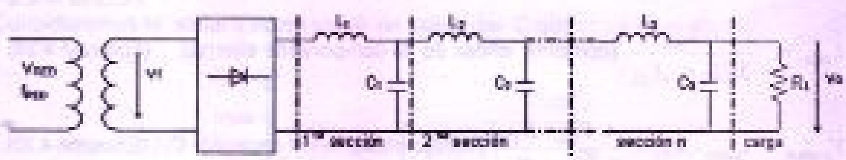

Figura 4.32 Filtro en L Múltiple

RECTIFICADOR DE 1/1 ONDA

Para n=2

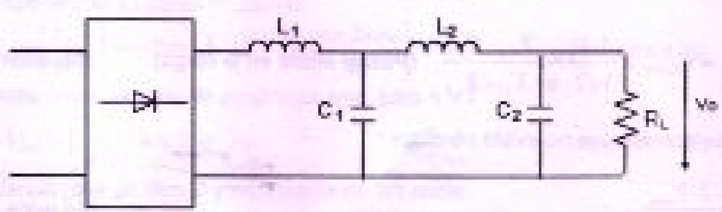

Figura 4.33 Rectificador de Media Onda

$X_L = 2wL$; $X_C = 1/2wC$

En este filtro se debe cumplir que:

$X_{C2} << R_L \Rightarrow R_L \,//\, X_{C2} \approx X_{C2}$

$X_{L2} >> X_{C2} \Rightarrow X_{L2} + X_{C2} \approx X_{L2}$

$X_{C1} << X_{L2} \Rightarrow X_{C1} \,//\, X_{L2} \approx X_{C1}$

$X_{L1} >> X_{C1} \Rightarrow X_{L1} + X_{C1} \approx X_{L1} \qquad (Z_{in} \;\; del \; filtro)$

Reemplazando por el circuito equivalente del rectificador de 1/1 onda.

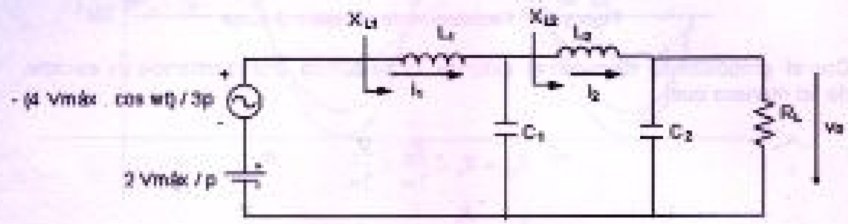

Figura 4.34 Circuito Equivalente del Rectificador de 1/1 Onda

$$i_1 = -\frac{\left[4 \cdot V_{máx} \cdot \cos\left(2wt - \phi\right)\right]}{3\pi \cdot X_{L1}}$$ (corriente AC pura) (Ecuación 4.28)

$$i_{1RMS} = \frac{4 \cdot V_{máx}}{3\sqrt{2} \cdot \pi \cdot X_{L1}}$$ (corriente eficaz de la componente alterna) (Ecuación 4.29)

$$V_{C1RMS} = i_{1RMS} \cdot X_{C1} = \frac{4 \cdot V_{máx} \cdot X_{C1}}{3\sqrt{2} \cdot \pi \cdot X_{L1}}$$ (voltaje eficaz en el capacitor C_1) (Ecuación 4.30)

$$i_{2RMS} = \frac{V_{C1RMS}}{X_{L2}} = \frac{4 \cdot V_{máx} \cdot X_{C1}}{3\sqrt{2} \cdot \pi \cdot X_{L1} \cdot X_{L2}}$$ (Ecuación 4.31)

$$V_{C2RMS} = i_{2RMS} \cdot X_{C2} = \frac{4 \cdot V_{máx} \cdot X_{C1} \cdot X_{C2}}{3\sqrt{2} \cdot \pi \cdot X_{L1} \cdot X_{L2}}$$

$$V_{C2RMS} = V_{LRMS} = \frac{4 \cdot V_{máx} \cdot X_{C1} \cdot X_{C2}}{3\sqrt{2} \cdot \pi \cdot X_{L1} \cdot X_{L2}}$$ (Voltaje eficaz en la carga) (Ecuación 4.32)

Si consideramos que no existe pérdidas :

$$V_{LDC} = \frac{2 \cdot V_{máx}}{\pi}$$ (Ecuación 4.33)

$$\Rightarrow r = \frac{V_{LRMS}}{V_{LDC}} = \frac{\dfrac{4 \cdot V_{máx} \cdot X_{C1} \cdot X_{C2}}{3\sqrt{2} \cdot \pi \cdot X_{L1} \cdot X_{L2}}}{\dfrac{2 \cdot V_{máx}}{\pi}}$$

$$r = \frac{\sqrt{2} \cdot X_{C1} \cdot X_{C2}}{3 \cdot X_{L1} \cdot X_{L2}}$$ (Ecuación 4.34)

También se debe considerar que $L_1 > Lc$ para garantizar la no existencia de puntos de no conducción.

4.1.8. FILTROS π

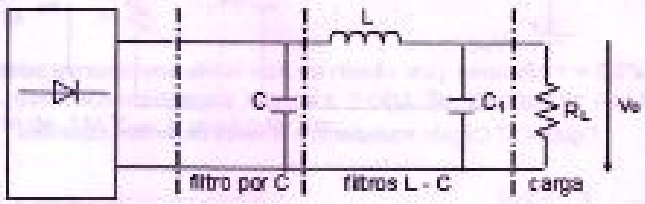

Figura 4.35 Filtros π

Se caracteriza por tener un rizado muy pequeño, los picos de corrientes son altos, la regulación de carga es mala:

% regulación = [(V_{VACIO} - V_{CARGA})/V_{CARGA}] .100
Casi similar a la del filtro capacitivo:
% regulación = 0% (fuente ideal)
Para el análisis:
Consideremos la señal V como señal de salida del C que entra en el filtro L.

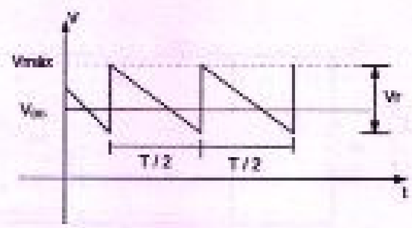

Figura 4.36 Señal de entrada al Filtro

Descomponiendo en series de fourier:

$$V = V_{DC} - \left(\frac{V_r}{\pi}\right)\left[sen\,2wt - (-1)^{k+1}\sum\frac{sen\,2kwt}{k}\right] \qquad \text{(Ecuación 4.35)}$$

Si consideramos la serie de armónicos solo para k = 1

$$\Rightarrow V = V_{DC} - \left(\frac{V_r}{\pi}\right)\cdot sen\,2wt \qquad \text{(Ecuación 4.36)}$$

Recordando para un filtro C y rectificador de 1/1 onda:

$$I_{LDC} = 2\cdot f\cdot C\cdot V_r \qquad \text{(Ecuación 4.37)}$$

$$V_{LDC} = V_{máx} - \frac{V_r}{2} = V_{máx} - \frac{I_{LDC}}{4\cdot f\cdot C} = V_{DC} \qquad \text{(Ecuación 4.38)}$$

Expresando en un circuito equivalente la expresión de salida del filtro C capacitivo:

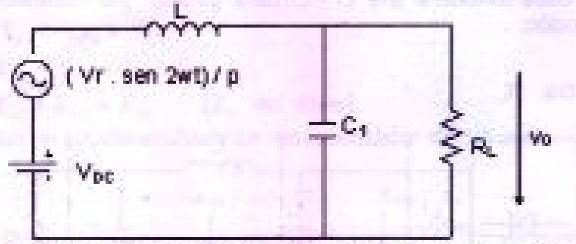

Figura 4.37 Circuito equivalente a la salida de un filtro capacitivo

$$X_{C1} = \frac{1}{2wC}\ ;\ X_{L1} = 2wL$$ **(Ecuación 4.39)**

$$V_{C1AC} = \frac{\left[V_r \cdot X_{C1} \cdot sen\left(2wt - \phi\right)\right]}{\pi \cdot X_L}$$ **(voltaje alterno C_1)**

$$V_{C1AC} = V_{RL} = \frac{\left[V_r \cdot X_{C1} \cdot sen\left(2wt - \phi\right)\right]}{\pi \cdot X_L}$$ **(Ecuación 4.40)**

$$V_{LRMS} = \frac{\left[V_r \cdot X_{C1}\right]}{\pi \cdot 2 \cdot X_L}$$ **(valor eficaz de la componente alterna en la carga)**

$$V_{LDC} = I_{LDC} \cdot R_L$$

$$V_{LRMS} = \frac{I_{LDC} \cdot X_{C1}}{2\sqrt{2} \cdot \pi \cdot f \cdot C \cdot X_L}$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot w \cdot C} = \frac{1}{4\pi \cdot f \cdot C}$$

$$\Rightarrow V_{LRMS} = \frac{2 \cdot I_{LDC} \cdot X_{C1}}{4\sqrt{2} \cdot \pi \cdot f \cdot C \cdot X_L} = \frac{2 \cdot I_{LDC} \cdot X_C \cdot X_{C1}}{\sqrt{2} \cdot X_L}$$ **(Ecuación 4.41)**

$$r = \frac{V_{LRMS}}{V_{LDC}} = \frac{\dfrac{\left[2 \cdot I_{LDC} \cdot X_C \cdot X_{C1}\right]}{\sqrt{2} \cdot X_L}}{I_{LDC} \cdot R_L}$$

$$r = \frac{\sqrt{2} \cdot X_C \cdot X_{C1}}{X_L \cdot R_L}$$ **(Ecuación 4.42)**

CRITERIOS DE DISEÑO:

$X_{C1} << R_L$

$X_L >> X_{C1}$

4.1.9. PROBLEMAS RESUELTOS:

4.1.9.1. Diseñar una fuente de alimentación que emplea un rectificador de onda completa y un filtro LC que satisfaga las condiciones siguientes:

V_{1DC} = 250 V
I_{1DC} = 180 mA

La fuente debe generar una señal con un rizado muy pequeño τ = 0,6% y el filtro inductivo L tiene una resistencia interna r_L = 50Ω. Se dispone de una fuente de alimentación de 115 V_{RMS} y una f = 60 Hz.

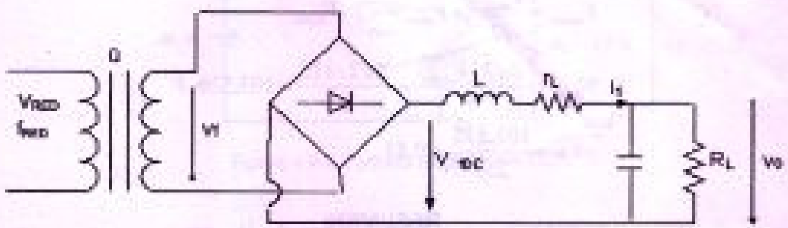

Figura 4.38

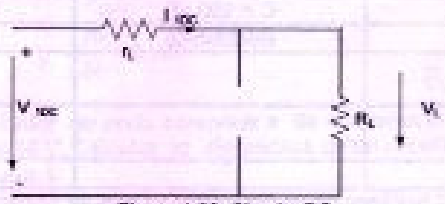

Figura 4.39 Circuito DC

$$I_{1DC} \cdot (r_L + R_L) - V_{1DC} = 0$$

$$R_L = \frac{V_{1DC}}{I_{1DC}} - r_L = \left(\frac{250}{180}\right) K\Omega - 50\,\Omega = 1338.9\,\Omega$$

$$R_L \approx 1338.9\,\Omega$$

$$L_C = \frac{R_L}{3w} = \frac{1339}{6 \cdot \pi \cdot 60} = 1.1839\ H$$

$$L > L_C \Rightarrow L = 2\ H$$

$$\tau = \frac{\sqrt{2} \cdot X_C}{3 \cdot X_L} = \frac{1}{6 \cdot \sqrt{2} \cdot w^2 \cdot C \cdot L}$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{6 \cdot \sqrt{2} \cdot w^2 \cdot \tau \cdot L} = 82.92\ \mu F$$

$$u = \frac{V_p}{V_s} = \frac{V_{inDC}}{V_{LDC}} = \frac{V_{inrms}}{V_{Lrms}}$$

$$V_{inDC} = \frac{2V_{máx}}{\pi}$$

$$V_{inrms} = \frac{V_{máx}}{\sqrt{2}} \Rightarrow V_{máx} = \sqrt{2} \cdot V_{inrms}$$

$$V_{inDC} = \frac{2\sqrt{2} \cdot V_{inrms}}{\pi} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 115}{\pi} = 103.536\ V$$

$$\Rightarrow u = \frac{103.536}{250} = 0.41$$

RESUMEN:

Diodos	Elementos	Transformador
Si	L = 2 H	$u = 0.41$
I_F = 500 mA	C = 100 μF	bajas pérdidas
P_D = 1 W	electrolítico	Baja potencia
VPI = $V_{inrms} \cdot u \cdot \sqrt{2}$		In = 1A
VPI = $V_{in\,máx} \cdot u$		$1/u = 2.43$
		relación 1 : 2

Tabla 4.2 Resumen de las Respuestas y Datos del Ejercicio 4.1.9.1

4.1.9.2. Se tiene un filtro actuando sobre un rectificador de 1/1 onda con L = 5 H C_1 = 4 μF y r_L = 250Ω.
El filtro esta conectado a RL = 4 kΩ, el V_{DC} = 80 V con 10 Vrms de rizado en el condensador C. Hallar τ_{RL} en la carga.

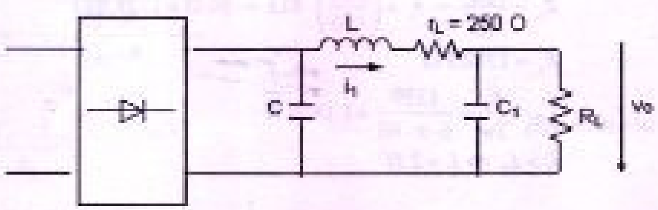

Figura 4.40.

$X_L = 3770\,\Omega$ y $X_{C1} = 331.5\,\Omega \Rightarrow$ si se cumple que $X_L >> X_{C1}$

$$i_{LRMS} = \frac{V_{LRMS}}{X_L} = \frac{10}{2 \cdot w \cdot L} = \frac{10}{4 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 5} = 0.0026\ A$$

$$V_{C1RMS} = i_{LRMS} \cdot X_{C1} = (0.0026) \cdot \left(\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 4 \times 10^{-6}} \right) = 0.87\ V$$

$$\Rightarrow V_{RLRMS} = V_{C1RMS}$$

Circuito equivalente DC.

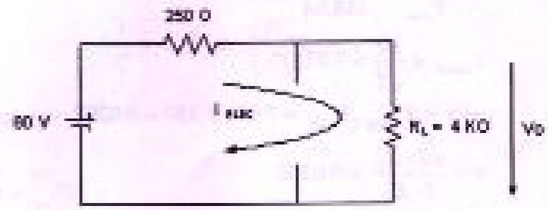

Figura 4.41 Circuito Equivalente DC

$$80 = I_{LDC}(250\ \Omega + 4\ K\Omega) \Rightarrow I_{LDC} = 0.018\ A$$

$$V_{RLDC} = I_{LDC} \cdot R_L = 0.018 \cdot 4000 = 75.29\ V$$

$$r_{RL} = \frac{V_{RLRMS}}{V_{RLDC}} = 0.011$$

$$r_{RL} = \frac{10}{80} = 0.125$$

4.1.9.3. Un rectificador de onda completa a de suministrar 100 mA a 350 V con un rizado inferior a 10 V. Calcular lo elementos de un rectificador que utiliza un solo filtro de sección L.

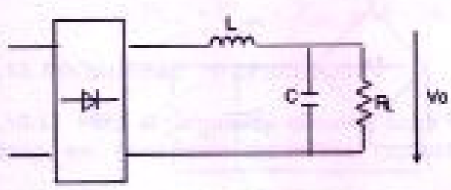

Figura 4.42

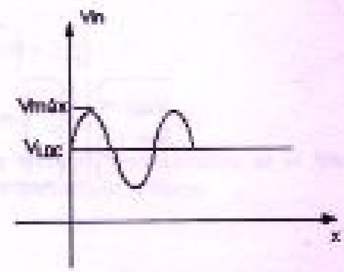

Figura 4.43

$V_{LDC} = 350\ V$; $I_{LDC} = 100\ mA$; $V_{máx} \leq 10\ V$; L = ?; C = ?; RL = ? ; r = ?

$$R_L = \frac{V_{LDC}}{I_{LDC}} = 3500\,\Omega$$

$$V_{LDC} = \frac{2V_{máx}}{\pi} \Rightarrow V_{máx} = 549.778\,V$$

$$V_{Lrms} = \frac{V_{máx}}{\sqrt{2}} = 388.64\,V$$

$$\ddot{u} = \frac{V_{prms}}{V_{Lrms}} = \frac{115}{388.64} = 0.295$$

$$V_{LRMS} < \frac{10}{\sqrt{2}} = 7.071\,V$$

$$\Rightarrow \tau < V_{LRMS}/V_{LDC} = 7.071 / 350 = 0.0202$$

$$\tau = \frac{\sqrt{2} \cdot X_C}{3 \cdot X_L} < 0.0202$$

$$\sqrt{2}/\, 48 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot L \cdot C \; < 0.0202$$

$$\Rightarrow L \cdot C > \sqrt{2}/\, 48 \cdot \pi^2 \cdot 60^2 \cdot 0.0202 = 0.0000414$$

$$X_L >> X_C$$
$$X_C << R_L$$

4.1.9.4. En una fuente DC no regulada con rectificador de onda completa y filtro capacitivo se hicieron las siguientes mediciones: Voltaje de salida en circuito abierto 30 V, Voltaje de salida con una carga resistiva de 500Ω en valor medio 25 V y factor del rizado del 10 %. Cuál sería el voltaje de salida DC y AC si la carga resistiva se incrementa en un 45 % (suponer rizado triangular).

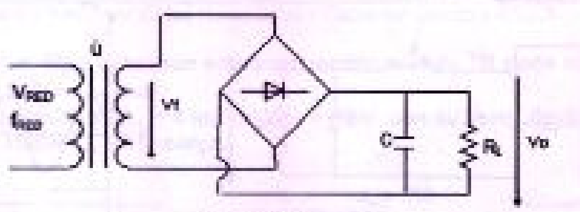

Figura 4.44 .

$Vf_{máx}$ = 30 (en circuito abierto)
R_L = 500 Ω ; V_{LDC} = 25 V; τ = 10 %
V_{LDC} = ? ; V_r = ? si R_L = 725 Ω

$$V_{LDC}=\frac{Vf_{máx}}{\left(1+\frac{1}{4\cdot f\cdot C\cdot R_L}\right)}$$

$$r=\frac{1}{4\cdot\sqrt{3}\cdot f\cdot C\cdot R_L}$$

$$\frac{1}{4\cdot f\cdot C\cdot R_L}=\frac{Vf_{máx}}{V_{LDC}}-1\ \Rightarrow$$

$$\frac{1}{C}=4\cdot f\cdot R_L\cdot\left(\frac{Vf_{máx}}{V_{LDC}}-1\right)$$

de donde C = 41,66 µF

$$r=\frac{Vr_{rms}}{V_{LDC}}$$

$$Vr_{rms}=\frac{7.964\,(26)}{100}=2.1\ V$$

$$V_{LDC}=Vf_{máx}-\frac{V_r}{2}$$

$$r=\left(\frac{1}{4\cdot\sqrt{3}\cdot 60\cdot 41.66\times10^{-6}\cdot 725}\right)\cdot 100=7.964\ \%$$

$$V_{LDC}=\left(\frac{30}{1+\frac{1}{4\cdot 60\cdot 41.66\times10^{-6}\cdot 725}}\right)=26.3631\ V$$

$$Vr_{máx}=Vf_{máx}-V_{LDC}=30-26.3631=3.637\ V$$

4.1.10. PROBLEMAS PROPUESTOS:

4.1.10.1. Para el siguiente circuito, haga un análisis comparativo si el filtro utilizado es: puramente capacitivo, capacitivo-inductivo, o tipos.

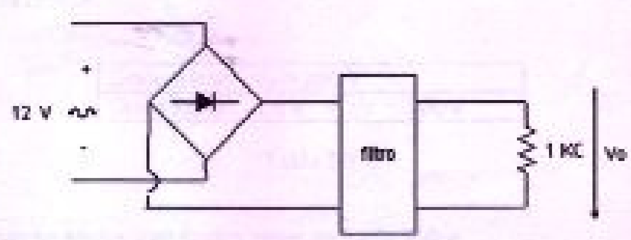

Figura 4.45

4.1.10.2. Diseñar una fuente de voltaje DC, utilizando un transformador con tap central y un filtro tipo LC. Las características de la fuente son 10 V DC y un voltaje de rizado de 50 mV de valor RMS.

4.1.10.3. Diseñar una fuente de voltaje capaz de suministrar un voltaje de 25 V DC a la salida, con un factor de rizado del 1%, para una carga resistiva de 10 KΩ