

C I R C U I T O S
P A R A
M O D U L A C I O N Y D E M O D U L A C I O N
A N A L O G I C A

Tesis previa a la obtención del Título de Ingeniero en la
Especialización de Electrónica y Telecomunicaciones en la
Escuela Politécnica Nacional

Fernando R. Echeverría Troya.

Quito, Febrero 1.977

Certifico

que este trabajo fue realizado íntegramente
por el Sr. Fernando R. Echeverría Troya.

Mauricio Vega V.

Ing. Mauricio Vega V.

DIRECTOR DE TESIS.

Dedico este trabajo a mis padres
en quienes siempre he tenido
comprensión y apoyo.

AGRADECIMIENTO:

Deseo dejar constancia de mi agradecimiento a los siguientes profesores que han colaborado en el desarrollo de la presente Tesis:

Al Ing. Mauricio Vega, Director de Tesis a quien propuse este tema y lo llevamos a cabo en su fase de Proyecto.

Al Ing. Herbert Jacobson, que me sugirió valiosísimas ideas para cumplir con el objetivo de esta Tesis con una considerable economía en los circuitos empleados.

Y de una manera especial al Ing. Luis E. Barajas con quien llevamos a cabo la parte experimental y la revisión final de la misma.

- C O N T E N I D O :

MATERIA	PAGINA
- Índice Analítico	1
- Síntesis	2
- Introducción	4
- Capítulo Primero: Descripción funcional y de bloques del equipo	9
- Capítulo Segunda: Etapas, estudio y descripción	16
- Capítulo Tercero: Diseño y Construcción	58
- Capítulo Cuarto: Conclusiones y Prospección	79
- Bibliografía	85
- Apéndice : Modulación	86
++ Diagrama del Equipo	78

SINTESIS.

El presente trabajo "CIRCUITOS PARA MODULACION Y DEMODULACION ANALOGICA", es de carácter didáctico y responde a la necesidad de implementar prácticas en la materia de Teoría de Comunicaciones. Este aborda circuitos en los cuales es posible observar los tipos fundamentales de Modulación: FM (Frecuencia Modulada), AM / GC (Amplitud Modulada con Gran Portadora), AM / SC (Amplitud Modulada con Portadora Suprimida), WPM (Modulación por Ancho de Pulsos) y PPM (Modulación por Posición de Pulsos). Respecto a la Demodulación se abordan: Detectores de Envolvente, Filtros Activos, Demoduladores por Pendiente y Demoduladores Sincrónicos.

A fin de construir este equipo con un ahorro considerable de circuitos no se aborda cada tipo de modulación por separado, al contrario, se lo hace globalmente utilizando las mismas etapas por más de una ocasión y con distinto propósito variando sus parámetros, sus puntos de toma de

señal o incluso variando ligeramente su topología. Por otra parte se excluyen etapas de amplificación y transmisión innecesarias debido al objetivo didáctico de este trabajo. El diseño total ha sido realizado preferentemente con elementos discretos, aunque en tres etapas se emplean amplificadores operacionales.

De esta manera se cubre el proyecto en diez etapas y se espera que esta tesis repercuta y motive trabajos posteriores en el importante campo de las Comunicaciones.

INTRODUCCION.

ANTECEDENTES.

El presente tema de tesis fue propuesto por quien llevó a cabo el proyecto.

Para plantearlo se partió de dos ideas, las cuales creemos deberían ser condiciones necesarias a fin de que un proyecto pueda ser considerado como tesis:

- El tema propuesto debe partir del conocimiento adquirido durante la vida estudiantil.

- Y, debe ser útil; con ello queremos indicar que debe responder a una necesidad en nuestra circunstancia.

En el transcurso de nuestra permanencia como alumnos estas dos ideas se conjugaron con la siguiente observación para proponerlo:

La materia de Teoría de Comunicaciones que se

dicta en el octavo semestre, se está llevando actualmente de una manera teórica. Uno de los puntos que más destaca en el curso es la Modulación de Señales. Debido a lo útil de estos criterios en la formación de un ingeniero en nuestra rama, pensamos que es necesario implementarla con prácticas.

El presente tema de tesis es un primer intento - en el sentido de sintetizar la idea de Modulación Analógica a fin de darla a conocer al alumno de una manera más obvia. Lo único que esperamos es que por medio de él se divulgue esta idea y quizá motive trabajos más específicos y formas en este campo.

OBJETIVO:

Este trabajo tiene por objeto diseñar y construir una serie de circuitos básicos en los cuales se pueda destacar y enseñar los aspectos fundamentales para la Modulación y Demodulación de señales de Carácter Analógico.

Cabe destacar que los circuitos diseñados tienen un objetivo didáctico. Ellos no necesariamente cumplen con las especificaciones comerciales según las cuales son contruidos. Su propósito es transmitir al estudiante los criterios fundamentales de la Modulación.

Se han abordado los siguientes tipos de Modula -

ción y Demodulación de señales:

- Frecuencia Modulada (FM), banda estrecha con una señal de portadora de onda cuadrada a una frecuencia de 500 KHz.

Los siguientes tipos de modulación que se citan, se los ha realizado con una señal de portadora a una frecuencia de 100 KHz.

- Amplitud Modulada (AM), ya sea con una onda sinusoidal u onda cuadrada como portadoras y de las siguientes maneras:

Amplitud Modulada con Portadora Suprimida (AM / SC).

Amplitud Modulada con Gran Portadora (AM / GC).

Esta última es posible obtenerla con doble polaridad o con polaridad única.

- Modulación por Ancho de Pulsos (WPM).
- Modulación por Posición de Pulsos (PPM).

La señal modulante está en el rango de audiofrecuencia.

El proceso a seguirse para obtener una modulación

demodulación específica se la puede observar en el diagrama de bloques de la fig. 1.1.

La obra en su conjunto reúne criterios tanto de Teoría de Comunicaciones como de Electrónica a fin de obtener el diseño del equipo propuesto y consta de cuatro capítulos y un apéndice.

El Capítulo Primero, realiza una descripción funcional y de bloques del equipo estableciendo los criterios para la conformación allí presentada. Además se destaca la diferencia entre Modulación Analógica y Modulación Codificada.

El Capítulo Segundo, es un estudio y descripción individual de las etapas del equipo. Los circuitos que se emplean son básicamente: un multivibrador a estable controlado por voltaje, dos multiplicadores analógicos, un restador analógico, un modulador de ancho de pulsos, dos filtros activos: pasabanda y pasabajos; un demodulador de frecuencia y un detector de envolvente.

El Capítulo Tercero, contiene un diagrama del equipo, así como la descripción de la secuencia en las etapas a fin de obtener una modulación - demodulación particular.

El Capítulo Cuarto, resume las conclusiones obtenidas al realizar este trabajo e indica las prospecciones - des mismo.

El Apéndice, es una síntesis de Modulación Analógica y Modulación Codificada.

CAPITULO PRIMERO.

DESCRIPCION FUNCIONAL Y DE BLOQUES DEL EQUIPO.

1.1. GENERALIDADES DE MODULACION ANALOGICA Y CODIFICADA.

MODULACION:

Es un proceso con el cual ciertas características de una onda (generalmente llamada portadora), se varían o eligen de acuerdo con una señal mensaje. La modulación puede dividirse en modulación continua, en la cual la onda modulada está siempre presente y, modulación por pulsos en la cual no existe señal entre pulsos.

MODULACION ANALOGICA:

La modulación analógica comprende varios tipos - de procesar las señales ya sean estas continuas o por pulsos. Sin embargo, todas estas maneras particulares de modu-

lar tienen algo en común: uno o algunos de los parámetros - (fase, amplitud, ... etc.), de la señal portadora al llevar un mensaje, varían en correspondencia biunívoca con la señal mensaje o señal de información. Esta variación de parámetro(s) de la onda portadora obedece a una ley matemática definida (variación lineal, exponencial, ... etc.). Véase primera parte del apéndice.

Cualquier tipo de modulación que de una u otra manera cumpla con esta condición se dice que es una modulación de tipo analógico. El proceso de modular analógicamente es directo; la influencia de la señal modulante (información) sobre la portadora es inmediata.

MODULACION CODIFICADA:

Al igual que la modulación analógica, comprende varios tipos de modulación, sin embargo la situación es distinta: por ejemplo en PCM (Modulación por Código de Pulsos) un grupo codificado de n pulsos binarios puede representar 2^n posibles combinaciones. Estos n pulsos codificados, pueden a su vez describir la variación cuantizada de algún parámetro en una señal analógica. Todo esto conlleva a otras consideraciones, las cuales describimos ligeramente:

- Para modular una señal por código, es indispensable "traducir" la señal analógica a codificada. De igual manera;

la demodulación implica una decodificación previa.

- La codificación implica una cuantización de algún parámetro en la señal analógica (frecuencia, amplitud); puesto que es imposible codificar un parámetro continuo debido a la gama de valores posibles (infinitos) que puede tomar en cierto rango.

Por estas razones, la modulación codificada no es un proceso directo como lo es la modulación analógica. Además, la modulación codificada requiere de una u otra manera de la modulación analógica. Véase apéndice cuatro, segunda parte.

De todas formas ambos tipos de modulación tienen un amplio uso. En sistemas de comunicación la modulación analógica tiene preferencia en FDM (Multiplex por División en Frecuencia) y la codificada en TDM (Multiplex por División en Tiempo).

La fig. 28 del apéndice es un ejemplo de varios tipos de modulación analógica y codificada en TDM.

La presente tesis se concreta al estudio de los tipos fundamentales de modulación de carácter analógico.

1.2. DESCRIPCION FUNCIONAL.

A fin de obtener los tipos de modulación propuestos en la Introducción, se ha planteado el diagrama de bloques de la fig. 1.1 ; en este diagrama, cada bloque representa una etapa y los vectores que unen los bloques representan las conexiones que deben efectuarse para desarrollar un proceso en modulación - demodulación específico.

A continuación describimos las secuencias para obtener los distintos tipos de modulación - demodulación refiriéndonos al diagrama de bloques:

- Frecuencia Modulada / Demodulación : Se realiza en base a un "multivibrador a estable" ⁺ controlado por voltaje. En este circuito la modulación es directa puesto que es posible variar la frecuencia de portadora linealmente con la señal de audiofrecuencia introducida en el circuito. La señal modulada (onda cuadrada a una frecuencia central de 500 Khz) pasa a la "etapa de amplificación" ⁺, pasando luego al "demodulador de FM".

- Amplitud Modulada con Portadora Suprimida / Demodulación: La señal moduladora (onda cuadrada a 100 KHz) se la obtie

+ Nombre de esta etapa en el diagrama de bloques fig. 1.1

ne en el "multivibrador a estable" y, con la señal modulante (señal en el rango de audiofrecuencia obtenida desde una fuente externa) efectuamos la modulación en el "multiplicador analógico", otro "multiplicador analógico" se emplea para demodular y el proceso es sincrónico.

- Amplitud Modulada con Gran Portadora / Demodulación: La secuencia para modulación es idéntica a la anterior salvo la variación de un parámetro en el "multiplicador analógico"; para la demodulación se emplea un "demodulador de AM con gran portadora" . De igual manera la modulación en amplitud con una sola polaridad se la obtiene cambiando ligeramente la topología del "multiplicador analógico".

Cabe indicar que todos los tipos de modulación en amplitud pueden realizarse con una onda sinusoidal como portadora (onda sinusoidal en 100 KHz) al incluir un "filtro activo pasabanda" entre las etapas "multivibrador a estable" y "multiplicador analógico".

- Modulación por Ancho de Pulsos / Demodulación: Se la hace en base a una señal de radiofrecuencia de onda triangular que se la obtiene tomando dos señales especiales del "multivibrador a estable" las cuales restadas en el "restador analógico" se introducen junto con una señal de audiofrecuencia (externa) en el "modulador de ancho de pulsos". La demodulación ocurre en el "Filtro Activo Pasabajos".

- Modulación por Posición de Pulsos / Demodulación : Se la obtiene por medio de un "Modulador por Posición de Pulsos" - (multivibrador monoestable) a partir de una señal modulada por ancho de pulsos. La demodulación ocurre en el "multiplicador analógico, etapa demoduladora". Se trata de un tipo de detección sincrónica.

Según se puede observar en el diagrama de bloques algunas etapas se utilizan por más de una vez con diferentes señales; ello hace que su topología sea algo compleja , sin embargo implementar circuitos para obtener una modulación específica puede ser algo más simple.

CAPITULO SEGUNDO.

ETAPAS, ESTUDIO Y DESCRIPCION.

En este capítulo exponemos un análisis de las etapas que conforman el presente proyecto.

2.1. MULTIVIBRADOR AESTABLE CONTROLADO POR VOLTAJE. ⁺

Un multivibrador aestable es un circuito de conmutación regenerativo que no tiene ningún estado estable y que por tanto conmuta continuamente en uno y otro sentido entre dos estados.

La fig. 2.1 nos muestra el diagrama de un multivibrador aestable controlado por voltaje. En este circuito es posible variar dentro de cierto rango su frecuencia de conmutación al cambiar el voltaje DC de referencia V_r en las bases de Q5 y Q6. Por otra parte, si ajustamos V_r a un valor fijo y superponemos una señal que varíe su amplitud -

⁺ Switching Transistor Handbook/ Motorola Semiconductor Products Inc. Seventh Printing. Arizona 1.963

dentro de un rango adecuado, este multivibrador tendrá una frecuencia variable de acuerdo con la señal introducida en V_r (Modulación en Frecuencia).

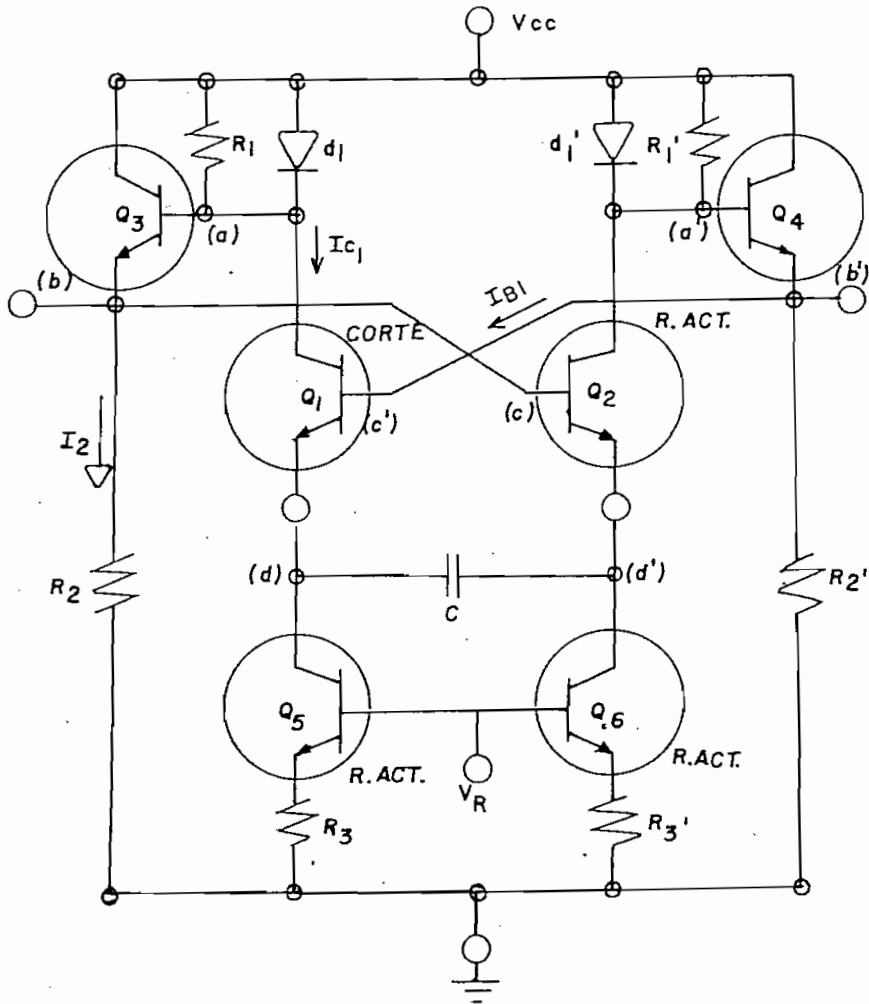


Fig. 2.1 : Multivibrador Aestable controlado por voltaje.

ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL CIRCUITO.

El circuito de la fig. 2.1 trabaja en las regiones activa y de corte. La notación a emplearse en este análisis es la siguiente:

V_{cc} : Voltaje de polarización de fuente DC.

V_r : Voltaje de referencia variable.
(Consideramos un valor constante)

d_1, d_1' : Diodos que sirven para fijar el voltaje máximo que tendrá la onda cuadrada cuando uno de los transistores Q1 o Q2 está conduciendo.

Ello implica que la magnitud de la onda cuadrada de salida tendrá como voltaje pico el voltaje de caída del diodo. Además dichos diodos atenúan la incidencia del factor beta de los transistores sobre el voltaje de salida.

Partimos de las siguientes suposiciones:

Q1 en corte.

Q2 en región activa.

Esto implica: $I_{c1} = 0$; $I_{e1} = 0$ (2-1)

$$I_{b_1} = 0$$

Por tanto:

$$V_a = V_{cc}$$

Aquí se considera además que la caída sobre R_1 es despreciable debido a $I_{R_1} \cong I_{c_1}$; $I_{c_1} \rightarrow 0$ entonces $V_{R_1} \rightarrow 0$.

Q3 mientras tanto se encuentra en la región activa:

$$V_b = V_a - V_{BE3} = V_{cc} - V_{BE3} \quad (2-2)$$

Atendiendo la situación en Q4 y puesto que partimos de la suposición de que Q2 actúa en la región activa, el diodo d_1' conduce, por tanto existe una caída de potencial en el paralelo d_1' y R_1' de 0.6 voltios. Por tanto:

$$V_{a'} = V_{cc} - V_{d_1'} \quad (2-3)$$

$$V_{b'} = V_{a'} - 0.6 \text{ volt.}$$

De acuerdo con este análisis podremos determinar los parámetros del circuito imponiendo:

I_2 = valor adecuado.

$$R_2 = V_b / I_2 = ((V_{cc} - 0.6) / I_2$$

Y: (2-4)

$$I_2 \cong I_{e_3} \cong I_{c_3}$$

$$I_{b_3} = I_{c_3} / \beta \quad (2-5)$$

Como nos interesa que la caída de potencial a través del paralelo formado por R_1 y d_1 , sea mínima $V_{R_1} \rightarrow 0$, deberemos tomar R_1, R_1' lo suficientemente bajas.

Atendiendo al transistor Q5:

$$R_3 = (V_r - V_{BE5}) / I_{e5} \quad (2-6)$$

Y por consideraciones anteriores asumimos:

$$V_r = 1 \text{ volt}; V_{BE5} = 0.6 \text{ volt.}$$

Suponemos un valor adecuado de I_{e5} , algo menor que I_2 , entonces:

$$R_3 = (V_r - V_{BE5}) / I_{e5} \quad (2-7)$$

Ecuación que nos permite calcular R_3, R_3' .

CALCULO DEL CONDENSADOR.C.

Los transistores Q5 y Q6 pueden representarse como fuentes de corriente de valor I . Además Q1 está en corte y Q2 en región activa. A fin de simplificar el cálculo idealicemos la situación así:

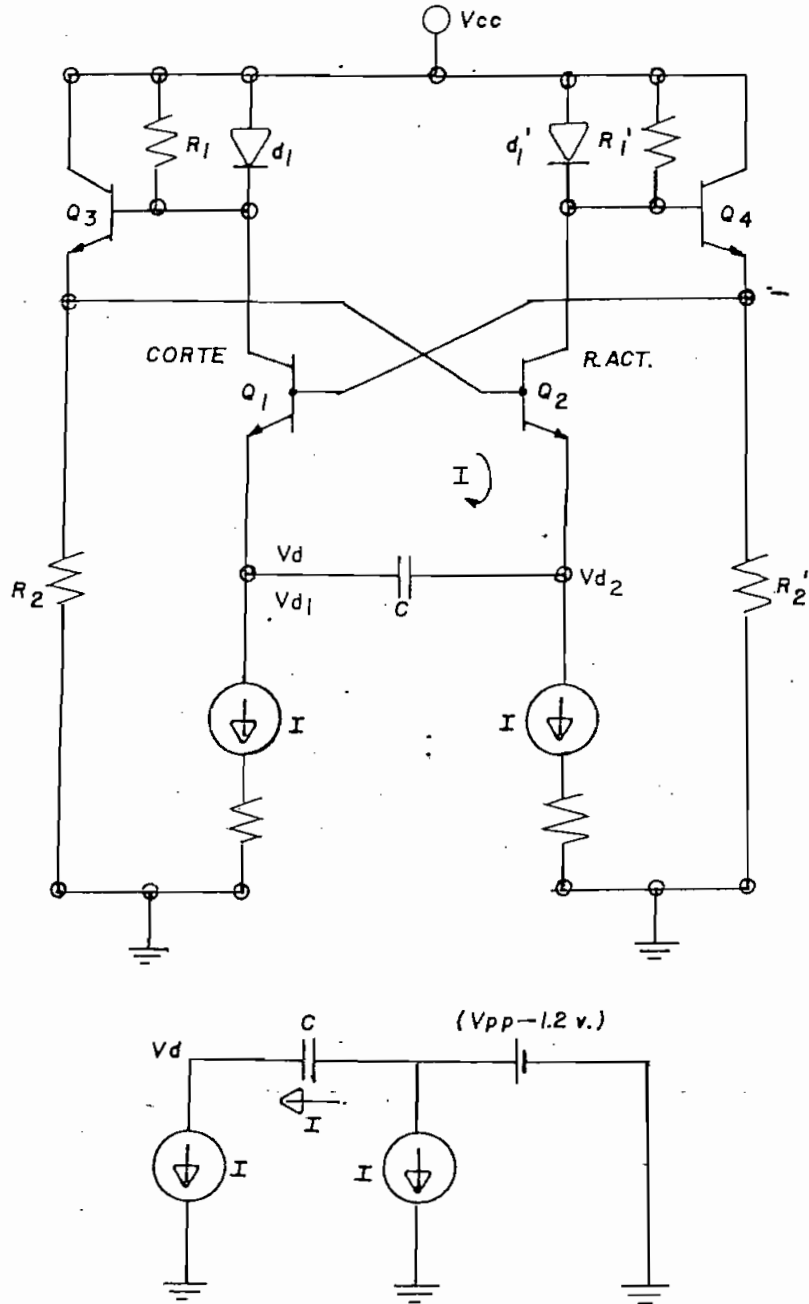


Fig. 2.2 : Consideraciones hechas para simplificar los cálculos.

Q5 y Q6 además de trabajar como fuentes de corriente, permiten que el sistema se comporte linealmente a pesar de las variaciones de V_r , que afectan las bases de ambos transistores. Luego, ellos también mejoran su linealidad. La fig. 2.2 sugiere las aproximaciones que se hacen para el cálculo.

$$V_d = V_{cc} - 1.2 \text{ volt} - (I/C) \int_{t_0}^{t_2} I \, du \quad (2-8)$$

$$V_d = V_{cc} - 1.2 \text{ volt} - (I/C) u \Big|_{t_0}^{t_2} \quad (2-9)$$

$$V_d = V_{cc} - 1.2 - (I/C)t + K \quad (2-10)$$

$$K = (I/C) t_0 = \text{Condición inicial de } C$$

La fig. 2.3a representa una variación del voltaje V_d en el tiempo, de ella y de la última ec. se desprende:

Cuando

$$V_d = V_{d1}$$

$$u = t_0 : \quad V_{d1} = V_{cc} - 1.2 + V_d ; \quad V_{d1} > V_{d2} ; \quad V_{d2} = V_{cc} - 1.2$$

$$u = t_1 : \quad V_{d1} = V_{cc} - 1.2 + K - (I/C)t ; \quad V_{d1} = V_{d2}$$

$$u = t_2 : \quad V_{d1} = V_{cc} - 1.2 ; \quad V_{d1} < V_{d2} ; \quad V_{d2} = V_{cc} - 1.2 + V_d$$

$$t_2 > t_1$$

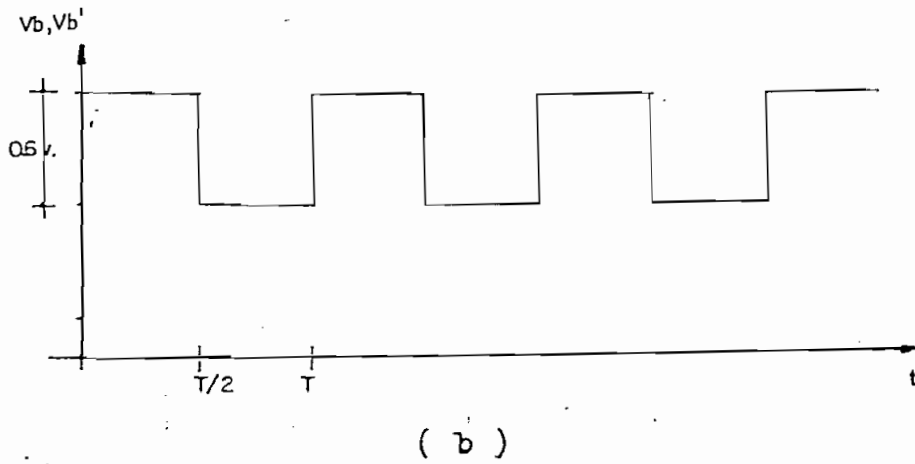
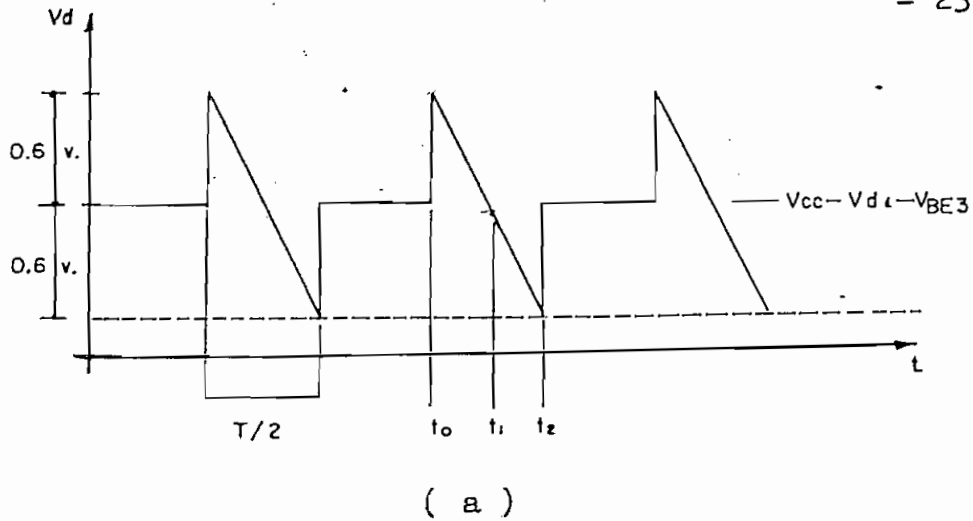


FIG. 2.3 FORMAS DE ONDA DE SALIDA EN ESA ETAPA.

Puesto que aparece una corriente a través del condensador - se inicia un descenso de voltaje en dL hasta llegar a polarizarse adecuadamente Q_1 , momento en que se conmuta. Por esta consideración V_{dL} se encuentra bajando y llegará un momento en que $V_{dL} = V_{eL}$ será menor que V_{bL} ; $V_{bL} = V_{b'}$, -

$$t = T / 2 ; f = 1 / T \quad f = \text{frecuencia.}$$

Facilmente se puede deducir que:

$$f = (V_r - 0.6 \text{ volt.}) / 2 \text{ } \Omega \text{ } R_3 \quad (2-14)$$

2.2. EL MULTIPLICADOR ANALOGICO. +

Es un circuito básico en este equipo, su diagrama está en la fig. 2.5, consiste en tres pares de amplificadores diferenciales, ellos son los conformados por los transistores Q6 - Q9 , Q11 - Q13 y Q7 - Q12 .

Antes de considerar la operación del multiplicador analógico completo, examinemos el amplificador diferencial que es una topología básica en esta etapa y otras posteriores, esto lo hacemos en base a la fig. 2.4 , en la cual los dos transistores operan en sus regiones lineales , por tanto podemos escribir las siguientes ecuaciones para sus corrientes de colectores: --

$$(1) \quad \begin{aligned} I_{c1} &= I_s e^{\gamma V_{BE1}} \\ I_{c2} &= I_s e^{\gamma V_{BE2}} \end{aligned}$$

(2-15)

001734

donde:

I_{c1} ; I_{c2} = corrientes de colector.

I_s = Corriente inversa de saturación en la juntura base - emisor.

γ = $k T / q$. . . k = Constante de Boltzman,
 q = Carga estática del electrón y
 T = Temperatura Absoluta (K)

Asumiendo que:

$$I_{c1} \cong I_{e1} = I_1 ; I_{c2} = I_2$$

tenemos que:

$$(2) \quad I_0 = I_1 + I_2 \quad (2-16)$$

donde I_0 es la fuente de corriente del amplificador diferencial.

A pequeñas variaciones del voltaje en las bases del par diferencial:

$$(3) \quad V = V_{BE1} - V_{BE2} \quad (2-17)$$

se puede llegar a demostrar por las ecuaciones anteriores , que las corrientes de colector dependen directamente de esta variación de voltaje V como de la variación de la fuente de corriente I_0 , de donde tenemos:

$$(4) I_2 = \frac{I_0}{1 + e^{\gamma V}} = I_0 F_2(V) \quad (2-18)$$

$$\text{and (5) } I_1 = \frac{I_0 e^{\gamma V}}{1 + e^{\gamma V}} = I_0 F_1(V). \quad (2-19)$$

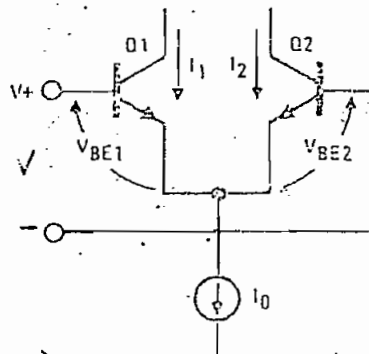


Fig. 2.4 : Un par diferencial simple.

Aplicaremos estas mismas ecuaciones básicas al multiplicador analógico completo de la fig. 2.5 el cual tiene dos variaciones de voltaje distintas aplicadas a los puntos V_A y V_B . Ahora bien, según las ecs. 2-18 y 2-19, las corrientes de colector en un par diferencial son funciones de V e I_0 , de allí que en el multiplicador analógico los pares diferenciales conformados por Q6 - Q9 y Q11 - Q13 tienen fuentes de corriente variables I_{1A} e I_{1B} las cuales a su vez dependen de las variaciones de V_B en el par diferencial Q7 - Q12. Este último par diferencial posee una fuente de corriente constante I_{MX} . Por comparación directa en las corrientes de las dos figuras, podemos escribir las siguientes ecs:

$$(6) \begin{cases} I_{1A} = \frac{I_{MX} e^{\gamma V_B}}{1 + e^{\gamma V_B}} = I_{MX} F_1(V_B) \\ I_{1B} = \frac{I_{MX}}{1 + e^{\gamma V_B}} = I_{MX} F_2(V_B) \end{cases} \quad (2-20)$$

$$(7) \begin{cases} I_{3A} = I_{1A} F_2(V_A) \\ I_{3B} = I_{1B} F_2(V_A) \end{cases} \quad (2-21)$$

$$(8) \begin{cases} I_{2A} = I_{1A} F_1(V_A) \\ I_{2B} = I_{1B} F_1(V_A) \end{cases} \quad (2-22)$$

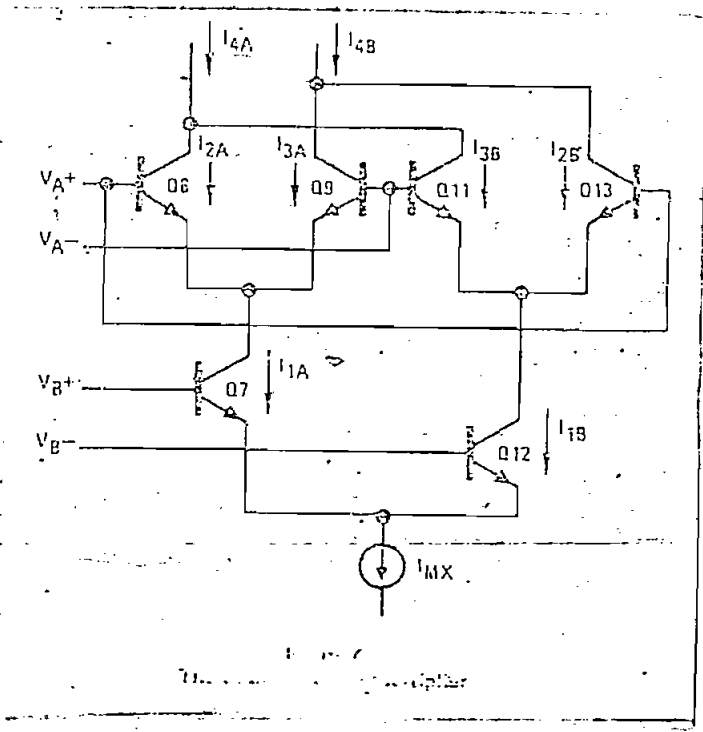


Fig. 2.5 : El multiplicador analógico de cuatro cuadrantes.

$$\begin{cases} I_{4A} = I_{2A} + I_{3B} = I_{1A} F_1(V_A) + I_{1B} F_2(V_A) \\ I_{4A} = I_{mx} [F_1(V_B) F_1(V_A) + F_2(V_B) F_2(V_A)] \end{cases} \quad (2-23)$$

$$\begin{cases} I_{4B} = I_{3A} + I_{2B} = I_{1A} F_2(V_A) + I_{1B} F_1(V_A) \\ I_{4B} = I_{mx} [F_1(V_B) F_2(V_A) + F_2(V_B) F_1(V_A)] \end{cases} \quad (2-24)$$

Ahora ~~su~~strayendo la ecuación(10) de la ecuación(9) tenemos:

$$(11) I_{4A} - I_{4B} = I_{mx} [F_1(V_B) F_1(V_A) + F_2(V_B) F_2(V_A) - F_1(V_B) F_2(V_A) - F_2(V_B) F_1(V_A)] \quad (2-25)$$

$$I_{4A} - I_{4B} = I_{mx} \left[\frac{e^{\gamma V_B} e^{\gamma V_A} + 1 - e^{\gamma V_B} - e^{\gamma V_A}}{(1 + e^{\gamma V_B})(1 + e^{\gamma V_A})} \right]$$

$$= I_{mx} \left[\frac{e^{\gamma V_B/2} - e^{-\gamma V_B/2}}{e^{\gamma V_B/2} + e^{-\gamma V_B/2}} \right] \left[\frac{e^{\gamma V_A/2} - e^{-\gamma V_A/2}}{e^{\gamma V_A/2} + e^{-\gamma V_A/2}} \right]$$

$$= I_{mx} \tanh\left(\frac{\gamma V_B}{2}\right) \tanh\left(\frac{\gamma V_A}{2}\right)$$

Entonces, en base a la expansión de la serie tanhx:

$$\tanh x = x - (x^3/3) - (2x^5/17) - \dots$$

Para pequeños valores de V_A y V_B retenemos unicamente el primer término de la serie el cual permite que la ecuación(11) pueda ser aproximada como:

$$(12) I_{4A} - I_{4B} \approx I_{mx} \frac{\gamma^2}{4} V_A V_B \quad (2-26)$$

Por tanto, la diferencia entre estas dos corrientes I_4 es directamente proporcional al producto de los voltajes V_A y V_B (Modulación). Esta última ec. puede generalizarse así:

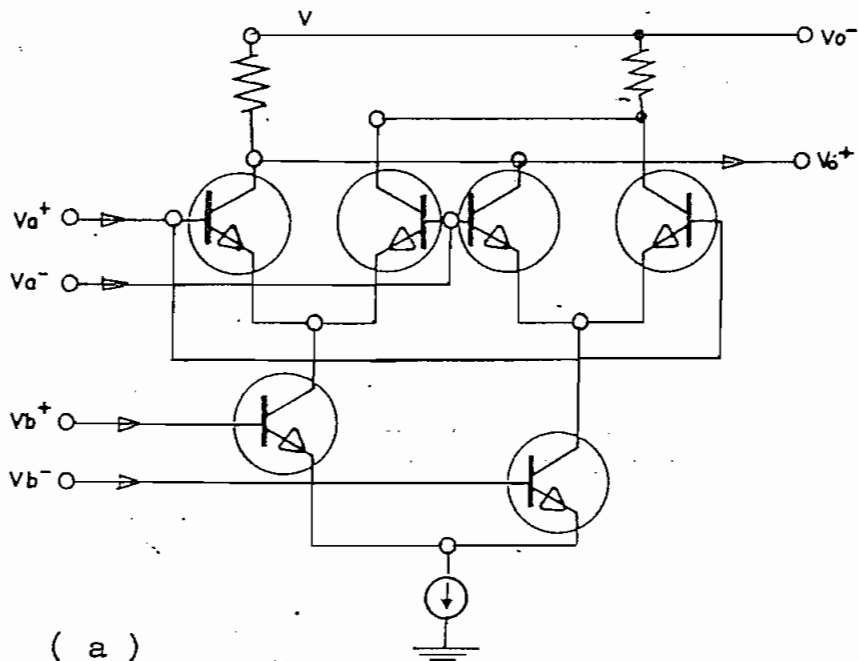
$$I_d = K V_A V_B \quad (2-27)$$

APLICACIONES:

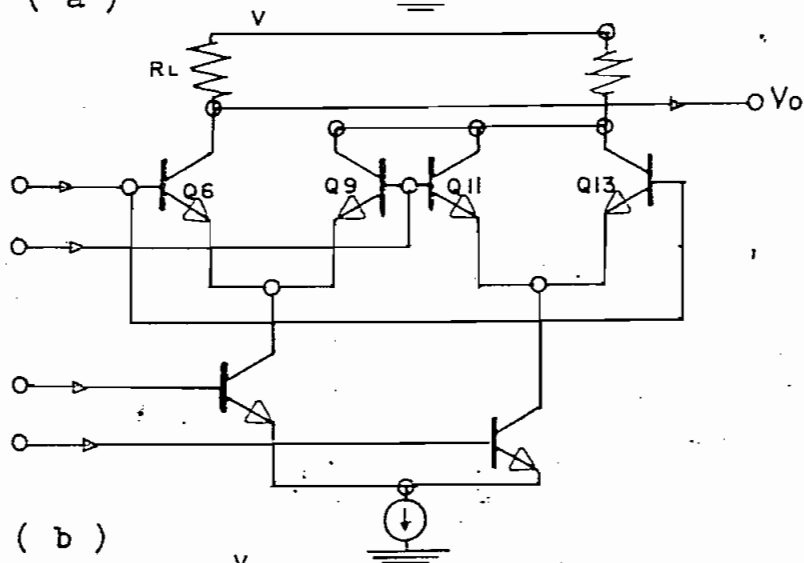
En base a la fig. 2.5, es posible obtener por ligeras variaciones en su topología distintos efectos. Estas variaciones las podemos observar en la fig. 2.6.

La fig. 2.6a indica las conexiones a fin de obtener una etapa moduladora de "AM con Portadora Suprimida", en V_a se introduce la señal de portadora y en V_b la señal de audio. Idéntica configuración sirve para obtener una modulación "AM con Gran Portadora" al establecer una diferencia de potencial DC entre las entradas V_b además de introducir en ellas la señal de audio. Las señales moduladas así obtenidas poseen doble polaridad.

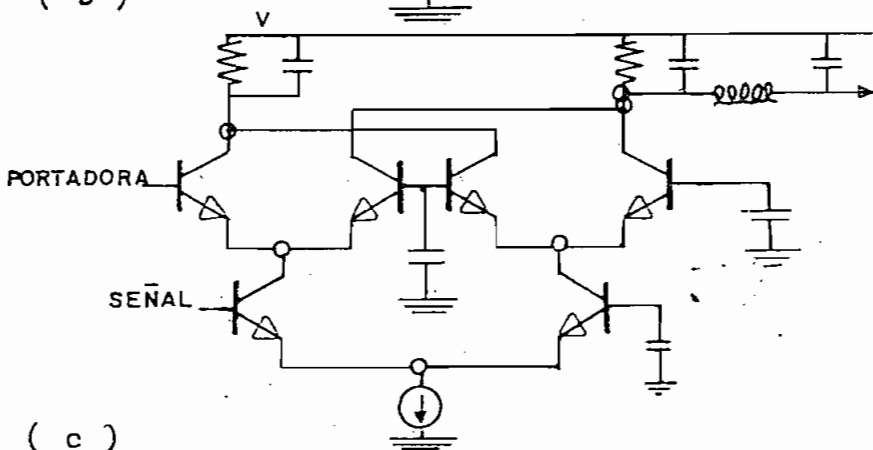
La fig. 2.6b indica las conexiones a fin de obtener una etapa moduladora de "AM con Gran Portadora con una sola polaridad". Esto se puede deducir de un análisis breve de los estados de conducción de los transistores en cierto momento. Prescindimos de esta explicación.



(a)



(b)



(c)

Fig. 2.6 : Variaciones de topología en el multiplicador analógico.

La fig. 2.6c, indica las conexiones a fin de obtener un demodulador de " AM con Portadora Suprimida ". Puesto que se trata de un tipo de demodulación sincrónica la señal de portadora debe ser idéntica a la señal modulada tanto en frecuencia como en fase. De esta manera forzamos al circuito a restar las señales de radiofrecuencia recuperando la señal de audio.

2.3. EL MODULADOR POR ANCHO DE PULSOS.

La modulación por ancho de pulsos ocurre cuando una onda cuadrada como señal de portadora varía el ancho de su pulso en una correspondencia lineal con la señal de información que lleva.

Un circuito que efectúa esta modulación es el de la fig. 2.7 el cual está conformado básicamente por las siguientes partes:

Un amplificador diferencial con una fuente de corriente constituido por los transistores Q1 - Q2 y Q5.

Un espejo de corriente conformado por Q3 - Q4.

Y, un amplificador de gran ganancia constituido por el par complementario Q6 - Q7. Este amplificador es capaz de entrar en saturación con variaciones de voltaje de -

voltaje de pocos milivoltios según se deduce de la característica estática de este amplificador en la fig. 2.8.

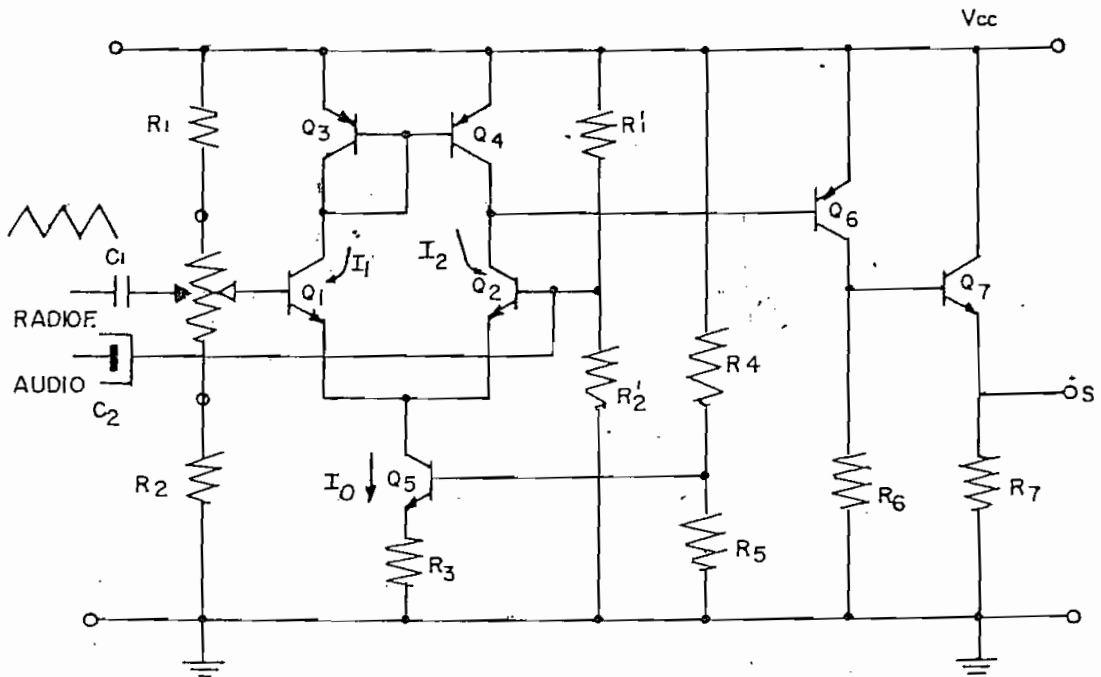


Fig. 2.7 : Esquema del Modulador por Ancho de Pulso.

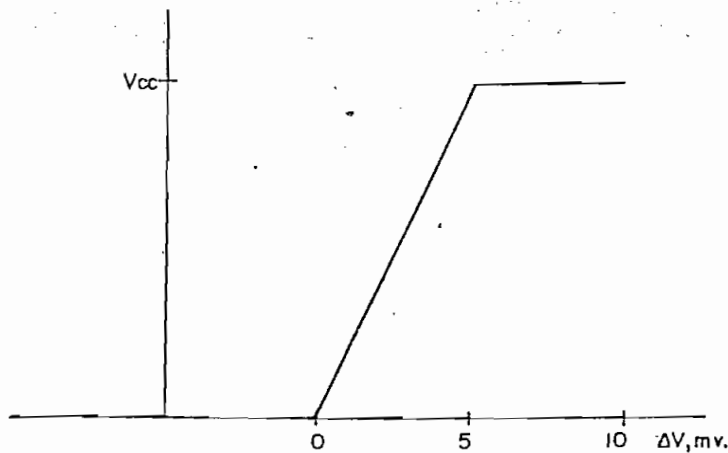


Fig. 2.8 : Función de transferencia de la etapa amplificadora de este modulador.

Consideramos de importancia dar una breve explicación, sobre los Espejos de Corriente⁺, ello en base a la fig. 2.9, en la cual se considera que los dos transistores son idénticos y las corrientes de base unitarias.

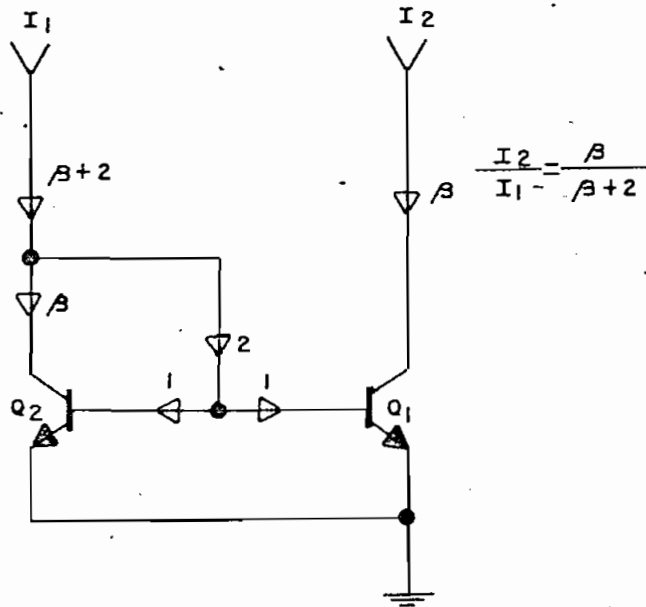


Fig. 2.9 : Un espejo de corriente elemental.

Basicamente en su forma elemental se trata de un transistor Q1 conectado a un segundo transistor Q2 como diodo.

Este transistor conectado como diodo no está en la región de saturación, está en la región activa. Por tanto puede considerarse como un transistor con 100% de realimentación.

Wittlinger H.A./ Applications of the CA3080 and CA3080A High Performance Operational Transconductance Amplifiers. RCA Solid State Division. 1.971

Entonces, la corriente de base todavía controla la corriente de colector como en un transistor usual:

$$I_c = \beta I_b \quad (2-28)$$

Si una corriente I_1 se aplica (inyecta) en ~~Q1~~ el voltaje base - emisor subirá hasta que se consiga el equilibrio y la corriente total que se ha aplicado se divide en las regiones del colector y la base, entonces un voltaje base - emisor se establece en Q2 de manera que éste absorbe la corriente aplicada I_1 .

Al estar conectada la base de Q1 a la union base colector de Q2, Q1 también será capaz de absorber una corriente I_2 aproximadamente igual a la que fluye en el comando de colector del transistor conectado como diodo Q2.

La pequeña diferencia que existe entre I_1 y la corriente de colector I_2 , se debe al hecho de que las corrientes de ambos transistores vienen aplicadas desde I_1 . La relación de asimilación entre las corrientes I_2 a la de entrada I_1 es:

$$I_2 / I_1 = \beta / \beta + 2 \approx 1 \quad (2-29)$$

En base a estas ideas es posible explicar el comportamiento de esta etapa: Si en la entrada C_1 en la fig. 2.7 introducimos una señal de radiofrecuencia de pulsos -

triangulares y en la entrada C_2 una señal de audiofrecuencia:

$$I_0 = \text{constante} = I_1 + I_2 \quad (2-30)$$

es decir, a un incremento de I_1 habrá un decremento de I_2 . Estas corrientes afectan las corrientes de colector de $Q1$ y $Q2$, las cuales a su vez comandan el comportamiento del espejo de corriente. Ello hace que aparezca un voltaje en la base de $Q6$ que dependa de la variación relativa de la corriente de radiofrecuencia respecto a la de audio.

Esta señal sufre una inversión en los transistores $Q6 - Q7$ los cuales entran fácilmente en corte y saturación produciendo la modulación por ancho de pulsos según se puede apreciar en la fig. 2.10.

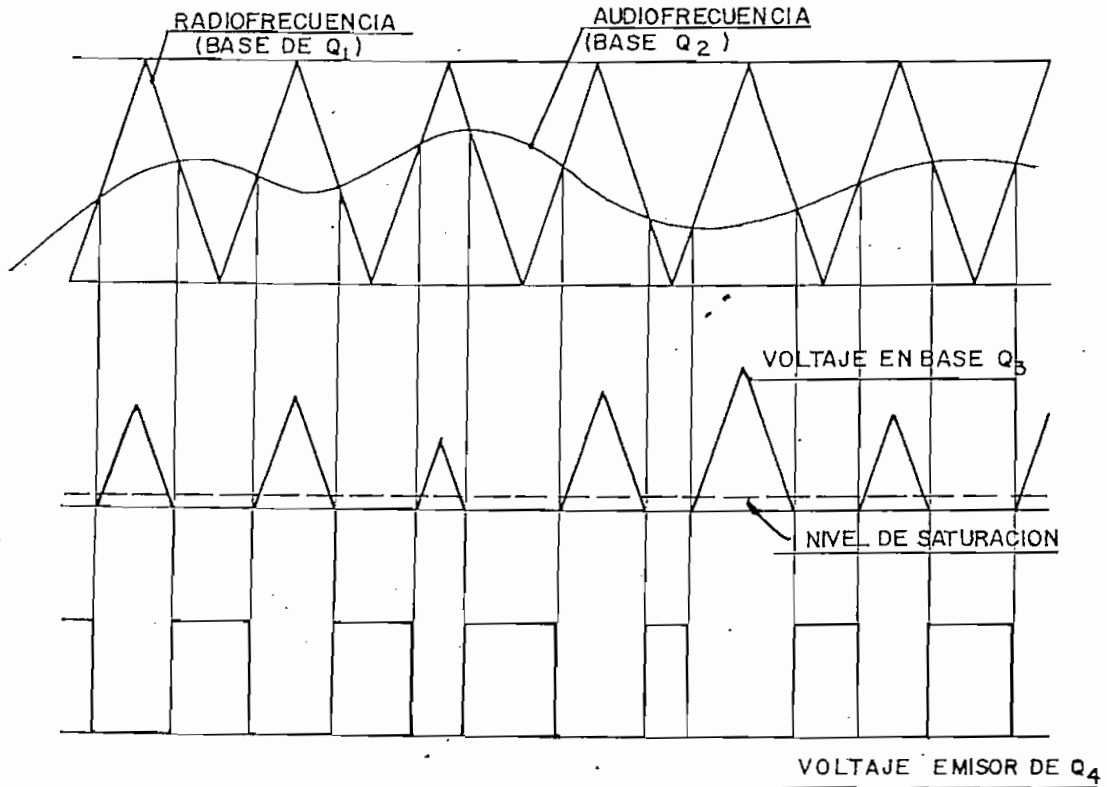


Fig. 2.10 : Comportamiento de la etapa para modulación por Ancho de pulsos (WPM)

2.4. EL MULTIVIBRADOR MONOESTABLE.⁺

El multivibrador monoestable o de un disparo tiene un solo estado estable. Es un punto intermedio entre los multivibradores biestables y los aestables.

⁺ Transistores, Circuitos Diseño / Texas Instruments Incorporated. Cap. 23 : Circuitos Digitales. México. 1:969.

este circuito se lo emplea con el fin de obtener una modulación por posición de pulsos en base a la señal modulada por ancho de pulsos. Para ello, el pulso obtenido en este multivibrador es bastante delgado ($1 \mu s$) en relación al período de la señal portadora ($10 \mu s$).

Considérese el circuito de la fig. 2-11:

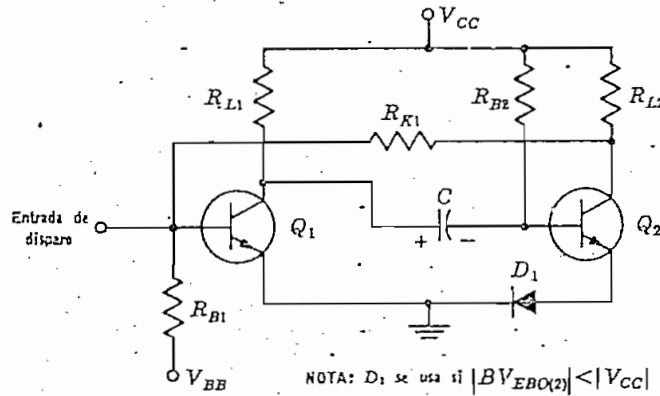


Fig. 2-11: Multivibrador básico monoestable

Q2 se mantiene abierto por la corriente de la base a través de R_{B2} . Q1 se mantiene cerrado mediante R_{K1} , R_{B1} y $-V_{BB}$.

La acción de disparo en esta etapa se realiza en la base de Q1, entonces, el circuito sale de su estado estable permaneciendo de esta manera por un intervalo de tiempo Δt :

$$\Delta t = R_{B2} C_2 \ln 2 \quad (2-31)$$

Q2 se mantiene cerrado como en un multivibrador a estable y Q1 abierto como en un multivibrador biestable. Después de haberse cargado C en tal forma que Q2 comienza a abrirse, Q1 se cierra y se completa el ciclo.

Los parámetros restantes del circuito se ajustan a condiciones de polarización.

2.5. DEMODULADOR DE AM CON GRAN PORTADORA.⁺

La manera más simple de recuperar la información de una señal modulada en amplitud con gran portadora, es por medio de un Detector de Envolvente.

El detector de envolvente está conformado básicamente por un elemento no lineal (diodo) que permite una sola polaridad en la señal modulada y, un filtro pasabajos RC que elimina la señal de radiofrecuencia, recuperando la señal de audio.

Existe un compromiso en la elección de la constante $\tau = RC$ en este demodulador pues valores muy pequeños de τ impedirán recuperar la envolvente y, al contrario, valores muy altos impedirán seguir las variaciones de la señal de audiofrecuencia; es decir:

+ ITT: Reference Data for Radio Engineers. Fifth Edition.

Capítulo 13 : Rectifiers and Filters. Kansas 1.973

$$T_{rf} \ll 2\pi\tau \ll T_{af, \min} \quad (2-32)$$

Donde:

- T_{rf} = Período de la señal de radiofrecuencia.
- $T_{af, \min}$ = Período mínimo de la señal de audiofrecuencia.

Un circuito que cumple con este propósito es el mostrado en la fig. 2.12 y se basa en el principio de carga de un condensador C2 conectado en paralelo a una fuente de señal modulada en AM/GC el cual suma los voltajes que aparecen a sus extremos para obtener voltajes directos a un nivel de referencia mayor que el voltaje pico de la señal modulada, esto debido a la presencia de los diodos CR1,2.

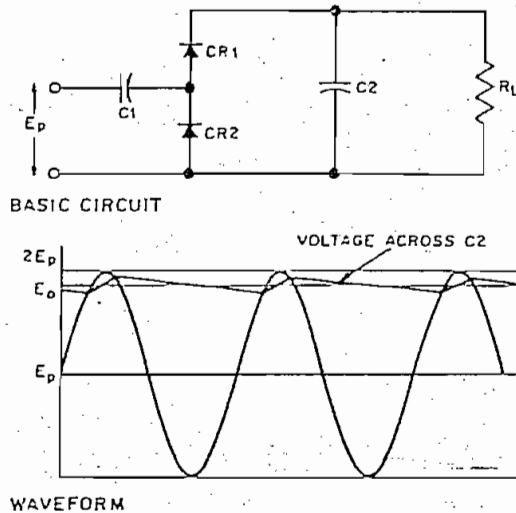


Fig. 2 - Cascade voltage doubler.

Fig. 2-12

El circuito es conocido como un doblador de voltaje (DC) y resulta bastante adecuado para nuestro propó-

sito.

Requerimientos:

- El condensador C_1 debe presentar una impedancia bastante baja para la señal de radiofrecuencia.

- La constante de tiempo $\tau = C_2 R_L$, debe elegirse adecuadamente según se indicó al inicio de esta sección.

2.6. DEMODULADORES DE FM.⁺

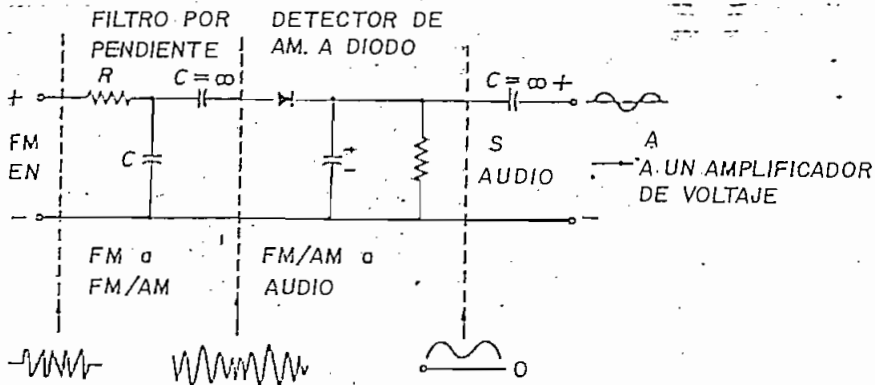
Los circuitos para demodulación de FM de uso más extendido, se basan en la idea de una conversión intermedia de FM a AM/FM, para luego demodular esta señal por medio de un detector de envolvente tratado en la sección anterior.

En general podemos hablar de dos grupos de circuitos utilizados para la demodulación de FM. Uno es el grupo de demoduladores en base a la variación lineal de la pendiente de la respuesta de frecuencia en un circuito. El otro grupo se basa en la idea de corrimiento de fase de una señal modulada en frecuencia.

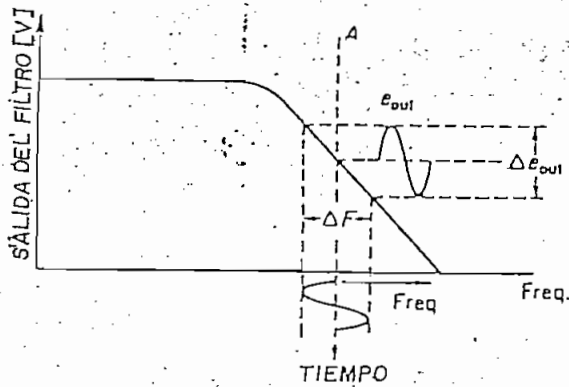
⁺ Cook A. B. - Liff A. A.: Frequency Modulation Receivers
Cap. 9 : FM Detectors (Slope Types). Cap. 10: Phase Shift
Type Detectors. Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs, N.J.

A continuación presentamos tres tipos de demoduladores pertenecientes al primer grupo.

En el primer circuito presentado, la sensibilidad a las variaciones de frecuencia es bastante baja, resultando ser poco útil en la mayoría de las aplicaciones.



CIRCUITO Y FORMAS DE ONDA PERTINENTES



(b)

RESPUESTA DEL FILTRO. SENSIBILIDAD EN CON $\frac{\Delta e_{out}}{\Delta F}$

Fig. 2.13 : Demodulador de FM tipo RC.

En el segundo diagrama en la fig. 2.14 se utiliza un circuito sintonizado para convertir FM en AM/FM. Este tipo de demodulador presenta ventajas en cuanto a sensibilidad respecto al anterior, sin embargo su rango de variación

lineal se halla restringido a pequeñas desviaciones de frecuencia.

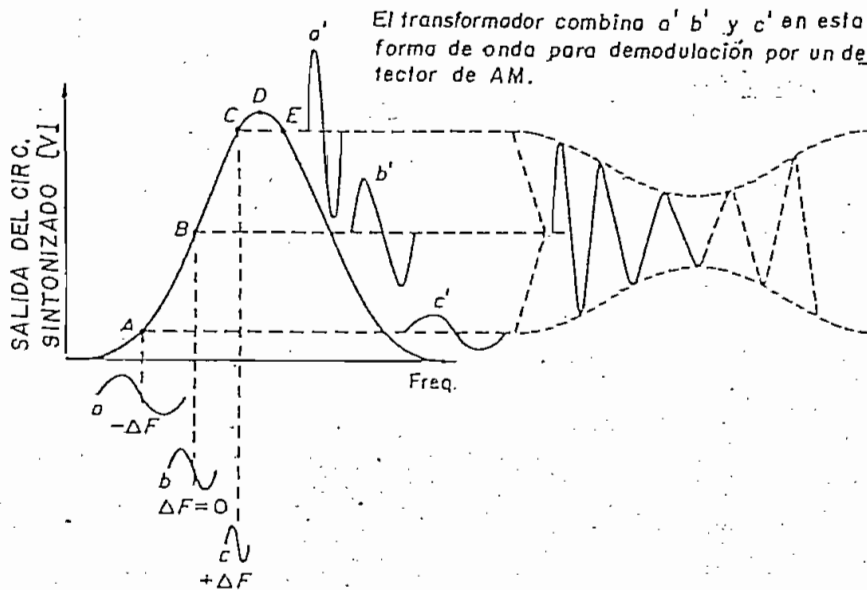
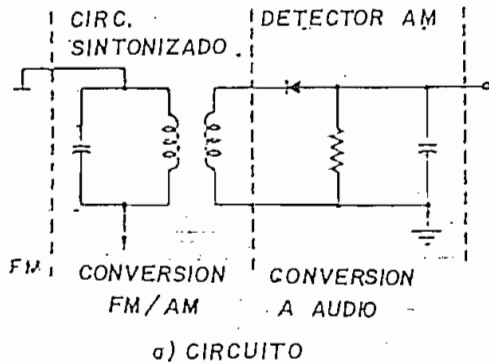
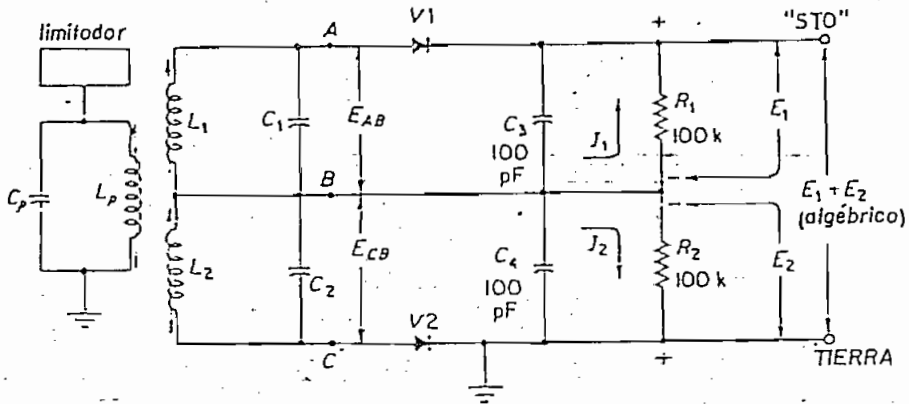


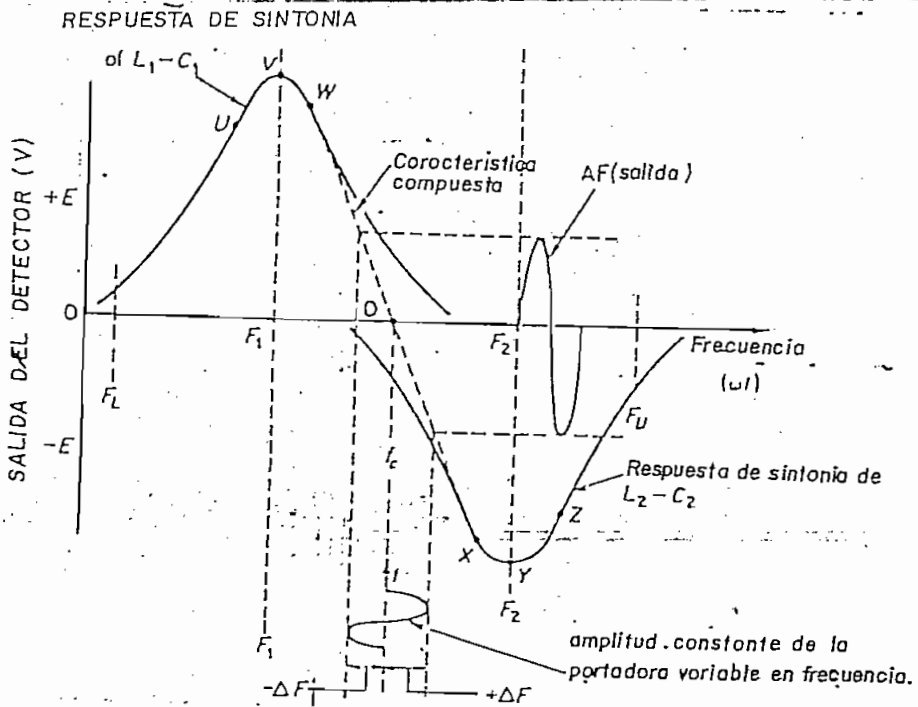
Fig. 2.14 : Un demodulador de FM con un tanque sintonizado.

El circuito de la fig. 2.15 es un demodulador tipo Travis; en él se han implementado dos tanques sintonizados a frecuencias ligeramente exteriores a las obtenidas en el modulador debidas a su máxima desviación de frecuencia. Estos dos circuitos sintonizados actúan de una manera similar a un arreglo PUSH-PULL con transistores; ello permite una mayor desviación en frecuencia que los dos anteriores. De todas maneras el Demodulador tipo Travis, se lo utiliza

para recuperar señales moduladas en FM banda estrecha. La fig. 2.15b sugiere la respuesta en frecuencia de los tanques sintonizados.



(a) Un demodulador tipo Travis.



(b) Su respuesta de sintonía

Fig. 2.15 : El demodulador tipo Travis.

El circuito más representativo de los pertenecientes al segundo grupo (demoduladores por corrimiento de fase), es el demodulador Foster-Seeley de la siguiente figura.

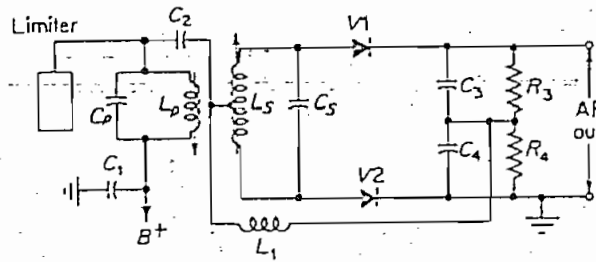


Fig. 2.16 : El Demodulador tipo Foster - Seeley.

Este circuito se lo emplea para recuperar la información desde una señal modulada en FM con una gran desviación en frecuencia.

Debido a que nuestro propósito es recuperar la información de una señal modulada en FM banda estrecha , no resulta conveniente para nuestro equipo, un demodulador tipo Foster-Seeley. Existe además otra razón: la frecuencia de portadora en nuestro sistema es muy baja (500 KHz) en relación a la frecuencia intermedia de FM en sistemas comerciales (10.7 Mhz); por tanto los parámetros del demodulador Foster-Seeley resultan ser totalmente inadecuados. Excluimos pues la posibilidad de demodular la señal de FM en nuestro sistema por el criterio de corrimiento de fase.

Preferimos utilizar el demodulador tipo Travis por las consideraciones hechas anteriormente al referirnos a dicho circuito.

En la siguiente figura podemos observar la curva de respuesta de frecuencia de los dos tanques sintonizados en el demodulador tipo Travis.

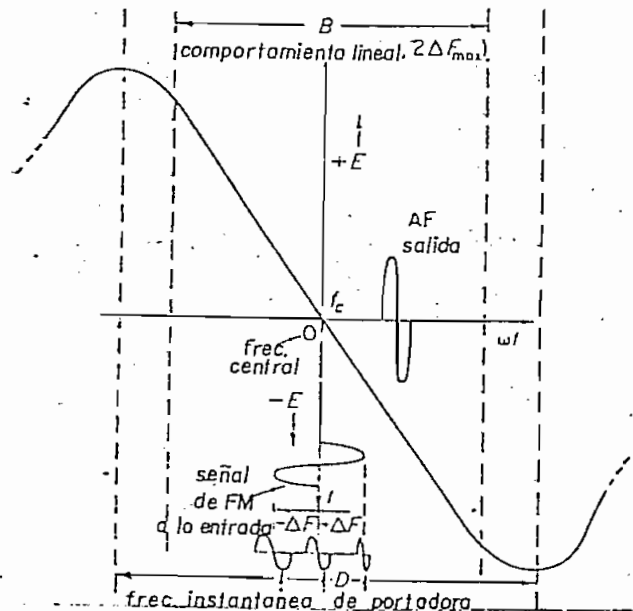


Fig. 2.17 : Conversión de FM a AM/FM en los tanques sintonizados en el demodulador tipo Travis.

2.7. FILTROS ACTIVOS PASABANDA Y PASABAJOS.

El objetivo de esta sección es exponer los criterios para el diseño de dos filtros activos de segundo orden : un filtro pasabanda en el rango de 100 KHz. y uno pasabanda en el rango de audiofrecuencia.

FILTROS: Un filtro eléctrico es un circuito que trata a una señal de entrada de alguna manera específica para obtener una señal deseada de salida. En la mayoría de los casos los filtros son: selectivos en frecuencia, filtros de corriente de fase o de retardo en el tiempo.

FILTRO PASIVO: Es aquel cuyas componentes son resistencias, inductancias y capacitores. Ellos son bastante útiles para la operación en rangos altos de frecuencia. Sin embargo para frecuencias relativamente bajas (1 Hz. a 0.5 MHz) las inductancias son indeseables debido al tamaño y comportamiento bastante alejado del ideal. Además, las inductancias a diferencia de las resistencias y capacitores no se adaptan fácilmente a las técnicas de circuitos integrados las cuales han adquirido extrema importancia en los años recientes.

FILTRO ACTIVO: Se construye con resistencias y condensadores además de uno o varios elementos activos; tales como transistores, fuentes controladas, etc. Los filtros activos son extremadamente útiles para operación a bajas frecuen -

cias donde son prefericos en relación a los filtros pasivos. De todas maneras el elemento activo más utilizado en el diseño de filtros activos es el Amplificador Operacional.

Existen dos tendencias en el diseño de filtros activos⁺; ellas son las de realización directa en la cual el filtro se sintetiza en base a la función de transferencia como un circuito con una entrada y una salida; otra tendencia es la de realización por cascada en la cual un filtro se sintetiza en base al acoplamiento adecuado de varios filtros simples con funciones de transferencia de primero o segundo orden.

Las técnicas básicas de diseño son:

- 1.- Método de la inductancia simulada.
- 2.- Método de frecuencia dependiente de resistencia negativa.
- 3.- Amplificadores usando la respuesta de frecuencia en forma canónica.
- 4.- Realización por medio de impedancia generalizada tipo árbol.

Las razones básicas para desarrollar filtros activos en base a circuitos integrados son: reducción de tama

+ Sanjit K. Mitra : Active Inductorless Filters. IEE Press Inc. Nueva York 1.971

ño, peso y consumo de potencia y un incremento de confiabilidad del sistema en relación a la versión con elementos discretos. Otro factor es el costo relativamente bajo unido al pequeño tamaño de los circuitos integrados en relación aún al tamaño de los componentes pasivos compactos.

Debido a los requerimientos de este proyecto, consideramos suficiente el uso de filtros de segundo orden. Omitimos los criterios de aproximación sucesiva al caso ideal en la respuesta de un filtro según los criterios de Butterworth y Chevishev por hallarse fuera del propósito de esta sección. Nos concretamos a expresar la función de transferencia del filtro de segundo orden y la expresión de los parámetros que intervienen en el circuito. La obtención de los coeficientes óptimos según Butterworth para los polinomios en la función de transferencia, se los puede obtener en la literatura concerniente a fin de realizar los cálculos.

2.7.1 FILTRO ACTIVO PASABAJOS.⁺

Un filtro pasabajos es un filtro selectivo en frecuencia que permite pasar frecuencias bajas y bloquea las altas. La banda que pasa a través del filtro es la pasabanda, tal que $0 < w < w_c$ y el resto de frecuencias $w > w_c$, constituye la banda eliminada por el filtro. Donde

+ ITT: Reference Data for Radio Engineers: Sixth Edition.
Cap. 10 : Active Filter Design. Howard W. Sam S&Co. Inc.

$$\omega_c = 2\pi f_c, \quad f_c = \text{frecuencia de corte (Hz.)}.$$

El propósito de este filtro es recuperar la información de una señal modulada en ancho de pulsos.

La función de transferencia más simple que se aproxima a la característica ideal de un filtro pasabajos es el cociente entre una constante y un polinomio. Se la llama una función de polos únicamente, puesto que todos sus polos son finitos y sus ceros tienden a infinito.

Una función de segundo orden con polos únicamente que se aproxima a la de un filtro pasabajos con frecuencia de corte ω_c , está dada por la función de transferencia:

$$V_2 / V_1 = K\omega_c^2 / (s^2 + a\omega_c s + b\omega_c^2) \quad (2-33)$$

Donde:

- K = ganancia del filtro
- a, b = Coeficientes determinados según los criterios de aproximación de Butterworth o Chevishev.

Partiendo de criterios diferentes se han diseñado dos filtros que cumplen con la función de transferencia arriba indicada; ellos son los filtros por realimentación múltiple (Multifeedback Network MFB) y el de fuentes controladas por voltaje (Voltage Controlled Voltage Source

Network VCVS). Por razones de estabilidad y menor número de elementos, hemos escogido el filtro MFB tipo Butterworth presentado en la fig. 2.18:

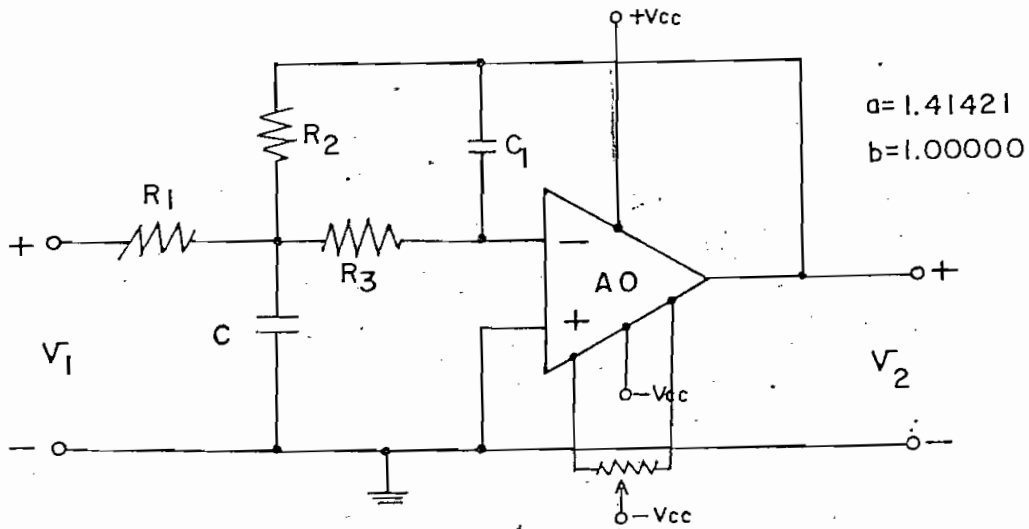


Fig. 2.18 : Un filtro MFB pasabajos de Segundo Orden.

Este filtro activo es uno de los más simples de segundo orden; posee una ganancia invertida $-K$, tal que $-K > 0$; siempre y cuando sus parámetros cumplan las siguientes condiciones:

$$R_2 = \frac{Kbw_c^2}{w_c \left\{ aC + \left[a^2C^2 - 4bCC_1(K+1) \right]^{1/2} \right\}} \quad (2-34)$$

$$R_1 = R_2 / K \quad (2-35)$$

$$R_3 = 1 / bCC_1w_c^2R_2 \quad (2-36)$$

Por tanto, para valores dados de K , a , b , y w_c es posible elegir C y C_1 (tal que C_1 sea lo suficientemen-

te pequeño como para hacer real el denominador de R_2) - para luego determinar los valores de las resistencias.

El filtro MFB es uno de los filtros con ganancia invertida más comúnmente utilizado debido a su número mínimo de elementos. Otras ventajas son su baja impedancia de salida que lo hace conveniente para acoplamiento en cascada con otras etapas y sus características bastante estables.

2.7.2. EL FILTRO ACTIVO PASABANDA.⁺

Un filtro pasabanda permite el paso de una sola banda de frecuencia, $w_1 < w < w_2$, y dos bandas suprimidas $0 < w < w_1$ y $w > w_2$, donde las frecuencias $w_{1,2}$ son las frecuencias de corte. La frecuencia w_0 , alrededor de la cual el filtro está aproximadamente centrado es la frecuencia central y el ancho de banda B está definido por $B = w_2 - w_1$. El factor de calidad Q está definido por $Q = w_0 / B$, de manera que un valor alto de Q implica un pequeño ancho de banda y viceversa.

La función de transferencia de un filtro pasabanda de segundo orden es:

+ La referencia es idéntica a la anterior.

(2-37)

$$V_2 / V_1 = \frac{KBs}{s^2 + Bs + w_0^2} = \frac{(Kw_0 / Q)s}{s^2 + (w_0 / Q)s + w_0^2}$$

con frecuencia central $w_0 = (w_1 w_2)^{1/2}$, factor de calidad $Q = w_0 / B$. Donde B es el ancho de banda y K la ganancia.

Nuevamente, por idénticas razones que en el filtro pasabajos, hemos elegido un filtro tipo MFB que cumple con la función de transferencia arriba indicada y corresponde al diagrama de la fig. 2.19.

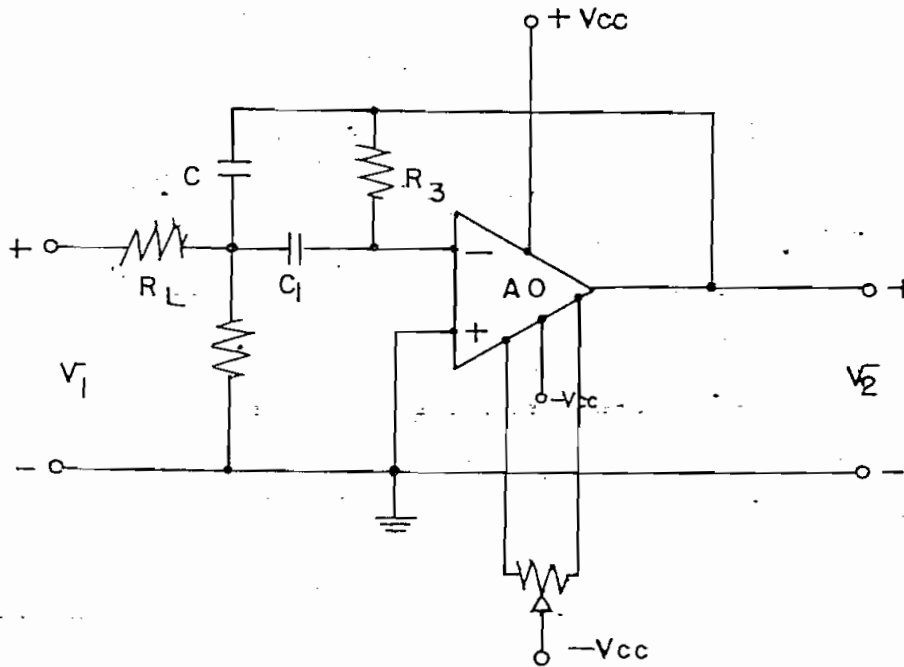


Fig. 2.19 : Un filtro MFB pasabanda de Segundo Orden.

Para valores adecuados de w_0 , Q y K , las resistencias vienen dadas por:

$$R_1 = Q / Cw_0K \quad (2-38)$$

$$R_2 = Q / w_0 \left[C(Q^2 - K) + C_1 Q^2 \right] \quad (2-39)$$

$$R_3 = (Q / w_0) \left((1 / C) + (1 / C_1) \right) \quad (2-40)$$

Los condensadores C y C_1 , pueden escogerse arbitrariamente debiendo cumplir con la única condición de que R_2 sea positiva. El filtro proporciona una ganancia invertida $-K$, tal que $K > 0$.

El filtro pasabanda MFB, tiene un número mínimo de elementos, siendo posible obtener valores de Q en el orden de 10 para ganancias moderadas.

El propósito que cumple en esta tesis es intercalarlo entre el multivibrador a estable controlado por voltaje y el multiplicador analógico a fin de obtener señales moduladas en amplitud con una portadora sinusoidal.

2.8. EL RESTADOR ANALOGICO.

Es otro circuito en el que se emplea un amplificador operacional. Su propósito es obtener una señal de

radiofrecuencia (100 Khz.) de forma triangular, en base a la diferencia de las señales de voltaje obtenidas en el multivibrador aestable entre los emisores $Q_{1,2}$ (Ver fig. 2.1). Esta señal triangular sirve tanto para la modulación por ancho de pulsos como por posición de pulsos. El circuito que cumple esta función está representado en la fig: 2.20.

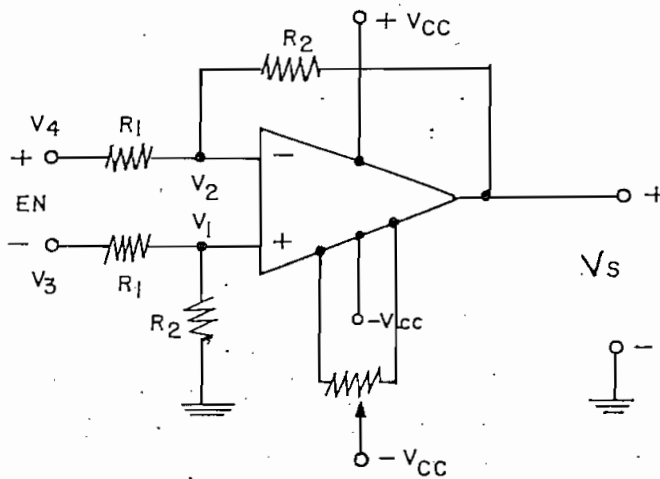


Fig. 2.20 : El Restador Analógico.

La función de salida V_s está relacionada con las señales de entrada $V_{3,4}$ por la expresión:

$$V_s = (R_2 / R_1) (V_4 - V_3) \quad (2-41)$$

2.9 DEMODULADOR DE PPM.

Para recuperar la información de una señal modulada por Posición de Pulsos, recurrimos al multiplicador analógico (etapa demoduladora). El proceso por medio del cual recuperamos esta señal, es por tanto una demodulación sincrónica.

Las razones por las cuales recurrimos a este tipo de demodulación, las podemos sintetizar en las siguientes ideas: que las exponemos tomando como referencia el apéndice incluido al final de esta tesis:

- La modulación por Posición de pulsos es esencialmente idéntica a la modulación por Ancho de pulsos, diferenciando en que el borde variable del pulso de portadora está sustituido por un pulso muy angosto (Apéndice pág. 13). Los espectros de ambos tipos de modulación difieren en que para la modulación por Ancho de Pulsos aparece un impulso a la frecuencia central de portadora, cosa que no ocurre en PPM, siendo esta la razón por la cual es imposible recuperar la información por medio de un filtro pasabajos, a diferencia de WPM (Apéndice pág 18).

- En realidad la modulación por Posición de Pulsos es un tipo de modulación en Fase (Apéndice pág. 18) y, para nuestro caso se trata de un tipo de modulación en banda estre -

cha (el índice de modulación $\beta \ll 1$).

Si bien es cierto, la señal de portadora empleada en este tipo de modulación es un pulso angosto, por facilidad en esta aclaración consideremos unicamente su primera armónica (onda sinusoidal) la cual tambien estará modulada en Fase.

- Una onda sinusoidal modulada en fase en banda estrecha, puede ser descrita por medio de una expresión matemática bastante simple (Apéndice pág. 6); la cual es esencialmente igual a la expresión que describe una modulación en Amplitud con Portadora Suprimida (Apéndice pág. 2). Por esta razón se justifica una demodulación sincrónica para PPM en banda estrecha.

Cabe además indicar que una señal modulada en AM/GC puede recuperarse con la ayuda de un filtro pasabajos por poseer en su espectro un impulso a la frecuencia de portadora, existiendo en este sentido una similitud con WPM.

Por último, en caso de tener una señal modulada en PPM en banda ancha, hubiera sido posible recuperarla por un demodulador tipo Foster-Seeley que trabaja por el criterio de corrimiento de fase y ha sido citado en la sección 2.6.

CAPITULO TERCERO.

DISEÑO Y CONSTRUCCION.

El presente capítulo consta de una breve explicación sobre las consideraciones que más destacaron en la construcción de cada etapa así como de las fotografías - de sus señales. Al final del capítulo se incluyen dos tablas y el diagrama final de este trabajo⁺. La fig. 3.1 - es una fotografía del panel en que se instalaron todas - las etapas.

El orden que seguimos al abordar las etapas, es idéntico al que se llevó en el capítulo anterior.

La Tabla I es una lista de las etapas que conforman este equipo, en la cual se asigna un número a cada etapa. La Tabla II es una secuencia de las etapas a fin de obtener un proceso de Modulación - Demodulación particular.

⁺ Sugerimos tener a mano este diagrama para el estudio - del capítulo.

Debido a la gran utilidad en el diseño, se incluyen dos notas sobre el transistor en su comportamiento - como amplificador elemental y como conmutador.

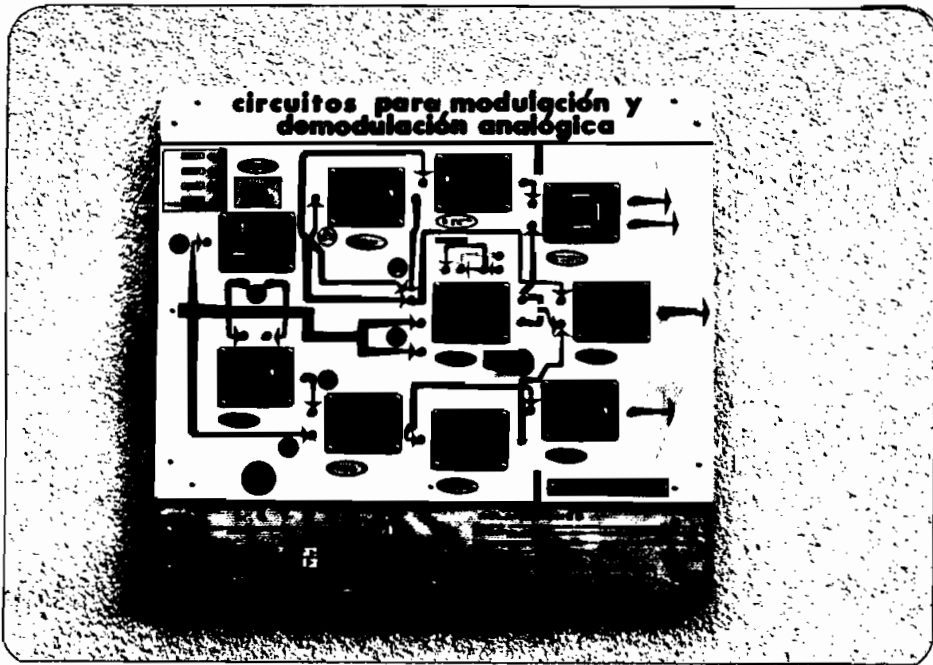


Fig. 3.1 : Fotografía del equipo. (Dimensión 72 cm x 68 cm

3.1. CONSIDERACIONES GENERALES.

- DEL PANEL.

Debido al objetivo de este proyecto, es descubier to, todas sus partes son visibles y accesibles. Las eta- pas son independientes e interconectables y cada una pue

de tener varias entradas y/o salidas pudiendo haber posibles cambios en su topología a fin de obtener una respuesta distinta.

- DE LOS ELEMENTOS.

En cuanto a los elementos con que se construyó el proyecto, se emplearon preferentemente elementos discretos. Debido a sus características se eligieron para el diseño transistores NPN 2N3704 y PNP 2N3702 ó a su vez HT101; de silicio. En tres etapas se utilizan amplificadores operacionales SN72307; los diodos utilizados son OA95, de silicio; las resistencias empleadas sirven para disipar hasta $1/4$ ó $1/2$ vatio y tienen una precisión del 5% ó 10% ; los condensadores para baja frecuencia son electrolíticos y en el resto de casos de cerámica o mylar; el proyecto carece prácticamente de inductancias, salvo dos circuitos sintonizados (en el rango de 455 KHz) que son del tipo R-837A.

Refiriéndonos al acoplamiento entre etapas, la hemos realizado por medio de la configuración de seguidor de emisor o por acoplamiento RC.

- EQUIPO AUXILIAR:

A fin de observar los procesos que ocurren en el panel de la fig. 3.1, es necesario contar con el siguiente equipo auxiliar:

- Dos fuentes de voltaje, fijas a 15 voltios DC.
- Un generador de audiofrecuencia.
- Un osciloscopio con una respuesta de frecuencia superior a 1 MHz; aconsejable de doble canal.
- Ocasionalmente, un analizador de espectros.

- SINCRONISMO:

Para una mejor observación de las señales de este equipo en el osciloscopio, se ha incluido una toma de sincronismo a partir del multivibrador estable.

3.2. EL AMPLIFICADOR ELEMENTAL (ECUACIONES)⁺

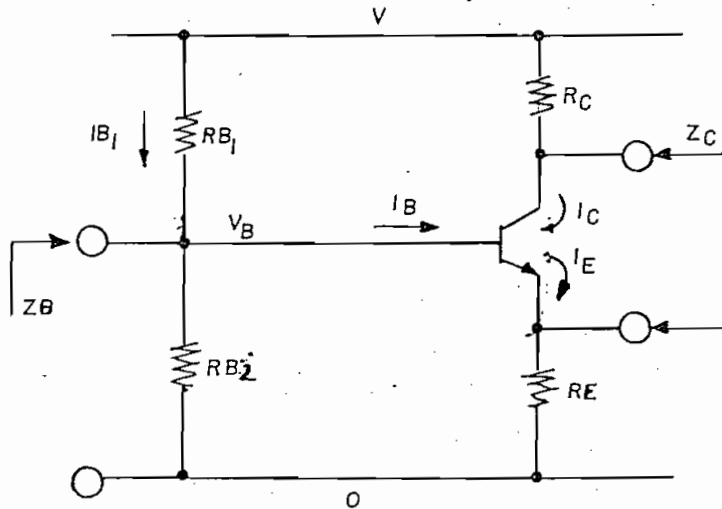


FIG. 3.2 EL AMPLIFICADOR ELEMENTAL

$$R_{B1} = R_{B1} // R_{B2} \quad ; \quad V_{PB} = V \cdot (R_{B2} / (R_{B1} + R_{B2}))$$

$$I_C = \alpha I_E \quad ; \quad I_C = \beta I_B \quad ; \quad V_{BE} \cong 0.6 \text{ volt.}$$

$$\beta = \alpha / (1 - \alpha) \cong 50 \quad ; \quad \alpha = \beta / (1 + \beta) \cong 0.98$$

$$I_E = -I_{00} \exp -q(E_g - V_{BE}) / kT = -I_0 \exp qV_{BE} / kT$$

$$kT / q \cong 1/40 \text{ volt a } 300K \quad ; \quad \text{m\u00e1s exacto } I_C = \alpha I_E + I_{C0}$$

⁺ Hoeneisen Bruce: Notas de clase en Dise\u00f1o Electr\u00f3nico.

$$G_C = \Delta V_C / \Delta V_B = \alpha R_C / (R_E + kT/qI_E) \cong R_C / R_E$$

$$G_E = \Delta V_E / \Delta V_B = 1 / (1 + kT/qI_E) \cong 1$$

$$Z_B = R_B // \beta (R_E + kT/qI_E) \cong R_C / R_E$$

$$Z_C = R_C // R_{colector} \cong R_C$$

$$Z_E = R_E // ((R_B / \beta) + (kT/qI_E)) \cong R_E // (R_B / \beta)$$

El diseño comienza dándose un valor de I_E ;
 $V_E \cong 0.8$ volt ; $I_{BL} \cong 5I_B$.

- Procedimiento de diseño muy simplificado: Se lo efectúa de acuerdo a la fig 3.3 ; de la siguiente manera:

Elegir V_{BB} adecuadamente entre 5 y 15 voltios.

Elegir una corriente apropiada I_E . (Ej, $I_E = 10$ mA)

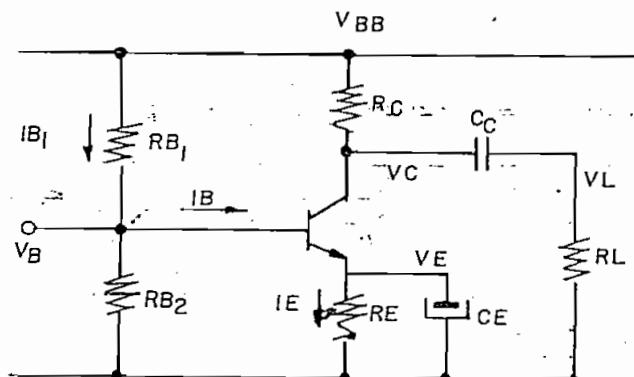


FIG. 3.3 DISEÑO DE UN AMPLIFICADOR MONOETAPA .

Elegir $V_E \cong 0.8 \text{ v}$

$$V_B \cong V_E + 0.6 \text{ v} \quad ; \quad I_B = \alpha I_E / \beta$$

Elegir $I_{R1} \cong 5 I_B$

Calcular R_{B1} y R_{B2} .

Calcular R_C , tal que $V_C \cong (V_{BB} + V_E) / 2$

Calcular impedancias. Si son muy bajas, reducir I_E y aumentar las resistencias en el mismo factor.

En alta frecuencia, la ganancia es :

$$G = \Delta V_L / \Delta V_B \cong (R_C // R_L) (kT / qI_E)$$

La ganancia G disminuye a frecuencias por debajo de:

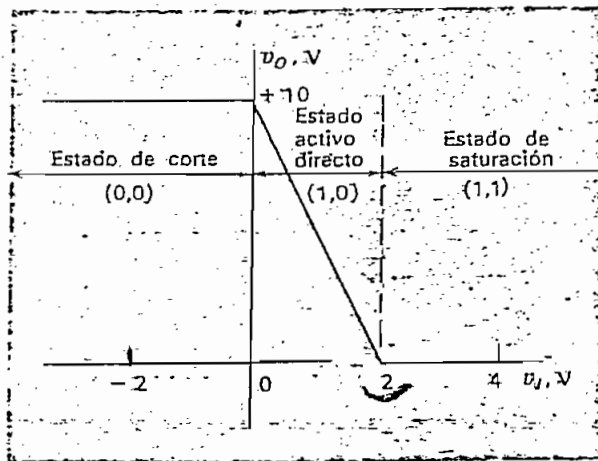
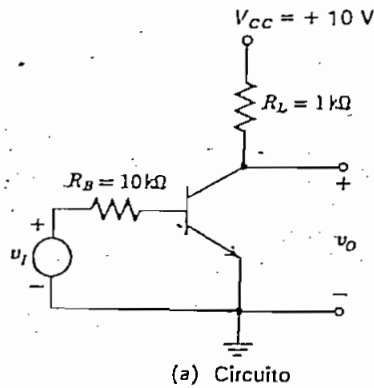
$$\omega_c = 1 / C_c (R_C + R_L) \quad ; \quad \text{o bien de:}$$

$$\omega_c = qI_E / C_E kT$$

Estas ecuaciones determinan C_E y C_C .

3.3. EL TRANSISTOR COMO CONMUTADOR (ECUACIONES)[†]

El circuito de la fig. 3.4a es un inversor de pul^l sos simple y la fig. 3.4.b es su característica estática.



(b) Característica estática de transferencia del circuito inversor de transistor de la fig. 3.4a

Fig. 3.4

[†] Gray - Searle : Cap. 22 : Circuitos Digitales Monoetapa.

Para el estado de corte se tiene:

$$I_C = 0 \quad ; \quad V_O = V_{CC} = 10 \text{ v}$$

En el estado activo directo, hallamos por simple inspección que:

$$V_O = V_{CC} - \beta R_L I_B = V_{CC} - \beta R_L (V_I / R_B) \quad (A)$$

Para el estado de saturación, la tensión y la intensidad de salida son constantes e independientes de la tensión de entrada:

$$V_O = 0 \quad ; \quad I_C = I_{C(\text{sat})} = V_{CC} / R_L = 10 \text{ mA.} \quad (B)$$

La transición entre estados de corte y saturación tiene lugar para V_I , tal que $V_O = 0$ en la ec (A). Así pues en este punto, según las ecs (A) y (B) :

$$I_B = V_{CC} / (\beta R_L) = I_{C(\text{sat})} / \beta$$

Además, en virtud de la ec. (A), suponiendo que $\beta = 50$, $R_B = 10 \text{ K}\Omega$, $R_L = 1 \text{ K}\Omega$.

$$V_I = (V_{CC} R_B) / (\beta R_L) = 2 \text{ volt.}$$

En la fig. 3.3b puede verse la característica estática de transferencia completa, basada en los cálculos anteriores.

3.4. CONSIDERACIONES DE DISEÑO EN LAS ETAPAS.

3.4.1. MULTIVIBRADOR AESTABLE CONTROLADO POR VOLTAJE.

Se lo ha diseñado para trabajar a dos frecuencias (100 KHz y 500 KHz). Para ello se utilizan dos valores de condensador de conmutación y de V_r , los cuales se los puede elegir a partir del interruptor $S1^+$.

La entrada V_r para 500 KHz se ha implementado con un condensador electrolítico, para introducir por su intermedio una señal de audio en este circuito y obtener una modulación en frecuencia.

Una salida para onda cuadrada, se ha implementado con un seguidor de emisor para acoplamiento y, además se han dejado accesibles los puntos a los extremos del condensador de conmutación.

Cabe además indicar que en esta etapa se incluyen dos condensadores en paralelo con la línea de alimentación a fin de impedir que el circuito oscile a frecuencias parásitas mucho más altas. Una fotografía de las señales obtenidas en esta etapa es la fig. 3.5.

+ Ver plano al final del capítulo.

3.4.2. MULTIPLICADORES ANALOGICOS.

- ETAPA MODULADORA.

Hacemos referencia al plano que se encuentra al final de este capítulo.

A fin de que los pares diferenciales conformados por Q_{1-2} y Q_{3-4} estén balanceados, fue necesario introducir potenciómetros de baja resistencia entre sus emisores. Un solo divisor de tensión nos sirvió para la polarización de las bases Q_{1-4} y por medio de P1, es posible igualar el voltaje de las bases en Q_{2-3} al existente en Q_{1-4} .

Se han dejado accesibles los bornes X-X1, Y-Y1 para interconectarlos según se indica en la sección 2.2 y la fig. 2.6.

La modulación tanto con portadora suprimida como con gran portadora puede obtenerse al variar ligeramente el potenciómetro P2, siendo éste el elemento crítico a partir del cual se puede controlar el funcionamiento de esta etapa.

- ETAPA DEMODULADORA.

Esencialmente es idéntica a la anterior. Ligeros cambios son:

- Se utilizaron transistores PNP en lugar de NPN.
- Los condensadores C_1 y C_2 están en el mismo rango y no existe acceso al punto simétrico a C_2 . Ello obedece a la configuración establecida en la fig. 2.6c.

Puesto que la modulación es sincrónica, la señal portadora se la toma del mismo punto que el empleado para modular.

En realidad ambas etapas son moduladores balanceados, de allí las precauciones que se han requerido para su construcción.

La fig. 3.6 es una fotografía de Modulación - Demodulación en AM / SC obtenida en estas dos etapas, la señal de portadora (onda cuadrada) se la obtiene del multivibrador estable.

3.4.3. MODULADOR POR ANCHO DE PULSOS.

Con el fin de modular una señal por ancho de pul

Los se requiere que la onda de radiofrecuencia sea triangular, esta onda se la obtiene del multivibrador a estable por medio de un restador analógico (Ver sección 2.8).

Refiriéndonos al modulador, fué necesario introducir el potenciómetro P1 en la base de Q1 para ajustar su voltaje al existente en la base de Q2. Ello permite una simetría en el pulso de onda cuadrada a la salida.

La fig. 3.7 es una fotografía en la que se puede apreciar una onda sinusoidal como información y la modulación por ancho de pulsos.

3.4.4. MODULADOR POR POSICION DE PULSOS.

Es un multivibrador monoestable, el cual tiene un pulso del orden de $1/10$ del período de la señal modulada por ancho de pulsos, a partir de la cual se dispara. La fig. 3.8 ilustra esta idea.

En la fig. 3.9 podemos apreciar tanto una modulación por posición de pulsos como la señal de información.

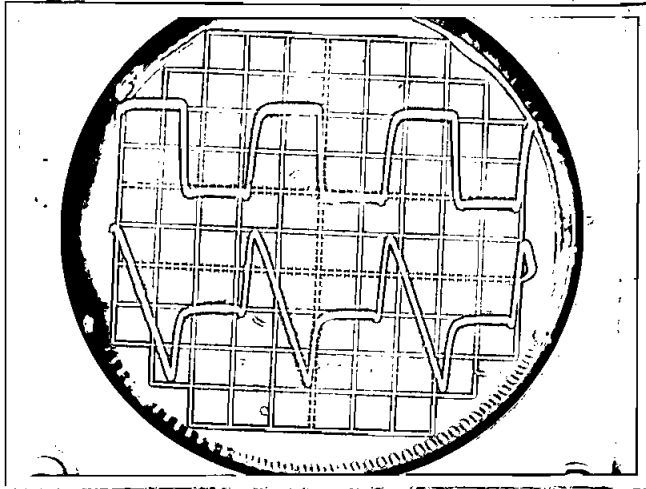


Fig. 3.5 :

Superior:
 $f = 100 \text{ KHz.}$
Salida D.C. = 8v.
 $V_{pp} = 1.4\text{v.}$
 $f = 500 \text{ KHz.}$
Salida D.C. = 8v.
 $V_{pp} = 1.2\text{v.}$

Inferior:
 $f = 100 \text{ KHz.}$
Salida D.C. = 9v.



Fig. 3.6 :

Superior:
Salida D.C. = 7.6v.
 $H = 15 \text{ us / div}$
 $V = 1 \text{ v / div}$

Inferior:
Audio = 22.2 KHz.
 $V = 1 \text{ v / div.}$

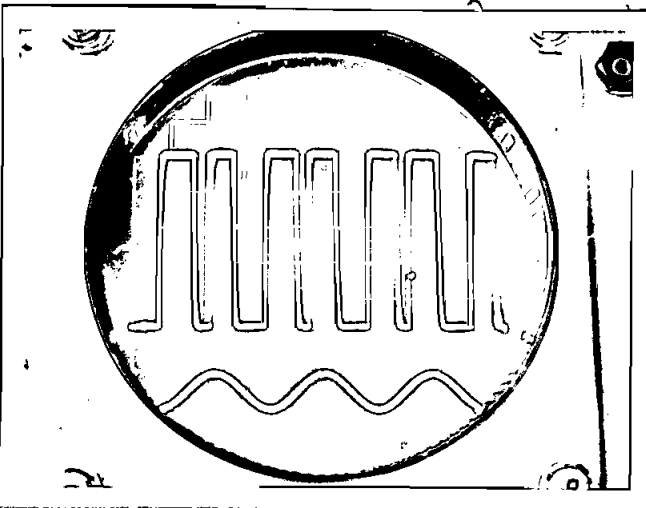


Fig. 3.7 :

Superior:—
Salida D.C. = 1v.
 $H = 5 \text{ us / div.}$
 $V = 2 \text{ v / div.}$

Inferior:
 $f = 38.2 \text{ KHz.}$
 $V = .5 \text{ v. / div.}$

3.4.5. AMPLIFICADOR PARA 500 KHz.

Debido al nivel bastante bajo en el que se obtiene la señal modulada en FM, es necesario implementar una etapa de amplificación previa a la demodulación.

En esta misma etapa, independientemente se ha incluido un divisor de tensión (± 0 v.) para los circuitos que requieren esta alimentación según se puede apreciar en el diagrama final.

3.4.6. DEMODULADOR DE AM/GC Y DEMODULADOR DE FM.

Están incluidos en una misma etapa.

Para el demodulador de AM, se definió una frecuencia de corte de 25 KHz. La fig. 3.10 ilustra una modulación, demodulación en AM/GC.

En cuanto al demodulador de FM, se lo construyó con tanques sintonizados tipo R-837A los cuales están interconectados según puede verse en la fig. 3.11.

Las frecuencias de sintonía son respectivamente:

$$f_{\text{inf.}} = 318.2 \text{ KHz} \quad ; \quad f_{\text{sup.}} = 718.2 \text{ KHz.}$$

La fig. 3.12 ilustra una modulación, demodulación

en FM.

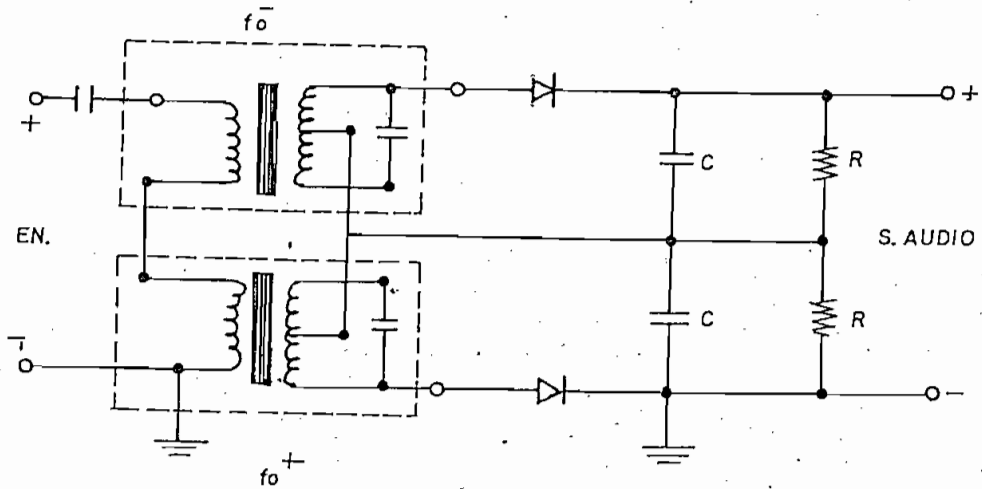


FIG. 3.11: DEMODULADOR DE FM.

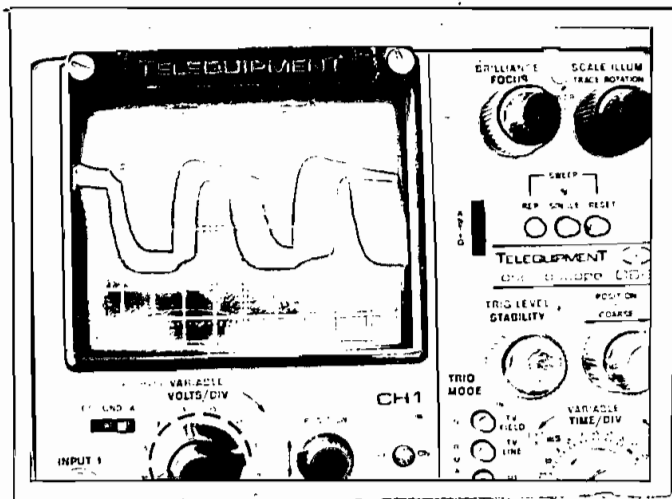


Fig. 3.12 :

Onda cuadrada modu-
lada con una señal
sinusoidal.

Radiofrec. = 500 KHz
Audiofrec. = 1 KHz
Amp. Audio = .5 V_{pp}

H = .5us / div.
V = 1 v / div.

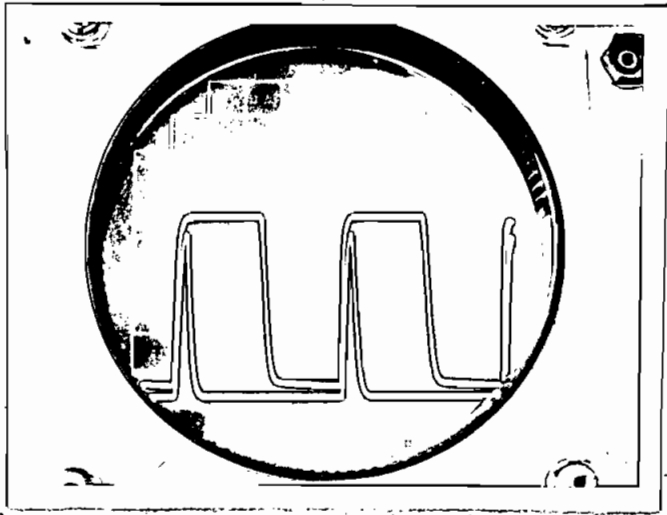


fig. 3.8 :

H = 2 us / div.

V = 2 v / div.

Disparo del multi-
vibrador monoesta-
ble a partir del
modulador de PPM.

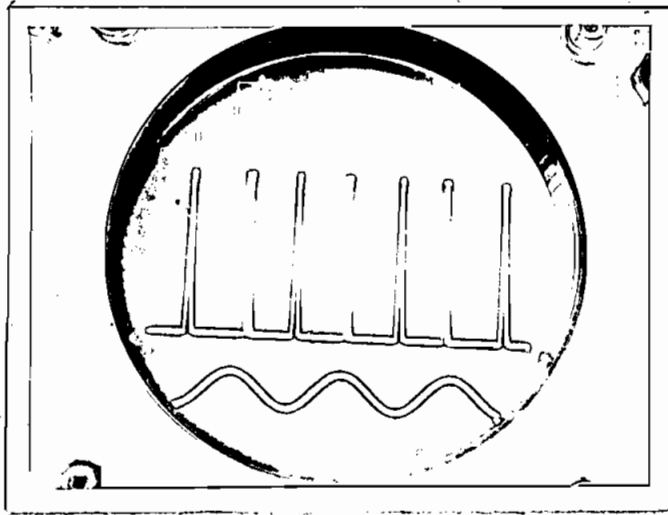


fig. 3.9 :

Superior:

H = 5 us / div.

V = 2 v / div.

Inferior:

f = 38.2 KHz.

V = .5 v. / div.

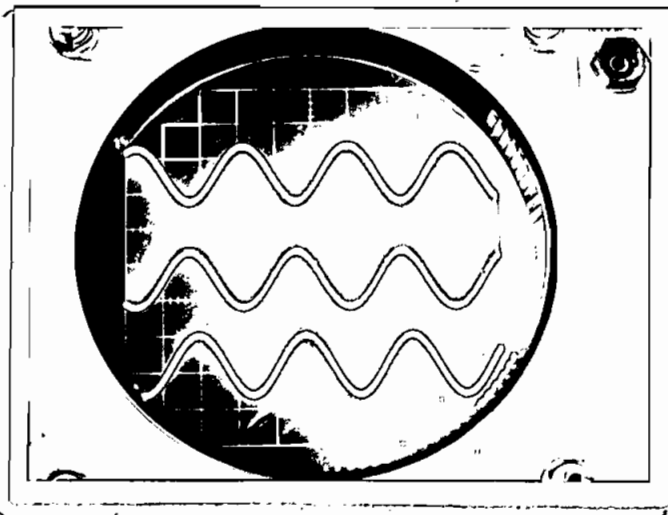


Fig. 3.10 :

Superior:

Salida D.C. = 7.6v

H = .2 ms / div.

V = 1 v / div.

Inferior:

Audio = 1 KHz.

V = .05 v / div.

3.2.8. FILTROS ACTIVOS PASABANDA Y PASABAJOS.

Debido a la estabilidad de estos filtros, no se requirieron mayores consideraciones en su diseño.

La fig. 3.13 muestra la obtención de una onda sinusoidal a partir de la onda cuadrada, haciéndola pasar a través del filtro pasabanda.

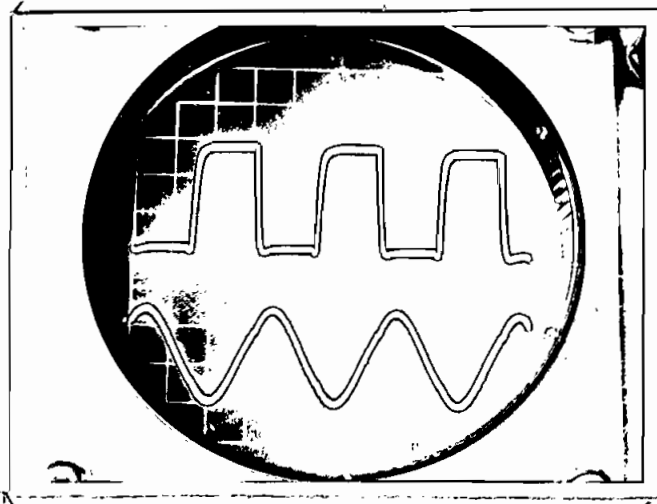


fig. 3.13

$f = 100 \text{ KHz.}$

Superior:
 $V = .5v / \text{div.}$

Inferior:
 $V = .2 v / \text{div.}$

3.2.9. RESTADOR ANALOGICO.

Por medio de este circuito se obtiene una señal de portadora de onda triangular. No presentó problemas especiales en su construcción.

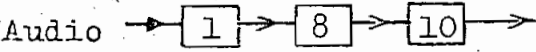
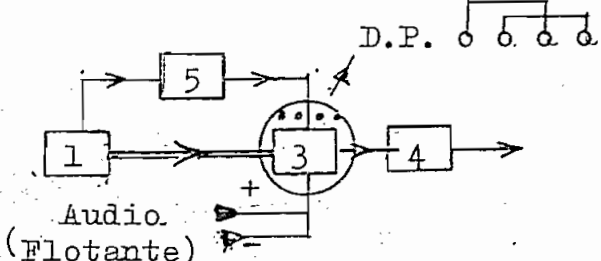
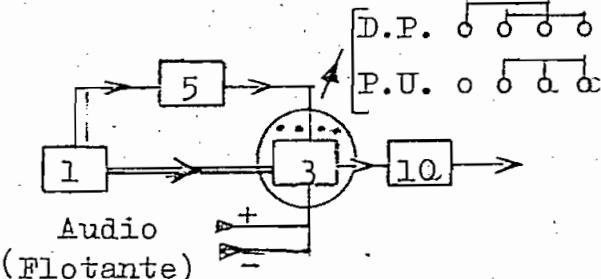
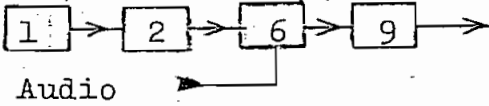
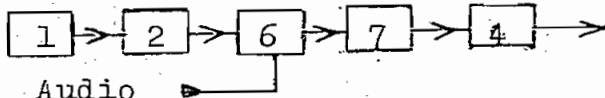
TABLA I.

ETAPAS QUE CONFORMAN EL PROYECTO.

N ^o	NOMBRE
1	Multivibrador Aestable Controlado por Voltaje.
2	Restador Analógico.
3	Multiplicador Analógico (Etapa Moduladora)
4	Multiplicador Analógico (Etapa Demoduladora para AM / SC y PPM).
5	Filtro Activo Pasabanda.
6	Modulador por Ancho de Pulsos.
7	Modulador por Posición de Pulsos.
8	Amplificador para 500 KHz y Divisor de Tensión.
9	Filtro Activo Pasabajos.
10	Demoduladores de AM/GC y FM.

TABLA II

SECUENCIAS PARA MODULACION - DEMODULACION.

TIPO DE MODULACION	SECUENCIA DE ETAPAS.
FM Portadora Cuadrada	
AM / SC - Portadora Cuadrada - Portadora Sinusoidal Doble Polaridad (D.P.)	
AM / GC Doble Polaridad (D.P.) Polaridad Unica (P.U.) - Portadora Cuadrada - Portadora Sinusoidal	
WPM	
PPM	

CAPITULO CUARTO.

CONCLUSIONES Y PROSPECCION.

El presente capítulo está dividido en dos partes: En la primera parte exponemos las conclusiones que hemos sacado de realizar este trabajo. La segunda parte es una prospección, tanto inmediata como mediata del mismo.

4.1. CONCLUSIONES.

Este trabajo al cabo de su realización refleja - sin desvirtuar su planteamiento inicial.

Durante su ejecución ha sido necesario abordar - distintas técnicas en la Electrónica a fin de llevarlo a realización, podemos citar circuitos que trabajan en sus regiones lineales procesando una señal analógica, ó circuitos que tienen un comportamiento digital sea este regenerativo o no regenerativo.

En cuanto al diseño mismo, este evoluciona desde el empleo de elementos discretos, hasta el uso de circuitos integrados como es el caso de los amplificadores operacionales. De igual manera se emplean diversas topologías como son el amplificador diferencial, los espejos de corriente o el par complementario de transistores.

Cabe indicar que cada etapa tiene potencialmente una extensa utilidad, pudiendo ser aplicables a rangos de radiofrecuencia más altos o en propósitos distintos a los aquí abordados, modificando ciertas características de los mismos. Además, el panel en que se montaron las etapas fué consultado a fin de ser funcional y didáctico en su distribución.

Por último, podemos concluir que el criterio de Modulación Analógica, los elementos que concurren a su realización y su terminología básica, pensamos queda bien establecida en el desarrollo de la tesis.

4.2. PROSPECCION.

- PROSPECCION INMEDIATA.

Esta idea ha sido desarrollada a fin de divulgar

la entre los estudiantes de Ingeniería Electrónica, debido a la utilidad de estos criterios en nuestra especialización. El panel construido sirve para una demostración práctica en clase de Teoría de Comunicaciones o bien en laboratorio.

Para su uso en Prácticas de Laboratorio, sugerimos afrontarlas de la siguiente manera:

- Dividir el tema en un número adecuado de prácticas a fin de dictarlas fácilmente en un semestre (6 ú 8 por ejemplo).

- Cada práctica se centrará en un grupo de ideas afines tendientes a desarrollar una Modulación - Demodulación específica u otra idea que se quisiera destacar en la práctica.

- El panel motivo de esta tesis servirá para exponer las ideas y parámetros que determinen el propósito de la práctica, pudiendo utilizarlo para la observación y medición de algunos de ellos. Esto constituirá la primera parte de la misma.

- La segunda parte estará dedicada a la construcción de un modulador, un demodulador o un circuito concerniente al tema. Este debe ser distinto, por lo general más simple que los desarrollados en este proyecto, pudiendo

utilizar una señal de portadora a una frecuencia mayor. De esta manera el alumno desarrollará una amplia experiencia en Electrónica Aplicada.

Los tipos de Modulación abordados en esta tesis pueden ampliarse. Por ejemplo una Modulación en Fase (PM) se la puede implementar fácilmente en base a la etapa moduladora de FM. Por otra parte tenemos conocimiento de la existencia de un filtro de banda lateral única (SSB) en el Departamento; dicho filtro serviría para implementar este tipo de modulación (AM / SSB). Por último, es necesario incrementar la experiencia del estudiante en la construcción de circuitos LC tan extensamente empleados en acoplamientos y filtros para tratar señales de radiofrecuencia. De esta manera el alumno adquirirá criterio y seguridad en tratar con circuitos conernientes a esta área.

- PROSPECCION MEDIATA.

La Modulación Codificada por cuantización de un parámetro analógico (Amplitud, Frecuencia), es algo que esta tesis no afronta. Estos tipos de modulación más actuales son básicamente Modulación por Código de Pulsos (PCM) y Modulación Delta (DM). En todo caso; la Modulación Codificada requiere en su procesamiento de la Mo-

dulación Analógica.

La Modulación Codificada implica el paso previo de conversión de una señal analógica a digital (A / D) y la Demodulación requiere la conversión complementaria (D / A). Esta conversión A / D - D / A además de su utilidad en las Comunicaciones permite procesar numéricamente señales analógicas ello con una extensa aplicación en diversos campos. Además; las ideas sobre Modulación Analógica y Modulación Codificada interactúan estrechamente a niveles de frecuencia superiores, tal es el caso en Telefonía por ejemplo.

Si bien es cierto que la conversión A / D - D / A es una idea que se emplea en el desarrollo de algunos temas de tesis, se lo hace unicamente para resolver un problema de ingeniería.

Por la extensa aplicación de esta idea, las áreas que ella implica y el auge que ha tomado en afrontar problemas de tecnología, concretamente planteamos:

- Sistematizar y organizar el estudio de la conversión Analógico - Digital, Digital - Analógica a fin de establecer este puente muy necesario entre el procesamiento de ambos tipos de señales.

- Sintetizar estas ideas en un trabajo escrito y en un

panel o equipo y divulgarlas entre los estudiantes de Ingeniería Electrónica.

Cabe indicar que el equipo a construirse puede ser desarrollado totalmente con circuitos integrados con las concernientes ventajas.

De esta manera se cubrirá el tema de Modulación y se abrirán posibilidades a otras ideas cumpliéndose este planteamiento en una primera fase de divulgación. Las consecuencias quedarán a la libre iniciativa de quienes lo conozcan.

BIBLIOGRAFIA.

- Paul E. Gray / Campbell L. Searle. (M.I.T.)
Principios de Electrónica: Electrónica Física, Modelos y Circuitos Electrónicos. Editorial Reverté, S.A. Barcelona 1.973
- Motorola Inc.
Switching Transistor Handbook. Seventh Printing. Arizona 1.963
- Motorola Semiconductor Products Inc.
Linear Integrated Circuits Data Book. Second Edition. Arizona 1.972
- Connally J. A.
The HA - 2820/2825: Low Frequency Phase Locked Loop. Application Note. Harris Semiconductor. Enero 1.975
- Wittlinger H. A.
Applications of the CA3080 and CA3080A High-Performance Operational Transconductance Amplifiers. RCA Solid State Division. USA 1.971
- Sanjit K. Mitra
Active Inductorless Filters. IEE Press Inc. Nueva York 1.971
- ITT: Reference Data for Radio Engineers. Sixth Edition. Chapter 10: Active Filter Design. Howard W. Sam S&Co. Inc. Indianápolis 1975
- Cook A. B. / Liff A. A. : Frequency Modulation Receivers. Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs, N. J. 1.968

APPENDICE

MODULATION

Modulation is a process whereby certain characteristics of a wave (often called a carrier) are varied or selected in accordance with a message signal. Modulation can be divided into continuous modulation in which the modulated wave is always present and pulsed modulation in which no signal is present between pulses.

PART I—CONTINUOUS MODULATION

In continuous modulation* the modulated carrier can be given by the expression $s(t) = A(t) \cos \theta(t)$, where $A(t)$ is the *instantaneous amplitude* and $\theta(t)$ is the *instantaneous phase*. For a sinusoidal carrier of angular frequency ω_c , this expression reduces to $s(t) = A(t) \cos[\omega_c t + \phi(t)]$, where $\phi(t)$ is the carrier phase. When the instantaneous amplitude $A(t)$ is varied linearly by the message function and the carrier phase is constant, the process is called *amplitude modulation*; when the carrier phase angle $\phi(t)$ is modulated by the message function, the process is called *angular or phase modulation*.

The concept of rotating vector can be used to represent a sinusoidal vector modulated in both amplitude and phase as shown in Fig. 1, where $s(t)$ is represented as the projection of a rotating vector on a fixed reference axis.

$$s(t) = A(t) \cos[\omega_c t + \phi(t)] \\ = \text{Re}\{A(t) \exp\{j[\omega_c t + \phi(t)]\}\}.$$

$A(t)$ represents the envelope of the modulated

carrier and $\phi(t)$ is the modulated phase. The vector rotates with an instantaneous angular frequency $\omega_i(t)$ which is given by

$$\omega_i(t) = \omega_c + [d\phi(t)/dt].$$

In amplitude modulation only the amplitude changes, and the general expression reduces to

$$s(t) = \text{Re}\{A(t) \exp(j\phi_0) \cdot \exp(j\omega_c t)\}$$

while in phase modulation, only the phase changes so that

$$s(t) = \text{Re}\{A_c \exp[j\phi(t)] \cdot \exp(j\omega_c t)\}$$

where A_c is constant.

ANALYTIC SIGNAL REPRESENTATION OF MODULATED WAVEFORMS

A real signal

$$s(t) = A(t) \cos[\omega_c t + \phi(t)]$$

may be expressed either as

$$s(t) = \text{Re}\{A(t) \exp\{j[\omega_c t + \phi(t)]\}\}$$

or as

$$s(t) = \text{Re}\{\psi(t)\}$$

where $\psi(t)$ is the analytic signal defined by

$$\psi(t) = s(t) + j\hat{s}(t).$$

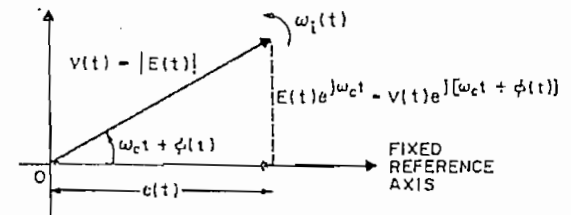


Fig. 1—Fixed-reference vector diagram. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Chapters 5 and 6, McGraw-Hill Book Co., New York, N. Y.; 1965. Fig. 2-7, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

* P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Chapters 5 and 6, McGraw-Hill Book Co., New York, N. Y.; 1965.

The function $\hat{s}(t)$ is the Hilbert transform of $s(t)$, namely

$$\hat{s}(t) = \pi^{-1} \int \frac{s(\tau)}{t-\tau} d\tau.$$

Basically, the analytic signal $\psi(t)$ is a complex function of a real variable whose real and imaginary parts form a Hilbert pair. The analytic signal is simply a formalized version of the "rotating vector" discussed above. If $S(j\omega)$ is the Fourier transform of $s(t)$, then $\Psi(j\omega)$, the Fourier transform of $\psi(t)$, can be written in terms of $S(j\omega)$ as

$$\begin{aligned} \Psi(j\omega) &= 2S(j\omega) & \omega > 0 \\ &= S(j\omega) & \omega = 0 \\ &= 0 & \omega < 0. \end{aligned}$$

Also, $\hat{S}(j\omega)$, the Fourier transform of $\hat{s}(t)$, is given by

$$\hat{S}(j\omega) = -j(\operatorname{sgn}\omega)S(j\omega)$$

where

$$\begin{aligned} \operatorname{sgn}x &= 1 & x > 0 \\ &= 0 & x = 0 \\ &= -1 & x < 0 \end{aligned}$$

and $\operatorname{sgn}x$ is the signum function.

AMPLITUDE MODULATION

In amplitude modulation, the frequency components of the modulating signal are translated to occupy a different position in the spectrum. It is essentially a multiplication process in which the time functions that describe the modulating signal and carrier are multiplied together. The following amplitude-modulation systems are discussed.

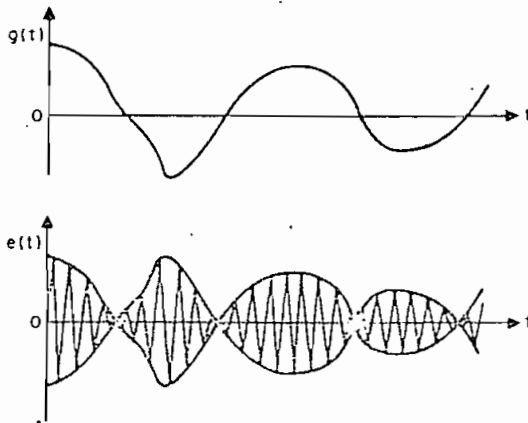


Fig. 2—Double-sideband waveforms. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 5-3, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

- (A) Double-sideband suppressed carrier (DSB-SC), also called DSB.
- (B) Conventional amplitude modulation (AM).
- (C) Vestigial sideband.
- (D) Single sideband (SSB).

Double Sideband (DSB)

In DSB modulation the message signal $g(t)$, whose Fourier transform is $G(j\omega)$, is considered to have zero dc component. The product

$$c(t) = A_c g(t) \cos \omega_c t$$

represents a double-sideband suppressed-carrier signal and A_c = amplitude of unmodulated carrier. The radio-frequency envelope follows the wave-

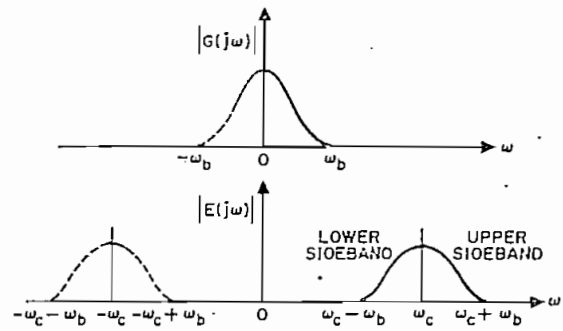


Fig. 3—Baseband signal and double-sideband spectra. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 5-2, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

form of the modulating signal $g(t)$ as shown in Fig. 2. The spectral components of the DSB signal $e(t)$ are given by its Fourier transform

$$E(j\omega) = \frac{1}{2}G[j(\omega - \omega_c)] + \frac{1}{2}G[j(\omega + \omega_c)]$$

as shown in Fig. 3. Note that the upper and lower sidebands are translated symmetrically $\pm\omega_c$ about the origin.

Conventional Amplitude Modulation (AM)

In amplitude modulation a dc term is added to the modulating signal $g(t)$. The resulting waveform shown in Fig. 4 is given by

$$e(t) = [A_0 + a s(t)] \cos \omega_c t = A_0 [1 + m_a s(t)] \cos \omega_c t$$

where a = maximum amplitude of modulating function, $g(t) = a s(t)$, $|s(t)| \leq 1$; $m_a = a/A_0$ = modulation index or degree of modulation, $0 \leq m_a \leq 1$; A_0 = amplitude of unmodulated carrier; and $|m_a s(t)| \leq 1$, to ensure an undistorted envelope.

MODULATION

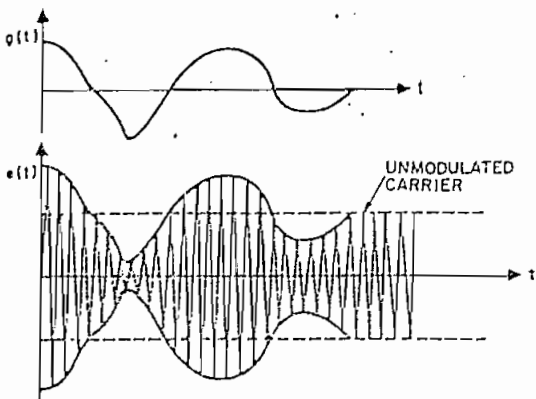


Fig. 4—Amplitude modulation of a carrier. The modulating signal is at top and the amplitude-modulated carrier at bottom. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 5-4, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

For a signal $g(t)$ consisting of a sum of M sinusoidal components

$$g(t) = \sum_{k=1}^M a_k \cos(\omega_k t + \theta_k)$$

and

$$e(t) = A_0 [1 + A_0^{-1} \sum_{k=1}^M a_k \cos(\omega_k t + \theta_k)] \cos \omega_c t$$

$$= \underbrace{A_0 \cos \omega_c t}_{\text{carrier}} + \underbrace{\frac{1}{2} a_1 \cos[(\omega_c + \omega_1)t + \theta_1]}_{\text{upper sideband}} + \underbrace{\frac{1}{2} a_1 \cos[(\omega_c - \omega_1)t - \theta_1]}_{\text{lower sideband}} + \dots + \underbrace{\frac{1}{2} a_M \cos[(\omega_c + \omega_M)t + \theta_M]}_{\text{upper sideband}} + \underbrace{\frac{1}{2} a_M \cos[(\omega_c - \omega_M)t - \theta_M]}_{\text{lower sideband}}$$

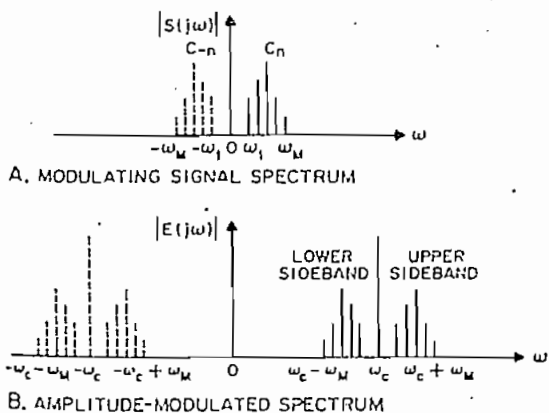


Fig. 5—AM spectrum—periodic modulating signal. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 6-5, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

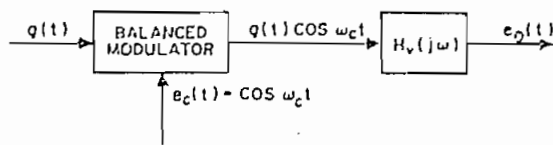


Fig. 6—Vestigial-sideband transmission system. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 6-7, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

where a_k is the amplitude and ω_k is the angular frequency of the k th component of the modulating signal, and θ_k is the constant-phase part of its phase. Each frequency component gives rise to a pair of sidebands $\omega_c \pm \omega_k$ symmetrically located about the carrier frequency ω_c (Fig. 5).

Degree of peak modulation = $A_0^{-1} \sum_{k=1}^M a_k$

for ω_k not harmonically related.

Degree of rms modulation = $A_0^{-1} (\sum_{k=1}^M a_k^2)^{1/2}$

Vestigial Sideband

Vestigial-sideband modulation is derived from a DSB signal by passing the output of the product modulator through a filter whose transfer function is $H_r(j\omega)$, as shown in Fig. 6. The transfer function $H_v(j\omega)$ of the filter treats the two sidebands of the DSB signal in such a manner as to attenuate one sideband differently from the other. The process of vestigial-sideband modulation by the use of the filter network $H_v(j\omega)$ may be replaced by an equivalent vestigial system shown in Fig. 7, where the transfer functions $H_r(j\omega)$ and $H_v(j\omega)$ are given by

$$H_r(j\omega) = \frac{1}{2} [H_r[j(\omega - \omega_c)] + H_v[j(\omega + \omega_c)]]$$

$$H_v(j\omega) = (1/2j) [H_r[j(\omega - \omega_c)] - H_v[j(\omega + \omega_c)]]$$

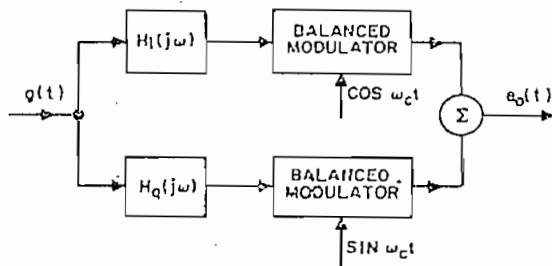


Fig. 7—Equivalent vestigial-sideband transmission system. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 6-8, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

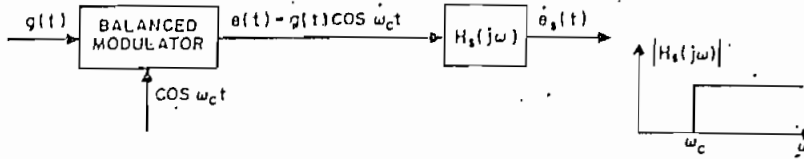


Fig. 8—Single-sideband transmission system. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 5-9, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

Single Sideband (SSB)

Single-sideband transmission may be produced in the same manner as vestigial sideband by using a high-pass filter $H_s(j\omega)$ which completely eliminates all signals on one side of the carrier frequency, as shown in Fig. 8. The transfer function $H_s(j\omega)$ of the ideal high-pass filter is defined by

$$H_s(j\omega) = \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sgn}(\omega - \omega_c) \right] + \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{sgn}(\omega + \omega_c) \right]$$

where $\operatorname{sgn}\omega$ is the signum function. The output spectrum $E_s(j\omega)$ is given by

$$E_s(j\omega) = H_s(j\omega) E(j\omega) \\ = \frac{1}{2} G \left[j(\omega - \omega_c) \right] \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sgn}(\omega - \omega_c) \right] \\ + \frac{1}{2} G \left[j(\omega + \omega_c) \right] \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{sgn}(\omega + \omega_c) \right]$$

and is shown in Fig. 9.

The SSB signal can also be regarded as the resultant of quadrature modulation of a carrier by a pair of signals in phase quadrature (Fig. 10). The modulated wave

$$e_s(t) = s(t) \cos \omega_c t - \sigma(t) \sin \omega_c t$$

represents an upper-sideband signal with no spectral components below the carrier angular frequency ω_c , where $s(t)$ is an arbitrary message function and $\sigma(t)$ its harmonic conjugate.

This equation can be written in the form

$$e_s(t) = [s^2(t) + \sigma^2(t)]^{1/2} \cos \left[\omega_c t + \tan^{-1} \left[\sigma(t) / s(t) \right] \right] \\ = \alpha(t) \cos \left[\omega_c t + \phi(t) \right]$$

regarding the single-sideband signal as a hybrid amplitude-modulated and phase-modulated wave. The envelope $\alpha(t)$ and phase $\phi(t)$ are related by

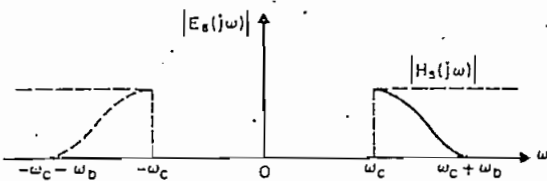


Fig. 9—Single-sideband spectrum and high-pass filter. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 5-10, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

the analytic signal

$$\psi(t) = s(t) + j\sigma(t) = \alpha(t) \exp[j\phi(t)]$$

where $\sigma(t) = \hat{s}(t)$, the Hilbert transform of $s(t)$. The amplitude and phase of the complex signal $\psi(t)$ are identical to the envelope and phase of the single-sideband wave. The Fourier transform of the analytic signal $\psi(t)$ is

$$\Psi(j\omega) = S(j\omega) + jS(j\omega) \\ = S(j\omega) + S(j\omega) = 2S(j\omega), \quad \omega > 0 \\ = S(j\omega) - S(j\omega) = 0, \quad \omega < 0.$$

Thus, a study of single sideband can be made through the analytic signal without reference to the arbitrary carrier frequency ω_c .

DEMODULATION OR DETECTION OF AMPLITUDE MODULATION

The process of separating the modulating signal from a modulated carrier is called demodulation or detection. In DSB or SSB detection, the detector must be supplied with a carrier wave that is synchronized with the wave used at the transmitter. This method of detection is called coherent or synchronous detection. In conventional amplitude-modulation systems, coherent detection is not necessary and the modulating signal may be recovered by the use of envelope detection, e.g., the modulated carrier is applied to a half-wave rectifier

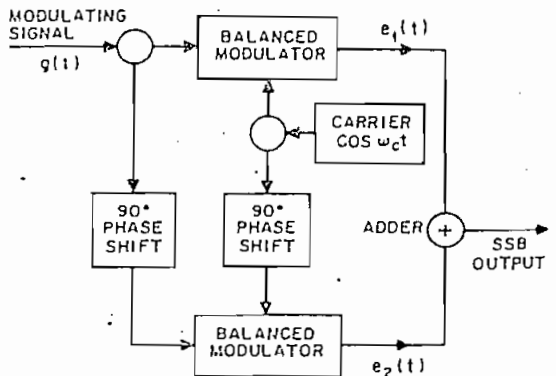


Fig. 10—Phase-shift method of generating SSB. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 5-18, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

MODULATION

whose output is then filtered to provide the desired modulating signal.

DSB Detection

In DSB reception the incoming signal $e_r(t)$ is multiplied by a locally generated signal which is phase-synchronized with the carrier component of the received signal $e_r(t)$, as shown in Fig. 11. The detected output after filtering is given by

$$e_d(t) = k g(t) \cos(\phi_c - \phi_0), \quad k = \text{constant}$$

where $(\phi_c - \phi_0)$ represents the phase difference between the transmitted carrier and the locally generated oscillator. When the local carrier is in phase with the incoming carrier, the detected signal is maximum. The output signal-to-noise ratio $(S/N)_o$ is related to the input signal-to-noise ratio $(S/N)_i$ by the expression

$$\frac{(S/N)_o}{(S/N)_i} = 2 \cos^2(\phi_c - \phi_0)$$

where the noise in each case is measured in a band occupied by the signal. This represents a maximum improvement of 3 decibels when the local oscillator is in phase with the incoming carrier.

AM Detection

Synchronous Detection:

$$\frac{(S/N)_o}{(S/N)_i} = \frac{2m_a^2 \langle g \rangle^2(t) \cos^2(\phi_c - \phi_0)}{1 + m_a^2 \langle g \rangle^2(t)}, \quad |g(t)| \leq 1$$

where $\langle g \rangle^2(t)$ equals the mean-square value of the message function, which is maximum for $m_a = 1$ and $\phi_c = \phi_0$.

Envelope Detection: In case of a carrier much stronger than the noise (high input carrier-to-noise ratio) we have

$$\frac{(S/N)_o}{(S/N)_i} = \frac{2m_a^2 \langle g \rangle^2(t)}{1 + m_a^2 \langle g \rangle^2(t)}$$

which is identical to the case of synchronous detection with $\phi_c = \phi_0$.

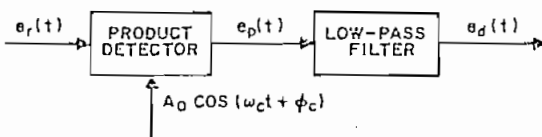


Fig. 11—Block diagram of double-sideband (DSB) receiver. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 0-1, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

In case of poor input carrier-to-noise ratio, the message function $g(t)$ may be lost in the noise, which results in a threshold effect. This effect exists only in envelope detection and does not exist if synchronous or coherent detection is used.

SSB Detection

$$(S/N)_o / (S/N)_i = \cos^2(\phi_c - \phi_0)$$

where the signal component of the output is measured by the correlation of the detected output with the transmitted signal.

COMPARISON OF AMPLITUDE-MODULATION SYSTEMS

For equal power in the sidebands, the output signal-to-noise power ratios are identical.

For the same average total transmitted power, the following relations hold.

$$(S/N)_o(\text{DSB}) / (S/N)_o(\text{AM}) = 1 + r^{-1}$$

where r equals the ratio of the mean-square power of the message function to its peak power, and

$$(S/N)_o(\text{DSB}) / (S/N)_o(\text{SSB}) = 1.$$

For equal peak power

$$(S/N)_o(\text{DSB}) / (S/N)_o(\text{AM}) = 4$$

for any waveform of the modulating signal.

To compare the merits of SSB versus DSB and AM on the basis of signal-to-noise ratio, the waveform of the modulating signal must be specified. This is illustrated in Fig. 12 for a modulating signal $\sin^2 x$, $0 \leq \nu \leq 1$.

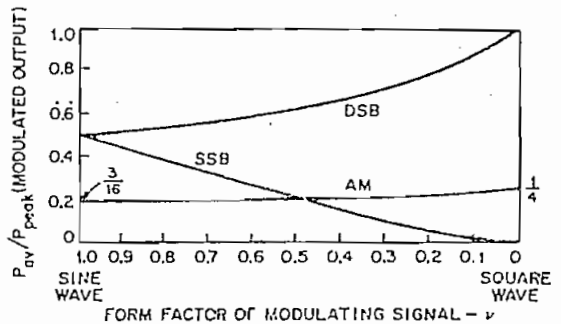


Fig. 12—Average-to-peak power relations as a function of modulating signal. After W. K. Squires and E. Bedrosian, "The Computation of Single-Sideband Peak Power," Proceedings of the IRE, vol. 48, p. 124, Fig. 2; January 1960.

REFERENCE DATA FOR RADIO ENGINEERS

EXPONENTIAL MODULATION

In exponential or angular modulation,* the carrier analytic signal $A_c \exp[j(\omega_c t + \phi_c)]$ is multiplied by the transformed message function $\exp[j\psi(t)]$ to produce an angle-modulated carrier analytic signal.

$$e(t) = \text{Re}\{A_c \exp[j(\omega_c t + \phi_c)] \cdot \exp[j\psi(t)]\}$$

$$= \text{Re}\{A_c \exp[j\phi(t)]\} \tag{1}$$

where

- A_c = amplitude of unmodulated carrier
- ω_c = angular frequency of unmodulated carrier
- ϕ_c = carrier phase angle
- $\phi(t) = [\omega_c t + \phi_c + \psi(t)]$
- = instantaneous phase angle modulated by the message function $g(t)$.

Expanding equation (1) in powers of $\psi(t)$, we have

$$e(t) = \text{Re}\{A_c \exp[j(\omega_c t + \phi_c)] \times [1 + j\psi(t) - (1/2!)\psi^2(t) - j(1/3!)\psi^3(t) + \dots]\}$$

When $|\psi(t)|_{\text{max}} \gg 1$, we have nonlinear modulation since the carrier is multiplied by higher powers of $\psi(t)$. In case $|\psi(t)|_{\text{max}} \ll 1$, the exponential modulation is approximately linear and is given by

$$e(t) \cong \text{Re}\{A_c [1 + j\psi(t)] \exp[j(\omega_c t + \phi_c)]\}$$

Note that for amplitude modulation we have

$$e_{AM}(t) = \text{Re}\{A_c [1 + m_a g(t)] \exp[j(\omega_c t + \phi_c)]\}$$

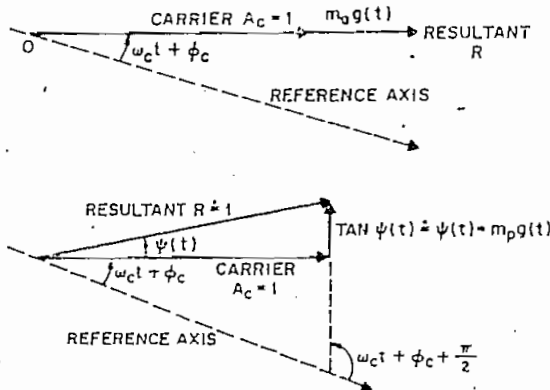


Fig. 13—Phasor diagrams for comparing narrow-band FM (bottom) with AM. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 7-8, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

* P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Chapters 7, 11, 14, 15, and 16, McGraw-Hill Book Co., New York, N. Y.; 1965.

The comparison of narrow-band angle modulation (small phase deviation) with AM is shown in Fig. 13. The general case when $|\psi(t)| \gg 1$ is illustrated in Fig. 14. Expressing equation (1) in the real form we obtain

$$e(t) = A_c [\cos \omega_c t + \phi_c + \psi(t)]$$

where for phase modulation

$$\psi(t) = m_p g(t), \quad m_p = \text{constant}$$

and for frequency modulation

$$\psi(t) = m_f \int_0^t g(\tau) d\tau, \quad m_f = \text{constant.}$$

The instantaneous frequency $\omega_i(t)$ is defined by

$$\omega_i(t) = \left[\frac{d\phi(t)}{dt} \right] = \left[\omega_c + \frac{d\psi(t)}{dt} \right]$$

In phase modulation, the instantaneous phase of the modulated signal varies proportionally with the modulating signal $g(t)$

$$e_{PM}(t) = A_c \cos[\omega_c t + m_p g(t)]$$

where ϕ_c has arbitrarily been set to zero.

For single-tone sinusoidal modulation $g(t) = \cos \omega_m t$, we have

$$e_{PM}(t) = A_c \cos(\omega_c t + m_p \cos \omega_m t)$$

where $m_p = \Delta\theta$, and the peak phase deviation is independent of ω_m .

The instantaneous frequency

$$\omega_i(t) = d\phi(t)/dt$$

$$= \omega_c - m_p \omega_m \sin \omega_m t$$

and the peak frequency deviation $\Delta\omega = m_p \omega_m$ is proportional to the modulating frequency ω_m .

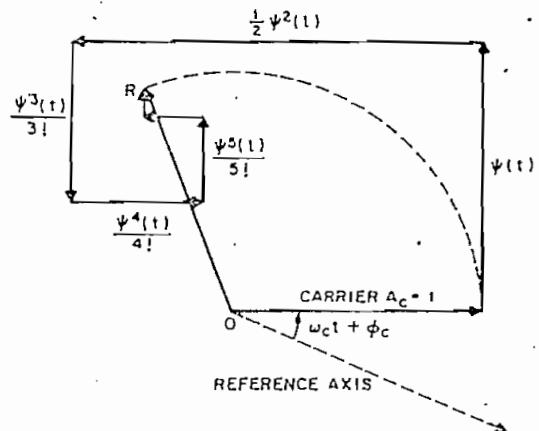


Fig. 14—Phasor diagram of exponentially modulated signal for large phase deviation. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 7-4, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

MODULATION

In *frequency modulation*, the instantaneous frequency of the modulated signal is proportional to $g(t)$

$$\omega_i(t) = \omega_c + m_f g(t)$$

or

$$e_{FM}(t) = A_c \cos \left[\omega_c t + m_f \int_0^t g(\tau) d\tau \right]$$

For single-tone sinusoidal modulation

$$\omega_i(t) = \omega_c + \Delta\omega \cos \omega_m t$$

$$e_{FM}(t) = A_c \cos \left[\omega_c t + (m_f / \omega_m) \sin \omega_m t \right]$$

The peak frequency deviation $\Delta\omega \equiv m_f$ is inde-

pendent of ω_m , while the peak phase deviation $\Delta\theta = \Delta\omega / \omega_m$ is inversely proportional to ω_m ; $\Delta\theta$ (in radians) is the modulation index often denoted by β . For broad-band application $\Delta\omega \ll \omega_c$ and $\beta \gg 1$.

Frequency Spectrum of Single-Tone Angular Modulation

Small Phase Deviation (Narrow-Band PM):

$$e(t) = A_c \cos(\omega_c t + \beta \sin \omega_m t), \quad \beta \ll 1$$

$$\begin{aligned} e(t) &\cong A_c (\cos \omega_c t - \beta \sin \omega_m t \sin \omega_c t) \\ &= \underbrace{A_c \cos \omega_c t}_{\text{carrier}} - \frac{1}{2} (A_c \beta) \underbrace{\cos(\omega_c - \omega_m) t}_{\text{lower sideband}} \\ &\quad + \frac{1}{2} (A_c \beta) \underbrace{\cos(\omega_c + \omega_m) t}_{\text{upper sideband}} \end{aligned}$$

The corresponding equation for AM is

$$\begin{aligned} e_{AM}(t) &= A_c \cos \omega_c t + \frac{1}{2} (A_c m_a) \cos(\omega_c - \omega_m) t \\ &\quad + \frac{1}{2} (A_c m_a) \cos(\omega_c + \omega_m) t \end{aligned}$$

The vector representation of AM and narrow-band PM is illustrated in Fig. 15.

Large Phase Deviation (Wide-Band PM):

$$\begin{aligned} e(t) &= A_c \cos(\omega_c t + \beta \sin \omega_m t), \quad \beta \gg 1 \\ &= A_c [\cos \omega_c t \cos(\beta \sin \omega_m t) \\ &\quad - \sin \omega_c t \sin(\beta \sin \omega_m t)] \\ &= A_c [\cos \omega_c t \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos n \omega_m t \\ &\quad - \sin \omega_c t \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \sin n \omega_m t] \end{aligned}$$

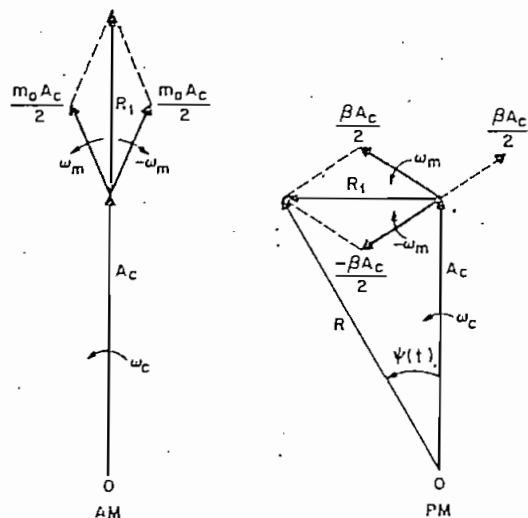


Fig. 15—Vector representation of AM and narrow-band PM. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 7-5, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

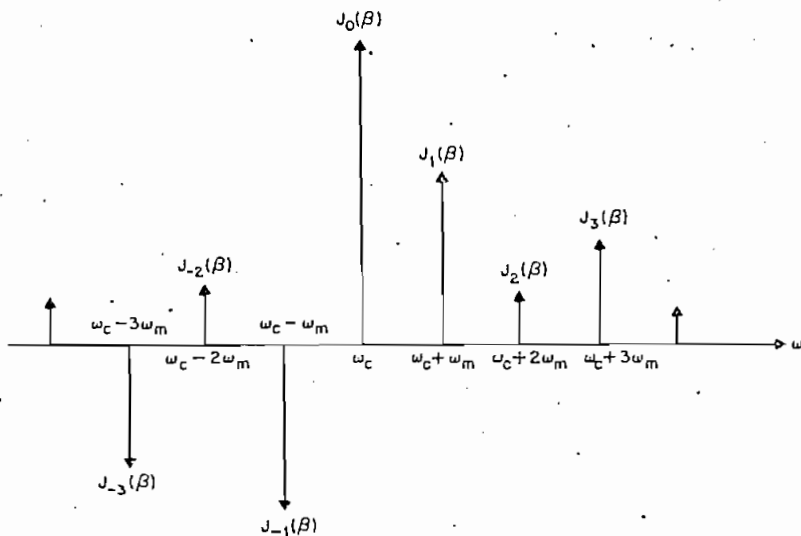


Fig. 16—Composition of FM wave into sidebands. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 7-6, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

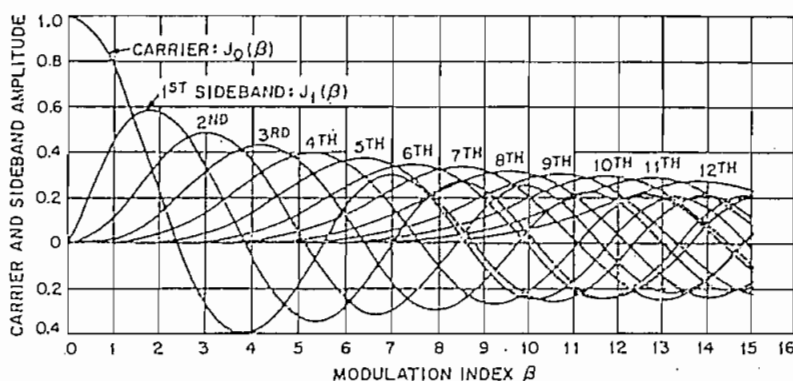


Fig. 17—Plot of Bessel functions of first kind as a function of argument β . From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 7-8, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

The waveform for wide-band modulation is given by

$$e(t) = A_c [J_0(\beta) \cos \omega_c t - J_1(\beta) [\cos(\omega_c - \omega_m)t - \cos(\omega_c + \omega_m)t] + J_2(\beta) [\cos(\omega_c - 2\omega_m)t + \cos(\omega_c + 2\omega_m)t] - J_3(\beta) [\cos(\omega_c - 3\omega_m)t - \cos(\omega_c + 3\omega_m)t] + \dots] \\ = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos(\omega_c + n\omega_m)t$$

as shown in Fig. 16.

In practical application the required bandwidth is finite, for—beyond a certain frequency range from the carrier, depending on the magnitude of β —the sideband amplitudes, which are proportional to $J_n(\beta)$, are negligibly small (see Fig. 17). Note that at $\beta = 2.404$, $J_0(\beta) = 0$ and the carrier amplitude is zero.

The average power in an angle modulated wave is constant

$$P = \frac{1}{2} (A_c^2) \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) \\ = \frac{1}{2} (A_c^2)$$

Multitone Angle Modulation

Two-Tone Angle Modulation ω_1 and ω_2 : The instantaneous frequency is given by

$$\omega_i(t) = \omega_c + \Delta\omega_{c1} \cos \omega_1 t + \Delta\omega_{c2} \cos \omega_2 t$$

where $\Delta\omega_{c1}$ and $\Delta\omega_{c2}$ denote the corresponding frequency deviations of the carrier ω_c , and the FM signal is

$$e(t) = A_c \cos(\omega_c t + \beta_1 \sin \omega_1 t + \beta_2 \sin \omega_2 t)$$

where $\beta_1 = \Delta\omega_{c1}/\omega_1$ and $\beta_2 = \Delta\omega_{c2}/\omega_2$.

The spectral components are as follows.

(A) Carrier:

$$J_0(\beta_1) J_0(\beta_2) A_c \cos \omega_c t.$$

(B) Sidebands due to ω_1 :

$$J_n(\beta_1) J_0(\beta_2) A_c \cos(\omega_c \pm n\omega_1)t, \quad n = 1, 2, 3.$$

(C) Sidebands due to ω_2 :

$$J_m(\beta_2) J_0(\beta_1) A_c \cos(\omega_c \pm m\omega_2)t, \quad m = 1, 2, 3.$$

(D) Beat frequencies at $\omega_c \pm n\omega_1 \pm m\omega_2$:

$$J_n(\beta_1) J_m(\beta_2) A_c \cos(\omega_c \pm n\omega_1 \pm m\omega_2)t.$$

Square-Wave Angle Modulation (Fig. 18): The Fourier series of the modulated carrier is given by

$$e(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2\beta}{\pi(\beta^2 - n^2)} \sin(\beta - n)\frac{1}{2}\pi \\ \times \cos(\omega_c + n\omega_m)t \\ = (2A_c/\pi\beta) \sin\frac{1}{2}(\pi\beta) \cos \omega_c t \\ \text{(carrier)} \\ + \frac{2\beta A_c}{\pi(\beta^2 - 1^2)} \\ \times \cos\frac{1}{2}(\beta\pi) [\cos(\omega_c - \omega_m)t - \cos(\omega_c + \omega_m)t] \\ \text{(first sideband pair)} \\ - \frac{2\beta A_c}{\pi(\beta^2 - 2^2)} \\ \times \sin\frac{1}{2}(\pi\beta) [\cos(\omega_c - 2\omega_m)t + \cos(\omega_c + 2\omega_m)t] \\ \text{(second sideband pair)} \\ - \frac{2\beta A_c}{\pi(\beta^2 - 3^2)} \\ \times \cos\frac{1}{2}(\beta\pi) [\cos(\omega_c - 3\omega_m)t - \cos(\omega_c + 3\omega_m)t] \\ \text{(third sideband pair)} \\ + \dots$$

where $\beta = \Delta\omega_c/\omega_m$.

MODULATION

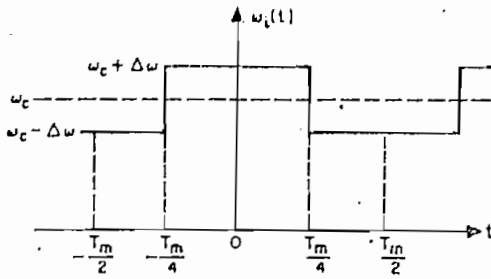


Fig. 18—Frequency modulation by square wave. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 7-9, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

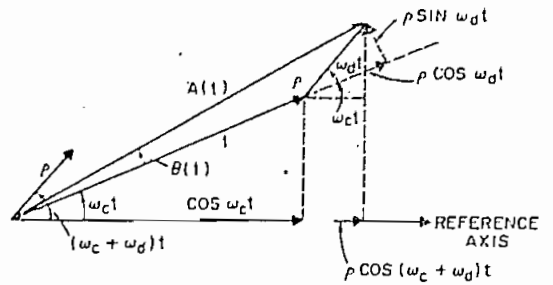


Fig. 20—Vectorial additions of unmodulated carriers. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 11-1, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

Spectral Distribution of an FM/FM Signal

Let ω_c = carrier angular frequency, ω_s = subcarrier, and ω_m = modulating angular frequency. The instantaneous frequency of the carrier wave is

$$\omega_i(t) = \omega_c + \Delta\omega \cos[\omega_s t + \phi_s + \beta_s \sin(\omega_m t + \phi_m)]$$

where $\Delta\omega$ = peak frequency deviation of carrier, and $\beta_s = \Delta\omega_s / \omega_m$ = peak phase deviation of subcarrier. The spectral distribution is given by

$$e(t) = A_c \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_p(\beta) J_q(p\beta_s) \times \cos[(\omega_c + p\omega_s + q\omega_m)t + \phi_c + p\phi_s + q\phi_m]$$

where $\beta = \Delta\omega / \omega_s$ = peak phase deviation of carrier.

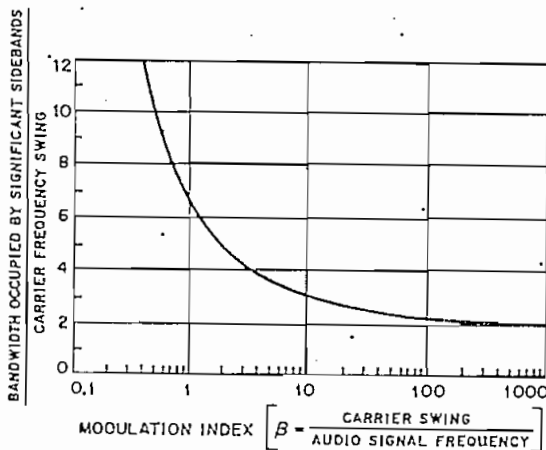


Fig. 19—Significant bandwidth (normalized) vs modulation index β . From C. E. Tibbs and G. G. Johnstone, "Frequency Modulation Engineering," John Wiley & Sons, Inc., New York. Courtesy of Chapman & Hall, Ltd., London, England.

Bandwidth Considerations in Multitone FM

An estimate of the IF bandwidth required for transmission of FM carrier by a complex modulating signal is given by

$$\beta_{IF} = 2(\Delta F + 2f_m) = 2\Delta F(1 + 2/\beta)$$

where ΔF = peak frequency deviation for the system, and f_m = highest baseband frequency (see Fig. 19).

Interference in FM Reception

Interference Between Two Unmodulated Carriers: Let $\cos \omega_c t$ denote the desired signal and $\rho \cos(\omega_c + \omega_d)t$ denote the interfering signal, where $\rho < 1$ and $\omega_d \ll \omega_c$.

The vectorial addition of the unmodulated carriers, as shown in Fig. 20, is given by

$$e_r(t) = \cos \omega_c t + \rho \cos(\omega_c + \omega_d)t = A(t) \cos[\omega_c t + \theta(t)]$$

where the envelope

$$A(t) = (1 + \rho^2 + 2\rho \cos \omega_d t)^{1/2} \cong (1 + \rho \cos \omega_d t), \quad \rho \ll 1$$

and the phase angle

$$\theta(t) = \tan^{-1}[\rho \sin \omega_d t / (1 + \rho \cos \omega_d t)].$$

The instantaneous frequency of the resultant is given by

$$\omega_i(t) = \omega_c + [d\theta(t)/dt] = \omega_c + \omega_d \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} p^n \cos n\omega_d t.$$

Note that $d\theta(t)/dt$ has an average value equal to

REFERENCE DATA FOR RADIO ENGINEERS

zero; consequently, there is no frequency shift in the original carrier frequency ω_c (see Fig. 21).

Interference Between Two Modulated Carriers:
The two interfering signals are

$$e_1(t) = \cos\psi_1(t) = \cos(\omega_1 t + \beta_1 \sin pt)$$

$$e_2(t) = \rho \cos\psi_2(t) = \rho \cos(\omega_2 t + \beta_2 \sin pt + \psi_0).$$

The instantaneous amplitude of the resultant $e_r(t) = A(t) \cos\phi(t)$ is

$$A(t) = [1 + \rho^2 + 2\rho \cos\psi(t)]^{1/2}$$

$$\psi(t) = \psi_2(t) - \psi_1(t).$$

The instantaneous phase angle of the resultant is

$$\phi(t) = \psi_1(t) + \tan^{-1} \frac{\rho \sin\psi(t)}{1 + \rho \cos\psi(t)}$$

$$= \psi_1(t) - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s \rho^s}{s}$$

$$\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(s\beta_2) \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(s\beta_1)$$

$$\times \sin[(s\omega_2 - s\omega_1 - mp + nq)t + s\psi_0]$$

and the instantaneous frequency of the resultant of the two frequency-modulated signals is

$$\omega_r(t) = d\phi(t)/dt$$

$$= \omega_1 + \Delta\omega_1 \cos pt - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s \rho^s}{s} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(s\beta_1)$$

$$\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(s\beta_2) (s\omega_2 - s\omega_1 - mp + nq)$$

$$\times \cos[(s\omega_2 - s\omega_1 - mp + nq)t + s\psi_0].$$

Multipath Transmission Interference (Fig. 22):

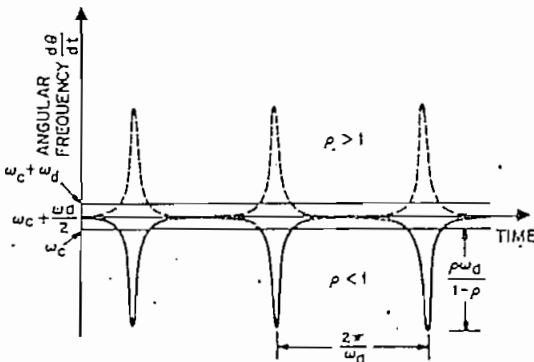


Fig. 21—Instantaneous frequency of resultant due to two-carrier interference: $\rho = 0.8$, solid curve; $\rho = 1/0.8$, dashed curve. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 11-3, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

Direct wave

$$e_1(t) = \cos\psi_1(t) = \cos[\omega_c(t-t_1) + \beta \sin p(t-t_1)]$$

and reflected wave

$$e_2(t) = \rho \cos\psi_2(t)$$

$$= \rho \cos[\omega_c(t-t_2) + \beta \sin p(t-t_2) + \phi_0].$$

where

t_1 = time required for the direct wave to reach the receiver

t_2 = time required for the reflected wave to reach the receiver

ϕ_0 = angle of reflection of reflected signal

$\beta = \Delta\omega/p$ = modulation index

p = angular frequency of modulating signal.

The resultant wave is $e_r(t) = A(t) \cos\phi(t)$, where

$$A(t) = [1 + \rho^2 + 2\rho \cos\psi(t)]^{1/2}$$

and

$$\phi(t) = \psi_1(t) + \tan^{-1} \left\{ \frac{\rho \sin\psi(t)}{1 + \rho \cos\psi(t)} \right\}$$

where $\psi(t) = \psi_2(t) - \psi_1(t)$.

The instantaneous frequency $\omega_r(t)$ is given by

$$\omega_r(t) = d\phi(t)/dt$$

$$= \omega_c + \Delta\omega \cos p(t-t_1)$$

(carrier) (modulation signal)

$$+ (d/dt) \tan^{-1} \frac{\rho \sin\psi(t)}{1 + \rho \cos\psi(t)}$$

(harmonic distortion components)

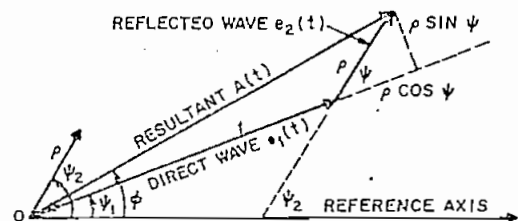


Fig. 22—Vector diagram showing direct wave, reflected wave, and resultant. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 11-7, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

MODULATION

The harmonic distortion components are given by

$$2p \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-\rho)^n}{n} \sin(n\theta_0)$$

$$\times \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m 2m J_{2m}(nz) \sin 2mB$$

$$- 2p \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-\rho)^n}{n} \cos(n\theta_0)$$

$$\times \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m (2m+1) J_{2m+1}(nz) \sin(2m+1)B$$

where

$$z = 2\beta \sin \frac{1}{2}(p t_0)$$

$$B = p \left[t - t_1 - \frac{1}{2}(t_0) \right]$$

$$\theta_0 = -\omega_c t_0 + \phi_0$$

$$t_0 = t_2 - t_1$$

Signal-to-Noise Improvement in FM Systems

The performance of a conventional FM receiver in the presence of random fluctuation noise is commonly judged on the basis of the variation of the output signal-to-noise $(S/N)_o$ power ratio as a function of the carrier-to-noise power ratio $(C/N)_i$ measured at the input to the limiter. This

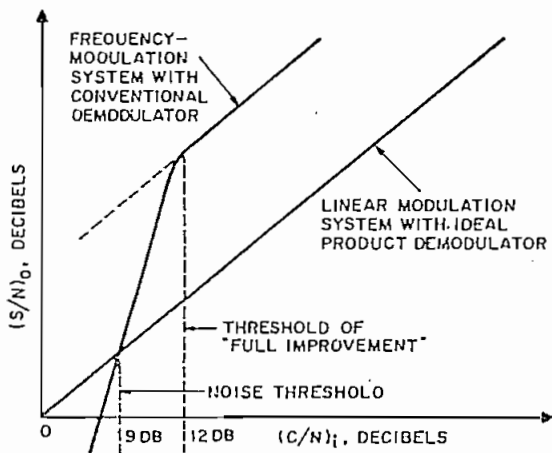


Fig. 23—Noise performance of conventional FM receiver. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 14-2, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

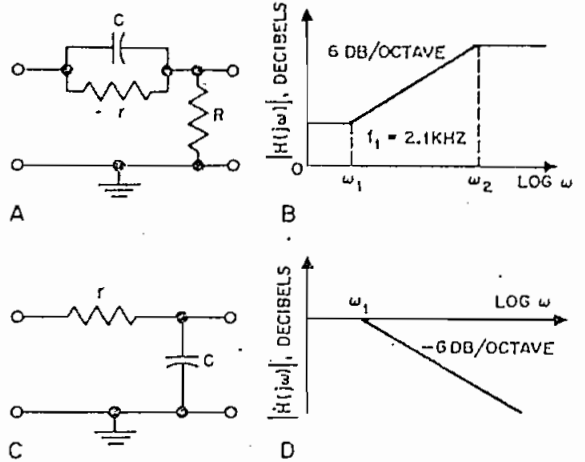


Fig. 24—Pre-emphasis and de-emphasis networks. A, Pre-emphasis network ($r \gg R$, $rC = 75 \mu\text{sec}$); B, Asymptotic response ($\omega_1 = 1/rC$, $\omega_2 \approx 1/RC$); C, De-emphasis network ($rC = 75 \mu\text{sec}$); D, Asymptotic response ($f_1 = 2.1 \text{ kHz}$). From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Figs. 14-6 and 14-7, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

relationship is shown graphically in Fig. 23. The threshold of full improvement occurs when $(C/N)_i$ is about 12 decibels. For all values of the carrier greater than the threshold, the output $(S/N)_o$ is proportional to the input $(C/N)_i$. The signal-to-noise improvement ratio for a single channel FM system is given by

$$(S/N)_o / (C/N)_i = (\Delta\Phi)^2$$

using a phase detector where $\Delta\Phi =$ peak phase deviation, and

$$(S/N)_o / (C/N)_i = 3(\Delta F / f_m)^2$$

$$= 3\beta^2$$

using a frequency discriminator

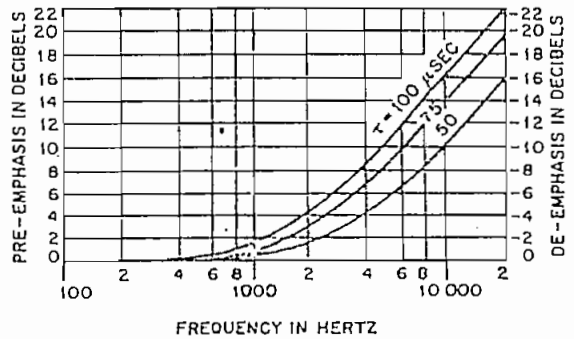


Fig. 25—Pre-emphasis and de-emphasis circuit response, for time constants of $\tau = 50, 75,$ and $100 \mu\text{sec}$. From C. E. Tibbs and G. G. Johnstone, "Frequency Modulation Engineering," John Wiley & Sons, Inc., New York. Courtesy of Chapman & Hall, Ltd., London, England.

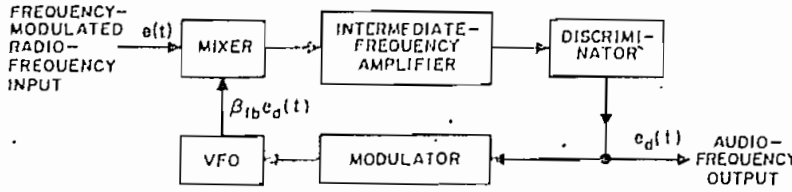


Fig. 26—Simplified block diagram of frequency-following receiver. From P. P. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 16-3, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

where ΔF = peak frequency deviation, and f_m = highest modulating frequency. The signal-to-noise improvement ratio for a particular channel of a multiplex system is given by

$$(S/N)_o / (C/N)_i = (B/B_c) (\Delta F_m / f_n)^2$$

where $2B$ = IF bandwidth, B_c = channel bandwidth, ΔF_m = peak channel frequency deviation, and f_n = midband channel frequency in the n th channel.

In the nonlinear region when the noise is larger than the carrier there exists a signal-suppression effect, the average amplitude of the discriminator output is reduced, and for $(C/N)_i \ll 1$ we have $(S/N)_o \propto (C/N)_i^2$.

Signal-to-Noise Improvement Through De-Emphasis

The $(S/N)_o$ ratio of the high-frequency end of the baseband can be increased by passing the modulating signal (at the transmitting end) through a pre-emphasis network (Fig. 24A and B) which emphasizes the higher signal frequencies, and then passing the output of the discriminator through a de-emphasis network (Fig. 24C and D) to restore the original signal-power distribution. Typical preemphasis and de-emphasis circuit responses for general time constants τ are shown in Fig. 25.

The improvement factor ρ_{FM} is given by

$$\rho_{FM} = \frac{(2\pi f_m \tau)^2}{3(2\pi f_m \tau - \tan^{-1} 2\pi f_m \tau)}$$

where f_m denotes the highest baseband frequency.

For narrow-band FM

$$\rho_{FM} \rightarrow 1.$$

For wide-band, f_m is large, and

$$\rho_{FM} \rightarrow (2\pi f_m \tau)^2 / 3.$$

The mean $(S/N)_o$ ratio for FM with pre-emphasis is given by

$$(S/N)_o = \rho_{FM} \cdot 3\beta^2 (C/N)_i.$$

Application of Negative Feedback to FM Systems

The use of a large modulation index in a FM system considerably increases the signal-to-noise improvement ratio but imposes severe bandwidth and linearity requirements on the IF amplifiers. The use of negative feedback, also called frequency compression feedback (FCF), allows a reduction in the receiver bandwidth while preserving the

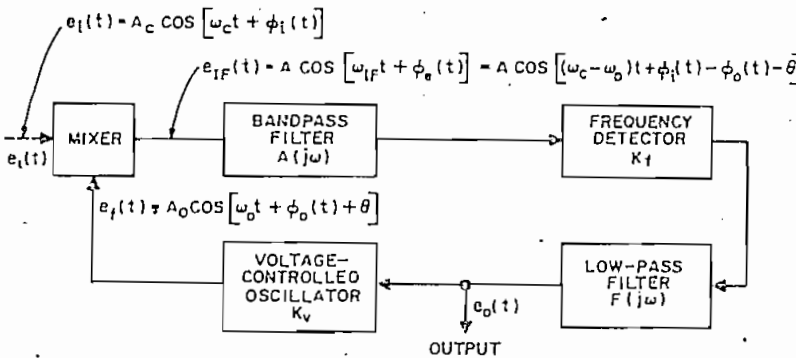


Fig. 27—Block diagram of a frequency-compressive feedback FM system. From P. P. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 16-1, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

MODULATION

advantage of high modulation index. This is shown in Fig. 26. Assuming a noiseless incoming signal

$$c(t) = A_c \cos \left[\omega_c t + \Delta \omega \int_0^t g(u) du \right].$$

The instantaneous angular frequency is

$$\omega_c(t) = \omega_c + \Delta \omega g(t)$$

and the variable portion of the discriminator output is

$$e_d(t) = [k_d / (1 + k_d \beta_R)] \Delta \omega g(t) \\ \cong (\Delta \omega / \beta_R) g(t), \quad k_d \beta_R \gg 1$$

where $\Delta \omega g(t)$ = instantaneous-frequency deviation of the incoming signal, k_d = discriminator constant, and β_R = feedback factor. Thus the effective index of modulation is reduced by β_R and the IF bandwidth may be reduced to accept only one pair of sidebands.

Threshold Extension Using Frequency Compression Feedback

The threshold level of a FM receiver determines the maximum operating range of the FM communication system; hence any technique that lowers the threshold will enhance the system reliability. Frequency compression feedback may be used to lower the threshold (commonly referred to as threshold extension), as shown in Fig. 27. In this system, the threshold is approximately given by

$$P_T = (C/N)_1 = 4.8 [(F-1)/F]^2$$

where $F = 1 + K_r K_f$ is the feedback factor, and $K_r K_f$ is the loop gain.

PART 2—PULSE MODULATION

In pulse-modulation systems*, the unmodulated carrier is usually a series of regularly recurrent

* P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Chapters 17, 18, 20, 21, and 22, McGraw-Hill Book Co., New York, N. Y.; 1965.

pulses; information is conveyed by modulating some parameter of the transmitted pulses such as the amplitude, duration, time of occurrence, or shape of pulse. This type of modulation is based on the "sampling principle," which states that a continuous message waveform that has a spectrum of finite width could be recovered from a set of discrete instantaneous samples whose rate is higher than twice the highest signal frequency. This discrete set of periodic samples of the message function is used to modulate some parameter of the carrier pulses. In *pulse-amplitude modulation* (PAM), the series of periodically recurring pulses is modulated in amplitude by the corresponding instantaneous samples of the message function. In *pulse-time modulation* (PTM), the instantaneous samples of the message function are used to vary the time of occurrence of some parameter of the pulsed carrier. Pulse-duration, pulse-position, and pulse-frequency modulation are particular forms of pulse-time modulation. In *pulse-duration modulation* (PDM), the time of occurrence of either the leading or trailing edge of each pulse (or both) is varied from its unmodulated position by the samples of the modulating wave. This is also called *pulse-length* or *pulse-width modulation* (PWM). In *pulse-position (or phase) modulation* (PPM), the samples of the modulating wave are used to vary the position in time of a pulse, relative to its unmodulated time of occurrence. Pulse-position modulation is essentially the same as PDM, except that the variable edge is now replaced by a short pulse. In *pulse-frequency modulation* (PFM), the samples of the message function are used to modulate the frequency of the series of carrier pulses.

Pulse modulation is used for time-division multiplexing (TDM). In TDM systems, each of a number of sampled messages is used to modulate a pulsed carrier. However, each pulsed carrier is allocated a different time interval for its transmission; and thus at each instant of time only one carrier is being transmitted, as shown in Fig. 28.

The pulse-modulation systems enumerated so far are examples of uncoded pulse systems. In *pulse-code modulation* (PCM), the modulating signal waveform is sampled at regular intervals as in conventional pulse modulation. However, in PCM, the samples are first quantized into discrete steps; i.e., within a specified range of expected sample values, only certain discrete levels are allowed and these are transmitted over the system by means of a code pattern of a series of pulses.

Another example of a code-modulation system is *delta modulation*. As in PCM, the range of signal amplitudes is quantized and binary pulses are produced at the sending end at regular intervals. However, in delta-modulation systems, instead of the absolute quantized signal amplitude being transmitted at each sampling, the transmitted

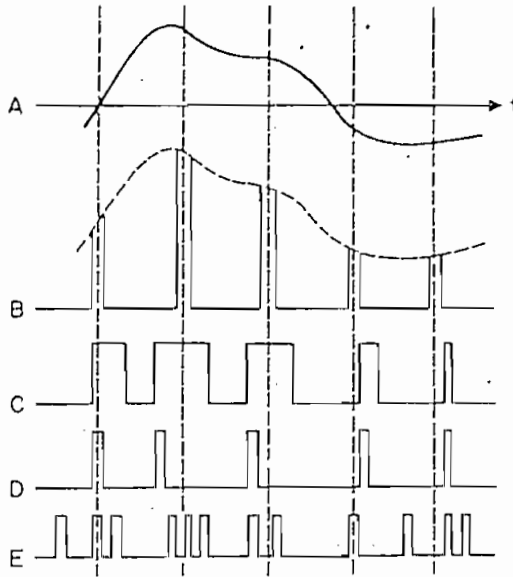


Fig. 2S—Signal waveforms in TDM systems: A, Modulating signal waveform; B, Pulse-amplitude modulation; C, Pulse-length modulation; D, Pulse-position modulation; E, Pulse-code modulation. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 18-2, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

pulses carry the information corresponding to the derivative of the amplitude of the modulating signal.

SAMPLING

Sampling in the Time Domain

If a signal $f(t)$ is sampled at regular intervals of time and at a rate higher than twice the highest significant signal frequency, then the samples contain all the information of the original signal. The function $f(t)$ may be reconstructed from these samples by the use of a low-pass filter. The reconstruction equation is

$$f(t) = \alpha \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n\alpha/2B) \frac{\sin 2\pi B(t - n\alpha/2B)}{2\pi B(t - n\alpha/2B)}$$

$$0 < \alpha \leq 1$$

where $f(t)$ is band-limited to B hertz, and the samples are taken at sampling intervals $\alpha/2B$ seconds apart.

Sampling in the Frequency Domain

A time-limited signal $f(t)$ which is zero outside the range $t_1 < t < t_2$ is completely determined by the values of the spectrum function $F(j\omega)$ at the angular-frequency sampling points given by

$$\omega_n = n[2/(t_2 - t_1)].$$

The function $f(t)$ expressed in terms of its sampling values in the frequency domain is given by the reconstruction equation

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (t_2 - t_1)^{-1} F\left(j \frac{2\pi n}{t_2 - t_1}\right) \times \exp[j2\pi nt / (t_2 - t_1)].$$

Sampling of a Band-Pass Function ($B_0, B_0 + B$)

The reconstruction equation for $f(t)$ in terms of its sampled values is

$$f(t) = 2BT \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT) \frac{\sin \pi B(t - nT)}{\pi B(t - nT)} \times \cos 2\pi B_c(t - nT)$$

where $B_c = B_0 + (B/2)$, the center frequency of the band-pass signal, and the permissible values of T are given by

$$m/2B_0 \leq T \leq [(m+1)/2(B_0 + B)],$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

provided $B_0 \neq 0$.

The minimum sampling frequency for a band-limited signal of width B is illustrated in Fig. 29.

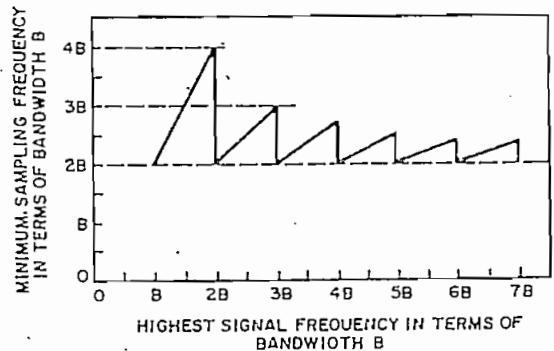


Fig. 29—Minimum sampling frequency for band of width B . From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 17-13, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

MODULATION

PULSE-AMPLITUDE MODULATION (PAM)

In PAM, the samples of the message function are used to amplitude modulate the successive carrier pulses. When the modulated pulses follow the amplitude variation of the sampled time function during the sampling interval, the process is called *natural sampling* or *top sampling*. In contrast with natural sampling we have instantaneous or square-topped sampling, where the amplitude of the pulses is determined by the instantaneous value of the sampled time function corresponding to a single instant (i.e., center or edge) of the sampling time interval. PAM can be instrumented by two distinct methods. The first produces a variation of the amplitude of a pulse sequence about a fixed nonzero value or pedestal and constitutes double-

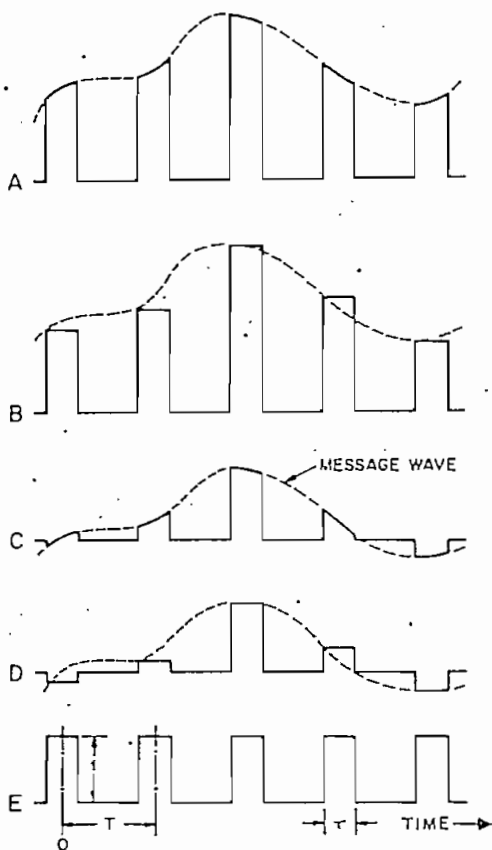


Fig. 30—Various shapes of amplitude-modulated pulses: A, Single-polarity pulses; B, Single-polarity flat-top pulses; C, Double-polarity pulses; D, Double-polarity flat-top pulses; E, Unit sampling function. From H. S. Black, "Modulation Theory," courtesy of D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J.

sideband amplitude modulation (Fig. 30A and 30B). In the second method the pedestal is zero, and the output signal consists of double-polarity modulated pulses and constitutes double-sideband suppressed-carrier modulation (Fig. 30C and 30D).

Spectra of Amplitude-Modulated Pulses

Double-Polarity AM Pulses—Natural (or Top) Sampling: In the process of natural sampling (or exact scanning), the modulated pulses follow the sampled time function during the sampling interval. The unit sampling function (Fig. 30E) consists of a train of unmodulated periodic pulses of unit amplitude given by

$$p_T(t) = (\tau/T) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(n\pi\tau/T)}{n\pi\tau/T} \exp(jn\omega_0 t)$$

where $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi/T$ is the fundamental angular frequency of the pulse train, τ is the duration of the pulse, and τ/T is the duty cycle. Double-polarity AM pulses are obtained by multiplying the message signal $f(t)$ by the unit sampling function $p_T(t)$. In case of sinusoidal modulation, $f(t) = A \cos(\omega_m t + \phi)$, and the waveform of the AM pulses is given by

$$\begin{aligned} f_{s1}(t) &= f(t)p_T(t) \\ &= (\tau/T) A \cos(\omega_m t + \phi) \\ &\quad + (\tau/T) A \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi\tau/T)}{n\pi\tau/T} \\ &\quad \times \cos[(n\omega_0 \pm \omega_m)t \pm \phi]. \end{aligned}$$

In the general case, the message function $f(t)$ is band-limited, and its spectrum is $F(j\omega)$. The output spectrum is

$$\begin{aligned} F_{s1}(j\omega) &= (\tau/T) F(j\omega) + (\tau/T) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi\tau/T)}{n\pi\tau/T} \\ &\quad \times \{F[j(\omega - n\omega_0)] + F[j(\omega + n\omega_0)]\} \\ &= \frac{\tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(n\pi\tau/2)}{n\omega_0\tau/2} F[j(\omega - n\omega_0)]. \end{aligned}$$

The spectrum of the double-polarity AM pulses consists of the original modulation spectrum and an infinite number of upper and lower sidebands around ω_0 and its harmonics.

Double-Polarity AM Pulses—Instantaneous (or Square-Top) Sampling: In case of sinusoidal modulation, the output waveform is given by

$$\begin{aligned} f_{s2}(t) &= (\tau/T) A \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin[\pi(\tau/T)(n\omega_0 \pm \omega_m)/\omega_0]}{[\pi(\tau/T)(n\omega_0 \pm \omega_m)/\omega_0]} \\ &\quad \times \cos[(n\omega_0 \pm \omega_m)(t - \frac{1}{2}\tau) + \phi]. \end{aligned}$$

In the general case, the output spectrum is

$$F_{s,2}(j\omega) = (\tau/T) \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F[j(\omega - n\omega_0)].$$

Single-Polarity AM Pulses—Natural Sampling: For sinusoidal modulation

$$f_{s,1}(t) = [1 + m_a \cos(\omega_m t + \phi)] \times (\tau/T) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(n\pi\tau/T)}{n\pi\tau/T} \exp(jn\omega_0 t) = p_T(t) + f_{s,1}(t)$$

where m_a is the modulation index. In the general case

$$F_{s,1}(j\omega) = P(j\omega) + F_{s,1}(j\omega)$$

where $P(j\omega)$ is the Fourier transform of $p_T(t)$.

Single-Polarity AM Pulses—Instantaneous Sampling: For sinusoidal modulation

$$f_{s,1}(t) = p_T(t) + f_{s,2}(t).$$

In the general case

$$F_{s,1}(j\omega) = P(j\omega) + F_{s,2}(j\omega).$$

Signal-to-Noise Ratio in PAM

$$(S/N)_i = \frac{1}{2} m_a^2 P / N_0 B$$

where P = average power of unmodulated radio-frequency pulse train, N_0 = noise-power density in watts/hertz, and B = channel (RF) bandwidth. Also

$$(S/N)_o = \frac{\frac{1}{2} m_a^2 (\tau/T) P}{N_0 f_m}$$

where f_m = top frequency of message function. By blocking the receiver between pulses to eliminate the noise in the interpulse period, the $(S/N)_o$ at the output of a low-pass filter is

$$(S/N)_o = \frac{1}{2} m_a^2 P / N_0 f_m$$

which is identical to the result obtained for conventional CW carrier amplitude modulation.

In practice, PAM provides a poorer signal-to-noise ratio than conventional AM, because the receiver is unblocked for rather longer than the pulse-duration time owing to the sloping sides of the pulse.

PULSE-TIME MODULATION (PTM)

The improvement in signal-to-noise ratio obtained by the use of time-modulated pulses of constant amplitude instead of amplitude-modulated

pulses led to the development of systems using pulse-duration and pulse-position modulation. The sampling associated with pulse modulation may be either natural or uniform (periodic). Natural sampling may be defined as a process of sampling in which the time of sampling coincides with the time of appearance of the time-modulated pulse as shown in Fig. 31A. In the process of natural sampling, the pulse duration τ_n corresponds to the value of the modulating signal $M(t_n)$ at that instant, and consequently the sampling intervals t_n are not equal but depend on the modulation level. Uniform sampling may be defined as a process of sampling where the variation in the parameter of the pulse is proportional to the modulating signal at uniformly spaced sampling times. This is illustrated in Fig. 31B, where the width of the pulses is proportional to the modulating values $M(t_n)$ which are sampled at equal intervals $t_n = nT_r$ and are independent of the modulation process.

Spectra of Time-Modulated Pulses

The spectra of PTM pulses can be derived with reference to Fig. 32, where the two cosine waves A and B of angular frequency ω_r are displaced relative to each other by an amount τ , the width of the unmodulated pulse. The positive and negative steps which give rise to the pulse train are assumed to occur at the peaks of waveforms A and B , respectively. In the absence of modulation,

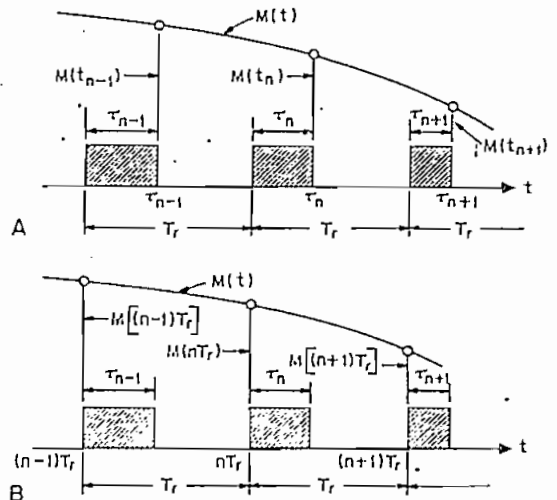


Fig. 31—PDM using natural and uniform sampling: A, Natural sampling; B, Uniform sampling. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 18-14, © 1955, McGraw-Hill Book Company.

MODULATION

the time of occurrence of the positive and negative steps is given by

$$\omega_r(t + \tau/2) = 2n\pi$$

and

$$\omega_r(t - \tau/2) = 2n\pi.$$

With natural modulation, the time of occurrence of the positive and negative steps is given by

$$\omega_r(t + \tau/2) + \beta \sin(\omega_m t + \phi) = 2n\pi$$

and

$$\omega_r(t - \tau/2) + \beta \sin(\omega_m t + \phi) = 2n\pi.$$

Similarly, with uniform modulation, the time of occurrence or the position of the leading and trailing edges of the pulses is determined by

$$\omega_r(t + \tau/2) + \beta \sin(\omega_m t + \phi) = 2n\pi$$

$$\omega_r(t - \tau/2) + \beta \sin(\omega_m t + \phi) = 2n\pi$$

where ω_m is the modulating frequency and β is the modulation index. Pulses whose moments of occurrence satisfy these equations are said to be time modulated. In pulse-frequency modulation $\beta = \Delta\omega/\omega_m$, while in pulse-phase (or pulse-position) modulation β is constant independent of the modulating frequency.

Pulse-Frequency Modulation—Natural Sampling: A useful expression for an infinite train of unmodulated pulses is in the form

$$p_T(t) = (A/2\pi j) \sum_{k=-\infty}^{\infty} k^{-1} \{ \exp[jk\omega_r(\tau/2)] - \exp[-jk\omega_r(\tau/2)] \} \exp(jk\omega_r t)$$

where A is the amplitude of the pulses, and ω_r is

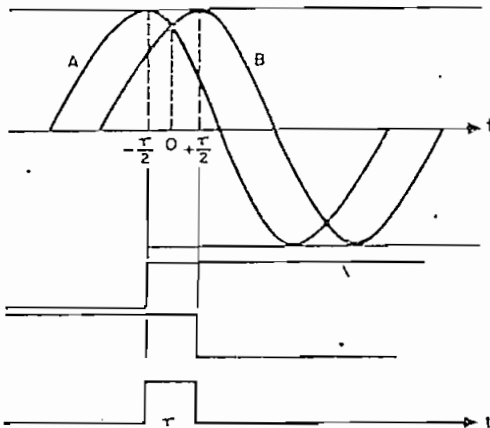


Fig. 32—Modulation process (modified). From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 17-14, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

the pulse repetition frequency. Frequency modulation can be taken into account by substituting for $\omega_r\tau/2$ in the expressions for the leading and trailing edges in the last equation, the expressions

$$\frac{1}{2}(\omega_r\tau) + \beta \sin(\omega_m t + \phi)$$

and

$$\frac{1}{2}(\omega_r\tau) - \beta \sin(\omega_m t + \phi).$$

The frequency-modulated pulse train is then

$$\begin{aligned} p_m(t) &= (A/2\pi j) \\ &\times \sum_{k=-\infty}^{\infty} k^{-1} \{ \exp\{j[k\omega_r(\tau/2) + k\beta \sin(\omega_m t + \phi)]\} \\ &\quad - \exp\{-j[k\omega_r(\tau/2) - k\beta \sin(\omega_m t + \phi)]\} \} \\ &\quad \times \exp(jk\omega_r t) \\ &= \frac{A\omega_r\tau}{2\pi} + \frac{A\omega_r\tau}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin[k\omega_r(\tau/2)]}{k\omega_r(\tau/2)} \\ &\quad \times (J_0(k\beta) \cosh k\omega_r t + \sum_{n=1}^{\infty} J_n(k\beta) \\ &\quad \times \{ \cos[(k\omega_r + n\omega_m)t + n\phi] \\ &\quad \quad + (-1)^n \cos[(k\omega_r - n\omega_m)t - n\phi] \}). \end{aligned}$$

This expression may be compared with that for the spectrum of a frequency-modulated continuous wave given by

$$\begin{aligned} c_{FM}(t) &= AJ_0(\beta) \cos\omega_r t \\ &\quad + A \sum_{n=1}^{\infty} J_n(\beta) \{ \cos[(\omega_r + n\omega_m)t + n\phi] \\ &\quad \quad + (-1)^n \cos[(\omega_r - n\omega_m)t - n\phi] \}. \end{aligned}$$

The conclusions reached are as follows.

(A) With pulse-frequency modulation using natural sampling, the direct-current component of the pulse spectrum has no sideband of the modulating frequency.

(B) The k th harmonic of the pulse repetition frequency is frequency modulated, the modulation index being $k\beta$.

Pulse-Frequency Modulation—Uniform Sampling: In this type of modulation, the displacement of waveform B of Fig. 32 from its unmodulated position at any instant of time t will depend on the value of the modulating voltage at $(t - \tau)$. The expression for the modulated pulse train be-

comes

$$\begin{aligned}
 p_m(t) &= (A/2\pi j) \\
 &\times \sum_{k=1}^{\infty} k^{-1} (\exp\{j[k\omega_r(\tau/2) + k\beta \sin(\omega_m t + \phi)]\} \\
 &- \exp\{-j[k\omega_r(\tau/2) - k\beta \sin(\omega_m t - \tau + \phi)]\}) \\
 &\times \exp(jk\omega_r t) \\
 &= \frac{A\omega_r\tau}{2\pi} + A \left(\frac{\Delta\omega}{2\pi}\right) \tau \frac{\sin[\omega_m(\tau/2)]}{\omega_m(\tau/2)} \\
 &\times \cos[\omega_m t + \phi - (\omega_m\tau/2)] \\
 &+ \frac{A\omega_r\tau}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \left(J_0(k\beta) \frac{\sin[k\omega_r(\tau/2)]}{k\omega_r(\tau/2)}\right) \\
 &\times \cos k\omega_r t + \sum_{n=1}^{\infty} J_n(k\beta) \left\{ \frac{\sin(k\omega_r + n\omega_m)(\tau/2)}{k\omega_r(\tau/2)} \right. \\
 &\times \cos[(k\omega_r + n\omega_m)t + n\phi - n\omega_m(\tau/2)] \\
 &+ (-1)^n \frac{\sin(k\omega_r - n\omega_m)(\tau/2)}{k\omega_r(\tau/2)} \\
 &\left. \times \cos[(k\omega_r - n\omega_m)t - n\phi + n\omega_m(\tau/2)] \right\}
 \end{aligned}$$

The conclusions reached are as follows.

(A) The direct-current component of the pulse spectrum has a sideband of the modulating frequency of amplitude

$$(A\Delta\omega\tau/2\pi) \{\sin[\omega_m(\tau/2)]/\omega_m(\tau/2)\}.$$

Modulation can therefore be recovered by means of a low-pass filter.

(B) The upper and lower sidebands of the k th harmonic of the pulse repetition frequency are not equal in amplitude, whereas in the case of natural sampling they are equal.

Pulse-Position (or Pulse-Phase) Modulation: The waveform of pulse-phase modulation can be directly derived from that for pulse-frequency modulation by substituting $\omega_r\tau_d$ for β , where $\omega_r\tau_d$ represents the peak phase deviation of waveforms A and B which is constant independent of the modulation frequency ω_m . The resulting waveform is

Natural sampling:

$$\begin{aligned}
 p_m(t) &= \frac{A\omega_r\tau}{2\pi} + \frac{A\omega_r\tau}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin[k\omega_r(\tau/2)]}{k\omega_r(\tau/2)} \\
 &\times (J_0(k\omega_r\tau_d) \cos k\omega_r t + \sum_{n=1}^{\infty} J_n(k\omega_r\tau_d) \\
 &\times \{\cos[(k\omega_r + n\omega_m)t + n\phi] \\
 &+ (-1)^n \cos[(k\omega_r - n\omega_m)t - n\phi]\}).
 \end{aligned}$$

We note that each pulse-repetition-frequency harmonic is phase-modulated, with peak deviation equal to $k\omega_r\tau_d$. Also, there is no sideband ac-

companying the direct-current component of the pulse spectrum, and hence modulation cannot be recovered by means of a low-pass filter.

Uniform sampling:

$$\begin{aligned}
 p_m(t) &= \frac{A\omega_r\tau}{2\pi} + \frac{A\omega_r\omega_m\tau_d\tau}{2\pi} \frac{\sin[\omega_m(\tau/2)]}{\omega_m(\tau/2)} \\
 &\times \cos[\omega_m t + \phi - (\omega_m\tau/2)] + \frac{A\omega_r\tau}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \left(J_0(k\omega_r\tau_d) \right. \\
 &\times \frac{\sin[k\omega_r(\tau/2)]}{k\omega_r(\tau/2)} \cos k\omega_r t + \sum_{n=1}^{\infty} J_n(k\omega_r\tau_d) \\
 &\times \left\{ \frac{\sin(k\omega_r + n\omega_m)(\tau/2)}{k\omega_r(\tau/2)} \cos[(k\omega_r + n\omega_m)t \right. \\
 &+ n\phi - n\omega_m(\tau/2)] + (-1)^n \frac{\sin(k\omega_r - n\omega_m)(\tau/2)}{k\omega_r(\tau/2)} \\
 &\left. \times \cos[(k\omega_r - n\omega_m)t - n\phi + n\omega_m(\tau/2)] \right\} \left. \right\}.
 \end{aligned}$$

This is an equation very similar to that for pulse-frequency modulation.

Pulse-Width Modulation: The spectrum for width-modulated pulses can be obtained from the spectrum of phase-modulated pulses. If the trailing edge, instead of being displaced in the same direction as the leading edge, is displaced in the opposite direction, pulse-width modulation will be produced.

Considering first the case of *symmetrical double-edge modulation*, the expression for the width-modulated pulse train becomes

$$\begin{aligned}
 p_m(t) &= \frac{A}{2\pi j} \sum_{n,k=-\infty}^{\infty} k^{-1} \{ J_n(k\omega_r\tau_d) \exp[jk\omega_r(\tau/2)] \\
 &- J_n(-k\omega_r\tau_d) \exp[-jk\omega_r(\tau/2)] \} \\
 &\times \exp\{j[(k\omega_r + n\omega_m)t + n\phi]\}.
 \end{aligned}$$

Let $m = 2\tau_d/\tau$, the modulation index; thus for $m = 1$ (100% modulation) the maximum and minimum values of the pulse width will vary between 2τ and 0, and the expression reduces to

$$\begin{aligned}
 p_m(t) &= \frac{A\omega_r\tau}{2\pi} + \frac{A\omega_r m\tau}{2\pi} \sin(\omega_m t + \phi) + \frac{A\omega_r\tau}{2\pi} \\
 &\times \sum_{k=1}^{\infty} \left[2J_0[k\omega_r m(\tau/2)] \frac{\sin[k\omega_r(\tau/2)]}{k\omega_r(\tau/2)} \cos k\omega_r t \right. \\
 &+ 4J_1[k\omega_r m(\tau/2)] \frac{\cos[k\omega_r(\tau/2)]}{k\omega_r(\tau/2)} \cos(k\omega_r t) \\
 &\times \sin(\omega_m t + \phi) + 4J_2[k\omega_r m(\tau/2)] \frac{\sin[k\omega_r(\tau/2)]}{k\omega_r(\tau/2)} \\
 &\left. \times \cos(k\omega_r t) \cos(2\omega_m t + 2\phi) + \dots \right].
 \end{aligned}$$

We note that the direct-current component of the pulse spectrum has a sideband of the modulating frequency of amplitude $A\omega_r m\tau/2\pi$; therefore, modulation can be recovered by means of a low-pass filter.

In the case of *single-edge modulation*, only one edge is being modulated (e.g., the leading edge), and the resulting spectrum is given by

$$\begin{aligned}
 p_m(t) = & \frac{A\omega_r\tau}{2\pi} + \frac{A\omega_r m\tau}{2\pi} \sin(\omega_m t + \phi) + \frac{A\omega_r\tau}{2\pi} \\
 & \times \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{\text{sinc}k\omega_r(t-\tau/2)}{k\omega_r(\tau/2)} + \frac{J_0(k\omega_r m\tau)}{k\omega_r(\tau/2)} \text{sinc}k\omega_r(t+\tau/2) \right. \\
 & + \frac{2J_1(k\omega_r m\tau)}{k\omega_r(\tau/2)} \cos k\omega_r(t+\tau/2) \sin(\omega_m t + \phi) \\
 & + \frac{2J_2(k\omega_r m\tau)}{k\omega_r(\tau/2)} \text{sinc}k\omega_r(t+\tau/2) \\
 & \left. \times \cos(2\omega_m t + 2\phi) + \dots \right]
 \end{aligned}$$

In this case also, the modulating signal can be extracted by means of a low-pass filter.

Signal-to-Noise Improvement Ratio in PTM

In PDM, the noise manifests itself as jitter in the leading and trailing edges of the recovered pulses, and the slopes of the pulse edges influence noise reduction. PPM systems are affected by noise in the same manner as PDM systems. Considering trapezoidal pulses (Figs. 33 and 34), the S/N power ratio at the demodulator output is

$$(S/N)_o = \frac{1}{2} (t_0/\tau_r)^2 (A_c/\sigma)^2.$$

The ratio of peak pulse power to mean noise power is

$$(C/N)_i = (A_c/\sigma)^2.$$

Hence

$$(S/N)_o = \frac{1}{2} (t_0/\tau_r)^2 (C/N)_i.$$

The $(S/N)_o$ can be improved by decreasing the

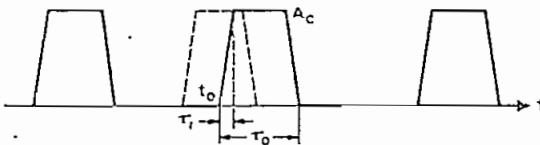


Fig. 33—Pulse-position modulation of trapezoidal pulses. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 15-26, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

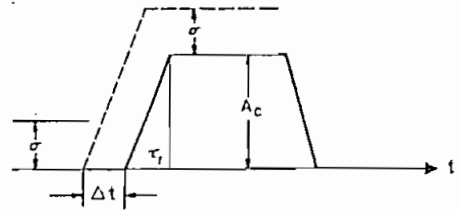


Fig. 34—Variation in pulse position due to noise or interference. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 18-27, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

pulse rise τ_r , or correspondingly by widening the transmission bandwidth. For $B \cong 1/\tau_r$

$$(S/N)_o = \frac{1}{2} t_0^2 B^2 (C/N)_i.$$

For $B \cong 1/2\tau_r$

$$(S/N)_o = 2t_0^2 B^2 (C/N)_i.$$

As in the case of FM, the $(S/N)_o$ ratio cannot be improved indefinitely by widening the bandwidth, because the noise power introduced at the receiver increases with bandwidth and eventually becomes comparable to the signal and "takes over" the system. A threshold level thus also exists just as in the FM case. This threshold level is usually taken as $A_c/\sigma = 2$, or $(C/N)_i = 4$ (6 dB).

PULSE-CODE MODULATION (PCM)

In PCM, several pulses are used as a code group to describe the quantized amplitude of a single sample. For example, a code group of n on-off pulses (binary code) can represent 2^n discrete amplitudes or levels, including zero level. In general, in an s -ary PCM system, the number of quantized amplitude levels the code group can express (including zero level) is given by

$$M = s^n.$$

If a stands for 0 or 1, the binary notation with n digits, a_1, a_2, \dots, a_n , represents the number

$$a_1 2^0 + a_2 2^1 + a_3 2^2 + \dots + a_n 2^{n-1}.$$

In the ternary number system, a stands for the pulse amplitude 0, 1, 2, and the code group of n digits represents the number

$$a_1 3^0 + a_2 3^1 + \dots + a_n 3^{n-1}.$$

Table 1 shows how the 64 numbers from 0 through 63 are represented in binary, quaternary, and octonary notation.

REFERENCE DATA FOR RADIO ENGINEERS

TABLE 1.—ENCODING INTO BINARY, QUATERNARY, AND OCTONARY NUMBERS. From P. P. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Table 20-1, © 1965, McGraw-Hill Book Co., New York.

Decimal No.	Binary No.	Quaternary No.	Octonary No.
0	000000	000	00
1	000001	001	01
2	000010	002	02
3	000011	003	03
4	000100	010	04
5	000101	011	05
6	000110	012	06
7	000111	013	07
8	001000	020	10
9	001001	021	11
10	001010	022	12
11	001011	023	13
12	001100	030	14
⋮	⋮	⋮	⋮
62	111110	332	76
63	111111	333	77

Transmission Requirements for PCM

Minimum Channel Bandwidth for No Intermodulation:

$$B = nf_m$$

where n = number of pulses in the code group, and f_m = highest frequency of message signal.

Threshold Power: The reliability of detecting the presence or absence of a pulse is a function of the signal-to-noise ratio. The probability of error using synchronous detection in the presence of white gaussian noise is given by

$$p = \frac{1}{2} [1 - \operatorname{erf}(V_0/2\sigma)]$$

where V_0 = peak signal pulse, σ = rms noise amplitude, and $\operatorname{erf}x$ is the error function

$$\operatorname{erf}x \equiv (2\pi)^{-1/2} \int_{-x}^x \exp(-u^2/2) du.$$

The rapid decrease of the probability of error as the signal-to-noise ratio is increased is shown in Table 2. Note that there exists in PCM a fairly definite threshold, at about 20 dB, above which the interference is negligible.

Average Signal Power: The average signal power of a code group with s possible discrete unipolar

pulse levels uniformly distributed is given by

$$P = (V_0^2/6) [(2s-1)/(s-1)].$$

For the binary code group with unipolar on-off pulses, $s=2$ and $P = V_0^2/2$. The average signal power of a bipolar s -ary system is

$$P = (V_0^2/12) [(s+1)/(s-1)]$$

which for a bipolar binary system reduces to

$$P = V_0^2/4.$$

Channel Capacity of a PCM System

$$C = B \log_2 s^2 = B \log_2 [1 + (12P/K^2N)] \text{ bit/second}$$

where N = average channel noise power, and K = constant (relating the spacing of levels of code pulses to the rms noise voltage σ) to attain the required probability of error $V_0 = (s-1)K\sigma$. Comparing the channel capacity of a PCM system with the capacity $C = B \log_2(1+P)$ of Shannon's ideal system, it follows that a PCM system requires $K^2/12$ times the power theoretically required to realize a given channel capacity for a given bandwidth.

Quantization Noise in a PCM System

Representing the message signal by certain discrete allowed levels or steps is called quantizing. It inherently introduces an initial error in the amplitude of the samples, giving rise to quantization noise.

Uniform Spacing of Levels: In this case, the quantizing interval or step Δu = constant, and the

TABLE 2.—RELATIONSHIP OF PROBABILITY OF ERROR TO SIGNAL-TO-NOISE RATIO. From P. P. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Table 20-2, © 1965, McGraw-Hill Book Co., New York.

P/N (decibels)	Probability of Error	Error Frequency (one error every)
13.3	10^{-2}	10^{-3} second
17.4	10^{-4}	10^{-1} second
19.6	10^{-6}	10 seconds
21.0	10^{-8}	20 minutes
22.0	10^{-10}	1 day
23.0	10^{-12}	3 months

MODULATION

quantizing noise power is given by

$$N_q = (\Delta v)^2 / 12$$

assuming that the quantization noise is uniformly distributed between $\pm \Delta v / 2$. Assuming that the amplitudes of the samples are uniformly distributed, the signal power recovered from the quantized samples is

$$S_q = [(M^2 - 1) / 12] (\Delta v)^2$$

where M = number of discrete levels assigned to message signal. The ratio of the signal power to the quantizing noise power is

$$S_q / N_q = M^2 - 1 \cong M^2, \quad M \gg 1.$$

Nonuniform Spacing of Levels: Quantization noise can be reduced by the use of nonuniform spacing of levels, to provide smaller steps for weaker signals and coarser quantization near the peak of large signals. Quantization noise can be minimized by an optimum level distribution which is a function of the probability density of the signal. The optimum level spacing Δv_k is given by

$$[p(v_k)]^{1/3} \Delta v_k = k / M, \quad k = \text{constant}.$$

With optimum level spacing the total minimum error power is

$$(N_q)_{\min} = (2/3M^2) \left\{ \int_0^V [p(v)]^{1/3} dv \right\}^3$$

where $p(v)$ = probability density of the message signal, and the nonuniform levels are symmetri-

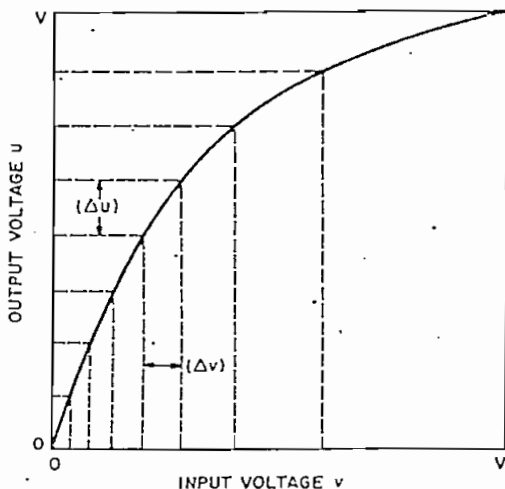


Fig. 35—Compression characteristic of "compressor". From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 20-10, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

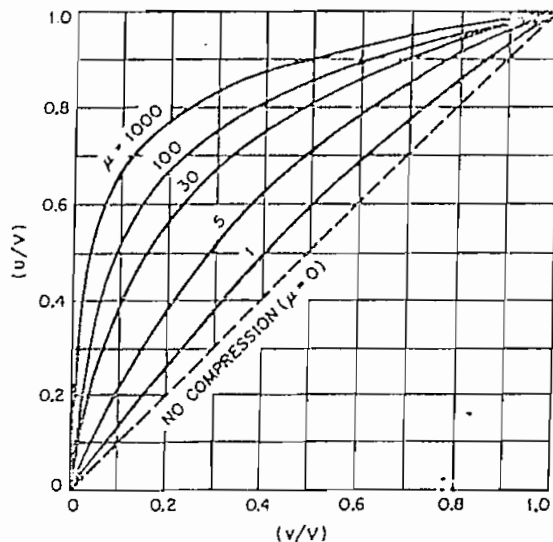


Fig. 36—Logarithmic compression characteristics. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 20-11, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

cally disposed about zero level in the amplitude range $(-V, V)$.

In practice, nonuniform quantization is realized by compression, followed by uniform quantization as in Fig. 35. The logarithmic compression curve shown in Fig. 36 renders the distortion largely independent of the signal and is relatively easy to obtain in practice.

$$u = k \log[1 + (\mu v / V)]$$

where v = input voltage, u = output voltage, μ = compression parameter, and k = undetermined constant. By adjusting the maximum values of the input and the compressed signals to be equal, this gives

$$u = \frac{V \log(1 + \mu v / V)}{\log(1 + \mu)}, \quad 0 \leq v \leq V$$

and

$$u = \frac{-V \log(1 - \mu v / V)}{\log(1 + \mu)}, \quad -V \leq v \leq 0.$$

The quantizing noise power using logarithmic compression is

$$N_q = (\alpha^2 / 12) (V^2 + \mu^2 S)$$

where

$$\alpha = \frac{2 \log(1 + \mu)}{\mu M}$$

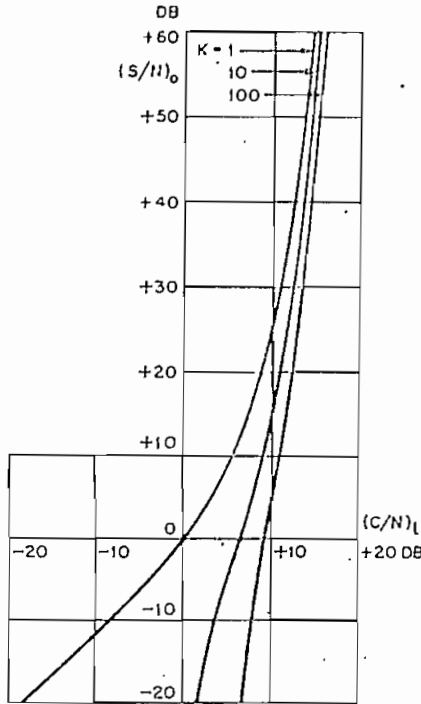


Fig. 37—Output signal-to-noise ratio for PCM. From H. F. Mayer, "Principles of Pulse Code Modulation," *Advan. Electron.*, vol. 3, © 1951, Academic Press, Inc., New York.

and

$$S = \int_{-V}^V v^2 p(v) dv = \text{average signal power.}$$

False-Pulse Noise in a PCM System

In addition to quantization noise, a PCM system is characterized by *false-pulse noise*, which originates primarily at the receiving end of the system and is caused by noise spikes breaking through the threshold. This type of noise decreases rapidly as the signal power is increased above threshold. The effect of the false pulses introduced in the code group is to introduce an error in the decoded samples. The mean-square error introduced in the decoded signal is defined as the false-pulse noise. The output signal-to-noise ratio at the decoder is

$$(S/N)_o = (1/4pq) - 1$$

where p is the probability of sending out state one and receiving state zero and vice versa, and q is the probability that no transmission fault occurs ($p+q=1$). The output signal-to-noise ratio drops from infinity with a noiseless channel ($p=0, q=1$) to zero in the case of an infinitely large channel noise ($p=q=1/2$).

The output signal-to-noise ratio for K links in tandem is given by

$$(S/N)_{o,(K)} = \frac{(q-p)^{2K}}{1 - (q-p)^{2K}}$$

These expressions for the $(S/N)_o$ in a PCM system are given in terms of the probability of false pulses in the code group due to channel noise. The following expressions relate the output signal-to-noise ratio to the input carrier-to-noise ratio for one link.

$$(S/N)_o = (\pi/8)^{1/2} (V_0/2\sigma) \exp[\frac{1}{2}(V_0/2\sigma)^2]$$

For unipolar or on-off binary system

$$(S/N)_o = (\pi/16)^{1/2} [(C/N)_i]^{1/2} \exp[\frac{1}{4}(C/N)_i]$$

For bipolar binary system

$$(S/N)_o = (\pi/8)^{1/2} [(C/N)_i]^{1/2} \exp[\frac{1}{2}(C/N)_i]$$

For K links in tandem

$$(S/N)_{o,(K)} = (\text{erf } x)^{2K} / [1 - (\text{erf } x)^{2K}]$$

where $x = V_0/2\sigma$. For high $(C/N)_i, x \gg 1$, and

$$\text{erf } x \cong 1 - (2/\pi)^{1/2} \frac{\exp(-x^2/2)}{x}$$

The rapid improvement in $(S/N)_o$ for K increases in $(C/N)_i$ is illustrated in Fig. 37 for various links in tandem.

Capacity or Maximum Rate of Transmission Over a Noisy Binary Symmetric Channel

$$C = 2B(1 + p \log_2 p + q \log_2 q) \text{ bit/second}$$

where p is a function of $(C/N)_i$. In a noiseless channel, $p=0$ and $q=1$, and the maximum rate of

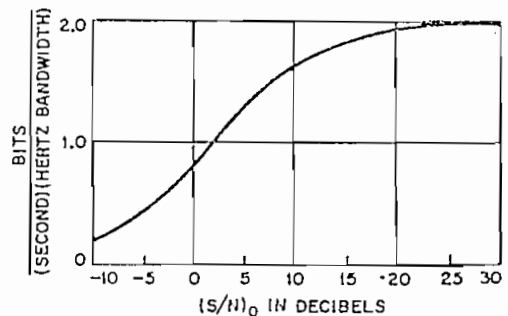


Fig. 38—Rate of information and output signal-to-noise ratio. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 21-8, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

MODULATION

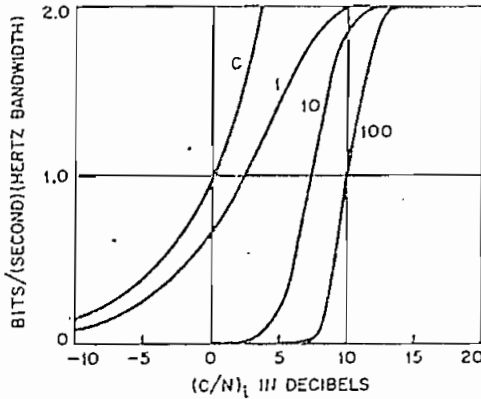


Fig. 39—Rate of transmission and channel carrier-to-noise ratio. From H. F. Mayer, "Principles of Pulse Code Modulation," *Advan. Electron.*, vol. 3, © 1951, Academic Press, Inc., New York.

transmission is 2 bits/(second) (hertz bandwidth) for binary orthogonal pulses. The maximum rate of transmission as a function of $(S/N)_o$ is shown in Fig. 38. The rate of transmission as a function of $(C/N)_1$, with K the number of links in tandem, is shown in Fig. 39.

DELTA MODULATION (DM)

In a DM system, instead of the absolute signal amplitude being transmitted at each sampling, only the changes in signal amplitude from sampling instant to sampling instant are transmitted. As shown in Fig. 40, the transmitted pulse train $e_2(t)$

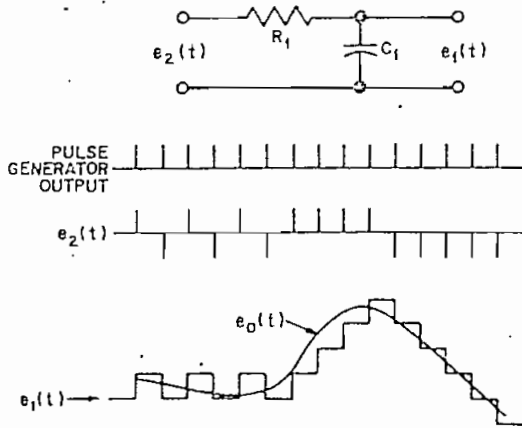


Fig. 40—Delta modulation waveforms using single integration. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 23-2, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

of positive and negative pulses at the output of the encoder can be assumed to be generated at a constant clock rate. The transmitted pulses from the pulse generator are positive if the change in signal amplitude is positive, otherwise the transmitted pulses are negative. In the decoder, the delta-modulated pulse train $e_2(t)$ is integrated into the voltage $e_1(t)$, which consists of the original message function plus noise components due to sampling. These are eliminated by a low-pass filter, so that the reconstructed signal of the final output is a close replica of the original modulating signal $e_0(t)$.

Signal-to-Noise Ratio in DM

The difference between the original and reconstructed signals gives rise to a "quantizing noise" that can be decreased by increasing the "sampling frequency," which in DM is made equal to the pulse frequency. The quantized noise power using single integration is given by

$$N_0 = \frac{2}{3} (f_m/f_s) (\Delta v)^2$$

where f_m = highest modulating frequency, and Δv = height of unit step in volts.

A DM system has no fixed maximum signal amplitude limitation but overloads when the slope of the signal is too large. The largest slope the system can reproduce is one that changes by one level or step every pulse interval so that the maximum signal power depends on the type of signal. The signal power in the calculation of signal-to-noise ratio is taken as the power of the sinusoidal tone, which is just below the overload point. The maximum amplitude at such a sinusoidal signal of frequency f that can be transmitted with single integration without overloading is

$$A = f_s (\Delta v) / 2\pi f.$$

The average signal power is

$$S_0 = f_s^2 (\Delta v)^2 / 4\pi^2 f^2$$

so that the signal-to-noise ratio for single integration is

$$(S/N)_o = \frac{3}{2} r^3 (f_m/\pi f)^2$$

where $r = f_s/2f_m$ = bandwidth expansion factor. The signal-to-noise ratio using double integration is

$$(S/N)_o = \frac{3}{2} r^5 (f_m/\pi f)^4.$$

Thus, the improvement in signal-to-noise ratio varies with f_s^3 for the system with single integration, whereas it varies with f_s^5 for double integration.

DIGITAL DATA MODULATION SYSTEMS

In a digital data communication system*, the information source consists of a finite number of discrete messages which are coded into a sequence of waveforms or symbols; each waveform is selected from a finite alphabet of signal waveforms. Thus, the problem of transmitting information is reduced to the problem of transmitting a sequence of waveforms, each one selected from a specified and finite set. This is in contrast to the problem of transmitting analog information where the resulting set of waveforms is infinite. However, as in analog modulation, the information-carrying digital waveforms are used to modulate a sinusoidal carrier to place the relatively low-frequency energy of the video signals into the higher-frequency band. In the detection process, either *coherent detection* is used (where the receiver is phase-locked with the transmitter) or *noncoherent detection* (where the receiver is not phase-locked with the transmitter). However, the receiver will be assumed to be time synchronized in all the digital modulation systems under discussion.

At the receiver, the problem of reception reduces itself to the problem of deciding between the signal waveforms. Since the decision of the discrete-signal receiver is either right or wrong, the criterion of performance of a digital communication system is ordinarily based on the probability of error, i.e., the probability of choosing an incorrect message from a finite set of possible transmitted messages.

REVIEW OF DIGITAL MODULATION METHODS

This section outlines the most common modulation methods of producing discrete binary carrier-modulated signals. In binary modulation systems, the digital information to be transmitted is assumed to be coded in binary form using two elementary signals. These two signals are called "mark" and "space" or "one" and "zero"; they are of equal and finite duration and occur with equal probability. The two signals are generated by modulating a sinusoidal carrier in amplitude, frequency, or phase in a time sequence of two mutually exclusive states. In *amplitude-shift keying* (ASK), the sinusoidal carrier is pulsed so that one of the binary states is represented by the presence of the carrier while the other state is represented

by its absence. In *frequency-shift keying* (FSK), the two binary states are represented by two different frequencies. In *phase-shift keying* (PSK), one phase of the carrier is used to represent one binary state, and a second phase (usually 180° apart) is used for the second state.

Amplitude-Shift Keying (ASK)

Coherent Detection: Synchronous or coherent detection requires the availability of a local oscillator in phase coherence with the incoming modulated carrier.

The probability of error P_e , or the fraction of the total number of incorrect decisions made by the receiver is

$$P_e = \frac{1}{2} [1 - \text{erf}(A_c/2\sigma)]$$

where A_c = amplitude of carrier, and $\sigma^2 = N$ = average channel noise power. For high input-carrier-to-noise ratio $A_c \gg \sigma$ and

$$\text{erf}t \doteq 1 - (2/\pi)^{1/2} \frac{\exp(-t^2/2)}{t}, \quad t = A_c/2\sigma$$

so that for large $(C/N)_1$

$$P_e = [\pi(C/N)_1]^{-1/2} \exp[-\frac{1}{4}(C/N)_1]$$

where $(C/N)_1 = A_c/2\sigma^2$.

Envelope Detection: In envelope detection, signal phase coherence is not required in the detection process, and a simple envelope detector is used following the IF amplifier. The decision at the output is based on a threshold kA_c ; if the detector output voltage is greater than some fixed threshold kA_c , the signal is judged to be a "mark"; otherwise, it is called a "space".

The probability of error of sending "space" and receiving "mark" is

$$P_{e,s} = \frac{1}{2} \exp[-(kA_c)^2/2\sigma^2].$$

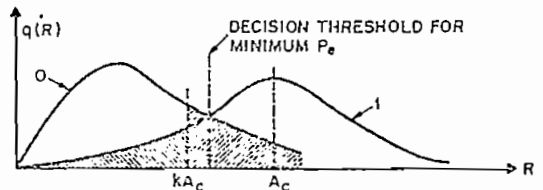


Fig. 41—Decision threshold for envelope detection of binary ASK. $q(R)$ is the probability density of carrier plus noise. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 23-2, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

* P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Chapter 23, McGraw-Hill Book Co., New York, N. Y.; 1965.

MODULATION

The probability of sending "mark" and receiving "space" is

$$P_{e,m} = \frac{1}{2} \exp[-(1+k^2)A_c^2/2\sigma^2] \sum_{n=1}^{\infty} (k)^n J_n(A_c^2/\sigma^2)$$

where J_n = Bessel function of n th order and imaginary argument.

The two types of error, namely $P_{e,s}$ and $P_{e,m}$, are not in general equiprobable, but can be made so for a given $(C/N)_i$ by a proper choice of the decision threshold kA_c . The results are plotted in Fig. 41, where it is seen that the decision factor k approaches the value of 0.5 for high $(C/N)_i$.

Frequency-Shift Keying (FSK)

In a multiple-coded FSK system, digital information is transmitted by using as a code the sequential transmission of carrier pulses of constant amplitude and several different frequencies. In a

binary system, only two carriers are used, with the code block being any desired length.

Coherent Detection: The probability of error is given by

$$P_e = \frac{1}{2} [1 - \text{erf}(A_c/2\sigma)] = \frac{1}{2} [1 - \text{erf}(E/2N_0)^{1/2}]$$

where E = energy content of signal waveform, and N_0 = noise power density. Hence

$$(C/N)_i = E/N_0.$$

Noncoherent or Envelope Detection: A noncoherent FSK system uses envelope detection, and the decision as to whether a "mark" or a "space" was transmitted is made on the basis of which detector output has the highest amplitude at the sampling time. The probability of error is

$$P_e = \frac{1}{2} \exp(-E/2N_0) = \frac{1}{2} \exp[-\frac{1}{2}(C/N)_i].$$

A plot of error probability as a function of $(C/N)_i$ is shown in Fig. 42 for both coherent and non-

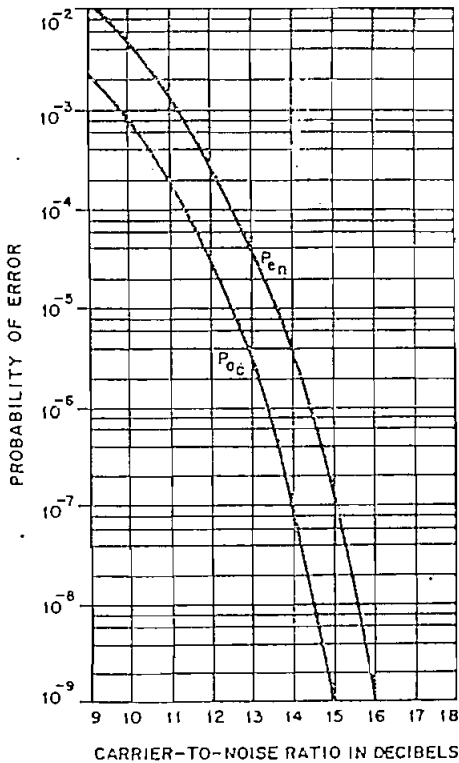


Fig. 42—Probability of error in binary FSK system: $P_{e,n}$ = probability of error for a noncoherent FSK system; $P_{e,c}$ = probability of error for a coherent FSK system. From P. F. Panter, "Modulation, Noise, and Spectral Analysis," Fig. 25-5, © 1965, McGraw-Hill Book Company.

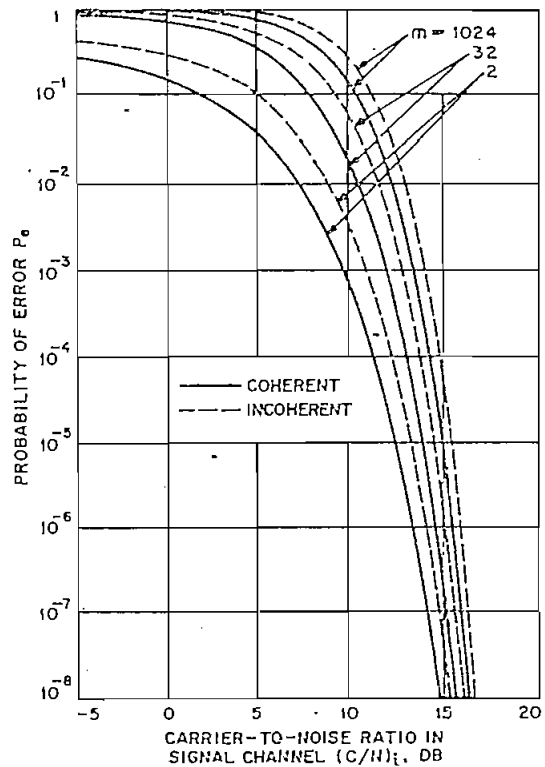


Fig. 43—A comparison of probability of error between coherent and noncoherent multiple FSK systems. From H. Akima, "The Error Rates in Multiple FSK Systems, National Bureau of Standards Technical Note 167; March 1965.

REFERENCE DATA FOR RADIO ENGINEERS

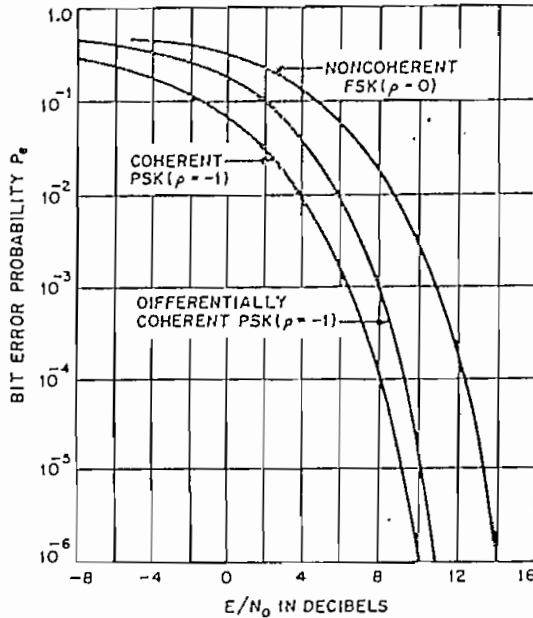


Fig. 44—Error rates for binary phase modulation. From J. G. Lawton, "Comparison of Binary Data Transmission Systems," *Proceedings of the Second National Conference on Military Electronics*, 1958.

coherent FSK. A comparison of probability of error between coherent and noncoherent multiple FSK systems is illustrated in Fig. 43, where m = number of keying frequencies.

Phase-Shift Keying (PSK)

In digital phase-shift keying or digital phase modulation, digital information is transmitted by using as a code the sequential transmission of carrier pulses of constant amplitude, angular frequency, and duration, but of different relative phase.

Coherent Detection: In coherent detection, a phase reference is provided in the receiver, permitting the receiver to be phase-synchronized with the transmitter. For binary PSK, the probability of error is

$$P_e = \frac{1}{2} [1 - \text{erf}(\sqrt{E/N_0})]$$

Phase-Comparison or Differentially Coherent Detection: In this system phase comparison of successive samples is used in the detection process, and the information is conveyed by the phase transitions between carrier pulses rather than by the absolute phases of the pulses. The probability of error for binary or phase-reversal PSK, using phase-comparison detection, is

$$P_e = \frac{1}{2} \exp(-E/N_0) = \frac{1}{2} \exp[-(C/N)_t]$$

This is plotted in Fig. 44, where it is seen that the error probability in this case is larger than in the coherent system.

Referencia:

Reference Data for Radio Engineers. Fifth Edition/Cap. 21
ITT, Indianapolis 1.973