

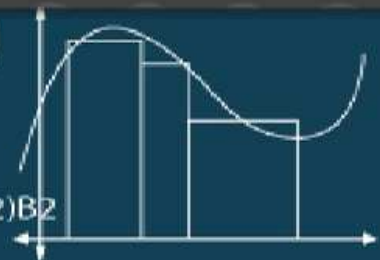
# EL SISTEMA DE FUNCIONES EN LA ESCUELA: UNA VISIÓN INTEGRAL

RUTH CUEVA RODRÍGUEZ

PROFESORA DE LA ESCUELA  
POLITÉCNICA NACIONAL

cone =  $(1/3) b h = 1/3 \pi r^2 h$

$|-23| + |4|$



$-(x^2) = 9$   
 $-x - 2 = 9$   
 $-x = 11$   
 $x = -11$

ABSOLUTE VALUE

$(n 0)B0 + (n 1)B1 + (n 2)B2$

$(4/3) \pi r_1 r_2 r_3$

pramid =  $(1/3) b h$

$4 \times \pi \times R^2$

$a + b = c$



$L=50,000$

$99 = XCIX$



$\Gamma(x) \Gamma(x) = \Gamma(2x)$

$P = Cr e^{rt}$

$|A - B| \geq |A| - |B|$

$B = A (1 + r/n)^{NT} - P$

$(1/2) d_1 d_2$

$V=5,000$   $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$



1.  $|-A| = |A|$

$P = C (1 + r)^t$

2.  $|A| \geq 0$

$2/Pi = \sqrt{2}/2 * \sqrt{2 + \sqrt{2}}/2 * \sqrt{2 + (\sqrt{2 + \sqrt{2}})}/2 * ...c$



ISBN: 978-9942-20-878-1



## ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>5</b>
<b>1. LAS BASES TEÓRICAS Y METODOLÓGICAS DEL TRATAMIENTO DEL SISTEMA DE FUNCIONES.</b>	<b>14</b>
<b>1.1. FUNDAMENTOS PSICOPEDAGÓGICOS</b>	<b>14</b>
1.1.1. ¿QUÉ ENTENDEMOS POR EDUCAR?	14
1.1.2. LA PSIQUIS, LA PERSONALIDAD Y SU DESARROLLO	15
<b>1.2. NUESTRA PROPUESTA Y EL DESARROLLO DE LA PERSONALIDAD</b>	<b>16</b>
<b>1.3. BASES DIDÁCTICAS GENERALES</b>	<b>17</b>
<b>1.4. CONSIDERACIONES TEÓRICAS SOBRE ESTRATEGIA</b>	<b>25</b>
<b>1.5. EL CONCEPTO DE FUNCIÓN, SU ORIGEN, DESARROLLO Y ALCANCE.</b>	<b>26</b>
<b>1.6. ALGUNOS ASPECTOS DE METODOLOGÍA DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA</b>	<b>LA 33</b>
1.6.1. EXPOSICIÓN DEL PROFESOR.	40
1.6.2. ELABORACIÓN CONJUNTA.	42
1.6.3. TRABAJO INDEPENDIENTE.	43
1.6.4. ENSEÑANZA PROBLEMICA	45
1.6.5. METODO HEURISTICO	47
1.6.6. METODO INVESTIGATIVO	48
<b>1.7. TENDENCIAS ACTUALES EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA</b>	<b>48</b>
<b>2. ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA EL TRATAMIENTO DEL SISTEMA DE FUNCIONES</b>	<b>59</b>
<b>2.1. ANÁLISIS PSICOLÓGICO DE LOS ADOLESCENTES ECUATORIANOS</b>	<b>68</b>
<b>2.2. PROBLEMAS PEDAGÓGICOS</b>	<b>73</b>
<b>2.3. OBJETIVOS PARA EL TRATAMIENTO DEL SISTEMA DE FUNCIONES</b>	<b>75</b>
<b>2.4. LAS HABILIDADES EN EL TRATAMIENTO DEL SISTEMA DE FUNCIONES</b>	<b>76</b>
<b>2.5. RELACIONES ESENCIALES EN EL TRATAMIENTO DEL SISTEMA DE FUNCIONES</b>	<b>80</b>
2.5.1. EXPRESIÓN DE LA RELACIÓN DE LA ESCUELA CON LA VIDA:	80
2.5.2. EXPRESIÓN DE LA LÓGICA PROPIA DEL SISTEMA DE FUNCIONES:	81
2.5.3. EXPRESIÓN DE LOS CONOCIMIENTOS:	82
2.5.4. EXPRESIÓN DE LA TERMINOLOGÍA Y SIMBOLOGÍA MATEMÁTICA.	83
2.5.5. EXPRESIÓN DE LAS CAPACIDADES MATEMÁTICAS ESPECIFICAS.	84
2.5.6. EXPRESIÓN DE LAS CAPACIDADES GENERALES	85
2.5.7. EXPRESIÓN DE UN SER HUMANO PARA LA SOCIEDAD ECUATORIANA.	86
<b>2.6. TRATAMIENTO METODOLÓGICO DEL SISTEMA DE FUNCIONES</b>	<b>86</b>

2.6.1.	¿CUÁNDO EMPEZAR A PREPARAR EL CONCEPTO DE FUNCIÓN?	86
2.6.2.	LOS ASPECTOS METODOLÓGICOS ESENCIALES EN EL TRATAMIENTO DEL SISTEMA DE FUNCIONES	91
<b>2.7.</b>	<b>SISTEMA DE EVALUACIÓN PARA LA PROPUESTA</b>	<b>111</b>
2.7.1.	ORIENTACIÓN-PERCEPCIÓN DE LOS OBJETIVOS	114
<b>3.</b>	<b>CONCLUSIONES</b>	<b>118</b>
<b>4.</b>	<b>RECOMENDACIONES</b>	<b>118</b>
<b>5.</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>120</b>

## INTRODUCCIÓN

El desarrollo actual y prospectivo de la sociedad y del mundo universitario, así como el nivel alcanzado por la Ciencia y la Tecnología exigen una formación profesional integral, que se manifiesten en nuevas formas de actuación del hombre y que éste sea capaz de plantear y resolver problemas con un alto criterio de responsabilidad moral. Los últimos foros internacionales, sobre problemas tanto sociales como educativos, han evidenciado la necesidad de impulsar estrategias de desarrollo acordes a la realidad actual, y es así como surgen propuestas educativas, que se espera favorezcan las transformaciones que demanda la sociedad moderna.

Dentro de este contexto, el Gobierno Ecuatoriano inicia en 1992 el diseño de la Reforma Curricular para la educación básica, debido a que considera que: “La inversión prioritaria en capital humano constituye en la actualidad, un prerrequisito indispensable para el crecimiento económico de un país. El capital humano es el recurso más precioso, tesoro invaluable, y garantía de futuro para la sociedad. De los recursos humanos depende el avance y uso apropiado de la tecnología, la conservación de la naturaleza. De las personas dependen: la paz, la democracia, la producción, la seguridad, la responsabilidad del planeta....” [40]

La Reforma Curricular Ecuatoriana contiene: “Un nuevo pènsum de la educación básica ecuatoriana, los lineamientos curriculares referidos al tratamiento de las prioridades transversales del currículo las destrezas fundamentales y los contenidos mínimos obligatorios para cada año y las recomendaciones metodológicas generales para cada área de estudio” [40]

Tanto la acción de este proyecto educativo, como la formación de los hombres que requieren los nuevos tiempos, deben centrar su atención en privilegiar su capacidad de incorporarlos a la sociedad con el mayor desarrollo posible de sus potencialidades. Lo que se puede lograr siempre y cuando se conciba a la educación como un proceso que debe ser dirigido científicamente, considerando su carácter sistémico, dando prioridad al tratamiento metodológico, en el que no se atienda solamente los resultados del proceso pedagógico sino que privilegie el estudio de los estadios intermedios en función del desarrollo de la personalidad de los estudiantes.

Los procesos curriculares desde el diseño hasta la evaluación de su efectividad requiere de sólidas bases científico-pedagógicas, es por ello que en la Reforma

Curricular para la educación básica se han determinado las áreas fundamentales, considerando a la Matemática una de ellas. Debido a que en su desarrollo histórico, la Matemática nos muestra que sus conocimientos, surgidos de las necesidades prácticas del hombre mediante un largo proceso de abstracción, tienen un gran valor para la vida. La matemática es aplicada, entre otras áreas, en la planificación económica, en el diagnóstico y tratamiento de enfermedades, en la dirección de la producción, en la estrategia militar, en el estudio del rendimiento de los atletas, con lo que se evidencia que la matemática está presente en todos los campos del saber humano.

Debido a que durante el estudio de la Matemática se presentan: Necesidad de deducciones, representación mental de relaciones reales, entes abstractos como objetos de estudio, lógica de estructura y rigurosidad de lenguaje, desarrollo de generalizaciones relativamente rápidas, mediante reconocimiento de analogías y diferencias, evidenciamos que se observan exigencias para el uso y desarrollo del intelecto, así como una convicción de la complejidad de sus formas. Por lo que su estudio exige hábitos de disciplina, de persistencia y del trabajo ordenado, lo que contribuye de manera decisiva en el desarrollo multilateral de la personalidad. [5]

Dentro de esta realidad se pone a consideración de la comunidad científica, el presente trabajo de investigación en el área de La Metodología de la Enseñanza de la Matemática en el Nivel Medio de la Educación en el Ecuador, que pretende aportar a mejorar el nivel de la Educación en el país, así como tratar sobre la base de la Reforma Curricular, de completar un trabajo en el cual el país ha invertido ingentes recursos económicos.

Dentro de la Reforma Curricular, en lo que tiene que ver con el Área de Matemática, “se privilegian el valor y los métodos de la Matemática, a base de los conocimientos necesarios para el desarrollo personal y la comprensión de las posibilidades que brinda la tecnología moderna” [40]

En la Reforma Curricular los conocimientos se estructuran de una forma “sistémica”, lo que, a criterio de los autores permite unificar todas las ramas de la ciencia, garantizando su estudio y facilitando su articulación con las otras áreas. Se han seleccionado los contenidos de modo que puedan “ser tratados según sus características y formas propias de aprender del estudiante en cada uno de sus periodos de desarrollo, con carácter de continuidad dentro de la educación básica, en el contexto de la realidad nacional” [40].

Los sistemas que han sido propuestos son:

- Numérico.
- De funciones.
- Geométrico y de medida.
- De estadística y probabilidad.

Dentro de cada uno de los sistemas se hace apenas un listado de temas que los componen.

En el presente trabajo se ha seleccionado el Sistema de Funciones como base para elaborar una propuesta de Estrategia Metodológica, ya que, como se demostrará en el desarrollo de la investigación, el concepto de función es el hilo conductor del desarrollo de la Matemática.

Como parte del diseño investigativo realizado se ha determinado como OBJETO de investigación es La Metodología de la Enseñanza de la Matemática en el Nivel Medio de la Educación en el Ecuador, y como CAMPO DE LA INVESTIGACIÓN la Metodología de la Enseñanza del Sistema de Funciones del Área de Matemática en el Nivel Medio de la Educación en el Ecuador.

El PROBLEMA que se ha planteado y al que se pretende dar respuesta es:

¿Cómo diseñar una Estrategia Metodológica del Tratamiento del Sistema de Funciones del Área de Matemática en el Nivel Medio de la Educación en el Ecuador, que al ser contextualizada sea aceptada y utilizada por la comunidad docente y científica; que parta de una concepción de cambio educativo y desarrollo permanente y propicie el perfeccionamiento del proceso pedagógico?

Solamente transformando el proceso educativo, El Ecuador puede aspirar a los niveles de desarrollo y preparación que demandan los tiempos actuales y futuros, para ello dicho proceso debe incorporar desde temprano metodologías que permitan el desarrollo en los sujetos de la autoeducación y de las habilidades para lograr los avances de las ciencias, las humanidades, y la tecnología en correspondencia con el propio nivel alcanzado en esas ramas.

La concepción de cambio educativo implicará que existan: voluntad política, claridad de paradigmas, estrategias de cambio y un nivel de desarrollo de los agentes que potencian el cambio. La propuesta de Estrategia Metodológica que se presentará, tiene como base la Reforma Curricular mencionada, en la misma que se evidencian los elementos anotados, por lo que se la asumirá durante la investigación como la concepción de cambio educativo.

La formulación y aplicación de una concepción de cambio educativo y desarrollo permanente, debe partir de la realidad social donde ésta va a ser aplicada, debe responder a nuevos paradigmas, y asegurar que logre de manera sistemática el desarrollo de contenidos que se traduzcan, en el sujeto, en formas de pensar y actuar, frente a los problemas concretos que le plantea la vida social.

Un proceso educativo debe contemplar la complejidad tanto de formar a un joven que necesita probar sus fuerzas poco a poco y aproximarse al lugar que va a ocupar en la sociedad en forma gradual pero ascendente, así como la necesaria integración de lo académico, lo laboral y lo investigativo lo que necesariamente incluye una cultura del saber, del saber hacer y sobre todo del saber ser, es decir lograr su formación integral.

Los OBJETIVOS que organizan, rectoran y proyectan el presente trabajo son:

General:

Proponer una Estrategia Metodológica del Tratamiento del Sistema de Funciones que sea contextualizada y coadyuve al cambio educativo y al desarrollo permanente.

Específicos:

1. Diagnosticar los problemas que presentan los estudiantes del Nivel Medio de la Educación en el Ecuador, en relación con el Sistema de Funciones.
2. Determinar las Relaciones Esenciales que se presentan durante el Tratamiento del Sistema de Funciones en el Nivel Medio de la Educación en el Ecuador.
3. Caracterizar los Métodos Generales de la Enseñanza de la Matemática, que sean susceptibles de ser introducidos en el Tratamiento del Sistema de Funciones



4. Diseñar un sistema de actividades que sea coherente y que contemple lo fundamental del contenido y la lógica del Sistema de Funciones, en el marco de una estrategia metodológica.
5. Proponer un sistema de evaluación que permita regular y retroalimentar La Estrategia Metodológica propuesta.

Las PREGUNTAS CIENTÍFICAS, a las cuales se dan respuesta y que orientaron la investigación son:

1. ¿Es necesario el desarrollo de una Estrategia Metodológica del Tratamiento del Sistema de Funciones en el Nivel Medio de la Educación en el Ecuador?
2. ¿Existen antecedentes del desarrollo de Estrategia Metodológica del Tratamiento del Sistema de Funciones en el Nivel Medio en el Ecuador e internacionalmente?
3. ¿Cuáles son los principales problemas en el desarrollo de una Estrategia Metodológica del Tratamiento del Sistema de Funciones?
4. ¿Qué aspectos deberían tenerse en cuenta al desarrollar una Estrategia Metodológica del Tratamiento del Sistema de Funciones?
5. ¿Quiénes deben participar en el desarrollo de una Estrategia Metodológica del Tratamiento del Sistema de Funciones?
6. ¿Qué relaciones existen entre una Estrategia Metodológica del Tratamiento del Sistema de Funciones y el perfeccionamiento del proceso pedagógico, de modo de aplicar una concepción de cambio educativo y desarrollo permanente?

Las BASES TEÓRICAS PRINCIPALES que han servido para la definición del marco teórico referencial son:

- Como base filosófica la concepción Dialéctica-Materialista del conocimiento científico, asumiendo que éste se desarrolla por etapas relacionadas entre sí y que suceden la una a la otra, proceso que considera la práctica como fuente primaria para el desarrollo del pensamiento abstracto, para de ahí volver a la práctica aplicando y sistematizando el conocimiento alcanzado.

- Como base psicológica las teorías de aprendizaje que consideran el aprendizaje como un proceso de apropiación de la experiencia histórico-social, a través de la cual el individuo deviene personalidad.
- Desde el punto de vista pedagógico se toma como fuente principal La obra Didáctica del Dr. Carlos Álvarez de Zayas, y como fuente de partida para el trabajo las dos leyes generales del proceso de enseñanza aprendizaje, por él formuladas. También se consideran de manera importante el aporte de la comunidad científica cubana, en especial el enfoque de Pedagogía Profesional desarrollada por el CEPROF.
- Debido a que el trabajo se centra en el estudio de las funciones se ha tomado como base teórica de la Matemática la Teoría de las Funciones, desarrollada por diferentes autores.

Para dar cumplimiento al objetivo de esta investigación cualitativa, se han aplicado diferentes MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN, entre los que principalmente se encuentran:

- En los generales el Materialismo Dialéctico, debido a que permite abordar la teoría y la historia de la naturaleza, la sociedad y el pensamiento.
- Entre los Teóricos, el Histórico-Lógico, principalmente, que es el que ha servido internacionalmente para los estudios en el campo de la investigación de modo de facilitar la búsqueda de relaciones esenciales y para plantear diferentes tesis para delinear el modelo de desarrollo de las Didácticas en la Matemática, en las condiciones actuales de la sociedad. También se ha empleado los métodos inductivos-deductivos y el análisis-sínE, que son propios de la Matemáticas.
- Entre los Métodos Empíricos se han empleado la Observación, La interrogación, en sus variantes de entrevistas, encuestas, cuestionarios, De investigación acción participativa (cualitativa), El otro método más empleado fue el trabajo con expertos sobre todo en la base de someter a su consideración los materiales realizados directamente por la autora. La Estrategia Metodológica que se propone como resultado del proceso investigativo, forma una unidad dialéctica con el caudal de experiencias existentes en la enseñanza de la Matemática.

Las principales TAREAS que se han desarrollado, de acuerdo a los objetivos específicos son:

- 1.1. Analizar el Tratamiento del Sistema de Funciones en el Nivel Medio de la Educación en el Ecuador.
- 1.2. Búsqueda y análisis de fuentes especializadas para dar respuesta a las preguntas científicas (concepto de Metodología, concepto de Estrategia, direcciones principales de la Estrategia Metodológica, La Estrategia Metodológica en el Tratamiento del Sistema de Funciones en el contexto de la enseñanza del nivel medio, modelos de Estrategias Metodológicas del Tratamiento del Sistema de Funciones existentes)
- 2.1. Analizar las Relaciones Esenciales del Tratamiento del Sistema de Funciones en el Nivel Medio de la Educación en el Ecuador.
- 2.2. Comparar las diferentes Relaciones Esenciales del Tratamiento del Sistema de Funciones en el Nivel Medio de la Educación en el Ecuador.
- 2.3. Descubrir lo determinante, lo fundamental y lo estable de las Relaciones Esenciales del Tratamiento del Sistema de Funciones en el Nivel Medio de la Educación en el Ecuador.
- 2.4. Revelar los nexos entre los rasgos significativos de las Relaciones Esenciales del Tratamiento del Sistema de Funciones en el Nivel Medio de la Educación en el Ecuador.
- 3.1 Analizar los métodos de la Enseñanza de la Matemática.
- 3.2 Determinar lo esencial en los métodos de la Enseñanza de la Matemática.
- 3.3 Comparar con los otros métodos de la Enseñanza en general.
- 3.4 Seleccionar los elementos que tipifican los métodos del Tratamiento de Funciones y que los distinguen de los otros métodos.
- 4.1 Determinar las expectativas, opiniones y aportaciones de los docentes de la educación media acerca del Tratamiento del Sistema de Funciones (sus conocimientos al respecto, concientización de la necesidad de su aplicación, dominio de sus fortalezas y debilidades en un proceso metodológico, y su contribución al perfeccionamiento de la Educación Media y al auto

perfeccionamiento como profesores, etc.). Para esto es necesario determinar la población, seleccionar las muestras, diseñar instrumentos para la obtención de la información, etc.

4.2 Elaborar la propuesta de la Estrategia Metodológica para la utilización del modelo propuesto y las posibles etapas de aplicación.

4.3 Determinar si es factible hacer algunas aplicaciones empíricas posibles de la Estrategia Metodológica o de una parte de ella.

El UNIVERSO que se ha considerado es el de los estudiantes de la Educación Media del Ecuador. La MUESTRA seleccionada es del 30% de los bachilleres que aspiraban a ingresar a la Escuela Politécnica Nacional.

Entre los PRINCIPALES RESULTADOS ESPERADOS desde la proyección teórica, los siguientes:

- Caracterización del Tratamiento del Sistema de Funciones en el Nivel Medio de la Educación en el Ecuador.
- Diseñar una Estrategia Metodológica para el Tratamiento del Sistema de Funciones en el Nivel Medio de la Educación en el Ecuador.

Desde la proyección práctica se espera:

- Elaboración de un sistema de recomendaciones y sugerencias pedagógicas que permitan la aplicación exitosa de la Estrategia Metodológica propuesta.
- Impartición de seminarios para la implantación de la Estrategia Metodológica propuesta.

Los resultados son factibles de APLICAR en todos los centros de Nivel Medio del Ecuador.

El trabajo que se pone a consideración trata en el Capítulo 1 Las Bases Teóricas y Metodológicas del Tratamiento del Sistema de Funciones. En el Capítulo 2 se presenta la Estrategia Metodológica propuesta para el Tratamiento contextualizado del Sistema de Funciones en el Nivel Medio de la Educación en el Ecuador. Se

presentan las Conclusiones a las que se arriban y las Recomendaciones que se realizan, así como la Bibliografía y los Anexos que se incluyen.

## **CAPÍTULO 1**

### **1. LAS BASES TEÓRICAS Y METODOLÓGICAS DEL TRATAMIENTO DEL SISTEMA DE FUNCIONES.**

#### **1.1. FUNDAMENTOS PSICOPEDAGÓGICOS**

Para el desarrollo de la propuesta que se presenta es indispensable que se fije cuáles son los paradigmas que regirán la investigación. Dado que en el Ecuador no se dispone de un enunciado oficial de los fines de la educación, es conveniente, para lograr el objetivo propuesto, el empezar por una clara determinación de la concepción de educación que regirá y orientará la presente investigación y que se incluya todos los fundamentos psicológicos que van permitir una cabal comprensión de la Estrategia propuesta, se emprenderá en dicha tarea de modo muy breve.

##### **1.1.1. ¿QUÉ ENTENDEMOS POR EDUCAR?**

Toda estrategia educativa debe partir de una concepción de educación en la que se base y fundamente, por lo que en el presente trabajo se recogerá la propuesta de la UNESCO, por su carácter actual e internacional.

El informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre Educación para el siglo XXI, [27] señala la urgencia de implantar un sistema educativo durante toda la vida en el seno de la sociedad, fundamentada en cuatro pilares:

- **Aprender a Conocer.** Teniendo en cuenta los rápidos cambios derivados de la ciencia, la tecnología y las nuevas formas de la actividad económica y social.
- **Aprender a Hacer.** Conviene no limitarse a conseguir una competencia que permita hacer frente a numerosas situaciones, algunas imprevisibles, para facilitar el trabajo en equipo. Estas competencias son factibles de mejoramiento continuo y un medio de conseguirlas es a través de alternar estudio y trabajo.
- **Aprender a vivir juntos.** Conociendo mejor a los demás, su historia, sus tradiciones y su espiritualidad. Crear un espíritu nuevo para realizar proyectos comunes o la solución inteligente y pacífica de los inevitables conflictos, comprendiendo que las relaciones de interdependencia son mayores cada vez en un mundo globalizado.

- Aprender a Ser. El siglo XXI nos exigirá una mayor autonomía y capacidad de juicio junto al fortalecimiento de la responsabilidad personal en la realización del destino colectivo.

La mencionada concepción educativa, nos lleva a pensar que en los momentos actuales hay que formar al “hombre para la vida”. Y esto se logra solo si a través de la educación desarrollamos sus potencialidades.

### 1.1.2. LA PSIQUIS, LA PERSONALIDAD Y SU DESARROLLO

Aceptaremos que personalidad es un nivel superior de organización de la psiquis humana,[2], y que psiquis es la unidad indisoluble de lo afectivo y lo cognitivo [23], expresada en una configuración de configuraciones complejas de formaciones psicológicas. [21]

La personalidad se forma de “componentes cognoscitivos que son la reproducción psíquica de las relaciones entre los objetos y de sus propiedades y cambios, y de lo afectivo que son los componentes dinámicos que expresan como afectan las situaciones objetivas a las necesidades del sujeto y en consecuencia, como actúa para satisfacerlas”. [23]

Los procesos psíquicos pueden dividirse en cognoscitivos, que son la sensación, la percepción, la representación y el pensamiento; afectivos, que son las emociones y sentimientos; y en volitivos que son las tendencias, fines y proyectos que regulan la actividad.

La actividad del individuo es regulada por la psiquis en dos aspectos:

- La inductora o motivacional que despierta y mantiene la actividad y determina la meta última, la dirección, el sentido e intensidad del comportamiento del individuo.
- La ejecutora o cognoscitiva que determina que la actividad se ajuste a sus condiciones objetivas para lograr la meta.

Los principios fundamentales de la Psicología nos permiten argumentar que durante todo proceso educativo se está actuando sobre la personalidad del individuo.

- ◆ Al aceptar que ésta no nace con el ser humano sino que se forma y se desarrolla a lo largo de toda su vida, encontrándose en constante cambio, transformación y perfeccionamiento, pone al maestro como un elemento directamente involucrado en este proceso.
- ◆ El principio de interrelación entre lo externo y lo interno, que evidencia la indisoluble y recíproca influencia entre el medio en el que se desarrolla el individuo y su desarrollo biológico y sus sentimientos, valores, motivaciones, ideales, etc., que se concreta en el protagonismo fluctuante del maestro y de los alumnos en el proceso pedagógico.
- ◆ Si se asume que la psiquis se forma en la actividad que el sujeto realiza y en la comunicación que establece con las demás personas, en una regulación permanente, podemos comprender, entonces, el carácter activo de los sujetos participantes en el proceso pedagógico, en el desarrollo de la personalidad de los estudiantes.

Con lo expuesto, evidenciamos que la educación es un elemento determinante en la formación y en el desarrollo de la personalidad del individuo, y el maestro es un actor principal durante este proceso, lo que debe llevarnos a reflexionar y concientizar la gran influencia que estamos ejerciendo sobre nuestros estudiantes, los que a su vez resultan sujetos de su propia educación.

## **1.2. NUESTRA PROPUESTA Y EL DESARROLLO DE LA PERSONALIDAD**

Nuestra propuesta debe poder contribuir al desarrollo de la personalidad, de nuestros estudiantes, tomando en consideración los indicadores funcionales [gonz] del desarrollo de la personalidad, los que deben ser consecuentemente evaluados, es decir debemos precisar si estamos formando un estudiante con las siguientes características:

- Flexible, con capacidad para cambiar y organizar decisiones, proyectos y adecuarlas a las nuevas exigencias y sobre todo si es evidente en el joven que pueda cambiar alternativas y estrategias de conducta sin aferrarse a una sola forma de actuar.



- Que utiliza las operaciones cognitivas, de modo que manifieste la capacidad de utilizar las operaciones del pensamiento en la regulación del comportamiento, evidenciándose en búsqueda de información, la reflexión, la valoración, la elaboración personal de la información y en su aplicación en la toma de decisiones y la solución de problemas.
- La proyección futura, lo que implica la existencia de perspectivas futuras que se expresen en un sistema de objetivos mediatos que regulan la conducta actual del sujeto.
- La capacidad de estructurar el campo de acción, es decir la capacidad para reorganizar su vida, su actuación, su futuro, en el caso de que la situación lo requiera a partir de la utilización de la información que posee, es uno de los factores que debemos tener en cuenta al momento de aplicar la Estrategia propuesta.
- El esfuerzo consciente por explicar sus interrelaciones con la realidad, lo que se refleja en un esfuerzo estable y consciente por comprender sus interrelaciones con el medio, es decir, sus vivencias, ideas, criterios, motivos, etc., y sus relaciones con las personas, exigencias del medio, lo que permite regular su comportamiento.
- Los esfuerzos volitivos en la consecución de los objetivos, es decir evidenciar si el joven indica los esfuerzos sistemáticos por vencer los obstáculos que pueden entorpecer el logro de los objetivos.

### **1.3. BASES DIDÁCTICAS GENERALES**

Existe una relación esencial entre la Didáctica General y las Metodologías Particulares. Como es sabido la relación entre ambas ciencias ha pasado por tres etapas fundamentales, la primera estaba caracterizada por el predominio de la Didáctica General y aplicaciones concretas en situaciones de enseñanza de contenidos matemáticos, la segunda se manifiesta en la clara diferenciación de dos ciencias pedagógicas afines, la que predomina hasta nuestros días, la tercera etapa se expresa en la tendencia a una nueva integración en un nivel más avanzado,

cuantitativamente superior, la que se encuentra en su estadio inicial y que se proyecta hacia el futuro. Es por ello que se hace necesario dejar esclarecido aquellos aspectos generales que resultan esenciales para comprender e instrumentar la propuesta metodológica objeto de investigación.

La Didáctica es la Teoría de la Enseñanza, en la que se incluyen las leyes más generales, los principios, la dinámica de los componentes personales y los no personales. La Estrategia Metodológica que proponemos, entendido como proceso de investigación y evaluación continua, lleva a considerar a éste no como resultado solamente, sino también como fases sucesivas, vías o trayectorias definidas en consonancia con los requerimientos temporales y contextuales. Dicha Estrategia debe realizarse sobre bases científicas estudiando con profundidad las relaciones que se establecen entre ambos procesos. El Dr. Carlos Álvarez de Zayas, [3], en su Didáctica general, expresa esas relaciones en dos leyes, a saber:

En la primera ley se establece la relación entre el proceso docente-educativo como objeto, como sistema y el medio que lo rodea, la sociedad. El proceso es un subsistema de la sociedad, ya que ésta le determina sus fines, por lo que, entonces, el proceso depende funcionalmente de la sociedad.

Son entonces los objetivos la categoría rectora del proceso docente-educativo, ya que en ellos se traducen las aspiraciones de la sociedad para formar las nuevas generaciones, tanto en los aspectos instructivos, como en los aspectos educativos. Es decir, son los objetivos los que plasman las características del ciudadano, en sus pensamientos y sentimientos, que la sociedad espera, convirtiéndose de este modo en el modelo pedagógico que debemos alcanzar y vínculo entre la escuela y la sociedad, precisando las acciones de los maestros y estudiantes y determinando las características de cada eslabón del proceso docente-educativo.

En la segunda ley se establecen las relaciones entre el objetivo, el contenido y el método de enseñanza. La adecuada solución del problema de la formación de las nuevas generaciones se tiene que desarrollar en el proceso docente-educativo, como condición suficiente, y es aquí donde lo diseñado, objetivo y contenido demuestran su validez a través del método.

Al ser los objetivos la expresión del modelo pedagógico del encargo social, contiene las aspiraciones, los propósitos que la sociedad pretende formar en las nuevas generaciones, tanto los que se vinculan directamente con el dominio del

conocimiento y habilidades, los instructivos, como aquellos aspectos más esenciales en la formación de la personalidad del educando, los educativos.

El contenido de la enseñanza tiene como componentes un sistema de conocimientos que reflejan el objeto de estudio, y un sistema de habilidades, que expresa los modos de actuación del hombre en sus relaciones con dicho objeto. "El contenido se manifiesta, el objetivo en sus esencia". [3]

El método es el concepto dinámico, expresa el modo de desarrollar el proceso con el fin de alcanzar los objetivos. También es claro que método es el modo, es la ejecución que desarrolla el profesor y el estudiante en el proceso, para que el último llegue a dominar el contenido.

Con lo que evidenciamos que la aspiración es el objetivo, los elementos y la estructura el contenido, y el método es la dinámica de éstos.

Una base teórica como la referida, unida al estudio de las mejores experiencias de carácter nacional e internacional, permiten introducirse en el proceso de proyectar Estrategias Metodológicas Contextualizadas; actividad que debe relacionar y dar respuesta a las exigencias del proceso docente-educativo. Por lo que deberá estar vinculado a la planificación económica y social del país y atender a las:

- ⇒ Características de la época.
- ⇒ Relaciones esenciales de la Ciencia.
- ⇒ Principales modelos de aprendizaje que la Psicología brinda.
- ⇒ Teorías pedagógicas de avanzada.

Estas leyes operan en el desarrollo teórico-práctico de la Estrategia Metodológica dando lugar a determinadas concepciones generalizadoras, las cuales se enuncian a continuación como Requisitos esenciales, que constituyen criterios de partida en la metodología del trabajo a desarrollar. Los requisitos esenciales que se sugieren tener en cuenta son:

- La integración de la educación y la instrucción

El proceso de formación debe proyectarse con una concepción armónica en cuanto a los conocimientos, habilidades, hábitos y capacidades para incidir progresivamente en el desarrollo de la personalidad del joven. Este requisito esencial, debe manifestarse en toda su dimensión en el proceso docente-educativo: la educación y la instrucción conforman un par dialéctico, en que la primera es más trascendente que la segunda y su complementación constituye el eje fundamental sobre el que se debe desarrollar la enseñanza y el aprendizaje.

Lo planteado conduce a no observar un proceso de educación y otro de instrucción, por el contrario tendrá lugar un único proceso pedagógico o docente en el que se manifieste la formación integral del ser humano.

- La sistematización y la flexibilidad.

En el proceso docente-educativo constituye un requisito esencial que la estructuración de objetivos y contenidos sea en forma de sistema, de acuerdo a una derivación gradual, en correspondencia con las potencialidades de los estudiantes, y la lógica de las ciencias y de los procesos tecnológicos que intervienen en la actividad docente entre otros. También dichos componentes pedagógicos deben poder sufrir transformaciones de modo que puedan responder a avances científicos y técnicos que son necesarios incorporar, así como nuevos métodos de trabajo y diferentes exigencias de la sociedad, que pueden ser de caracteres nacionales o propios de un territorio en particular.

- Unidad del pensamiento algorítmico del pensamiento crítico, creativo

Las ciencias de la educación aportan nuevas concepciones para enfrentar, armónica y coherentemente, la contradicción entre la necesidad de desarrollar en el ser humano un pensamiento algorítmico, secuencial que conduce a disciplina operacional, y a la vez un pensamiento crítico y creativo que favorece la posibilidad de transformar y crear. Esto nos parece que debe considerarse como un requisito esencial en la educación media.

Es necesario considerar que el eje principal de todo proceso pedagógico, incluido sus aspectos didácticos es el que se establece entre los docentes y los estudiantes, a partir de esta relación esencial se determina la relación entre los objetivos, los contenidos, los métodos, los medios, las formas de organización y consecuentemente la evaluación, los que han sido denominados componentes no

personales o didácticos propiamente dichos. Considerando que la relación entre los sujetos interactivos del proceso ya ha sido abordada en epígrafes anteriores se hará énfasis en los componentes no personales.

Los objetivos en tanto transformación esperada, resulta consustancial al hombre y lo diferencia esencialmente de los animales, es por ello que no hay actividad humana consciente que no esté guiada por un objetivo, precisamente esto diferencia al peor albañil de la mejor abeja (Marx). Desde el punto de vista didáctico los objetivos son la categoría rectora, en tanto son el punto de partida, el elemento orientador del proceso de enseñanza-aprendizaje. Es así que representa la aspiración, la modelación subjetiva del resultado esperado. Responde a la pregunta ¿Para Qué? y condiciona el qué, el cómo y bajo qué condiciones deberá desarrollarse el plano didáctico y el proceso pedagógico en su conjunto.

El objetivo tiene funciones específicas que lo diferencian de los demás componentes, ellas son:

- Rectora. (Manifiesta las exigencias sociales)
- Orientadora.
- Proyectiva.
- Organizadora de la actividad.

Al precisar la estructura o composición de los objetivos se incluye:

Los aspectos esenciales del contenido que deberán ser objeto de estudio, expresados en tres elementos fundamentales, a saber:

- Los conocimientos.
- Las acciones y operaciones a realizar por el estudiante, cuyo dominio deviene en habilidad.
- Los valores y sus indicadores esenciales, que a través de su interiorización dan lugar a las cualidades deseadas en los sujetos de aprendizaje.
- Condiciones en las que se producirá la apropiación del contenido, el aprendizaje. Entre ellas pueden encontrarse el nivel de asimilación, la profundidad, el nivel de sistematicidad, la situación del objeto, el uso o no de determinados medios, el lapso de tiempo en que el estudiante debe manifestar el aprendizaje.

El contenido es el elemento objetivador del proceso pedagógico. Es aquella parte de la cultura que va a ser apropiada por el estudiante. Responde a la pregunta ¿Qué educa?

Los elementos estructurales de los objetivos, se transfieren al contenido de modo que constituyen un sistema en sí mismo formado por:

- El sistema de conocimientos (conceptos, leyes, teorías, etc.).
- Las habilidades y su operacionalización (acción dominada por el sujeto)
- El sistema de valores (que darán lugar a las cualidades)

Los criterios que deben ser tenidos en cuenta a la hora de determinar y seleccionar el contenido son:

- Pedagógicos: la finalidad de la educación, la fundamentalización, la profesionalización y la sistemicidad.
- Psicológicos (características del estudiante).
- Epistemológicos (evolución científica, lógica de la ciencia, relación entre ciencia y asignatura).
- Socioculturales (necesidades sociales y desarrollo tecnológico).

Las funciones que cumple el contenido dentro del proceso pedagógico son:

- Desarrollar hábitos y habilidades para el trabajo.
- Desarrollar capacidades creadoras.
- La educación laboral.
- La educación moral.

Los métodos del proceso pedagógico son el conjunto de acciones y modos de conducta del profesor y de los estudiantes en función de alcanzar los objetivos propuestos, sirven para provocar actividades necesarias de los alumnos aportando para la conducción efectiva científica de los procesos de instrucción y educación. Responde a la pregunta ¿Cómo?

Las funciones de los métodos son:

- Didáctica (relación objetivo contenido método).
- Psicológica (la motivación, comunicación y actividad).
- Gnoseológica del método (inherente a la ciencia).
- Cibernética (planificar, ejecutar y controlar).

Existen diferentes clasificaciones de los métodos, según los criterios o puntos de partida considerados, en el presente trabajo se utilizan dos clasificaciones fundamentales, basadas en la relación profesor alumno, y en los niveles de asimilación. Debido a que la Ciencia Matemática posee sus propios métodos, se pretende que éstos estén reflejado en los métodos que se utilizarán en su enseñanza.

En la fundamentación de la Metodología de la Enseñanza de la Matemática, se profundizará lo referido a la clasificación de los métodos.

Los medios son los facilitadores del proceso pedagógico, que responden a la pregunta ¿Con qué? Representan el componente material o materializado del proceso pedagógico, que sirve para construir las representaciones esenciales de los conocimientos y habilidades a adquirir por el alumno y para motivar y activar las relaciones que se dan en dicho proceso, así como la apropiación y comunicación de contenido y acciones presentes en tal proceso pedagógico.

Las funciones de los medios son:

- Didácticas (cumplir el objetivo).
- Gnoseológica (propios de la ciencia).
- Psicológica (relación alumno objetivo).
- Dirección (relación con el contenido).

Las formas organizativas son el elemento integrador del proceso, responde a la inquietud de ¿Cómo organizar? Es en ella donde se dan las relaciones profesor-alumno y también en ella es donde se produce la dinámica de los componentes no personales. Las formas de organización del proceso se evidencian como en marco o escenario donde tiene lugar los procesos de instrucción y educación, las formas organizativas se vinculan estrechamente al accionar de los métodos, a través de las formas de cooperación, lo que se expresa en la disposición u organización de los

grupos de alumnos durante la actividad docente, tales como: disposición frontal, por pequeños grupos e individual.

La clasificación de las formas organizativas es:

Teóricas, Teóricas-prácticas, Prácticas, Talleres, Laboratorios, etc.

En lo que respecta a la evaluación, se debe anotar que es una exigencia intrínseca al acto educativo, debe ser integral en la medida que refleje la unidad entre instrucción y educación en el proceso pedagógico, ya que a un proceso integral le corresponde una evaluación integral. Se basará en las teorías humanistas. Este componente se desarrollará con más profundidad durante la presentación de la Estrategia Metodológica que se propone.

Desde la proyección teórica presentada, existe un elemento que se torna muy importante, debido a que es núcleo del objetivo, su presencia o no es la evidencia del grado del dominio del contenido, y es un determinante en la selección del método, este elemento es la habilidad.

Por la importancia que tiene, se debe abocardar la desde su concepción psicológica, hasta su influencia en el desarrollo de la inteligencia en los estudiantes.

La generalización y automatización de los procesos cognoscitivos que participan en la regulación ejecutora engendran los hábitos, los conocimientos, las habilidades, la inteligencia. Las conexiones sensomotrices que participan en la regulación de la acción se automatizan y generalizan en la formación de hábitos. El hábito es la automatización parcial en la ejecución y regulación de la acción dirigida a un fin y que por lo tanto llega a ejecutarse de manera inconsciente, automática, rápida, completa y precisa. No obstante, si algo marcha mal en la regulación automática de la actividad, la conciencia interviene para rectificarla. [23]

El conocimiento es el reflejo cognoscitivo consciente de la realidad que opera en íntima vinculación con la palabra.

La habilidad es el saber hacer. Constituye el dominio de la acción (psíquica y externa) que permite una regulación consciente y racional de la actividad con ayuda de los conocimientos y hábitos que el sujeto posee.



La inteligencia es la capacidad de enfrentar problemas nuevos para los cuales no se tienen los hábitos, conocimientos y habilidades necesarias para resolverlos y por lo tanto es la potencialidad de desarrollo intelectual, de poder adquirir nuevos hábitos, conocimientos y habilidades. La inteligencia se expresa en la capacidad de asimilar, de reproducir la experiencia que aporta el medio social y también la capacidad de crear nuevos hábitos, conocimientos, y habilidades. La inteligencia es reproductiva e innovadora y se evidencia en la velocidad y calidad de la asimilación del conocimiento y en la solución innovadora a problemas nuevos.

Existen determinantes hereditarios de la inteligencia que condicionan diferencias individuales, pero el factor fundamental de su desarrollo radica en la asimilación problémica de la cultura. El grado de desarrollo de la cultura asimilada y la calidad del método problémico empleado en su asimilación son los determinantes fundamentales del desarrollo de la inteligencia de un pueblo y de los individuos que lo componen.

Por lo tanto, es necesario diferenciar la enseñanza puramente reproductiva y memorística que no favorece el desarrollo de la inteligencia, que convierte al estudiante en un ser reactivo que repite lo que dice el profesor, de la enseñanza problémica que sitúa al estudiante ante crecientes y dosificados problemas que despiertan en él una actitud activa y creadora y que promueven al máximo su desarrollo intelectual.

#### **1.4. CONSIDERACIONES TEÓRICAS SOBRE ESTRATEGIA**

El concepto de estrategia tiene su origen en el arte o ciencia militar y cuenta con una larga historia en la política y en la economía, en las ciencias pedagógicas su uso es relativamente reciente, presentándose como estrategia educativa: instruccionales cognitivas, de aprendizaje, de evaluación y metodológicas.

Las estrategias se caracterizan por su carácter global o generalizador, su estructura a partir de objetivos de gran generalidad, que orientan diferentes sistemas de

acciones que se concatenan y presuponen como etapas sucesivas para alcanzar la finalidad propuesta.

En una estrategia, se planifica, se organiza, se ejecuta y controla siguiendo una dirección principal, eje o hilo conductor, que permite la conducción exitosa de las acciones.

La planeación estratégica tiene en cuenta la clara determinación de las fortalezas, debilidades amenazas y oportunidades, por lo que un recurso muy usado para su determinación es la utilización de la llamada Matriz F.O.D.A.

En una estrategia metodológica es necesario considerar también las bases pedagógicas generales sobre las cuales organizar las etapas generales, sus componentes estructurales y funcionales, considerando en los primeros los pasos o tareas incluidos en cada uno.

### **1.5. EL CONCEPTO DE FUNCIÓN, SU ORIGEN, DESARROLLO Y ALCANCE.**

El concepto de función aparece en la Matemática recién en el siglo XVII, y es a partir de ese momento el concepto que articula casi todo el que hacer matemático durante más de dos siglos. La interrogante que surge es el por qué el aparecimiento es tan tarde, y cuáles son las razones por las que no parece en la Matemática griega.

La Matemática griega, debido a la concepción platónica, es una ciencia que se puede caracterizar como Matemática de magnitudes constantes y relaciones estáticas. Es decir, la Matemática para los griegos no es una descripción del mundo fenoménico, sino un método que permite llegar al conocimiento de las esencias.

Todos los enunciados de los teoremas en los "Elementos" de Euclides se refieren a propiedades estáticas de las figuras geométricas, y en las demostraciones de sus teoremas se vio obligado a utilizar medios auxiliares como construcción, generación, división de figuras, para arribar a propiedades eternas y exentas de todo cambio de las mismas. Dentro de los "Elementos" existe una marcada diferencia entre teoremas y problemas, a los primeros exhiben los atributos esenciales de las figuras, mientras que los segundos se refieren a su generación, división, sustracción

o adición. Los teoremas tienen una jerarquía mayor para los griegos, y los problemas tan solo sirven de ayuda en el proceso de acercamiento a la verdad. Con lo que se evidencia que en la Matemática griega el movimiento es un mal necesario.

Para los griegos todas las magnitudes al referirse a las formas son generales (arbitrarias) y al mismo tiempo perfectamente estáticas (fijas), como las formas mismas. Hoy en día se usa la expresión “arbitraria, pero fija”, queriendo significar con la palabra pero una cierta contradicción, que se percibe desde la mentalidad moderna donde todas las magnitudes son variables, es decir demanda un esfuerzo mental para poder fijarlas. El retomar la concepción griega de magnitudes arbitrarias y fijas a la vez, hace que en siglo XX se labore el concepto de algoritmos y de función computable.

“Fueron los fenómenos físicos, donde las distintas magnitudes variables están tan íntimamente y necesariamente relacionadas que algunas de ellas quedan completamente determinadas por los valores de las demás, las que dieron origen al concepto de función en la Modernidad”. [31]. Es debido a que este concepto entraña una referencia a magnitudes variables, que no pudo haber aparecido en la Matemática griega.

En el siglo XVII el problema central de la física es el estudio del movimiento. Galileo en 1604, como resultado de la observación de que si a un cuerpo se le deja caer de una altura mayor, la velocidad con que alcanza la tierra, también será mayor, formula la ley de la caída de los cuerpos. Donde se establece que la velocidad de la caída de los cuerpos es proporcional al tiempo, y que la distancia recorrida es proporcional al cuadrado del tiempo. Debido a que hay una relación desconocida entre la velocidad, la distancia, y el tiempo y ninguna de ellas se mantiene constante, surge por primera vez en la historia de la Matemática la necesidad de describir un proceso y no una relación estática.

La gran tarea de la Física, para Galileo, no es encontrar la causa del movimiento, sino determinar su esencia. El problema era, entonces cómo manifestar esa esencia, que para Galileo es estática. Debería hacérselo como una relación entre las magnitudes variables. Es entonces cuando surge el concepto de función como una fórmula matemática que describe una relación constante entre magnitudes variables. La formulación definitiva de la ley de la caída de los cuerpos se la expresa ahora diciendo: Tanto la velocidad como la distancia recorrida por el cuerpo en caída libre son funciones del tiempo.

Otras fórmulas de la física tienen su origen de una manera análoga, y establecen relaciones constantes entre dos magnitudes variables. Si se las analiza matemáticamente tienen la misma esencia, y por lo tanto podrían tener la misma formulación matemática, lo que hace que en Matemáticas surja el interés por el estudio de las relaciones de este tipo, sin importar la naturaleza de las variables, únicamente se quiere saber qué se puede inferir sobre una situación que describe por medio de dos o más variables relacionadas a través de una fórmula. Todo lo que motiva el estudio de diferentes funciones particulares, como la lineal, cuadrática, polinomial, logarítmica y otras.

El concepto de función representa una posibilidad viable para la reestructuración de la Matemática debido a su doble carácter; por un lado, con funciones, en la medida que entrañan variables, se puede describir procesos, que es una necesidad de la Modernidad; por otro lado, en la medida en que las relaciones entre esas variables se consideran constantes tales procesos son susceptibles de convertirse en objetos estáticos del estudio matemático.

Euler (1748) que concibe las relaciones esenciales de los fenómenos naturales como relaciones matemáticas expresables en fórmulas analíticas, hace que al inicio se entienda por función una "expresión analítica". Se entiende por expresión analítica en  $x$  a toda expresión compuesta de potencias, logaritmos, funciones trigonométricas, etc. de la variable  $x$ . La concepción euleriana de la representación analítica de función está todavía dentro del marco galileano de la ciencia: la ley que describe la esencia del fenómeno debe ser sencilla.

Sin embargo, desde Descartes (1596), la concepción de relaciones esenciales de los fenómenos naturales es dual: son expresables a través de curvas geométricas y también de fórmulas analíticas lo que dio lugar a que paralelamente a la concepción analítica surja una concepción geométrica de función; para el mismo Euler una función está definida cuando en un sistema de coordenadas se traza una curva "cualquiera" (continua). Las dos concepciones se identifican inconscientemente, porque se tiene la convicción de que a toda curva geométrica se le puede representar como una combinación de potencias, logaritmos, etc. y viceversa.

Lo expresado implica que con las únicas funciones algebraicas y trascendentes conocidas en la época debe bastar para describir cualquier función. Sin embargo,

la cada vez mayor necesidad de resolver ecuaciones diferenciales, cuyas soluciones se resistían a una representación de esta naturaleza, hizo surgir otra visión de lo analítico. Daniel Bernoulli en 1755 resuelve la ecuación de la cuerda vibrante con extremos fijos, obteniendo por solución una serie trigonométrica; cosa similar le sucederá a Fourier al resolver la ecuación del calor en 1807. La imposibilidad de obtener otro tipo de representación analítica para la solución de este tipo de ecuaciones dio lugar a un estudio extenso de las series infinitas, que a su vez determinó que la concepción eurliana de función quede al margen del desarrollo de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales y surjan propuestas alternativas para la concepción de función[31]

Lagrange en 1797 propone una solución: concibamos como funciones solamente aquellas que son definidas por series de potencias, Lagrange les llama precisamente funciones analíticas, (denominación que se conserva hasta hoy en día con el mismo significado). Una función analítica en el sentido de Lagrange está completamente determinada en la totalidad de su dominio, cuando es conocida en un segmento tan pequeño como se quiera. Lamentablemente esto se encuentra en oposición con la concepción geométrica de función, la que permite prolongar cada elemento de una función de una manera arbitraria. Esta oposición demostró la insuficiencia del planteamiento de Lagrange para poder empatar las dos concepciones de función, aunque el concepto de función analítica diera lugar a toda una serie de estudios, que posteriormente se convirtieron en una rama fundamental de la teoría de las funciones de variable compleja.

Otra alternativa fue la planteada en 1807 por Fourier: una curva "arbitraria" puede ser aproximada por una serie trigonométrica. Como se vio, esta idea se remonta a Bernoulli, quien "estudiando el problema acústico de las cuerdas vibrantes, observó que la vibración general de las cuerdas se puede representar por composición de las vibraciones sinusoidales correspondientes al todo fundamentales y a los semitonos puros, lo que involucra el desarrollo en serie trigonométrica de la función que representa la forma de la cuerda" [31]. Fourier propuso representar a todas las funciones, en la concepción geométrica, por medio de series trigonométricas, posteriormente llamadas series de Fourier, afirmando que tal representación siempre es posible. Condiciones suficientes para esta representación fueron establecidas por Dirichlet en 1829, reivindicando la fe de Fourier en el poder representativo de las series trigonométricas para una clase bastante amplia de funciones. Por ejemplo, hay funciones discontinuas que admiten representación por medio de una serie trigonométrica. Al ser discontinuas esas funciones se definen por expresiones analíticas (en el sentido de Euler) diferentes en diferentes intervalos. Sin embargo, una sola serie trigonométrica basta para abarcar esas diferencias. Este hecho hizo pensar que las series de Fourier son expresiones

analíticas más generales que todas las que se habían concebido anteriormente. La propuesta de Fourier de entender por función una serie trigonométrica convergente fue aceptada. Pero, qué significa “convergente” y hacia donde tiene que converger la serie? Acaso hacia la “función” que la generó? Lo que es un círculo vicioso. Por lo que se necesita definición de función independiente de toda representación geométrica o expresión analítica. Y es esta la salida que propone Dirichlet en 1829: entendemos que una función  $y$  de  $x$  está definida para un conjunto de valores de  $x$ , cuando a cada número de conjunto de las  $x$  se le hace corresponder un valor determinado de  $y$ . Esta definición por su generalidad abarca a todas las concepciones anteriores de función y es la que seguimos manteniendo hasta hoy en día, al menos en los niveles de la instrumentalización de la matemática.

En cuanto al desarrollo teórico, el surgimiento de las matemáticas contemporáneas, cuyo concepto ordenador es el de conjunto, provocó una reestructuración de toda la teoría matemática; todos los conceptos se definen ahora en términos de conjuntos, incluido el concepto de función. Ya en 1879 Frege elimina el concepto de cantidad variable en favor de una variable como símbolo; también los argumentos y los valores de una función ya no necesariamente tienen que ser números. Este último paso posibilitó una concepción más general de función, donde los argumentos pueden ser, por ejemplo, funciones (supuesto que subyace en el análisis funcional).

Generalizando aún más llegamos a concebir funciones, cuyos argumentos y valores tienen naturaleza arbitraria, lo cual se plasma dentro de la teoría de conjuntos de Cantor (1845) en la siguiente definición:

$f$  es función de  $A$  en  $B$  si y solo si:

- a)  $f \subseteq A \times B$ ,
- b) Para todo  $x \in A$ , existe un único  $y \in B$  tal que  $(x,y) \in f$ .

Ahora por notación, en lugar de escribir  $(x,y) \in f$ , se escribe  $y = f(x)$

Esta definición conserva la concepción de función de Dirichlet como ley de correspondencia, ampliando los conceptos de dominio y rango.

En la concepción galileana de función se privilegia el aspecto instrumental ante el aspecto teórico: lo importante es calcular. En cambio, la concepción platónica que subyace en la definición de función de Dirichlet, hace que al separarse el concepto de función de toda representación analítica se dé mayor importancia al aspecto teórico. No importa, si conocemos efectivamente o no la ley que define una función dada; dicha ley goza de una existencia aun cuando la desconozcamos. Esto hace posible que se conciba como una función, por ejemplo, la siguiente relación

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{si el teorema de Fermat es verdadero} \\ 1, & \text{si el teorema de Fermat es falso} \end{cases}$$

Si el teorema de Fermat es una de las proposiciones indecidibles de la aritmética, jamás sabremos calcular el único valor que toma la función  $f$ . Esta deficiencia desde el punto de vista de la computabilidad hace necesario restringir el campo de funciones aceptables a funciones “efectivamente computables”, restricción que tiene lugar dentro de la corriente constructivista de este siglo. Máquinas de Turing, algoritmos de Márkov, cálculos de Post, funciones recursivas y funciones  $\lambda$ -**definibles** pretenden plasmar el contenido de concepto de función “efectivamente computable”, aunque desde diferentes perspectivas.

Para poder hacerlo, por ejemplo, dentro de la línea de funciones  $\lambda$ -**definibles** (Church, Curri), fue necesario modificar varios aspectos de la concepción dirichletiana de función. Consideramos algunos de ellos:

1. Desde Dirichlet para definir una función se requieren tres objetos: un dominio de una función, un rango y una ley de correspondencia. Supongamos que los elementos del dominio de una función son funciones; esto presupone en la concepción clásica que el conjunto de todas las funciones está estratificado; las funciones argumento de  $f$  tiene otro “estatus” que la  $f$ . Sin embargo, Alonzo Church hace la siguiente reformulación: “No excluyamos la posibilidad de que uno de los elementos del dominio de una función  $f$  sea la propia función  $f$ . Consideremos la operación o la regla de correspondencia de la función como

dada de antemano, y determinaremos el dominio y el rango posteriormente como constituidas de todos los objetos a los cuales dicha operación es aplicable” [libro de Church]. De este modo resulta posible preguntarse, por ejemplo, por el valor  $I(I)$ , donde  $I$  es la función identidad. La definición de Church posibilita generalizar el concepto de función, pasando de funciones con dominios específicos a funciones consideradas como leyes de correspondencia.

2. Desde la perspectiva platónica que subyace en la definición de función de Dirichlet, la igualdad de dos funciones tiene que darse siempre y cuando las dos funciones tengan el mismo dominio, el mismo rango y las leyes de correspondencia aplicadas en un argumento particular den por resultado un mismo elemento en los dos casos. Por ejemplo, si  $f(x) = (x + 1)^2$  y si  $g(x) = x^2 + 2x + 1$ , las dos funciones son iguales (suponiendo que se da la igualdad entre los dominios y rangos respectivos). Sin embargo, dice Church, esta definición no refleja el modo de calcular el valor de  $f(x)$ , si bien se preocupa por la igualdad de los resultados: “Es posible concebir a dos funciones como diferentes, si las leyes de correspondencia son diferentes, aunque siempre produzcan el mismo resultado en los dos casos”[Church]). Esta modificación dio lugar al concepto de “función en intensión” mientras que a la concepción clásica se le llamó “función en extensión”. Desde esta perspectiva las funciones  $f$  y  $g$ , definidas arriba, serían iguales como funciones en extensión pero diferentes como funciones en intensión.
  
3. Debido al carácter dual de la naturaleza del concepto de función (entendida como relación constante entre magnitudes variables) surge la siguiente ambigüedad en la notación funcional: cuando anotamos “ $f(x)$ ”, nos referimos a la función como tal, o al valor de dicha función en un punto  $x$  particular? (En el primer caso estaríamos hablando de una constante, mientras que en el segundo de una variable). Tradicionalmente se pensaba que esta ambigüedad era de interés exclusivamente especulativo y de ninguna manera podría incidir en el cálculo. Curry proporciona un ejemplo de que esto no es así : Sea  $f(x) = x^2$ , sea también

$$(Pf) = \frac{f(x) - f(0)}{x} \quad \text{si } x \neq 0$$

Con estas notaciones, que valor tendrá el operador  $P$  aplicado a la función  $f$  en el punto  $(x + 1)$  ? Habría dos maneras de interpretar la pregunta:



$$i) \quad P(f)(x + 1) = \frac{f(x + 1) - f(0)}{x + 1} = \frac{(x + 1)^2 - (0)}{x + 1} = x + 1$$

$$ii) \quad P(f(x + 1)) = P((x + 1)^2) = \frac{(x + 1)^2 - 1}{x} = x + 2$$

Curry atribuye la ambigüedad de la respuesta a la ambigüedad de la notación funcional. Su propuesta es la siguiente: para denotar, por ejemplo, la función cuadrática, en lugar del acostumbrado “ $x^2$ ”, escribiré “ $\lambda x.x^2$ ”, eliminando así toda posibilidad de cambio y movimiento. El concepto de función, que desde Galileo se entendió como una regla de cálculo (o como una correspondencia entre dos conjuntos de variables) para propósitos teóricos tuvo que entenderse finalmente, en cuanto ley, como un objeto estático, regresando así al supuesto griego de esencias inamovibles y eternas.

Estas son en líneas generales algunas de las modificaciones que sufrió el concepto de función desde su apareamiento, dando origen a ramas de la matemática tan extensas hoy en día, como el cálculo (diferencial e integral), teoría de funciones de variable real, teoría de funciones de variable compleja, teoría de la medida, topología, teoría de algoritmos, etc.

Desde esta perspectiva el concepto de función ha sido uno de los más fructíferos para el desarrollo de la matemática; su naturaleza dual ha permitido tanto acumular un bagaje de conocimientos útiles en los niveles de instrumentación de la matemática, como enriquecer a la ciencia con nuevas teorías tendientes a precisar y modificar el concepto de función ya en el plano teórico. En conjunto, las dos tendencias (cada cual en su época respectiva) dieron un impulso vital al desarrollo de la matemática, posibilitando de esta manera un continuo crecer de la ciencia.

## **1.6. ALGUNOS ASPECTOS DE LA METODOLOGÍA DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA**

Atendiendo a la actual tendencia didáctica de considerar una necesaria integración entre la Didáctica General y la Didácticas de la Matemática, y debido a la concepción educativa que rige la presente investigación, creemos que es importante

caracterizar la Metodología de la Enseñanza de la Matemática desde su proyección funcional, de tareas, de objetivos y de contenidos y en sus relaciones y aportes al desarrollo de la personalidad del estudiante.

Para la conceptualización de la Metodología de la Enseñanza de la Matemática, nos hemos basado en los resultados de las investigaciones que han realizado diversos especialistas en el ramo, principalmente en los de: Dr. Sergio Ballester Pedroso, Dr. Luis Campistrous Pérez, Dra. Celia Rizo Cabrera y Dr. José Manuel González.

Las funciones principales de la enseñanza de la Matemática son:

- Poner a disposición de los jóvenes sólidos conocimientos matemáticos (conceptos, teoremas, reglas, relaciones, y procedimientos) que son de importancia general y que se han mantenido estables históricamente.
- Desarrollar las habilidades en el trabajo con algoritmos y cálculos elementales, así como con métodos y procedimientos indispensables para llevar a la práctica los conocimientos antes referidos.
- Familiarizar al alumno con las siguientes características de la ciencia matemática:
  - Su carácter abstracto
  - Las formas fundamentales del pensamiento matemático.
  - Sus procesos lógico deductivos.
  - Su estructura.
- Evidenciar para los estudiantes la convicción de que una buena educación matemática es parte integrante de una personalidad al servicio de la sociedad
- Que los alumnos concienticen la importancia creciente de la Matemática en la vida social.
- Contribuir a la formación politécnica mediante el desarrollo de las capacidades intelectuales, formas de trabajo y razonamiento, así como los hábitos de trabajo intelectuales que siendo esenciales para la actividad matemática pueden desarrollarse a través del trabajo con los conceptos y procedimientos propios de la Matemática.

- El desarrollar en forma sistemática el saber hacer, sobre todo en lo que se refiere a la aplicación independiente de los conocimientos, hábitos y habilidades en la solución de problemas intra y extramatemáticos y en la posterior adquisición de conocimientos.
- Contribuir sobre la base de los contenidos, a la formación de la concepción científica del mundo.

Lo que evidencia que las funciones de la Enseñanza de la Matemática, están en una estrecha relación con la significación e importancia de la Matemática y que de cumplirlas estaremos respondiendo a nuestro paradigma de educación.

Creemos que la principal tarea de la Enseñanza de la Matemática en nuestro país es la de contribuir a la preparación de los jóvenes para su vida social y para desenvolverse exitosamente en su futura vida profesional. Los jóvenes deben disponer de sólidos conocimientos matemáticos, que les permitan: interpretar los adelantos científicos; operar con ellos con rapidez, rigor y exactitud, de modo consciente; aplicarlos en forma creadora en la solución de los problemas que se les presenten en su vida tanto social como profesional; y que les permitan aportar para desarrollar una sociedad más justa.

La otra tarea que se considera de mucha importancia, es la de aprovechar todas las potencialidades de la Enseñanza de la Matemática, para desarrollar el pensamiento y las capacidades intelectuales de los estudiantes.

A través de la Enseñanza de la Matemática y sus aplicaciones prácticas se debe contribuir a la reafirmación de los sentimientos patrióticos, hábitos de disciplina, normas de conducta, valores morales y convicciones sociales, de modo de contribuir a asegurar a futuro un país honesto, donde las actividades de orden público y privado sean transparentes y contribuyan al bienestar de todos.

Por todo lo expuesto la Escuela Ecuatoriana debe, a corto plazo, proporcionar una elevada formación matemática general. Para lo que cual se debe considerar, entre otros, los siguientes aspectos:

- A partir de las bases determinadas por la sociedad se debe orientar la enseñanza de la matemática, determinando y derivando los objetivos, y seleccionando adecuadamente los contenidos.
- Es evidente, entonces, que para que la Enseñanza de la Matemática cumpla sus funciones y tareas no debe estar aislada, ni debe intentar ejercer su influencia de un modo independiente. La relación de la Enseñanza de la Matemática con las demás asignaturas del currículo del nivel medio puede realizarse desde los siguientes puntos de vista:
  - Por la aplicación de los contenidos y de las capacidades matemáticas en otras asignaturas.
  - Por la relación entre el contenido matemático y el de otras asignaturas en las siguientes actividades: en la resolución de problemas de aplicación, en la motivación para ciertas unidades temáticas.
- En el desarrollo intelectual de los alumnos.

El análisis de las funciones y tareas de la enseñanza de la Matemática que se han presentado, permiten diferenciar tres tipos de objetivos de la Enseñanza de la Matemática, los mismos que son:

1. Los objetivos en el campo de los conocimientos y habilidades.
2. Los objetivos en el campo del desarrollo intelectual.
3. Los objetivos en el campo de los valores.

Debe anotarse que dicha diferenciación tiene sentido solamente en la teoría, ya que en la práctica, es a través de la adquisición de conocimientos y en la formación y en el desarrollo de las habilidades que se contribuye a la formación intelectual y en valores.

Respecto a los objetivos en el campo del conocimiento y de las habilidades, se debe precisar que, una sólida base en el saber y en el poder matemático constituye el pilar fundamental para la formación matemática futura de los alumnos y un instrumento intelectual para solucionar los variados problemas que se presentan en la vida. [método] Los componentes fundamentales respecto a los conocimientos y a las habilidades deben abarcar:

- Dominio de los conceptos importantes, (punto, recta, figura geométrica, congruencia, semejanza, variable, término, ecuación, función, etc.)
- Dominio de las proposiciones matemáticas, especialmente los teoremas, (proposiciones sobre los objetos geométricos del plano y del espacio, propiedades de funciones elementales, etc.)
- Dominio de los procedimientos del trabajo matemático (cálculo en los diferentes dominios numéricos y con variables, la solución de ecuaciones e inecuaciones, la representación gráfica de funciones, la realización de construcciones geométricas, demostraciones y deducciones, etc.)
- Dominio de los símbolos y las fórmulas matemáticas, de su aplicación y de su uso en el lenguaje propio de la asignatura.
- Calcular en los diferentes dominios numéricos y con variables.
- Resolver ecuaciones e inecuaciones.
- Aplicar las propiedades, grafica, interpretar los resultados eficientemente con funciones elementales.
- Representar y calcular objetos sencillos en el plano y en el espacio.
- Fundamentar la validez de proposiciones matemáticas.
- Realizar y explicar independientemente demostraciones sencillas.
- Determinar lo esencial de los conceptos, de las leyes, de los teoremas, etc.
- Aplicar correctamente la terminología, simbología y el lenguaje matemáticos.
- Reconocer, analizar y solucionar problemas matemáticos.
- Modelar la realidad con elementos matemáticos.

Dentro de la presentación de la propuesta de Estrategia Metodológica, se abordará el tratamiento de las habilidades matemáticas propias del Sistema de Funciones, así como se hará una propuesta de objetivos para dicho Sistema.

Los objetivos de la Enseñanza de la Matemática en el campo del desarrollo intelectual, deben expresar la contribución que se espera de la Enseñanza de la Matemática al desarrollo del pensamiento en general así como a diversas formas específicas del pensamiento matemático.

Si se toma en cuenta que:

- Los conceptos proposiciones y los procedimientos matemáticos poseen un elevado grado de abstracción y su asimilación obliga a los alumnos a realizar una actividad mental rigurosa.
- Los conocimientos matemáticos están estrechamente vinculados formando un sistema que encuentra aplicación práctica de diversas formas, lo cual permite buscar y encontrar vías de solución distintas, por su brevedad, por los medios utilizados o la ingeniosidad de su representación lo que el seguro desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico.
- El pensamiento matemático, así como sus métodos exige de los alumnos una constante actividad intelectual, que requiere de analizar, sintetizar, realizar analogías, fundamentar, demostrar, entre las principales otras operaciones mentales.

Se concluye, que a través de la Enseñanza de la Matemática se promueve el desarrollo del pensamiento general.

En la dimensión de los objetivos en el campo del desarrollo de los valores, se aprecia la marcada influencia que tiene la Enseñanza de la Matemática en esta dirección, ya que las formas del pensamiento matemático desarrollan:

- La necesidad de un trabajo planificado, consciente y sobre todo creador.
- El requerimiento de que la actividad se caracterice por su exactitud y por su desarrollo cuidadoso, lo que amerita esmerarse y trabajar con orden y limpieza.

- La constancia, la concentración, la perseverancia, la disciplina y el aprendizaje consciente.
- Las actitudes sinceras, con presencia destacada de la crítica constructiva y sobre todo la autocrítica.
- El compañerismo, la tolerancia y la conducta colectiva.

Todo lo mencionado se logra si en la estructuración pedagógica y metodológica, el director del proceso toma en cuenta: que se debe plantear a los alumnos exigencias de cómo llevar sus cuadernos, realizar sus tareas y expresarse en forma oral y escrita; la impartición de técnicas de trabajo; la elevación progresiva de las exigencias; el reconocimiento de los rendimientos alcanzados; la solución de ejercicios cada vez de mayor dificultad; la aclaración del significado de los resultados que se alcanzan con el trabajo realizado; el planteamiento de exigencias a los alumnos para evaluar el rendimiento de sus compañeros; discutir soluciones verdaderas y falsas; juzgar propuestas y asumir posiciones unido al control y la autoevaluación; advertir a los alumnos de las consecuencias que pueden derivarse de conclusiones precipitadas; la organización del estudio en colectivo; y el apoyo de los estudiantes de mayor rendimiento a los de menor rendimiento.

Debido a la Segunda Ley de la Didáctica [3], que hemos tratado anteriormente, y al análisis que se ha realizado respecto a los objetivos que deben guiar la Enseñanza de la Matemática, no debe entenderse al método de enseñanza ajeno al objetivo, cada uno con su propia personalidad, el primero como ejecutor, como una vía para alcanzar el segundo, y éste a su vez como inductor de la actividad docente.

Durante el desarrollo del proceso pedagógico, el maestro escoge y ejecuta diferentes procedimientos para lograr la introducción de los nuevos contenidos, y consecuentemente el estudiante lo lleva a cabo para su apropiación. Es esto que hace necesario que toda Estrategia Metodológica, cuente con un sistema de métodos. Como ya se ha mencionado, en el presente trabajo se va atender a dos criterios de clasificación de los métodos, el de la relación profesor alumno y el del nivel de asimilación, a pesar de que en la práctica los distintos métodos de enseñanza se presentan muy pocas veces en su forma pura pues frecuentemente se entrelazan procedimientos y distintos métodos.

Antes de realizar la exposición de la clasificación que hemos asumido, debemos hacer algunas puntualizaciones respecto a los métodos de acuerdo con la vía lógica

según la teoría del conocimiento. En la enseñanza se aplica, de la misma forma que en la Matemática, en el aseguramiento del conocimiento los métodos deductivos, y en la búsqueda de nuevos conocimientos generalmente los métodos reductivos. (Ver Tabla 1). También son muy utilizados en la enseñanza de la Matemática el análisis y la síntesis, como método para la búsqueda de ideas de una demostración, de problemas matemáticos, de ideas para la solución de problemas, o de ideas para la construcción de un ejercicio. El método analítico-sintético es parte del método deductivo.

Se ha considerado hasta aquí las vías lógicas según la teoría del conocimiento como método, en el proceso real de enseñanza se los usa, generalmente, en forma de procedimientos. Así, por ejemplo el método heurístico o de búsqueda parcial, utilizan procedimientos analítico-sintéticos como estrategias y la analogía como principio. También en la enseñanza de la Matemática, se aplica los métodos genéticos, constructivos y axiomáticos, que son formas propias de desarrollar contenidos matemáticos, y que por las mismas consideraciones de ambigüedad anteriores no van a ser tratados en el presente trabajo.

En lo que respecta al primer criterio que hemos considerado para la clasificación de los métodos, es decir al modo visible de las relaciones entre el maestro, alumno y contenido, es posible distinguir tres formas metodológicas con sus características y variantes específicas: exposición del profesor, trabajo independiente y elaboración conjunta. Presentaremos cada uno de éstos, con su explicación, cuándo usarlos, las ventajas que se derivan de su uso, así como algunas recomendaciones metodológicas para su eficaz utilización.

#### 1.6.1. EXPOSICIÓN DEL PROFESOR.

La fuerza activa está en el profesor, la actividad del alumno es receptiva. En la enseñanza de la matemática se lo usa si:

1. Se presenta la necesidad de dar indicaciones.
2. Hay que presentar informaciones.
3. Se debe complementar una información matemática mediante una información adicional.



4. El estudiante se encuentra en los últimos años del colegio, de modo de prepararlo a esa forma tan utilizada en la enseñanza superior.

Las ventajas que su uso tiene son:

1. Se representa la materia completa en el aspecto del contenido (aclaración).
  2. Contribuye al adiestramiento lógico lingüístico de los alumnos.
  3. Permite dar indicaciones para resolver un ejercicio o para realizar determinada forma de trabajo (instrucción).
  4. Posibilita mostrar numerosos procedimientos y formas de trabajo y pensamiento de la matemática (ejemplificación).
- (Ver tabla 2)

#### **1.6.1.1.Indicaciones Metodológicas.**

Presentaremos algunas sugerencias del orden metodológicas para contribuir a estimular la actividad mental de los alumnos cuando se utiliza el método expositivo.

- Cuando se utiliza el método expositivo los alumnos deben escuchar y pensar, pero no tienen la posibilidad inmediata de desarrollar ideas por sí mismos, de expresarlas, (en el uso del método en su forma típica) ni de controlar la validez de ese pensamiento. La pregunta es: Cómo elevar tanto el carácter productivo de este método, como el grado de estimulación que reciben los alumnos para su actividad mental? Si la exposición por el profesor del contenido de la enseñanza es en forma coherente, procurando el uso de medios auxiliares con un material interesante, distinguiendo los niveles, usando a momentos la generalización, resumiendo cada paso lógico, prestando atención a la actitud del alumno, usando una buena expresión oral con terminología matemática, entre otras sugerencias, se podrá obtener los resultados esperados.

Son importantes tener en cuenta las siguientes actividades, que permitirán evaluar la actividad mental de los alumnos, plantear preguntas durante o al final de la exposición, enviar tareas que requieren la aplicación de los conocimientos tratados en la exposición. Y pedir ejemplos sobre el contenido de la exposición.

Una forma superior de la exposición es aquella en que el profesor trasmite los conocimientos científicos no en forma terminada, sino que muestra en cierta medida la vía del descubrimiento de la verdad correspondiente, hace conocer al alumno un problema ante el cual se encontraba la sociedad e indica las contradicciones entre el saber actual y la nueva problemática. Esta forma de exposición la trataremos a continuación.

### 1.6.2. ELABORACIÓN CONJUNTA.

#### Adopta distintas formas de conversación.

En la enseñanza de la matemática se lo usará:

1. Si se desean dar pasos cortos en la actividad mental de los alumnos.
2. Si se quiere realizar controles orales en los alumnos para el aseguramiento del nivel de partida.
3. Si se intenta dirigir el pensamiento de los alumnos para que encuentren o descubran, por sí mismos, determinados problemas matemáticos.

Las ventajas de su uso son:

1. Desarrolla las habilidades de fundamentar, definir y relacionar.
2. Incide en la capacidad de formular proposiciones y encontrar un procedimiento.

(Ver Tabla 3)

#### **1.6.2.1.CONDUCCION DE CONVERSACION DE CLASE POR PARTE DEL PROFESOR**

El dominio que tenga el profesor y la seguridad que muestre sobre el contenido, el conocimiento y la presencia constante del objetivo, el manejo de una buena técnica de preguntar, así como la habilidad para proporcionar impulsos que accionen la

actividad mental de los estudiantes, permitirá una eficaz conducción de la conversación en la clase.

El éxito de la conversación de clase depende en gran medida de la forma de preguntar del profesor, por lo que queremos ofrecer algunas indicaciones metodológicas sobre este aspecto. [5]

#### **1.6.2.2.INDICACIONES METODOLÓGICAS SOBRE LA TECNICA DE PREGUNTAR.**

- Formular las preguntas con claridad y precisión, sin adelantar el núcleo de respuesta o acompañada de gestos que indiquen ésta.
- Fijar, en la preparación de la clase, las preguntas y respuestas sin limitar las iniciativas de los alumnos, para cada una de las acciones que éste debe realizar.
- Hacer las preguntas a toda la clase primero y luego dejar el tiempo suficiente para reflexionar, y finalmente escoger al que debe responder. Así cada alumno siente la pregunta como suya y la responsabilidad de responder rápida y cuidadosamente, concretándose en lo que debe decir.
- Valorar rápidamente la calidad de la repuesta, analizando el núcleo positivo de la misma, invitando a otros alumnos para completarla. Si contiene errores utilizar contra ejemplos.
- Hacer preguntas adicionales, si la pregunta es difícil, combinada con impulsos o hacer una presentación de lo que había preguntado.
- Combinar la pregunta con impulsos correspondientes en cada momento de la conversación, análisis, analogías, etc., para lograr que el alumno llegue a saber cuál debe ser su próxima acción.

#### **1.6.3. TRABAJO INDEPENDIENTE.**

Predomina el aprendizaje productivo en la solución de ejercicios o en el trabajo con el libro de texto.

Se lo usará en la enseñanza de la matemática:

1. Para el descubrimiento de determinadas leyes matemáticas.
2. Para adquisición de nuevos conocimientos sobre conceptos.
3. Para la presentación de definiciones o teoremas.
4. Para la ejercitación de procedimientos de solución.
5. Para lograr la sistematización de contenidos.

Las ventajas que su uso tiene son:

1. El desarrollo del pensamiento de los alumnos en cuanto al dominio de operaciones lógicas como: analizar, sintetizar, abstraer, generalizar, inducir y deducir.
2. El desarrollo de la habilidad de solucionar problemas.
3. El entrenamiento para el trabajo en silencio, con notas de clase, con el libro de texto y con libros de consulta en la biblioteca.
4. El desarrollo de la independencia en la realización de tareas.
5. El desarrollo de la habilidad de exponer.
6. El adiestramiento en hacer valoraciones críticas en cuanto a la comprensión y la representación de relaciones matemáticas.

(Ver Tabla 4)

#### **1.6.3.1.ALGUNAS RECOMENDACIONES PARA UN TRABAJO INDEPENDIENTE EXITOSO**

En el éxito del trabajo independiente en la clase de matemática intervienen muchos factores entre los que se encuentran como imprescindible el desarrollo del pensamiento de los alumnos en cuanto al dominio de operaciones lógicas tales

como analizar, sintetizar, abstraer y generalizar procedimientos; inducir y deducir, etc. y la habilidad resolver problemas.

Otros factores están relacionados con el entrenamiento para el trabajo en silencio, para el trabajo con notas de clases, el libro de texto, libros de consulta en la biblioteca y la realización independiente de tareas que incluyen la habilidad para exponer y hacer valoraciones críticas de las mismas en cuanto a la comprensión y la representación de relaciones matemáticas.

La preparación para el trabajo independiente pertenece al dominio de las capacidades, luego no es tarea fácil ni breve para el profesor, pues no se limita a la simple indicación formal del profesor de una tarea o la de seguir determinadas medidas o reglas metodológicas, o ayudar a los alumnos en la preparación mediante indicaciones de la bibliografía, de la disposición y de posibilidades de ilustración, sino que va más allá, al desarrollo de la independencia cognoscitiva y actividad creadora en los alumnos. Los métodos y procedimientos que la promueven giran alrededor de los problémicos o productivos.

#### 1.6.4. ENSEÑANZA PROBLEMICA

Atendiendo al nivel de asimilación asumiremos en este trabajo la clasificación los métodos dada por I. Ya Lerner y M. Skatkin, que los dividen en cinco grandes grupos, de los cuales el tercero, el cuarto y el quinto son llamados métodos problémicos o productivos que constituyen etapas en el desarrollo de las capacidades creadoras y la independencia cognoscitiva de los estudiantes, lo que solo es posible en una enseñanza mediante la cual el alumno se apropie de los procedimientos para resolver problemas teóricos y prácticos y modelar la realidad, es decir, a través de la enseñanza problémica.

Dicha clasificación es:

1. Método receptivo de información.
2. Método reproductivo.
3. Exposición problémica.
4. Método heurístico.
5. Método investigativo.

Debido a que tanto el primero como el segundo grupos ya fueron tratados dentro de la clasificación anterior, se abordará y describirá la enseñanza problémica, el método heurístico y el método investigativo.

La enseñanza problémica consiste en que a través del proceso de solución de un sistema de problemas, especialmente elaborado por el director del proceso, de problemas y ejercicios problémicos, los estudiantes llegan a dominar la experiencia creadora y a asimilar los conocimientos y modos de la actividad creadora, la problemicidad se presenta como una regularidad que condiciona la búsqueda intelectual y la solución de los problemas y que, asimilada como hábito, hace al hombre un eterno investigador. M. I. Majnutov caracteriza lo problémico como “el grado de complejidad de las preguntas y tareas y el nivel de habilidades del estudiante para analizar y resolver los problemas de forma independiente”. El mismo autor plantea el esquema general del orden de las etapas de un proceso cognoscitivo problémico. (Ver Cuadro 1).

El proceso cognoscitivo descrito tiene que reflejarse en la enseñanza problémica, cuyas categorías son: la situación problémica, el problema docente, la tarea problémica y la pregunta problémica.

#### **1.6.4.1.SITUACION PROBLEMICA**

La situación problémica se define como la relación entre el sujeto y el objeto del conocimiento en el proceso docente que surge a modo de contradicción cuando aquel no puede entender la esencia de los fenómenos estudiados porque carece de los elementos para el análisis y que solo la actividad creadora puede resolver.

Se consideran 4 tipos de situaciones problémicas.

Primer tipo: Cuando a los estudiantes se les presenta la necesidad de emplear conocimientos asimilados anteriormente en condiciones prácticas nuevas.

Segundo Tipo: Cuando existe una contradicción entre las vías teóricamente posibles para solucionar la tarea y la imposibilidad práctica del procedimiento seleccionado.

Tercer Tipo: Cuando existe contradicción entre el resultado práctico alcanzado en la realización de una tarea docente y la falta de conocimientos de los alumnos para su fundamentación teórica.

Cuarto Tipo: Cuando los alumnos no conocen el procedimiento para resolver la tarea planteada y no pueden responder la pregunta problémica, ni explicar el hecho en una situación docente o en la vida.

#### **1.6.4.2.PROBLEMA DOCENTE**

El problema docente es la contradicción asimilada por el sujeto que caracteriza lo buscado, en el sentido: determinación de lo conocido respecto a lo desconocido; existencia de algo indefinido; determinación de las posibles condiciones para la solución independiente.

#### **1.6.4.3.TAREA PROBLEMICA**

La tarea problémica es una actividad de búsqueda a partir de la contradicción que surge en la situación problémica, Dicha búsqueda debe ser de tal naturaleza que permita eliminar el conflicto y asegure la solución de dicha tarea.

#### **1.6.4.4.PREGUNTA PROBLEMICA**

La pregunta problémica es un componente de la tarea problémica, es el estímulo directo del movimiento del conocimiento, la forma lógica de expresión del problema docente. Su solución tiene carácter heurístico, o sea, conduce a encontrar lo nuevo, lo desconocido.

#### **1.6.5. METODO HEURISTICO**

El método heurístico o de búsqueda parcial, garantiza la asimilación, por elementos, de la experiencia creadora y el dominio de algunas etapas de solución de los

ejercicios problémicos. La conversación heurística, ya tratada, es la expresión más conocida de este método, y consiste en realizar preguntas relacionadas, donde cada una necesita la respuesta de la anterior, y obliga a plantear una nueva pregunta de búsqueda. Se debe enfatizar que para dar respuesta a cada pregunta es necesario reproducir y aplicar los conocimientos adquiridos.

#### 1.6.6. METODO INVESTIGATIVO

El método investigativo consiste básicamente en pedir a los alumnos resuelvan problemas que a pesar de ya haber sido resueltos por la ciencia, son nuevos para ellos. El profesor debe tener un dominio sobre el resultado al que se va a llegar y de la vía de solución, pero sobre todo de los rasgos de la actividad mental creadora que es necesario manifestar en la solución del problema. Además de desarrollar la creatividad de los estudiantes, se pretende desarrollar el trabajo independiente y productivo.

Es importante notar que en contexto nacional, no se tiene una estructuración de la Metodología de la Enseñanza de la Matemática como la presentada, aunque dentro de la Reforma Curricular propuesta, se incluyen algunas consideraciones metodológicas, lo que no es suficiente para poder orientar la Enseñanza de la Matemática y aprovechar todas sus potencialidades.

Los cambios tecnológicos que está viviendo la sociedad, en el orden técnico y la globalización en el orden económico hacen necesario que un trabajo de investigación como el presente no descuide las tendencias actuales en la Enseñanza de la Matemática, para lograr un individuo integral e integrado.

#### **1.7. TENDENCIAS ACTUALES EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA**

La Matemática, a lo largo de la historia, ha sido empleada con objetivos profundamente diversos. Entre los sacerdotes de los pueblos mesopotámicos fue un instrumento para la elaboración de vaticinios. Para los pitagóricos fue un instrumento de aproximación a una vida más profundamente humana, y como un camino de acercamiento a la divinidad. Durante el medievo fue utilizado como un importante elemento disciplinador del pensamiento. A partir del Renacimiento ha sido la más versátil e idónea herramienta para la exploración del universo. Ha



constituido una magnífica guía del pensamiento filosófico, entre los pensadores del racionalismo y filósofos contemporáneos. Para los matemáticos de todos los tiempos se ha convertido en instrumento de creación artística, un campo de ejercicio lúdico. Con lo expuesto podríamos afirmar que la Matemática es una actividad vieja y polivalente.

Por otra parte, la misma Matemática es una ciencia intensamente dinámica y cambiante, lo hace de manera rápida y hasta turbulenta en sus propios contenidos, y en su concepción profunda lo hace, aunque de manera más lenta. Lo que nos permite evidenciar que la actividad matemática es una realidad cuyo enfrentamiento no es sencillo, y cuyo abordaje no es fácil.

Si entendemos a la educación como la actividad que preparará "al hombre para la vida", ésta debe, entonces, hacer referencia a: lo más profundo de la persona que se encuentra en proceso de formación, a la sociedad en evolución donde esta persona se integrará, a la cultura que sustenta dicha sociedad, a los medios concretos personales o materiales de que en el momento se puede o se quiere disponer, a los fines que a dicha educación se le quiere asignar, etc.

La característica de los organismos vivos sanos es presentar una fuerte resistencia al cambio, lo que no es necesariamente malo cuando se conjuga con una capacidad de adaptación a la mutabilidad de las circunstancias ambientales. La complejidad de la Matemática y de la Educación sugiere que tanto los teóricos de la Educación Matemática como los ejecutores de ella, permanezcan atentos y sean flexibles a los cambios profundos que la dinámica de la situación global exige.

A nivel internacional apenas se habrían producido cambios de consideración, en la Educación Matemática, desde principios de siglo hasta los años 60, donde surge un fuerte movimiento de innovación. Debemos notar que dicho movimiento, a pesar de todos los desperfectos que produjo en el panorama educativo internacional, tuvo la gran virtud de llamar la atención sobre la necesidad de mantener la alerta constante sobre la urgencia de evolución del sistema educativo en Matemática en todos los niveles. Los mencionados cambios han provocado una serie de olas, a favor o en contra de ellos, que no concluyen aún, y que hacen que en el momento actual sigamos estando en un estado de profundas transformaciones.

Los últimos treinta años han sido escenario de cambios muy profundos en la enseñanza de la Matemática, y por lo que los pedagogos siguen haciendo y proponiendo podemos afirmar que continuamos en proceso de transformación.

Durante los años 60 se vivió un proceso que conducía hacia la "Matemática Moderna", lo que provocó un cambio profundo en la enseñanza de la Matemática, tanto en su teoría como en los contenidos que serían abordados. Algunas de las características de dicho movimiento son:

- En diversas áreas, sobre todo en el álgebra, se enfatizaron las estructuras abstractas.
- Se priorizaron tanto el rigor lógico como la comprensión en desmedro de los aspectos operativos y manipulativos.
- Como una consecuencia de lo anterior, se condujo a la fundamentación a través de la teoría de conjuntos y al cultivo del álgebra, ya que en estos temas el rigor resulta fácilmente alcanzable.
- Debido a que en la geometría es más difícil fundamentar rigurosamente, dicha área sufrió un detrimento.
- Se dejó de lado problemas interesantes, donde abunda la geometría, para privilegiar ejercicios que el álgebra puede ofrecer, los que son muy cercanos a la mera tautología o al reconocimiento de nombres.

Las ventajas que se esperaba obtener eran, entre otras:

- Rigor en la fundamentación.
- La comprensión de las estructuras matemáticas.
- La modernidad y el acercamiento a la Matemática contemporánea.

En los años 70 se empieza a manifestar en los estudiantes una patente carencia de intuición espacial, lo que lleva a pensar que los cambios realizados tal vez no eran los más adecuados, ya que las ventajas esperadas no compensaban los inconvenientes surgidos.

A finales de los años 70 y durante los 80, empieza una vehemente discusión sobre los valores y contravalores de las tendencias manifestadas, provocando una incesante búsqueda de las formas más adecuadas de afrontar los nuevos retos del proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática. En esos momentos se tenía una visión de la Matemática que correspondía a un estadio en el que el enfrentamiento con la realidad se había plasmado en dos aspectos fundamentales, la complejidad proveniente de la multiplicidad, lo que da origen a la aritmética, y la complejidad que procede del espacio, lo que da lugar a la geometría.

Las situaciones enfrentadas hacen que se extienda la antigua concepción de la Matemática, como ciencia del número y de la extensión, a la visión de dicha ciencia como una actividad que se enfrenta con un cierto tipo de estructuras que se prestan a modos peculiares de tratamiento, que incluyen:

- Adecuada simbolización, que permite presentar eficazmente, desde el punto de vista operativo, las entidades que maneja.
- Manipulación racional rigurosa, que proporciona las "reglas" para el uso de los símbolos.
- Efectivo dominio de la realidad a la que se dirige, primero racional, del modelo mental que se construye, y luego, si se pretende de la realidad exterior modelada.

Más tarde, el espíritu matemático se enfrenta con:

- La complejidad del símbolo. Tratada sobre todo en el álgebra.
- La complejidad del cambio y la causalidad determinística. Abordada en el cálculo.
- La complejidad proveniente de la incertidumbre en la causalidad múltiple incontrolable. Que se conoce como probabilidad y estadística.
- La complejidad de la estructura formal del pensamiento. Lo que se recoge en el tratamiento de la lógica matemática.

Actualmente la filosofía matemática ha dejado de preocuparse mucho de los problemas de la fundamentación, enfocando, mas bien, el carácter casi empírico de la actividad de la matemática y los aspectos relativos a la historia e inmersión de la Matemática en la cultura que le da origen, lo que hace que se considere, a dicha ciencia, como un subsistema cultural con características en gran parte comunes otros sistemas semejantes. A partir de dichos cambios se ha manifestado en los matemáticos serios cuestionamientos sobre su quehacer, lo que ha provocado fluctuaciones, dignas de tomarse en cuenta, de lo que debe ser la enseñanza de la Matemática.

A partir del reconocimiento que se hace en los años 80, respecto a la exagerada atención que se había prestado a la estructura abstracta de la Matemática y debido a la consideración de que la educación matemática debe ser concebida como un proceso de inmersión en las formas propias del proceder matemático, nace la tendencia que defiende el cuidado y el cultivo de intuición en general, la manipulación operativa del espacio y de los mismos símbolos.

Sin dejar de reconocer la importancia que tiene la comprensión e inteligencia de lo que se hace, no se debe permitir que el esfuerzo por entender deje en segundo plano el acercamiento que debe realizar la mente, a través de sus contenidos intuitivos, a los objetos matemáticos. Debido a que se acepta la Matemática como una ciencia empírica, sobre todo en sus primeros procesos de invención, es necesario que la inmersión en ella se realice teniendo en cuenta principalmente la experiencia y la manipulación de los objetos que le dan origen. Debe tomarse en cuenta que el desarrollo empírico resulta más interesante que sus proceso de formalización, siendo estos, evidentemente, un estadio superior. Hay que considerar que a cada fase del desarrollo mental, al igual que a cada etapa histórica o cada nivel científico, le corresponde un rigor propio.

Para lograr un cabal entendimiento de la interacción entre la realidad y la Matemática se debe acudir, en primer lugar, a la historia propia de la Matemática, que proporciona el proceso de emergencia que se manifestó en el tiempo. En segundo lugar, pero no por eso menos importante, a las aplicaciones, que nos dan una visión de toda su fecundidad y sus potencialidades.

La Matemática surge de: aproximaciones sucesivas, de experimentos, de tentativas a veces fructuosas otras no, hasta que alcanza una forma más madura, pero siempre factible de mejorarla como toda ciencia y obra humana. La enseñanza de

la Matemática debe, entonces, reflejar su carácter profundamente humano, lo que la haría más asequible, dinámica, interesante y atractiva.

Debido a que en la Matemática el método tiene un predominio sobre el contenido, es una ciencia en la que lo importante es "saber hacer", por lo que se le concede una gran importancia a todos los elementos que tienen relación con la resolución de problemas. Dichos elementos se encuentran, obviamente, muy relacionados con factores de la psicología cognitiva.

En los tiempos modernos, donde se vive una acelerada transformación en todos los órdenes, debemos proporcionar a nuestros jóvenes la posibilidad de desarrollar procesos eficaces del pensamiento. Estos son los únicos que no se volverán obsoletos al transcurrir periodos de tiempo muy cercanos, a pesar de que se vaya haciendo necesario en la enseñanza el traspaso de la prioridad de unos contenidos hacia otros.

Si estamos conscientes de que en el mundo científico e intelectual existen conocimientos que pueden convertirse en una pesada carga, debido a que son difícilmente combinables con otros para producir nuevos, debemos aceptar entonces, que la utilidad mayor estará en apropiarse de procesos de pensamiento antes que de disponer de una gran cantidad de conocimientos.

Por lo expuesto, en el momento actual se manifiesta la tendencia de hacer mayor énfasis en el desarrollo de procesos propios de la Matemática, que en la transferencia de conocimientos. Para lograr lo cual se propone como una alternativa el transmitir estrategias heurísticas para la resolución de problemas, con el fin de potenciar las capacidades de resolución de problemas más complejos y reales.

Con la aplicación de la propuesta anterior se pretende disminuir la atención en la ejecución de ciertas rutinas que siguen siendo priorizadas en la educación matemática e incluir en el proceso de enseñanza-aprendizaje la correcta utilización de la calculadora y de la computadora que son, sin lugar a dudas, herramientas actuales y muy poderosas y de las que ya disponen la mayoría de estudiantes. El estudiante del presente que será el profesional del futuro debe poder realizar un diálogo inteligente y productivo con dichas herramientas.

Una de las tendencias que se está manifestando en todos los órdenes de la actividad humana es la que asegura que un ser humano motivado es un actor más eficiente de los procesos en los que participa, Dicha tendencia también se manifiesta en los procesos educativos y por ende en la enseñanza de la Matemática.

Se pretende motivar al alumno de modo que no se circunscriba solamente al posible interés en la Matemática y sus aplicaciones, sino más bien que tenga una visión clara de las mutuas influencias que han ejercido la cultura, la historia, el desarrollo de la sociedad y la Matemática. Los elementos afectivos son de gran importancia para el desarrollo pleno del individuo en todos los órdenes de su vida. En gran parte la actitud negativa que muchos estudiantes han desarrollado con respecto a la Matemática es el producto de la inadecuada introducción en el mundo de dicha ciencia por parte de sus maestros. Los jóvenes tienen, con respecto a sus potencialidades matemáticas, una posición inicial casi destructiva.

Para abordar la adecuada y eficaz introducción de dicha tendencia, se recomienda que se empleen estrategias que permitan a los estudiantes vislumbrar lo estético y lo lúdico que encierra en sí la Matemática, de modo que la inmersión dentro de ésta sea más humana y personal. Debemos, entonces transmitir contenidos más humanizados.

*"Con respecto a todos los temas básicos del cálculo infinitesimal...teorema del valor medio, serie de Taylor,...nunca se suscita la cuestión ¿Por qué así precisamente? O ¿Cómo se llegó a ello? Y sin embargo todas estas cuestiones han tenido que ser en algún tiempo objetivos de una intensa búsqueda, respuestas a preguntas candentes...Si volviéramos a los orígenes de estas ideas, perderían esa apariencia de muerte y de hechos disecados y volverían a tomar una vida fresca y pujante."*  
Toeplitz.

Creemos que la historia proporciona una magnífica guía para enmarcar los temas matemáticos ya que permite conocer los problemas de los que han surgido los conceptos importantes de la disciplina y el por qué el hombre se ha ocupado en ellos con tanto interés y dedicación. Conociendo la evolución de las ideas se conocerá el lugar que ocupan en las consecuencias, aplicaciones y la situación reciente de las teorías que han derivado

La visión histórica no solo transforma hechos sin espíritu en partes de conocimiento buscadas ansiosamente y con pasión por hombres de carne y hueso, que sintieron

una honda satisfacción cuando los hallaron, sino que nos acerca a la matemática como ciencia humana, no divina. Nos acerca a personalidades interesantes que por muy distintos motivos han ayudado a impulsarla a través del tiempo.

Si el docente conoce como se han suscitado los hechos, cuyo orden lógico no corresponde, ni al histórico, ni al didáctico, podrá:

- Transmitir mejor los conocimientos, ya que entendiendo mejor las dificultades del hombre que generó las ideas podrá entender las de sus alumnos.
- Comprender la secuencia de las ideas y de los motivos y variaciones de los conceptos, por lo tanto estará en capacidad de presentarlas más didácticamente.
- Presentar la dinámica de la evolución de la ciencia, buscando el sentido de aventura y originalidad de las ideas iniciales.
- Posibilitar la extrapolación hacia el futuro.
- Lograr una inmersión creativa en las dificultades del pasado.
- Evidenciar lo tortuoso de los caminos de la invención, con la percepción de la ambigüedad, obscuridad, confusiones iniciales.
- Apuntar las conexiones históricas de la Matemática con otras ciencias, en cuya interacción han surgido tradicionalmente gran cantidad de ideas importantes.

Para responder a la tendencia que propicia la concepción de la educación matemática como un proceso de inculturación, es decir el proceso de inmersión en las formas propias del proceder matemático, se propone desarrollar la enseñanza de dicha ciencia a través de la resolución de problemas y la utilización de métodos activos. Las ventajas de este tipo de enseñanza serían entre otras: 1.- Proporcionaríamos a nuestros estudiantes capacidad autónoma para resolver sus propios problemas. 2.- El estudiante estará en capacidad de lograr una rápida adaptación a los cambios de la ciencia y de la cultura. 3.- Los hábitos y habilidades desarrollados son de aplicación universal. 4.- El trabajo se convertiría en un potenciador del desarrollo de la personalidad. 5.- Desarrollamos la creatividad en los jóvenes.

¿Qué es lo que entendemos por verdaderos problemas? Lo definiremos como aquella situación en la que un individuo no conoce el camino que le conduzca de una situación actual a una deseada. Para poder acceder a una solución se debe partir de que se dispone de los contenidos adecuados.

Los resultados más importantes serían, según Miguel de Guzmán [24]:

- Manipulación de los objetos matemáticos.
- Activación de la propia capacidad mental.
- Ejercitamiento de la creatividad.
- Reflexión sobre el propio proceso de pensamiento con el fin de poder mejorarlo conscientemente.
- Transferencia de estas actividades a otros aspectos del trabajo mental.
- Adquisición de confianza en sí mismo.
- Preparación para otros problemas de la ciencia y de la vida misma.

*"Con seguridad el mejor camino para despertar a un estudiante consiste en ofrecerle un intrigante juego, puzzle, truco de magia, chiste, paradoja, pareado de naturaleza matemática o cualquiera de entre una veintena de cosas que los profesores aburridos tienden a evitar porque parecen frívolos" Martín Garder*

La Matemática y el juego tienen características comunes como: se ejercitan por sí mismos, no por el provecho que de ellos se puedan derivar; aportan para el desarrollo humano; producen placer con su contemplación y su ejecución; se encuentran separados de la vida ordinaria en tiempo y espacio; poseen elementos de tensión que al producir su liberación causan satisfacción; originan lazos especiales entre quienes participan en ellos; tienen sus propias reglas.



La similitud entre el juego y la Matemática no se limita a sus características, sino aún más, poseen prácticas comunes. Tanto el juego como la Matemática empiezan por la convención de reglas, poseen un cierto número de objetos o piezas, los mismos que cumplen las funciones que se les han determinado en las reglas, sus participantes deben adquirir cierta familiarización con sus reglas de modo de poder relacionar unas piezas con otras. En una etapa posterior, se van adquiriendo técnicas simples que permiten obtener metas parciales. Para un estadio superior, a través de un profundo análisis se descubren estrategias que están alejadas de los elementos iniciales, lo que empieza por marcar la diferencia entre los que dominan la actividad y los que no. Pero, en situaciones más complejas se manifiesta la creatividad para resolver cuestiones que requieren de soluciones originales. Quedando por último solo para los más capaces la creación de nuevas propuestas.

Debido a lo expuesto se puede aprovechar en los procesos de enseñanza-aprendizaje actividades lúdicas que permitan transmitir a los alumnos el profundo interés y el entusiasmo que las Matemáticas puedan generar, con el objetivo de proporcionarles una primera y efectiva familiarización con los procesos usuales de la actividad matemática. Obteniéndose en los jóvenes la potenciación de su capacidad para acercarse de forma correcta a los problemas matemáticos.

Tomando la propuesta de la Dra. Herminia Hernández, de concebir la actividad matemática encaminada a desarrollar una serie de habilidades que propicien la habilidad de modelar y atendiendo la creciente tendencia actual de realizar el aprendizaje de la Matemáticas no solo explorando las construcciones propias de esta ciencia, sino en continuo contacto con las situaciones del mundo real que les dieron y les siguen proporcionando su motivación y vitalidad, el proceso educativo de Matemática debe sufrir una transformación [25].

Siendo una de las características de la Matemática la exploración de las diferentes estructuras complejas que se prestan para ello y siendo la actuación del matemático el encaminarse a crear espontáneamente para dominar los aspectos matematizables de la realidad, el proceso de enseñanza-aprendizaje debería identificar los orígenes en los problemas que la realidad presenta y sus aplicaciones para resolver tales problemas.

Debemos incorporar a nuestra actividad educativa el gran poder motivador que la modelización y las aplicaciones poseen, ya que de no hacerlo estaríamos ocultando una parte muy interesante y substancial de lo que la Matemática realmente es. La

transformación mencionada debe ser encaminada a cambiar el proceso de enseñanza-aprendizaje de mera presentación de los resultados que constituyen el edificio puramente teórico y priorizar la búsqueda de los problemas, sus soluciones y sus posibles aplicaciones para lo que se necesita, evidentemente, modelar

En la presentación de las tendencias se ha manifestado que debemos retomar el desarrollo del pensamiento espacial que proporciona la geometría, para lo que debemos abordar un nuevo enrumbamiento en los contenidos matemáticos. Ahora queremos presentar sugerencias de cómo ese cambio debe ser orientado. En primer lugar se debe evitar el llegar a extremos, como el excesivo tratamiento y profundización como lo que ocurrió en el tratamiento del triángulo en los albores del siglo veinte. Segundo, evitemos la introducción rigurosamente axiomática. En tercer lugar, establezcamos una base de operaciones a través de unos cuantos principios intuitivos evidentes.

Para lograr lo expuesto se debería priorizar en conocimientos como aquellos que estimularon los espectaculares desarrollos geométricos del siglo XIX: geometría descriptiva, geometría proyectiva, geometría sintéticas, geometría no euclídeas. ¿En qué asignaturas encontramos hoy estas ideas? Sobre todo en aquellas que solamente son tenida en cuenta en la Educación Superior y de las cuales la enseñanza elemental no se ha hecho eco en absoluto. El desafío hoy por hoy es cómo introducir de un modo acertado en la enseñanza media temas como: Teoría de grafos, Teoría de cuerpos convexos, geometría combinatoria, algunos conocimientos de la Teoría de optimización, Teoría de la Topología, entre otros.

## **CAPITULO 2**

### **2. ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA EL TRATAMIENTO DEL SISTEMA DE FUNCIONES**

La Estrategia Metodológica (ver anexo 1), objeto de esta investigación, parte de la concepción de Educación, que se ha propuesto. Al contraponerla con la realidad, nos proporciona el diagnóstico, y nos lleva a un pronóstico.

Para realizar el diagnóstico, se elaboraron y aplicaron encuestas tanto a profesores (ver anexo 2) de la Educación media, como a estudiantes que han concluido su ciclo de formación. (Ver anexo 3) Las preguntas que se realizaron en uno y otro caso están relacionadas entre sí, y responden a la necesidad de valorar: procedencia, motivación, sistematización, dominio de los conocimientos, conciencia del desarrollo de habilidades, sistema de evaluación, técnicas participativas, y capacitación.

430 profesores secundarios de Matemática y 1500 estudiantes que deseaban ingresar a la E.P.N., contestaron la encuesta. Vamos a discutir las respuestas que por extrema diferencia y por su increíble igualdad, nos evidencia la necesidad social de cambiar la Educación en nuestro país.

En las siguientes consideraciones, se ha evaluado la respuesta de 4 en preguntas que tenían una escala de 1 a 5 Mientras los profesores opinan en un 58% que lograban que sus alumnos se entusiasmen por la Matemática, solo el 27% de los estudiantes lo estaban. Los profesores dicen en un 47% que presentaban y evidenciaban la utilidad de la ciencia, los estudiantes dicen que solo lo lograban en un 27%.

Las respuestas de los maestros en un 63% dicen que realizaban una introducción histórica, las de los estudiantes afirman que lo hacían en un 50%.

Al preguntárseles a los profesores y estudiantes los aportes de éstos últimos, sus respuestas son extraordinariamente semejantes. Lo mismo ocurre cuando se averigua por el grado de conocimientos de los profesores, y por el grado de dificultad de las tareas. Otra respuesta en la que casi coinciden es en la referente al desarrollo

de la visión científica del mundo, los maestros opinan que lograron desarrollarla en un 6%, y los estudiantes que la desarrollaron en un 5%.

Otro tema en que coinciden, más menos un pequeño error, es el de que la evaluación se limita o es principalmente a través de exámenes.

Para el 9% de los profesores, y para el 2% de los estudiantes la Matemática contribuyó a desarrollar el patriotismo, entre otros valores. Los profesores opinan en un 6%, y los estudiantes en un 5% la contribución de dicha ciencia para el desarrollo de la visión científica del mundo.

Con respecto a la sistematización de los conocimientos, el 92% de los profesores contesta que se la realizó, mientras que para el 100% de los estudiantes nunca se lo hizo.

Analizando las habilidades que ha desarrollado la Matemática las respuestas de los estudiantes y profesores divergen, ya que mientras para solo el 39% de los primeros su formación matemática contribuyó a desarrollar la habilidad de resolver problemas, para el 61% de los profesores si lo logro. En el desarrollo de la habilidad analizar los profesores opinan en un 80% que la ciencia la desarrolló en los estudiante, el 50% de los estudiantes dicen que no lo hizo. Pero la diferencia más grande se presenta en el desarrollo de las habilidades sintetizar y abstraer, el 32% y el 34%, respectivamente, de los profesores opina que si se desarrolló en los estudiantes, mientras que el 99% y el 93% de los estudiantes opinan que no.

Un 87% de los maestros de Matemáticas de la Educación Básica Ecuatoriana opina que es necesario el desarrollo de una Metodología especial para la enseñanza de esta disciplina, y que el tema de funciones no es el más importante en la enseñanza de la Matemática. Privilegiando temas como factorización, resolución de ecuaciones e inecuaciones, entre otros.

Los resultados presentados nos permiten afirmar que el sistema educativo nacional necesita, de forma urgente una revisión que le lleve a cambiar desde sus cimientos a través de un proceso científico y sobre todo contextualizado.

No es un privilegio nuestro el haber evidenciado la realidad educativa nacional, es por esto y por otras razones que se analizarán que, El Gobierno Ecuatoriano inicia en 1992 el diseño de la reforma curricular, debido a que considera que: “La inversión prioritaria en capital humano constituye en la actualidad, un prerrequisito indispensable para el crecimiento económico de un país.

El capital humano es el recurso más precioso, tesoro invaluable, y garantía de futuro para la sociedad. De los recursos humanos depende el avance y uso apropiado de la tecnología, la conservación de la naturaleza. De las personas dependen: la paz, la democracia, la producción, la seguridad, la responsabilidad del planeta....” [40]

El proceso de diseño de la Reforma Curricular es liderado por el Ministerio de Educación, cuenta con dos fases; en la primera se estructura una reforma curricular que recibe innumerables objeciones, en la segunda se logra reunir un equipo más amplio y se obtiene por resultado una propuesta que se denomina consensuada, debido a la vía por la que se logra su aprobación.

Dentro de la nómina de participantes se observa una decidida intervención de profesores tanto universitarios como de la educación media, así como de expertos de organismos estatales y privados. El financiamiento se lo realizó a través de recursos otorgados por organismos internacionales.

La reforma curricular contiene: “Un nuevo pènsum de la educación básica ecuatoriana, los lineamientos curriculares referidos al tratamiento de las prioridades transversales del currículo las destrezas fundamentales y los contenidos mínimos obligatorios para cada año y las recomendaciones metodológicas generales para cada área de estudio” [40]. En lo referente a los contenidos, los autores consideran que debido a que son los mínimos obligatorios no deben presentarlos de forma exhaustiva (explícitamente y con absoluto detalle), con lo que permiten que cada profesor y cada escuela diseñe los elementos curriculares que correspondan a su realidad inmediata y de acuerdo a las necesidades de la comunidad y de los estudiantes. Hacen énfasis en la necesidad y obligatoriedad del diseño complementario en el caso del área de estudios sociales.

Otra de las características de la reforma curricular es el partir de la concepción de la profesionalidad de los docentes y por tanto los dejan en libertad de elegir la corriente pedagógica que consideren conveniente. Así mismo, no obliga a seguir

una determinada escuela de pensamiento, aunque en cada área, en el capítulo “consideraciones generales”, se presentan los criterios que orientan la propuesta, su organización, secuencias y alcances.

La reforma curricular optó por presentar como ejes transversales, a la educación en la práctica de valores, a la educación ambiental y a la interculturalidad de la educación. Para dichos ejes transversales se presentan ciertos lineamientos con el objeto de introducirlos en las distintas áreas.

Se considera que con la aplicación del nuevo currículo se garantizará que todos los niños y niñas ecuatorianos, habrán logrado: un grado de desarrollo intelectual que les permita enfrentar los retos del mundo moderno; definida formación de valores cívicos y morales; capacidades que les faciliten tanto el seguir aprendiendo como el trabajo científico; las habilidades necesarias para su adecuado involucramiento en el trabajo productivo, debido a que serán individuos “fácilmente capacitables”; pero se asegura sobre todo el adecuado desarrollo de la personalidad (autónoma, flexible y sólida).

El área de Matemática de la reforma curricular principia por hacer un pequeño diagnóstico de la situación pasada, e identifica algunas de las causas que han motivado que se haya favorecido el memorisismo sobre el desarrollo del pensamiento matemático. Entre las principales causas se cita:

- Ausencia de políticas adecuadas de desarrollo educativo.
- Insuficiente preparación, capacitación y profesionalización de un significativo porcentaje de maestros.
- Bibliografía desactualizada y utilización de textos como guías didácticas y no como libros de consulta.
- Inadecuada infraestructura física.
- Carencia y dificultad de acceso a material didáctico apropiado.
- Falta de comunicación entre todos los actores del proceso educativo.

Dentro de los programas oficiales de matemática se identifican los siguientes problemas:

- No contemplan el criterio de continuidad. Se produce repitencia de contenidos, sin que esto responda a un criterio metodológico para lograr solidez.
- Pretensión de cubrir una gran variedad y cantidad de temas, haciéndolo con gran detalle sin tomar en cuenta la realidad del estudiante, sino solo respondiendo a una tendencia enciclopedista.
- Falta de coherencia en la selección de bloques, observándose que esto provoque que el docente privilegie a unos sobre otros.
- Falta de relación entre los contenidos y el entorno social.
- No contemplan procesos de evaluación de los programas, de su aplicación y de sus resultados.

Ante la situación planteada se realizaron talleres, seminarios y consultas obteniéndose como resultado la propuesta mencionada que tiene como meta lograr la comprensión de conceptos y procedimientos para aplicarlos a nuevas situaciones que aparecen aun desde otros ambientes diferentes a los de las matemáticas.

Dentro de la reforma curricular, en lo que tiene que ver con el área de matemática, "se privilegian el valor y los métodos de la matemática, a base de los conocimientos necesarios para el desarrollo personal y la comprensión de las posibilidades que brinda la tecnología moderna"

Los conocimientos se estructuran de una forma "sistémica", lo que, a criterio de los autores permite unificar todas las ramas de la ciencia, garantizando su estudio y facilitando su articulación con las otras áreas. Se han seleccionado los contenidos de modo que puedan "ser tratados según sus características y formas propias de aprender del estudiante en cada uno de sus períodos de desarrollo, con carácter de continuidad dentro de la educación básica, en el contexto de la realidad nacional" [40].

Los sistemas que han sido propuestos son:

- Numérico.
- De funciones.
- Geométrico y de medida.
- De estadística y probabilidad.

Dentro de los sistemas se hace un pequeño listado de temas que los componen.

En lo referente a las habilidades se presenta un cuadro de 'destrezas fundamentales' que dominará el estudiante, clasificadas en tres categorías principales que son: comprensión de conceptos, conocimientos de procesos y solución de problemas. Dentro de cada una de estas últimas, se hace una subdivisión llamada destrezas específicas, dentro de las cuales se observa la presentación de los verbos en infinitivo.

El modelo de los objetivos que se presenta responde a la formulación de objetivos generales, tienen una visión de contexto y manifiestan el propósito de desarrollar la personalidad.

Dentro de los programas de estudios de cada año en particular se hace un desglose de los temas que corresponden a cada sistema.

Consideramos que la reforma curricular propuesta tiene las siguientes características:

- Es un avance del orden cuantitativo y cualitativo. Esto se observa debido a la gran participación de especialistas de distintas áreas y sectores sociales ecuatorianos, ya que ya no se reduce solamente a un listado de objetivos y conocimientos separados por años, como era la anterior propuesta. El avance del orden cualitativo se da debido a que se presenta la educación de un modo más integral y respondiendo a nuestro contexto.



- La concepción de la educación como formación. Se pretende, en un momento inicial, presentar la educación como el medio para lograr el desarrollo de la personalidad.
- La inclusión de objetivos por áreas. Lo que permite, en cierto modo, guiar la actividad en cada una de las áreas determinadas.
- La presentación de destrezas fundamentales y específicas de cada área. Caracteriza el aprendizaje dentro de cada una de las áreas así como da la oportunidad al docente de determinar lo que se espera que el estudiante “sepa hacer” al concluir la educación básica.
- La determinación de cuáles son las destrezas específicas que habrá que desarrollar año por año. Esto es un avance con respecto a la propuesta anterior ya que, en cierta medida, orienta que se puede lograr en cada etapa del desarrollo de niños y adolescentes.
- La pretensión de estructurar los conocimientos como sistema. Esta concepción incide en que la actividad del proceso docente logre continuidad, no caiga en repeticiones en desmedro del avance previsto.
- La clasificación de los contenidos por años. Se encuentra en esta clasificación que se toma en cuenta tanto el grado de dificultad como la etapa del desarrollo evolutivo en el que se los impartirá.
- La falta de determinación clara de los fines de la educación. No se incluye los fines que persigue la educación en nuestro país, ni qué tipo de hombre y sociedad queremos formar.
- La inadecuada fundamentación. La fundamentación no es otra cosa que un listado de justificativos del por qué el cambio, sin considerar en ningún momento la historicidad y el pronóstico, el objeto, los problemas, las tareas y funciones.
- El tratamiento de los objetivos. La forma en que se presentan los objetivos no permite vislumbrar cómo se espera que se desarrolle el proceso docente, ya que no se determina el comportamiento de los otros componentes: contenido formas, métodos, medios y evaluación.
- Los objetivos no cumplen, plenamente, su función orientadora. La actividad que deben realizar profesores y estudiantes, para lograr la transformación deseada,

no es guiada por los objetivos, lo que se debe a que: no se especifica, o es muy imprecisa, la meta a alcanzar; no se puede identificar la estructuración del proceso para lograrlos; tampoco indican hasta que nivel se puede llegar en el desarrollo previsto.

- Los objetivos no dan un criterio valorativo. Debido a que no presentan un criterio valorativo de la calidad del proceso, no permitirán evaluar el aprendizaje de los estudiantes y la efectividad del proceso de enseñanza, por lo que es muy difícil conocer los éxitos y desaciertos del proceso de formación.
- Objetivos no personalizados en el alumno. Debido a la forma en que se encuentran redactados algunos objetivos, se convierten en tareas que deben cumplir los maestros.
- Los objetivos no cuentan con el nivel de asimilación del contenido Lo que incidirá en que no se pueda determinar el grado de apropiación del conocimiento y el de desarrollo de las habilidades vinculadas a dicho conocimiento, privando de este modo al objetivo de su indicador cualitativo.
- No se encuentran en los objetivos el nivel de profundidad. Al no contemplar los objetivos en su estructura el nivel de profundidad, no se podrá determinar cómo se ha apropiado el estudiante de un concepto y con qué grado de abstracción.
- La presentación de las habilidades. Se realiza una ambigua presentación de tres destrezas fundamentales que son: comprensión de conceptos, conocimientos de procesos, y solución de problemas, las que no clarifican qué hay que desarrollar en los estudiantes.
- La subdivisión de las destrezas. Dentro de cada destreza general se realiza una clasificación en destrezas específicas, que en algunos casos no son más que tareas.
- Las destrezas se encuentran aisladas. La forma de presentar las destrezas en forma aislada, no ligadas a un conocimiento, hace que pierdan fuerza e importancia.
- No hay un sistema para la adquisición de las destrezas. Al no presentar a las destrezas como un conjunto de acciones para la regulación racional de una actividad, sino enfocándolas como actividad misma, se impide una sistematización de su apropiación.

- Las destrezas no son el núcleo del objetivo. Lo que hace que se limite su contribución a la formación del pensamiento y por ende a la educación intelectual.
- La total autonomía del docente en el proceso. No existe dirección ni en la línea metodológica que seguirán los maestros, ni en la corriente pedagógica que guiará el proceso docente, ni en la escuela de pensamiento que será el marco teórico de la reforma curricular, lo que incidirá en que cada profesor tome decisiones independientemente, en temas de mucha trascendencia para todos, y por tanto no se puede esperar resultados equivalentes.
- El papel del maestro. El diagnóstico con el que empieza la fundamentación del área de matemática manifiesta que una de las causas del fracaso de proceso anterior es “la insuficiente preparación, capacitación y profesionalización de un porcentaje significativo de los docentes” [40], y sin embargo sólo se presentan los contenidos mínimos obligatorios dejando al criterio del profesor el diseño complementario.
- La etapa de capacitación docente. El proceso del diseño de reforma curricular no cuenta con una etapa bien definida de capacitación, aunque se menciona que hay que realizarla.
- Falta de una posición para desarrollar la personalidad. La ausencia de una adecuada dirección para el tratamiento del individuo como un ser integral y contextualizado hace que no se identifique como se desea plasmar el propósito inicial.
- Presencia de ejes transversales. La presentación como ejes transversales al diseño, de la práctica de valores, la educación ambiental y la interculturalidad de la educación.
- Algunas indicaciones metodológicas. Se presentan ciertas directrices a nivel de recomendación como introducir el cuidado ecológico.
- La visión Reconstruccionista. Al dejar que cada comunidad, escuela o maestro tome decisiones directas sobre el diseño curricular se está asegurando que la educación se encuentra contextualizada a la realidad social, del entorno.
- La solución de problemas. La presentación de la destreza solución de problemas como de carácter general, recoge una de las habilidades básicas de la matemática.

- La forma de desglosar las actividades. Permite una orientación bastante detallada de la actividad.

Es esta Reforma Curricular la que guiará la Educación Media Ecuatoriana en los próximos años, por lo tanto debemos aportar a mejorarla, y en este sentido es el origen del presente trabajo. Creemos que la concepción de cambio educativo, está dada, ahora debemos contribuir para que el resultado sea el mejor posible. Una propuesta metodológica para que sea eficiente debe ser dirigida científicamente, y debe responder a la realidad social del medio en que va a ser aplicada, por lo que se hace necesario hacer un estudio del contexto psicológico y socioeconómico del adolescente ecuatoriano.

## **2.1. ANÁLISIS PSICOLÓGICO DE LOS ADOLESCENTES ECUATORIANOS**

El contexto relevante donde el adolescente ecuatoriano (12 a 20 años) se halla implicado en su actuación concreta es la familia, la escuela y la comunidad. A decir de L. I. Bozhovich "La vida escolar constituye para los adolescentes como una parte orgánica de su propia vida", por lo que centraremos nuestro análisis en aquellas relaciones interpersonales que se establecen a partir de una mayor cantidad de relaciones en la actuación del adolescente, es decir las que tienen lugar entre éste, los profesores y su grupo escolar.

Las relaciones con los profesores han sido caracterizadas por varios autores como totalmente distintas en comparación con las del niño en edad escolar. Los adolescentes tienen a volverse más críticos y exigentes con sus profesores, lo que conduce que sus relaciones con aquellos se tornen más superfuas y menos íntimas. Pero, es importante anotar, que A. V. Petrosvsky destaca el aprecio que sienten estos jóvenes por aquellos maestros que dominan su asignatura, que son justos y hábiles en dirigir el aprendizaje y que los toman en cuenta cuando expresan sus juicios valorando sus apreciaciones.

Es importante destacar que de no existir una buena relación entre el maestro y el alumno se presentarán manifestaciones de apatía por el estudio, de insatisfacción y de una profunda reserva hacia el profesor por parte del alumno. La preferencia que siente el adolescente por una u otra asignatura o el agrado que siente por uno

u otro profesor esta en dependencia de la calidad de enseñanza del maestro, así como de sus posibilidades de orientarlo en los temas hacia los que inclina sus intereses.

Se debe considerar que, a pesar de que tanto maestro como alumno se desenvuelven en el mismo medio, los objetivos que se persiguen, así como las tareas a cumplir y las condiciones de que se disponen, son distintos. En la mayoría de casos el profesor está lejos de un modelo para la mayoría de estudiantes de la enseñanza media. Con lo que nos encontramos con la triste realidad de que el profesor no está presente en el contenido de la función direccional de la personalidad del adolescente, no se encuentra dentro de sus expectativas, pues incluso llegan a definirlo como: "el profesor no sabe nada, en la escuela no se aprende o los maestros de hoy no son como los de antes, etc." Esto nos lleva a concluir que no podremos lograr la aplicación de nuestro paradigma de educación, sino influenciamos decididamente sobre la actitud que el maestro tiene frente a su tarea.

Debemos buscar que la concepción de cambio educativo procure que el maestro logre caracterizar las peculiaridades fundamentales de la personalidad de sus estudiantes interactuando con ellos.

Otro de los elementos del contexto fundamental del adolescente ecuatoriano es el grupo escolar. Existe un cambio, con respecto a lo que ocurre en la etapa escolar, en la forma de comunicación del adolescente con sus compañeros, convirtiéndose ésta en el motivo fundamental de su actuación por encima de la interrelación con los adultos

La actuación del adolescente dentro de su grupo se caracteriza por el predominio de un código común de comunicación y por la presencia de objetivos comunes hacia los cuales se movilizan, expectativas semejantes que son el resultado de la actuación y la satisfacción de algunas necesidades producto de la interrelación establecida, entre las que se destaca su necesidad de independencia. Es de tal magnitud la influencia que el grupo escolar ejerce sobre la formación de la personalidad del adolescente que L. I. Bozhovich [22] expresa; "La opinión y valoración de los compañeros comienzan a adquirir para los adolescentes una gran importancia, incluso mayor que la valoración de los padres y maestros" [libro de psicología de Orestes]. Con lo que se evidencia que hay que tomar en cuenta, para la aplicación de la Estrategia Metodológica propuesta, que el factor más determinante

en el desarrollo de la personalidad del adolescente son las interrelaciones con su grupo escolar.

Siendo la familia la primera forma de contacto social que establece el sujeto, es esta relación de significación para el desarrollo de la personalidad. La interacción con la familia se mantiene a lo largo de toda la vida, en la mayoría de los casos, aunque su grado de influencia y forma de interacción varían en las diferentes etapas de la vida de una persona. I. S. Kon [30] señala que “prácticamente no existe ningún aspecto psicológico de la conducta de los adolescente y jóvenes que no dependa de sus condiciones familiares en el presente o en pasado. Claro, el carácter de esta dependencia cambia”

En la etapa adolescente, el cambio en la interrelación con la familia, no es una excepción con respecto a los demás tipos de interrelaciones que se han estudiado previamente. Numerosos estudiosos de la edad adolescente focalizan en la familia los motivos de importantes conflictos y contradicciones características de la adolescencia, que hacen que sea considerada una etapa de crisis o difícil.

Entre las causas más destacadas del origen de estos conflictos aparecen entre otras, el empeño de la familia en continuar tratando al adolescente como un niño, la necesidad que tiene el joven de independencia a pesar de que no cuenta con las condiciones.

Sin embargo, esto no empañan en la mayoría de los casos, la imagen que el adolescente tiene de su familia, la necesidad de recibir orientación por parte de ésta, así como las aspiraciones a mejorar sus relaciones, ya que estiman que son sus padres aquellas personas que ellos desearían los comprendieran mejor, es entonces la familia el lugar donde se sienten más tranquilos y seguros.

Para completar el análisis psicológico del adolescente ecuatoriano, es importante tratar la relación que éste mantiene con la comunidad, ya que las posibilidades de influencia de la comunidad en la formación de la personalidad no son despreciables. Con el desarrollo de la persona, se amplía el número de contextos con los que se relaciona y aquellos que ya constituían objetos de su interacción, varían, la misma que está dada por los nuevos tipos de comunicación y actividad en las que se ve insertado.

El tiempo que el adolescente pasa fuera del seno familiar y de la institución educativa se incrementa, ya que comienza a relacionarse con otras personas mediante nuevas formas de comunicación y en otras actividades. Dichas nuevas actividades tienen que ver con tareas domésticas que debe resolver fuera del hogar, hacer compras por ejemplo, asistencia a clubes de interés propio, deportivos, culturales, de computación, etc., estableciéndose de manera directa o indirecta, relaciones con otras personas, de modo tal que su personalidad estará sujeta a otro tipo de influencia que ya no es solamente el contexto familiar o escolar.

Dentro de las investigaciones que se han realizado para indagar las influencias que ejercen los adultos fuera del contexto familiar o escolar se ha evidenciado que los adolescentes se sienten especialmente atraídos por los jóvenes adultos que han tratado y cuyas edades oscilan entre los 20 y 29 años, ya que les reconocen cualidades como: amistosos, responsables, exitosos, y muy útiles para ellos.[li ores]

Ningún análisis de la personalidad del adolescente ecuatoriano, estaría completo si no se consideran las condiciones socioeconómicas de la sociedad ecuatoriana.

En el Ecuador existen aproximadamente 2 millones 150 mil niños y adolescentes entre los 10 y 17 años y representan el 19.4% de la población. De ellos, 800 mil, un 37.5% están incorporados a la población económicamente activa. Seis de cada diez chicos que trabajan viven en el área rural y la mayoría de ellos se dedican a la agricultura, junto a sus familiares. En las ciudades, los chicos trabajan en actividades comerciales o de servicios y una gran cantidad de niñas y adolescentes son empleadas domésticas.

A pesar de que la mayoría de menores trabajadores son varones, existen chicas que no asisten a establecimientos educativos y que se dedican exclusivamente a realizar actividades domésticas. La mayor parte de estas muchachas vive en el área rural, donde no existe una clara diferenciación entre el trabajo productivo y el reproductivo.

Durante el período 1974 - 1982, marcado por una fuerte expansión de la economía ecuatoriana, el número de activos menores de 18 años decreció en 10.1%; mientras en el siguiente período 1982 - 1990, por el contrario, experimentó un crecimiento importante (55%), en el escenario de una crisis económica que aún subsiste.

En lo que va de la presente década, el crecimiento de los niños trabajadores urbanos es extremadamente alarmante. De 1990 a 1993 se duplicaron las tasas de participación. A más del impacto negativo que representa para la situación de la infancia en el Ecuador, las cifras demuestran que el trabajo infantil es un indicador sumamente sensible a la situación socioeconómica de un país y que, por tanto, debe ser continuamente vigilado por aquellos que tienen la responsabilidad de diseñar y dirigir la política social.

Los datos [UNICEF] también permiten concluir que, además de que en el Ecuador existe una gran cantidad de niños y adolescentes que trabaja, la mayor parte lo hace en jornadas intensivas.

Las consecuencias más importantes del trabajo infantil se observan en dos áreas: la salud y la educación. Por lo general los niños trabajan en ambientes deteriorados, sin el equipo de protección adecuado, por lo cual las actividades que realizan suponen un peligro para su salud y su desarrollo.

Respecto a la educación, se observa una clara relación entre las inasistencia a establecimientos educativo y el trabajo. La mala calidad de la educación influye en la repetición y deserción escolar, lo cual alimenta la dedicación al trabajo como única alternativa. Existen suficientes evidencias como para suponer que un sistema educativo inadecuado a las necesidades del desarrollo de los niños y las comunidades, es un factor que no desalienta el trabajo del niño, sino por el contrario, lo estimula.

La reducción del problema del trabajo infantil al de los niños de la calle, ha postergado una necesaria discusión pública en torno a la dimensión del desarrollo que el trabajo de los menores supone y que puede resumirse en los siguientes factores:

El trabajo de los niños y de los adolescentes, en las condiciones que ahora se desarrolla, influye negativamente en la capacitación de los recursos humanos, lo cual resta capacidad productiva al país.

Contribuye a desperdiciar los recursos que se invirtieron y que se invierten en desarrollar y mantener el sistema educativo que tiene una cobertura nacional.

En la mayoría de los casos atenta contra los derechos del niño, pues se produce en condiciones de maltrato y explotación.



Es una exigencia injusta a la población más vulnerable de la sociedad, que responde a una distribución inequitativa de los recursos y oportunidades que tiene el país y a la falta de adecuación de las políticas públicas a los propósitos del desarrollo humano.

El trabajo en condiciones apropiadas podría enriquecer la educación y la socialización de los adolescentes.

Una política nacional en torno al trabajo infantil, pasa necesariamente por abordar los problemas del sistema educativo, dada la capacidad potencial que éste tiene de generar procesos sostenidos de desarrollo social y económico. Ante esta realidad y sobre todo por esta realidad, se debe emprender en propuestas que contribuyan a mejorar la calidad de la Educación en nuestro país, las mismas que deben “tener los pies en la tierra, pero la mirada en el futuro”. (Che

Las bases psicológicas, socioeconómicas planteadas nos permiten comprender y contextualizar los problemas pedagógicos, que reflejando esta realidad deben ser resueltos en las instituciones educativas, de ahí que su detección y determinación de las vías de solución resulte una actividad indispensable en el contexto de una investigación pedagógica. La determinación de dichos problemas se realiza tomando en consideración las funciones didácticas.

## **2.2. PROBLEMAS PEDAGÓGICOS**

Se han considerado como problemas propedéuticos a aquellos que se relacionan con el aseguramiento del nivel de partida, la motivación y la orientación hacia el objetivo. En la presente investigación se han llegado a establecer los siguientes:

- Resumen de los conocimientos ya existentes en relación con el concepto a introducir (nivel de partida).
- Motivación para la introducción del nuevo concepto, o para la elaboración de una definición del concepto.
- Orientación hacia el objetivo y precisión de éste.

- Precisión de las exigencias de lo que hay que definir (objeto, relación operación) considerando las relaciones lógicas y de contenido del Sistema de Funciones.
- Creación de una situación de partida mediante la preparación y elaboración de objetos de análisis correspondientes al objetivo.
- Interpretación de modelos matemáticos.

Los problemas situacionales se refieren las funciones didácticas elaboración y se han determinado los siguientes:

- Selección de una estrategia, sobre todo orientando cómo proceder ante definiciones similares y determinación correspondiente de los pasos de las acciones para la investigación de determinados objetos, atendiendo a la extensión del concepto.
- Establecimiento de las características comunes y no comunes de los objetos o pares de objetos observados.
- Búsqueda de las relaciones por las cuales se puede sustituir el definiendum.
- Formulación de la definición o de una explicación del concepto, reducción de las características comunes a un sistema de características necesarias y suficientes.
- Aplicación (modelos) en situaciones reales concretas.

Los problemas proyectivos se refieren a la función didáctica de control, y los que se han determinado en la presente investigación son:

- Determinación de casos límites y casos especiales del concepto.
- Consideraciones de la conveniencia de la definición.
- Ordenamiento del concepto en un sistema de conceptos.

- Explicación de la estrategia aplicada en la formación del concepto, mediante la pregunta sobre las posibilidades de la transferencia.
- Transferencia de modelos matemáticos a situaciones reales de la ciencia y la tecnología.

Los elementos que se han desarrollado hasta este momento nos permiten plantearnos una propuesta de objetivos para el Tratamiento del Sistema de Funciones en la Educación Media del Ecuador.

### **2.3. OBJETIVOS PARA EL TRATAMIENTO DEL SISTEMA DE FUNCIONES**

En la fundamentación teórica realizada en el Capítulo 1, acordamos el paradigma de Educación que guía la presente investigación, caracterizamos los objetivos desde la proyección de sus funciones y de su composición, establecimos las funciones y tareas de la Metodología de la enseñanza de la Matemática, revisamos las tendencias actuales en la enseñanza de la Matemática, presentamos las leyes y principios de la Didáctica. En el presente Capítulo, se ha caracterizado al adolescente ecuatoriano, se ha discutido la Reforma Curricular para la Educación Básica Ecuatoriana y se han determinado los problemas pedagógicos del Tratamiento del Sistema de Funciones, todo lo que nos permite presentar una propuesta de objetivos contextualizados para el Sistema mencionado.

1. Definir función, a través de una correspondencia entre dos conjuntos y como conjuntos de pares ordenados como una vía para el desarrollo de la agilidad mental y el pensamiento lógico.
2. Identificar las diferentes formas de representar una función, como una vía para el desarrollo de la creatividad y de la fantasía.
3. Determinar el dominio y el recorrido de una función, a través de las propiedades de números reales y del valor absoluto, como una vía para el desarrollo de la perseverancia, la disciplina y el aprendizaje consciente.
4. Determinar la inyectividad y sobreyectividad de funciones, a través de la determinación del dominio y recorrido, como una vía para el desarrollo del trabajo planificado.

5. Demostrar la inversibilidad de una función a través de sus propiedades específicas, como una vía para el desarrollo de la autocrítica.
6. Algoritmizar el cálculo de la inversa de una función, como una vía para el desarrollo de la perseverancia y la disciplina.
7. Graficar funciones monótonas a través de sus propiedades, como una vía para el desarrollo de la autoevaluación.
8. Calcular la suma, diferencia, producto y cociente de una función, a través de sus definiciones y propiedades como una vía para el desarrollo de la exactitud, el esmero y la limpieza.
9. Demostrar la monotonía de funciones a través de la definición de compuesta, como una vía para el desarrollo del trabajo consciente.
10. Aplicar polinomios y sus propiedades, ecuaciones e inecuaciones al trabajo con funciones, cálculo diferencial e integral, como una vía para el desarrollo de la perseverancia, la disciplina y el aprendizaje consciente.
11. Recodificar expresiones del lenguaje común al matemático, expresando diversas relaciones de la producción, la técnica y las ciencias, lo que permite la visión de la matemática, que permite la modelación de la realidad objeto así como al desarrollo de la expresión oral y escrita.
12. Resolver problemas mediante la estimación del resultado, haciendo uso del cálculo aproximado y la modelación matemática adecuada como una vía para el desarrollo de la exactitud, el trabajo planificado y la autocrítica.

#### **2.4. LAS HABILIDADES EN EL TRATAMIENTO DEL SISTEMA DE FUNCIONES**

Anteriormente hemos asumido nuestra definición de habilidad. En base a ella y atendiendo a las tendencias actuales en la enseñanza de la Matemática, creemos que la red básica de las habilidades matemáticas en la enseñanza media en el Ecuador debe ser:

- Analizar y sintetizar, comparar y clasificar, generalizar y concretar, y particularizar como las habilidades generales que contribuyen al desarrollo del pensamiento general.

- Algoritmizar, calcular, graficar, interpretar, identificar, recodificar, definir y demostrar, como las habilidades particulares.
- Y la abstracción como la vía del pensamiento matemático para poder resolver problemas prácticos mediante modelos. (modelar).(ver cuadro 2)

Las habilidades que se han considerado en el primer grupo, constan en la literatura pedagógica de una definición y de un conjunto de acciones componentes, por lo que no es necesario repetirlas. Por otro lado, las habilidades particulares de la Matemática ameritan de una definición, para la orientación del presente trabajo.

La habilidad de interpretar, permite adaptar el lenguaje común al matemático, para luego de un proceso reversible adaptarlo nuevamente al lenguaje común. Es decir, interpretar es atribuir significado a las expresiones matemáticas, de modo que estas adquieran sentido en función del propio objeto matemático. O en función del fenómeno o problemática real que se trate.

Identificar, es distinguir el objetos de estudio matemático, sobre la base de sus rasgos esenciales. Esta habilidad es un paso previo a la de interpretar, con lo que se evidencia la relación entre ellas.

Recodificar, es transferir la denominación de un mismo objeto de un lenguaje matemático a otro, es decir, es expresar el mismo tipo de objeto a través de formas diferentes, usando signos diferentes para un mismo modelo. (Cambio de variables, expresar un mismo vector en bases diferentes, establecimiento de isomorfismos, etc.).

Generalmente, la habilidad de identificar, en su acción, va precedida o sucedida de acciones de transformación, manifestándose la relación existente entre la identificación y la recodificación.

Calcular, es una forma existencial de un algoritmo que puede llevarse a cabo de las siguientes formas: manual-mental, oral, escrita y mediante tablas o con uso de computadora o calculadora.

La recodificación, durante sus acciones también presupone la habilidad de calcular.

Algoritmizar, es plantear una sucesión estricta de operaciones matemáticas que describan un procedimiento conducente a la solución de un problema, y tiene una doble significación: cognoscitiva y metodológica.

La habilidad de calcular presupone siempre, explícita o implícitamente la de algoritmizar.

Graficar, es representar relaciones entre objetos matemáticos, tanto desde el punto de vista geométrico, como de diagramas o tablas recíprocamente, colegir las relaciones existentes, a partir de su representación gráfica. Esta es una habilidad que permite al ser humano comunicar información e ideas de manera visual y sucinta, así como representar objetiva y materialmente.

Dada la definición de la habilidad de graficar, vemos que existe una estrecha relación entre esta y la habilidad de algoritmizar.

A través del desarrollo en los estudiantes de la habilidad de graficar, estaremos poniendo en práctica la tendencia de ir de lo concreto a lo abstracto.

Definir, es establecer mediante una proposición las características necesarias y suficientes del objeto de estudio. Para comprender la definición y sobre todo la razón de ser de la misma, se puede utilizar el recurso didáctico de explicar cómo y de donde surge, y cómo es posible reconocer el objeto o concepto mediante sus propiedades esenciales. Así mismo, comparar o diferenciar los casos que corresponden o no con la definición. El definir presupone: precisar el concepto a definir, describir o enunciar los elementos con que se cuenta para hacer la definición, referir los atributos que caracterizan al objeto o concepto a definir, evidenciándose la estrecha relación de esta habilidad con las descritas anteriormente.

Demostrar, es establecer una sucesión finita de pasos, para fundamentar la veracidad de una proposición o su refutación. Esta habilidad comprende, tanto la posibilidad de fundamentar toda afirmación que hagamos, es decir, esgrimir argumentos sólidos que confirmen la veracidad de una proposición, como también está referida a un razonamiento correctamente estructurado que contenga un

sistema de deducciones. A esto último se hace referencia cuando en particular se trata de demostrar teoremas y otras proposiciones.

Es aconsejable abordar fundamentalmente las demostraciones por contra ejemplos, reducción al absurdo y las demostraciones de condiciones necesarias y suficientes, por la contribución que cada uno de estos métodos de demostración hacen a la forma de pensar del hombre para la vida.

Se ha establecido que una de las funciones de la Enseñanza de la Matemática es la de contribuir a la concepción científica del mundo, a través del aporte de conocimientos científicos y métodos teóricos y prácticos, necesarios para las restantes disciplinas, la habilidad de Modelar, en calidad de habilidad rectora, posibilita a la Matemática cumplir con esta función.

Consideramos que esta habilidad y sus acciones asociadas ha de ser rectora de formación matemática del joven ecuatoriano, en primer lugar porque los métodos de modelación matemática constituyen una exigencia actual para la formación de cualquier profesional moderno, como profesional y hombre creador, demanda que está condicionada fundamentalmente por el desarrollo impetuoso de las técnicas de computación.

Las acciones que se encuentran en correspondencia directa con la habilidad de Modelar son:

- Modelar el modelo matemático adecuado y con el formular y describir el fenómeno estudiado.
- Identificar el método matemático con el que se va dar solución al problema.
- Utilizar los métodos matemáticos para su investigación.
- En base al análisis matemático ejecutado, interpretar los resultados y elaborar las recomendaciones más prácticas.

Con todo lo cual se evidencia que la habilidad de Modelar se encuentra en un estadio superior del desarrollo mental del hombre, y por lo tanto es una habilidad que tiene implícitamente integradas a las otras como acciones.

A partir de la determinación de las habilidades básicas específicas en el Tratamiento del Sistema de Funciones, podemos pasar a discutir las Relaciones Esenciales que se presentan en dicho sistema.

## **2.5. RELACIONES ESENCIALES EN EL TRATAMIENTO DEL SISTEMA DE FUNCIONES**

Para la determinación de las relaciones esenciales en el tratamiento del Sistema de Funciones se ha recogido la propuesta del Msc. René Cortijo, es decir, se ha partido de la habilidad esencial que caracteriza el método de trabajo en el Sistema de Funciones, se ha descompuesto aquella en el sistema de acciones que la integran, de éstas (que se realizan como acciones conscientes) se ha pasado al análisis de las acciones que se ejecutan como instrumentación inconsciente, que se haya determinada por las condiciones externas que deben considerarse en el proceso de enseñanza-aprendizaje del Sistema de Funciones.

De acuerdo a la propuesta que hace el Dr. Rafael Fraga [18], y atendiendo al sistema de habilidades que se ha propuesto, se han determinado las siguientes relaciones esenciales, con sus principales logros y los elementos más importantes a tenerse en cuenta.

### **2.5.1. EXPRESIÓN DE LA RELACIÓN DE LA ESCUELA CON LA VIDA:**

- Proporcionar un significado personal y social a la formación en el Sistema de Funciones.
- Haciendo énfasis en el desarrollo de las habilidades específicas del Sistema de Funciones, se espera desarrollar todos los elementos inductores y ejecutores de la personalidad del joven ecuatoriano.



- Lograr tanto la fijación cuanto la sistematización de los conocimientos del Sistema de Funciones.
- Desarrollar la capacidad de generalizar un método para la solución de problemas en el Sistema de Funciones.
- Desarrollar la capacidad tanto para el análisis de distintas vías de solución cuanto para elegir la mejor.
- Desarrollar tanto la independencia como el colectivismo.

#### 2.5.2. EXPRESIÓN DE LA LÓGICA PROPIA DEL SISTEMA DE FUNCIONES:

- Desarrollo de la habilidad definir, para lo que se debe:
  - \* Determinar las características esenciales que distinguen y determinan el objeto.
  - \* Enunciar en forma sintética y precisa los rasgos esenciales del objeto.
- Desarrollo de la habilidad fundamentar, para lo que se debe:
  - \* Interpretar el juicio de partida.
  - \* Encontrar otras fuentes para sustentar el juicio inicial.
  - \* Seleccionar las reglas lógicas en las que se basa el razonamiento.
- Desarrollo de la habilidad demostrar para lo que se debe:
  - \* Caracterizar el objeto.
  - \* Argumentar los juicios de partida.
  - \* Interpretar las interrelaciones de los argumentos.
  - \* Ordenar lógicamente las interrelaciones encontradas.
  - \* Exponer en forma ordenada los juicios y razonamientos.
- Desarrollo de la habilidad calcular, debe notarse que se encuentra implícita la habilidad de algoritmizar, para lo que se debe:

- \* Plantear la sucesión estricta de operaciones matemáticas que describan un procedimiento conducente a solucionar un problema (cognoscitivo y metodológico)

### 2.5.3. EXPRESIÓN DE LOS CONOCIMIENTOS:

- Tratamiento de los Dominios Numéricos, haciendo énfasis especial en:
  - \* Realización de la comparación de números y las operaciones de cálculo tanto en forma oral como escrita.
  - \* Realización de la estimación y el redondeo.
- Tratamiento de Magnitudes y Valores aproximados, haciendo énfasis especial en:
  - \* Aplicar las reglas de cálculo con magnitudes y los conocimientos sobre las unidades básicas del sistema internacional de medida.
  - \* Realizar cálculos sencillos de valores aproximados.
- Tratamiento de Ecuaciones e Inecuaciones, haciendo énfasis especial en:
  - \* Fijación de las habilidades de cálculo.
  - \* Solucionar ecuaciones lineales con una variable y aplicarlos.
  - \* Profundizar y ampliar conocimientos en el trabajo con ecuaciones e inecuaciones
- Tratamiento de Sistemas de Ecuaciones e inecuaciones, haciendo énfasis especial en:
  - \* Introducción de conceptos relativos a la teoría de ecuaciones.
  - \* Aplicación de la resolución de ecuaciones e inecuaciones a problemas de otras áreas, que respondan a situaciones reales y que reflejen correctamente las tendencias del desarrollo.
- Tratamiento de la Transformación, haciendo énfasis especial en:
  - \* En las reglas de transformación de las ecuaciones lineales.
  - \* Transformaciones geométricas conocidas.

- Tratamiento de la Correspondencia, haciendo énfasis especial en:
  - \* Indicación de las correspondencias mediante conjuntos de pares ordenados.
  - \* Indicación de la correspondencia mediante diagramas de Venn.
  - \* Indicación de las correspondencias en un punto del sistema de coordenadas cartesianas.
  - \* Indicación de la correspondencia mediante tablas de valores.
  
- Tratamiento de las Funciones, haciendo énfasis especial en:
  - \* La formación del concepto de Función (induciéndolo a través del de correspondencia).
  - \* La asimilación del concepto de Función (identificarlo, realizarlo y aplicarlo).
  
- Tratamiento de las Clases de Funciones, haciendo énfasis especial en:
  - \* Definición de la clase de función que se estudiará.
  - \* Realización de la representación gráfica de la clase de función estudiada.
  - \* Análisis de las propiedades fundamentales de la clase de función a partir del gráfico.
  - \* Fijación de la clase de función estudiada, su representación gráfica y propiedades.
  
- Tratamiento de Límite, Cálculo Diferencial y Cálculo Integral, haciendo énfasis especial en:
  - \* Reconocimiento de los conceptos fundamentales de Límite, continuidad, derivada de una función en un punto, primitiva de una función, integral indefinida y definida.
  - \* Reconocimiento de los teoremas importantes sobre:
  - \* Aplicación de los procedimientos para: cálculo de límites, cálculo de derivadas, análisis del crecimiento de una función, determinación de valores aproximados, cálculo de integrales y cálculo de áreas.

#### 2.5.4. EXPRESIÓN DE LA TERMINOLOGÍA Y SIMBOLOGÍA MATEMÁTICA.

- Aspectos lógicos lingüísticos.
  - \* Dominio de símbolos y términos matemáticos relacionados con los conceptos fundamentales del Sistema de Funciones.
  - \* Capacidad de expresar sus conocimientos matemáticos con claridad, coherencia y orden lógicos.
  
- Manejo con Conjuntos.
  - \* Comprender los conjuntos y sus operaciones elementales.
  - \* Fundamentar a través de los conjuntos los conceptos básicos en el Sistema de funciones.
  - \* Familiarizarse con relaciones de conjuntos más complejos.

#### 2.5.5. EXPRESIÓN DE LAS CAPACIDADES MATEMÁTICAS ESPECÍFICAS.

- Trabajo con variables
  - \* Expresar los conceptos del Sistema de Funciones mediante variables, aplicando los procedimientos del trabajo con variables, ampliando las habilidades correspondientes.
  
- Matematizar problemas extramatemáticos.
  - \* Resolver problemas relacionados con la práctica que requieran modelación matemática a través de la aplicación de conocimientos adquiridos.
  
- Pensamiento Algorítmico.
  - \* Comprender los procedimientos algorítmicos incluidos en el Sistema de Funciones.
  - \* Familiarizarse con la construcción de algoritmos simples.
  - \* Profundizar los conocimientos sobre algoritmos, de modo de ser capaces de formular algoritmos más complejos.

## 2.5.6. EXPRESIÓN DE LAS CAPACIDADES GENERALES

- El desarrollo del pensamiento lógico-deductivo.
  - \* Hacer una utilización correcta de las operaciones lógicas y sus formulaciones correspondientes.
  
- El desarrollo del pensamiento creativo y la fantasía.
  - \* Participar activamente en la búsqueda de nuevos conocimientos y relaciones entre ellos; de ideas para la solución de ejercicios y problemas.
  
- La formación lingüística.
  - \* Capacitar para el uso correcto del lenguaje normado de la asignatura, para transferir formulaciones del lenguaje común al matemático y viceversa.
  
- El desarrollo del pensamiento geométrico espacial.
  - \* Formar un sistema de conceptos y relaciones mediante abstracción del espacio real, pueden los estudiantes representar, mediante dibujos o modelos, estos reflejos del espacio e imaginar nuevos cuerpos y relaciones geométricas espaciales.
  
- El desarrollo del pensamiento final.
  - \* Desarrollo de los procesos del pensamiento encaminados a un producto final determinado.
  
- La racionalización del trabajo.
  - \* Preparar para trabajar de modo racional, planificado y orientado hacia el cumplimiento de objetivos específicos.

### 2.5.7. EXPRESIÓN DE UN SER HUMANO PARA LA SOCIEDAD ECUATORIANA.

- El desarrollo del trabajo planificado, consciente y creador.
- El desarrollo de la exactitud, el cuidado, el esmero y la limpieza.
- El desarrollo de la perseverancia, la disciplina y el aprendizaje consciente.
- El desarrollo de la sinceridad, la crítica y la autocrítica.
- El desarrollo del compañerismo, la tolerancia y la conducta colectiva.

## 2.6. **TRATAMIENTO METODOLÓGICO DEL SISTEMA DE FUNCIONES**

En el epígrafe [1.5] se ha evidenciado la característica del concepto de función como generador histórico de una gran parte de la Matemática, lo que se debe reflejar también en su enseñanza. En la escuela este tema constituye centro para el estudio de otras unidades temáticas que proporcionan la sólida formación matemática que aspiramos desarrollar en el estudiante. Mediante el estudio de las funciones se brinda al estudiante el desarrollo del pensamiento funcional, que hemos considerado como una necesidad para lograr la inmersión en el pensamiento matemático que demandaban las tendencias actuales.

Para lograr este objetivo se debe partir de considerar relaciones o dependencias entre conjuntos, entre magnitudes, entre variables, etc., tratando de delimitar como unas determinan las otras. En general el pensamiento funcional se desarrolla descubriendo o determinando cantidades variables, y las relaciones que determinan unas cantidades en dependencia de las otras, es decir, descubriendo relaciones entre objetos matemáticos u objetos de la vida cotidiana, donde uno depende del otro, teniendo una ley de formación. Debido a que la Enseñanza de la Matemática tiene potencialidades para contribuir al desarrollo del pensamiento funcional cuyo aprovechamiento debe ser planificado, hemos considerado presentar la presente propuesta de actividades para el Tratamiento del Sistema de Funciones de la Reforma Curricular para el nivel medio de la Educación en el Ecuador.

### 2.6.1. ¿CUÁNDO EMPEZAR A PREPARAR EL CONCEPTO DE FUNCIÓN?

El concepto de función debe ser preparado a largo plazo mediante un trabajo sistemático (ver cuadro 3). Este se realiza a través de unidades temáticas que no

se refieren específicamente a funciones, constituyendo la etapa propedéutica en la formación del concepto de función en la escuela.

La preparación para el trabajo con las funciones comienza con la comprensión por parte de los alumnos de las ideas del concepto de correspondencia. Desde los primeros años de vida el niño tiene relaciones, que representan correspondencia, con situaciones del mundo que lo rodea.

En el nivel primario los alumnos comienzan la preparación para el tratamiento de las funciones cuando estudian los números naturales y aprenden que todo número natural tiene exactamente un sucesor y un antecesor, y sabe calcular sobre tal dominio numérico. Es claro, que si no existe de parte del profesor la insistencia de que a cada número natural le corresponde uno y solo uno antecesor o sucesor, y de que a cada par de naturales les corresponde un único natural a través de las operaciones, no se podrá mostrar la idea de correspondencia en los alumnos.

Se pueden emplear ejercicios como los siguientes, para la contribución del pensamiento funcional:

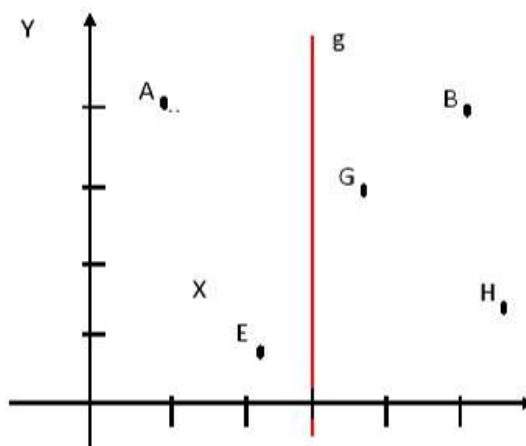
1. Determina el antecesor y el sucesor de 2,5, 67, 34.
2. Carmen tiene 40 fotografías de sus vacaciones, si pega en su álbum 25.  
¿Cuántas fotos le quedan sin pegar?

Los diferentes contenidos geométricos también pueden contribuir a la preparación del concepto de función, pues el alumno reconoce que a las figuras o cuerpos les corresponde una sola área o volumen a través del uso de las correspondientes fórmulas. Con el tratamiento de las transformaciones geométricas se profundiza más el concepto de correspondencia, ya que se puede reconocer que a cada punto del plano se hace corresponder un único punto del mismo mediante un movimiento dado.

El siguiente ejercicio sirve para que los estudiantes comprendan las ideas antes expuestas con respecto a las transformaciones geométricas.

3. En la figura dada el punto B es la imagen de A por la reflexión de la recta  $g$ .  
a) ¿Cuál es la imagen de B?

b) ¿Cuáles son los puntos imágenes de E, H, y G y cuáles son las coordenadas de dichas imágenes?



Es en este nivel de enseñanza donde los alumnos deben familiarizarse con los conceptos de variables y ecuaciones, pues posteriormente al estudiar las funciones ellos reconocerán que una forma de representarlas es mediante ecuaciones que contengan variables. Sugerimos los siguientes ejercicios para la asimilación del uso de las variables:

- ¿Para qué valor de  $c$  la expresión  $2+c$  toma el valor de 6, el valor de 8? ¿Puede ser esta suma igual a 2, a 1?
- Calcule el valor de la expresión  $d+3$  para los valores de  $d$ ?

d	0	2	3	7	8



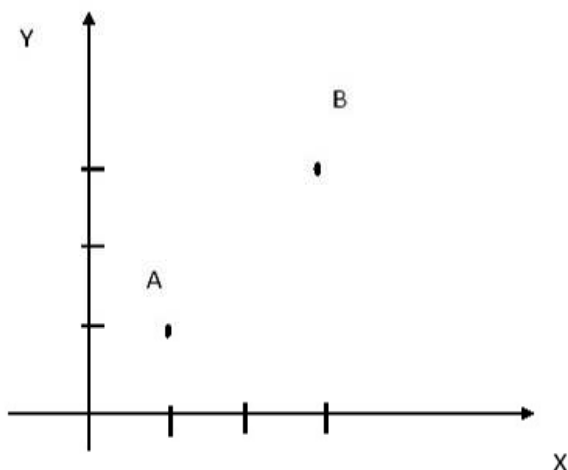
d + 3					
-------	--	--	--	--	--

En el ejercicio 5 se utiliza una tabla de valores las cuales igualmente juegan un significativo valor en la preparación del concepto de función, pues posteriormente se las identificará como una de las formas de expresar las mismas.

En el tema de ecuaciones los alumnos deben resolver ecuaciones del tipo  $y = ax$  y  $y = ax + c$  ( $a, c \in \mathbf{N}$ ), las que contienen variables y que posteriormente reconocerán estas formas representan ecuaciones de funciones.

Para la preparación tanto del concepto de función como de su representación gráfica, es importante destacar la representación de puntos en la recta numérica y en el plano mediante el sistema de coordenadas cartesianas, que permite un trabajo adecuado en la proporcionalidad directa y el trabajo con las ecuaciones que ellas describen. Los siguientes ejercicios permiten una adecuada asimilación de estos contenidos y sobre todo se continúa desarrollando en los alumnos el pensamiento funcional.

6. En el sistema de coordenadas dado, representa los puntos de coordenadas  $(3;1.5)$ ,  $(2.5;4)$ . Determina las coordenadas de los puntos **A** y **B**.



7. El número de piezas fabricadas por un equipo automático de una fábrica, es proporcional al tiempo de trabajo (en horas). El factor de proporcionalidad se nota  $k$ .
- Escribe la ecuación que representa la dependencia entre el número de piezas fabricadas y el tiempo de trabajo utilizado, si  $k=35$  y si  $k= 42$ .
  - Escribe la ecuación que representa la dependencia entre el número de piezas fabricadas y el tiempo de trabajo utilizado.
  - ¿Cuántas piezas se fabrican en 3, 5, 7 y 20 horas?

En la secundaria Básica se sistematizan y profundizan las ideas expuestas anteriormente. Es importante anotar que la etapa propedéutica de formación del concepto de función aún no ha concluido. El alumno aprende que a cada número racional o (real) le corresponde un único punto en la recta numérica, un único opuesto, un único recíproco si es distinto de cero. Así mismo, en el desarrollo del concepto de correspondencia transformación y función, se aprovechan las fórmulas  $s = vt$ ,  $m = \rho V$ , introducidas en la asignatura de Física para posteriormente reconocerlas como funciones. Se continúa con la definición de función como correspondencia entre dos conjuntos. Se comienza el estudio de las funciones lineales, sus gráficos y propiedades. Estos conocimientos son la base para el estudio posterior de las clases de funciones. Por último se tratan las funciones cuadráticas y la función de proporcionalidad inversa, sus gráficos y sus propiedades fundamentales. Con el estudio de estas funciones se fija el concepto de función estudiado anteriormente.

En el nivel preuniversitario (4, 5 y 6 curso) el estudio de las diferentes clases de funciones permite continuar la profundización y la sistematización de estos contenidos. Se profundiza el concepto de función al definirlo como conjunto de pares ordenados. Se estudian las funciones potenciales, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas, así como las numéricas con sus respectivos gráficos y propiedades.

Debe destacarse, como característica esencial, en cada uno de los programas de este nivel en el estudio de funciones, el trabajo primero con las imágenes y posteriormente con las funciones, así por ejemplo, antes de las funciones potenciales se estudian las potencias y raíces; antes de las funciones

trigonómicas las razones trigonométricas en triángulos rectángulos y antes de las funciones exponenciales y logarítmicas se estudian los logaritmos.

El estudio de las funciones continua con el trabajo en el tratamiento del cálculo diferencial e integral al estudiar, por ejemplo, función derivada, derivación de funciones, cálculo de extremos de funciones y otras posibilidades para esbozar la representación gráfica de funciones.

Resumiendo, el estudio explícito de las funciones debe concentrarse en el nivel secundario básico y en el preuniversitario de la Educación media en el Ecuador.

## 2.6.2. LOS ASPECTOS METODOLÓGICOS ESENCIALES EN EL TRATAMIENTO DEL SISTEMA DE FUNCIONES

Teniendo en cuenta los objetivos, así como los contenidos relacionados a ellos, se consideran puntos metodológicos esenciales para el desarrollo de este tema:

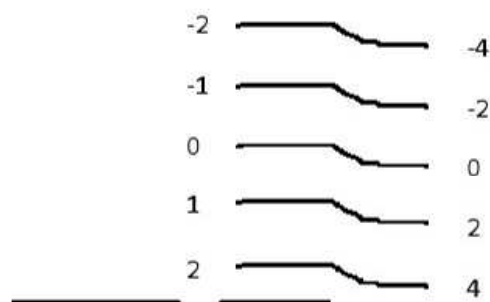
1. El tratamiento metodológico del concepto correspondencia.
2. El tratamiento metodológico de la formación y asimilación del concepto función.
3. El tratamiento metodológico de las clases de funciones.

Para el desarrollo de estos puntos debemos apoyarnos fundamentalmente en los conocimientos que poseen los estudiantes de la situación típica "Conceptos y sus definiciones".

### 2.6.2.1.El tratamiento metodológico del concepto correspondencia.

En los programas actuales de Matemática no aparece prevista una definición del concepto de correspondencia, pues este concepto se introduce teniendo en cuenta los conocimientos que poseen los alumnos. Sin embargo debido a que la definición del concepto de función se basa en el concepto general de correspondencia, consideramos que resulta útil introducirlo, pues los alumnos por sus conocimientos están en condiciones de asimilar su definición y por otra parte facilita comprender más claramente el concepto de función por correspondencia entre dos conjuntos y la profundización que de éste se hace en el nivel preuniversitario.

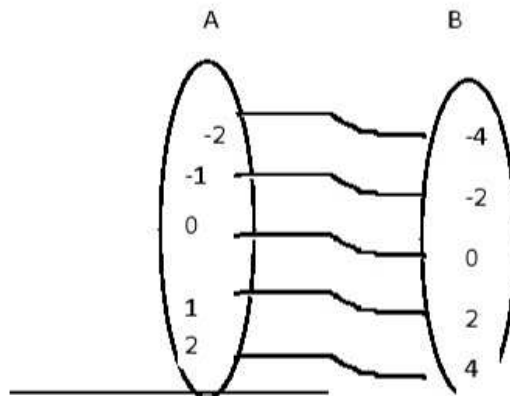
Sugerimos proceder metodológicamente así: Los alumnos conocen generalmente de las clases de geometría diferentes tipos de correspondencias, estas deben ser recordadas por el profesor, pero en el momento de introducir este concepto se debe tomar un ejemplo, o varios, aritméticos, pues esto facilita mostrar las diferentes formas de representar correspondencias. Un ejemplo puede ser: Dados los conjuntos  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  y  $B = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$ , establezca una relación entre los elementos del conjunto  $A$  y los elementos del conjunto  $B$ , de forma tal que los elementos del conjunto  $B$  sean el doble de los elementos del conjunto  $A$ . Esto se puede designar de la siguiente forma con ayuda de flechas:



Se debe destacar que cada elemento del conjunto  $A$  se puso en correspondencia con un elemento del conjunto  $B$ , es decir, hemos establecido una correspondencia entre los elementos de los conjuntos  $A$  y  $B$ . Después del análisis de otros ejemplos semejantes de correspondencias a los alumnos se les puede definir este concepto de la siguiente forma:

“Sean  $X$  e  $Y$  dos conjuntos, una correspondencia entre el conjunto  $X$  y el conjunto  $Y$  significa indicar una regla, según la cual para cada número  $x$  del conjunto  $X$  se elige uno, varios o infinitos elementos del conjunto  $Y$ ” {método}

Para la etapa de fijación de este concepto es necesario seleccionar ejercicios los cuales permitan mostrar las diferentes formas de representar correspondencias. Se mostró anteriormente la forma de introducir el concepto mediante ayuda de flechas, otra es mediante diagramas de Venn: por ejemplo:



Igualmente una correspondencia puede ser representada mediante una tabla de valores

<b>a</b>	-2	-1	0	1	2
<b>b</b>	-4	-2	0	2	4

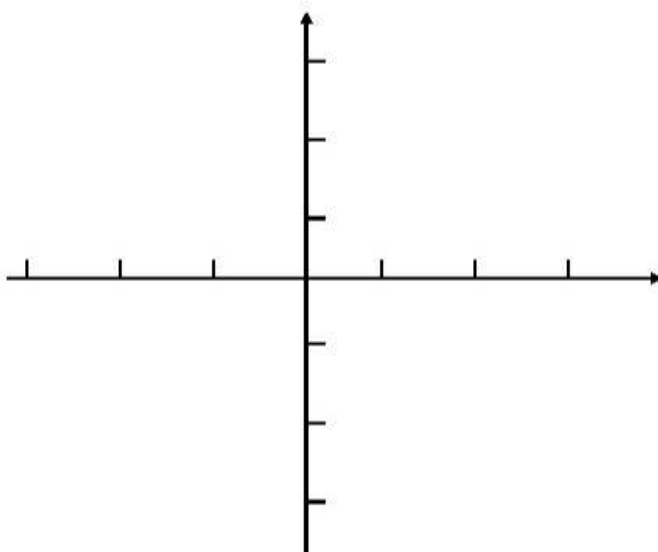
Es necesario aclarar que esta forma de representar correspondencias (mediante tablas de valores) es sólo posible con la utilización de conjuntos finitos.

Otra forma de representar correspondencias es mediante una ecuación. Las ecuaciones permiten el paso de la representación de las correspondencias entre conjuntos finitos a conjuntos infinitos. Siguiendo con el mismo ejemplo, esta correspondencia se puede representar por una ecuación con dos variables  $x$  e  $y$  así:

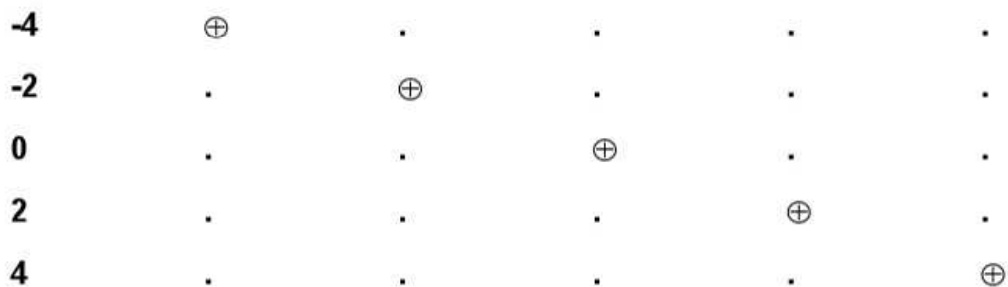
$$-2 \rightarrow -4; \quad -1 \rightarrow -2; \quad 0 \rightarrow 0; \quad 1 \rightarrow 2; \quad 2 \rightarrow 4; \dots, \quad x \rightarrow y = 2x.$$

Las correspondencias también pueden representarse mediante un sistema de coordenadas o en una red de puntos. Apoyándonos en los conocimientos que poseen los alumnos de grados anteriores de representar puntos en el plano se puede mostrar esta forma con el ejemplo anterior, para ello hay que representar en el plano de coordenadas los siguientes puntos:

**A(-2; -4), B(-1;-2), C(0;0), D(1,2), E(2;4)**



La representación de esta correspondencia es una red de puntos es como sigue:



-2

-1

0

1

2

Al conjunto de estos puntos se la llama gráfico de la correspondencia entre dos conjuntos.

#### **2.6.2.2.El tratamiento metodológico de la formación y asimilación del concepto función**

Si a los alumnos antes de definirles el concepto de función en la escuela se les define el concepto de correspondencia, entonces el proceder metodológico para formar este concepto se simplifica. De esta afirmación se infieren dos vías para definir el concepto de función.

Vía Inductiva. Para ellos, se parte de ejemplos de correspondencias geométricas y matemáticas de diferentes tipos y apoyándonos en la definición de correspondencia llegar directamente al concepto de función. No constituye centro en este proceder el concepto de correspondencia, pues los alumnos tienen dominio del mismo. Una vez definido el concepto de función se les puede pedir a los alumnos ejemplos de correspondencias de la vida práctica que representen o no función y que justifiquen sus afirmaciones.

Vía Deductiva. Esta vía no es recomendable si se pretende aprovechar al máximo las posibilidades de este contenido para contribuir al desarrollo del pensamiento de los alumnos.

Otra situación se presenta si a los alumnos no se les define el concepto de correspondencia, aunque ellos tienen conocimientos intuitivos de este, por tanto una tercera posibilidad para definir el concepto de función en la escuela es el siguiente:

Para el aseguramiento del nivel de partida el profesor debe reactivar a sus alumnos los conocimientos que ellos poseen sobre el concepto de correspondencia. Para ello puede proponerles los siguientes ejercicios:

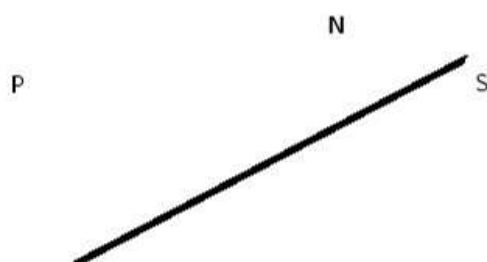
1. Complete la siguiente tabla.

a	a +5
2	
4	
10	

2. Determine los divisores de cada elemento del conjunto **A**

$$A = \{1, 2, 4, 5\}$$

3. Determine la imagen de los puntos M, N, P por una reflexión de eje s.





## M

Estos ejercicios constituyen objetos de investigación para los alumnos y pueden ser aprovechados por el profesor para orientar y motivar el concepto que se desea definir. Mediante los mismos se puede precisar el concepto de correspondencia, que es el concepto central para definir el de función.

El profesor, seguidamente, puede mostrarles a los alumnos correspondencias, las cuales ellos conocen antes de comenzar su vida escolar por ejemplo:

- A cada casa le corresponde un número.
- A cada calle un nombre.
- En general conoce que a los objetos se les hace corresponder un nombre.

Otros ejemplos de correspondencia pueden ser:

Analiza las relaciones que se presentan entre los elementos de las situaciones siguientes:

- Los espectadores que se encuentran disfrutando de un partido de fútbol, y las entradas vendidas.
- Los turistas que están instalados en un hotel, y las habitaciones donde se hospedan.

Precisamente en la vida y en la Matemática se presentan ante nosotros muchos ejemplos de correspondencias como las anteriores, los cuales llevados a las Matemáticas caractericen un nuevo concepto. Aquí queremos detenernos para hacer énfasis en lo que hemos afirmado anteriormente. Solamente relacionando la Matemática con la vida, podemos esperar que los alumnos tengan un sólido aprendizaje, se puede en este momento introducir el juego de las sillas, o procurar hacerlos pesar o medir de modo que evidencien que a cada uno le corresponde una

de estas magnitudes, para luego llevarlos a las conclusiones teóricas que esperamos, usando para ello la conversación socrática. Esta es una experiencia que la autora ha aplicado con mucho éxito en los adolescentes.

Antes de introducir el nuevo concepto el estudiante debe haber inducido el concepto. Es una labor creativa y de mucha paciencia, pero es necesario ya que, como hemos afirmado, es un concepto de mucha importancia en el desarrollo futuro de los contenidos.

La clase que permite la introducción del nuevo concepto debe tener mucha participación de los estudiantes, después de las mismas el profesor plantearía que a partir del análisis de los casos tratados podemos generalizar estas ideas (principio heurístico de generalización) en la siguiente definición:

“Una función es una correspondencia que a cada elemento de un conjunto **A** asocia un único elemento de un conjunto **B**”.

Con esta definición hemos concluido el proceso de formación del concepto de función por correspondencia entre dos conjuntos.

#### 2.6.2.2.1. Asimilación del concepto de función.

Para asimilar el concepto de función, el alumno debe a través del trabajo con los ejercicios realizar las acciones siguientes:

- Identificar el concepto.
- Realizar el concepto.
- Aplicar el concepto.

El desarrollo de estas operaciones exige a partir de la formación del concepto de la elaboración de una base de orientación. En nuestro caso:

1. Analiza si lo que aparece indicado es una correspondencia de un conjunto **X** en un conjunto **Y**,
2. Determina si a cada elemento del conjunto **X** le corresponde un único elemento del conjunto **Y**.

Resulta importante en el trabajo con esta base de orientación el reconocimiento de la condición 2. En este sentido se pueden seguir las bases de orientación siguientes según la forma en que se presente la correspondencia a analizar.

Diagramas de Venn. De cada elemento del dominio de la definición parte exactamente una flecha.

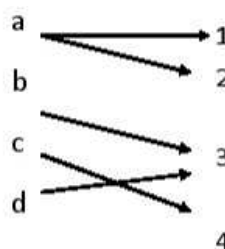
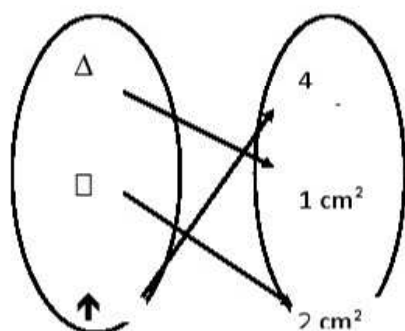
Tabla de valores. A un mismo valor de  $x$  no puede corresponderle diferentes valores de  $y$ .

Representación de puntos en una red. En una columna solo puede aparecer un punto.

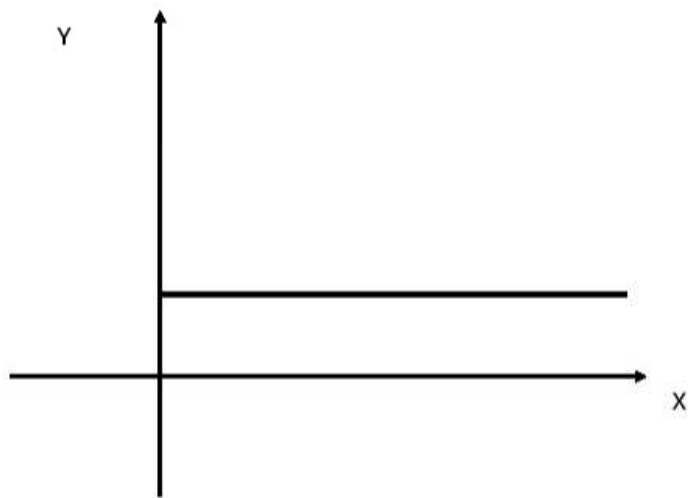
Representación Gráfica en el sistema de coordenadas. Sobre cada  $s$  elemento de  $X$  hay exactamente un punto. Cada paralela a eje  $y$  corta al gráfico en un solo punto.

Ahora los alumnos deben decidir en varios ejemplos y ante distintos tipos de representaciones, si se trata de funciones o no. Se pueden aplicar los siguientes ejemplos:

1. Determine en cada uno de los casos si representa función o no las correspondencias dadas:



<b>a</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>1</b>
<b>b</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>



2. Se establece una correspondencia del conjunto de los números naturales en el conjunto de puntos del rayo numérico. ¿Es esta correspondencia en la que a cada número le corresponde un punto una función?
  
3. Analiza cuáles de las siguientes correspondencias son funciones y cuáles no. fundamenta tus respuestas.
  - a) A cada número real se asocia su duplo.
  - b) A cada número natural se hace corresponder sus divisores.

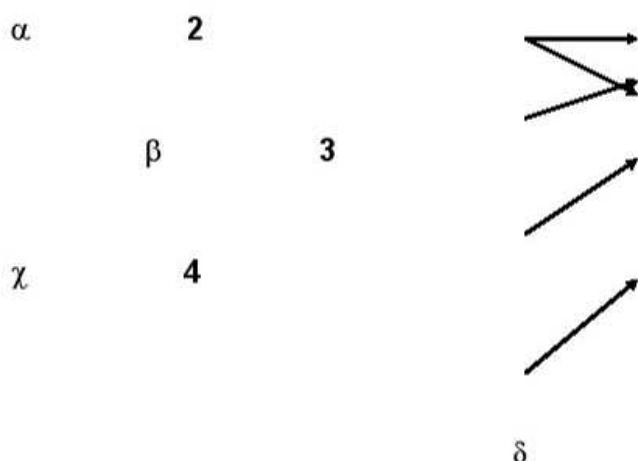
c) A cada número real se hace corresponder su raíz cúbica.

Con estos ejercicios se puede continuar desarrollando en los alumnos el pensamiento funcional, así como el orden la exactitud y el trabajo planificado.

Para la asimilación se deben aprovechar también las acciones de realización de conceptos; para ello se pueden utilizar los siguientes ejemplos:

1. Transformación de correspondencias no unívocas en correspondencias unívocas.

Ejemplo 1 Dada la siguiente correspondencia, varía las flechas de forma tal que se obtenga una función.



Ejemplo 2 Dada la siguiente tabla de valores, transforma la misma de forma que se obtenga una función.

t	2	3	4	5	2
v	8	10	12	14	9

2. El establecimiento de correspondencias entre conjuntos, de forma tal que se formen correspondencias unívocas, utilizando distintas formas de representación en una forma de realizar el concepto.

Igualmente para la asimilación del concepto de función se debe aprovechar la acción de aplicación, para ello veamos los siguientes ejemplos.

1. Dadas las funciones **f** y **g** tales que  $f(x) = 10x + 14$  y  $g(x) = 2x - 2$ . Pruebe que  $f(a) + g(a) = 12(a + 1)$
2. Un móvil se desplaza con movimiento rectilíneo uniforme a una velocidad de 6 metros por segundo, exprese mediante una ecuación la correspondencia entre el desplazamiento **s** y el tiempo empleado **t** y fundamente por qué es una función.
3. Un obrero gana 10000 sucres por hora, exprese su salario **s**, en sucres, en función del número **n** de horas que trabajó en una semana.

Se recomienda que de acuerdo con la edad y el conocimiento que tengan de la Física, los estudiantes se introduzcan un pequeño relato histórico, de cuándo dónde y respondiendo a qué necesidad práctica se introduce y surge el concepto de función.

Por último debemos destacar que otra forma de aplicación del concepto de función está en el estudio de las clases de funciones, sus gráficos y propiedades.

### **2.6.2.3. Tratamiento metodológico de las clases de funciones.**

Para realizar el tratamiento metodológico de las clases de funciones que se estudian en la escuela debemos tener presente algunas consideraciones generales; es decir, se debe:

1. Definir la clase de función que será objeto de estudio, considerándose previamente algunos aspectos metodológicos.
2. Realizar la representación gráfica de forma general o a través de un caso particular de la clase de función.
3. Analizar las propiedades fundamentales de la clase de función a partir del gráfico.

4. Fijación de la clase de función estudiada, su representación gráfica y sus propiedades.

A continuación se expondrá a través de algunos casos particulares en cada uno de estos aspectos

1. **Para el desarrollo del primer aspecto.** Tomaremos como caso particular la clase "Función cuadrática"

En el aseguramiento del nivel de partida se debe reactivar en los alumnos los conocimientos sobre el concepto de función, función lineal, su representación gráfica y propiedades. Para ello se pueden resolver ejercicios tales como:

a) Determine cuáles de las siguientes correspondencias son funciones y cuáles no Fundamente su respuesta.

A cada número racional se asocia su mitad.

A cada número natural se hace corresponder sus divisores.

A cada número real se hace corresponder su valor absoluto.

A cada número real se asocia su cuadrado disminuido en 2.

b) Dada la función lineal  $y = 3x - 5$

Calcule su cero.

Representéla gráficamente.

Determine su dominio e imagen.

Analice su monotonía.

Para la motivación y orientación hacia el objetivo se debe partir de los conocimientos que poseen los alumnos sobre función lineal y la ecuación que esta representa. Se le pueden presentar ejemplos como los mencionados antes.

El alumno conoce que una forma de representar una función lineal es mediante una ecuación de la forma  $f(x) = mx + n$  ( $x \in \mathbf{R}$ ,  $m, n \in \mathbf{R}$ ) y que la variable  $x$  tiene como exponente el valor 1, así como que la representación gráfica de esta función es una recta.

Una primera variante para motivar y orientar hacia el objetivo se muestra con el siguiente ejercicio.

1. Analice si las siguientes correspondencias son funciones o no.

- a) A cada  $x$  real se le hace corresponder  $2x^2$
- b) A cada  $x$  real se le hace corresponder  $x^2 - 5x$
- c) A cada  $x$  real se le hace corresponder  $x^2 + 5x + 6$

Los estudiantes al responder este ejercicio se apoyarán en los conocimientos que tienen del concepto de función; así por ejemplo en el inciso a) responderán que es función porque el cuadrado de todo número real es único; así como el producto de dos números reales. Al concluir el ejercicio el profesor debe preguntar ¿representan funciones lineales las correspondencias dadas en el ejercicio anterior?

Alumno: No, pues las ecuaciones que ellas representan no son de la forma

$$y = mx + n$$

Profesor: Precisamente estas correspondencias no están dadas por la forma de expresar funciones lineales, ellas caracterizan un nuevo tipo de función. En ella la variable aparece con exponente 2. Luego el nuevo tipo de función se denomina Función Cuadrática.

Definición: La correspondencia que a cada  $x$  real le hace corresponder un número real  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ), donde  $a, b, c$  son números reales dados,  $a$  distinto de cero, se denomina función cuadrática

Igualmente para motivar y orientar hacia el objetivo el concepto de función cuadrática se puede partir del análisis de fórmulas conocidas por los alumnos, las



cuales posteriormente las reconocerá como ecuaciones de funciones cuadráticas, así por ejemplo:

El área del círculo está dada por la fórmula

$A(r) = \pi r^2$  ( $r \in \mathbf{R}$ ,  $r > 0$ ,  $r$  - radio) y la relación entre el espacio y el tiempo en un movimiento uniformemente acelerado está dado por la fórmula

$s(t) = (\frac{1}{2})(at^2)$  ( $t \geq 0$  ;  $a$  cte) El proceder metodológico es similar al descrito anteriormente.

**2. Para el desarrollo del segundo aspecto.** Al estudiar algunas clases de funciones se debe comenzar desde el principio de la unidad creando las bases para el tratamiento de las funciones a partir del trabajo con las imágenes, lo cual cambia el tratamiento que se les venía dando al estudio de las funciones. A partir del trabajo con las imágenes y la vinculación con su representación gráfica se infieren las propiedades. En resumen, no se trata de hacer representaciones de funciones conocidas, ni de hacer desplazamientos con los gráficos, sino que se debe insistir en el "ploteo" de puntos, reduciendo la representación gráfica de una función a algo ya conocido, lo que es el principio heurístico de reducción), es decir, a la búsqueda de sus imágenes. Esta variación que se recomienda para el trazado del gráfico de funciones, basado en el "ploteo" de algunos puntos y después en el ajuste de la curva se ha realizado porque en la práctica es necesario trazar gráficos aproximados de funciones y se necesita que el alumno domine este procedimiento; además porque, cuando el estudiante determina puntos fija mejor la relación entre el gráfico y la función.

En la escuela en general la representación gráfica de las funciones se realiza de aquellas que están dadas mediante una ecuación. En este sentido sugerimos la siguiente sucesión de pasos. Esta sucesión no puede interpretarse rígidamente, por el contrario debe ajustarse a las características de cada alumno.

1. Teniendo en cuenta la ecuación dada, determine de qué tipo de función se trata (lineal, cuadrática etc.) Lo que permite que el estudiante reconozca que el gráfico que trazará sea una recta o una curva y cuente con un elemento de control.
2. Determine puntos característicos, líneas auxiliares, así como otros puntos, con ayuda de una tabla de valores (ceros, vértices, ejes de simetría, puntos de

intersección con los ejes, puntos convenientes según las características de la función).

3. Trace un sistema de coordenadas y represente los puntos calculados.
4. Una los puntos, y así obtiene el gráfico de la función dada (verificar la correspondencia del gráfico obtenido con la ecuación de la función).

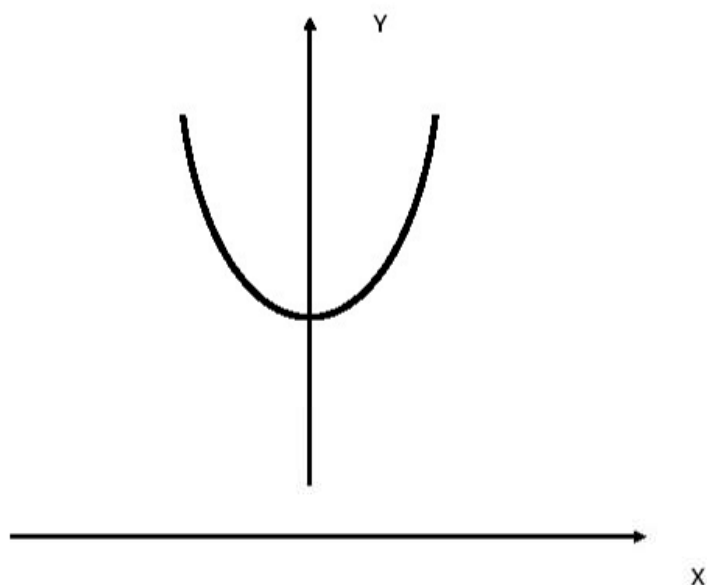
En la representación gráfica de funciones, el profesor debe insistir que en la medida en que calculemos una cantidad mayor de puntos de modo que cada vez sea uno más próximo al otro, obtendremos una representación más exacta del gráfico; aunque debe igualmente quedar claro en los alumnos que por la densidad del dominio nunca podremos calcular todos los puntos.

Ejemplifiquemos lo dicho, con la función cuadrática  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) considerando el caso de que  $a=1$ : es decir  $y = x^2$

Determine algunos puntos de esta ecuación cuyas coordenadas están dados por la ecuación  $y = x^2$

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
y	4	2.25	1	0.25	0	0.25	1	2.25	4

Teniendo en cuenta todas las orientaciones dadas en el trazado del gráfico, se concluye que el gráfico de esta función no es una línea recta, ni es una poligonal abierta, sino es una curva que se obtiene uniendo todos los puntos representados. En nuestro caso, esta curva se denomina parábola y su gráfico es el siguiente:



Hemos analizado cómo se puede construir el gráfico de funciones dadas, pero no siempre el alumno tiene esta tarea ante sí, en ocasiones debe reconocer si una representación gráfica es una función o no. ¿Cómo debe entonces proceder para responder rápidamente? Para ello, el alumno puede trazar rectas paralelas al eje y y si cada una corta al gráfico dado en un sólo punto, entonces puede afirmar que cada valor del dominio tiene una y sola una imagen, por ello que dicho gráfico representa una función.

El alumno no debe utilizar para todos los casos este proceder, pues él se utiliza para reconocer rápidamente si una representación gráfica es función o no. Este procedimiento no fundamenta dicha afirmación, para ello el estudiante debe analizar la ecuación que define a la función.

**3. Para el desarrollo del tercer aspecto.** Tomaremos las propiedades fundamentales de funciones. En la escuela se tratan diferentes clases de funciones. Al analizar las propiedades de cada una de ellas observamos que algunas propiedades esenciales son comunes para todas las clases (dominio, imagen, cero y monotonía) y otras propiedades van apareciendo en la misma medida en que se estudian las clases de funciones.

Para analizar las propiedades de alguna clase de funciones debemos partir de la representación gráfica de las funciones que representan esta clase, aunque no podemos generalizar esta idea pues hay propiedades que se utilizan para la representación gráfica (los ceros, el vértice, la simetría) y otras que se obtienen del gráfico (la monotonía, el valor máximo o mínimo, y la imagen) Teniendo esto en cuenta veamos cómo proceder metodológicamente al tratar algunas propiedades en particular.

Al estudiar las funciones lineales los estudiantes, conocen las propiedades dominio e imagen de esta clase. Pero, ¿cómo identificará en el gráfico estas propiedades? Para el caso del dominio se le planteará que proyecte la gráfica en el eje  $x$ ; obteniendo así que la proyección del gráfico de la función sobre el eje  $x$  ocupa todo este eje, por lo que se puede afirmar que el dominio de la función son los números reales. Y ¿cuál será la imagen de estas funciones? Utilizando el mismo procedimiento (principio heurístico de analogía); es decir proyectando el gráfico de la función sobre el eje  $y$ , este ocupa todo el eje, por lo tanto la imagen de la función son los números reales.

A partir de este momento el alumno tiene para analizar estas propiedades un procedimiento, es decir basta con que ante cualquier clase de función lo aplique análogamente a como lo estudio en el tema función lineal.

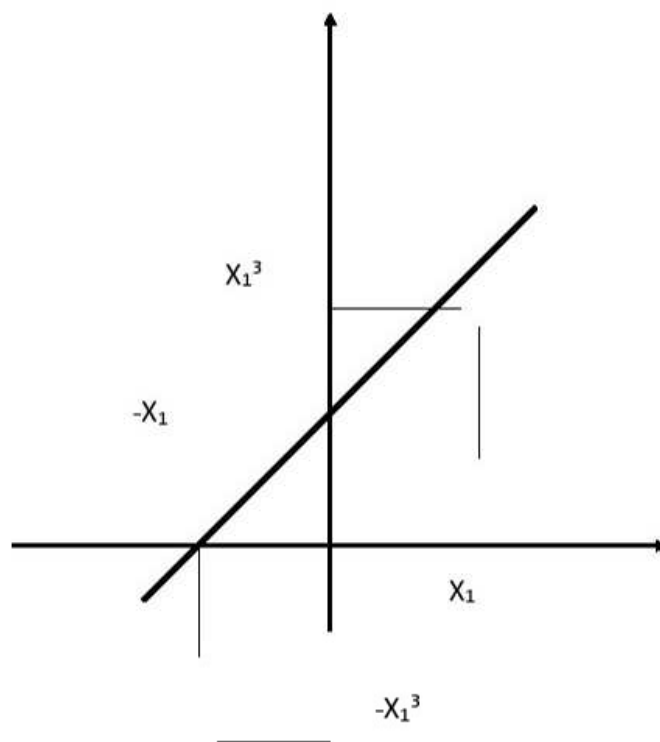
Veamos otro caso particular ¿Cómo estudiar la propiedad de paridad de la función potencial  $y = x^3$

Este estudio debe partir de la definición de la propiedad, sino debe comenzar del análisis del comportamiento de las imágenes de la misma, para ello el alumno ya construyó el gráfico de la función  $y = x^3$  apoyándose en una tabla de valores como la siguiente.

X	1	2	0	-1	-2
y	1	8	0	-1	-8

Como nuestro objetivo es introducir una nueva propiedad, debemos tratar que el alumno muestre interés por descubrir la esencia de esta propiedad. Para ello el profesor partirá de una conversación de clase, donde les recuerde a los alumnos que ellos conocen la propiedad simetría con respecto a los gráficos cuando estudiaron las funciones cuadráticas y que en ese tema habían concluido que los gráficos de funciones cuadráticas son simétricos con respecto al eje y, porque argumentos opuestos tienen imágenes iguales. En este momento el profesor preguntará ¿Y cómo será el gráfico de la función  $y = x^3$

Con respecto al origen de coordenadas y con respecto al eje y. Seguidamente mostrará una lámina como la siguiente:



Y reflexionará conjuntamente con los alumnos de la siguiente forma. Como se observa si consideramos dos valores opuestos  $x_1$ ,  $-x_1$  cualesquiera, los cubos respectivos que ellos determinan son números opuestos  $x_1^3$  y  $-x_1^3$ . Geométricamente esto significa que los puntos  $(x_1; x_1^3)$  y  $(-x_1; -x_1^3)$  son simétricos respecto al origen de coordenadas, por lo que podemos generalizar que el gráfico de la función  $y = x^3$  es simétrico respecto al origen. De donde se concluye que esta función es una función impar, lo que se expresa simbólicamente así  $f(x) = -f(-x)$ .

A partir de este momento y utilizando el principio heurístico de analogía, el análisis de la paridad de una función dada se hace de forma similar al realizado con esta función en particular.

Como ya habíamos afirmado no todas las propiedades las podemos inferir a partir del conocimiento del gráfico de la función, este es el caso de la propiedad de periodicidad de la función seno, que se debe partir del enunciado de la misma.

**4. Para el desarrollo del cuarto aspecto.** Fijación de la clase de función estudiada, su representación gráfica y sus propiedades,

La fijación de los conceptos correspondientes a la clase de función estudiada se desarrolla a través de acciones de identificación, realización y aplicación.

Las acciones de identificación se presentan mediante ejercicios en los cuales los alumnos deben reconocer las funciones estudiadas dadas:

Correspondencias (expresadas en diferentes formas)

Ecuaciones y representación gráfica en el sistema de coordenadas. En cada caso se debe cuidar mezclar representantes del concepto.

Las acciones de realización se presentan en ejercicios que exigen: representar gráficamente la función dada la ecuación y viceversa, determinar la ecuación de la función o su gráfico, a partir de conocer ciertas propiedades de la función.

Las acciones de la aplicación se presentan a través de ejercicios donde los conocimientos sobre el concepto de la función, su gráfica y propiedades se utilizan para resolver situaciones de otros dominios matemáticos, para demostrar propiedades o interpretar y resolver situaciones de la práctica.

## **2.7. SISTEMA DE EVALUACIÓN PARA LA PROPUESTA**

Toda actividad que se pretenda seria debe contar en un momento de su desarrollo con un instante que se llame evaluación. Entendemos por evaluación, en forma general, a la actividad que asigna valores de calidad a algo.

En el Ecuador, en general, y el Educación, en particular no existe una gran cultura de evaluación, aunque no se puede negar que haya existido parcialmente, pero basada en una escasa investigación sobre el tema. La motivación se ha originado en la normatividad interna de las instituciones, el interés de grupos o individuos, la necesidad de académicos o investigadores de probar teorías o procedimientos y en el momento actual la Política Nacional.

El Dr. Orestes Castro [9] considera que las bases psicológicas que deben guiar la evaluación son: vínculo de lo cognitivo y afectivo, vínculo entre lo interno y externo, vínculo entre pensamiento teórico y autorregulación y la reflexión (autoevaluación).

Dentro del proceso de evaluación se pueden distinguir cuatro momentos [libro]:

- La decisión sobre, qué evaluar.
- El diseño de la evaluación.
- La realización de la evaluación.
- La interpretación de los resultados que implica una reorientación del proceso o actividad evaluada.

Podría aceptarse que dentro del Proceso de Evaluación hay cuatro momentos importantes de análisis: En primer lugar una comparación entre lo que es y lo que debe ser el objeto de evaluación. En segundo término, la emisión de un juicio de valor relacionado con los resultados de la comparación. Tercero la toma de decisiones por parte de los sujetos interactivos participantes, consecuentemente el cuarto momento de mayor significación pedagógica, la determinación de las necesidades educativas y los niveles de ayuda.

Dichas dimensiones tienen, evidentemente, un contenido social relacionado sobre todo al modo como se entienden y se conciben los procesos a evaluarse [12].

La instrumentación técnica de la evaluación indica que los análisis deben hacerse en el orden indicado (comparación y juicio de valor), pero a veces las condiciones políticas, económicas y sociales pueden trastocar los procedimientos; sucediendo que se hace la emisión de un juicio acerca de un fenómeno aunque la justificación empírica sea dada después o simplemente se la omite.

Creemos que la evaluación que se realice sobre cualquier proceso o sujeto dentro de la Educación, debe ser motivadora y sobre todo muy estimulante, ya que el objetivo principal de cualquier actividad evaluativa es el de lograr un proceso más eficiente y eficaz que redunde en la calidad de la educación, sin olvidar que esto se logra si los actores son activos participantes del proceso en su conjunto.

La evaluación debe partir de los objetivos que rigen la actividad y, en general puede darse realmente solo si estos objetivos están totalmente claros. Sin embargo, la evaluación no debe limitarse solo a la comprobación de los objetivos, ya que éstos no siempre abarcan al objeto de asimilación en su totalidad, ni las potencialidades del sujeto [10]

Nuestra propuesta de evaluación debe contemplar parámetros que incidan en lograr la autoevaluación como mecanismo para el desarrollo, debe ser flexible y deberá ajustarse a las variaciones. No se debe limitar a lo medible y cuantificable, debe posibilitar la formación y autoformación.

La evaluación que realizaremos deberá partir de sus fines, deberá dar espacio para la reflexión para la alternativa imprevista, para la imaginación y sobre todo para el acto creativo.

Es necesario elaborar una propuesta de evaluación que contemple elementos hasta ahora difíciles de abordar, que nos permitan construir una lógica propia, lejana de intención exclusivamente utilitaria y productivista. En esta propuesta debemos reconocernos y valorarnos para lograr identificar potencialidades, zonas próximas al desarrollo y causas que lo impiden. Creemos que requiere una evaluación más integrada a los procesos, interdisciplinaria, más comprensiva y diversa en el sentido



de emplear técnicas mixtas y enfoques diversos. No queremos una evaluación que se provea de un solo instrumento. [40]

Los significados de la evaluación deben ser construidos respondiendo al paradigma de Educación que vivamos, a los principios humanistas, a la ética, al impacto y los usos de la evaluación.

Nuestra evaluación debe negarse como un resultado y al evaluador como un experto. Debe ser afirmada como práctica de la confluencia, es decir, la convergencia de diferentes prácticas evaluativas en un espacio común.

Se pondrá especial énfasis en consideraciones sobre las exigencias y las técnicas evaluativas [11]. La exigencia de técnicas evaluativas que vamos a desarrollar son:

- ◆ Ser válida y confiable.
- ◆ Cumplir las funciones de evaluación (De acuerdo a la técnica).
- ◆ Debe ser ayuda para la actividad docente.
- ◆ Debe ajustarse al tipo de actividad que se necesita evaluar.
- ◆ Ser practicable y aplicable en las condiciones y tiempos disponibles.
- ◆ Debe ser diferenciada.

Las funciones de evaluación que reconoceremos son (Jorge Villaroel I):

- ◆ De diagnóstico.
- ◆ De pronóstico.
- ◆ De control.
- ◆ De orientación.
- ◆ De clasificación.
- ◆ De individualización.
- ◆ De promoción.

En este contexto creemos que el sistema de evaluación dentro de la Estrategia metodológica propuesta debe responder a las consideraciones que hace el Dr. Castro [13] y asumir las etapas sugeridas por él.

### 2.7.1. ORIENTACIÓN-PERCEPCIÓN DE LOS OBJETIVOS.

Aquí se necesitan decisiones del tipo proyectiva y de planificación

Se manifiesta como parte de la relación Proceso- Actores, de modo que la Propuesta de Estrategia Metodológica, en forma directa o indirecta, oriente hacia los objetivos, esclareciendo los límites de la actividad de cada uno.

El Docente y el estudiante tienen una percepción clara y precisa de lo que se espera de él, y lo concientizan. De modo que la autoconciencia pasa a ser el elemento que orienta las acciones.

#### **DIAGNOSTICO**

Esta es la primera tarea evaluativa, donde se define el contexto, y permite valorar necesidades y potencialidades individuales y grupales.

#### **RELACIÓN DIAGNOSTICO-OBJETIVOS.**

Debe darse esta actividad de modo que se pueda adecuar los objetivos, adaptándolos a las necesidades y condiciones.

#### **PRONÓSTICO EVALUATIVO.**

Este debe elaborarse después de haber logrado la concientización de los objetivos y debe tenerse en cuenta en la Valoración- Calificación.

#### **ELABORACION DEL SISTEMA DE CONTROL Y SU APLICACIÓN.**

Aquí se deben tomar decisiones del tipo de diseño y de instrumentalización.

Este paso es posterior al momento anterior; cuando se ha concretado la relación entre los objetivos y la evaluación. Los objetivos tienen carácter rector.

## **INDICADORES DE EVALUACIÓN.**

De acuerdo a los objetivos que subordinan la evaluación, se precisan los indicadores que condicionen la evaluación y la determinan en cuanto a posible calificación.

## **TECNICAS EVALUATIVAS.**

Cuando se disponen de los elementos anteriores se determinan los tipos, formas y frecuencias de controles.

## **ANALISIS DE LAS TECNICAS A UTILIZAR.**

Se debe analizar las técnicas a utilizar, ya que así se posibilita que tengan un uso más racional y su complementación.

## **APLICACION DEL SISTEMA DE CONTROL.**

En este momento debe tenerse en cuenta el pronóstico evaluativo. El sujeto a evaluarse, el docente y los estudiantes, deben tener una participación activa en este momento y en todos los previos. Se lo aplicará en forma grupal e individual y se estimulará la autoevaluación.

## **VALORACIÓN-CALIFICACIÓN.**

Aquí se deben tomar decisiones de juzgamiento, de calificación, de argumentación y de estimulación.

Se debe tener en cuenta que las calificaciones pueden reducir su acción retroalimentadora y reforzar su acción acreditativa, por lo que la estrategia propuesta no debe permitir que este hecho objetivo produzca un efecto negativo en los participantes. La valoración o calificación debe ser el resultado de la interacción permanente y en forma personal de los colectivos que interactúan.

### **ANALISIS DEL DIAGNOSTICO Y PRONÓSTICO EVALUATIVO.**

En este momento se analiza el diagnóstico efectuado, se saca conclusiones y se compara el pronóstico evaluativo con los resultados que obtenemos.

### **ANALISIS Y VALORACIÓN DEL PROCESO.**

Esta actividad debe dar lugar a la evaluación de los logros alcanzados por el docente, en relación con el rendimiento y el aporte a la consecución de los objetivos. Todo esto se debe apreciar en forma paulatina en las pequeñas transformaciones que deben irse sistematizando, permitiendo la interacción del proceso y de los resultados.

### **ANALISIS DEL PRODUCTO**

#### **RENDIMIENTO.**

En este momento se debe tener en cuenta la actividad integral de los participantes.

#### **DESARROLLO PERSONAL.**

Este sería un elemento que debe ser evaluado como el factor de integración del profesor y de los estudiantes en las actividades de colectivos. También se deberá evaluar la alegría, el orgullo y la independencia.

## **REGULACIÓN -REORIENTACIÓN.**

En este momento se deben tomar decisiones del tipo de reciclaje, de retroalimentación, de modificación, de reafirmación.

Aquí es necesario hacer un análisis pormenorizado de las dificultades en la realización de las actividades y las posibles causas.

El propósito de este momento es determinar los procedimientos de corrección, así como su instrumentación, de modo que se pueda influir positivamente y con celeridad en la solución de las dificultades.

## **NUEVO OBJETIVO.**

Después de realizar el paso anterior con todas las correcciones necesarias, podemos volver a empezar el proceso con los objetivos replanteados que sean el resultado del análisis cualitativo realizado.

### **3. CONCLUSIONES**

1. La Reforma Curricular Ecuatoriana, en cuanto representa una significativa concepción de cambio requiere de propuestas, que permitan tanto su implantación como su perfeccionamiento.
2. En el ámbito educativo, una Estrategia Metodológica que tenga bases científicas, psicológicas y socioeconómicas contribuye y posibilita el desarrollo del estudiante en forma integral, es decir el joven a través de la adecuada implantación de una estrategia con esas características: aprenderá a ser, aprenderá a saber, aprenderá a conocer y aprenderá a vivir en colectividad.
3. Una estrategia metodológica que rescate las potencialidades formativas de la Matemática, incide directa y favorablemente en el desarrollo consciente del estudiante en cuanto a las relaciones esenciales determinadas en esta investigación.
4. Las metodologías particulares contextualizadas y fundamentadas científicamente trascienden el proceso enseñanza-aprendizaje, y contribuyen a la formación de la personalidad de los alumnos en función de objetivos socialmente válidos.
5. El mejoramiento del proceso docente en la educación media contribuye al Perfeccionamiento del Proceso Pedagógico Profesional, a través del perfeccionamiento docente.

### **4. RECOMENDACIONES**

- La propuesta de Estrategia Metodológica debe ser objeto de análisis, valoración, y perfeccionamiento por las instancias correspondientes, Ministerio de Educación, entidades educativas, docentes en ejercicio y en formación
- Debería procurarse el establecimiento de acciones que permitan sistematizar la aplicación de la Estrategia propuesta.

- Considerando que esta metodología se ha centrado solo en algunos de los aspectos de la enseñanza de la Matemática es necesario ir incluyendo paulatinamente otros componentes del sistema contenido.

## 5. BIBLIOGRAFÍA

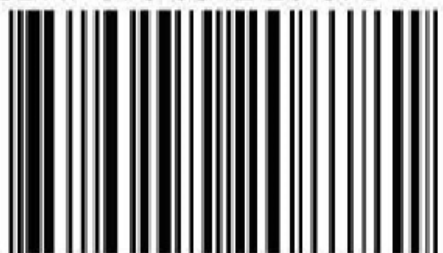
1. Abreu Regueiros, Roberto. Pedagogía Profesional: Una propuesta abierta a la reflexión y al debate. La Habana. 1997.
2. Acosta Rosa, M y otros. Bases Psicopedagógicas del Proceso Pedagógico Profesional. La Habana, 1997.
3. Álvarez de Zayas, Carlos M. La Escuela en la vida. La Habana. Educación y Desarrollo. Artedu. 1992.
4. Apostol, Tom. Calculus Vol. I. Editorial Roverté, 1997.
5. Ballester Pedroso, Sergio, y otros. Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1992.
6. Ballester Pedroso, Sergio: La sistematización de los conocimientos matemáticos. En PROMET, Editorial Academia. La Habana. 1995
7. Ballester Pedroso, Sergio: Enseñanza de la Matemática y dinámica de grupos. En PROMET, Editorial Academia. La Habana. 1995.
8. Campistrous Pérez, L.A. Apuntes de un curso de Postgrado. Ciudad Habana. 1993.
9. Castillo, Carlos y Toro José. Estructuras Reales y Complejos. E.P.N. , 1995
10. Castro Pimienta, Orestes. Evaluación en la Escuela Actual: ¿Reduccionismo o Desarrollo?. INSPETD. La Habana. 1997.
11. Castro Pimienta, O. La evaluación pedagógica. CEPTP. ISPETP. P. 1-30. La Habana. 1992.
12. Castro Pimienta, O Algunos aspectos de la evaluación en Cuba/ Orestes Castro.-- 62-72.-- En Boletín Informativo ISPETP. La Habana 1987.
13. Castro Pimienta, O. Planificación y Evaluación de la Educación /Orestes Castro.-- Cap. X. En teoría y metodología de la Educación. ISPETP. La Habana. 1991.
14. Castro Pimienta, O Evaluación a través de la estructura modular de un programa docente. 2do. Premio. Academia Naval Granma. La Habana. 1990.



15. Costa, Arthur. El Colegio como hogar para la mente. Universidad del Estado de California. Sacramento. 1996.
16. Cuevas Casas, Carlos y Torres Pérez, Gisela. Formación Básica del Gerente Educativo, La Habana, 1996.
17. Demidovich. Problemas y ejercicios de análisis Matemático, Prentice Hall, 1987.
18. Fraga Rodríguez, Rafael, y otros. Diseño Curricular: Modelación del proceso de formación de profesionales. La Habana. 1997.
19. Fraga Rodríguez, Rafael, y otros. De la Matemática, Su Enseñanza y Aprendizaje. E.S.P.E., Quito, 1995.
20. García González, Edelia. Dificultades de la Aplicación de la Computación a la Enseñanza. Posibles Soluciones. Revista Cubana de Educación Superior. No. 2 La Habana. 1995
21. González Rey, F. Y A. Mitjans: La personalidad : su educación y desarrollo. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la La Habana. 1989.
22. González Serra, Diego. Teoría de la Motivación y Práctica Profesional. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1995.
23. González Serra, Diego. Psicología General para maestros, Ponencia en evento Pedagogía 97. La Habana. 1997.
24. Henao, Gloria. Procesos Pedagógicos y Transformación Cultural. Corporación Calidad. Santafe de Bogota. 1994.
25. Hernández Fernández, Herminia. Didáctica de la Matemática: Artículos para el debate. E.P.N. Quito. 1993.
26. Herrera Padrón, Caridad. Lo Profesional del proceso Pedagógico. Informativo Politécnico. Quito. Noviembre de 1996.
27. Jacques Delors y otros. La Educación encierra un Tesoro. Santillana, Ediciones Unesco. Madrid. 1996
28. Jungk, Werner. Conferencias sobre Metodología de la enseñanza de la Matemática 2. Editorial Libros para la Educación. Ciudad Habana. 1982.
29. Kolominsky, Ya. L. La psicología de la relación recíproca en los pequeños grupos. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1975

30. Kon, I. S. Psicología de la edad juvenil. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. 1990.
  31. Kóstikova, Margarita. El Concepto de Función en Matemáticas. A.E.C. Quito. 1988.
  32. Lara, N. y Arroba C. Análisis Matemático. Universidad Central. Quito. 1992.
  33. Melgarejo Pérez, y otros. Salomón: Un tutor Inteligente para el Trazado de curvas. Revista Cubana de Educación Superior. No. 2 La Habana. 1995
  34. Montero García, C. I. Motivación y adolescencia, en Cuadernos de Pedagogía. Barcelona. 1987.
  35. Monteverde, Mariana. Estrategias de Enseñanza. Informativo Politécnico. Quito Febrero 1994.
  36. Oropesa Fernández, Ricardo R. Jugando También se aprende. Evento Pedagogía 97. Curso 57. La Habana. 1997.
  37. Pérez F. Vicenta, De la Cruz, Pilar. Material de Apoyo de la Asignatura Informática Educativa. La Habana 1996.
  38. Piskunov. Cálculo Diferencial e Integral. Editorial Mir. 1980
  39. Reforma Curricular Para la Educación Básica, Propuesta consensuada. Consejo Nacional de Educación. M.E.C. Quito. 1996.
  40. Saenz, Rolando. Fundamentos Matemáticos. Introducción al Cálculo. Universidad Central. Quito. 1988
  41. Senk, Sharon. Curso de Matemáticas. Universidad del Estado de Michigan. Michigan. 1996.
  42. Soto Alba, Narcizo. Talleres Docentes en las Ramas Técnicas. 1997
  43. Thomas y Finney. Cálculo con geometría Analítica. Adison Wesley Iberoamericana. 1984.
  44. Valdéz, P y Valdéz, R. Utilización de los ordenadores en la Enseñanza de las Ciencias. Revista de Investigación de y Experiencias Didácticas, Enseñanza de la Ciencias. Volumen 12 No.3. Barcelona 1994.
- Viñas, Gladys. Métodos activos para una enseñanza efectiva. Informativo Politécnico, Quito. Marzo de 1994.

ISBN: 978-9942-20-878-1



9 789942 208781